

Jean Santos Costa

**Modelo de Hammerstein para Predição de
Temperatura em uma Câmara
Termoeletricamente Controlada**

Brasil

2022

Jean Santos Costa

Modelo de Hammerstein para Predição de Temperatura em uma Câmara Termoeletricamente Controlada

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Universidade Federal de Minas Gerais como
requisito parcial para obtenção do grau de
bacharel em Engenharia de Sistemas

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

Escola de Engenharia

Graduação em Engenharia de Sistemas

Orientador: Víctor Costa de Silva Campos

Brasil

2022

*“Com talento ordinário e perseverança extraordinária, todas as coisas são possíveis.” –
Thomas Foxwell Burton*

Resumo

O presente trabalho identifica um modelo não linear para uma câmara termoeletricamente controlada, um sistema de refrigeração baseado em módulos Peltier. Para prever a temperatura no interior da câmara, este projeto apresenta uma abordagem do modelo de Hammerstein em que um polinômio é usado para aprender a não linearidade do processo e um modelo linear é usado para aprender a dinâmica. Para estimativa de parâmetros, é proposta uma abordagem em duas etapas para identificar as partes do modelo de Hammerstein separadamente e sequencialmente.

Palavras-chave: Câmara termoeletricamente controlada; identificação não linear; modelagem; modelo de Hammerstein; aprendizado de máquina.

Abstract

The present work identifies a non-linear model for a thermoelectrically controlled chamber, a refrigeration system based on Peltier modules. To predict the temperature inside the chamber, this project presents a Hammerstein model approach in which a polynomial is used to learn the nonlinearity of the process and a linear model is used to learn the dynamics. For parameter estimation, a two-step approach is proposed to identify the parts of the Hammerstein model separately and sequentially.

Keywords: Thermoelectric controlled chamber; nonlinear system identification; modeling; Hammerstein model; machine learning.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Câmara termoelétrica.	15
Figura 2 – Dados estáticos do sensor interno central da câmara termoelétrica. Obtida através de testes em laboratório	16
Figura 3 – (a) Sinal aleatório aplicado como entrada do sistema para realização do teste dinâmico. (b) Resposta do sensor interno central	17
Figura 4 – Representações de blocos interconectados	20
Figura 5 – Tipos comuns de não linearidades	22
Figura 6 – Estrutura de um modelo Hammerstein Neural	23
Figura 7 – Estrutura de um modelo Hammerstein Nebuloso	24
Figura 8 – Correlação linear entre a tensão $u(k)$ e a temperatura $y(k)$ na câmara termoelétrica. As linhas tracejadas, em vermelho, indicam um intervalo de confiança de 95%	31
Figura 9 – Correlações não lineares da temperatura $y(k)$ na câmara termoelétrica. A figura (a) à esquerda apresenta $\Upsilon_{yy^2}(\tau)$ e a figura (b) à direita, $\Upsilon_{y^2'}(\tau)$. As linhas tracejadas, em vermelho, indicam um intervalo de confiança de 95%	32
Figura 10 – Dados estáticos e curva estimada com a função $f(.)$ de ordem 2	34
Figura 11 – Variância de ξ obtidas no teste de detecção de atraso puro de tempo	35
Figura 12 – Critério de informação de Akaike para a inclusão de regressores de $y(k)$ e $v(k)$ na estrutura do modelo dinâmico.	36
Figura 13 – Correlações relacionadas ao modelo afim estimado para o bloco dinâmico linear. As figuras (a) e (b) apresentam correlações lineares e a figura (c) uma correlação não linear. As linhas tracejadas indicam um intervalo de confiança de 95%	37
Figura 14 – Simulação livre do modelo de Hammerstein identificado ($\hat{y}(k)$) em comparação com $y(k)$ do conjunto de dados de validação.	38
Figura 15 – Simulação livre dos modelos ARX e NARMAX identificados em compa- ração com $y(k)$ do conjunto de dados de validação.	39
Figura 16 – Comportamento em regime permanente da câmara termoelétrica em comparação com os modelos identificados.	40

Lista de quadros

Quadro 1 – Representação de Não linearidade com Estrutura Conhecida	23
---	----

Lista de tabelas

Tabela 1 – Coeficiente de determinação para candidatos à função $f(\cdot)$	34
Tabela 2 – Comparação entre os índices RMSE para a simulação livre dos modelos identificados	39

Lista de abreviaturas e siglas

AI	<i>Artificial Intelligence</i>
ARX	<i>Autoregressive with Exogenous Inputs</i>
NARX	<i>Nonlinear Autoregressive with Exogenous Inputs</i>
NARMAX	<i>Nonlinear Autoregressive Moving Average with Exogenous Inputs</i>
ANN	<i>Artificial Neural Network</i>
AIC	<i>Akaike Information Criteriom</i>
FAC	Função de Auto-correlação
FCC	Função de Correlação Cruzada
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
RMSE	<i>Root Mean Squared Error</i>
MAE	<i>Mean Absolute Error</i>
KNN	<i>k-Nearest Neighbors</i>
MLP	<i>Multilayer Perceptron</i>
SVR	<i>Support Vector Regression</i>
MLR	<i>Multivariate Linear Regression</i>
SLFN	<i>Single-hidden Layer Feed-foward Neural Network</i>
ELM	<i>Extreme Learning Machine</i>
ERR	<i>Error Reduction Ratio</i>

Lista de símbolos

$u(k)$	Entrada do sistema no instante k ;
\mathbf{u}	Vetor de entrada do sistema;
$y(k)$	Sinal de saída no instante k ;
\mathbf{y}	Vetor de saída do sistema;
$\hat{\mathbf{y}}$	Vetor de previsões da saída;
q^{-1}	Operador de atraso;
n_u	Máximo atraso entre os regressores de entrada;
n_y	Máximo atraso entre os regressores de saída;
n_θ	Número de parâmetros estimados num modelo;
$v(k)$	Sinal fictício (inerente aos modelos de blocos interconectados) no instante k ;
$f(\cdot)$	Função estática não linear;
$G(q)$	Função de transferência, do modelo matemático dinâmico;
\bar{u}	Valor de entrada estática do sistema;
\bar{y}	Valor de saída estática do sistema;
\bar{v}	Dado fictício (inerente aos modelos de blocos interconectados) obtido a partir de uma relação estática;
$\text{sgn}(\cdot)$	Função sinal;
N	Número de observações num conjunto de dados utilizados para construção do modelo dinâmico;
M	Número de observações num conjunto de dados utilizados para construção do modelo estático;
$\boldsymbol{\xi}$	Vetor de resíduos;
$\xi(k)$	Resíduo no instante k ;
σ_ξ^2	Variância do vetor de resíduos;

θ	Vetor de parâmetros e estimar;
$\hat{\theta}$	Vetor de parâmetros estimado;
Ψ	Matriz de regressores do modelo dinâmico;
$\psi(k - 1)$	Vetor de regressores que contém observações até o instante $k - 1$;

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Motivação	12
1.2	Objetivos	13
1.3	Organização do Trabalho	13
2	A CÂMARA TERMOELÉTRICA	15
2.1	Estrutura do Sistema	15
2.2	Testes e Coleta de Dados	16
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
3.1	Considerações Básicas sobre a Modelagem de Sistemas	18
3.2	Representação do Sistema não linear: Modelos de Blocos Interconectados	19
3.3	Determinação de Estrutura	21
3.3.1	Representação da Não Linearidade	21
3.3.2	Estrutura do Bloco Dinâmico	23
3.4	Estimação de Parâmetros do Modelo	24
3.5	Validação	25
3.5.1	Análise de Resíduos	26
3.5.2	Validação Estática	27
3.5.3	Validação Dinâmica	28
3.6	Trabalhos Relacionados	29
3.6.1	Predição de Temperatura do Refrigerador Termoelétrico	29
3.6.2	Identificação de Modelos de Blocos Interconectados	29
4	IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DE HAMMERSTEIN	31
4.1	Metodologia	31
4.2	Determinação do bloco estático não linear	33
4.3	Determinação do bloco dinâmico linear	35
4.4	Validação e Discussão dos Resultados	36
5	CONCLUSÃO	41
	REFERÊNCIAS	42

1 Introdução

A teoria e prática de identificação de sistemas evoluiu muito nas últimas décadas e hoje conta, inclusive, com diversos pacotes que implementam suas técnicas, como (LJUNG, 1988), (SEABOLD; PERKTOLD, 2010), (PEDREGOSA, 2011) e (YERRAMILI, 2017).

No início os modelos matemáticos eram fundamentalmente lineares e, por isso, não conseguiam representar bem alguns comportamentos de sistemas reais. A linearização pode ser realizada em torno de um ponto de operação, mas se o sistema apresentar uma faixa de operação ampla, as não linearidades se evidenciam e um modelo não linear é, portanto, adequado.

A evolução computacional e industrial permitiu o crescimento da modelagem não linear e as representações de blocos interconectados foram o primeiro passo na construção desse conhecimento. Esse tipo de estrutura representa a não linearidade estática do sistema em um bloco e, no outro, a dinâmica de forma linear. A vantagem é a possibilidade de utilizar as técnicas de identificação linear já bastante difundidas.

Na década de oitenta, Leontaritis e Billings (1985) apresentaram uma nova estrutura capaz de modelar uma vasta gama de sistemas não lineares, os modelos NARMAX (do inglês *nonlinear autoregressive moving average model with exogenous variables*) polinomiais. Por causa de sua capacidade de generalização, várias técnicas e aplicações foram desenvolvidas para esse tipo de representação. Entretanto, os modelos de blocos interconectados ainda tem um espaço importante na área de identificação, devido à sua capacidade de representação de comportamentos não lineares associada a simplicidade de projeto.

1.1 Motivação

Sistemas de refrigeração por efeito Peltier são menos nocivos ao meio ambiente que refrigeradores convencionais por não liberarem gases poluentes. Entretanto, apresentam um desempenho inferior em relação à capacidade de refrigeração (LOPES, 2019).

Melhorias para sistemas termoeletricos como esse são objeto de estudo de diversos autores. Zhang (2013) propôs um sistema de controle de temperatura para uma câmara de testes para diodos laser. Riffat, Omer e Ma (2001) propuseram um sistema de refrigeração de uma caixa e mostrou que dissipadores de calor com aletas são recomendados para esse tipo de sistema.

Sistemas térmicos comumente apresentam uma dinâmica não linear. Pereira, Costa e Braga (2019) identificaram um modelo usando as séries de Volterra para o mesmo sistema estudado neste trabalho, a câmara termoeletricamente controlada. Como esse tipo de

representação busca explicar a saída apenas em função da entrada, a série de Volterra apresenta um elevado número de parâmetros a determinar. Para contornar esse problema, funções de base ortonormal (FBO) foram aplicadas.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é identificar uma estrutura não linear simples para a modelagem da câmara termoeétrica, mas que tenha uma boa capacidade de predição de temperatura no interior da caixa e consiga uma boa aproximação da característica estática do sistema.

Devido à facilidade de realização de testes estáticos e dinâmicos do sistema em laboratório, a proposta é identificar um modelo de blocos interconectados. Os dados em regime permanente da câmara serão utilizados para levantar a função estática do sistema e os dados dinâmicos serão utilizados para identificar um modelo dinâmico linear.

Além disso, a fim de avaliar o desempenho do modelo de Hammerstein identificado, o mesmo será comparado com um modelo linear e um modelo NARMAX.

Os objetivos específicos do trabalho podem ser descritos pelos seguintes tópicos:

- Coleta de dados de regime permanente e dados dinâmicos da câmara termoeletricamente controlada;
- Estudo e compreensão das variáveis que compõe o conjunto de dados;
- Identificação de uma função que aproxime a curva estática do sistema;
- Identificação de um modelo linear a partir dos testes dinâmicos;
- Composição dos blocos estático e dinâmico para construção de um modelo de Hammerstein;
- Validação do modelo identificado;
- Comparação do desempenho do modelo identificado com outras estruturas.

1.3 Organização do Trabalho

O trabalho é organizado em 5 capítulos, ao longo dos quais são discutidos a câmara termoeletricamente controlada, os aspectos teóricos relacionados ao desenvolvimento do modelo, a metodologia, a identificação do modelo e a conclusão.

No [Capítulo 2](#) é fornecida uma visão geral do sistema a ser estudado, mostrando sua estrutura e seu funcionamento. Além disso, o capítulo mostra o projeto de testes e os dados obtidos.

O [Capítulo 3](#) discute conceitos de modelagem e identificação de sistemas importantes para que seja possível atingir os objetivos do modelo. Além disso, apresenta trabalhos na literatura que visavam identificar modelos para sistemas de refrigeração ou que propuseram modelos de estrutura semelhante à proposta neste projeto.

O [Capítulo 4](#) mostra e discute as etapas de identificação aplicadas ao conjunto de dados do sistema térmico e, na segunda fase, avalia o desempenho do modelo de Hammerstein obtido em comparação com outros modelos identificados.

O [Capítulo 5](#) sumariza os resultados obtidos e avalia a capacidade do modelo de blocos interconectados de atender aos objetivos do trabalho.

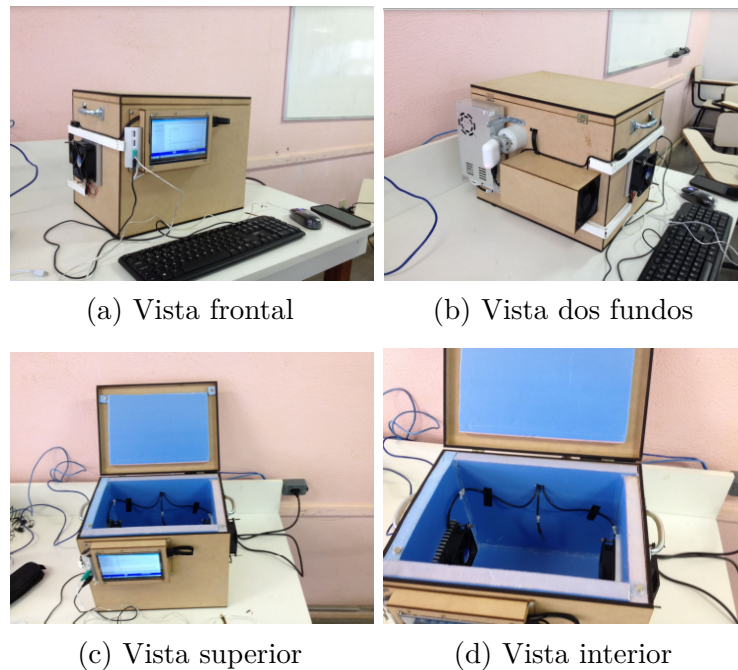
2 A Câmara Termoelétrica

O objetivo da seção é apresentar a câmara termoeletricamente controlada. Além disso, serão apresentados os dados estáticos e dinâmicos levantados por testes em laboratório.

2.1 Estrutura do Sistema

A figura [Figura 1](#) mostra o objeto de estudo deste trabalho. Ele é composto por uma câmara de MDF de 40 centímetros de comprimento, 30 centímetros de altura e 30 centímetros de largura, revestida internamente com placas rígidas de poliestireno.

Figura 1 – Câmara termoelétrica.



Dois orifícios quadrados de 100 cm^2 foram abertos para acomodar os atuadores, que consistem em módulos Peltier TEC 12715 em conjunto com dissipadores de calor e ventoinhas em ambos os lados. Tais conjuntos são conectados em série e acionados por uma ponte H de modo que seja possível o aquecimento e o resfriamento dentro da câmara.

O sistema possui cinco sensores de temperatura DS18B20. Um deles está localizado dentro da câmara, no centro. Os outros estão equipados no lado de dentro e de fora de cada conjunto Peltier. O DS18B20 é um sensor digital capaz de realizar medições na faixa de -55° C a 125° C . Sua resolução varia de 9 a 12 bits, mas a resolução padrão usada para ligar é de 12 bits. Este sensor obtém energia em uma condição inativa de baixa energia.

A medição da temperatura, bem como a conversão de A-D, podem ser feitas com um comando `convert-T`. As informações de temperatura resultantes podem ser armazenadas no registro de 2 bytes do sensor e, após isso, este sensor retorna ao seu estado inativo.

A leitura dos sensores e disparo das chaves da ponte H são tarefas gerenciadas por um Arduino Nano. E o cálculo de leis de controle mais avançadas e algumas funções de sistema supervisorio são executadas por um Raspberry Pi 3 .

No presente trabalho, será considerada como entrada do sistema ($u(k)$) a tensão enviada às ventoinhas pelo Arduino e, como saída ($y(k)$), a temperatura registrada pelo sensor interno central.

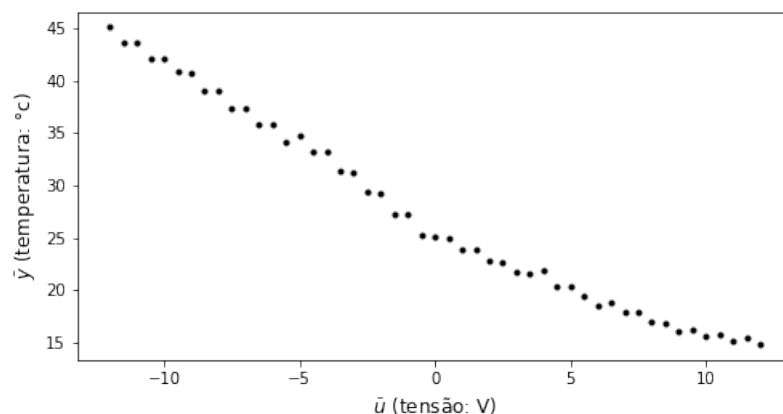
2.2 Testes e Coleta de Dados

Dois testes foram realizados para obter diferentes conjuntos de dados para identificação. O primeiro tinha como objetivo coletar dados de regime permanente do sistema a fim de levantar a curva estática do mesmo. O segundo tinha como objetivo explicitar o comportamento dinâmico. Nos dois testes, o período de amostragem foi de 800 ms.

O teste para coleta de dados estáticos consistiu em aplicar degraus de amplitude 0,5 V para excursionar a tensão inicial de -5 V até atingir uma tensão máxima de 12 V e, depois disso, decrescer a tensão de entrada até um valor mínimo de -12 V. A duração de cada degrau foi de 30 min.

Os dados de regime permanente do sensor central foram então separados para gerar a curva estática apresentada na [Figura 2](#).

Figura 2 – Dados estáticos do sensor interno central da câmara termoeétrica. Obtida através de testes em laboratório



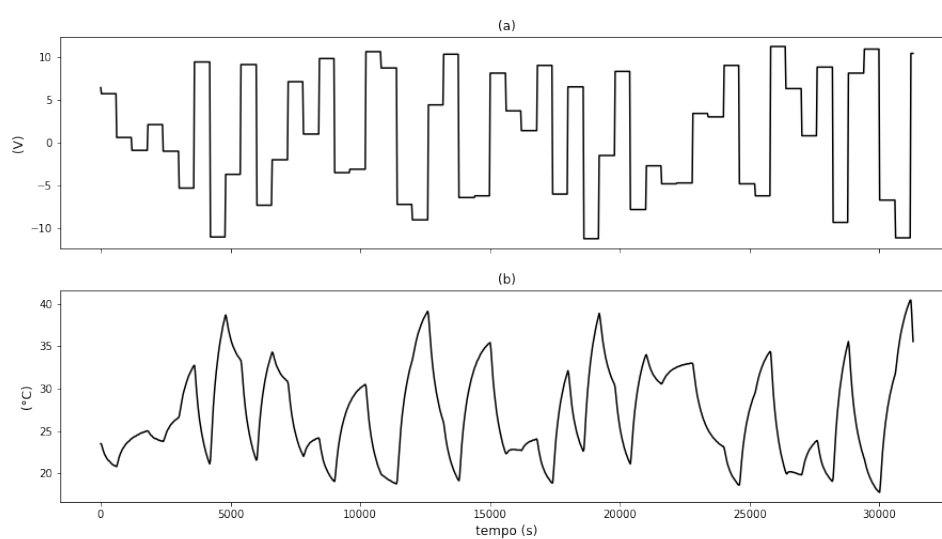
O teste para coleta de dados dinâmicos utilizou valores aleatórios de tensão para a

entrada. Tais valores foram atualizados a cada 10 min, aproximadamente.

Após a aquisição dos dados dinâmicos, o tempo de amostragem foi ajustado de acordo com o teste sugerido por [Aguirre \(2004, Capítulo 12.2.3\)](#). O resultado do teste implicou a decimação dos dados em 35 amostras, ou seja, o período foi ajustado para 28 s.

A resposta do sensor central a essa entrada pode ser observado na figura [Figura 3](#).

Figura 3 – (a) Sinal aleatório aplicado como entrada do sistema para realização do teste dinâmico. (b) Resposta do sensor interno central



3 Fundamentação Teórica

Um modelo é uma ferramenta que representa sistemas reais através da descrição da relação entre suas variáveis. Para isso, ele pode utilizar equações matemáticas e, neste caso, tem-se um modelo matemático. Os objetivos de seu desenvolvimento são diversos e incluem explicação de fenômenos naturais, projeto de sistemas de controle, monitoramento ou predição.

As técnicas para construção de um modelo matemático podem ser arguadas em três grandes grupos, a modelagem caixa branca, modelagem caixa preta e modelagem caixa cinza (AGUIRRE, 2004, Capítulo 1). A modelagem caixa branca é também conhecida como modelagem pela física ou natureza do processo e depende do conhecimento profundo das equações matemáticas que descrevem os fenômenos do sistema. A modelagem caixa preta, em contrapartida, é uma alternativa que demanda pouco ou nenhum conhecimento do sistema, pois o modelo é obtido a partir de dados de entrada e saída. Já a modelagem caixa cinza é uma abordagem intermediária na qual uma informação *a priori* do sistema é utilizada para auxiliar na determinação da estrutura e/ou estimação dos parâmetros.

A área do conhecimento que estuda alternativas à modelagem caixa branca é chamada de identificação de sistemas. Neste capítulo são apresentados alguns conceitos da teoria de identificação agrupados de acordo com as principais etapas do processo.

3.1 Considerações Básicas sobre a Modelagem de Sistemas

A identificação de sistemas tem como objetivo determinar um modelo matemático de um sistema real, aproximando algumas características de interesse a partir dos dados. Essa aproximação leva em conta considerações simplificadoras e algumas delas são comentadas a seguir.

- Linearidade

Um sistema é considerado linear se ele satisfaz o princípio da superposição: se uma entrada consiste de uma soma ponderada de diversos sinais, então a saída é a soma ponderada das respostas do sistema a cada um desses sinais (OPPENHEIM, 2010, Capítulo 1). Um sistema linear tem o mesmo tipo de comportamento, independente do ponto de operação (AGUIRRE, 2004, Capítulo 1).

- Invariância no Tempo

Um sistema é dito invariante no tempo se o seu comportamento e características são fixos ao longo do tempo. Supondo um sistema invariante no tempo com saída $y(t)$ quando $u(t)$ é fornecido como entrada. Se um deslocamento no tempo t_0 for aplicado à entrada, resultando em $u(t - t_0)$, então o sistema irá produzir uma saída com deslocamento idêntico, $y(t - t_0)$ (OPPENHEIM, 2010, Capítulo 1).

Em relação ao tipos dos modelos, os mais comuns são os estáticos e os dinâmicos. Os modelos estáticos são descritos por equações algébricas. Já os modelos dinâmicos incluem a evolução temporal do sistema através de equações diferenciais (em tempo contínuo) ou equações de diferenças (em tempo discreto) (AGUIRRE, 2004, Capítulo 1).

3.2 Representação do Sistema não linear: Modelos de Blocos Interconectados

A escolha do tipo de representação depende dos objetivos do modelo, das ferramentas disponíveis para a sua obtenção e do conhecimento *a priori* do sistema a ser identificado. Algumas representações para modelos não lineares são a série de Volterra, modelos de Hammerstein e de Wiener, funções de base radial e modelos polinomiais (AGUIRRE, 2004).

No início, as representações de sistemas eram feitas através de modelos, em geral, lineares. Esses modelos são capazes de representar os sistemas em determinadas faixas de operação, mas não conseguem reproduzir comportamentos dinâmicos não lineares, tais como bifurcações, comportamentos quase periódicos e caos (COELHO, 2002). Por esse motivo, o desenvolvimento de modelos não lineares tornou-se necessário e o primeiro passo nesse caminho foram os modelos de blocos interconectados, nos quais se inserem a metodologias de Hammerstein e Wiener.

A aplicação de modelos de blocos interconectados é pertinente no contexto em que se deseja aproveitar a abundância de informação do estado estacionário no sistema ou no contexto em que os dados do regime transitório não apresentam informação suficiente sobre a não linearidade do processo (SU; MCAVOY, 1993).

Os modelos de Hammerstein e de Wiener são uma composição de um modelo dinâmico linear $G(q)$ com uma função estática não linear $f(\cdot)$ (Figura 4). No presente trabalho, o bloco dinâmico é representado por um modelo auto-regressivo com entradas externas (ARX do inglês *autoregressive with exogenous inputs*), de ordem n_y , dado por:

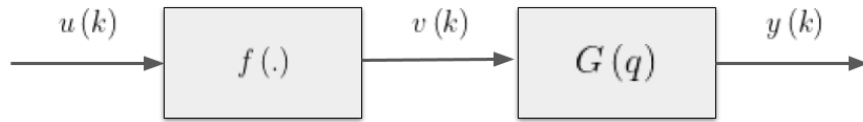
$$y(k) = \sum_{j=1}^{n_y} \theta_j y(k - j) + \sum_{i=1}^{n_v} \theta_{i+n_y} v(k - i), \quad (3.1)$$

em que o sinal fictício $v(k)$ é um intermediário inerente a essas representações e depende

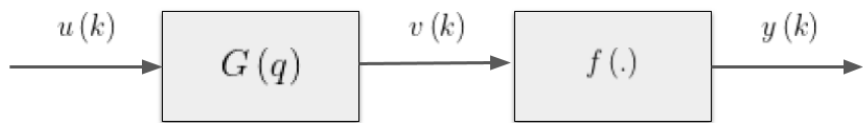
de informações *a priori* e/ou alguma restrição para ser estimado.

Figura 4 – Representações de blocos interconectados

(a) Modelo de Hammerstein



(b) Modelo de Wiener



No caso do modelo de Hammerstein, a não linearidade estática atua na entrada $u(k)$. Então, é possível descrever o modelo a partir do conjunto de equações a seguir.

$$v(k) = f(u(k)) \quad (3.2)$$

$$y(k) = G(q)v(k) \quad (3.3)$$

Como demonstrado em (COELHO, 2002), a representação de Hammerstein possui as seguintes propriedades:

- a não linearidade estática atua somente no sinal de entrada;
- em estado estacionário, admite a multiplicidade de entradas e apenas uma saída;
- possui autovalores constantes com o ponto de operação (\bar{u}, \bar{y}) .

No caso do modelo de Wiener, o bloco dinâmico linear precede o bloco que contém a não linearidade estática. O sistema de equações que o descreve é:

$$v(k) = G(q)u(k) \quad (3.4)$$

$$y(k) = f(v(k)) \quad (3.5)$$

Segundo Coelho, Aguirre e Correa (2002), a representação de Wiener possui as seguintes propriedades:

- a não linearidade atua nos sinais de entrada e saída;
- admite apenas uma saída e uma entrada em estado estacionário; possui autovalores que podem variar com o ponto de operação (\bar{u}, \bar{y}) do sistema.

3.3 Determinação de Estrutura

A estrutura do modelo estimado está ligada às características dinâmicas e estáticas aproximadas por ele. Por esse motivo, essa etapa é de fundamental importância no processo de identificação.

A necessidade de se escolher um valor adequado para a ordem de um sistema pode ser apreciada verificando-se que, se a ordem usada for (muito) menor do que a ordem *efetiva* do sistema real, o modelo não possuirá a *complexidade estrutural* necessária para reproduzir a dinâmica do sistema. Por outro lado, se a ordem do modelo for muito maior do que a necessária, a estimação de parâmetros será provavelmente malcondicionada (AGUIRRE, 2004, Capítulo 12).

No presente trabalho, em que o modelo proposto segue a estrutura de blocos interconectados, a natureza da representação permite que o bloco não linear estático seja identificado e, em seguida, o bloco dinâmico seja aproximado, constituindo um processo de duas etapas. Portanto, a seguir, serão discutidas as estruturas dos blocos individualmente.

3.3.1 Representação da Não Linearidade

A não linearidade estática dos modelos de blocos interconectados podem ser representadas por um polinômio, pela equação da não linearidade ou por modelos semi-paramétricos. A seguir são apresentadas essas representações segundo (SANTOS, 2007).

- Representação por um Polinômio

Nos contextos em que não estão disponíveis informações sobre a natureza da não-linearidade, esta é a representação mais comum. Neste caso, é utilizada uma expansão polinomial finita para relacionar o sinal intermediário $v(k)$ com a entrada (na representação de Hammerstein) ou com a saída (na representação de Wiener). Entretanto, no caso da representação de Wiener, essa função precisa ser inversível (COELHO, 2002).

Para uma representação de Hammerstein, por exemplo, a função utilizada é do tipo

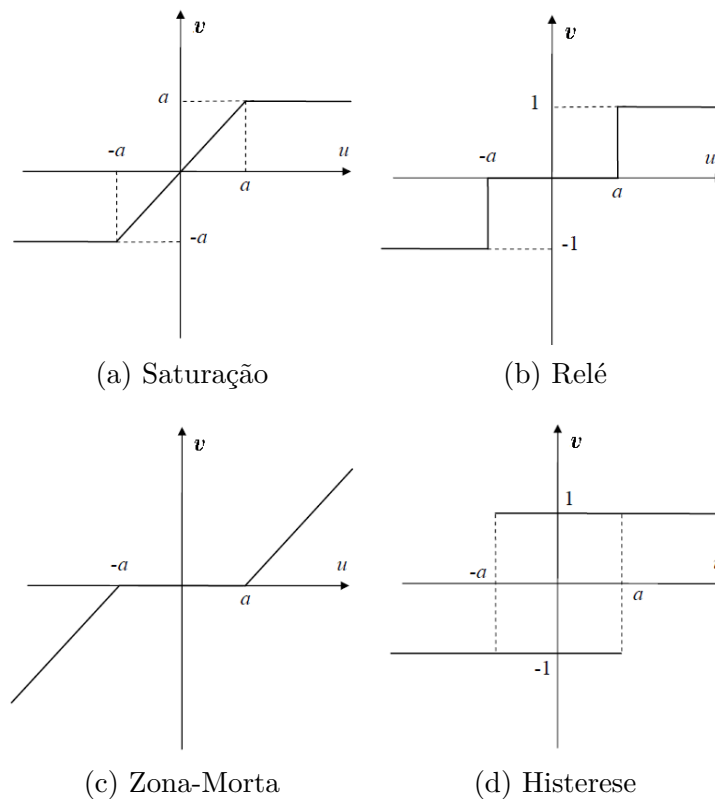
$$\bar{v} = \gamma_0 + \gamma_1 \bar{u} + \gamma_2 \bar{u}^2 + \dots + \gamma_m \bar{u}^m, \quad (3.6)$$

em que $\gamma_i (i = 0, \dots, m)$ representam os coeficientes do polinômio e m é o grau de não linearidade do modelo.

- Representação pelo Mapeamento Estático da não linearidade

Em alguns casos, a natureza da não linearidade é conhecida, apresentando uma estrutura como relé, saturação, zona-morta ou histerese, por exemplo. Essa condição possibilita a utilização dessas estruturas como representação da não linearidade. A [Figura 5](#) e o [Quadro 1](#) expressam o caso no contexto do modelo de Hammerstein.

Figura 5 – Tipos comuns de não linearidades



- Representação por modelo Semi-paramétrico

Uma outra forma de representar a não linearidade quando não se tem informação sobre a sua natureza é utilizando redes neurais ou lógica nebulosa;

A [Figura 6](#) apresenta um modelo de Hammerstein no qual a não linearidade é aproximada por uma rede neural artificial (do inglês, *artificial neural network*, ANN). A rede neural é uma combinação ponderada de várias funções de ativação não lineares mais simples, encapsuladas em seus nós (neurônios). Essa combinação permite aproximar funções altamente não lineares.

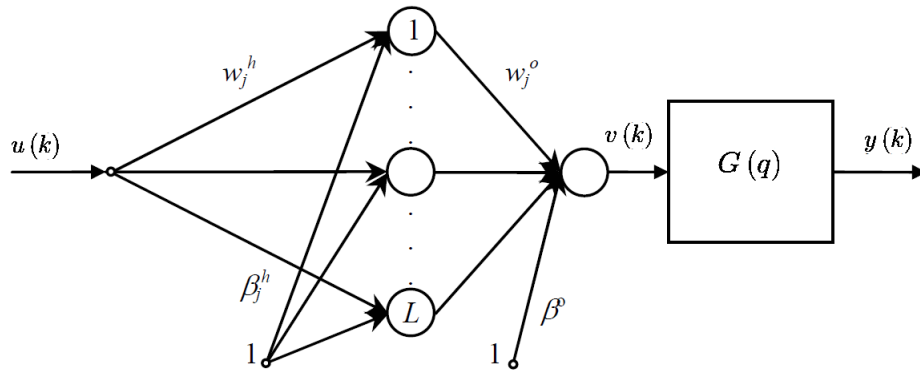
A [Figura 7](#) apresenta um modelo de Hammerstein no qual a não linearidade é aproximada por um modelo nebuloso (do inglês, *fuzzy model*). A estrutura *fuzzy* combina informações numéricas e linguísticas (do tipo pequeno, médio, grande, etc.) possibilitando

Quadro 1 – Representação de Não linearidade com Estrutura Conhecida

Não Linearidade	Equação
Saturação	$v(t) = \frac{1+\text{sgn}(a- u(t))}{2}u(t) + \frac{1+\text{sgn}(u(t) -a)}{2}a \cdot \text{sgn}(u(t))$
Zona-Morta	$v(t) = u(t) - a \cdot \text{sgn}(u(t)) - \frac{1+\text{sgn}(a- u(t))}{2}[u(t) - a \cdot \text{sgn}(u(t))]$
Histerese	$v(t) = \frac{\text{sgn}(u(t)-a)+\text{sgn}(u(t)+a)}{2}$
Relé	$v(t) = \begin{cases} u(t) - a, & \text{se } u(t) > u(t - 1) \\ u(t) + a, & \text{se } u(t) < u(t - 1) \\ v(t - 1), & \text{se } u(t) = u(t - 1) \end{cases}$

Fonte – (SANTOS, 2007)

Figura 6 – Estrutura de um modelo Hammerstein Neural



Fonte: (SANTOS, 2007)

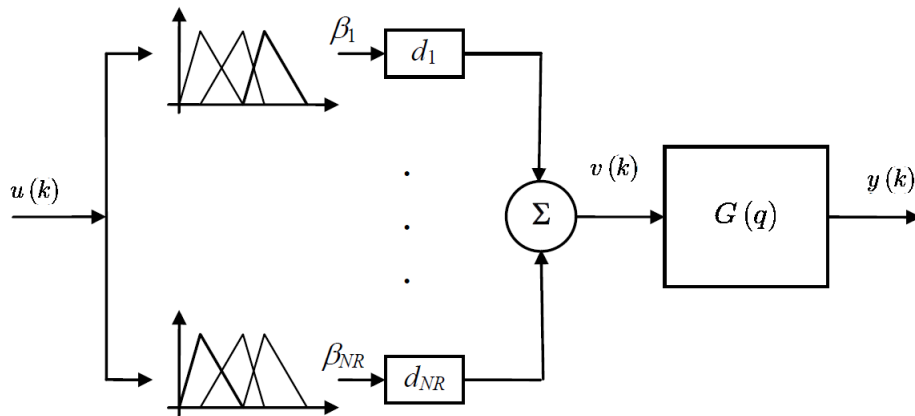
a incorporação de conhecimento do processo mesmo que este seja incompleto e/ou com incertezas.

3.3.2 Estrutura do Bloco Dinâmico

Como dito anteriormente, neste trabalho o bloco dinâmico $G(q)$ será representado por uma estrutura ARX (Equação 3.1). Para selecionar a ordem de estruturas lineares como essa, duas maneiras sugeridas em (AGUIRRE, 2004) são: o cancelamento de pólos e zeros e o critério de informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1974).

A medida que a ordem do modelo linear cresce além da ordem efetiva do sistema,

Figura 7 – Estrutura de um modelo Hammerstein Nebuloso



Fonte: (SANTOS, 2007)

observa-se um cancelamento de pólos e zeros na função de transferência obtida. Então, uma ordem adequada para $G(q)$ pode ser obtida monitorando esse comportamento à medida que novos termos são acrescentados à estrutura ARX.

O *Akaike Information Criterion* (AIC) é uma forma alternativa definida como:

$$AIC(n_\theta) = N \ln[\sigma_\xi^2(n_\theta)] + 2n_\theta, \quad (3.7)$$

na qual $\sigma_\xi^2(n_\theta)$ é a variância do vetor de resíduos ξ resultante da estimação com n_θ parâmetros e N é o número de dados. O aumento do número de parâmetros promove uma redução na variância do vetor de resíduos. Entretanto, esse ganho é penalizado na Equação 3.7 pelo crescimento do segundo termo. A utilização do critério de *Akaike* na escolha da ordem do modelo consiste em monitorar o valor da Equação 3.7 com o crescimento de n_θ a fim de identificar a inclusão de termos que geram mudanças pouco significativas.

3.4 Estimação de Parâmetros do Modelo

A estimação tem como objetivo encontrar os parâmetros do modelo que minimizam a diferença entre a sua predição e o sinal de saída utilizado nesta etapa.

Para estruturas de blocos interconectados é possível realizar a estimação de parâmetros dos blocos $f(\cdot)$ e $G(q)$ separadamente. Inicialmente os dados de regime permanente são utilizados para estimação do bloco de não linearidade estática e em seguida a informação gerada por ele é aplicada à identificação do modelo dinâmico de ganho unitário (ABONYI, 2000).

Em relação ao bloco $f(\cdot)$, a estimação de parâmetros é relativa à escolha da representação da não linearidade e, portanto os algoritmos são diversos. Entretanto, para o caso da representação por modelos semi-paramétricos é preciso atentar também à complexidade da escolha de hiperparâmetros como topologia da rede, que envolve número de nós, número de camadas, tipo da função de ativação, conexões necessárias e escolha de variáveis de entrada.

Em relação ao bloco $G(q)$, a estrutura linear ARX escolhida para sua representação, dada pela [Equação 3.1](#), pode ser escrita na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Psi}\boldsymbol{\theta}, \quad (3.8)$$

na qual $\mathbf{\Psi}$ é a matriz de regressores com $n_y + n_u$ colunas, composta por dados de estimação, e $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor de $n_y + n_u$ parâmetros a serem estimados.

A quantidade de linhas de $\mathbf{\Psi}$ depende do comprimento N da sequência de dados \mathbf{y} . Por isso, a matriz de regressores não é necessariamente quadrada e, então, não inversível.

A obtenção da estimativa $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ pode, entretanto, ser feita a partir da pseudo-inversa de $\mathbf{\Psi}$ com a seguinte equação:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Psi}]^{-1} \mathbf{\Psi}^T \mathbf{y}, \quad (3.9)$$

que é denominada estimador de mínimos quadrados em batelada.

3.5 Validação

A etapa de validação tem a pretensão de certificar se o modelo obtido aproxima de forma satisfatória as características do sistema o qual ele representa. O processo é subjetivo e depende da finalidade do modelo. A fim de validar a qualidade de um modelo de blocos interconectados é preciso confirmar que estes são capazes de aproximar bem tanto a dinâmica quanto a característica estática do sistema em questão.

É comum, tanto à validação estática quanto dinâmica, a necessidade de separar o conjunto de dados entre dados de estimação e dados de validação. Nos dois casos, a capacidade de generalização deve ser testada submetendo o modelo à um conjunto de dados diferentes daqueles utilizados na estimação. Portanto, o modelo para $f(\cdot)$ deve ser testado a partir de dados estáticos de validação e o modelo completo deve ser testado a partir de dados dinâmicos de validação.

3.5.1 Análise de Resíduos

Para avaliar se os erros cometidos pelo modelo são causados por uma estimação incorreta dos parâmetros, Aguirre (2004, Capítulo 13) apresenta alguns procedimentos que podem ser realizados nos dados de treinamento para validar a ordem do modelo dinâmico. Estes procedimentos são baseados na análise dos resíduos.

O vetor de resíduos é definido como:

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{y} - \Psi \hat{\boldsymbol{\theta}}. \quad (3.10)$$

Para sistemas lineares, são dois os procedimentos principais baseados na análise de resíduos.

O primeiro deles tem como objetivo verificar se o modelo estimado foi capaz de explicar toda a informação útil nos dados. Neste caso, avalia-se se $\boldsymbol{\xi}$ é linearmente branco a partir de sua função de auto-correlação $\Upsilon_{\xi\xi}$ (FAC), estimada como:

$$\Upsilon_{\xi\xi}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^N \xi(i)\xi(i+k), \quad (3.11)$$

onde k é um valor inteiro de atraso e N deve ter um valor elevado.

Caso $\Upsilon_{\xi\xi}(k) \approx 0^1$, $\forall k \neq 0$, os resíduos são linearmente brancos e portanto não apresentam informação não modelada. Caso contrário, pode-se estimar novos parâmetros escolhendo um novo conjunto de regressores a fim de deixar o vetor de resíduos mais aleatório.

Um outro teste para o caso de modelos lineares tem como objetivo verificar se o vetor de erros cometidos pelo modelo depende do sinal de entrada $u(k)$. Para isso avalia-se a correlação cruzada $\Upsilon_{u\xi}$ (FCC) entre $\boldsymbol{\xi}$ e $u(k)$, aproximada como:

$$\Upsilon_{u\xi}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^N u(i)\xi(i+k). \quad (3.12)$$

Se $\Upsilon_{u\xi}(k) \approx 0^2$, $\forall k$, o modelo terá um comportamento semelhante para dados diferentes dos dados de estimação.

¹ O sinal de aproximação é utilizado porque a FAC de um sinal de duração finita não satisfaz a condição $\Upsilon_{\xi\xi}(k) = 0$, $\forall k$ de forma exata na prática. Como o limite $N \rightarrow \infty$ não é satisfeito, a condição é aproximada para o caso em que N é suficientemente grande. Para verificar a condição de aproximação são utilizadas faixas de confiança, de forma que a FAC é considerada próxima de 0 se o seu valor estiver dentro da faixa.

² O sinal de aproximação é utilizado porque a FCC de sinais de duração finita não satisfaz a condição $\Upsilon_{u\xi}(k) = 0$, $\forall k$ de forma exata na prática. Como o limite $N \rightarrow \infty$ não é satisfeito, a condição é aproximada para o caso em que N é suficientemente grande. Para verificar a condição de aproximação são utilizadas faixas de confiança, de forma que a FCC é considerada próxima de 0 se o seu valor estiver dentro da faixa.

3.5.2 Validação Estática

Seja \mathbf{y} o vetor de dados estáticos, $\hat{\mathbf{y}}$ o vetor de predições realizadas pelo modelo estático, \bar{y} a média dos dados estáticos e M a quantidade de dados estáticos. A validação do modelo estático pode ser realizada utilizando diferentes métricas, apresentadas a seguir.

- Coeficiente de determinação (R^2)

O coeficiente R^2 mede a quantidade da variância dos dados que é explicada pelo modelo construído e pode ser escrito como:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^M (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^M (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.13)$$

Essa métrica permite comparar a precisão das predições realizadas pelo modelo estimado com o preditor trivial de média. Se o valor de R^2 é próximo de 0, então o modelo aproxima os dados tão mal quanto a média. Mas se o valor de R^2 é próximo de 1, o erro cometido pelo modelo estimado é menor.

- Erro Quadrático Médio (MSE)

O MSE mede o quão próximas as predições estão dos dados, de forma que quanto maior o MSE, pior o modelo. Essa métrica pode ser escrita como:

$$MSE = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.14)$$

- Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)

Essa métrica é simplesmente a raiz quadrada do MSE. Ela apresenta melhor interpretabilidade porque o MSE pode gerar valores de magnitude muito maior que a dos dados. O RMSE pode ser expresso como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (y_i - \hat{y}_i)^2}{M}} \quad (3.15)$$

- Erro Absoluto Médio (MAE)

O MAE consiste na média das distâncias entre valores preditos e reais. Essa métrica pune menos severamente os erros de predição que o MSE. O erro absoluto médio pode ser escrito como:

$$MAE = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |y_i - \hat{y}_i| \quad (3.16)$$

3.5.3 Validação Dinâmica

A validação de um modelo dinâmico pode ser realizado pelo processo de simulação livre, exemplificado a seguir segundo [Aguirre \(2004\)](#).

Sejam $y(k)$ e $u(k)$ dados de saída e entrada, respectivamente, do sistema no instante k e $\hat{\theta}$ o vetor de parâmetros estimado via [Equação 3.9](#) considerando o seguinte vetor de regressores:

$$\psi^T(k-1) = [y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1) \quad u(k-2)] \quad (3.17)$$

Utilizando a estrutura da [Equação 3.8](#), o primeiro valor possível de ser predito é $\hat{y}(3)$, utilizando os dados $y(2)$ e $y(3)$. Então para $k = 3$, temos:

$$\hat{y}(3) = [y(2) \quad y(1) \quad u(2) \quad u(1)]\hat{\theta}$$

À medida que k cresce, os dados na matriz de regressores são substituídos por predições obtidas nas iterações anteriores da seguinte forma:

$$\hat{y}(4) = [\hat{y}(3) \quad y(2) \quad u(3) \quad u(2)]\hat{\theta}$$

$$\hat{y}(5) = [\hat{y}(4) \quad \hat{y}(3) \quad u(4) \quad u(3)]\hat{\theta}.$$

O vetor $\hat{\mathbf{y}}$ resultante da iteração em k é a saída do processo de simulação livre e pode ser comparado com o vetor de dados \mathbf{y} para avaliar a qualidade do modelo. Quantitativamente, essa comparação pode ser realizada através do índice RMSE, reescrito para o contexto dinâmico como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2}{N}}. \quad (3.18)$$

3.6 Trabalhos Relacionados

3.6.1 Predição de Temperatura do Refrigerador Termoelétrico

Diferentes trabalhos identificaram modelos para prever a temperatura no interior da câmara termoelétrica e alguns deles são apresentados a seguir. Na maior parte dos estudos, o modelo obtido tem o objetivo de testar estratégias de controle do sistema.

Pereira, Costa e Braga (2019) propuseram um modelo da câmara termoelétrica utilizando a série de Volterra. A escolha da estrutura do modelo foi tratada como um problema de otimização multiobjetivo porque era necessário encontrar os polos ótimos que parametrizam a função ortonormal, além de encontrar uma estrutura mais simples, ou seja, aquela que apresente o menor número possível de funções na base ortonormal. Esse problema de otimização foi tratado por um algoritmo genético. O modelo de melhor desempenho apresentou 8 parâmetros e um MSE de 5.360.

Saifizi, Muin, Yaacob, Mohamad, Khairunizam e Nor (2013) investigaram a aplicação de técnicas de controle adaptativo sobre um refrigerador termoelétrico. Para isso foi identificado um modelo de segunda ordem utilizando o Estimador de Mínimos Quadrados Recursivo (RMQ). A validação dos procedimentos mostrou que o modelo identificado consegue representar bem o sistema em faixas estreitas de operação. Ao concluir, o autor afirma que a simplicidade do modelo facilitou o projeto do controlador.

Pereira, Vianna, Keles e Campos (2018) apresentaram a aplicação da transformação do produto tensorial para simplificação das leis de controle para a câmara termoelétrica. Os autores identificam um modelo *fuzzy* Takagi-Sugeno para estimar a temperatura no centro da câmara. O controlador obteve resultados satisfatórios, validando a qualidade do modelo identificado.

3.6.2 Identificação de Modelos de Blocos Interconectados

Como dito na seção 3.3.1, a não linearidade estática de um sistema em uma estrutura de blocos interconectados pode ser aproximada de diferentes maneiras. Os estudos a seguir mostram diferentes aplicações desse tipo de representação para sistemas não lineares.

Coelho (2002) apresenta as propriedades dos modelos de Hammerstein e de Wiener e discute duas abordagens para a obtenção do bloco estático não linear. A primeira é a utilização de modelos NARX previamente identificados e a segunda é estimar a função estática não linear a partir de dados dinâmicos do sistema. Os dois tipos de estruturas de blocos interconectados são utilizados para identificar modelos para um conversor CC-CC Buck e um aquecedor elétrico. A autora conclui que a primeira abordagem é eficiente desde que o sistema real a ser identificado não apresente multiplicidade da saída em estado estacionário. E que a segunda abordagem tem maior qualidade quanto maior for a faixa

de excursão dos dados dinâmicos.

Su e McAvoy (1993) propõem um modelo Hammerstein Neural no qual a não-linearidade estática é aproximada por uma rede MLP. Um procedimento de dois passos é utilizado para identificar a parte linear e a parte não linear separadamente. Para isso, dois conjuntos de dados foram necessários: um conjunto de dados de regime permanente e outro conjunto de dados do regime transitório.

A não linearidade estática pode ser aproximada também por um modelo *fuzzy*. Abonyi, Babuška, Botto, Szeifert e Nagy (2000) propõem dois métodos de identificação para um modelo Hammerstein Nebuloso, o primeiro estima o bloco estático e dinâmico simultaneamente utilizando o estimador de mínimos quadrados recursivo com restrições, o segundo é um algoritmo de otimização que refina a estimação de cada um dos blocos. Em (ABONYI, 2000) é proposto um modelo Wiener Nebuloso, com blocos identificados separadamente, para modelagem do pH em um gerador.

Um outra forma de aproximar a não linearidade por um modelo semi-paramétrico é utilizando *Support Vector Regression*. Su, Wang, Celler e Savkin (2007) utilizam essa abordagem, combinada com um modelo ARX, na construção de um modelo de Hammerstein para prever o consumo de oxigênio em humanos durante exercícios moderados numa esteira.

Tang, Li e Guan (2014) apresentam um modelo de Hammerstein com uma rede SLFN (*single-hidden layer feed-forward neural network*). Para identificar o modelo de blocos interconectados, os autores propõem uma generalização de um algoritmo de treinamento de redes neurais chamado ELM (*extreme learning machine*).

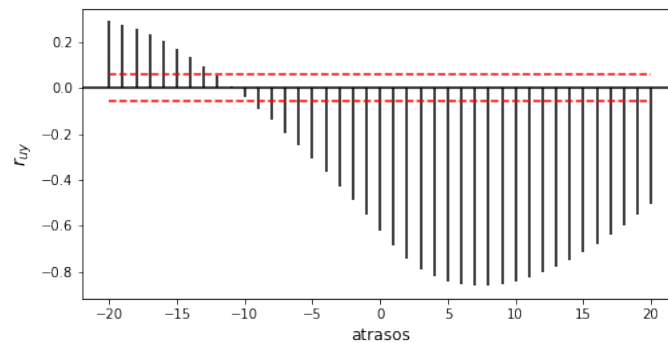
4 Identificação do modelo de Hammerstein

4.1 Metodologia

A metodologia apresentada nesta seção tem como objetivo identificar um modelo para estimar a temperatura no interior da câmara termoeletricamente controlada descrita no [Capítulo 2](#).

Como foi explicitado no [Capítulo 2](#) o sinal de entrada do modelo $u(k)$ é a tensão aplicada às ventoinhas e o sinal de saída $y(k)$ é a temperatura registrada pelo sensor interno central. A escolha desses sinais para a identificação tem pertinência justificada pela forte correlação linear entre essas variáveis, mostrada na [Figura 8](#). A relação de crescimento médio inverso identificado na figura também é coerente com o funcionamento do refrigerador: para diminuir a temperatura interna do sistema é necessário aumentar a tensão.

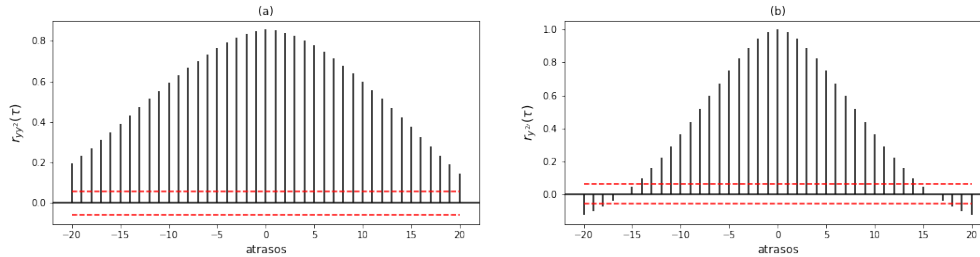
Figura 8 – Correlação linear entre a tensão $u(k)$ e a temperatura $y(k)$ na câmara termoeletrônica. As linhas tracejadas, em vermelho, indicam um intervalo de confiança de 95%



A escolha de uma estrutura não linear para representar o sistema é justificado pelos resultados da [Figura 9](#). Os valores significativos de Υ_{y^2} e Υ_{yy^2} evidenciam a presença de informação não linear nos dados.

A representação proposta para os modelos é a de blocos interconectados. Essa escolha é justificada sua pela sua difundida aplicação em contextos nos quais se deseja aproveitar o volume de dados estáticos ([SU; MCAVOY, 1993](#)). Além disso, como pode ser observado na curva estática levantada em laboratório, mostrada na [Figura 2](#), não existe multiplicidade da saída em estado estacionário, condição necessária para que a representação de blocos interconectados seja obtida ([COELHO, 2002](#)).

Figura 9 – Correlações não lineares da temperatura $y(k)$ na câmara termoelétrica. A figura (a) à esquerda apresenta $\Upsilon_{yy^2}(\tau)$ e a figura (b) à direita, $\Upsilon_{y^2'}(\tau)$. As linhas tracejadas, em vermelho, indicam um intervalo de confiança de 95%



A escolha específica pela representação de Hammerstein se deve pela liberdade de escolha para a função não linear estática. Os modelos de Wiener limitam a escolha de $f(\cdot)$ porque ela deve ser inversível (COELHO, 2002).

Finalmente, a metodologia para identificação do modelo Hammerstein Polinomial é descrita pelos seguintes passos:

- **Passo 1:** Coleta e formatação de dados do sistema.

Essa etapa foi descrita na Seção 2.2. O resultado foi a obtenção de dois conjuntos de dados: *i)* M pares de valores em estado estacionário do sinal de entrada \bar{u} e os M valores correspondentes da saída \bar{y} ; e *ii)* um conjunto de dados dinâmicos $u(k), y(k), K = 1, \dots, N$.

O conjunto *i* foi apresentado na Figura 2 e o conjunto *ii* foi apresentado na Figura 3.

- **Passo 2:** Determinar a relação estática não linear entre as medições \bar{y} e as entradas estáticas \bar{u} .

Utilizando os dados da Figura 2 será ajustado um polinômio $f(\cdot)$ para estimar o ganho não linear do sistema. Os parâmetros de $f(\cdot)$ serão obtidos via MQ e a ordem do polinômio será avaliada de acordo com o ganho em relação ao R^2 .

Ao final desta etapa, será definida a seguinte relação:

$$\bar{y} = f(\bar{u}) \quad (4.1)$$

- **Passo 3:** Estimar o sinal intermediário $v(k)$, a partir da função $f(\cdot)$, usando os sinais de entrada e de saída do bloco estático não linear.

Para o modelo de Hammerstein, o mapeamento entre a entrada do bloco estático \bar{u} e a saída do bloco estático \bar{v} é:

$$v = f(u) \quad (4.2)$$

- **Passo 4:** Identificar um modelo dinâmico linear a partir da entrada e de saída do bloco dinâmico.

Nessa etapa, a estrutura do modelo será escolhida utilizando a informação AIC (subseção 3.3.2). Os parâmetros serão estimados em batelada via mínimos quadrados (seção 3.4). E a validação da estrutura será feita a partir da análise dos resíduos (subseção 3.5.1).

- **Passo 5:** Validar os modelos.

Utilizando o conjunto de dados de validação, a qualidade do modelo de blocos interconectados será avaliada de acordo com os procedimentos descritos na subseção 3.5.3.

Além disso, o modelo de Hammerstein obtido será comparado à um modelo ARX e um modelo NARMAX.

4.2 Determinação do bloco estático não linear

A partir dos dados da Figura 2 foram testados polinômios de diferentes ordens a fim de obter a função estática não linear $f(\cdot)$ para o modelo de Hammerstein. Os coeficientes destes polinômios foram estimados via MQ e os valores de R^2 (Equação 3.13), que comparam as estimativas dos candidatos com os dados medidos do sistema em regime permanente, são apresentados na Tabela 1.

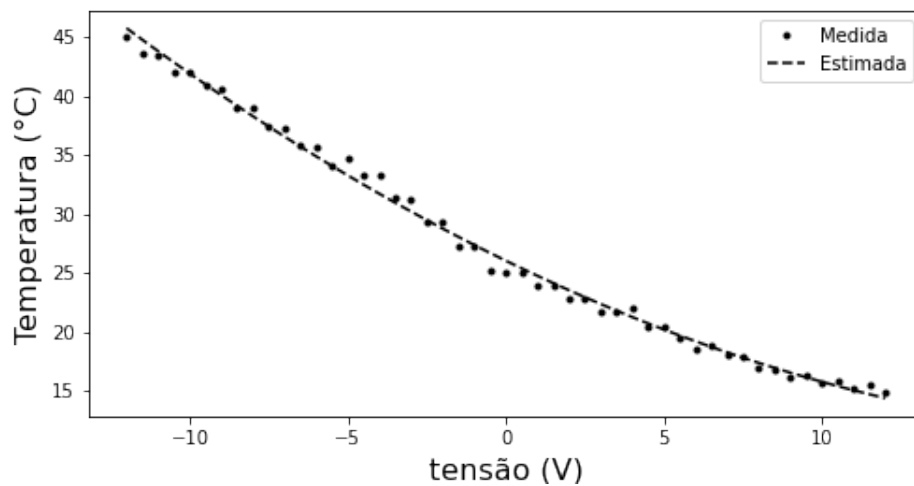
A partir da inspeção visual dos dados de regime permanente, percebe-se que o comportamento em estado estacionário se assemelha ao braço de uma parábola e, por isso, os testes partiram de um polinômio de ordem 2. De fato, o resultado da Tabela 1 mostra que um polinômio com essa ordem estima valores bem próximos das medições. Além disso, o aumento da ordem não traz melhoras significativas de desempenho. Portanto, a função $f(\cdot)$ a ser utilizada pelo modelo de Hammerstein terá ordem 2 e a relação 4.1 pode ser escrita como:

$$\bar{y} = 0,028\bar{u}^2 - 1,31\bar{u} + 26,015. \quad (4.3)$$

A curva estimada por $f(\cdot)$, em comparação com os dados coletados, é mostrada na Figura 10.

Tabela 1 – Coeficiente de determinação para candidatos à função $f(\cdot)$

Ordem	R^2
2	0,99540
3	0,99692
4	0,99722
5	0,99723
6	0,99766
7	0,99766
8	0,99799
9	0,99802
10	0,9983

Figura 10 – Dados estáticos e curva estimada com a função $f(\cdot)$ de ordem 2

O sinal intermediário $v(k)$ pode, então, ser obtido combinando a [Equação 4.2](#) com $f(\cdot)$. Resultando na seguinte transformação:

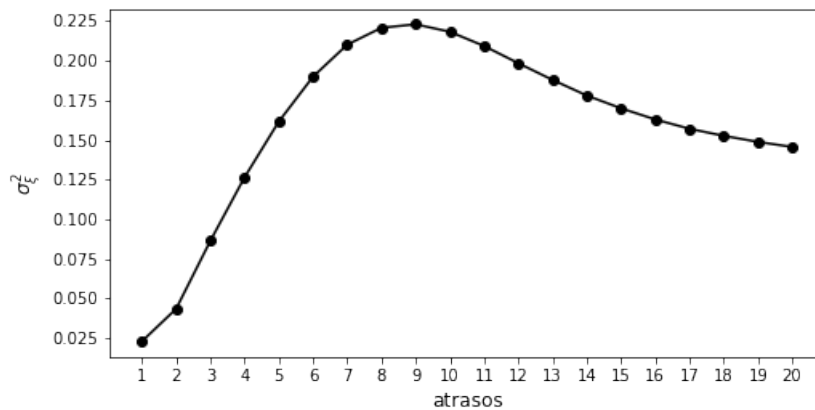
$$v(k) = 0,028u(k)^2 - 1,31u(k) + 26,015. \quad (4.4)$$

4.3 Determinação do bloco dinâmico linear

Para estimar um modelo para o bloco dinâmico, inicialmente foram removidos os *offsets* dos sinais da Figura 3, esses valores são 5,70 V para $u(k)$ e 23,56° C para $y(k)$. Além disso, os dados dinâmicos foram divididos em um conjunto de estimação, contendo 70% das amostras, e um conjunto de validação, contendo 30% das amostras.

Em seguida foi realizado um teste para identificar se existe atraso puro de tempo nos dados. Para isso foram utilizadas estruturas do tipo $y(k) = [y(k-1) \ u(k-\tau)]\theta$ com o atraso $\tau = 1, \dots, 20$. Utilizando o estimador MQ foram estimados os parâmetros dessas estruturas e armazenados os resíduos (ξ). A Figura 11 mostra que não há mudanças bruscas na variância de ξ com o aumento de τ . Portanto, não há atraso puro de tempo nos dados.

Figura 11 – Variância de ξ obtidas no teste de detecção de atraso puro de tempo



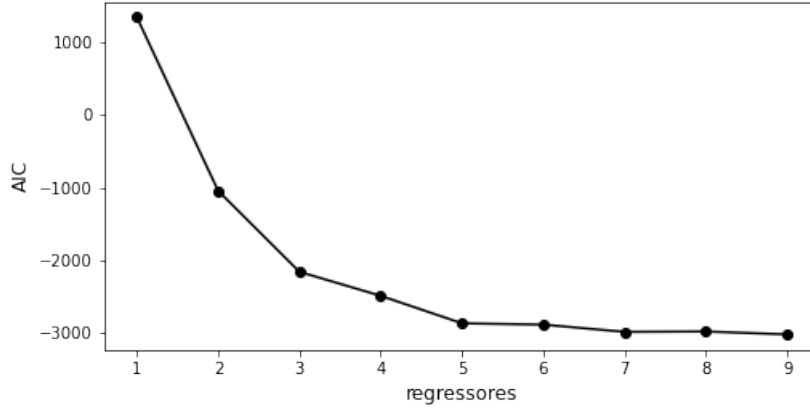
A fim de escolher os regressores para compor a estrutura do modelo dinâmico foi calculado o AIC para alguns candidatos. Partindo da estrutura inicial $y(k) = [y(k-1) \ v(k-1)]\theta$, foram incluídos novos regressores de $y(k)$ e $v(k)$ sempre na seguinte ordem: primeiro um regressor da saída e depois um regressor do sinal intermediário. A Figura 12 mostra que não há redução significativa no índice após a inclusão do sétimo regressor, $v(k-4)$.

Portanto, a avaliação das figuras 11 e 12 resultou na escolha da seguinte estrutura:

$$y(k) = [y(k-1)v(k-1)y(k-2)v(k-2)y(k-3)v(k-3)y(k-4)v(k-4)]\theta. \quad (4.5)$$

Os parâmetros de 4.5 foram obtidos com o estimador MQ utilizando o conjunto de dados de estimação. O parâmetro encontrado para o regressor $v(k-2)$ foi muito pequeno em relação aos demais: 1×10^3 , por isso esse termo foi removido. O bloco dinâmico é,

Figura 12 – Critério de informação de Akaike para a inclusão de regressores de $y(k)$ e $v(k)$ na estrutura do modelo dinâmico.



então, composto por um modelo afim, que tem estrutura igual a um modelo ARX, a menos do termo constante:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 1,4555y(k-1) - 0,3007y(k-2) - 0,1668y(k-3) \\
 & -0,0064y(k-4) + 0,0366v(k-1) - 0,0145v(k-3) \\
 & -0,0085v(k-4) - 0,4061.
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

4.4 Validação e Discussão dos Resultados

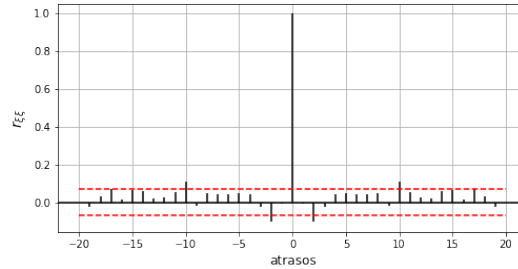
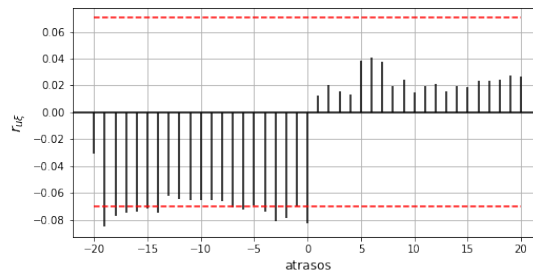
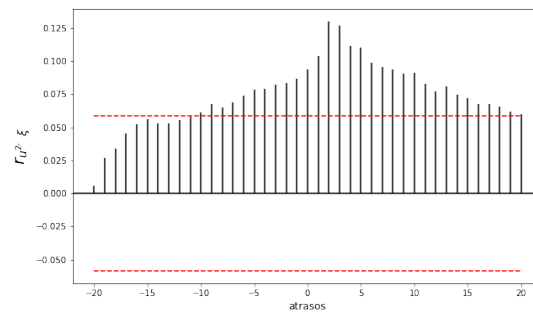
O modelo de Hammerstein identificado é, então, a composição da [Equação 4.4](#) e [Equação 4.6](#).

A [Figura 13](#) mostra alguns testes realizados para validar o modelo. Os valores de $\Upsilon_{\xi\xi}$ na [Figura 13a](#) se aproximam à autocorrelação de um ruído branco, indicando que o modelo foi capaz de aprender praticamente toda a informação linear presente nos dados. Os valores de $\Upsilon_{u\xi}$ em [Figura 13b](#) indicam que o modelo não apresenta dependência linear do sinal de entrada.

Entretanto, de acordo com a [Figura 13c](#) existe uma dependência não linear entre os resíduos e a entrada. A fim de investigar a origem dessa correlação, $\Upsilon_{u^2\xi}$ foi reavaliado para modelos NARMAX polinomiais de ordens 2, 3 e 4 e grau de não linearidade $l = 2$. Observou-se que $\Upsilon_{u^2\xi} \approx 0$ para as estruturas que continham os regressores $u(k-1)^2$ e $u(k-4)^2$. Essa não linearidade dinâmica não pode ser reproduzida em modelos de Hammerstein, porque essa representação modela somente a não linearidade estática presente nos dados.

Apesar dessa limitação, a [Figura 14](#) mostra que o modelo de Hammerstein identificado possui uma ótima capacidade preditiva. Os valores de $\hat{y}(k)$ foram obtidos via

Figura 13 – Correlações relacionadas ao modelo afim estimado para o bloco dinâmico linear. As figuras (a) e (b) apresentam correlações lineares e a figura (c) uma correlação não linear. As linhas tracejadas indicam um intervalo de confiança de 95%

(a) $\Upsilon_{\xi\xi}$ (b) $\Upsilon_{u\xi}$ (c) $\Upsilon_{u^{2'}\xi}$

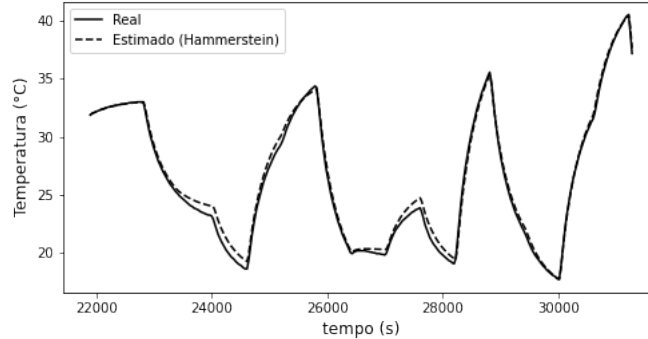
simulação livre utilizando o conjunto de dados de validação.

Para comparar a capacidade preditiva do modelo de Hammerstein, outros dois foram identificados. Um ARX de ordem 2, cuja saída $y(k)$ é descrita como:

$$\begin{aligned} y(k) = & 1,628y(k-1) - 0,654y(k-2) \\ & - 0,057u(k-1) + 0,029u(k-2) - 0,049; \end{aligned} \quad (4.7)$$

e um modelo NARMAX de ordem e grau de não linearidade iguais às do modelo

Figura 14 – Simulação livre do modelo de Hammerstein identificado ($\hat{y}(k)$) em comparação com $y(k)$ do conjunto de dados de validação.



de Hammerstein ($ordem = 2$ e $l = 2$), cuja saída $y(k)$ é

$$y(k) = 1,342y(k-1) - 0,388y(k-2) - 0,053u(k-1) + 0,016u(k-2) + 0,0006u(k-1)^2 + 0,0009u(k-2)^2 - 0,127. \quad (4.8)$$

A escolha da estrutura do modelo NARMAX partiu da ordenação decrescente dos regressores candidatos baseado na taxa de redução de erro (ERR) utilizando bases ortonormais geradas por decomposição QR (KORENBERG, 1988). Uma vez ordenados, os candidatos foram escolhidos com base no critério AIC.

As simulações livres de 4.7 e 4.8 são mostradas na Figura 15.

As figuras 14, 15a e 15b evidenciam a melhor capacidade de predição das representações não lineares. A aproximação do sistema por um modelo linear teve dificuldades de acompanhar as medições nos picos.

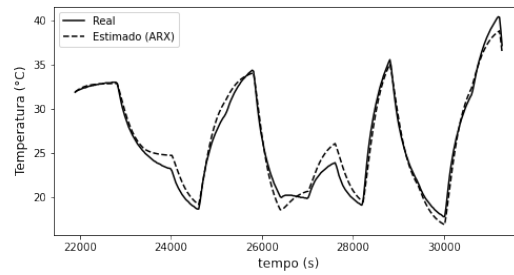
Outra observação a ser feita a partir da Figura 14 é que apesar da câmara termoeétrica possuir uma não linearidade dinâmica, como discutido nos testes relacionados à Figura 13c, a identificação do ganho estático não linear é suficiente para ter uma simulação livre de qualidade

A Tabela 2 mostra que o modelo de Hammerstein tem o menor índice RMSE e, portanto, consegue estimar melhor a temperatura no interior da câmara termoeétrica.

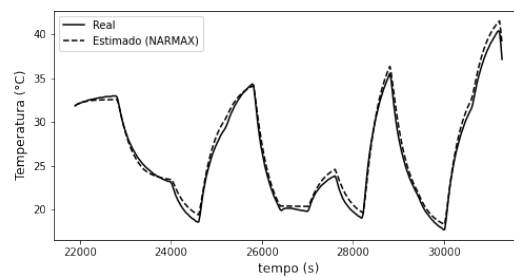
A superioridade em relação à representação linear se deve à capacidade da estrutura de representar a não linearidade do sistema em regime permanente. A Figura 16b mostra que o comportamento do modelo ARX em regime permanente não aproxima bem a característica estática do sistema.

A superioridade em relação à representação NARMAX se deve à utilização de informação auxiliar na construção do modelo. A Figura 16c mostra que o modelo NARMAX

Figura 15 – Simulação livre dos modelos ARX e NARMAX identificados em comparação com $y(k)$ do conjunto de dados de validação.



(a)



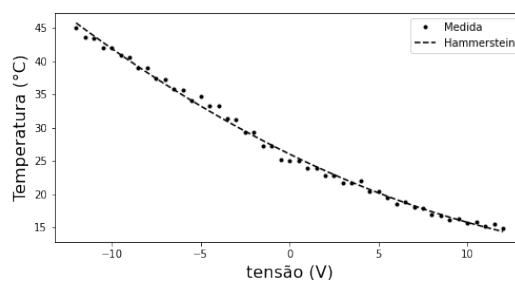
(b)

Tabela 2 – Comparação entre os índices RMSE para a simulação livre dos modelos identificados

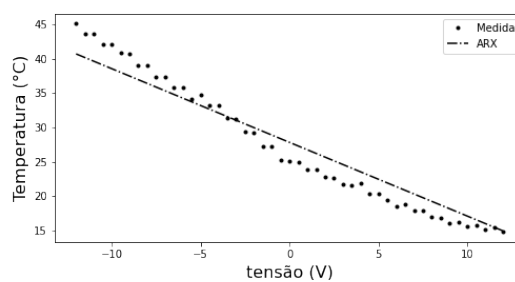
Modelo	RMSE
ARX	0,9484
NARMAX	0,6558
Hammerstein	0,4681

conseguiu aproximar bem o ganho não linear do sistema, mas não tão bem quanto a função $f(\cdot)$ (Figura 16a), que foi construída a partir da curva estática da câmara e compõe o modelo de Hammerstein.

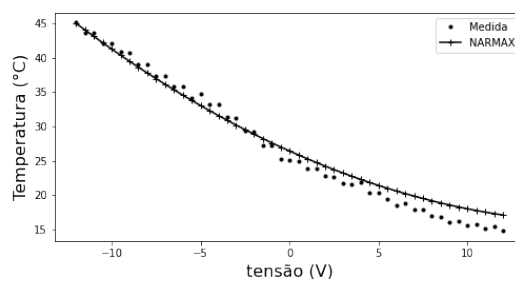
Figura 16 – Comportamento em regime permanente da câmara termoelétrica em comparação com os modelos identificados.



(a)



(b)



(c)

5 Conclusão

Esse trabalho apresentou o uso das representações de Hammerstein na identificação de um modelo para uma câmara termoelétrica. O bloco estático não linear foi composto por um polinômio de ordem 2, obtido a partir da curva estática do sistema levantada em laboratório. O bloco dinâmico foi composto por um modelo afim. O modelo identificado apresentou uma ótima capacidade de predição da temperatura interna da câmara e seu comportamento em regime permanente é próximo ao do sistema, por construção.

O modelo identificado não conseguiu representar completamente a não linearidade nos dados. O que era esperado, visto que a representação de Hammerstein é capaz de modelar somente a não linearidade estática. Apesar disso, o baixo índice RMSE na simulação livre indica que, para a câmara termoelétrica, o impacto da não linearidade dinâmica não é significativo, ao menos para a faixa de operação em que os testes foram executados.

A comparação com um modelo ARX evidenciou que uma representação não linear é a mais adequada para aproximar o comportamento do sistema. Além disso, a comparação com um modelo NARMAX permitiu concluir que a utilização de informações adicionais melhora a qualidade de predição do modelo.

Para trabalhos futuros, alguns aspectos que podem ser explorados são:

- estender a metodologia para utilizar métodos não paramétricos na obtenção da curva estática;
- projetos de controladores para a caixa termoelétrica utilizando o modelo de Hammerstein identificado;
- Identificação de modelos utilizando representações capazes de aproximar o comportamento dinâmico não linear do sistema.

Referências

- ABONYI, J.; BABUŠKA, R.; BOTTO, M. A.; SZEIFERT, F.; NAGY, L. Identification and control of nonlinear systems using fuzzy hammerstein models. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 39, n. 11, p. 4302–4314, 2000.
- ABONYI, J.; NAGY, L.; SZEIFERT, F. Hybrid fuzzy convolution modelling and identification of chemical process systems. *International Journal of Systems Science*, Taylor & Francis, v. 31, n. 4, p. 457–466, 2000.
- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais*. [S.l.]: Editora UFMG, 2004.
- AKAIKE, H. *A new look at the statistical model identification*. *IEEE transactions on Automatic Control*, 19, 716–723. 1974.
- COELHO, M. *Modelos de Hammerstein e de Wiener: conexões com modelos NARX e sua aplicação em identificação de sistemas não lineares*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2002.
- COELHO, M.; AGUIRRE, L.; CORREA, M. Metodologia para representação de modelos NARX polinomiais na forma de Hammerstein e Wiener. *TEMA-Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 3, n. 1, p. 71–80, 2002.
- KORENBERG, M.; BILLINGS, S. A.; LIU, Y.; MCILROY, P. Orthogonal parameter estimation algorithm for non-linear stochastic systems. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 48, n. 1, p. 193–210, 1988.
- LEONTARITIS, I.; BILLINGS, S. A. Input-output parametric models for non-linear systems part i: deterministic non-linear systems; input-output parametric models for non-linear systems part ii: stochastic non-linear systems. *International journal of control*, Taylor & Francis, v. 41, n. 2, p. 303–344, 1985.
- LJUNG, L. System identification toolbox. *The Matlab user's guide*, 1988.
- LOPES, V. d. P.; SANTOS, J. R. dos; BASTOS, R. F.; CAMPOS, V. C. d. S. Controle preditivo explícito aplicado a uma câmara termoeletricamente controlada. In: *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*. [S.l.: s.n.], 2019. v. 1, n. 1.
- OPPENHEIM, A. V. *Sinais e sistemas*. [S.l.]: Prentice-Hall, 2010.
- PEDREGOSA, F.; VAROQUAUX, G.; GRAMFORT, A.; MICHEL, V.; THIRION, B.; GRISEL, O.; BLONDEL, M.; PRETTENHOFER, P.; WEISS, R.; DUBOURG, V.; VANDERPLAS, J.; PASSOS, A.; COURNAPEAU, D.; BRUCHER, M.; PERROT, M.; DUCHESNAY, E. Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, v. 12, p. 2825–2830, 2011.
- PEREIRA, A. M. F.; COSTA, V. C.; BRAGA, M. F. Identificação de sistemas empregando técnica de otimização multiobjetivo para seleção de estrutura e parâmetros de modelo do tipo FBO-Volterra aplicada a modelagem de uma câmara termoeletrica. 2019.

- PEREIRA, A. M. F.; VIANNA, L. M. S.; KELES, N. A.; CAMPOS, V. C. da S. Tensor product model transformation simplification of takagi-sugeno control and estimation laws—an application to a thermoelectric controlled chamber. *Acta Polytechnica Hungarica*, v. 15, n. 3, p. 13–29, 2018.
- RIFFAT, S.; OMER, S.; MA, X. A novel thermoelectric refrigeration system employing heat pipes and a phase change material: an experimental investigation. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 23, n. 2, p. 313–323, 2001.
- SAIFIZI, M.; MUIN, M. A.; YAACOB, S.; MOHAMAD, M.; KHAIRUNIZAM, W.; NOR, R. M. Modelling and design adaptive control for thermoelectric refrigerator system. *International Journal of Mechanical Mechatronics Engineering*, v. 13, n. 5, p. 29–34, 2013.
- SANTOS, J. E. S. D. *Controle preditivo não linear para sistemas de Hammerstein*. Tese (Doutorado), 2007.
- SEABOLD, S.; PERKTOLD, J. statsmodels: Econometric and statistical modeling with python. In: *9th Python in Science Conference*. [S.l.: s.n.], 2010.
- SU, H. T.; MCAVOY, T. J. Integration of multilayer perceptron networks and linear dynamic models: a Hammerstein modeling approach. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 32, n. 9, p. 1927–1936, 1993.
- SU, S. W.; WANG, L.; CELLER, B. G.; SAVKIN, A. V. Oxygen uptake estimation in humans during exercise using a Hammerstein model. *Annals of biomedical engineering*, Springer, v. 35, n. 11, p. 1898–1906, 2007.
- TANG, Y.; LI, Z.; GUAN, X. Identification of nonlinear system using extreme learning machine based Hammerstein model. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Elsevier, v. 19, n. 9, p. 3171–3183, 2014.
- YERRAMILI, S.; MOUDGALYA, K. M.; TANGIRALA, A. K. Sysid: An open-source library for system identification. In: IEEE. *2017 Indian Control Conference (ICC)*. [S.l.], 2017. p. 53–58.
- ZHANG, S. N. *Thermoelectric Cooler Based Temperature Controlled Environment Chamber Design for Application in Optical Systems*. Tese (Doutorado) — Virginia Tech, 2013.