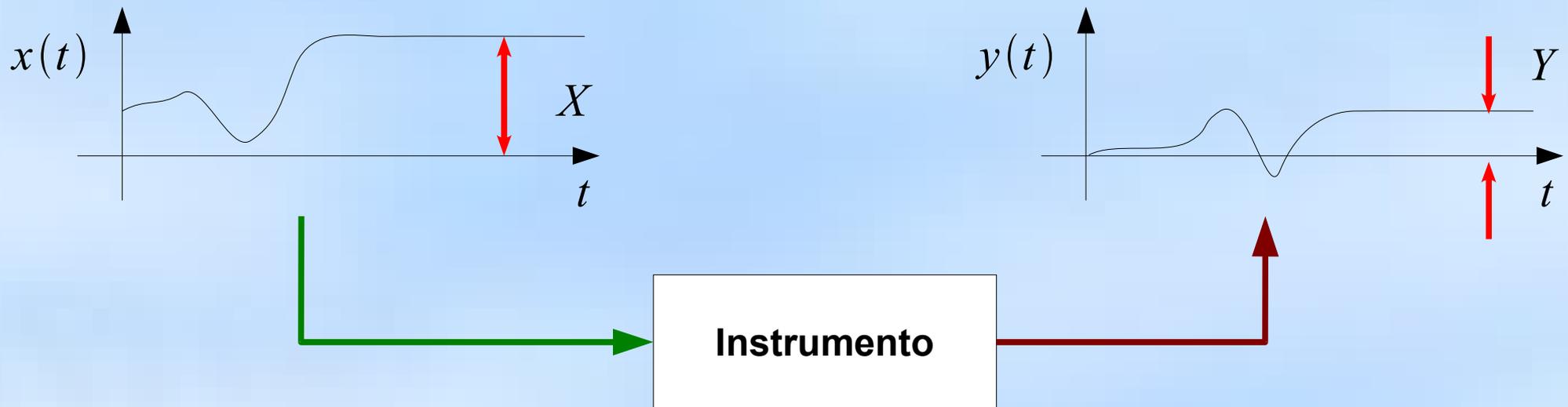


Instrumentação Industrial

Fundamentos de Instrumentação Industrial: Caracterização Estática

Caracterização Estática de Instrumentos

Definição: determinação da relação entre a entrada e a saída do instrumento, considerando valores constantes de *equilíbrio* para a entrada e para a saída, ou seja, considerando apenas os valores observados em *regime permanente*.



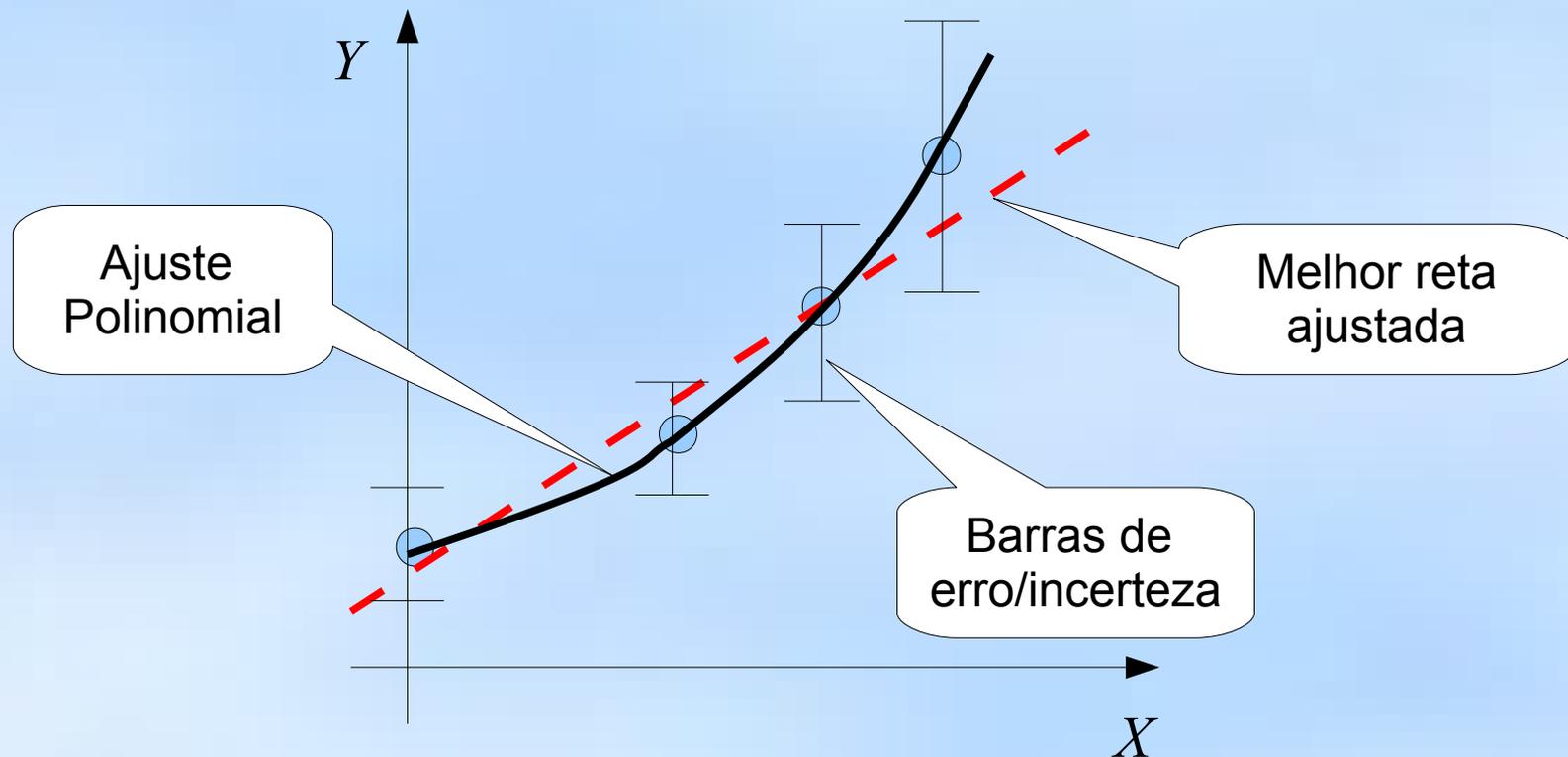
Ou seja, buscamos a relação entre

$$X = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t), \text{ e } Y = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t).$$

Curva Característica Estática

Os pares de valores de $(X; Y)$ serão usados como pontos sobre um gráfico, como o mostrado abaixo, chamado de

Curva Característica Estática



Calibração Estática

- A determinação da Curva Característica Estática é chamada de Calibração Estática ou Aferição.
- Para se realizar a **Calibração Estática** é preciso manter as grandezas de influência (entradas indesejadas) sob Controle Estatístico.
- **Controle Estatístico** é o estado de um Procedimento de Medição em que as entradas interferentes e modificantes são mantidas praticamente constantes, isto é, com apenas pequenas flutuações aleatórias em torno de seus valores médios.
- O **Procedimento de Medição** é a realização prática de um método de medição (situação ideal em que somente o mensurando é variado). Na prática, deve-se usar um Método Exemplar.
- O **Método Exemplar** é um procedimento de medição reconhecido pelos especialistas como sendo suficientemente correto para a aplicação a qual se destina o instrumento.

Calibração Estática

Em termos matemáticos:

$$Y = h(X, x_{\text{int}}, x_{\text{mod}}),$$

$$Y = h_e(X) + \epsilon \rightarrow \text{Curva Estática,}$$

$$\epsilon \equiv \text{erro aleatório.}$$

$$X = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t),$$

$$Y = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t),$$

$$\frac{dx_{\text{int}}}{dt} \approx 0;$$

$$\frac{dx_{\text{mod}}}{dt} \approx 0;$$

Hipótese 1: valores de entrada e de saída em Regime Permanente (condição de equilíbrio); e

Hipótese 2: Grandezas de influência em Controle Estatístico.

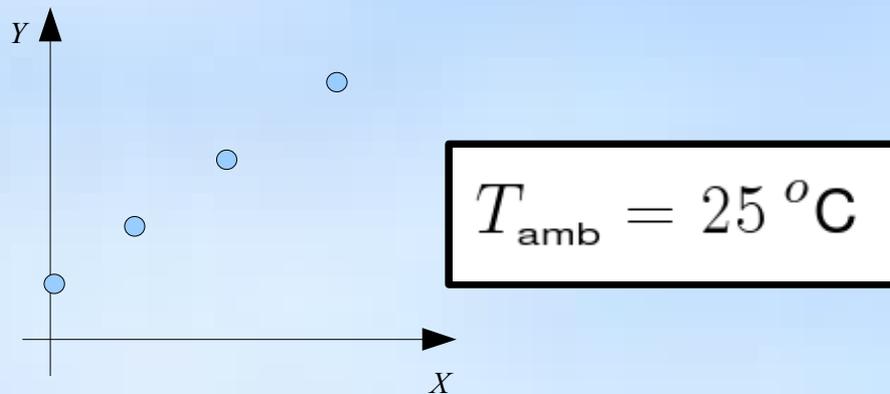
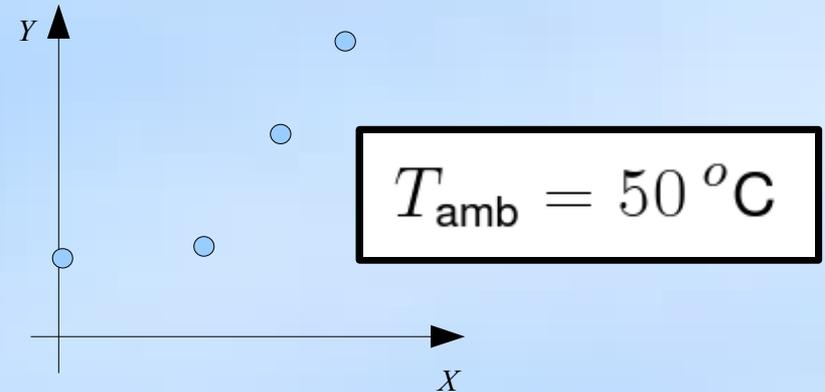
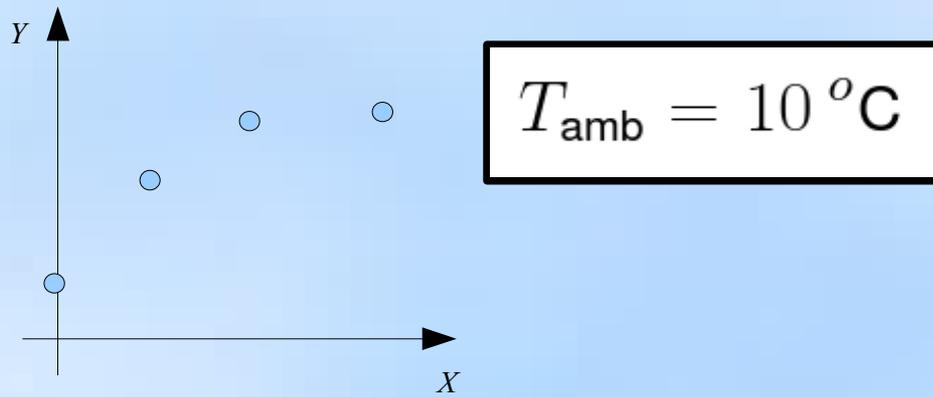
Calibração Estática

Além dos cuidados apontados anteriormente, que passos devem ser seguidos para se realizar a calibração estática com qualidade?

1. Reconhecer as entradas desejada (mensurando), interferentes e modificantes (grandezas de influência);
2. Decidir que grandezas de influência não poderão ser ignoradas na aplicação específica do instrumento;
3. Preparar o procedimento de medição, procurando implementar um método exemplar;
4. Obter as curvas características estáticas (mais de uma), correspondentes a cada caso para valores de grandezas de influência que, inevitavelmente, existirão na aplicação específica do instrumento.

Calibração Estática

- Exemplo de um medidor de vazão que é muito afetado pela temperatura ambiente:

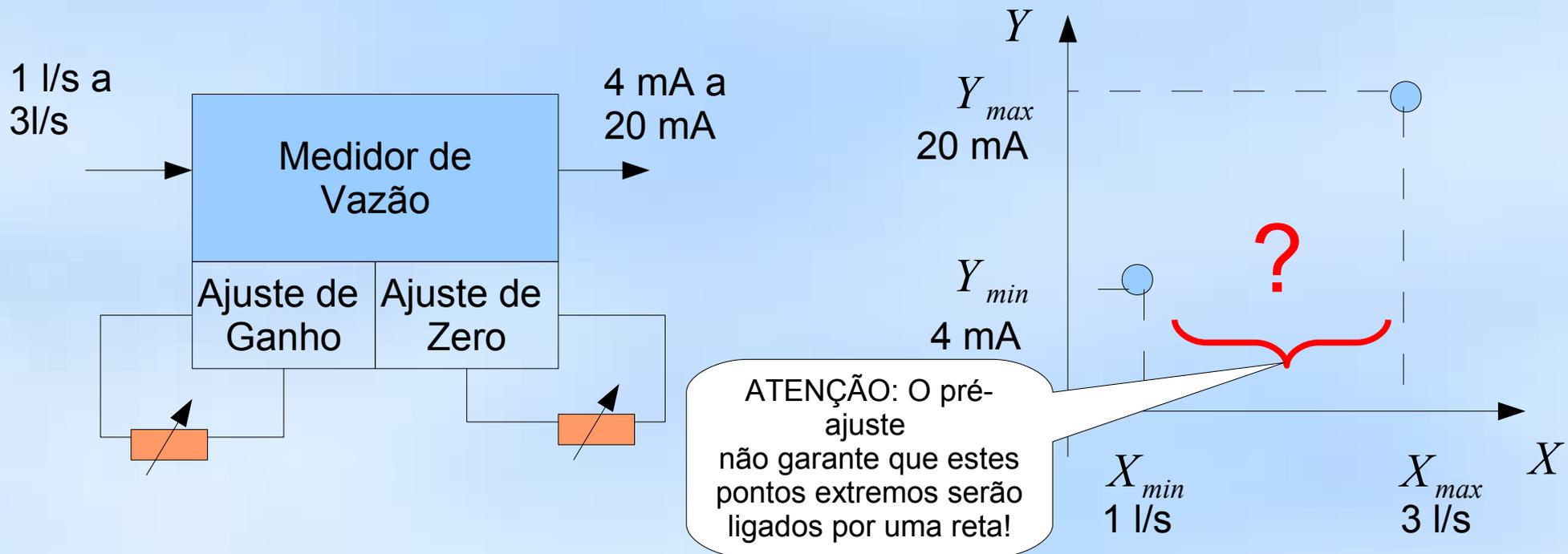


Calibração Estática – Pré-calibração

Uma atividade bastante comum na indústria é o

Pré-ajuste de ganho/sensibilidade e de offset/bias/polarização

- Vários instrumentos possuem ajustes para sintonia destes parâmetros, de forma que os valores de saída passem a ser exibidos em um intervalo desejado pré-escolhido. Ex.:



Calibração Estática – Pré-calibração

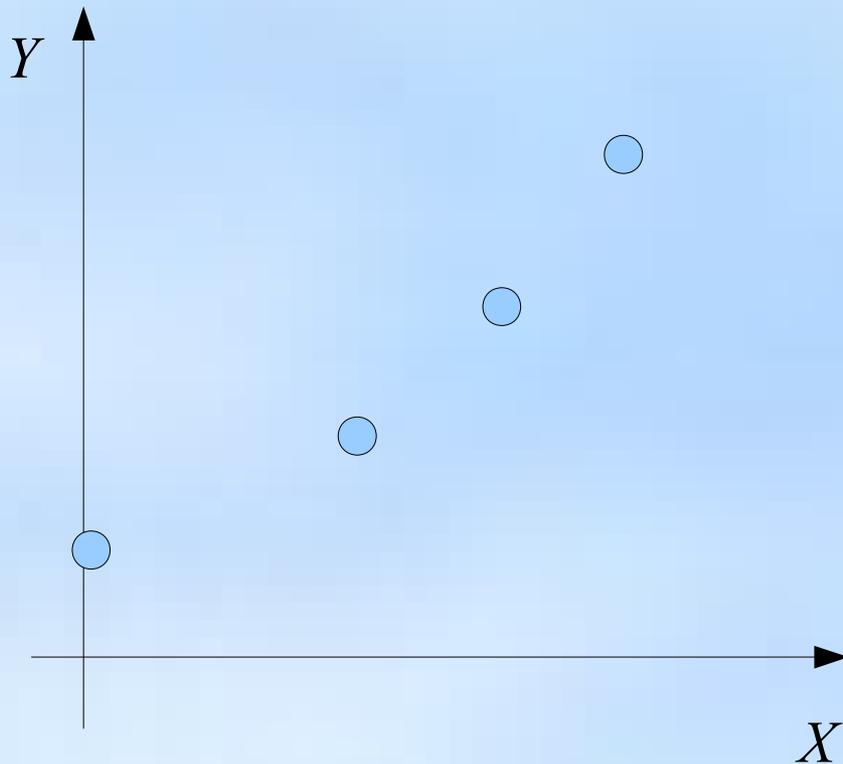
Para realizar o pré-ajuste, adota-se o seguinte procedimento iterativo:

1. Impondo-se o valor mínimo da variável desejada à entrada do instrumento, ajusta-se o "zero" para que o valor indicado seja o valor desejado nesta situação;
 2. Impondo-se o valor máximo da variável desejada à entrada do instrumento, ajusta-se o "ganho/sensibilidade" para que o valor indicado seja o valor desejado nesta situação;
 3. Volta ao passo 1.
- 

Após algumas iterações (usualmente 2 a 5), estaremos prontos para obter os pontos da curva de calibração estática, entre os dois pontos extremos pré-ajustados.

Calibração Estática

- Como foram obtidos os pontos das abscissas da curva de Calibração Estática abaixo?

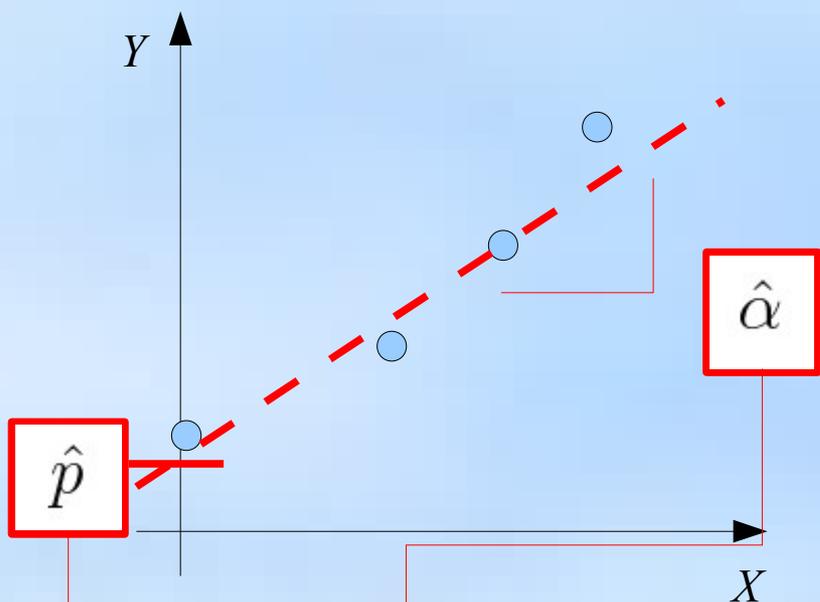


Usando um
Padrão de Medição!

Padrão de Medição: instrumento pelo menos 10 vezes mais preciso do que o que está sendo caracterizado, e que seja rastreável do ponto de vista metrológico.

Reta de Calibração

- É muito comum tentar-se ajustar uma reta aos pontos obtidos no procedimento de Calibração Estática:



$$\begin{aligned} Y_1 &= h_e(X_1) + \epsilon_1; \\ Y_2 &= h_e(X_2) + \epsilon_2; \\ &\vdots \\ Y_n &= h_e(X_n) + \epsilon_n; \end{aligned}$$

$$h_e(X_i) \equiv p + \alpha X_i$$

Parâmetros estimados.

Polarização ou bias ou *offset*.

Ganho ou Sensibilidade.

Reta de Calibração

Como obter os parâmetros ótimos para a reta de calibração?

Minimizando o erro quadrático médio entre a reta ajustada e os pontos obtidos no procedimento de calibração:

$$(\hat{p}, \hat{\alpha}) = \arg \min \sum_{i=1}^n e_i^2,$$

$$e_i = Y_i - (\hat{p} + \hat{\alpha}X_i)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i,$$
$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i,$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i Y_i) - n(\bar{X}\bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i^2) - n(\bar{X})^2},$$
$$\hat{p} = \bar{Y} - \hat{\alpha}\bar{X}.$$

Reta de Calibração – Incerteza nos Parâmetros

Como os parâmetros ótimos (no sentido de minimização do erro quadrático médio) são funções dos valores coletados no procedimento de calibração, eles são de fato variáveis aleatórias. Portanto, há também incertezas associadas a cada parâmetro estimado. As variâncias podem ser calculadas como:

$$s_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{s^2}{\sum (X_i^2) - n(\bar{X})^2};$$

$$s_{\hat{p}}^2 = s_{\hat{\alpha}}^2 \left[\frac{1}{n} \sum (X_i^2) \right];$$

$$s^2 = \frac{1}{\nu} \sum [Y_i - (\hat{p} + \hat{\alpha}X_i)]^2; \quad \nu = n - 2.$$

↙
Graus de liberdade = número de pontos – número de parâmetros ajustados.

Reta de Calibração – Incerteza na Indicação

A partir da expressão para a variância dos erros do ajuste da reta de calibração (chamados de resíduos), podemos estimar a incerteza padrão associada a indicação do instrumento, desprezando a incerteza associada ao Padrão de Referência, como:

$$u_Y = \frac{s}{\sqrt{n}};$$
$$s = \sqrt{\frac{1}{\nu} \sum e_i^2} = \sqrt{\frac{1}{\nu} \sum [Y_i - (\hat{p} + \hat{\alpha}X_i)]^2}; \quad \nu = n - 2.$$

A incerteza padrão acima é do **Tipo A** e, portanto, devemos observar o número de graus de liberdade (no caso, $n-2$) e usar a FDP t-student para obter o fator de abrangência correspondente, necessário ao cálculo da incerteza expandida, caso o número de graus de liberdade < 50 .

Reta de Calibração – Obtendo o Valor do Mensurando

- Após a reta de calibração ser ajustada, e as incertezas padrão terem sido obtidas, ficam as perguntas: dado que instrumento indicou um certo valor em seu mostrador, qual o **valor do mensurando**?

$$\hat{X} = \frac{Y - \hat{p}}{\hat{\alpha}}$$

E qual a **incerteza padrão para esta estimativa do mensurando**?
Devemos usar a expressão para a incerteza padrão combinada, considerando as incertezas nos fatores da expressão acima:

$$u_X = \sqrt{\left[\frac{1}{\hat{\alpha}} u_Y\right]^2 + \left[\frac{-1}{\hat{\alpha}} s_{\hat{p}}\right]^2 + \left[\frac{\hat{p} - Y}{\hat{\alpha}^2} s_{\hat{\alpha}}\right]^2}$$

Reta de Calibração – Incerteza no Valor do Mensurando Estimado

- Um outra forma de se calcular a incerteza associada a estimativa do mensurando é usar a expressão:

$$\hat{X} = \frac{Y - \hat{p}}{\hat{\alpha}} = \frac{Y - \bar{Y}}{\hat{\alpha}} + \bar{X}$$

$$u_X = \sqrt{\left[\frac{1}{\hat{\alpha}} u_Y \right]^2 + \left[\frac{1}{\hat{\alpha}} u_{\bar{Y}} \right]^2 + \left[\frac{Y - \bar{Y}}{\hat{\alpha}^2} s_{\hat{\alpha}} \right]^2}$$

Reta de Calibração – Incerteza no Valor do Mensurando Estimado

- Considerando que o valor observado Y , registrado na expressão anterior, foi obtido como média de m indicações do instrumento, tem-se que:

$$u_Y \approx \frac{s}{\sqrt{m}};$$

$$u_{\bar{Y}} = \frac{s}{\sqrt{n}};$$

$$s_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{s^2}{\sum(X_i^2) - n(\bar{X})^2};$$

$$u_X = \frac{s}{\hat{\alpha}} \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{(Y - \bar{Y})^2}{\hat{\alpha}^2 (\sum(X_i^2) - n(\bar{X})^2)}}$$

Reta de Calibração – Incerteza no Valor do Mensurando Estimado

- Considerando que o valor observado Y , registrado na expressão anterior, foi obtido como média de m indicações do instrumento, tem-se que:

$$u_Y \approx \frac{s}{\sqrt{m}};$$

$$u_{\bar{Y}} = \frac{s}{\sqrt{n}};$$

$$s_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{s^2}{\sum(X_i^2) - n(\bar{X})^2};$$

Valores obtidos após a calibração estática, durante o uso normal do instrumento.

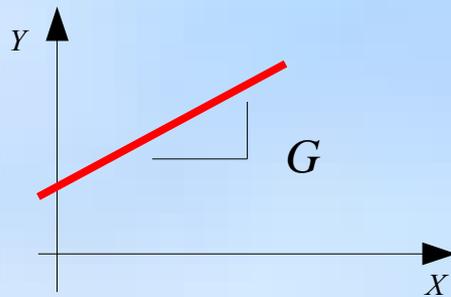
Número de pontos usados no procedimento de calibração estática.

$$u_X = \frac{s}{\hat{\alpha}} \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{(Y - \bar{Y})^2}{\hat{\alpha}^2 (\sum(X_i^2) - n(\bar{X})^2)}}$$

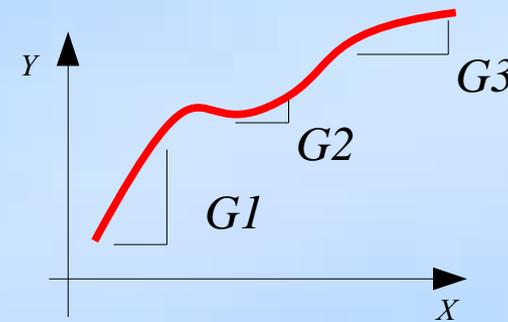
Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

- Sensibilidade ou Ganho → variação na resposta de um instrumento dividida pela variação correspondente do estímulo.

$$G = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$



Ex.: Instrumento Linear →
sensibilidade constante.



Ex.: Instrumento Não Linear
→ sensibilidade variável com
o ponto de operação.

Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

- Faixa Nominal → faixa de indicação do instrumento. Ex.: instrumento de medição de pressão com saída em tensão com faixa nominal de de 1 V a 5 V.
- Faixa de Medição ou Faixa de Trabalho → intervalo do mensurando para o qual o erro de medição se mantém dentro dos limites especificados. Ex.: (idem) projetado para medir pressões de 1 bar a 10 bar terá uma faixa de trabalho de 1 bar a 10 bar.
- Amplitude da Faixa Nominal (*span*) → comprimento da faixa nominal. Ex.: (idem) $span = 4 \text{ V}$.
- Fundo de Escala → Maior dos valores absolutos dos limites da faixa nominal. Ex.: (idem) fundo de escala = 5V.

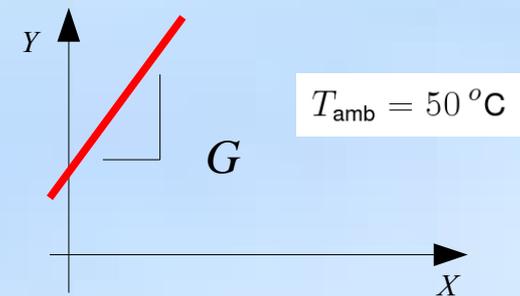
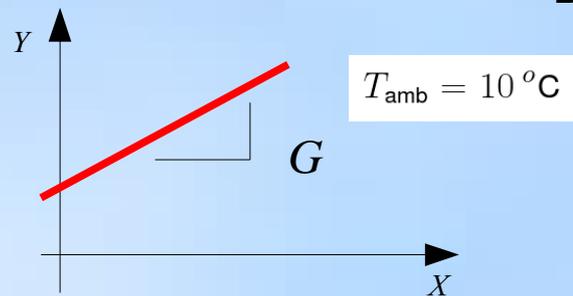
Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

- Zona Morta → Menor variação no estímulo que produz variação detectável na resposta. Ex.: folgas de engrenagens em instrumentos mecânicos impedem que a saída sofra variação quando há estímulos de pequena variação.
- Limiar de Mobilidade (*threshold*) → Menor variação no estímulo, sendo esta variação *lenta e uniforme*, que produz variação detectável na resposta. Ex.: atrito estático em instrumentos mecânicos impedem a deflexão inicial quando o estímulo (força) está abaixo de um certo limiar (menor do que o atrito estático máximo).
- Resolução → Menor diferença entre *indicações* de um instrumento que pode ser significativamente percebida. Ex.: instrumento digital de medição de pressão que indica valores de 1,0 bar a 10,0 bar com resolução de 0,1 bar.

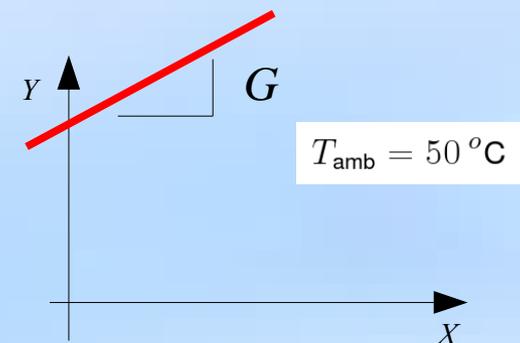
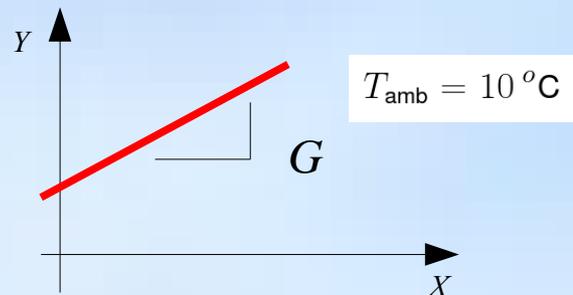
Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

- Deriva (drift) → Variação lenta de uma característica metrológica. Ex.: deriva de zero e deriva de sensibilidade devido a variação da temperatura ambiente.

Deriva de Sensibilidade

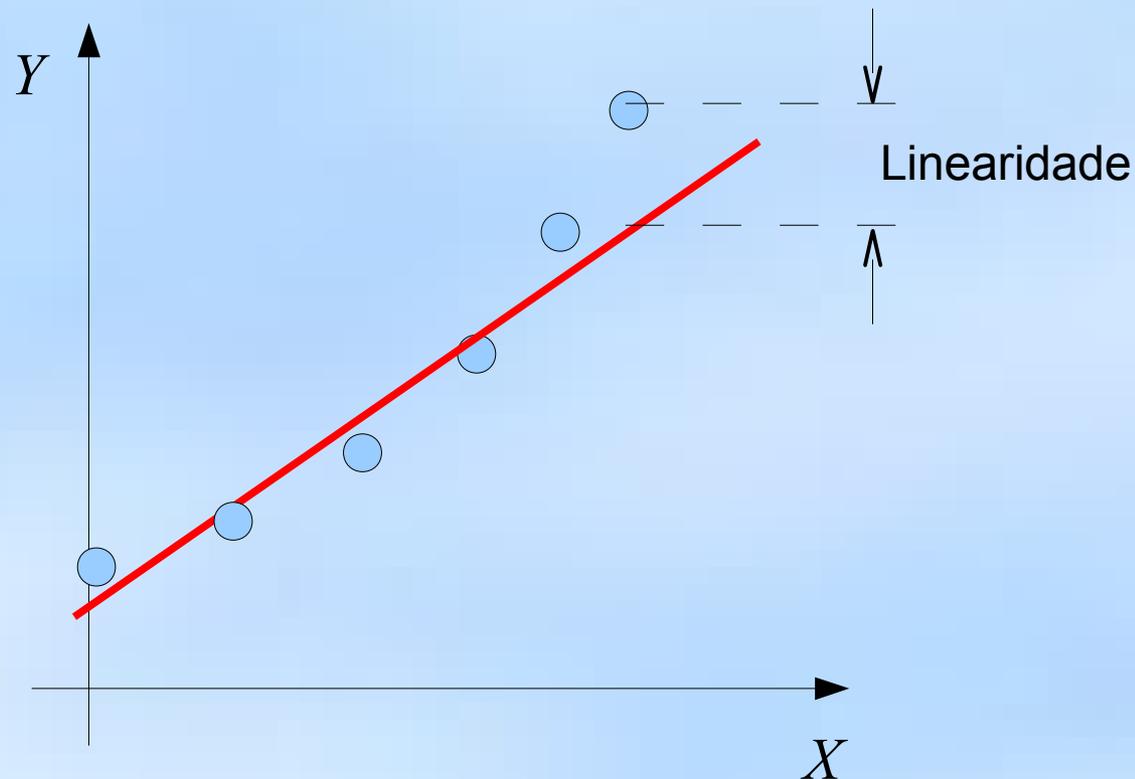


Deriva de Zero



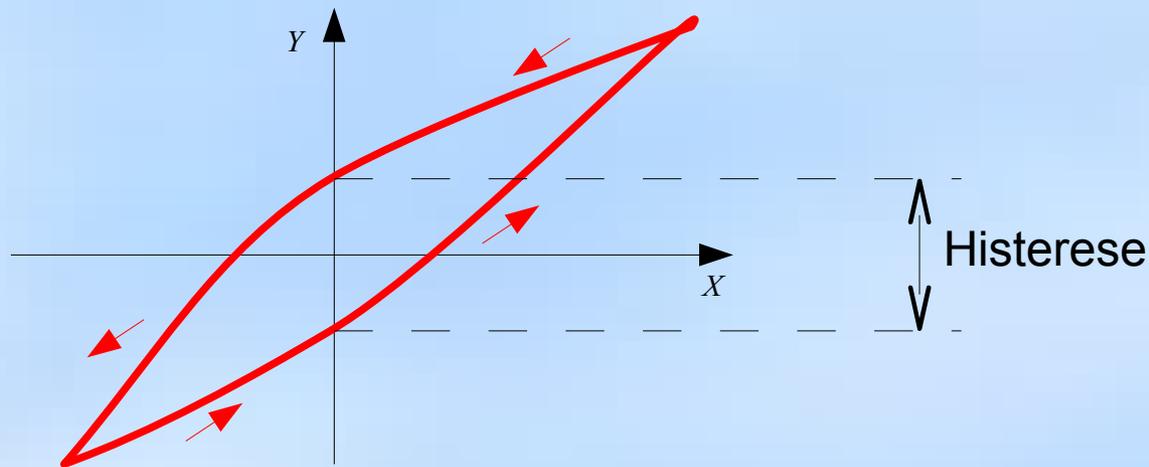
Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

- Linearidade → Maior diferença existente entre um ponto da curva de calibração estática e a melhor reta (no sentido de mínimos quadrados) ajustada.



Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

- Histerese → Maior diferença entre curvas estáticas obtidas quando o mensurando é variado com derivada positiva (valores crescentes), em relação ao caso em que é variado com derivada negativa (valores decrescentes).



Para avaliar a histerese, precisamos realizar o procedimento de calibração estática primeiro aumentando os valores do mensurando, do mínimo até o máximo, e depois diminuindo, do máximo até o mínimo.

Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

Algumas Observações Importantes

- No caso de Instrumentos Digitais, o intervalo de resolução é dado por:

$$R = \frac{\text{SPAN}}{2^N}; \quad N = \text{número de bits.}$$

- Os valores dos parâmetros indicados anteriormente, tais como linearidade e histerese, podem ser apresentados como "valores fiduciais", isto é, como percentuais em relação ao fundo de escala do instrumento, ou em relação ao *span*. Ex.: se a linearidade é de 1,2 bar para um medidor de pressão cujo fundo de escala é 120 bar, então a linearidade também pode ser apresentada como 1%FS.

Características Estáticas – Parâmetros de Instrumentos de Medição

Algumas Observações Importantes

- Muitas vezes os fabricantes fornecem o "erro máximo em uma leitura" (ou seja, deixam de seguir, infelizmente, a forma correta de se expressar a incerteza na medição, conforme visto anteriormente) como um valor fiducial em percentual da leitura, juntamente com outro valor em percentual do *span* ou do fundo de escala, indicando que se deve escolher o maior deles. Ex.: um medidor de pressão apresenta como erro máximo de leitura 5%R (da leitura/*reading*), ou 1%FS (do fundo de escala), devendo-se usar o que for maior.

