

MÓDULOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE ANÁLISE E CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS

NATÁLIA A. KELES*, MARINA A. SILVA*, VÍCTOR C. S. CAMPOS*, MÁRCIO F. BRAGA*

**Departamento de Engenharia Elétrica, Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, 35931-008, João Monlevade, MG, Brasil.*

Emails: natalia.augusto.keles@hotmail.com, marina.alvarenga93@hotmail.com, kozttah@gmail.com, mfbraga@deelt.ufop.br

Abstract— This article presents the design and development of an experimental dynamic, uncertain and low cost teaching module, directed to dynamic system modeling and control disciplines. The proposed model is easy to use, it has wide applicability and can be useful to understand various concepts such as stability, linearity, non minimum phase and minimum phase systems, time and frequency domain approaches, among others. In addition, the module enables electrical and control engineering students to perform the state space modeling of a low cost system with different state and output configurations. In advanced levels, it also allows them to design controllers for the module to operate independently of the system having a stable or unstable behavior.

Keywords— Dynamic uncertain module, control theory, education in control theory

Resumo— Este artigo apresenta a elaboração e desenvolvimento de um módulo didático experimental, dinâmico, incerto e de baixo custo, direcionado às disciplinas de modelagem e controle de sistemas dinâmicos. O modelo proposto é de fácil uso e com vasta aplicabilidade, podendo ser utilizado para compreender diversos conceitos, como estabilidade, linearidade, sistemas de fase não mínima e de fase mínima, abordagens nos domínios do tempo e da frequência, entre outros. Além disso, o módulo possibilita aos alunos dos cursos de Engenharia Elétrica e de Controle e Automação realizar a modelagem em espaço de estados de um sistema de baixo custo e com diferentes configurações de estados e saídas. Em níveis mais avançados, também lhes permite projetar controladores para o módulo que funcionem independentemente do comportamento escolhido para o sistema, isto é, estável ou instável.

Palavras-chave— Módulo dinâmico incerto, teoria de controle, educação em teoria de controle

1 Introdução

Nas disciplinas de modelagem e controle, as simulações realizadas em *softwares* de programação são comumente utilizadas como a ferramenta principal (ou única) de aplicação dos conceitos aprendidos. No entanto, é notável o grande potencial e a necessidade da realização de atividades práticas, pois elas, além de prover uma consolidação teórica, aproximam o aluno das dificuldades presentes nas execuções dos projetos no plano não ideal.

Tal necessidade pode ser vista pelo número de trabalhos focados em desenvolver módulos e plataformas didáticas para o ensino de Sistemas Dinâmicos e Engenharia de Controle encontrados na literatura. Por exemplo, em Pereira et al. (2014) é apresentada uma plataforma para o estudo de sistemas não lineares/caóticos baseada no circuito de Chua; em Moreira et al. (2014) é apresentada uma plataforma didática baseada em sistemas embarcados (controle e aquisição de dados) e programas em *desktop* (visualização de dados e configuração dos parâmetros de controle); em Ballet et al. (2014) é apresentada uma plataforma de controle baseada em estratégia *Hardware In the Loop* (HIL) utilizando sistemas embarcados (Arduino) para realizar o controle e simulação de um quadrirrotor no Matlab/Simulink; em Pelz et al. (2014) é apresentado o desenvolvimento de um sistema de controle multivariável (sistema de dois

tanques acoplados). Note que, apesar de vários outros trabalhos apresentarem o desenvolvimento de módulos didáticos para o ensino de controle, poucos deles apresentam módulos de baixo custo voltados para o ensino de modelagem e controle em espaço de estados (além de permitir a prática das teorias de controle robusto).

Portanto, observada a necessidade de um material que aproxime a teoria e a prática, esse trabalho tem como objetivo central desenvolver um módulo didático para abordar, aplicar e confirmar alguns pontos específicos da área de controle. Auxiliando o aluno a compreender melhor o processo de modelagem, simulação, síntese de controladores, e aprender a conduzir um projeto de acordo com as aplicações e desempenhos solicitados.

Visto os sistemas elétricos que em sua composição possuem apenas elementos passivos (resistores, capacitores e indutores) são sempre estáveis ou marginalmente estáveis (Malvino, 2007), utilizaram-se conhecimentos de controle e eletrônica para a criação de um módulo, utilizando elementos ativos (amplificadores operacionais — amp-ops), capazes de levar o sistema à instabilidade dependendo dos parâmetros adotados.

O módulo projetado também possibilita aos alunos estudarem e aplicarem diversos conceitos que a realimentação negativa proporciona (Ogata, 2003; Dorf e Bishop, 2011; Nise, 2011) como a redução de sensibilidade aos parâmetros da planta e a perturbações na saída; controle da largura de

banda do sistema; estabilização de sistemas instáveis; e controle da resposta temporal do sistema.

Com o uso do módulo, os alunos também poderão perceber a diferença entre técnicas de controle no domínio da frequência (normalmente trabalhando com a realimentação da saída do sistema e representação em função de transferência) e as técnicas de controle no domínio do tempo (sendo abordado, para este caso, a facilidade em trabalhar com a realimentação de estados e a representação em espaço de estados).

Devido à sua configuração, o módulo também pode ser utilizado para apresentar parâmetros incertos. Sistemas sujeitos a incertezas são frequentes na natureza e tem sido amplamente estudados na literatura (Boyd et al., 1994; Leite e Peres, 2003; Braga et al., 2014). As incertezas ocorrem devido a variações de parâmetros, perturbações externas, presença de ruídos, dinâmicas não modeladas, imprecisão nos sensores e atuadores (Ackermann, 1993), o que torna necessário levá-las em consideração na análise e projeto de controladores. Como os equipamentos presentes nos laboratórios da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) não contemplam essa classe de sistemas dinâmicos, o módulo também permitirá aos alunos aprofundarem o seu conhecimento em sistemas incertos, perceber como as incertezas afetam o comportamento do sistema controlado e como projetar controladores para a classe de sistemas incertos.

2 Objetivo

O objetivo principal deste trabalho é a elaboração e o desenvolvimento de um módulo dinâmico sujeito a incertezas, que fundamente conceitos de modelagem e controle, abordagens no domínio do tempo e da frequência, e que possibilite a observação do comportamento do sistema em tempo real. Além disso, apresentam-se os resultados obtidos a partir da síntese de controladores, sendo exposta a metodologia que pode ser utilizada como uma possível sugestão de um roteiro prático. Portanto, espera-se que o módulo forneça aos alunos a oportunidade de modelar um sistema real em espaço de estados e monitorar as respectivas variáveis de estado, aspectos muito utilizados nas disciplinas que envolvem modelagem. E para casos mais avançados, como em disciplinas de controle, possibilitar o projeto de diferentes tipos de controladores.

3 Composição da Planta

Neste trabalho, optou-se por utilizar a modelagem em espaço de estados, devido à simplicidade que esse modelo oferece para trabalhar com múltiplas entradas e saídas e ainda permitir que os alunos visualizem o comportamento interno do sistema, bem como o da entrada e da saída. Em

relação às técnicas computacionais para a solução das equações e projetos de controladores, essa abordagem apresenta, em muitos casos, menor dificuldade.

Na Figura 1, está disposto o circuito da planta contendo os três estados e a identificação de cada parte do sistema.

O modelo total do circuito expresso em espaço de estado é definido como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{R_3}{RC_1(R_2+R_3)} \\ \frac{R_3}{R_7C_2(R_2+R_3)} \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad (1)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 + \frac{R_{13}}{R_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + [0] u, \quad (2)$$

em que

$$A = \begin{bmatrix} \frac{R_3-R_2}{RC_1(R_2+R_3)} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_7C_2} \left(\frac{2R_2}{R_2+R_3} \right) & \frac{-1}{R_7C_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_{11}C_3} \left(1 + \frac{R_9}{R_8} \right) & \frac{-1}{R_{11}C_3} \end{bmatrix}.$$

Portanto o sistema apresenta um circuito subtrator, um circuito inversor, um filtro passa-tudo, com um estado interno (tensão no capacitor $C_1 - x_1$), e dois filtros passa-baixas de primeira ordem ligados em cascata com outros dois estados (tensão no capacitor $C_2 - x_2$ e tensão no capacitor $C_3 - x_3$). Destaca-se que os resistores R_2 , R_3 e R_9 são potenciômetros que, por poderem ser ajustados, representam as incertezas presentes no sistema.

O circuito montado conforme a Figura 1 faz com que ele tenha características interessantes tais como: fase não mínima e possível instabilidade (de acordo com os valores escolhidos para os potenciômetros R_2 e R_3). Além disso, a estratégia de usar dois filtros passa-baixas de primeira ordem ligados em cascata foi adotada para facilitar o monitoramento dos estados presente neles.

O potenciômetro R_9 , diferentemente dos potenciômetros R_2 e R_3 , não influencia na estabilidade do sistema. Ele é responsável por variar o ganho do sistema.

3.1 Análise do circuito

De posse da modelagem do circuito, pode-se analisar o comportamento do sistema de acordo com as incertezas R_2 , R_3 e R_9 . Devido à realimentação do circuito da Figura 1, os valores das resistências R_2 e R_3 interferem na estabilidade do sistema. Para facilitar a análise do comportamento do sistema, e definindo-se $\lambda = R_3/R_2$, pode-se escrever a função de transferência da planta principal como

$$\frac{Y_1(s)}{V_i(s)} = \frac{\lambda}{\lambda + 1} \frac{RC_1s + 1}{RC_1s + \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}}. \quad (3)$$

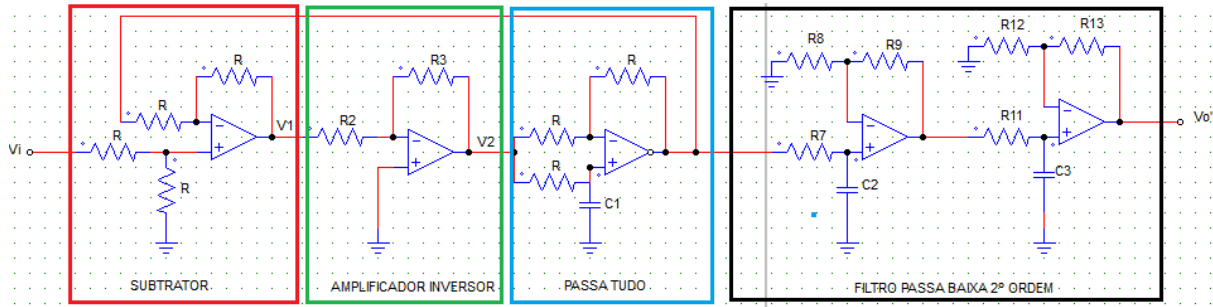


Figura 1: Configuração do circuito: Subtrator (vermelho), Amplificador Inversor (verde), Passa-tudo (azul) e Filtro Passa-baixa (preto) .

Uma forma de se analisar o comportamento do sistema para diferentes valores de λ é por meio do lugar das raízes. Note que a equação característica da planta principal pode ser reescrita como

$$\left(s - \frac{1}{RC_1}\right) + \lambda \left(s + \frac{1}{RC_1}\right), \quad (4)$$

e o lugar das raízes é dado na Figura 2. Note que o sistema é estável para $\lambda < 1$ ($R_3 < R_2$) e instável para $\lambda > 1$ ($R_3 > R_2$).

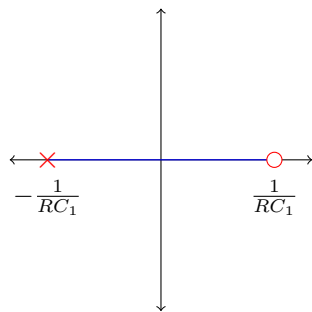


Figura 2: Lugar das raízes para a função de transferência apresentada na equação (3) considerando a variação do parâmetro λ , em que \times e \circ representam, respectivamente, o polo e o zero do sistema. O ponto de cruzamento do eixo imaginário é $\lambda = 1$ ($R_3 = R_2$), logo o sistema é estável para $\lambda < 1$ ($R_3 < R_2$) e instável para $\lambda > 1$ ($R_3 > R_2$).

4 Testes experimentais

Para a validação do modelo, alguns resultados experimentais obtidos utilizando o módulo finalizado são apresentados nesta seção. Para realizar os testes de bancada foram utilizados uma fonte simétrica ajustada em $\pm 15 V$, um gerador de funções e um osciloscópio, como disposto na Figura 3.

4.1 Testes a vazio

O primeiro teste se deu somente observando o comportamento do sistema sem aplicar um sinal na entrada e variando o valor de resistência dos

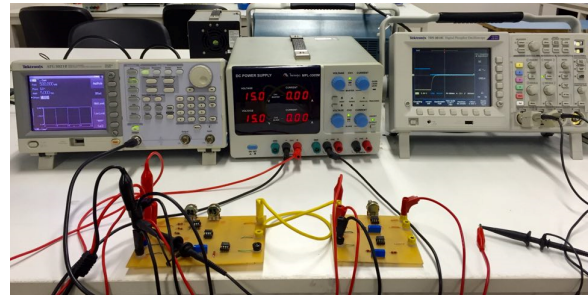


Figura 3: Testes de bancada.

potenciômetros R_2 e R_3 (Figura 1). Com as combinações de valores foi possível observar o sistema transitando da estabilidade para a instabilidade (Figura 4). Como explicado na Seção 3.1, se R_3 possuir um valor maior de resistência do que R_2 , o sistema se torna instável.

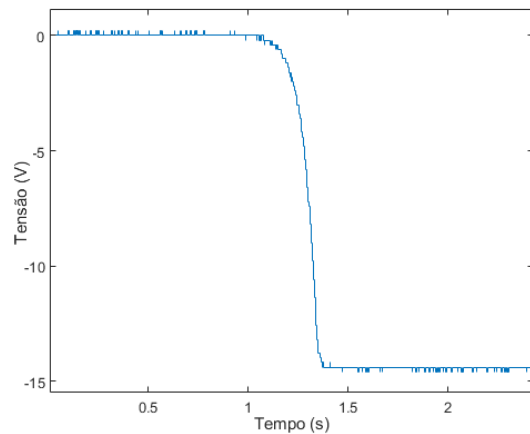


Figura 4: Teste para o sistema autônomo (sem entrada aplicada).

Observe, pela Figura 4, que o sistema é estável no tempo zero, e em aproximadamente 1 segundo ocorre a mudança do comportamento, devido aos ajustes feitos nos potenciômetros. A saída começa a decrescer até atingir a saturação do sistema em aproximadamente $-15 V$. É válido destacar que o módulo proposto é limitado pelos valores de alimentação dos amplificadores operacionais e que o

sistema possui ganho negativo. Se o sistema fosse ideal, a saída decairia ilimitadamente.

Em sistemas ideais não são considerados ruídos, portanto para o caso sem entrada, o sistema deveria apresentar uma resposta nula, pois estaria em equilíbrio. Mas, como o módulo é construído fisicamente, os sinais existentes na planta, assim como os dados coletados, estão sujeitos a diversas interferências, sendo esta uma característica interessante a se destacar em aulas práticas diferenciando o trabalho em um sistema ideal e em um sistema real.

Deste modo, a resposta do circuito se altera em consequência da presença de perturbações, que são agravadas devido à realimentação, pois ela transporta esse ruído para a entrada e essas pequenas variações são interpretadas como pequenos sinais de entrada. Com o sistema configurado para atingir a instabilidade, a mínima variação nos terminais de entrada faz com que a saída decresça até o valor da saturação, aproximadamente -15 V . Confirmando o conceito de sistema instável. Segundo Lathi (2009), um sistema é dito BIBO (do inglês *bounded input/ bounded output*) estável (estabilidade entrada/saída) quando, para toda entrada limitada, o sistema exibe uma saída limitada. Caso a saída seja ilimitada para alguma entrada, o sistema é dito BIBO instável. Note que esse conceito é observado, no teste, uma vez que uma entrada limitada gerou uma saída ilimitada (Vide Figura 4).

4.2 Testes com sinal de entrada

Para o teste com entrada, foi utilizado o gerador de função a fim de fornecer uma onda quadrada de 5 V_{pp} como entrada do sistema. O sinal do gerador e a saída estão dispostos na Figura 5, por ela observa-se o sistema operando na região de estabilidade, no qual a saída acompanha a entrada com um ganho de $-1,5$. Em destaque está disposto a identificação da fase não mínima do circuito, que aparece devido ao zero do lado esquerdo do plano $j\omega$, causando um *undershoot* na resposta do sistema, essa característica acarreta uma maior dificuldade em controlar sistemas desse tipo.

5 Aplicações didáticas

O módulo apresentado visa auxiliar as aulas práticas de diversas disciplinas do curso de Engenharia Elétrica e de Controle e Automação, tais como: modelagem, sistemas de controle e matérias que envolvam técnicas de controle avançado.

Em modelagem, por muitas vezes é dado maior enfoque no modelo expresso apenas pela entrada e saída, visando abordar a modelagem em espaço de estados, que se mostra mais versátil quando comparada com a modelagem citada anteriormente. O módulo possui um circuito que

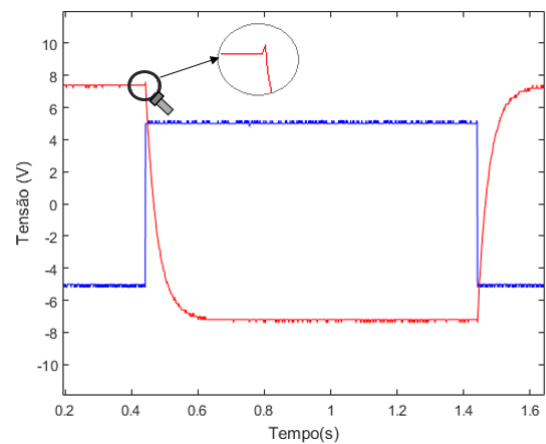


Figura 5: Teste com uma entrada aplicada (sinal de entrada em azul e sinal de saída em vermelho). Em destaque: identificação da fase não mínima do circuito, causando um *undershoot* na resposta do sistema.

possibilita a modelagem em espaço de estados com três estados que podem ser medidos na prática, existindo a possibilidade de aumentar o número de estados, caso desejado, com o acréscimo de outro módulo independente.

Para sistemas de controle, a planta pode ser utilizada com parâmetros fixos, ou seja, tratá-lo como resistores. Dessa maneira, técnicas de controle clássicos podem ser utilizadas para controlar a planta.

Por fim, o módulo pode ser utilizado para ensinar e aplicar técnicas de controle avançado. Dadas as incertezas do módulo (parâmetros que variam, representados pelos potenciômetros R_2 , R_3 e R_9), são necessárias técnicas de controle robusto, uma vez que as técnicas de controle clássico se tornam ineficientes para esses casos.

5.1 Técnicas de controle avançado aplicadas ao módulo

Nesta seção serão expostos modelos de controladores que foram aplicados à bancada didática reafirmando a utilidade que os módulos didáticos trazem em aulas práticas.

Para o projeto de controladores para o módulo incerto, além das teorias de estabilidade de Lyapunov, controle clássico e robusto, LMI (*Linear Matrix Inequality*) e sistemas politópicos (Boyd et al., 1994), também são necessários conhecimentos de *softwares* de simulação numérica, como o MATLAB, e de pacotes computacionais, tais como *SeDuMi* (Sturm, 1999) e *Yalmip* (Löfberg, 2004), os quais são utilizados neste trabalho para a construção e solução das LMIs. Além disso, para a realização das práticas é essencial o conhecimento em eletrônica e de algum *software* de simulação para validar os testes dos circuitos analógicos.

5.2 Controlador Estabilizante

Esse controlador tem o intuito de estabilizar um sistema instável. Deste modo, representa-se o modelo da planta, genericamente, por

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \quad (6)$$

em que as matrizes A , B , C e D são dadas por (1) e (2). Definindo a lei de controle como $u(t) = Kx(t)$, em que $u(t)$ é o sinal de controle, K é o controlador e $x(t)$ são os estados, então o sistema em malha fechada é dado por

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \quad (7)$$

$$y(t) = (C + DK)x(t). \quad (8)$$

Para a síntese do controlador utilizou-se o critério de estabilidade segundo Lyapunov, e escolheu-se uma função quadrática nos estados como candidata de Lyapunov, isto é, $V(x) = x^T Px$, em que $P = P^T > 0$. Escrevendo $K = XP$, a qual é utilizada para encontrar o controlador K e definindo $P^{-1} = Y$, com $Y > 0$, tem-se:

$$AY + YA^T + BX + X^T B^T < 0, \quad (9)$$

que é utilizada para encontrar o controlador K que estabiliza a planta (Boyd et al., 1994).

Encontrado o controlador e devidamente estruturado em série com o módulo, realiza-se o teste para verificar o comportamento da planta com a ação do controlador estabilizante, que se deu sem entrada aplicada, justamente para comparar com resultados obtidos anteriormente.

Como explicado anteriormente, o sistema é instável para uma configuração em que $R_3 > R_2$. Logo, condição inicial diferente de zero conduz o sistema para longe da origem do espaço de estados. Entretanto, a lei de controle encontrada estabiliza assintoticamente o sistema e, portanto, garante que, a partir de qualquer condição inicial, o sistema irá para zero. Na Figura 6, pode-se notar que a ação de controle satura em 15V no início da simulação, mas ainda é capaz de estabilizar o sistema.

5.3 Controlador por Modelo de Referência

Uma outra possibilidade é projetar um controlador para seguir referência. Neste caso, considera-se que o comportamento desejado para o sistema é descrito pelo modelo estável

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (10)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t) + D_m r(t), \quad (11)$$

e busca-se um controlador que minimize a norma \mathcal{H}_∞ da referência, $r(t)$, para o erro entre a saída do sistema e a saída desejada, $z(t) = y(t) - y_m(t)$.

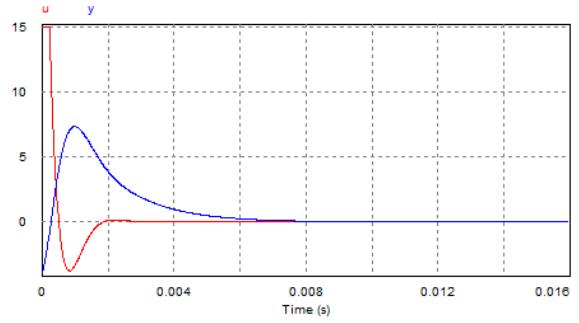


Figura 6: Saída do módulo em série com o controlador estabilizante (azul) e sinal de controle (vermelho) no teste a vazio (sem sinal de referência).

Uma forma de se encontrar esse controlador é definir o sistema aumentado

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{B}_r r(t) \quad (12)$$

$$z(t) = \bar{C}\bar{x}(t) + \bar{D}u(t) + \bar{D}_r r(t), \quad (13)$$

em que $\bar{x}(t) = [x(t) \quad x_m(t)]^T$, $\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_m \end{bmatrix}$, $\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{B}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ B_m \end{bmatrix}$, $\bar{C} = \begin{bmatrix} C & -C_m \end{bmatrix}$, $\bar{D} = D$ e $\bar{D}_r = -D_m$.

Dessa forma, basta encontrar uma lei de controle da forma $u(t) = \bar{K}\bar{x}(t)$ que minimize a norma \mathcal{H}_∞ de $r(t)$ para $z(t)$ do sistema aumentado. Uma estratégia para encontrar tal lei de controle é resolvendo as LMIs dadas pelo *Bounded Real Lemma* (Boyd et al., 1994)

$$\begin{bmatrix} X > 0, \\ \left(\begin{array}{ccc} \bar{A}X + X\bar{A}^T + \bar{B}Y + Y^T\bar{B}^T & \bar{B}_r & X\bar{C}^T + Y^T\bar{D}^T \\ * & -\gamma I & \bar{D}_r \\ * & * & -\gamma I \end{array} \right) < 0. \end{bmatrix}$$

Sabendo que $X = P^{-1}$ e $Y = \bar{K}P^{-1}$, é possível obter o controlador para seguir referência.

Inserindo o controlador à planta e definindo um sinal de referência, no caso uma senoide, é possível observar a ação do controlador como disposto na Figura 7.

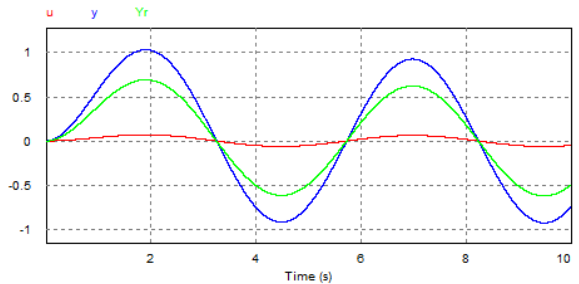


Figura 7: Saída do módulo em série com o controlador para seguir referência (azul), sinal de referência (verde) e sinal de controle (vermelho).

6 Conclusões

A construção em uma estrutura modular permite a fácil expansão do sistema, possibilitando que os alunos testem diferentes alternativas e topologias em tempo real, modificando apenas a configuração por meio dos potenciômetros e escolha das variáveis que desejam, o que ainda não existe nos laboratórios de controle da UFOP. A abordagem utilizada é de fácil uso e apresentou bons resultados nos testes realizados possibilitando assim ao aluno realizar desde práticas básicas para observar comportamentos, quanto desenvolver sistemas complexos para controlar a planta. Adicionalmente, a flexibilidade do sistema, aliada ao baixo custo e a um bom nível de detalhamento, torna o módulo apresentado uma alternativa viável e eficaz para o uso dos alunos nas disciplinas de modelagem e controle. A validade do sistema foi comprovada devido aos testes e aplicações práticas feitas em cima do módulo, cuja síntese dos controladores foi realizada para sistemas contínuos.

Como proposta futura, pretende-se aplicar outros tipos de controladores existentes, além de utilizar estratégias de controle digital para estabilizar o sistema.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal Ouro Preto (UFOP) pelo financiamento e auxílio financeiro deste trabalho.

Referências

- Ackermann, J. (1993). *Robust Control: Systems with Uncertain Physical Parameters*, Springer Verlag, London, UK.
- Ballet, R., Parro, V. C. e Romano, R. A. (2014). Uma plataforma didática para simulação e controle embarcado de veículos quadrirrotores, *XX CBA*, Belo Horizonte, MG, Brasil, pp. 1426–1433.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. e Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA.
- Braga, M. F., Morais, C. F., Tognetti, E. S., Oliveira, R. C. L. F. e Peres, P. L. D. (2014). Discretisation and control of polytopic systems with uncertain sampling rates and network-induced delays, *Int. J. Control* **87**(11): 2398–2411.
- Dorf, R. D. e Bishop, R. H. (2011). *Modern Control Systems*, 12^a edn, Prentice Hall.
- Lathi, B. P. (2009). *Linear systems and signals*, Oxford University Press.
- Leite, V. J. S. e Peres, P. L. D. (2003). An improved LMI condition for robust \mathcal{D} -stability of uncertain polytopic systems, *IEEE Trans. Autom. Control* **48**(3): 500–504.
- Löfberg, J. (2004). YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB, *Proc. 2004 IEEE Int. Symp. on Comput. Aided Control Syst. Des.*, Taipei, Taiwan, pp. 284–289.
- Malvino, A. P. (2007). *Eletrônica*, Vol. 2, 7^a edn, AMGH, Porto Alegre.
- Moreira, R. M., Munhoz, H. B., Kairalla, A. D., Veloso, G. F. C. e Almeida, R. M. A. (2014). Plataforma didática de baixo custo para experiências em laboratórios de controle, *XX CBA*, Belo Horizonte, MG, Brasil, pp. 895–902.
- Nise, N. S. (2011). *Control Systems Engineering*, 6^a edn, Wiley.
- Ogata, K. (2003). *Engenharia de Controle Moderno*, Prentice Hall.
- Pelz, G. M., Broniera Junior, P. e Vargas, A. N. (2014). Implementação de um sistema de controle de nível de dois tanques acoplados, *XX CBA*, Belo Horizonte, MG, Brasil, pp. 1419–1425.
- Pereira, L. O., Sansão, J. P. H., Cardoso, A. S. V. e Mozelli, L. A. (2014). Plataforma didática e experimental para investigações do circuito de Chua, *XX CBA*, Belo Horizonte, MG, Brasil, pp. 1442–1449.
- Sturm, J. F. (1999). Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones, *Optim. Method Softw.* **11**(1–4): 625–653. <http://sedumi.ie.lehigh.edu/>.