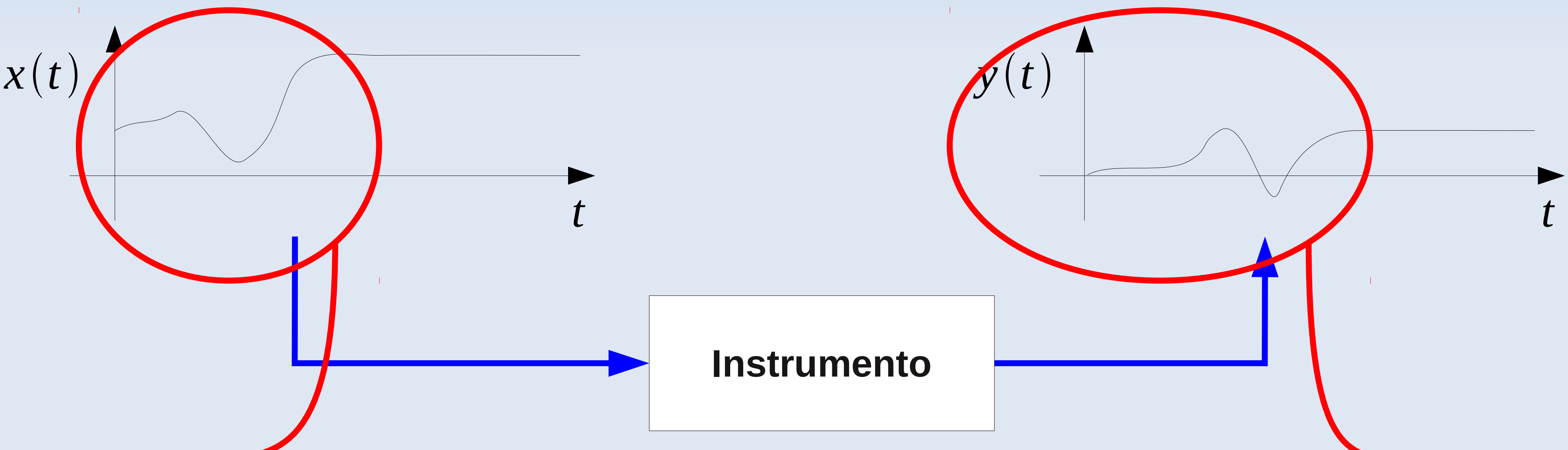
Caracterização Dinâmica de Instrumentos

Caracterização Dinâmica

- Os Instrumentos são, de fato,

  Sistemas Dinâmicos.



O Comportamento transitório é determinado pelas características dinâmicas do Instrumento.

Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Para representar o fato de o instrumento ser um sistema dinâmico, podemos usar, em geral, Equações Diferenciais:

$$\boxed{\begin{cases} \dot{x}_{\mathsf{s}} &= f(x_{\mathsf{s}}, x, u_{\text{int}}, u_{\text{mod}}); \\ y &= h(x_{\mathsf{s}}, x, u_{\text{int}}, u_{\text{mod}}); \end{cases}}$$

Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Para representar o fato de o instrumento ser um sistema dinâmico, podemos usar, em geral, Equações Diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{x}_{\mathrm{s}} = f(x_{\mathrm{s}}, x, u_{\mathrm{int}}, u_{\mathrm{mod}}); \\ y = h(x_{\mathrm{s}}, x, u_{\mathrm{int}}, u_{\mathrm{mod}}); \end{cases}$$

Grandeza de Influência Interferente

Indicação

Mensurando

Grandeza De Influência Modificante

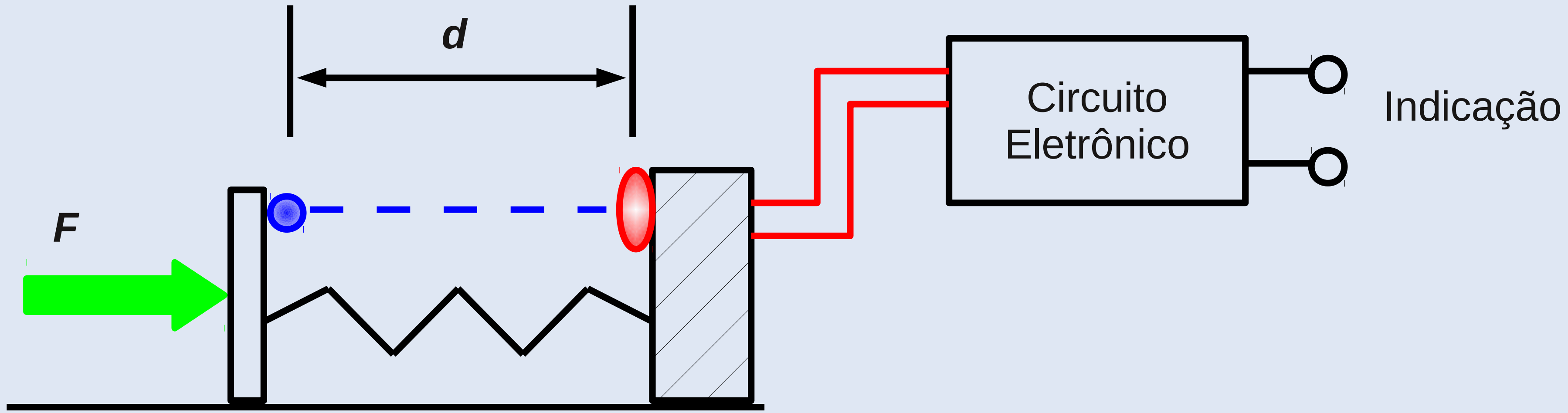
Vetor de Estados ou Vetor de Variáveis Internas (memória).

Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- O Vetor de Estados representa a “Memória” do Sistema/Instrumento (o estado em que ele se encontra). Isto é, a saída/indicação agora, depende não apenas das entradas no momento, mas também depende do que aconteceu no passado e levou à modificação dos valores das variáveis internas.
- A **Ordem Dinâmica** de um Instrumento é dada pelo número de estados necessários para representar essa memória interna.

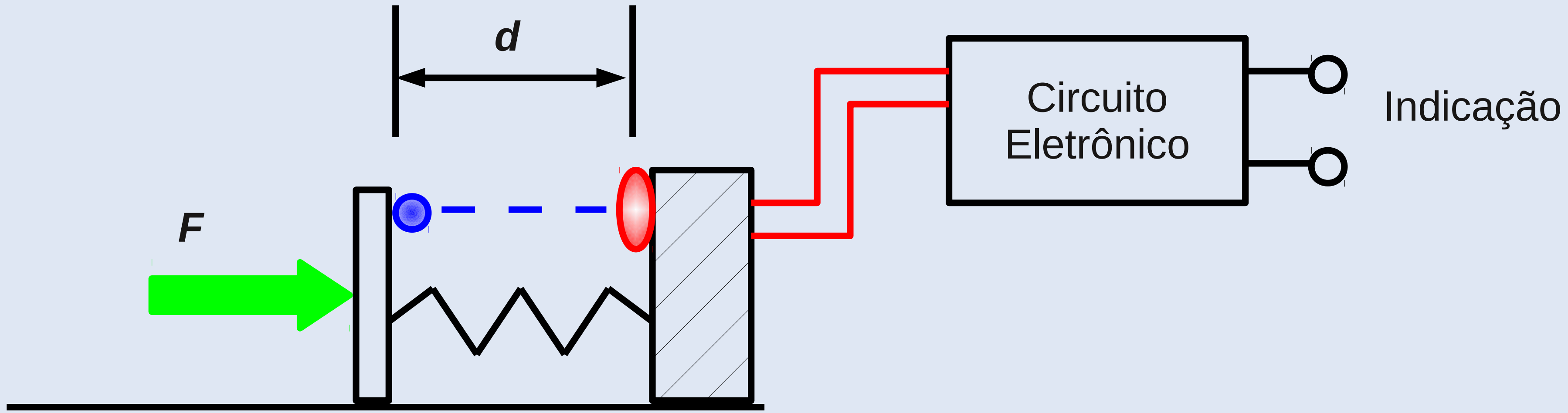
Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.



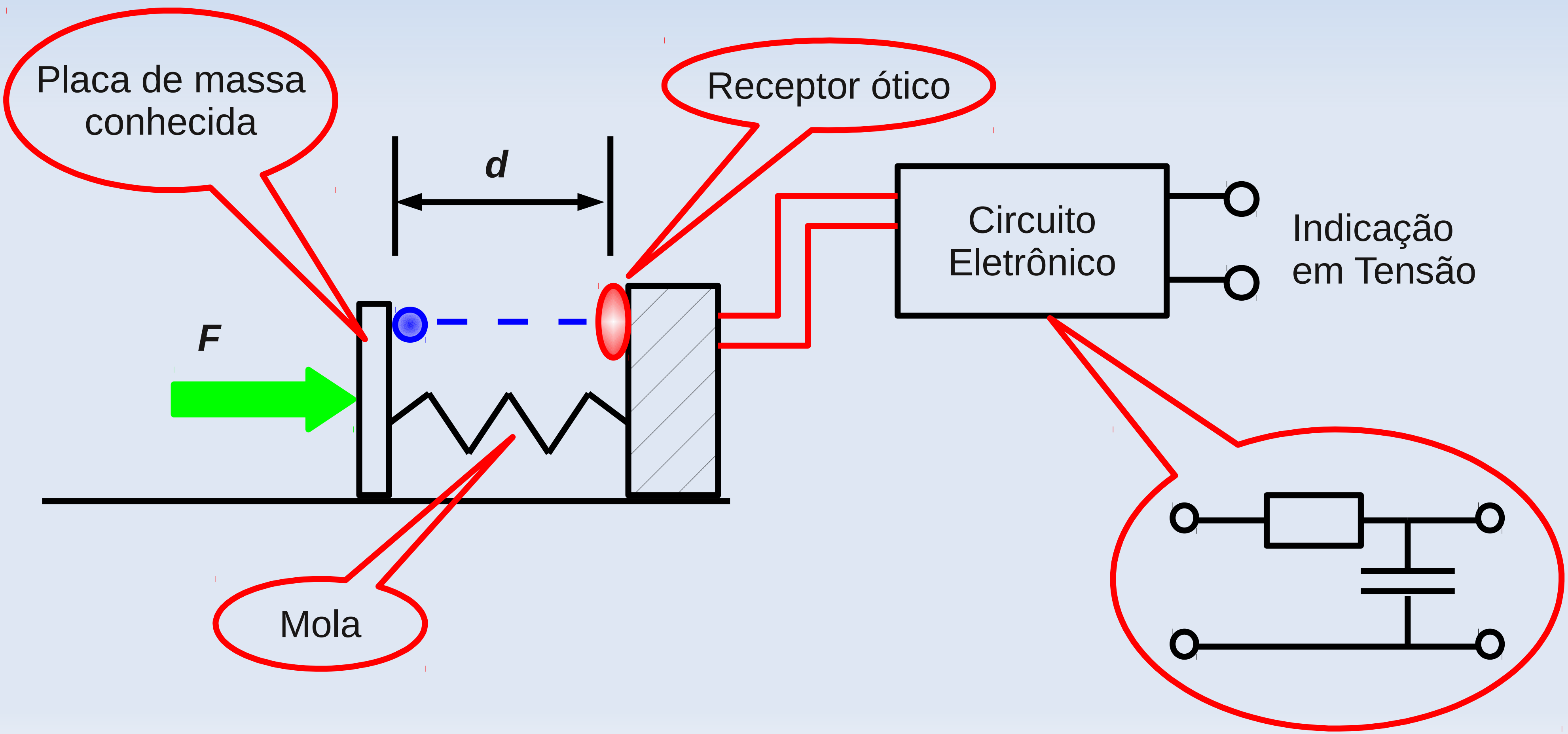
Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.



Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.



Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.

Lei de Newton (placa de massa m):

$$m\ddot{d} = F - k_1 d - k_2 d^2 - b_1 \dot{d} - b_2 (\dot{d})^2,$$

Tensão de saída do receptor ótico:

$$v_\mathsf{r} = c_1 + \frac{c_2}{d^2},$$

Tensão sobre o capacitor:

$$RC\dot{v}_\mathsf{c} = -v_\mathsf{c} + v_\mathsf{r}.$$

Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.

Lei de Newton (placa de massa m):

Mola
Não-linear

$$m\ddot{d} = F - k_1 d - k_2 d^2 - b_1 \dot{d} - b_2 (\dot{d})^2,$$

Atrito Viscoso
Não-linear

Tensão de saída do receptor ótico:

Intensidade inversamente proporcional ao quadrado da distância

$$v_{\mathrm{r}} = c_1 + \frac{c_2}{d^2},$$

Tensão sobre o capacitor:

Lei de Kirchoff

$$RC\dot{v}_{\mathrm{c}} = -v_{\mathrm{c}} + v_{\mathrm{r}}.$$

Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.

$$
\begin{aligned}
x_{\mathsf{s}} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ \dot{d} \\ v_{\mathsf{c}} \end{bmatrix} && \rightarrow \text{ Vetor de Estados,} \\
x &= F && \rightarrow \text{ Força Aplicada,} \\
y &= v_{\mathsf{c}} && \rightarrow \text{ Tensão de saída (sobre o capacitor).}
\end{aligned}
$$

Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.

$$\dot{x}_{\mathsf{s}} = f(x_{\mathsf{s}}, x, u_{\text{int}}, u_{\text{mod}})$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2, \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{m}\left(x - k_1 x_1 - k_2 x_1^2 - b_1 x_2 - b_2 x_2^2,\right) \\
\dot{x}_3 &= \frac{1}{RC}\left(c_1 + \frac{c_2}{x_1^2} - x_3\right)
\end{aligned}$$

$$u_{\text{int}} = 0,\; u_{\text{mod}} = 0.$$

Como caracterizar o Comportamento Dinâmico?

- Exemplo hipotético: Medidor de força baseado em deflexão de uma mola.

$$y = h(x_{\mathsf{s}}, x, u_{\mathrm{int}}, u_{\mathrm{mod}})$$

$$y = x_3.$$

$$u_{\mathrm{int}} = 0,\ u_{\mathrm{mod}} = 0.$$

Análise Linear Local

- Para se analisar o comportamento dinâmico de um instrumento é usual se considerar pequenas variações do mensurando, das variáveis de estado, e da saída, em torno de uma dada condição de equilíbrio/condição de operação.
- Isto possibilita analisar o comportamento linear local aproximado exibido por um instrumento, mesmo que esse instrumento seja **não-linear** (vide exemplo hipotético).

Análise Linear Local

- Para se realizar a análise linear local, antes precisamos determinar a **condição de equilíbrio**:

$$\begin{cases} x_s = x_s^*; \\ x = x^*; \\ u_{int} = u_{int}^*; \\ u_{mod} = u_{mod}^*; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_s = f(x_s^*, x^*, u_{int}^*, u_{mod}^*) = 0; \\ y^* = h(x_s^*, x^*, u_{int}^*, u_{mod}^*); \end{cases}$$

No equilíbrio,
as variáveis internas
têm valores constantes.

Análise Linear Local

- No caso do Exemplo anterior, determinar a condição de equilíbrio significa determinar os valores das variáveis que satisfazem:

$$x_{\mathsf{s}}^* \Rightarrow \begin{cases} x^* - k_1 x_1^* - k_2 (x_1^*)^2 & = & 0, \\ x_2^* & = & 0, \\ c_1 + \frac{c_2}{(x_1^*)^2} & = & x_3^* \end{cases}$$

$$y^* = x_3^*.$$

Análise Linear Local

- No caso do Exemplo anterior, determinar a condição de equilíbrio significa determinar os valores das variáveis que satisfazem:

Mensurando constante

$$x_s^* \Rightarrow \begin{cases} x^* - k_1 x_1^* - k_2 (x_1^*)^2 & = & 0, \\ x_2^* & = & 0, \\ c_1 + \dfrac{c_2}{(x_1^*)^2} & = & x_3^* \end{cases}$$

$$y^* = x_3^*.$$

Indicação correspondente em regime permanente.

Análise Linear Local

- No caso do Exemplo anterior, determinar a condição de equilíbrio significa determinar os valores das variáveis que satisfazem:

Mensurando constante

$$x_s^* \Rightarrow \begin{cases} x^* - k_1 x_1^* - k_2 (x_1^*)^2 & = & 0, \\ x_2^* & = & 0, \\ c_1 + \dfrac{c_2}{(x_1^*)^2} & = & x_3^* \end{cases}$$

$$y^* = x_3^*.$$

Indicação correspondente em regime permanente.

Os mesmos valores obtidos na Caracterização Estática!

Análise Linear Local

- Uma vez determinada a Condição de Equilíbrio, podemos definir novas variáveis que são **desvios** em relação aos valores de Equilíbrio:

$$\begin{aligned} \delta x &= x - x^*, \\ \delta x_{\mathsf{s}} &= x_{\mathsf{s}} - x_{\mathsf{s}}^*, \\ \delta y &= y - y^* \end{aligned}$$

Note que:

$$\frac{d}{dt}(\delta x_{\mathsf{s}}) = \frac{dx_{\mathsf{s}}}{dt},$$

Análise Linear Local

- A evolução temporal dessas variáveis desvio pode ser representada aproximadamente por equações diferenciais lineares, usando-se a **Expansão em Série de Taylor** das funções não lineares:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\delta x_{\mathsf{s}}) & \approx & \frac{\partial f}{\partial x_{\mathsf{s}}}(x_{\mathsf{s}} - x_{\mathsf{s}}^*) + \frac{\partial f}{\partial x}(x - x^*); \\ \delta y & \approx & \frac{\partial h}{\partial x_{\mathsf{s}}}(x_{\mathsf{s}} - x_{\mathsf{s}}^*) + \frac{\partial h}{\partial x}(x - x^*); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\delta x_{\mathsf{s}}) & \approx & A\,\delta x_{\mathsf{s}} + B\,\delta x; \\ \delta y & \approx & C\,\delta x_{\mathsf{s}} + D\,\delta x; \end{cases}$$

Análise Linear Local

- Seguindo com o Exemplo dado anteriormente, para aquele caso ter-se-ia:

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\delta x_1) &= \delta x_2, \\
\frac{d}{dt}(\delta x_2) &= \underbrace{\left(-\frac{k_1}{m} - 2\frac{k_2}{m}x_1^*\right)}_{a_{21}} \delta x_1 + \underbrace{\left(-\frac{b_1}{m}\right)}_{a_{22}} \delta x_2 + \underbrace{\left(\frac{1}{m}\right)}_{b_2} \delta x, \\
\frac{d}{dt}(\delta x_3) &= \underbrace{\left(-2\frac{c_2}{RC(x_1^*)^3}\right)}_{a_{31}} \delta x_1 + \underbrace{\left(-\frac{1}{RC}\right)}_{a_{33}} \delta x_3, \\
\delta y &= \delta x_3
\end{aligned}
$$

Análise Linear Local

- Seguindo com o Exemplo dado anteriormente, para aquele caso ter-se-ia:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = 0.$$

Obtenção da Função de Transferência

- Finalmente, uma vez que se tem equações diferenciais lineares, pode-se aplicar a **Transformada de Laplace** para se obter uma Função de Transferência correspondente ao comportamento linear local do instrumento:

$$\boxed{G(s) = \frac{\mathcal{L}\left\{\delta y(t)\right\}}{\mathcal{L}\left\{\delta x(t)\right\}} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\beta_m s^m + \beta_{m-1} s^{m-1} + \ldots + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_0},}$$

Obtenção da Função de Transferência

- Finalmente, uma vez que se tem equações diferenciais lineares, pode-se aplicar a **Transformada de Laplace** para se obter uma Função de Transferência correspondente ao comportamento linear local do instrumento:

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}\{\delta y(t)\}}{\mathcal{L}\{\delta x(t)\}} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\beta_m s^m + \beta_{m-1} s^{m-1} + \ldots + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_0},$$

O grau do denominador da FT será igual ao número de variáveis de estado (a ordem dinâmica), se o instrumento for controlável e observável (i.e. não houver cancelamento de pólos e zeros).

Ordem dinâmica do Instrumento!

Obtenção da Função de Transferência

- A Função de Transferência pode ser obtida por meio da aplicação da Transformada de Laplace a cada uma das equações diferenciais e a equação de saída, fazendo-se substituições para eliminar as variáveis internas.
- Isto é equivalente, em termos matriciais, a se calcular a conhecida expressão:

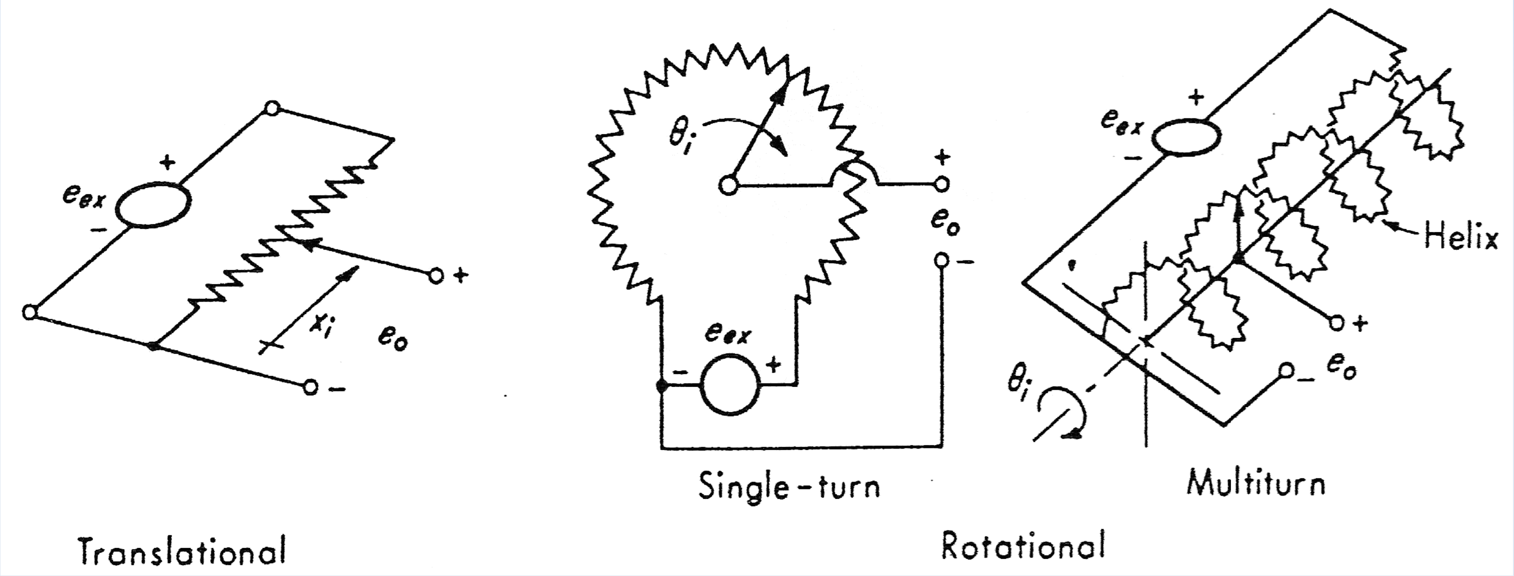
$$\boxed{G(s) = C\left(sI - A\right)^{-1}B + D}$$

Instrumentos de Ordem 0

- No caso de Instrumentos de Ordem 0, isto significa que a saída é diretamente determinada pela entrada, e não há estados internos.
- Usualmente isto significa que o comportamento dinâmico é muito rápido, no contexto da aplicação, e por isso a evolução temporal das variáveis internas pode ser desprezada.
- Ex.: potenciômetros usados para se medir variações lentas de posição.

Instrumentos de Ordem 0

- Exemplo - Potenciômetros.

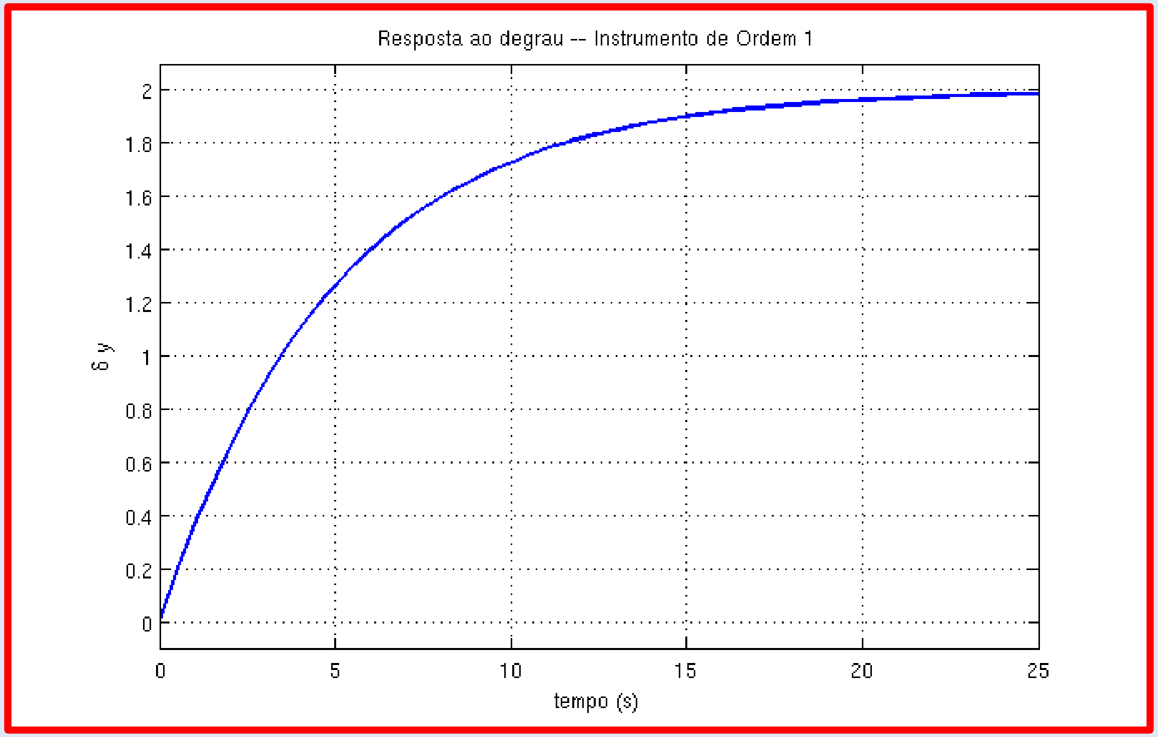


$$\boxed{y = h(x, u_{\text{int}}, u_{\text{mod}})}$$

Instrumentos de Ordem 1

- É usual aproximar-se o comportamento dinâmico de um dado instrumento observando-se apenas a constante de tempo dominante e o ganho estático (sensibilidade) do mesmo:

$$\boxed{G(s) = \frac{G_{\text{dc}}}{\tau_{\text{dom}} s + 1}}$$



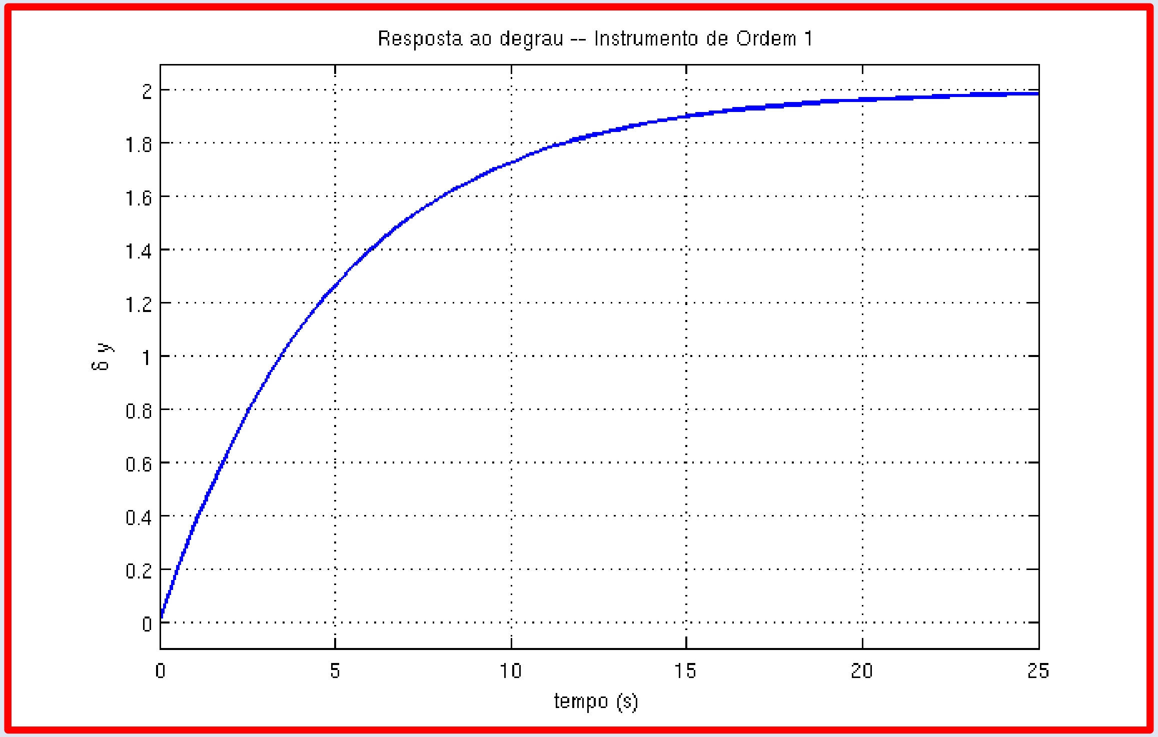
Instrumentos de Ordem 1

- É usual aproximar-se o comportamento dinâmico de um dado instrumento observando-se apenas a constante de tempo dominante e o ganho estático (sensibilidade) do mesmo:

Ganho Estático

$$G(s) = \frac{G_{\text{dc}}}{\tau_{\text{dom}} s + 1}$$

Constante de Tempo

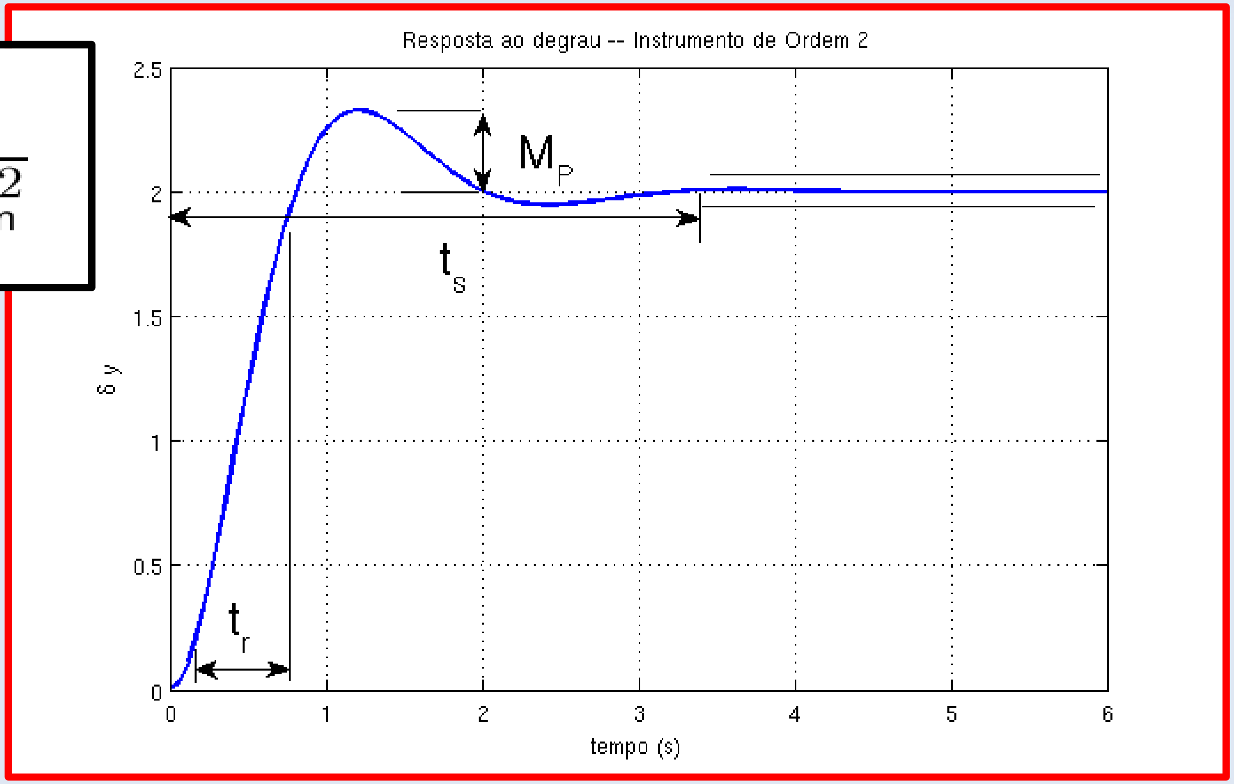


Instrumentos de Ordem 2

- Quando se deseja representar sobre-elevação e tempo de acomodação da variável indicada por um instrumento, é usual aproximar seu comportamento dinâmico por aquele de um sistema de ordem 2:

$$G(s) = \frac{G_{\mathrm{dc}}\,\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_{\mathrm{n}} s + \omega_{\mathrm{n}}^2}$$

$$\begin{aligned} t_s &\approx \frac{4{,}6}{\zeta\omega_{\mathrm{n}}}, \\ M_p &= e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \\ &\approx 1 - \frac{\zeta}{0{,}6} \end{aligned}$$



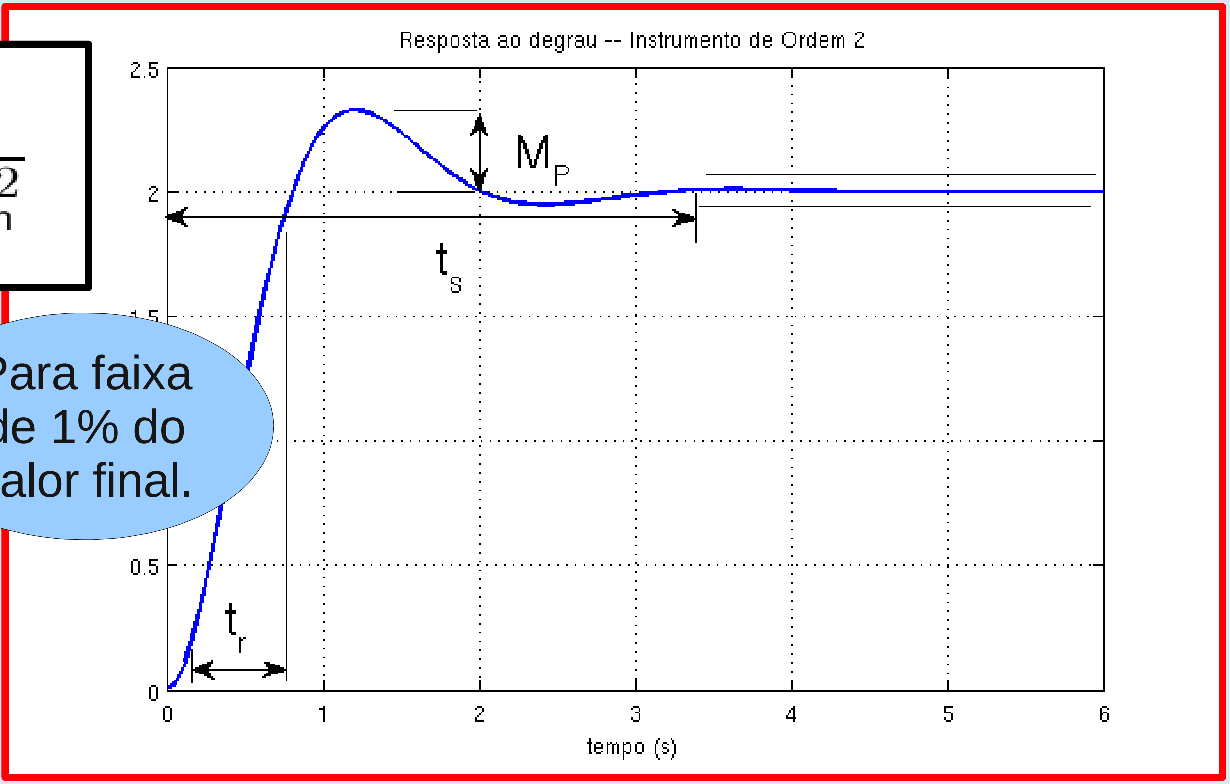
Instrumentos de Ordem 2

- Quando se deseja representar sobre-elevação e tempo de acomodação da variável indicada por um instrumento, é usual aproximar seu comportamento dinâmico por aquele de um sistema de ordem 2:

$$G(s) = \frac{G_{\mathrm{dc}}\,\omega_{\mathrm{n}}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_{\mathrm{n}}s + \omega_{\mathrm{n}}^2}$$

$$\begin{aligned} t_s &\approx \frac{4{,}6}{\zeta\omega_{\mathrm{n}}}, \\ M_p &= e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \\ &\approx 1 - \frac{\zeta}{0{,}6} \end{aligned}$$

Para faixa de 1% do valor final.



Instrumentos com Tempo Morto

- O Atraso Puro de Tempo, ou Retardo de Tempo, ou Tempo Morto, corresponde ao intervalo de tempo que deve transcorrer para que a saída do instrumento comece a ser afetada por uma variação na entrada:

Instrumentos com Tempo Morto

- Em muitos casos o Tempo Morto é provocado por um Atraso de Transporte.

  Ex.: uma balança para medição da quantidade de Minério de Ferro depositada no início de uma longa correia transportadora, que esteja localizada a 1 km do ponto onde o minério é colocado sobre a correia => a relação entre o mensurando e a indicação exibirá Tempo Morto.

Instrumentos com Tempo Morto

- Nesses casos a Função de Transferência correspondente ao comportamento dinâmico do Instrumento exibirá um termo exponencial. Por exemplo:

$$
\begin{aligned}
G_1(s) &= \frac{G_{\mathsf{dc}}\; e^{-T_{\mathsf{morto}}s}}{\tau_{\mathsf{dom}}s+1}, \\
G_2(s) &= \frac{G_{\mathsf{dc}}\,\omega_{\mathsf{n}}^2\; e^{-T_{\mathsf{morto}}s}}{s^2+2\zeta\omega_{\mathsf{n}}s+\omega_{\mathsf{n}}^2}
\end{aligned}
$$

Tempo Morto - Aproximações

- Em alguns casos o *tempo morto* pode ser aproximado por uma Função de Transferência. Isso possibilita, por exemplo, o uso do modelo do instrumento na análise do lugar das raízes de malha fechada.
- Uma forma de se fazer isso é usar uma *Aproximação de Padé* correspondente a uma função racional com polinômio numerador e denominador de ordens *m* e *n*, respectivamente.

$$\boxed{e^{-T_{\text{morto}} s} \approx \frac{N_m(s)}{D_n(s)}, \quad m \leq n.}$$

Tempo Morto - Aproximações

- Possíveis aproximações de Padé para o tempo morto:

$$N_m(s) = \sum_{j=0}^{m} \frac{(m+n-j)!m!}{(m+n)!j!(m-j)!}(-T_{\text{morto}}s)^j$$

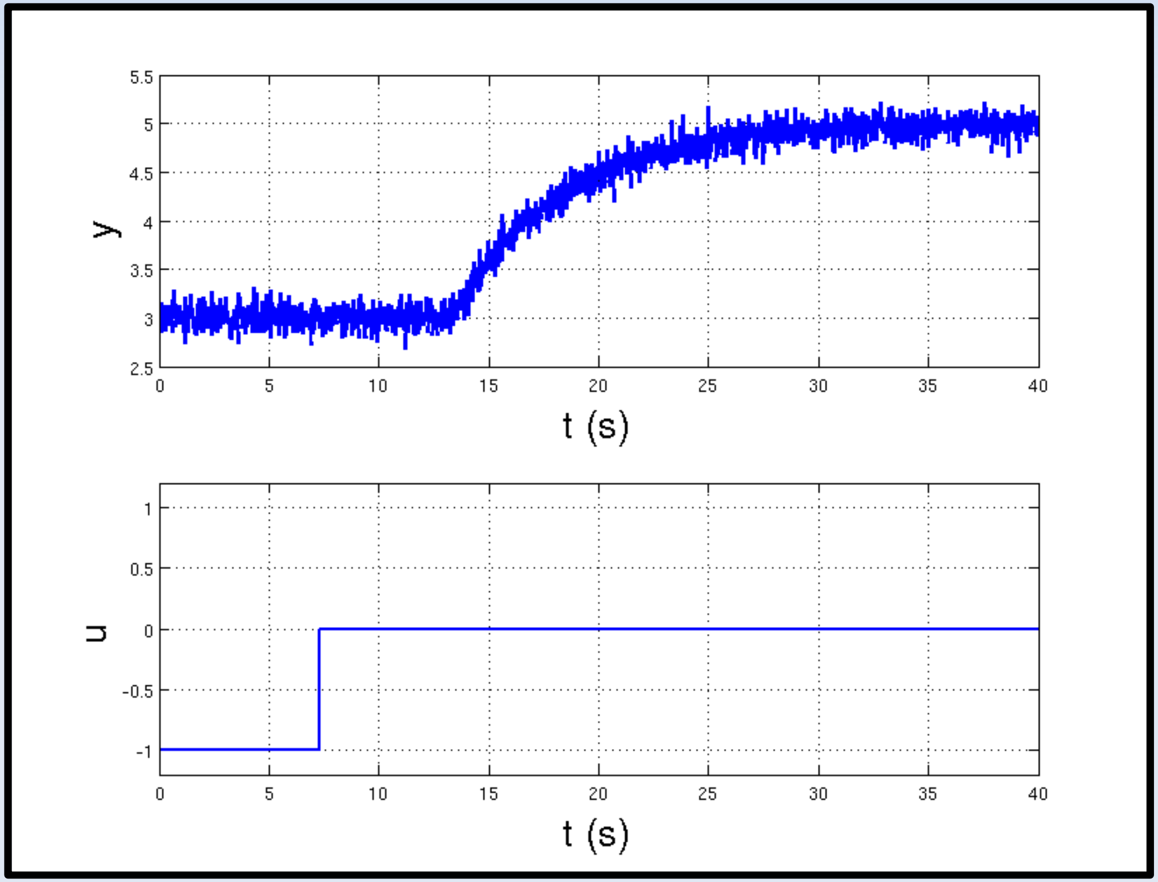
$$D_n(s) = \sum_{j=0}^{n} \frac{(m+n-j)!n!}{(m+n)!j!(n-j)!}(T_{\text{morto}}s)^j$$

- Aproximação bastante utilizada:

$$e^{-T_{\text{morto}}s} \approx \frac{N_1(s)}{D_1(s)} = \frac{1 - \frac{T_{\text{morto}}s}{2}}{1 + \frac{T_{\text{morto}}s}{2}}$$

Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

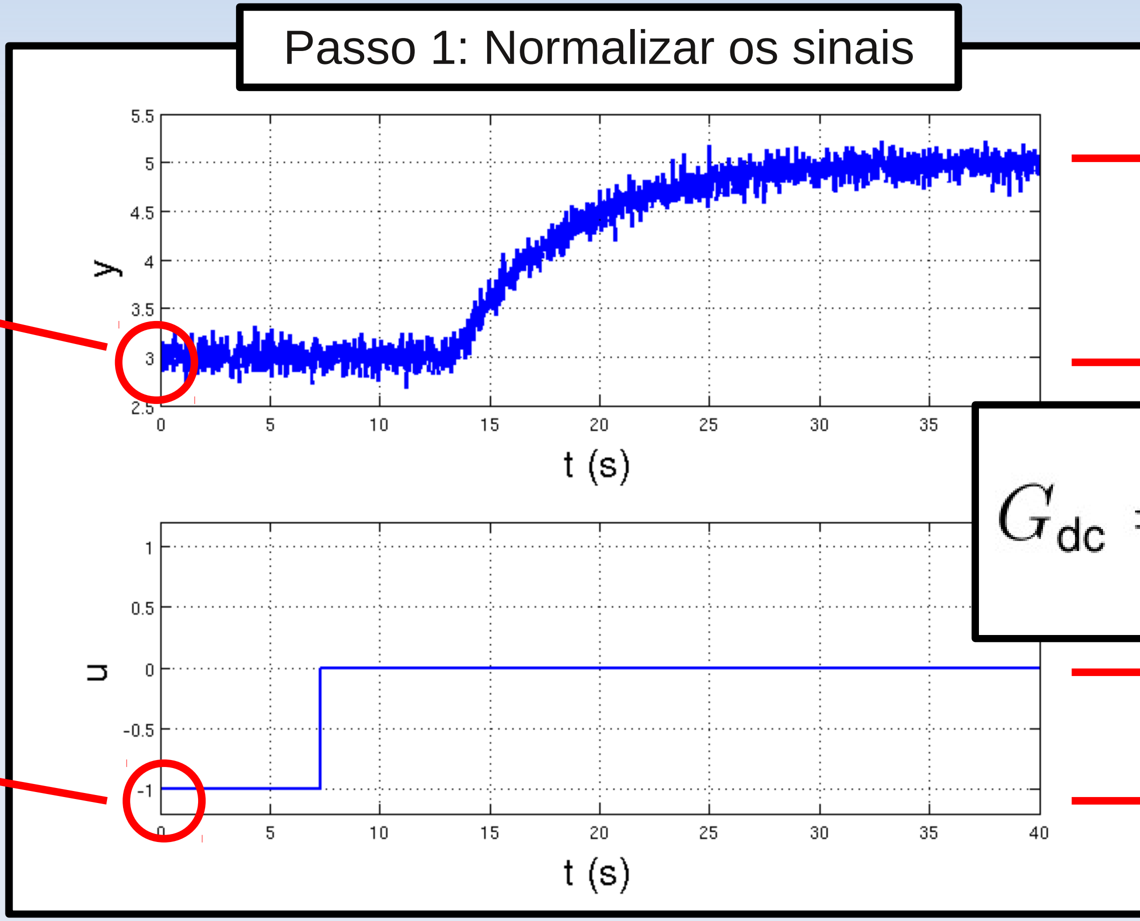
- Como estimar os parâmetros da F.T. de 1ª ordem?



Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Um possível método:

Método da Resposta Complementar



Valor inicial da saída diferente de zero (mas em equilíbrio).

Valor inicial do degrau diferente de zero.

Variação total da saída

Variação total da entrada

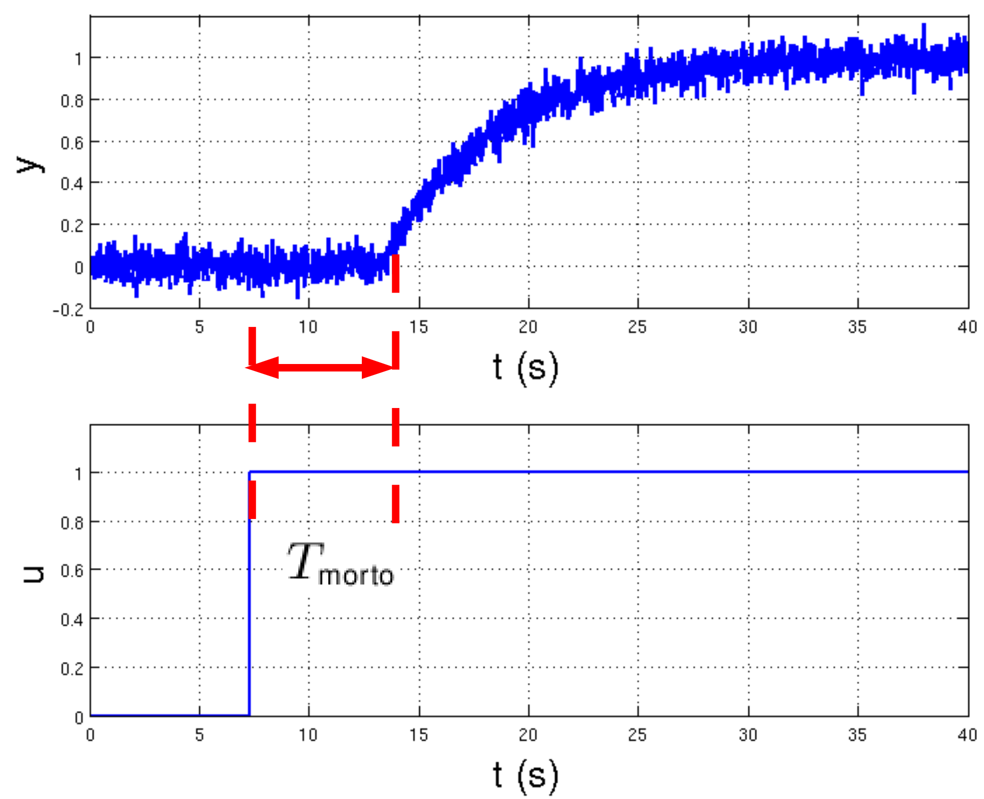
$$G_{\text{dc}} = \lim_{t \to \infty} \frac{\delta y(t)}{\delta u(t)}$$

Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Um possível método:

Método da Resposta Complementar

Passo 2: Estimar o tempo morto.

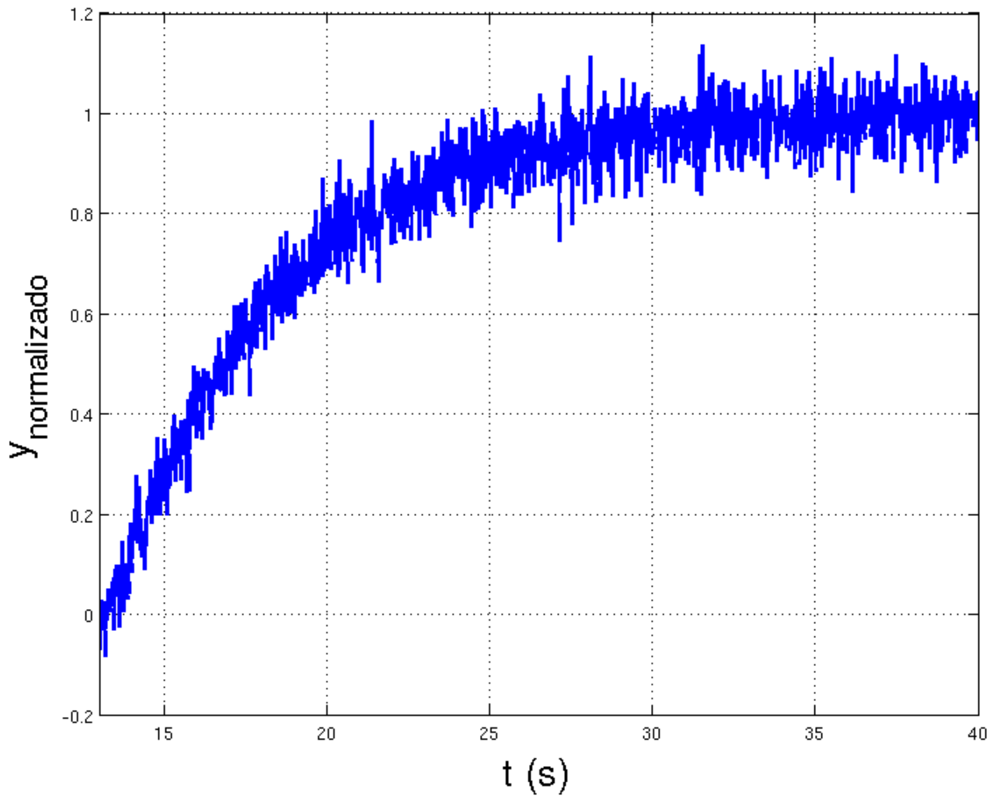


Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Um possível método:

Método da Resposta Complementar

Passo 3: Estimar a constante de tempo.



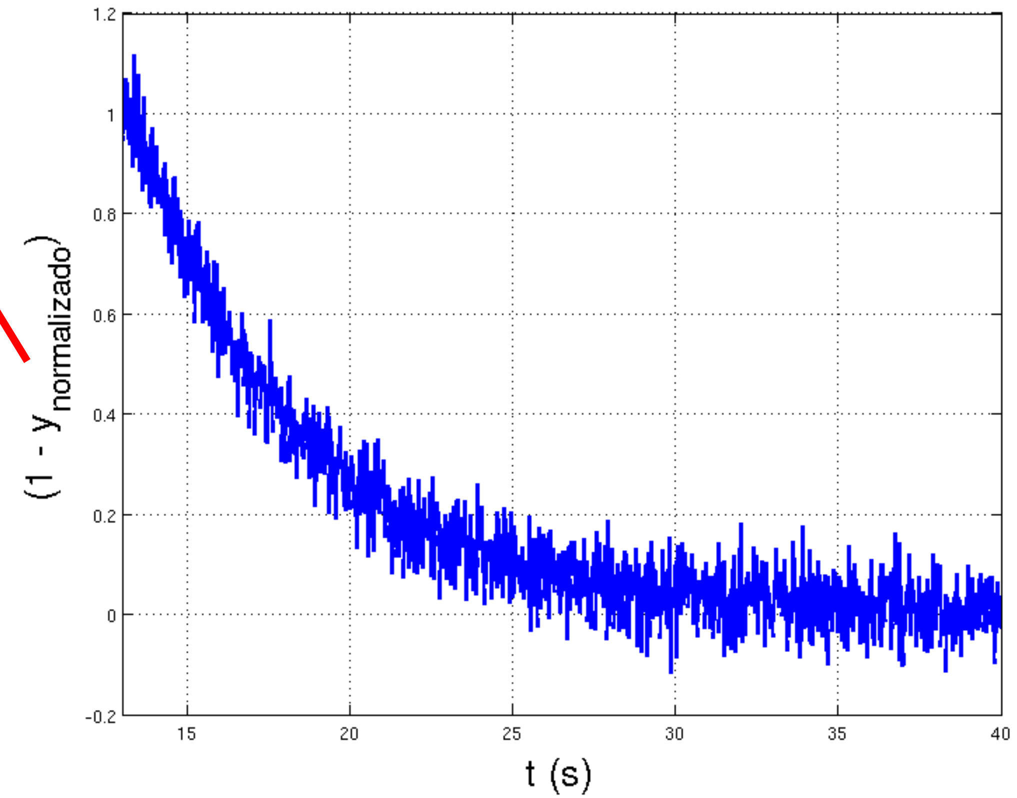
Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Um possível método:

Método da Resposta Complementar

Passo 3: Estimar a constante de tempo.

Resposta Complementar

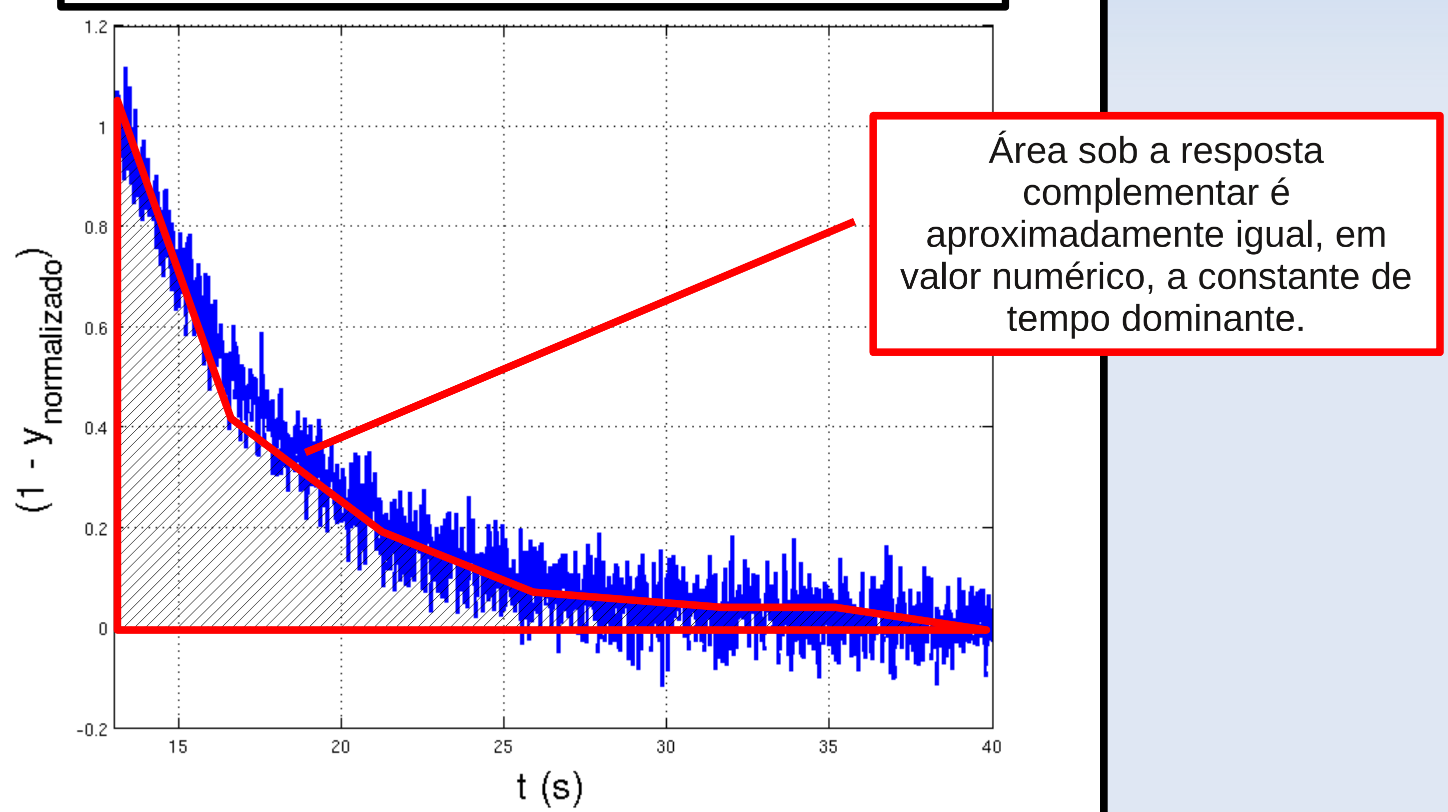


Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Um possível método:

Método da Resposta Complementar

Passo 3: Estimar a constante de tempo.

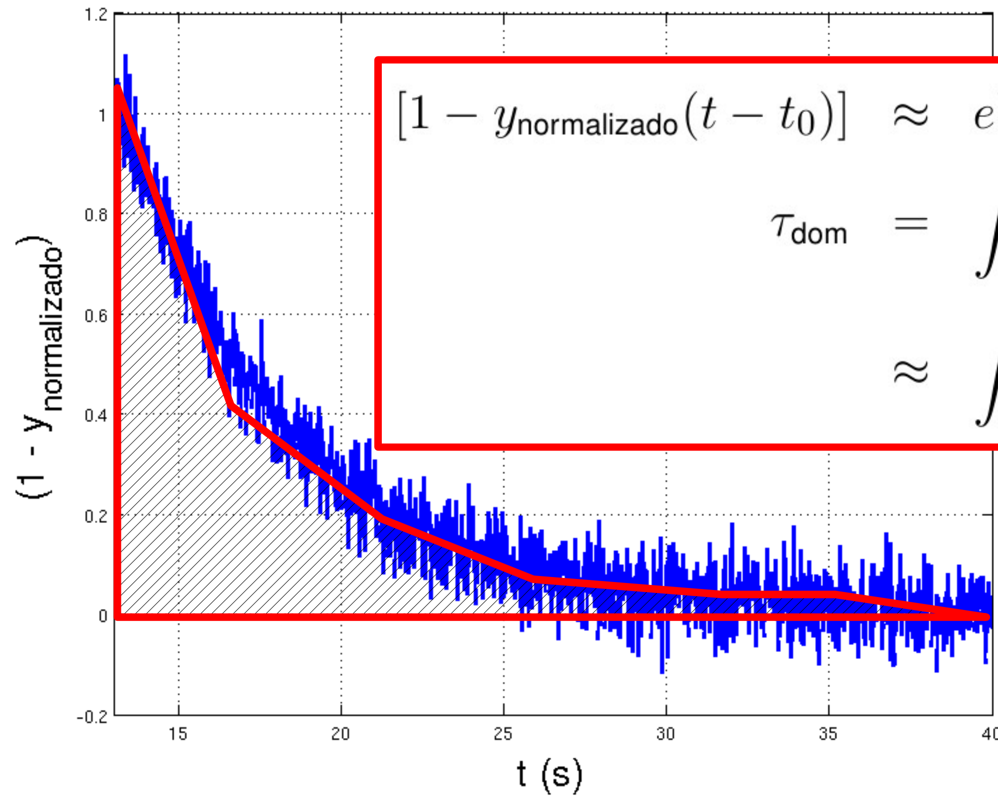


Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Um possível método:

Método da Resposta Complementar

Passo 3: Estimar a constante de tempo.



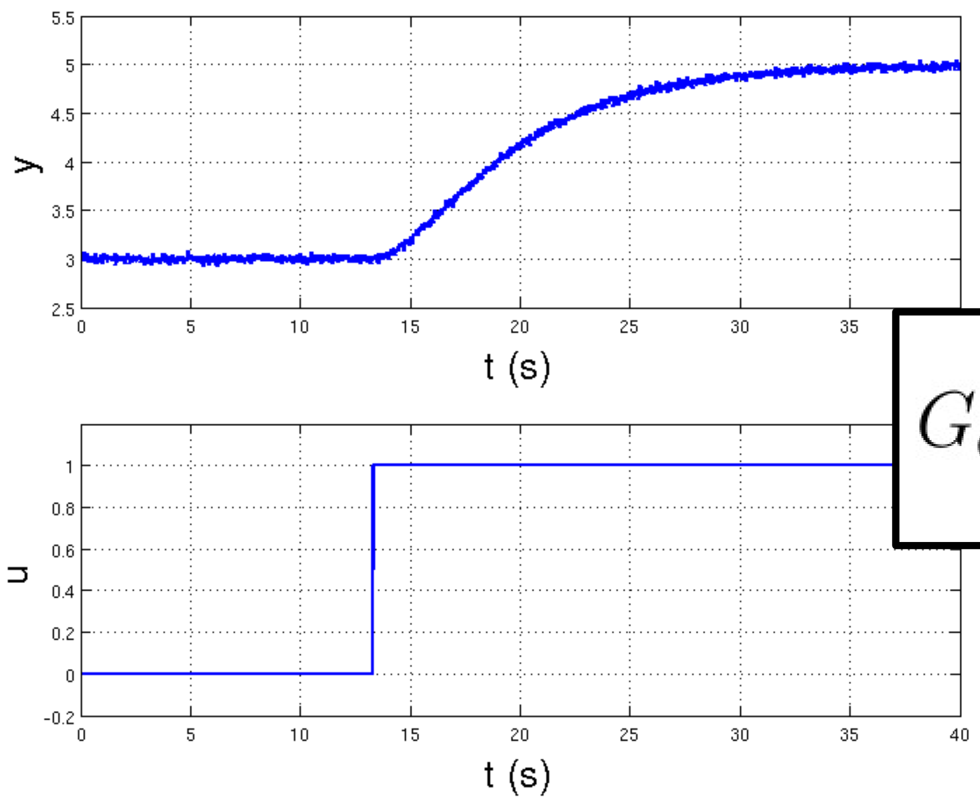
$$
\begin{aligned}
[1 - y_{\text{normalizado}}(t - t_0)] &\approx e^{-\frac{t}{\tau_{\text{dom}}}}, \\
\tau_{\text{dom}} &= \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{dom}}}}\, dt, \\
&\approx \int_0^{t_{\text{f}}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{dom}}}}\, dt; \qquad t_{\text{f}} \gg \tau_{\text{dom}}.
\end{aligned}
$$

Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Aproximação de um sistema de 2ª ordem sobre-amortecido por um sistema de 1ª ordem com tempo morto.

Método de Sundaresan e Krishnaswamy

Passo 1: Estimar o ganho estático



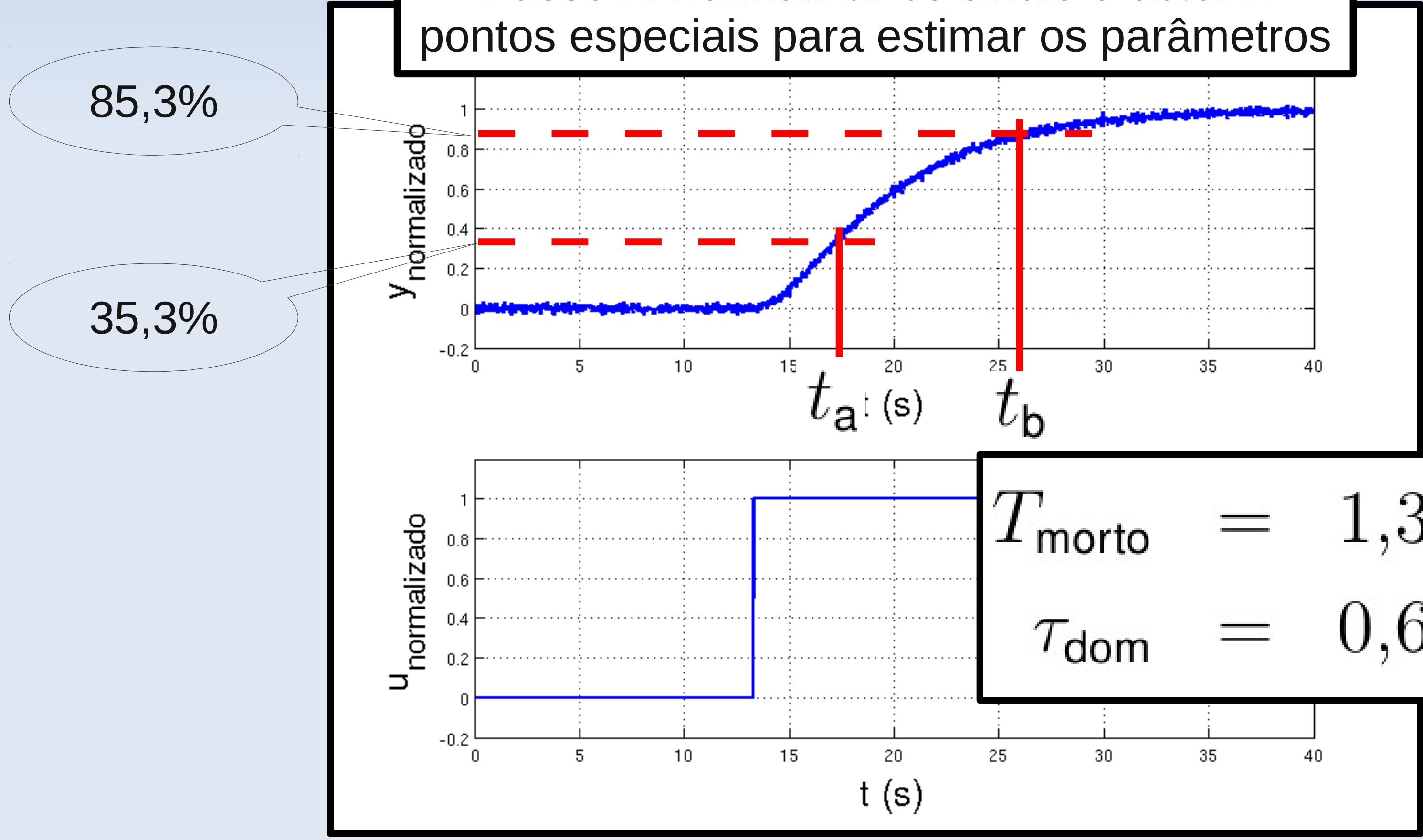
$$G_{\text{dc}} = \lim_{t\to\infty} \frac{\delta y(t)}{\delta u(t)}$$

Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Aproximação de um sistema de 2ª ordem sobre-amortecido por um sistema de 1ª ordem com tempo morto.

Método de Sundaresan e Krishnaswamy

Passo 2: normalizar os sinais e obter 2 pontos especiais para estimar os parâmetros



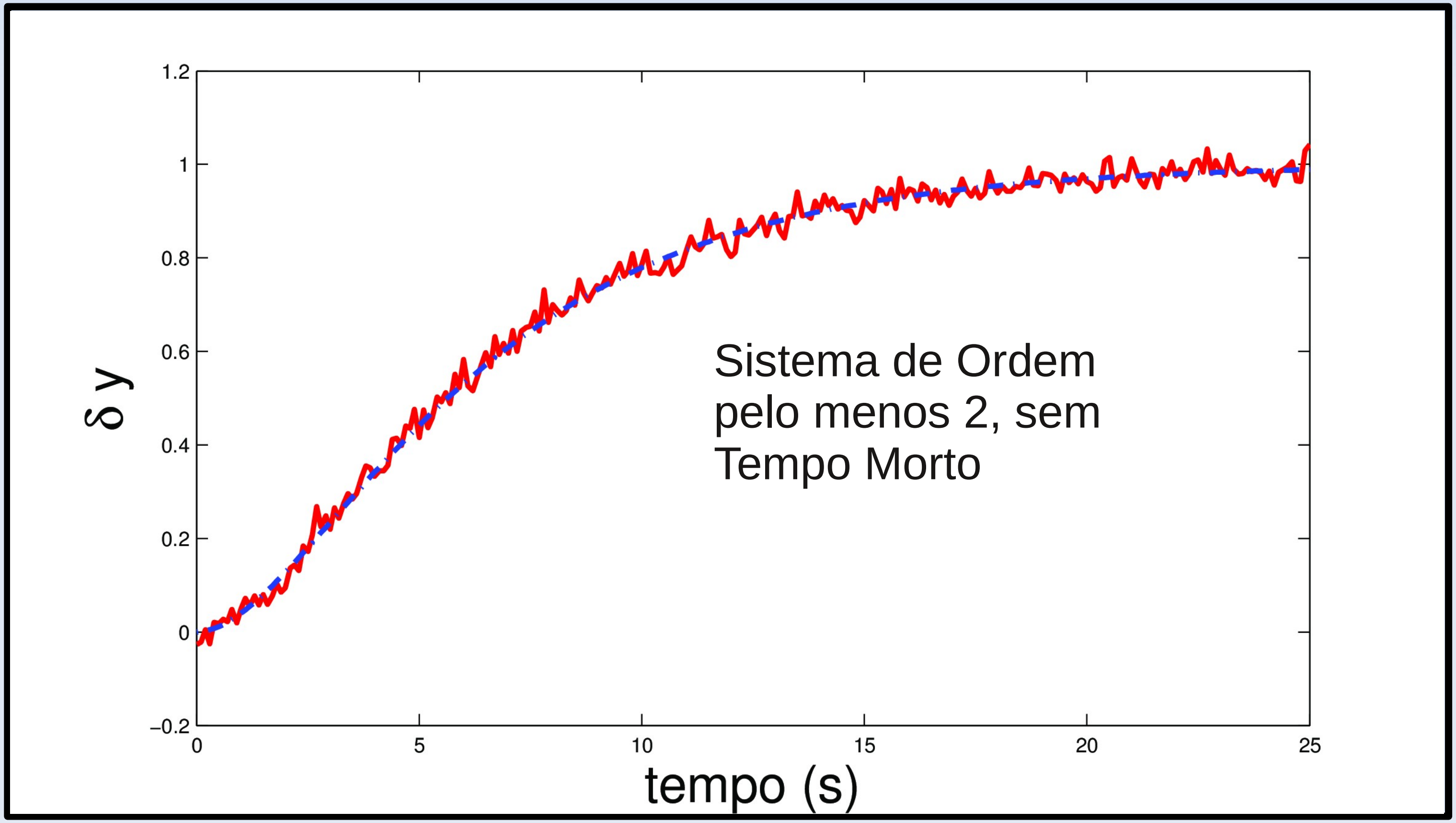
$$T_{\text{morto}} = 1{,}3t_{\text{a}} - 0{,}29t_{\text{b}},$$

$$\tau_{\text{dom}} = 0{,}67\,(t_{\text{b}} - t_{\text{a}})$$

Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Aproximação de um sistema de 2ª ordem sobre-amortecido por um sistema de 1ª ordem com tempo morto.

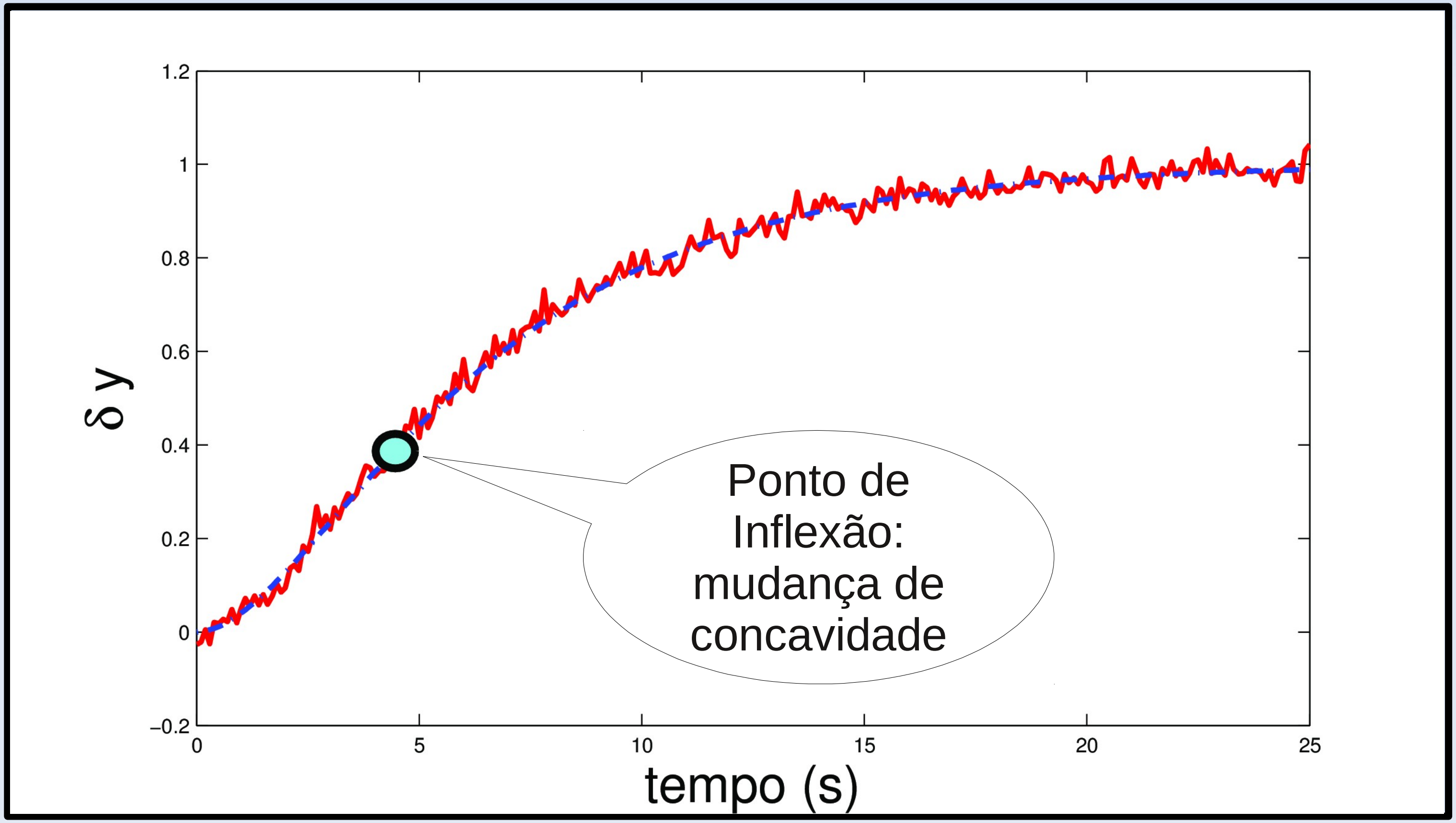
Método Gráfico



Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Aproximação de um sistema de 2ª ordem sobre-amortecido por um sistema de 1ª ordem com tempo morto.

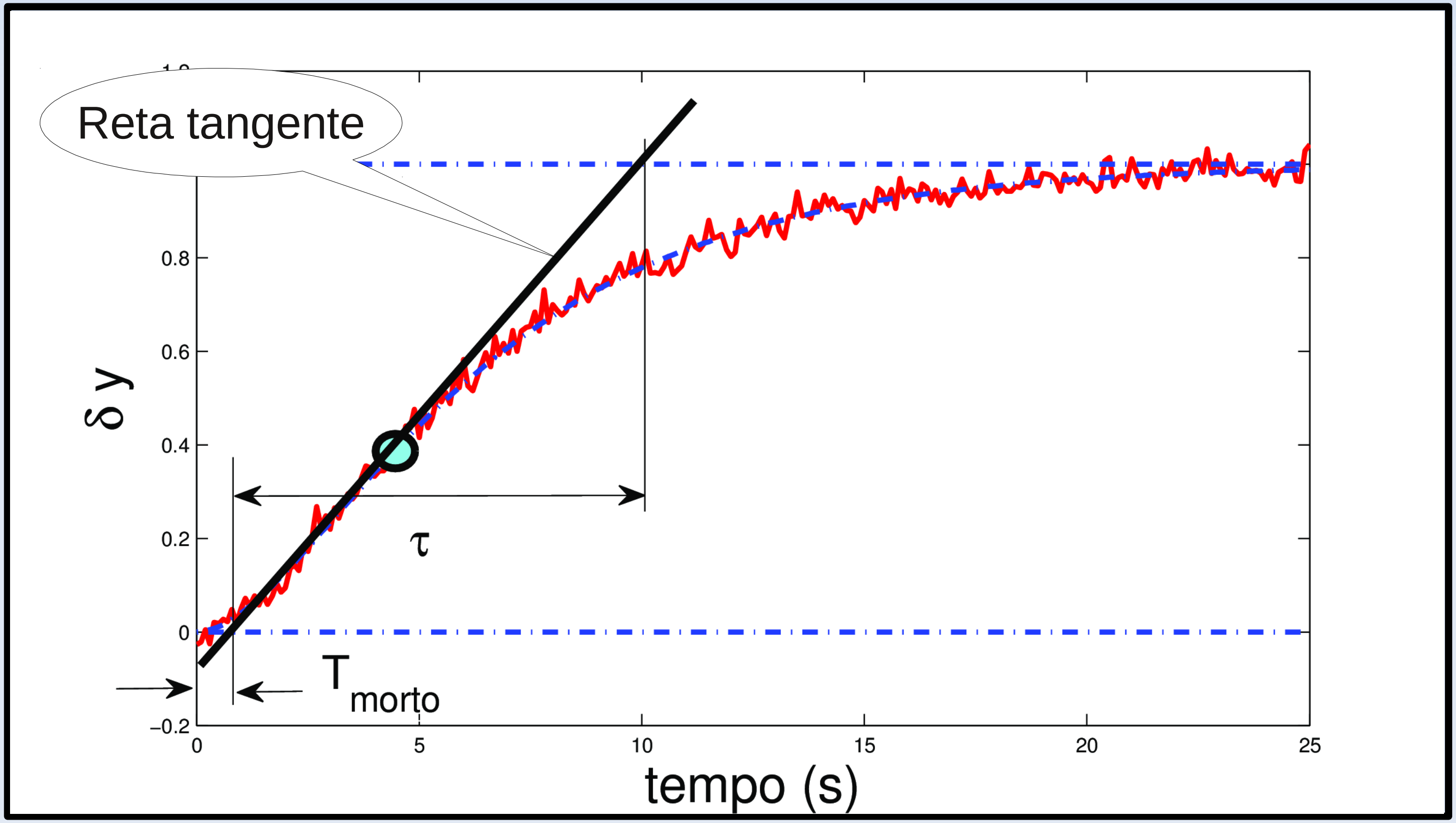
Método Gráfico



Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Aproximação de um sistema de 2ª ordem sobre-amortecido por um sistema de 1ª ordem com tempo morto.

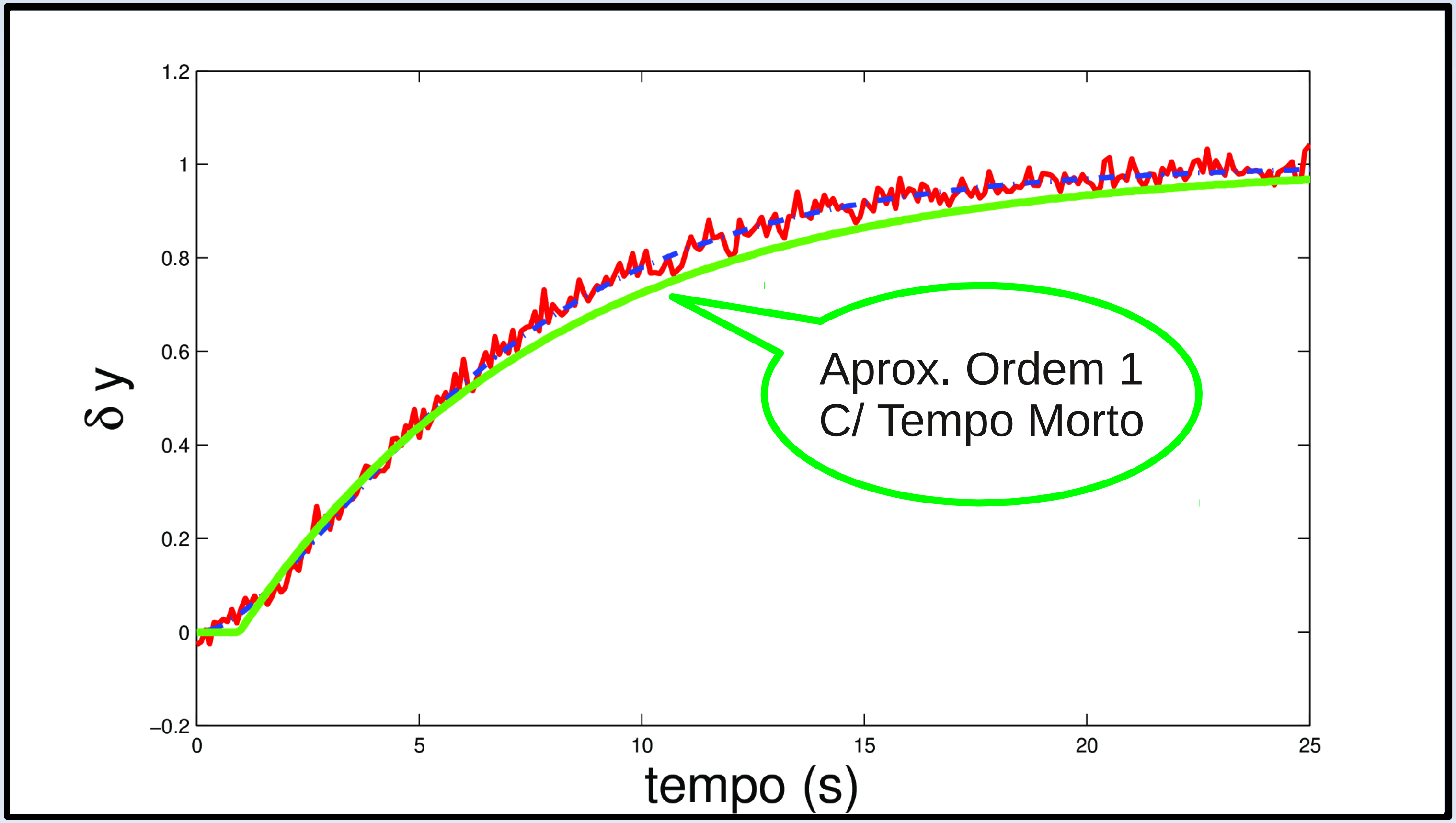
Método Gráfico



Instrumentos de Ordem 1 – Estimação de Parâmetros

- Aproximação de um sistema de 2ª ordem sobre-amortecido por um sistema de 1ª ordem com tempo morto.

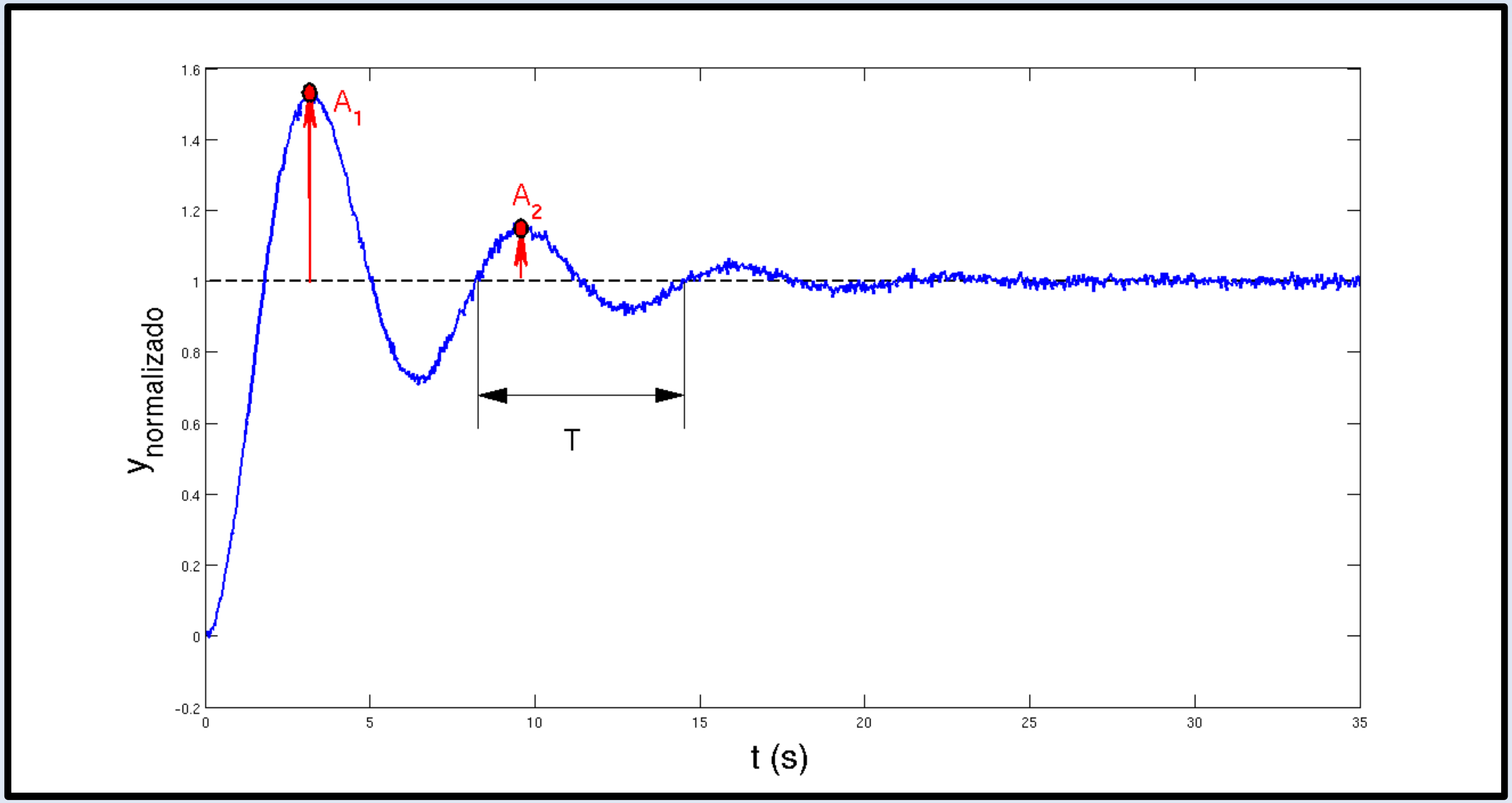
Método Gráfico



Instrumentos de Ordem 2 – Estimação de Parâmetros

- Sistema de 2ª ordem subamortecido:

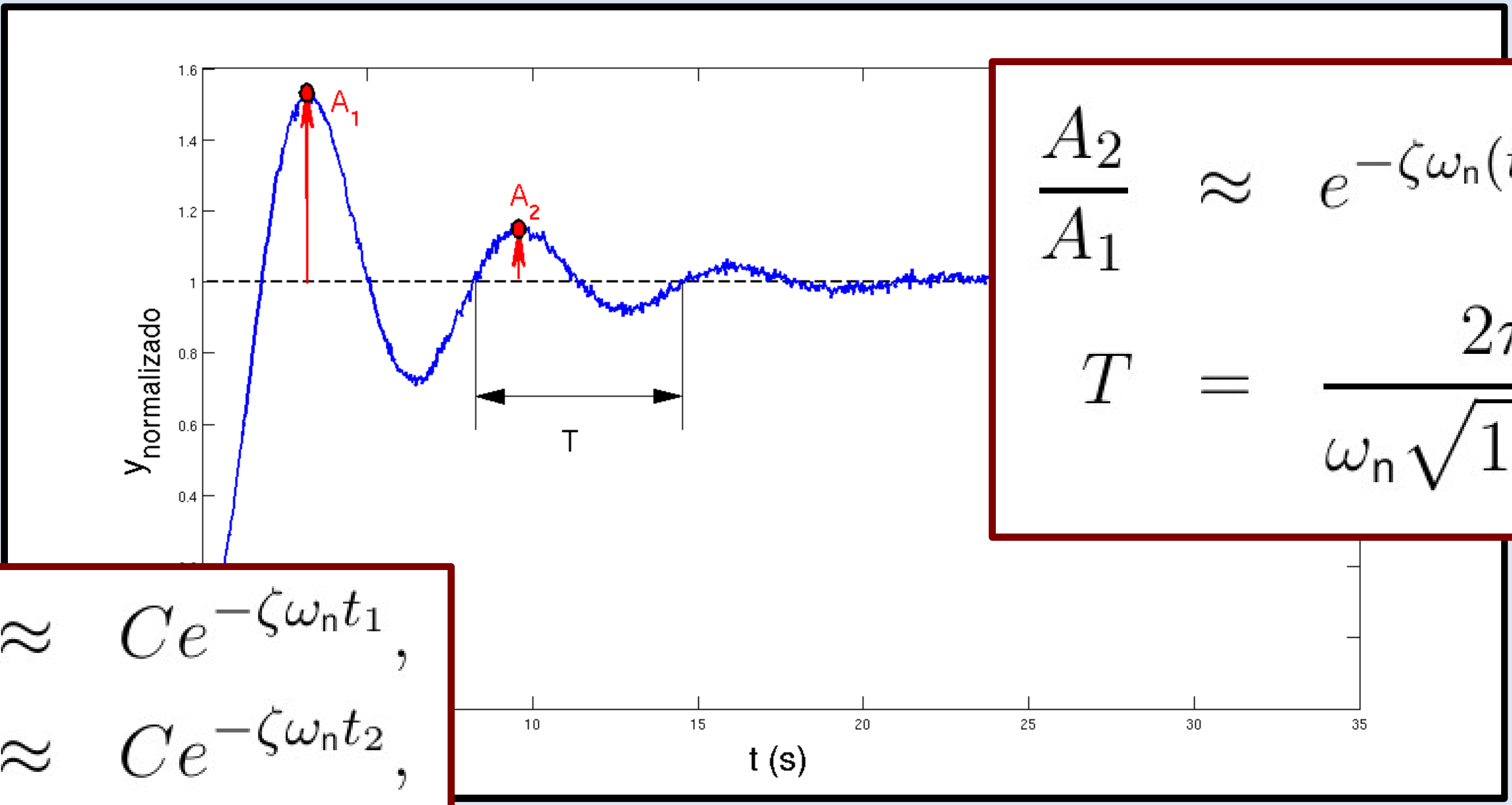
Método de Determinação da Taxa de Decaimento e da Frequência Natural



Instrumentos de Ordem 2 – Estimação de Parâmetros

- Sistema de 2ª ordem subamortecido:

Método de Determinação da Taxa de Decaimento e da Frequência Natural



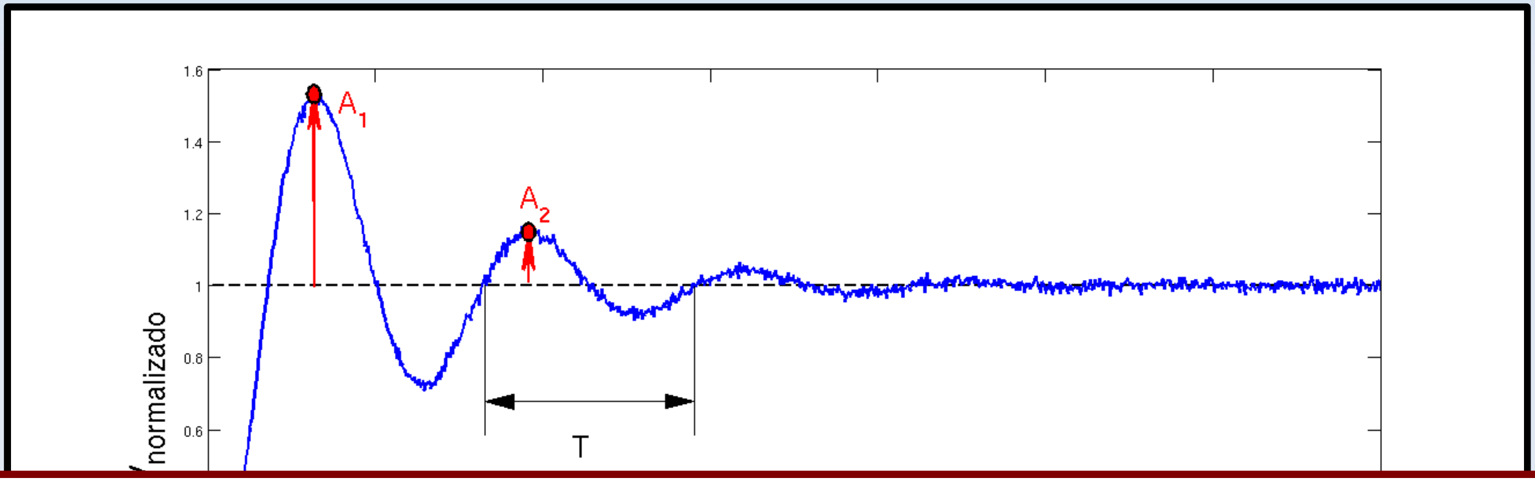
$$
\begin{aligned}
\frac{A_2}{A_1} &\approx e^{-\zeta\omega_n(t_2-t_1)}, \\
T &= \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_1 &\approx Ce^{-\zeta\omega_n t_1}, \\
A_2 &\approx Ce^{-\zeta\omega_n t_2},
\end{aligned}
$$

Instrumentos de Ordem 2 – Estimação de Parâmetros

- Sistema de 2ª ordem subamortecido:

Método de Determinação da Taxa de Decaimento e da Frequência Natural



$$\begin{cases} \alpha = \zeta \omega_n \approx \frac{1}{t_1 - t_2} \ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right), \\ \beta = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{2\pi}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n \approx \sqrt{\alpha^2+\beta^2}, \\ \zeta \approx \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}. \end{cases}$$

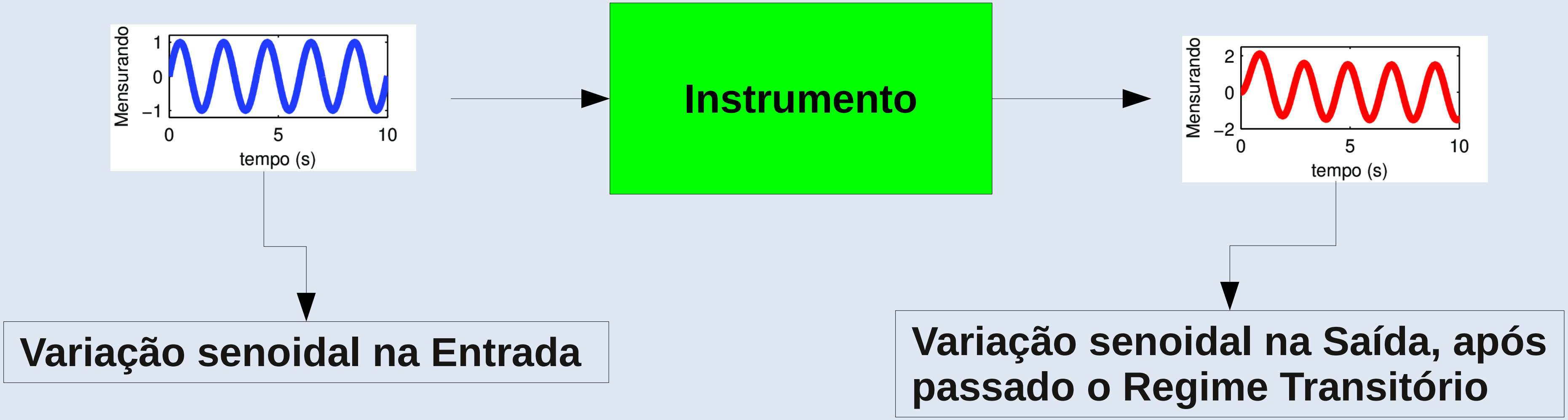
Instrumentos – Estimação de Parâmetros

- Nos slides anteriores foram vistos alguns métodos básicos para se estimar parâmetros de instrumentos/sistemas dinâmicos.
- Várias outras possibilidades são investigadas em:

“ELT016 - Técnicas de Modelagem de Sistemas Dinâmicos”

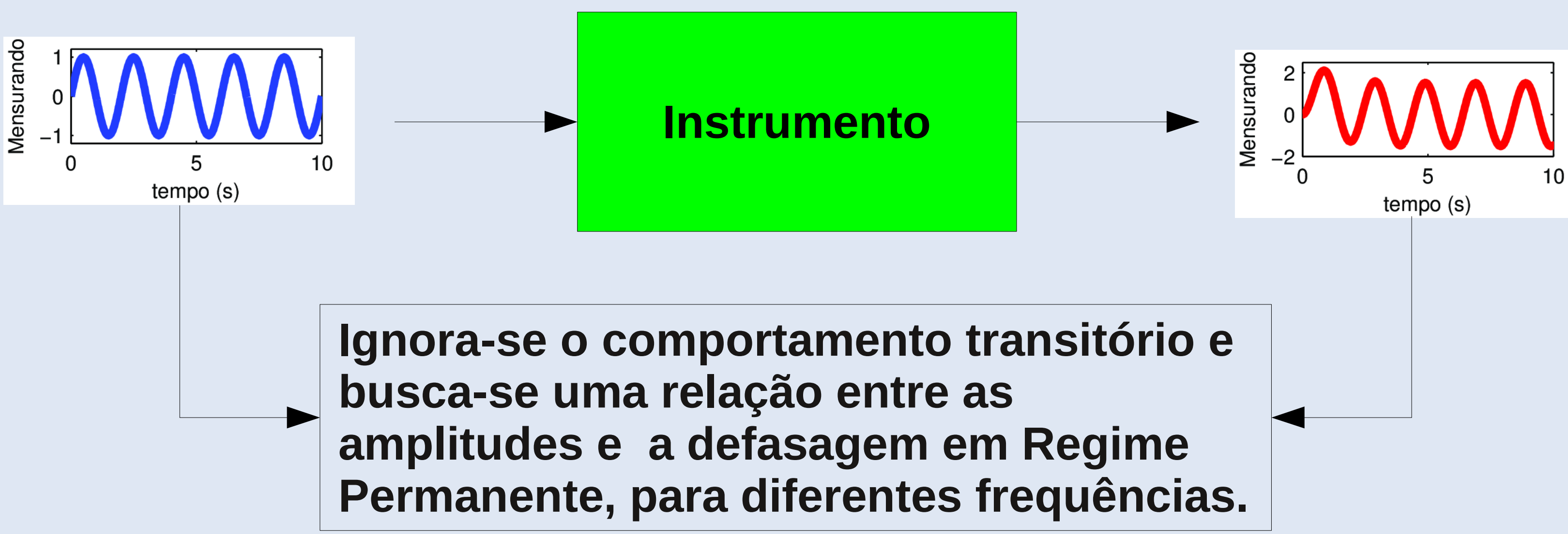
Resposta em Frequência

- A Resposta em Frequência de um Instrumento é muito importante para se determinar se o Instrumento será capaz de “acompanhar” variações rápidas do mensurando.
- Fisicamente tem-se:



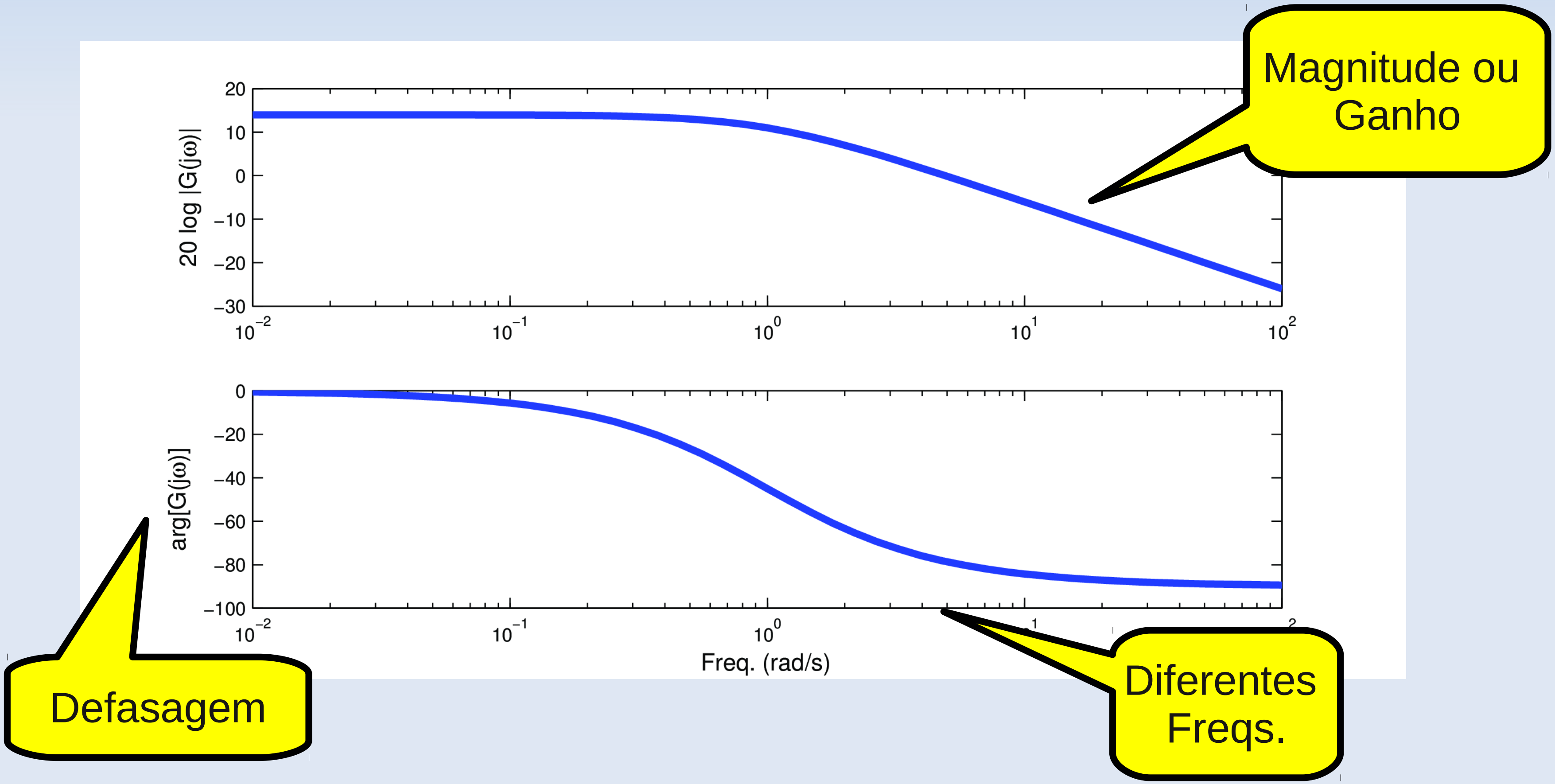
Resposta em Frequência

- A Resposta em Frequência de um Instrumento é muito importante para se determinar se o Instrumento será capaz de “acompanhar” variações rápidas do mensurando.
- Fisicamente tem-se:



Resposta em Frequência

- A Resposta em Frequência é representada usando um Diagrama de Bode:



Resposta em Frequência

- A Resposta em Frequência possibilita avaliar se o Instrumento é rápido o suficiente para acompanhar variações rápidas do Mensurando, observando a **Faixa de Passagem/Largura de Banda** => intervalo de frequências nas quais a Magnitude da saída é significativa.
- Instrumentos com resposta dinâmica linear podem ter sua Resposta em Frequência facilmente determinada por meio de sua Função de Transferência, como mostrado no próximo slide.

Resposta em Frequência

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{\beta_m s^m + \beta_{m-1} s^{m-1} + \ldots + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \ldots + \alpha_0}, \\
s &= j\omega, \\
G(j\omega) &= \frac{\beta_m (j\omega)^m + \beta_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \ldots + \beta_0}{(j\omega)^n + \alpha_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \ldots + \alpha_0},
\end{aligned}
$$

$$
G(j\omega) \Rightarrow \begin{cases} |G(j\omega)| & \Rightarrow \quad \text{Magnitude} \\ \text{arg}\,[G(j\omega)] & \Rightarrow \quad \text{Defasagem} \end{cases}
$$