

Sensores Indutivos, Capacitivos e Piezoelétricos. Acelerômetros.

Leonardo A. B. Tôrres

Outubro de 2011

- 1 Sensores Indutivos
- 2 Sensores Capacitivos
- 3 Sensores Piezoelétricos
- 4 Acelerômetros

Sensores Indutivos I

Princípio Físico

Variação da indutância própria de um dispositivo devido à variação da grandeza desejada.

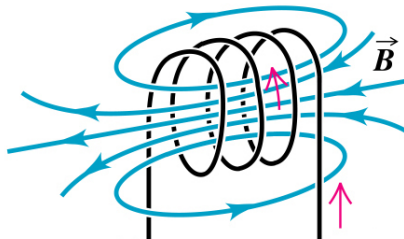


Figura obtida em <http://www.physics.sjsu.edu/becker/physics51/induction.htm>

Sensores Indutivos II

A indutância própria pode ser expressa como a razão entre o fluxo magnético produzido pelo dispositivo, dividido pela corrente que produz esse fluxo:

$$L = \frac{N \left(\int_A \vec{B} d\vec{s} \right)}{\oint \vec{H} d\vec{r}} = \frac{N\phi}{I} = \frac{N \left(\frac{NI}{\mathcal{R}} \right)}{I} = \frac{N^2}{\mathcal{R}};$$

sendo $\vec{B} = \mu\vec{H}$ a densidade de fluxo magnético; \vec{H} é o campo magnético; N o número de espiras; e \mathcal{R} a relutância do caminho magnético. Esta última depende de aspectos construtivos apenas, tal que

$$L \approx \frac{N^2}{\frac{l}{\mu A}} \approx N^2 \left(\frac{\mu A}{l} \right).$$

Sensores Indutivos III

Como resultado, caso a grandeza desejada produza uma variação em qualquer uma das variáveis:

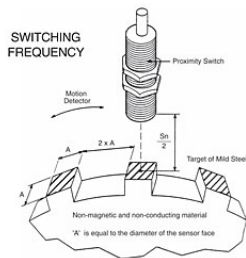
- 1 $A \rightarrow$ área normal ao fluxo ϕ , atravessada por ele;
- 2 $l \rightarrow$ comprimento do caminho médio percorrido pelo fluxo ϕ ;
- 3 $\mu \rightarrow$ permeabilidade magnética do caminho percorrido pelo fluxo ϕ ;
- 4 $N \rightarrow$ número de espiras;

tem-se a variação da indutância própria L .

Esse princípio é utilizado em muitos elementos sensores.

Chaves Indutivas I

Bastante usadas na indústria, como instrumentos do tipo discreto, na forma de sensores de proximidade de objetos metálicos.

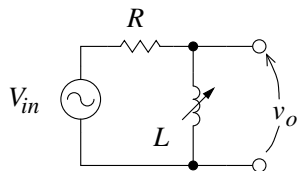


Exemplo de aplicação: detecção da passagem de dentes de uma engrenagem que estão cobertos com material metálico (no caso, aço). Obtido em

http://www.altechcorp.com/HTML/Sensors_Standard-A.html

Chaves Indutivas II

Uma forma de se detectar a variação de indutância própria, é por meio da energização do indutor com tensão alternada, com detecção da variação de amplitude associada a um simples circuito RL, por exemplo:



$$v_o(j\omega) = V_{in} \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$

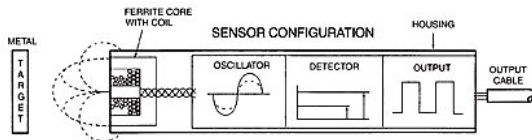


Figura obtida em http://www.altechcorp.com/HTML/Sensors_Standard-A.html

Sensores Capacitivos I

Princípio Físico

Variação da capacitância de um dispositivo devido à variação da grandeza desejada.

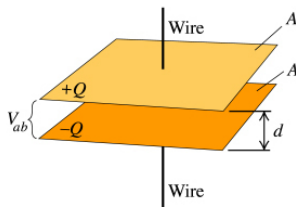


Figura obtida em <http://www.physics.sjsu.edu/becker/physics51/capacitors.htm>

Sensores Capacitivos II

A capacitância pode ser expressa como a razão entre a carga elétrica total, ou fluxo elétrico total através de uma superfície fechada, e a diferença de potencial que promove a distribuição de carga:

$$C = \frac{\left(\oint_A \vec{D} d\vec{s} \right)}{\int \vec{E} d\vec{r}} = \frac{Q}{V_{ab}};$$

sendo $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ a densidade de fluxo elétrico; \vec{E} o campo elétrico; Q a carga total; e V_{ab} a diferença de potencial nos terminais do dispositivo. A capacitância depende de aspectos construtivos apenas. No caso de um capacitor de placas paralelas:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}.$$

Sensores Capacitivos III

Como resultado, caso a grandeza desejada produza uma variação em qualquer uma das variáveis:

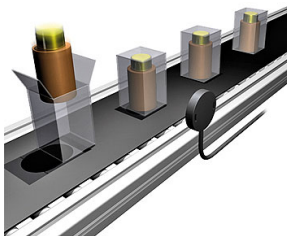
- 1 $A \rightarrow$ área das placas;
- 2 $d \rightarrow$ distância entre as placas condutoras;
- 3 $\epsilon \rightarrow$ permissividade dielétrica do material entre as placas;

tem-se a variação da capacitância C .

Esse princípio é utilizado em muitos elementos sensores, alguns dos quais serão mostrados a seguir.

Chaves Capacitivas I

Bastante usadas na indústria, como instrumentos do tipo discreto, na forma de sensores de proximidade de objetos não metálicos (e metálicos).



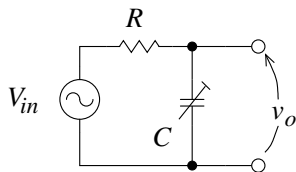
Exemplo de aplicação: detecção de objetos no interior de caixas. Obtido em

<http://www.designworldonline.com/articles/5427/208/>

[The-Search-for-a-Better-Proximity-Sensor-Starts-Here.aspx](#)

Chaves Capacitivas II

Uma forma de se detectar a variação de capacitância, é por meio da energização do capacitor com tensão alternada, com detecção da variação de amplitude associada a um simples circuito RC, por exemplo:



$$v_o(j\omega) = V_{in} \frac{1}{j\omega RC + 1}$$

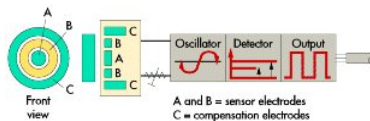
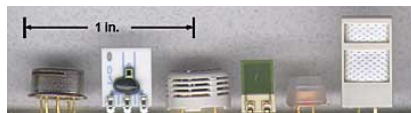
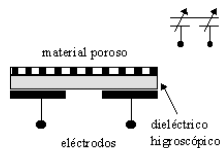


Figura obtida em

<http://www.plantengineering.com/search/search-single-display/making-the-right-sensor-choice/b04a2c34f5.html>

Sensor Capacitivo de Umidade

Comumente aproveita-se a variação da permissividade dielétrica ϵ de alguns materiais isolantes higroscópicos com a concentração de água para se medir umidade.

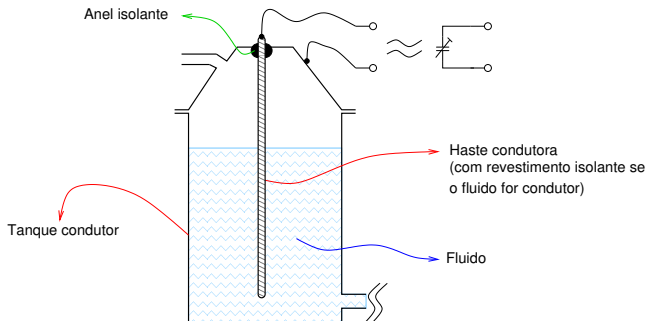


Sensores de diversos fabricantes. Obtido em:

<http://www.sensormag.com/sensors/humidity-moisture/choosing-a-humidity-sensor-a-review-three-technologies-840>

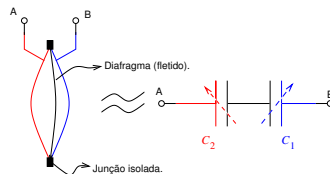
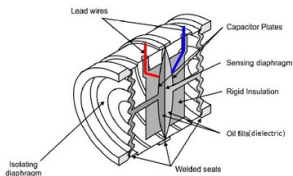
Sensor Capacitivo de Nível

Uma maneira de se medir o nível de um reservatório é usar o próprio tanque como um sensor capacitivo:



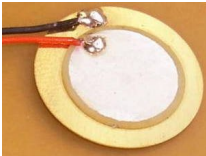
Sensor Capacitivo de Pressão

As placas do diafragma constituem-se como placas de dois capacitores ligados em série.

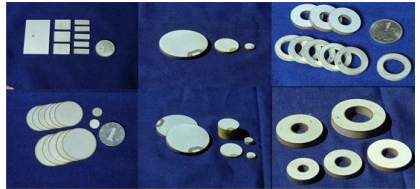


Obtido em: http://instrumenttoolbox.blogspot.com/2011/02/electrical-pressure-sensors-used-in_13.html.

Transdutores Piezoelétricos I



Típico transdutor piezoelétrico – PZT.



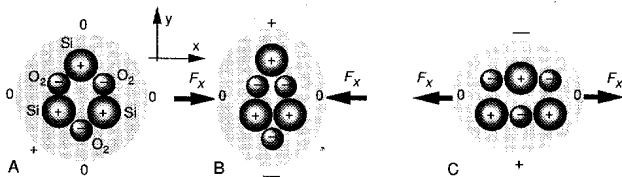
Há grande variedade de formatos e tamanhos.

Princípio Físico

Geração de tensão elétrica devida a deformação mecânica. E deformação mecânica induzida por aplicação de tensão elétrica.

Transdutores Piezoelétricos II

O efeito piezoelétrico pode ser explicado considerando que a aplicação de força gera uma deformação mecânica correspondente da estrutura cristalina, modificando a posição relativa dos átomos na estrutura.



Obtida em http://www.stanford.edu/class/me220/data/lectures/lect10/lect_6.html

O cristal passa a apresentar uma distribuição de carga assimétrica, apesar de continuar neutro. Este efeito foi descoberto por Pierre e Jacques Curie (seu irmão) no final do século XIX.

Transdutores Piezoelétricos III

Os transdutores piezoelétricos, ou PZTs, podem ser:

- 1 Naturais (quartzo, sal de Rochelle) ou sintéticos (sulfato de Lítio);
- 2 Cerâmicas ferroelétricas polarizadas (titanato de bário);
- 3 Alguns filmes poliméricos.

Os PZTs são encontrados nas mais diversas aplicações:

- 1 Como atuadores (deformação do cristal devida à aplicação de tensão elétrica):
 - Alto-falantes em cartões de Natal;
 - Bombas de impressoras jato de tinta;
 - Atomizadores de água em umidificadores de ar.
- 2 Como sensores (geração de diferença de potencial devida à deformação mecânica):
 - Sensores de deformação;
 - Sensores de vibração.

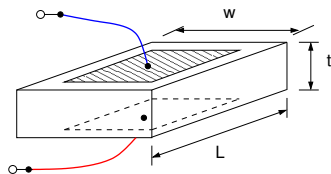
Modelagem Matemática I

Os sensores PZT podem ser modelados como geradores de carga elétrica em função da deformação (simplificando para o caso em que a deformação ocorre ao longo de uma única direção e a carga elétrica é medida apenas ao longo de uma única direção):

$$q = kx$$

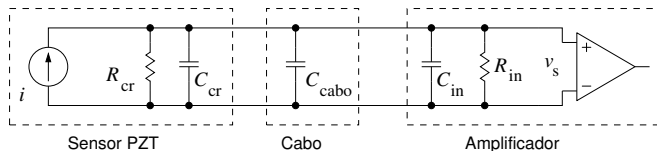
sendo q a carga elétrica associada a uma dada direção de deformação; x a deformação correspondente; e k uma constante que depende do material piezoelétrico.

Na Figura ao lado tem-se o sensor PZT representado como um bloco cujas dimensões determinam uma certa capacitância C_{CR} e resistência R_{CR} parasitas.



Modelagem Matemática II

Lembrando que $i = \frac{dq}{dt} = k \frac{dx}{dt}$, podemos representar o sensor PZT como uma fonte de corrente que depende da taxa de variação da deformação:



Na Figura estão mostradas as resistências e capacitâncias parasitas de cada componente do circuito de medição. Neste caso, para $R_{eq} = R_{cr} \parallel R_{in}$ e $C_{eq} = C_{cr} \parallel C_{cabo} \parallel C_{in}$, a transformada de Laplace da tensão $v_s(t)$ na entrada do amplificador será dada por:

$$V_s(s) = (R_{eq} \parallel 1/(sC_{eq})) I(s) = \left(\frac{R_{eq}}{R_{eq}C_{eq}s + 1} \right) \underbrace{k s X(s)}_{I(s)}$$

Modelagem Matemática III

Portanto,

Função de Transferência do Sensor PZT

$$\frac{V_s(s)}{X(s)} = \frac{k}{C_{eq}} \frac{\tau s}{\tau s + 1}, \quad (1)$$

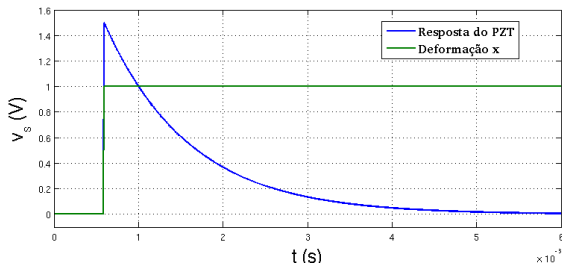
considerando que $\tau = R_{eq}C_{eq}$.

Isto significa que o comportamento dinâmico do sensor PZT é naturalmente o de um “filtro passa-altas”, em relação a medição de deformações $x(t)$. Por exemplo, para um degrau de deformação ($X(s) = A/s$):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_s(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{A}{s} \left(\frac{k}{C_{eq}} \frac{\tau s}{\tau s + 1} \right) \right] = 0.$$

Modelagem Matemática IV

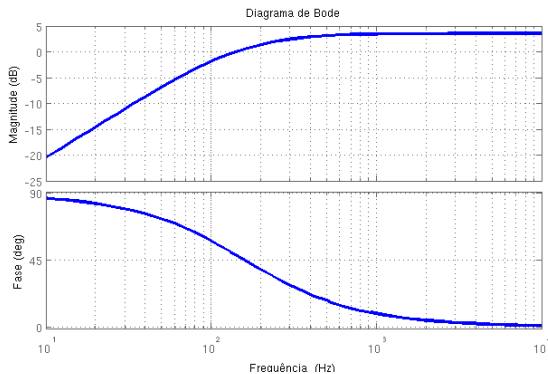
A expressão anterior indica que o sensor PZT não é adequado para medir deformações permanentes:



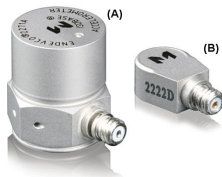
Para aumentar a constante de tempo τ é preciso aumentar R_{eq} . Mas há um limite superior estabelecido pela própria resistência parasita do cristal R_{cr} . Aumentar C_{eq} não é aconselhável, pois diminui o ganho total.

Modelagem Matemática V

Em termos de resposta em frequência, tem-se um filtro passa-altas:



Acelerômetros



Aplicações:

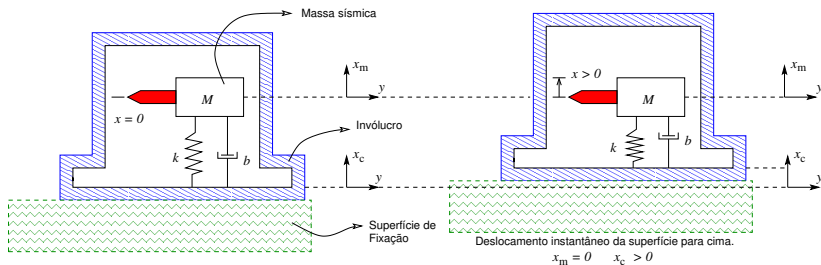
- Estudo de vibrações e diagnóstico de falhas em máquinas e equipamentos;
- Medição de orientação espacial; etc.

Princípio Físico

Medição de aceleração a partir da medição de deslocamento relativo de uma massa sísmica conhecida.

Modelagem Matemática I

Diagrama esquemático de um típico acelerômetro:



Note que o objetivo é medir \ddot{x}_c . Entretanto, só é possível medir diretamente o deslocamento relativo:

$$x = x_c - x_m.$$

Modelagem Matemática II

Aplicando-se a 3^a Lei de Newton:

$$\begin{aligned}M\ddot{x}_m &= k(x_c - x_m) + b(\dot{x}_c - \dot{x}_m), \\M(\ddot{x}_c - \ddot{x}) &= kx + b\dot{x}, \\ \Rightarrow \ddot{x}_c &= \ddot{x} + \frac{b}{M}\dot{x} + \frac{k}{M}x.\end{aligned}\tag{2}$$

Na figura anterior:

- k é o coeficiente elástico de uma mola equivalente que representa o acúmulo de energia potencial elástica;
- b é o coeficiente de atrito viscoso de um amortecedor equivalente que representa a perda de energia cinética.

Modelagem Matemática III

A partir da expressão (2), aplicando-se a Transformada de Laplace e supondo-se condições iniciais nulas, tem-se que:

Função de Transferência do Acelerômetro

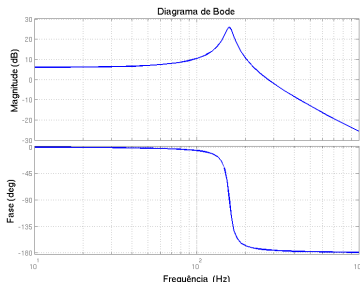
$$\frac{X(s)}{[s^2 X_c(s)]} = \left(\frac{M}{k}\right) \left(\frac{\frac{k}{M}}{s^2 + \frac{b}{M}s + \frac{k}{M}}\right) = G_{dc} \left(\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}\right), \quad (3)$$

em que $G_{dc} = \frac{M}{k}$, $\zeta = \frac{b}{2} \frac{1}{\sqrt{Mk}}$ e $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$.

Portanto, ao se medir o deslocamento relativo $x(t)$ por algum método, obtém-se de fato uma relação dinâmica com a grandeza desejada $\ddot{x}(t) \Rightarrow s^2 X_c(s)$, expressa pela Função de Transferência (3).

Modelagem Matemática IV

A resposta em frequência dos acelerômetros normalmente é caracterizada pela existência de subamortecimento ($\zeta \ll 1$), indicando a existência de ressonância mecânica:



Note que há um compromisso entre *sensibilidade* ($G_{dc} = \frac{M}{k}$), e *faixa de passagem* ($\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{1}{\sqrt{G_{dc}}}$).

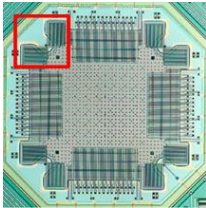
Modelagem Matemática V

Como medir $x(t)$? Há várias possibilidades:

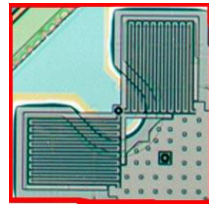
- 1 Potenciômetro;
- 2 LVDT;
- 3 ...
- 4 Sensor capacitivo;
- 5 Sensor piezoelétrico.

As duas últimas opções acima são muito comuns, pois podem ser mais facilmente integradas a dispositivos de pequeno tamanho.

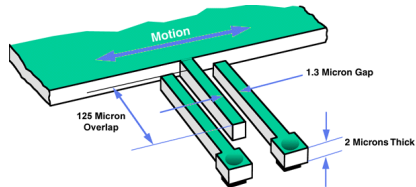
Exemplo: Acelerômetro Capacitivo Integrado ADXL203 I



Visão superior do interior do chip.



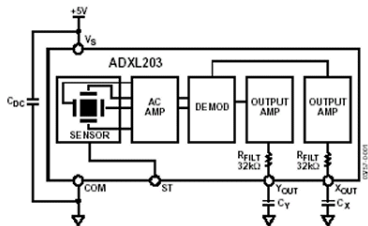
Detalhe dos sensores capacitivos de deslocamento relativo.



Detalhamento da medição capacitiva de deslocamento para uma aleta apenas.



Exemplo: Acelerômetro Capacitivo Integrado ADXL203 II



Blocos internos do acelerômetro.

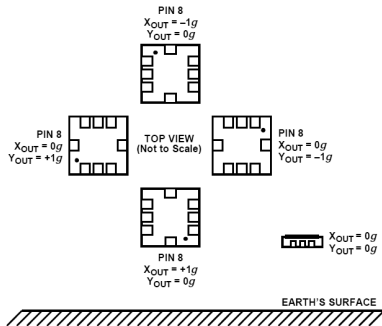
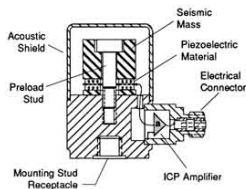


Figure 39. Output Response vs. Orientation

Capacidade de medição de aceleração constante (aceleração da gravidade).

Exemplo: Acelerômetro Piezoelétrico I

Muito utilizados para se medir vibrações de máquinas e equipamentos, possibilitando o diagnóstico de falhas.



Obtida em http://www.pcb.com/techsupport/tech_accel.php

O que se precisa observar nestes casos é o fato de não ser possível medir acelerações constantes, pois a medição de deslocamento da massa sísmica é feita usando-se um sensor piezoelétrico.

Exemplo: Acelerômetro Piezoelétrico II

Típica resposta em frequência de acelerômetros piezoelétricos:

