

Parte IV:

Técnicas de Modelagem e Controle de Conversores



GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG




Modelagem de conversores

- **Um modelo busca representar de forma simplificada as principais características de uma planta;**
- **No caso de conversores estáticos:**
 - Circuitos chaveados são não-lineares;
 - Mas para cada estado de comutação (on, off) podemos representar o circuito por sistemas lineares;
 - Podemos criar ao menos três tipos de modelos:
 - **Modelo não-linear e não-medianizado**
 - Representa a dinâmica de baixa e alta frequência;
 - Produz resultados mais precisos e simulação lenta;
 - Dificulta o projeto do controle;
 - **Modelo medianizado**
 - Representa a dinâmica de baixa frequência;
 - Representa comportamento de pequeno e grande sinal;
 - **Modelo médio linearizado**
 - Representa dinâmica de baixa frequência e pequenos sinais;
 - Permite se definir uma função de transferência e projetar um sistema de controle

2

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Métodos de modelamento de conversores

- A primeira etapa de qualquer método é se separar o conversor em sub-circuitos lineares;
 - CCM: dois circuitos;
 - DCM: três circuitos

Durante $d \cdot T$ Durante $(1-d) \cdot T$

Buck em CCM

3

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Modelo não-linear e não-mediano

- Resolver intervalo a intervalo as equações dos circuitos lineares:
 - Próprio para simulação de circuitos chaveados

Durante t_1 Durante t_2 Durante t_3 Durante t_4

Conversor buck em mcc

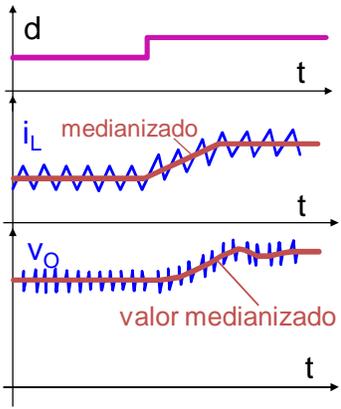
Seguindo esta técnica podemos simular o comportamento do circuito de potência no domínio do tempo. A informação será exata, mas dificilmente aplicável ao projeto do regulador.

4



Modelo não-linear e medianizado

- Ao invés de se buscar descrever a dinâmica em cada ciclo de chaveamento, modela-se o comportamento medianizado do conversor;
- Variáveis lentas (estado) são normalmente substituídas por seus valores médios;
- **Principais métodos de medianização:**
 - **Medianização de circuitos** – Medianiza-se os subcircuitos lineares reduzindo-os a uma única estrutura com transformadores c.c.;
 - **Medianização de variáveis de estado** - Se medianiza as equação de estado do conversor;
 - **Método do interruptor PWM** – O transistor é substituído por uma fonte dependente de corrente e o diodo por uma fonte dependente de tensão;



5



Método de medianização de subcircuitos

- **Primeiramente temos que entender o conceito do modelo de transformador c.c.**
 - Equações básicas de um conversor ideal em regime permanente

$$P_{in} = P_{out}$$

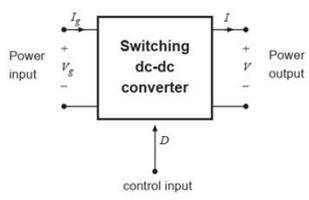
$$V_g I_g = VI$$

$$\eta = 100\%$$

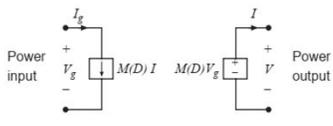
$$V = M(D)V_g$$

$$I_g = M(D)I$$

$$\text{Razão de conversão}$$



dependent sources



6

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Primeiramente temos que entender o conceito do modelo de transformador c.c.

dependent sources

Dc transformer

7

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Aplicação do transformador c.c. em conversores

8

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Exemplo medianização em CCM

Durante $d \cdot T$

$1: X_1$ $Y_1: 1$

Durante $(1-d) \cdot T$

$X_2: 1$ $Y_2: 1$

$1: X$ $Y: 1$

$X = dX_1 + (1 - d)X_2$

$Y = dY_1 + (1 - d)Y_2$

9

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Exemplo conversor Buck em CCM

$1:1$ $1:1$

Durante $d \cdot T$

$1:0$ $1:1$

Durante $(1-d) \cdot T$

10

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Exemplo conversor Buck em CCM

Durante $d \cdot T$ Durante $(1-d) \cdot T$

Medianizando :

e L V_o

1:d 1:1

11

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Exemplo conversor Buck em CCM

e L V_o

1:d 1:1

e L V_o

1:d

12

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Exemplo conversor Buck em CCM

13

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- Conversor Boost em CCM

14

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização de subcircuitos

- **Conversor buck-boost em CCM**

15

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por chave PWM

- **Modelagem da célula de chaveamento:**
 - Objetivo - Medianizar a célula de chaveamento

- Define-se o valor médio das variáveis da célula de chaveamento

16

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por chave PWM

- **Modelagem da célula de chaveamento:**
 - Caso do conversor Buck em CCM

Calcular os valores médios de I_a e V_{cp}

17

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por chave PWM

- **Modelagem da célula de chaveamento:**
 - Caso do conversor Buck em CCM

18

gcp
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por chave PWM

- Modelagem da célula de chaveamento:
 - Caso do conversor Buck em CCM

$$I_C = I_L \quad I_a = DI_L \quad V_{ap} = E$$

$$V_{cp} = DE$$

19

gcp
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por chave PWM

- Exemplos de aplicação

Buck

Boost

Buck-boost

- Note que se pode obter os mesmos modelos que aqueles encontrados no método de medianização de sub-circuitos
- O modelo por chave PWM permite se levantar um modelo medianizado mesmo se outros elementos sejam incluídos no circuito, ex, Filtros de entrada;

20

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por variáveis de estado

- Descrever as equações de estado em cada etapa de chaveamento

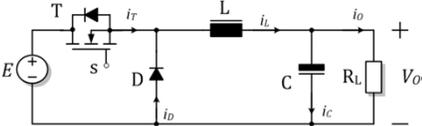
Durante DT		Durante (1-D)T
$\dot{x} = A_1 x + B_1 u$ $y = C_1 x + F_1 u$		$\dot{x} = A_2 x + B_2 u$ $y = C_2 x + F_2 u$
$A = [A_1 d + A_2 (1-d)]$ $B = [B_1 d + B_2 (1-d)]$ $C = [C_1 d + C_2 (1-d)]$ $F = [F_1 d + F_2 (1-d)]$	➔	$\dot{x} = Ax + Bu$ $y = Cx + Fu$

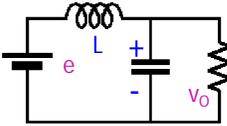
21

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por variáveis de estado

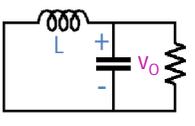
- Exemplo buck em CCM





Durante DT

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$$



Durante (1-D)T

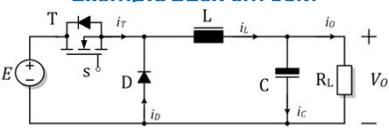
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

22

gép
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por variáveis de estado

- Exemplo buck em CCM



$$\dot{X} = AX + BU$$

$$A = dA_1 + (1-d)A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$B = B_1d + (1-d)B_2 = \begin{bmatrix} \frac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} \quad U = [e]$$

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

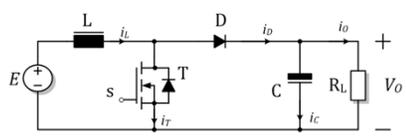
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$$

23

gép
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por variáveis de estado

- Exemplo boost em CCM



Durante dT

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{e}{L} \quad \frac{dv_O}{dt} = -\frac{v_O}{RC}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$$

Durante $(1-d)T$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{e - v_O}{L} \quad \frac{dv_O}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{v_O}{RC}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1-d}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$$

24

gpep
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Método de medianização por variáveis de estado

- Exemplo boost em CCM

Durante dT
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

Durante $(1-d)T$
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-d}{L} \\ \frac{1-d}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

25

gpep
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Medianização – Modelo ainda não-linear

- Note que mesmo se medianizando conversor ele se mantém não linear

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-d}{L} \\ \frac{1-d}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

- Note que o produto das variáveis de estado e/ou tensão de entrada com o ciclo de trabalho aparece no circuito medianizado;
- Como esses parâmetros podem ser variantes no tempo, se produzirá termos de segunda ordem;
- O circuito é não linear
- Para se obter uma função de transferência, basta linearizar em torno de um ponto de operação

26

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização do modelo medianizado

- Conceito de polarização e pequenos sinais

1°

$y = y(x)$

2°

$\text{tg}\alpha = [\delta y(x)/\delta x]_A$

3°

$\hat{y}(\hat{x}) = [\delta y(x)/\delta x]_A \cdot \hat{x}$

27

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização do modelo medianizado

- Tomando o Boost em CCM como exemplo

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -(1-d) \\ (1-d) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

- Quais variáveis podem ser linearizadas?
 - Estados (i_L, v_o);
 - Sinal de entrada (e);
 - Perturbação de carga (i_{load});
 - Ciclo de trabalho (d)
- Definir que cada variável opera em um ponto quiescente e tem uma perturbação de pequeno sinal sobreposta a este ponto

$$x(t) = X + \hat{x}$$

28

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização do modelo medianizado

- Tomando o Boost em CCM como exemplo – Circuito medianizado

$$d = D + \hat{d}$$

$$v_o = V_o + \hat{v}_o$$

$$i_L = I_L + \hat{i}_L$$

$$e = E + \hat{e}$$

$$(1-d)v_o = (1-D)V_o + (1-D)\hat{v}_o - V_o\hat{d} - \hat{d}\hat{v}_o$$

Polarização c.c. 1ª ordem 2ª ordem

$$(1-d)i_L = (1-D)I_L + (1-D)\hat{i}_L - I_L\hat{d} - \hat{d}\hat{i}_L$$

29

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização do modelo medianizado

- Tomando o Boost em CCM como exemplo – Circuito medianizado

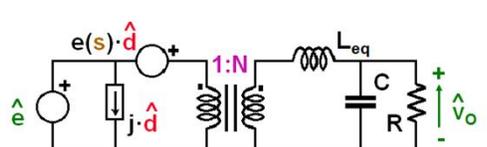
Conversor boost, método de medianização de circuitos

30



Linearização do modelo medianizado

- O circuito linearizado pode ser manipulado até se encontrar um forma genérica



Buck: $e(s) = \frac{V_o}{D^2}$ $j = \frac{V_o}{R}$ $L_{eq} = L$ $N = D$

Boost: $e(s) = V_o(1 - \frac{L_{eq}}{R}s)$ $j = \frac{V_o}{R(1-D)^2}$ $L_{eq} = \frac{L}{(1-D)^2}$ $N = \frac{1}{1-D}$

Buck-boost ($V_o < 0$):

$e(s) = \frac{-V_o}{D^2}(1 - \frac{D \cdot L_{eq}}{R}s)$ $j = \frac{-V_o}{R(1-D)^2}$ $L_{eq} = \frac{L}{(1-D)^2}$ $N = \frac{-D}{1-D}$

31



Linearização do modelo medianizado

- Tomando o Boost em CCM como exemplo – Equações de estado

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-d}{L} \\ \frac{(1-d)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} e$$

$$\left. \begin{aligned} d &= D + \hat{d} \\ v_o &= V_o + \hat{v}_o \\ i_L &= I_L + \hat{i}_L \\ e &= E + \hat{e} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_L \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-D}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E = 0 \quad \text{polarização}$$

$$\left. \begin{aligned} d &= D + \hat{d} \\ v_o &= V_o + \hat{v}_o \\ i_L &= I_L + \hat{i}_L \\ e &= E + \hat{e} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-D}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \frac{V_o}{L} \\ 0 & -\frac{I_L}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{d} \end{bmatrix} = 0$$

Pequeno sinal

32



Linearização do modelo medianizado

- Levantando um função de transferência

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-D}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{V_O}{L} \\ 0 & -\frac{I_L}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{d} \end{bmatrix} = 0$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u}$$

$$s\hat{x} = A\hat{x} + B\hat{u}$$

$$(sI - A)\hat{x} = B\hat{u}$$

$$\hat{x} = (sI - A)^{-1}B\hat{u}$$

$$H(s) = (sI - A)^{-1}B$$

33



Linearização do modelo medianizado

- Levantando um função de transferência

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-D}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \hat{v}_O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{V_O}{L} \\ 0 & -\frac{I_L}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{d} \end{bmatrix} = 0$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} s & s + \frac{1-D}{L} \\ s - \frac{(1-D)}{C} & s + \frac{1}{RC} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{V_O}{L} \\ 0 & -\frac{I_L}{C} \end{bmatrix}$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2RLC + sL + R(1-D)^2} \begin{bmatrix} sRC + 1 & sRCV_O + RI_L(1-D) + V_O \\ R(1-D) & -R[sLI_L - V_O(1-D)] \end{bmatrix}$$

Note que o boost possui um zero no semi-plano direito, sendo um sistema de fase não mínima. Pode ser instabilizado!

34

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização para circuitos em DCM

- Medianizar os três estados é uma tarefa mais enfadonha

Existem 3 estados distintos:

- Conduz o transistor $(d \cdot T)$
- Conduz o diodo $(d' \cdot T)$
- Ninguém conduz $(1-d-d') \cdot T$

Exemplo

35

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização para circuitos em DCM

- Método da corrente injetada

36

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG



Linearização para circuitos em DCM

- Método da corrente injetada



Circuito já medianizado

Agora linearizamos $i_{RCm}(d, e, v_o)$:

$i_{RCm}(d, e, v_o) \Rightarrow \hat{i}_{RCm}(\hat{d}, \hat{e}, \hat{v}_o)$

$$\hat{i}_{RCm}(\hat{d}, \hat{e}, \hat{v}_o) = [\delta i_{RCm} / \delta d]_A \cdot \hat{d} + [\delta i_{RCm} / \delta e]_A \cdot \hat{e} + [\delta i_{RCm} / \delta v_o]_A \cdot \hat{v}_o$$

37

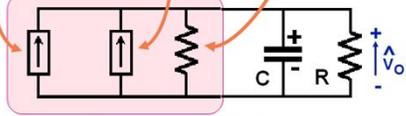
gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG



Linearização para circuitos em DCM

- Método da corrente injetada

$$\hat{i}_{RCm}(\hat{d}, \hat{e}, \hat{v}_o) = \underbrace{[\delta i_{RCm} / \delta d]_A \cdot \hat{d}}_{\text{Fonte de corrente}} + \underbrace{[\delta i_{RCm} / \delta e]_A \cdot \hat{e}}_{\text{Fonte de corrente}} + \underbrace{[\delta i_{RCm} / \delta v_o]_A \cdot \hat{v}_o}_{\text{-Admitancia}}$$



Circuito já linearizado

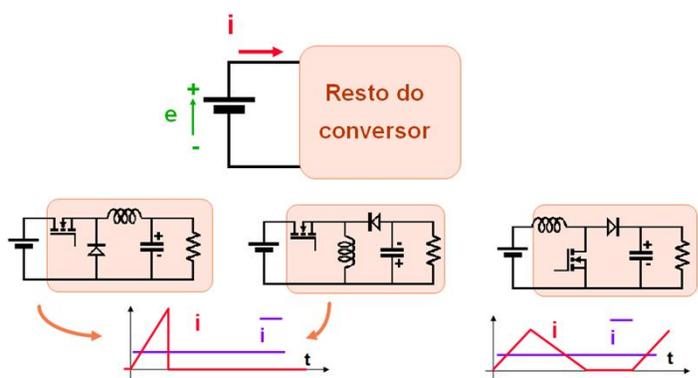
38

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG



Linearização para circuitos em DCM

- Método da corrente injetada



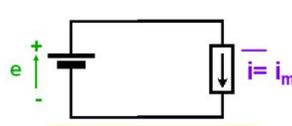
39

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG



Linearização para circuitos em DCM

- Método da corrente injetada



Circuito já medianizado

Agora linearizamos $i_m(d, e, v_o)$:

$$\hat{i}_m(d, e, v_o) = [\delta i_m / \delta d]_A \cdot \hat{d} + [\delta i_m / \delta e]_A \cdot \hat{e} + [\delta i_m / \delta v_o]_A \cdot \hat{v}_o$$

40

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização para circuitos em DCM

- Método da corrente injetada

$$\hat{i}_m(d, e, v_o) = \underbrace{[\delta i_m / \delta d]_A \cdot \hat{d}}_{\text{Fonte de corrente}} + \underbrace{[\delta i_m / \delta e]_A \cdot \hat{e}}_{\text{Admitancia}} + \underbrace{[\delta i_m / \delta v_o]_A \cdot \hat{v}_o}_{\text{Fonte de corrente}}$$

Circuito já medianizado

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Linearização para circuitos em DCM

- Método da corrente injetada – circuito canônico

$$[\delta i_m / \delta d]_A = j_1 \quad [\delta i_m / \delta e]_A = 1/r_1 \quad [\delta i_m / \delta v_o]_A = -g_1$$

$$[\delta i_{RCm} / \delta e]_A = g_2 \quad -[\delta i_{RCm} / \delta v_o]_A = 1/r_2 \quad [\delta i_{RCm} / \delta d]_A = j_2$$

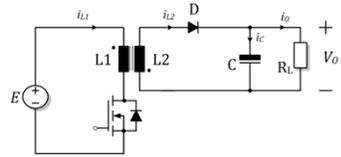
- Este circuito facilita demais a modelagem de um conversor em DCM, talvez mais do que o método das variáveis de estado.

42

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Modelagem do Flyback – Corrente Injetada

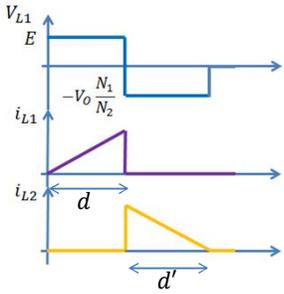
- Método da corrente injetada – circuito canônico



$$i_{RCm} = \frac{I_{L2p} d'}{2}$$

$$E \frac{N_2}{N_1} d = V_o d' \rightarrow d' = \frac{E N_2}{V_o N_1} d$$

$$I_{L2p} = \frac{V_o d'}{L_2 f_s} = \frac{E N_2 d}{L_2 f_s}$$

$$i_{RCm} = \frac{E^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 d^2}{2 L_2 f_s V_o}$$


43

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Modelagem do Flyback – Corrente Injetada

- Método da corrente injetada – circuito canônico

$$i_{RCm} = \frac{E^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 d^2}{2 L_2 f_s V_o}$$

$$\frac{\delta i_{RCm}}{\delta d} = j_2 = \frac{D \left(\frac{E N_2}{N_1}\right)^2}{L_2 f_s V_o}$$

$$\frac{\delta i_{RCm}}{\delta e} = g_2 = \frac{E \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 D^2}{L_2 f_s V_o}$$

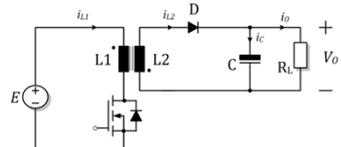
$$\frac{\delta i_{RCm}}{\delta v_o} = -\frac{1}{r_2} = -\frac{E^2 D^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2}{2 L_s f_s V_o^2}$$

44

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Modelagem do Flyback – Corrente Injetada

- Método da corrente injetada – circuito canônico

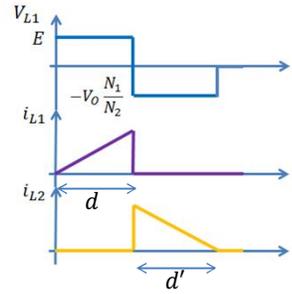


$$i_m = \frac{I_{L1p}d}{2}$$

$$Ed = \frac{V_o N_1}{N_2} d' \rightarrow d' = \frac{E N_2}{V_o N_1} d$$

$$I_{L1p} = \frac{Ed}{L_1 f_s}$$

$$i_m = \frac{Ed^2}{2L_1 f_s}$$



45

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Modelagem do Flyback – Corrente Injetada

- Método da corrente injetada – circuito canônico

$$i_m = \frac{Ed^2}{2L_1 f_s}$$

$$i_{RCm} = \frac{E^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 d^2}{2L_2 f_s V_o}$$

$$j_1 = \frac{\delta i_m}{\delta d} = \frac{ED}{L_1 f_s}$$

$$g_1 = -\frac{\delta i_m}{\delta v_o} = 0$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{\delta i_m}{\delta e} = \frac{D^2}{2L_1 f_s}$$

$$\frac{\delta i_{RCm}}{\delta d} = j_2 = \frac{\left(\frac{EN_2}{N_1}\right)^2 D}{L_2 f_s V_o} = \frac{E^2 D}{L_1 f_s V_o}$$

$$\frac{\delta i_{RCm}}{\delta e} = g_2 = \frac{E \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 D^2}{L_2 f_s V_o} = \frac{ED^2}{L_1 f_s V_o}$$

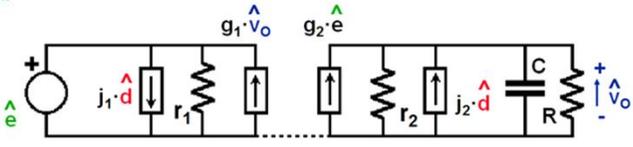
$$\frac{\delta i_{RCm}}{\delta v_o} = -\frac{1}{r_2} = -\frac{E^2 D^2 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2}{2L_2 f_s V_o^2} = -\frac{E^2 D^2}{2L_1 f_s V_o^2}$$

46




Modelagem do Flyback – Corrente Injetada

- Exemplo**



$j_1 = 1.563$

$g_1 = 0$

$r_1 = 252.9\Omega$

$j_2 = 27.78$

$g_2 = 0.141$

$r_2 = 0.7998\Omega$

$$\hat{i}_{L1} = j_1 \hat{d} + \frac{\hat{e}}{r_1} - g_1 \hat{v}_o = 1.563 \hat{d} + \frac{\hat{e}}{252.9}$$

$$\hat{i}_{d2} = g_2 \hat{e} + j_2 \hat{d} - \frac{\hat{v}_o}{r_2} = 0.141 \hat{e} + 27.78 \hat{d} - \frac{\hat{v}_o}{0.7998}$$

$$\hat{v}_o = \hat{i}_{d2} \left(R \parallel \frac{1}{sC} \right) = \hat{i}_{d2} \frac{R}{sCR + 1}$$

$$\hat{v}_o = \frac{R \parallel r_2}{sC(R \parallel r_2) + 1} (g_2 \hat{e} + j_2 \hat{d})$$

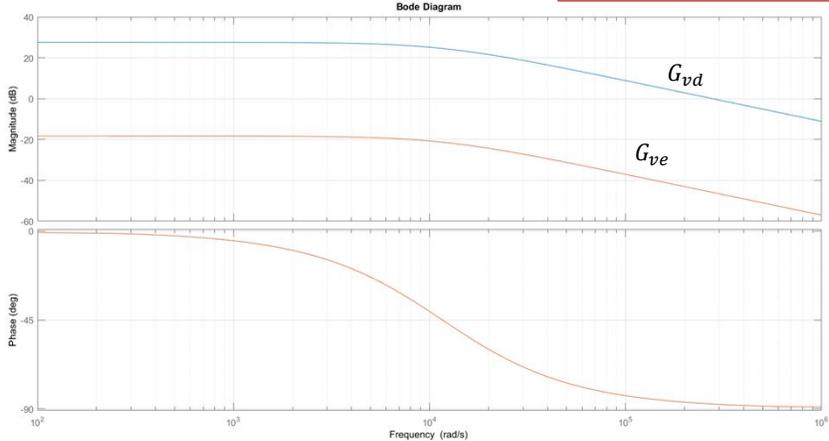
47




Modelagem do Flyback – Corrente Injetada

- Exemplo**

Função de primeira ordem



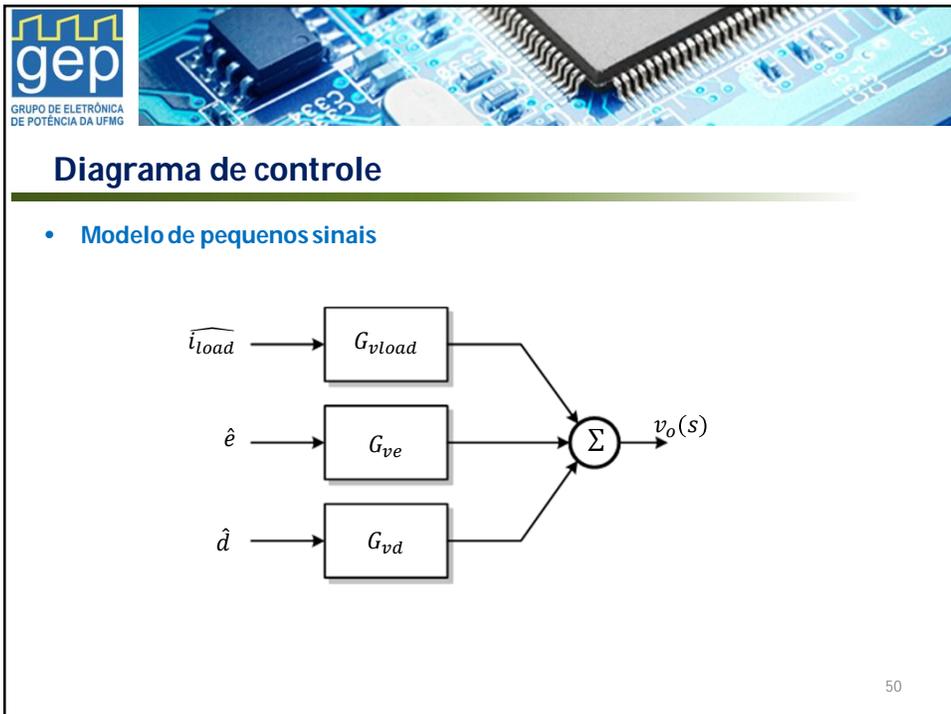
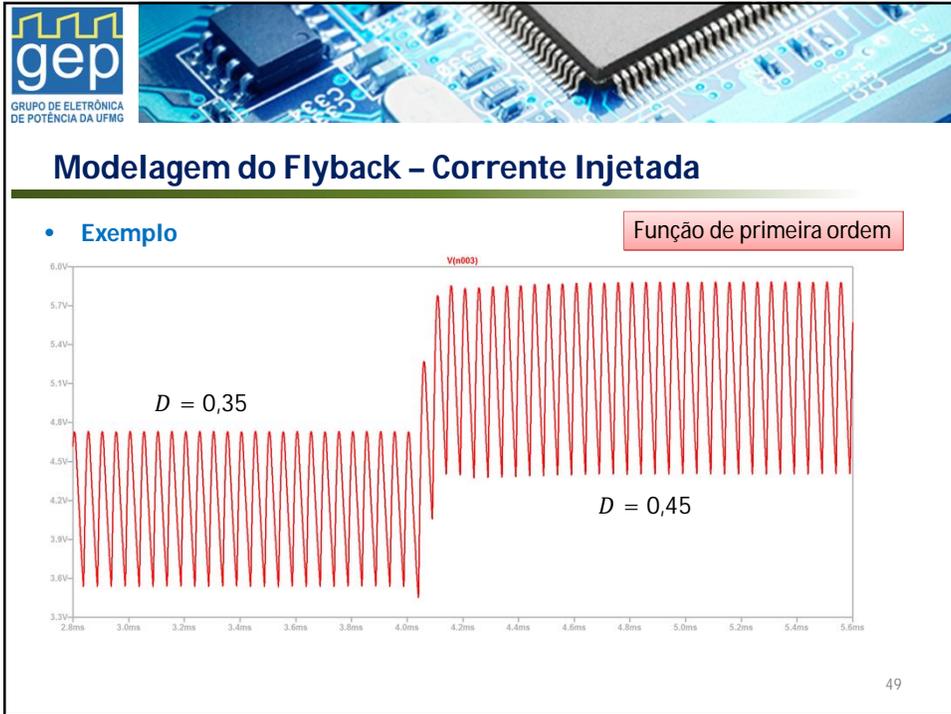
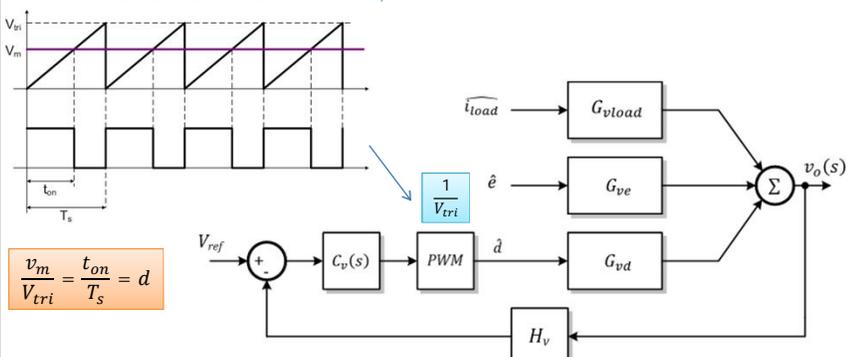




Diagrama de controle

- **Controle Modo Tensão** – Busca regular a tensão de saída do conversor.
 - Não protege contra sobre-correntes;
 - Pode impor correntes transitórias elevadas;
 - Dinâmica naturalmente lenta;



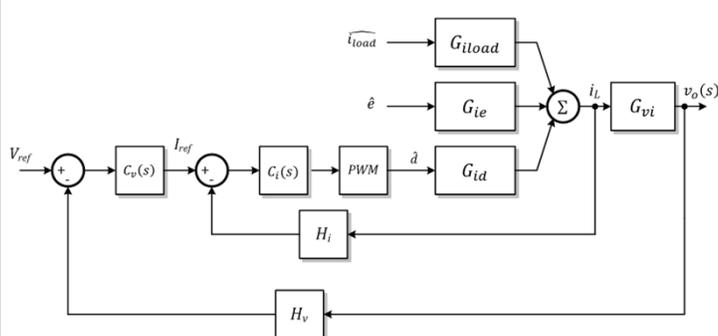
$$\frac{v_m}{V_{tri}} = \frac{t_{on}}{T_s} = d$$

51



Diagrama de controle

- **Controle Cascata – Modo tensão/Modo corrente (valor médio)**
 - A malha interna de corrente protege contra sobre-correntes;
 - Se for realizado um desacoplamento entre as dinâmicas das malhas, a resposta da malha mais externa se torna de primeira ordem;
 - Necessidade de se manipular as F.T.;



$$BW_i \leq 5 \text{ a } 10 f_s$$

$$BW_v \leq 5 \text{ a } 10 BW_i$$

52

gcp
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Diagrama de controle

- Controle modo corrente (valor de pico)**
 - Sobre-correntes são naturalmente limitadas;
 - O pólo do indutor é movido à alta frequência;
 - A saturação do núcleo pode ser mitigada;
 - A resposta dinâmica é mais rápida;

➤ Ruídos na medição de corrente podem ativar o comando do transistor;
➤ Ciclos de trabalho superiores a 50% instabilizam o controle;
➤ Regulação cruzada é piorada;

53

gcp
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Diagrama de controle

- Controle modo corrente (valor de pico) – Efeito de uma perturbação**

54



Diagrama de controle

- Controle modo corrente (valor de pico)**
 - Para uso com $D > 0,5$ é necessário incluir uma rampa no sistema de controle

55



Diagrama de controle

- Controle modo corrente (valor de pico)**
 - O uso em DCM é mais simples, não necessitando de rampa de compensação e não sendo instabilizado por perturbações, uma vez que $D < 0,5$;
 - No caso do flyback é interessante remodelar o conversor para evidenciar a influência da corrente de pico;

$$i_{L1p} = \frac{Ed}{L_1 f_s}$$

$$d = \frac{L_1 f_s}{E} i_{L1p}$$

$$\hat{d} = \frac{L_1 f_s}{E} \hat{i}_{L1p} - \frac{L_1 f_s I_{L1p}}{E^2} \hat{e}$$

56

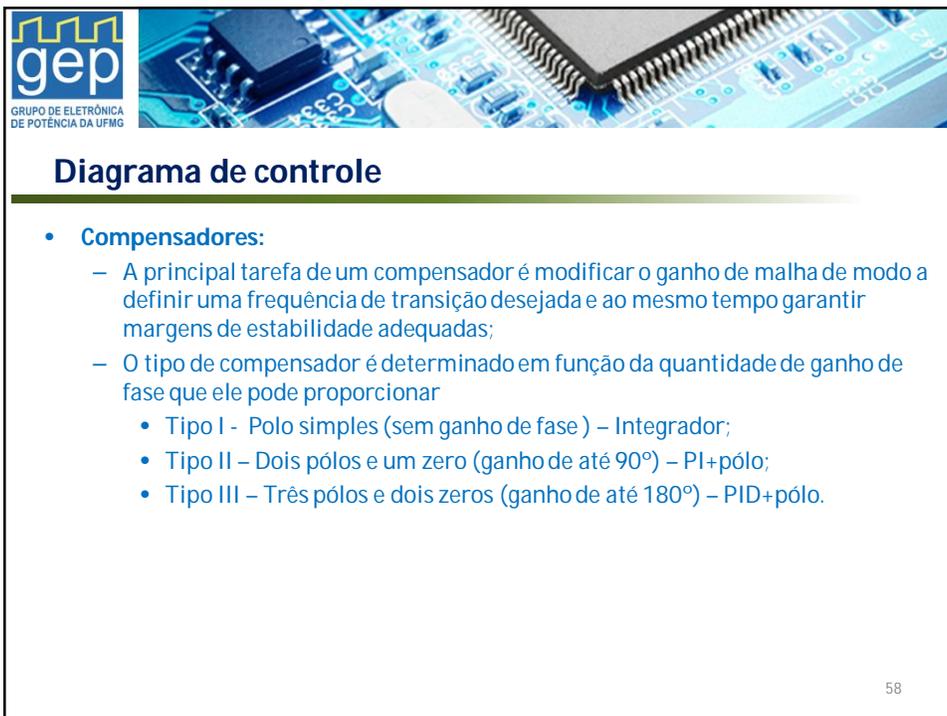
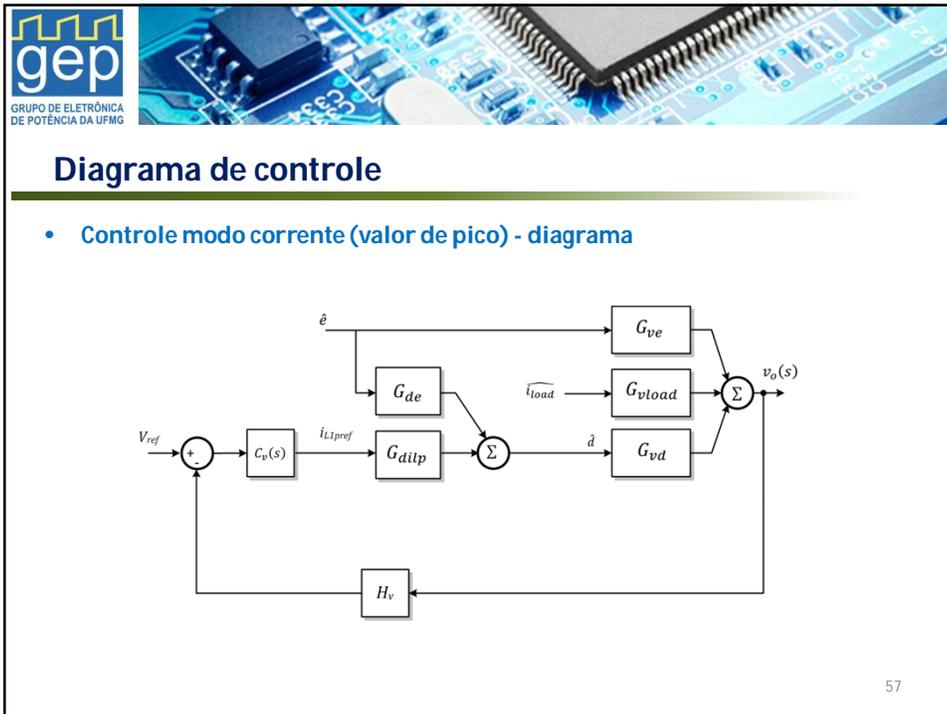
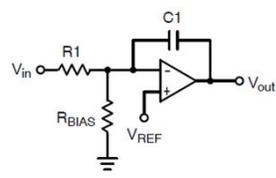





Diagrama de controle

- **Compensador Tipo I**



$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{1}{sC_1R_1}$$

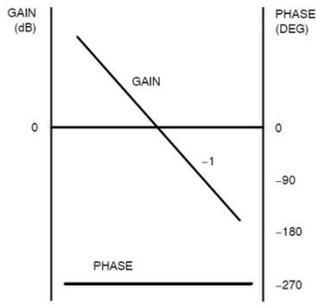


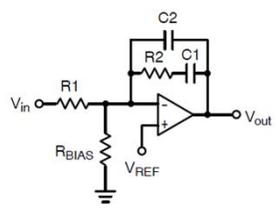
Figure 6. Frequency Response of Type-I Compensation Network

59




Diagrama de controle

- **Compensador Tipo II**



$$A_v = \frac{R_2}{R_1}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_2 C_1}$$

$$f_2 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi R_2 C_1 C_2} \approx \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

where $C_2 \ll C_1$

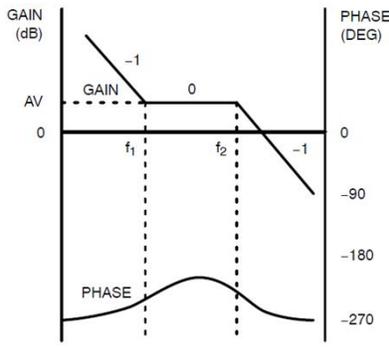


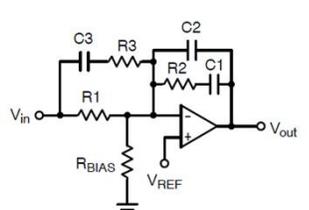
Figure 8. Frequency Response of Type-II Compensation Network

60

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Diagrama de controle

- **Compensador Tipo III**



$$AV1 = \frac{R_2}{R_1}$$

$$AV2 = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 R_3}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_2 C_1}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi(R_1 + R_3)C_3}$$

$$f_3 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi R_2 C_1 C_2}$$

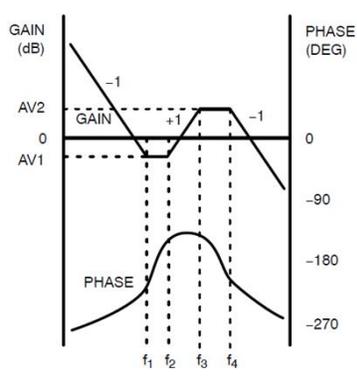
$$f_4 = \frac{1}{2\pi R_3 C_3}$$


Figure 10. Frequency Response of Type-III Compensation Network

61

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Diagrama de controle

- **Método do fator K para projeto dos controladores**
 1. Determine uma frequência de transição (crossover) para o ganho de malha;
 2. Verifique a fase (P_m) e ganho (G_m) na frequência desejada;
 3. Determine o ganho do compensador na frequência de crossover como $G = 1/G_m$;
 4. Determinar uma margem de fase para o ganho de malha (M)
 5. Determinar a quantidade de ganho de fase necessário: $\theta_{boost} = M - P_m - 90^\circ$
 6. Em função da quantidade de ganho, escolher um tipo de compensador;
 7. Calcular o fator K
 - Tipo I - $K = 1$
 - Tipo II - $K = tg\left(\frac{\theta_{boost}}{2} + 45^\circ\right)$;
 - Tipo III - $K = tg^2\left(\frac{\theta_{boost}}{4} + 45^\circ\right)$
 8. Calcular os componentes.

62



Diagrama de controle

- Método do fator K para projeto dos controladores

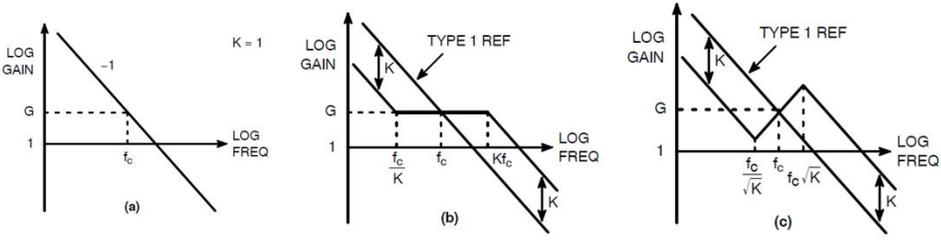


Figure 11. The Bode plot characteristics of (a) the Type-I compensation network, (b) Type-II compensation network, and (c) Type-III compensation network, in relation to the K factor.

63



Diagrama de controle

- Método do fator K para projeto dos controladores

Table 1. Components for Type-I, Type-II and Type-III Compensation Networks

	Type-I	Type-II	Type-III
R ₁	User-Selected		
R ₂	Not Used	$\frac{K^2}{K^2-1} GR_1$	$\frac{\sqrt{K}}{K-1} GR_1$
R ₃		Not Used	$\frac{R_1}{K-1}$
C ₁	$\frac{1}{2\pi f_c GR_1}$	$\frac{K^2-1}{K} \frac{1}{2\pi f_c GR_1}$	$\frac{K-1}{2\pi f_c GR_1}$
C ₂	Not Used	$\frac{1}{K} \frac{1}{2\pi f_c GR_1}$	$\frac{1}{2\pi f_c GR_1}$
C ₃		Not Used	$\frac{K-1}{\sqrt{K}} \frac{1}{2\pi f_c R_1}$

NOTE: $R_{BIAS} = \frac{V_{REF}R_1}{V_{in} - V_{REF}}$

64

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Controlador Flyback Modo corrente

- CI UCC38C4x – BicMOS Flyback controller

Note: Toggle flip-flop used only in UCC38C41, UCC38C44, and UCC38C45.

65

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Controlador Flyback Modo corrente

- CI UCC38C4x – BicMOS Flyback controller

UDG-01071

Compensador

66



Controlador Flyback Modo corrente

- CI UCC38C4x – BicMOS Flyback controller

Figure 12. Current Sensing

A constante de tempo RC deve ser igual ao trr do diodo do secundário

67



Controlador Flyback Modo corrente

- CI UCC38C4x – BicMOS Flyback controller

Figure 14

Figure 6

68

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Controlador Flyback Modo corrente

- Compensador com TL431

A capacitância do opto deve ser levada em consideração

69

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA
DE POTÊNCIA DA UFMG

Controlador Flyback Modo corrente

- Compensador com TL431

$$R_{led} \leq \frac{(V_O - V_{led} - V_{TL431min})}{V_{dd} - V_{CESat} + I_{bias} R_{pullup} CTR} R_{pullup} CTR$$

$$R_{pullup} \geq \frac{V_{dd} - V_{CESat}}{I_{CSat}}$$

Modelo do optoacoplador

70

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Controlador Flyback Modo corrente

- Compensador com TL431 - Análise

$$C_y = C_{opto} + C_2$$

$$v_x = V_{ref} + \frac{1}{sC_1(R_1 \parallel R_2)} \left(V_{ref} - v_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

$$i_{led} = \frac{(v_o - V_{led} - v_x)}{R_{led}} - \frac{V_{led}}{R_{bias}}$$

$$v_{FB} = \frac{R_{pullup}}{sC_y R_{pullup} + 1} \left(\frac{V_{dd}}{R_{pullup}} - CTR i_{led} \right)$$

71

gpe
GRUPO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA DA UFMG

Controlador Flyback Modo corrente

- Compensador com TL431 - Análise

$$V_{FB} = V_{dd} - CTR \left[\frac{R_{pullup}}{R_{led}} (V_o - V_{ref}) - V_{led} \left(\frac{R_{pullup}}{R_{bias} \parallel R_{led}} \right) \right]$$

$$\widehat{v}_{fb} = -CTR \frac{R_{pullup}}{R_{led}} \frac{sC_1 R_1 + 1}{sC_1 R_1 (sC_y R_{pullup} + 1)}$$

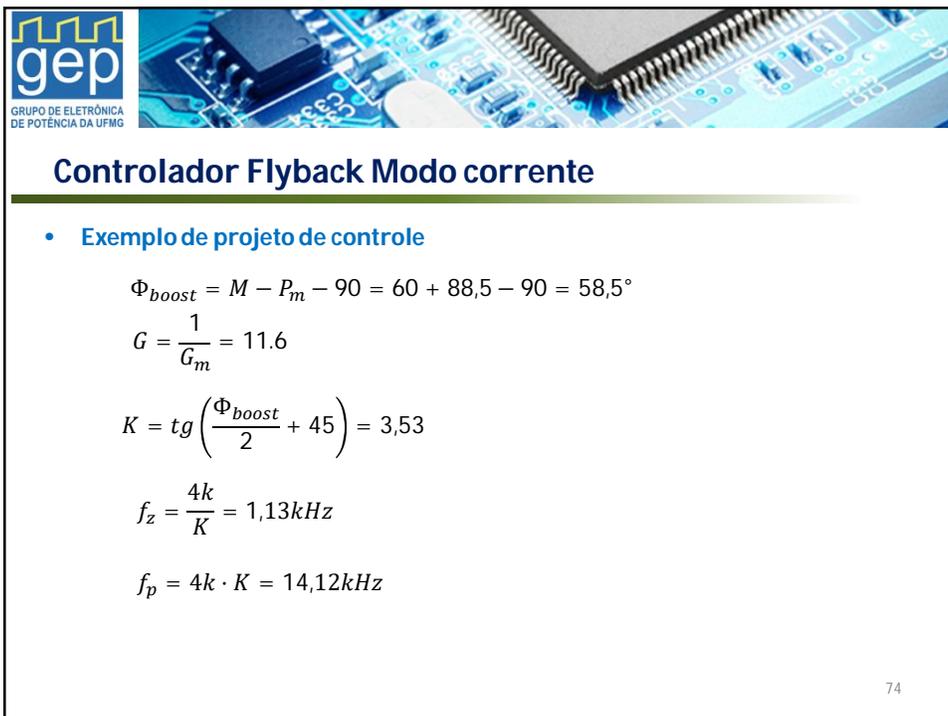
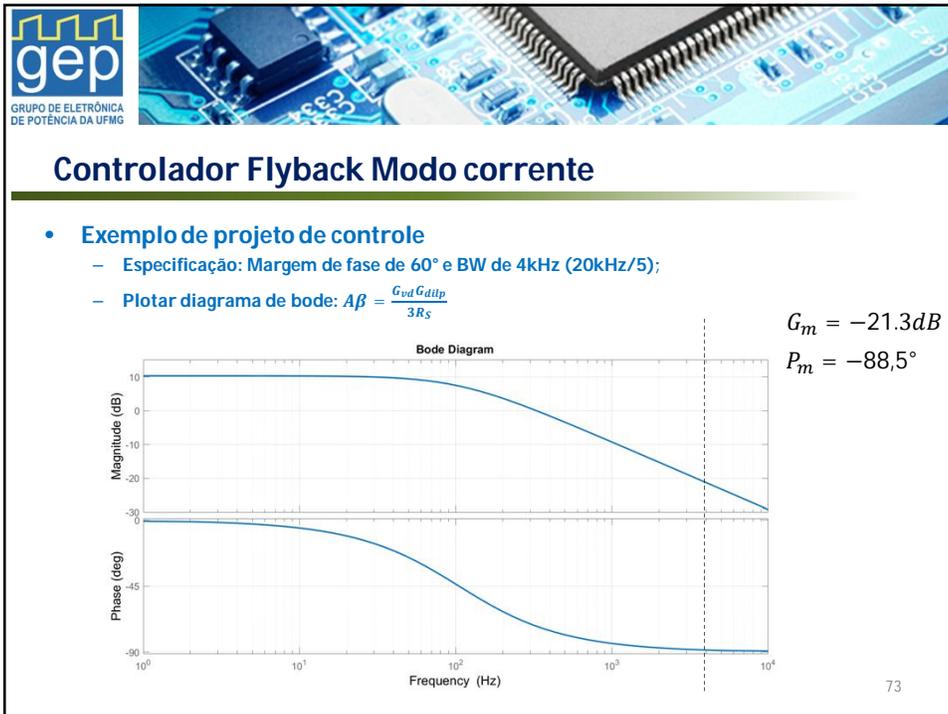
Tipo II

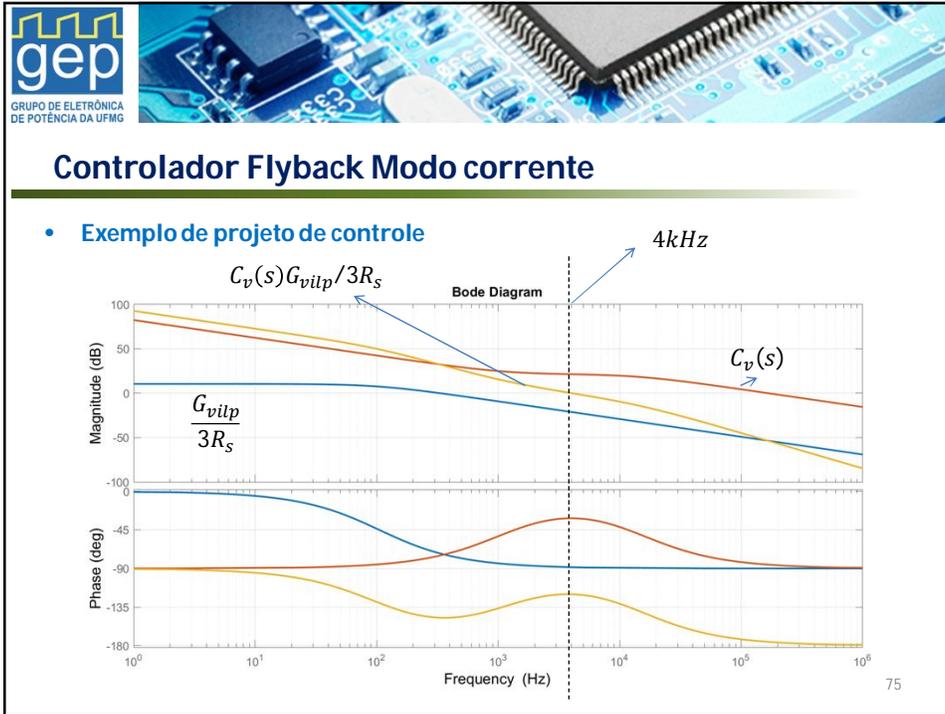
$$G_0 = CTR \frac{R_{pullup}}{R_{led}}$$

$$\omega_z = \frac{1}{C_1 R_1}$$

$$\omega_p = \frac{1}{C_y R_{pullup}}$$

72





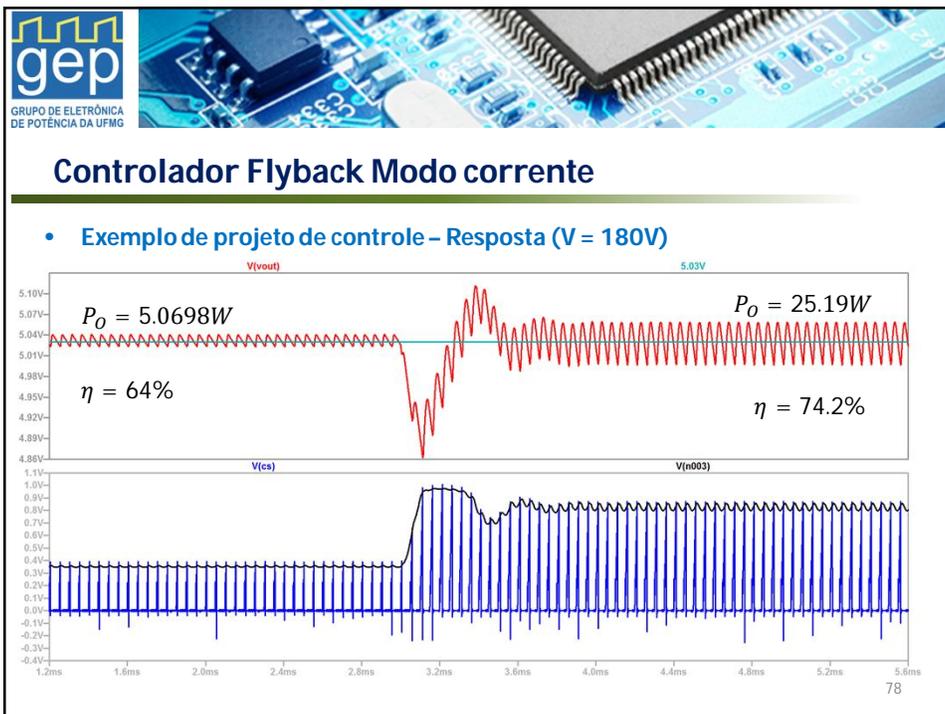
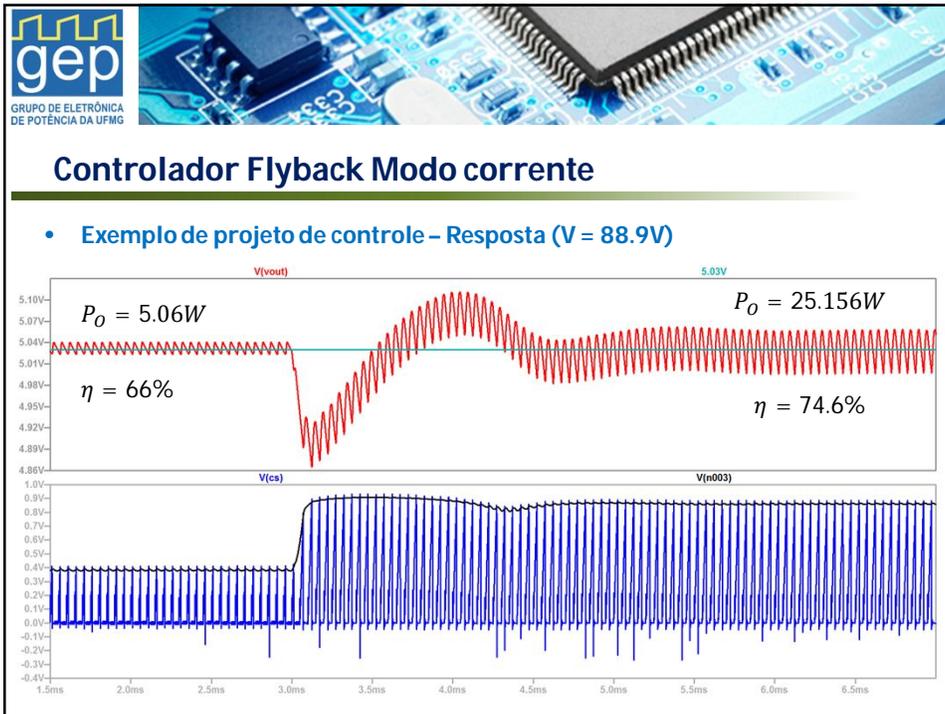
Controlador Flyback Modo corrente

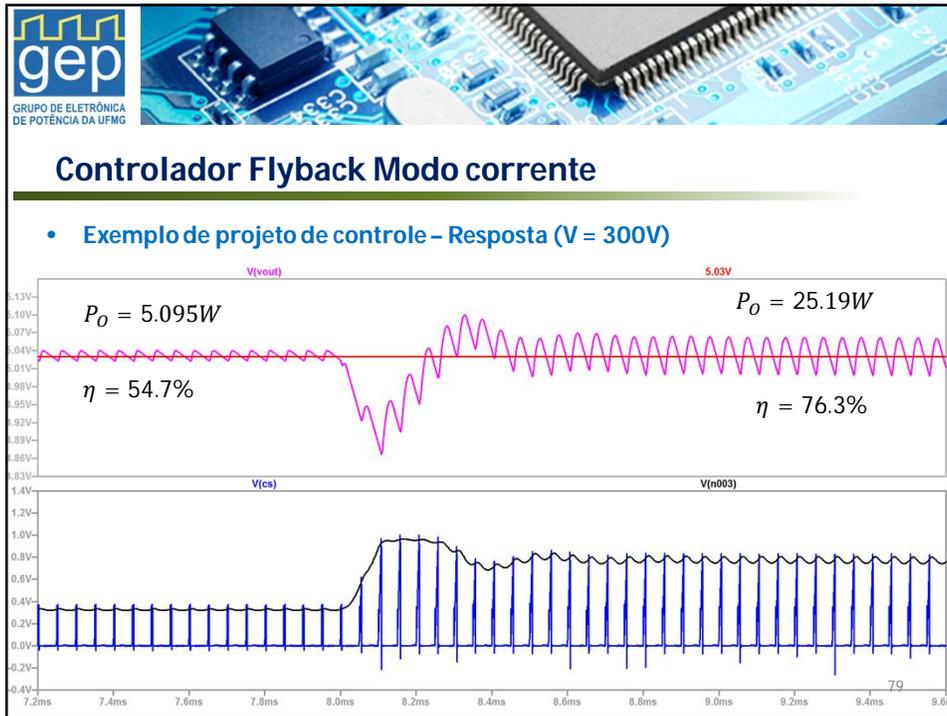
- Exemplo de projeto de controle – Características do controle real
 - UCC38C44:
 - Alimentação máxima 18V;
 - Tensão máxima de comparação 1V;
 - Opto CNY17-1
 - CTR min = 0,4;
 - Vcesat = 0,25V;
 - Vled = 1,39V;
 - Icsat = 2,5mA
 - Copto = 5,2pF
 - TLV431
 - Vref = 1,25V
 - Izmin = 1mA
 - TL431
 - Vref = 2,5V;
 - Izmin = 1mA

$R_{pullup} = 5,9k\Omega$ $R_S = 0,56\Omega$
 $R_{led} \leq 352\Omega$
 $I_{bias} = 2mA$
 $R_{bias} = 680\Omega$
 $R_1 = 3,76k\Omega$ $R_2 = 1,24k\Omega$
 $G_0 = 6,69$ $C_1 = 37,5nF$
 $C_2 = 1,9nF$

Abaixo do necessário – Reduzir Rled para 200Ω

76





Controlador Flyback Modo corrente

- Problema da estratégia

$$G_0 = CTR \frac{R_{pullup}}{R_{led}} \longrightarrow \text{Sempre dá ganho } > 10\text{dB}$$

– Caso o projeto demande que o ganho do controlador forneça alguma atenuação, o circuito deve ser modificado

$$G_0 = \frac{R_{pullup} CTR}{R_{led}} \times \frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_z = \frac{1}{C_1 R_2} \quad \omega_p = \frac{1}{R_{pullup} C_y}$$

$$\frac{v_{fb}}{v_o} = \frac{R_{pullup} CTR}{R_{led}} \frac{1 + s C_1 R_2}{s R_1 C_1 (s C_y R_{pullup} + 1)}$$

80

