

ELT072 – Introdução ao Controle Automático de Aeronaves

Bloco 5

Prof. Leo Torres

Julho, 2024

Conteúdo

1 Separação Dinâmica: Motivação

2 Dinâmica Longitudinal

3 Dinâmica Látero-direcional

4 Análise Linear Local

- Dinâmica Longitudinal
- Dinâmica Látero-Direcional

Section 1

Separação Dinâmica: Motivação



Dinâmica Longitudinal × Dinâmica Látero-Direcional I

Como vimos anteriormente, o modelo de corpo rígido de seis graus de liberdade para uma aeronave, mesmo valendo-se de uma série de simplificações, ainda assim tem as seguintes características que o tornam um sistema desafiador:

- 1 Número significativo de equações diferenciais: 12.
- 2 Não linear.
- 3 Múltiplas entradas.

Em se tratando de análise de estabilidade, e projeto de controladores para aumento de estabilidade e manobrabilidade, é comum ignorar-se as coordenadas Norte e Leste de posição da aeronave, mas ainda assim tem-se 10 variáveis de estado a se considerar.

Dinâmica Longitudinal × Dinâmica Látero-Direcional II

É possível simplificar consideravelmente a análise dinâmica e o processo de síntese de controladores, por meio da exploração de uma separação natural que existe entre:

- **Movimentos Longitudinais:** para os quais $\phi = 0$, $\psi = \text{const.}$, $P = 0$, $R = 0$, $\beta = 0$ (portanto, $V = 0$), e se assume que os momentos aerodinâmicos e propulsivos de rolamento e de guinada são nulos ($M_x = 0$, $M_z = 0$), bem como a força lateral $F_y = 0$.

Neste caso os movimentos da aeronave se restringem a variações de arfagem, ângulo de ataque, altitude, e velocidade.

Dinâmica Longitudinal × Dinâmica Látero-Direcional III

- **Movimentos Látero-Direcionais:** para os quais se supõe, pelo menos no início da análise, ou como uma simplificação durante todo o intervalo de análise (por exemplo, supondo a existência de malhas ideais de controle longitudinal que mantêm as variáveis constantes), que $\theta = \theta^{eq}$, $Q = 0$, $\alpha = \alpha^{eq}$, e altitude constante.

Neste caso os movimentos da aeronave expressam variações acopladas de rolamento e guinada, enquanto variações longitudinais são tidas como inexistentes, i.e. nulas.

Section 2

Dinâmica Longitudinal

Modelo da Dinâmica Longitudinal I

Considere a simplificação que se obtém no modelo de corpo rígido, para o caso em que $\phi = 0$, $\psi = \text{const.}$, $P = 0$, $R = 0$, $\beta = 0$, $\ell = 0$, $n = 0$, $C = 0$:

- 1** Para as equações de translação do centro de massa, ignorando as coordenadas Norte e Leste, e lembrando que $\beta = 0 \Leftrightarrow V = 0$ e $\dot{h} = -\dot{p}_D$:

$$\begin{aligned}-\dot{p}_D &= U \sin \theta - V \sin \phi \cos \theta - W \cos \phi \cos \theta, \\ -\dot{p}_D &= \left(V_T \cos \alpha \cos \beta \right) \sin \theta - \left(V_T \sin \alpha \cos \beta \right) \cos \theta, \\ \dot{h} &= V_T \cos \alpha \sin \theta - V_T \sin \alpha \cos \theta,\end{aligned}$$

e, portanto,

$$\dot{h} = V_T \sin(\theta - \alpha) = V_T \sin \gamma \quad (1)$$

Modelo da Dinâmica Longitudinal II

2 Para as equações de atitude:

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= \cancel{P^0} + Q \tan \theta \sin \phi^0 + \cancel{R^0} \tan \theta \cos \phi^1 = 0, \\ \dot{\theta} &= \cancel{Q \cos \phi^1} - \cancel{R \sin \phi^0}, \\ \dot{\psi} &= \cancel{Q \frac{\sin \phi^0}{\cos \theta}} + \cancel{R^0} \frac{\cos \phi}{\cos \theta} = 0,\end{aligned}$$

e, portanto,

$$\dot{\theta} = Q$$

(2)

Modelo da Dinâmica Longitudinal III

- 3** Para as equações de aceleração de translação (Equações de Newton), há duas possibilidades de escolha de variáveis longitudinais que correspondem a se escolher a representação da velocidade de translação no referencial $\vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}}$ ou no referencial $\vec{\mathcal{F}}_{\text{w}}$, isto é, (U, W) ou (V_T, α) .

Aqui vamos escolher a segunda opção, considerando as hipóteses de $\beta = 0$, $\phi = 0$, de modo que:

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \cancel{C_{z,\beta}}^{\text{II}} \underbrace{\cancel{C_{y,-\alpha}}^{\text{II}} \cancel{C_{x,\phi}}^{\text{II}} C_{y,\theta}}_{C_{y,\theta-\alpha}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_D \sin(\theta - \alpha) \\ 0 \\ g_D \cos(\theta - \alpha) \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} P_w \\ Q_w \\ R_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cancel{c\alpha c\beta}^1 & \cancel{s\beta}^0 & \cancel{s\alpha c\beta}^1 \\ \cancel{-c\alpha s\beta}^0 & \cancel{c\beta}^1 & \cancel{-s\alpha s\beta}^0 \\ -s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cancel{P}^0 \\ Q \\ \cancel{R}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Q \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Modelo da Dinâmica Longitudinal IV

Neste caso, lembrando também que $C = 0$:

$$\dot{V}_T = \frac{1}{m} \left[T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) \cos \beta - D \right] + g_1,$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mV_T} \left[-T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) \sin \beta - C \right] + \frac{g_2}{V_T} - R_W = 0,$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{mV_T \cos \beta} [-T_{\text{prop}} \sin(\alpha + \alpha_T) - L] + \frac{g_3}{V_T \cos \beta} + \frac{Q_W}{\cos \beta}$$

e, portanto,

$$\begin{aligned} \dot{V}_T &= \frac{1}{m} [T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) - D] - g_D \sin(\theta - \alpha) \\ \dot{\alpha} &= \frac{1}{mV_T} [-T_{\text{prop}} \sin(\alpha + \alpha_T) - L] + \frac{g_D}{V_T} \cos(\theta - \alpha) + Q \end{aligned} \quad (3)$$

Modelo da Dinâmica Longitudinal V

- 4 Finalmente, para as equações de aceleração angular (Equações de Euler), considerando que $P = R = 0$, e os momentos de rolamento e de guinada são nulos:

$$\begin{aligned}
 \Gamma \dot{P} &= J_{xz} [J_x - J_y + J_z] \overset{0}{P} \overset{0}{Q} + \\
 &\quad - [J_z (J_z - J_y) + J_{xz}^2] \overset{0}{Q} \overset{0}{R} + J_z \overset{0}{M_x} + J_{xz} \overset{0}{M_z} = 0, \\
 J_y \dot{Q} &= (J_z - J_x) \overset{0}{P} \overset{0}{R} - J_{xz} (\overset{0}{P}^2 - \overset{0}{R}^2) + \overset{0}{M_y}, \\
 \Gamma \dot{R} &= [J_x (J_x - J_y) + J_{xz}^2] \overset{0}{P} \overset{0}{Q} + \\
 &\quad - J_{xz} [J_x - J_y + J_z] \overset{0}{Q} \overset{0}{R} + J_{xz} \overset{0}{M_x} + J_x \overset{0}{M_z} = 0.
 \end{aligned}$$

e, portanto,

$$\dot{Q} = \frac{M_y}{J_y} \tag{4}$$

Modelo da Dinâmica Longitudinal VI

Combinando as expressões anteriores (1)–(4), tem-se as **Equações da Dinâmica Longitudinal**:

$$\begin{aligned}\dot{V}_T &= \frac{1}{m} [T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) - D] - g_D \sin(\theta - \alpha), \\ \dot{\alpha} &= \frac{1}{m V_T} [-T_{\text{prop}} \sin(\alpha + \alpha_T) - L] + \frac{g_D}{V_T} \cos(\theta - \alpha) + Q, \\ \dot{\theta} &= Q, \\ \dot{Q} &= \frac{M_y}{J_y}, \\ \dot{h} &= V_T \sin(\theta - \alpha).\end{aligned}\tag{5}$$

Note que apenas 5 variáveis de estado são necessárias, simplificando sobremaneira a análise.

Modelo da Dinâmica Longitudinal VII

Observando que $\gamma = \theta - \alpha$, poderíamos ainda trabalhar com um conjunto alternativo de variáveis de estado:

$$\begin{aligned}\dot{V}_T &= \frac{1}{m} [T_{\text{prop}} \cos(\theta - \gamma + \alpha_T) - D] - g_D \sin \gamma, \\ \dot{\gamma} &= \frac{1}{m V_T} [T_{\text{prop}} \sin(\theta - \gamma + \alpha_T) + L] - \frac{g_D}{V_T} \cos \gamma, \\ \dot{\theta} &= Q, \\ \dot{Q} &= \frac{M_y}{J_y}, \\ \dot{h} &= V_T \sin \gamma.\end{aligned}\tag{6}$$

Modelo da Dinâmica Longitudinal VIII

Em ambos os casos é importante lembrar que as componentes aerodinâmicas – forças de sustentação, arrasto, e momento de arfagem, bem como a força propulsiva e seu momento de arfagem – são de fato funções de outras variáveis de estado e das entradas:

$$L = \frac{1}{2} \rho(h) V_T^2 S_w C_L(\alpha, \overset{0}{\cancel{\beta}}, \dot{\alpha}, \delta_e, \dots),$$

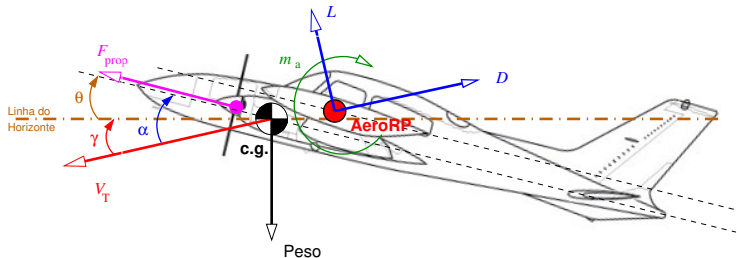
$$D = \frac{1}{2} \rho(h) V_T^2 S_w C_D(\alpha, \overset{0}{\cancel{\beta}}, \dot{\alpha}, \delta_e, \dots),$$

$$T_{\text{prop}} \equiv T_{\text{prop}}(\delta_t, V_T, \dots),$$

$$M_y = m_{a, \text{total}} + m_p = m_{a, \text{total}}(\alpha, \overset{0}{\cancel{\beta}}, \dot{\alpha}, \delta_e, \dots) + m_p(\delta_t, V_T, \dots),$$

em que $m_{a, \text{total}}$ é o momento aerodinâmico de arfagem total, m_p é o momento de arfagem devido à força propulsiva, δ_e é a deflexão de profundor, e δ_t o comando de tração.

Modelo da Dinâmica Longitudinal IX



Visão do problema de análise da dinâmica longitudinal: somente a variação dos ângulos de arfagem θ e de ataque α (ou de trajetória γ), a variação da velocidade V_T , e a variação da altitude h são importantes. O momento aerodinâmico total $m_{a, total}$ representa a contribuição de todas as superfícies, incluindo a empenagem horizontal e a deflexão do profundor, incorporados a m_a mostrado acima, bem como a contribuição do arrasto e da sustentação aplicados em um centro de referência aerodinâmico que não é coincidente com o c.g. Possível momento de arfagem gerado pela força propulsiva também deve ser considerado.

Section 3

Dinâmica Látero-direcional

Dinâmica Látero-direcional: hipóteses simplificadoras I

- A dinâmica látero-direcional compreende todos os movimentos de guinada e de rolamento que ficaram de fora da dinâmica longitudinal.
- Para tanto, como dito anteriormente, vamos supor que as variáveis $\theta = \theta^{\text{eq}}$, $Q = 0$, $\alpha = \alpha^{\text{eq}}$, e $h = h^{\text{eq}}$ permanecem constantes.

Dinâmica Látero-direcional: hipóteses simplificadoras II

- Diferentemente da dinâmica longitudinal, a hipótese de que as variáveis longitudinais permanecem constantes depende de se acreditar que há algum agente externo agindo sobre o sistema para que isto aconteça, ou que a hipótese é aproximadamente atendida durante um intervalo curto de tempo. Isto é, essa hipótese não se verifica por meios naturais.

Por exemplo, mesmo supondo que inicialmente $\theta = \theta^{\text{eq}}$, $Q = 0$, $\alpha = \alpha^{\text{eq}}$, caso $R \neq 0$, com $\phi \neq 0$:

$$\dot{\theta} = \cancel{Q}^0 \cos \phi - R \sin \phi \neq 0.$$

e a hipótese de que θ permanece constante não se verifica.

Dinâmica Látero-direcional I

De forma similar ao que foi feito para a análise da Dinâmica Longitudinal, podemos considerar o modelo completo de corpo rígido, desprezando as variáveis V_T , α ou γ , θ , Q , e h :

1 Para as equações de atitude:

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= P + \cancel{Q}^0 \tan \theta^{\text{eq}} \sin \phi + R \tan \theta^{\text{eq}} \cos \phi, \\ \dot{\psi} &= \cancel{Q}^0 \frac{\sin \phi}{\cos \theta^{\text{eq}}} + R \frac{\cos \phi}{\cos \theta^{\text{eq}}}\end{aligned}$$

e, portanto,

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= P + R \tan \theta^{\text{eq}} \cos \phi \\ \dot{\psi} &= R \frac{\cos \phi}{\cos \theta^{\text{eq}}}\end{aligned} \tag{7}$$

Dinâmica Látero-direcional II

- 2 Para as equações de translação no referencial $\vec{\mathcal{F}}_w$, ignorando as variáveis $V_T = V_T^{\text{eq}}$ e $\alpha = \alpha^{\text{eq}}$:

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mV_T^{\text{eq}}} [-T_{\text{prop}} \cos(\alpha^{\text{eq}} + \alpha_T) \sin \beta - C] \quad (8)$$

É importante lembrar que a força lateral aerodinâmica é uma função das outras variáveis de estado:

$$C = \frac{1}{2} \rho (h^{\text{eq}}) (V_T^{\text{eq}})^2 S_w C_c(\alpha^{\text{eq}}, \beta, \dot{\beta}, \delta_a, \delta_r, \dots)$$

em que δ_a e δ_r representam as deflexões de aileron e leme, respectivamente.

Dinâmica Látero-direcional III

- 3** A partir das equações de aceleração angular, e ignorando a equação para $\dot{Q}$ (assumindo que $Q \approx 0$ durante todo o tempo da análise):

$$\begin{aligned}\Gamma \dot{P} &= J_{xz} [J_x - J_y + J_z] P \cancel{Q}^0 + \\ &\quad - [J_z (J_z - J_y) + J_{xz}^2] \cancel{Q}^0 R + J_z M_x + J_{xz} M_z, \\ \Gamma \dot{R} &= [J_x (J_x - J_y) + J_{xz}^2] P \cancel{Q}^0 + \\ &\quad - J_{xz} [J_x - J_y + J_z] \cancel{Q}^0 R + J_{xz} M_x + J_x M_z,\end{aligned}$$

com $\Gamma = J_x J_z - J_{xz}^2$. Desse modo,

$$\begin{aligned}\dot{P} &= \frac{J_z}{\Gamma} M_x + \frac{J_{xz}}{\Gamma} M_z \\ \dot{R} &= \frac{J_{xz}}{\Gamma} M_x + \frac{J_x}{\Gamma} M_z\end{aligned}\tag{9}$$

Dinâmica Látero-direcional IV

Combinando as equações (7)–(9), tem-se o **Modelo da Dinâmica Látero-direcional**:

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= P + R \tan \theta^{\text{eq}} \cos \phi, \\ \dot{\psi} &= R \frac{\cos \phi}{\cos \theta^{\text{eq}}}, \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{m V_T^{\text{eq}}} [-T_{\text{prop}} \cos(\alpha^{\text{eq}} + \alpha_T) \sin \beta - C], \\ \dot{P} &= \frac{J_z}{\Gamma} M_x + \frac{J_{xz}}{\Gamma} M_z, \\ \dot{R} &= \frac{J_{xz}}{\Gamma} M_x + \frac{J_x}{\Gamma} M_z.\end{aligned}\tag{10}$$

em que $\Gamma = J_x J_z - J_{xz}^2$.

Dinâmica Látero-direcional V

- O modelo (10) conta com 5 variáveis de estado que correspondem às variáveis ignoradas na Dinâmica Longitudinal (5), à exceção das variáveis posição Norte e posição Leste que não são relevantes para a análise.
- Note que, se $J_{xz} \ll \min\{J_x, J_z\}$, as duas últimas equações em (10) ficam aproximadamente desacopladas:

$$\begin{aligned}\dot{P} &\approx \frac{1}{J_x} M_x, \\ \dot{R} &\approx \frac{1}{J_z} M_z.\end{aligned}$$

Dinâmica Látero-direcional VI

- As componentes de momento de rolamento e de guinada são também funções das demais variáveis. Por exemplo, ignorando eventuais contribuições da propulsão, temos que:

$$M_x = \ell = \frac{1}{2} \rho (h^{\text{eq}})^2 (V_T^{\text{eq}})^2 S_w b C_\ell(\alpha^{\text{eq}}, \beta, \dot{\beta}, \delta_a, \delta_r, \dots),$$

$$M_z = n = \frac{1}{2} \rho (h^{\text{eq}})^2 (V_T^{\text{eq}})^2 S_w b C_n(\alpha^{\text{eq}}, \beta, \dot{\beta}, \delta_a, \delta_r, \dots).$$

Section 4

Análise Linear Local

Análise Linear Local

- A partir dos modelos simplificados (5) e (10), podemos realizar o mesmo procedimento discutido anteriormente para o modelo completo com 6 graus de liberdade.
- Para cada modelo, Longitudinal e Látero-direcional, devemos:
 - 1 Determinar a **Condição de Equilíbrio** de interesse.
 - 2 Definir novas variáveis “desvio da condição de equilíbrio”.
 - 3 Computar as matrizes Jacobianas correspondentes à linearização em torno da condição de equilíbrio, obtendo a representação em Espaço de Estados da dinâmica linear local. Isto significa obter as matrizes

$$(A_{\text{long}}, B_{\text{long}}, C_{\text{long}}, D_{\text{long}}) \text{ ou } (A_{\text{lat}}, B_{\text{lat}}, C_{\text{lat}}, D_{\text{lat}})$$

correspondentes às Dinâmicas Longitudinal ou Látero-direcional, respectivamente, dependendo da análise de interesse.

Subsection 1

Dinâmica Longitudinal

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal I

- Para a Dinâmica Longitudinal (5), podemos definir

$$\vec{x}_{\text{long}} = [V_T \quad \alpha \quad \theta \quad Q \quad h]^T$$

ou

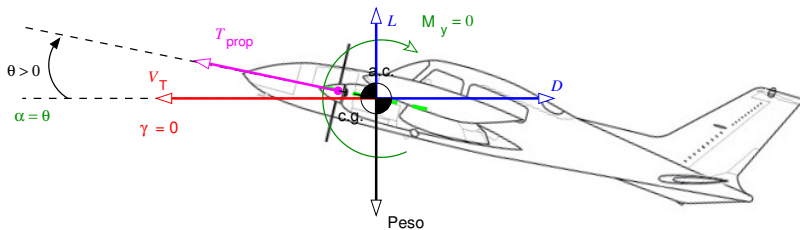
$$\vec{x}_{\text{long}} = [V_T \quad \alpha \quad \theta \quad Q]^T,$$

sendo que no primeiro caso iremos considerar o efeito que as variações de altitude têm sobre a densidade do ar e, consequentemente, sobre as forças e momentos aerodinâmicos; enquanto que no segundo caso podemos escolher desprezar esse efeito para simplificar ainda mais a análise, caso isto faça sentido (variações esperadas de altitude não serão significativas).

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal II

- Escolhendo $\vec{x}_{\text{long}} = [V_T \quad \alpha \quad \theta \quad Q]^T$, a Condição de Equilíbrio de **Voo Reto e Nivelado, com altitude constante** (*straight and level flight*), para a Dinâmica Longitudinal (5), corresponde a:
 - 1 $\dot{h} = 0 \Leftrightarrow \gamma^{\text{eq}} = \theta^{\text{eq}} - \alpha^{\text{eq}} = 0 \Leftrightarrow \alpha^{\text{eq}} = \theta^{\text{eq}}.$
 - 2 $\dot{V}_T = 0 \Leftrightarrow T_{\text{prop}}^{\text{eq}} \cos(\alpha^{\text{eq}} + \alpha_T) = D^{\text{eq}}.$ (Tração se opõe ao arrasto).
 - 3 $\dot{\theta} = 0 \Leftrightarrow Q^{\text{eq}} = 0.$
 - 4 $\dot{\alpha} = 0 \Leftrightarrow T_{\text{prop}}^{\text{eq}} \sin(\alpha^{\text{eq}} + \alpha_T) + L^{\text{eq}} = mg_D.$ (Força de sustentação + projeção da tração se opõe ao peso).
 - 5 $\dot{Q} = 0 \Leftrightarrow M_y^{\text{eq}} = 0.$ (Momento total de arfagem é nulo).

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal III



Visão da condição de voo de equilíbrio reto e nivelado, para altitude h constante: equilíbrio de forças, e momento de arfagem total nulo.

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal IV

Desta forma, para encontrar as variáveis correspondentes a essa Condição de Equilíbrio, 3 equações algébricas precisam ser solucionadas:

$$T_{\text{prop}}(\delta_t^{\text{eq}}, \dots) \cos(\alpha^{\text{eq}} + \alpha_T) = D(V_T^{\text{eq}}, h^{\text{eq}}, \alpha^{\text{eq}}, \delta_e^{\text{eq}}, \dots),$$

$$T_{\text{prop}} \sin(\alpha^{\text{eq}} + \alpha_T) + L(V_T^{\text{eq}}, h^{\text{eq}}, \alpha^{\text{eq}}, \delta_e^{\text{eq}}, \dots) = mg_D,$$

$$M_y^{\text{eq}} = m_p(\delta_t^{\text{eq}}, \dots) + m_{a, \text{ total}}(V_T^{\text{eq}}, h^{\text{eq}}, \alpha^{\text{eq}}, \delta_e^{\text{eq}}, \dots) = 0.$$

Para encontrar a solução, é usual encontrar

$$\alpha^{\text{eq}} = \theta^{\text{eq}}, \quad \delta_e^{\text{eq}}, \quad \delta_t^{\text{eq}},$$

depois de escolher valores desejados para V_T^{eq} e h^{eq} .

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal V

■ Definindo as variáveis desvio

$$\delta \vec{x}_{\text{long}} = \begin{bmatrix} (V_T - V_T^{\text{eq}}) & (\alpha - \alpha^{\text{eq}}) & (\theta - \theta^{\text{eq}}) & (Q - Q^{\text{eq}}) \end{bmatrix}^{\top},$$

$$\delta \vec{u}_{\text{long}} = \begin{bmatrix} (\delta_e - \delta_e^{\text{eq}}) & (\delta_t - \delta_t^{\text{eq}}) \end{bmatrix}^{\top},$$

e calculando as matrizes Jacobianas, como visto anteriormente, chegamos a

$$\frac{d}{dt}(\delta \vec{x}_{\text{long}}) \approx A_{\text{long}} \delta \vec{x}_{\text{long}} + B_{\text{long}} \delta \vec{u}_{\text{long}}.$$

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal VI

- Suponha que os instrumentos de medição usados na aeronave são:

- 1 Sonda de dados do ar (*Air Probe*) contendo um ou mais Tubos de Pitot e/ou bandeirolas/aletas (ou *vanes*), com os quais é possível medir a pressão dinâmica, a pressão estática, e o ângulo de ataque:

$$\begin{aligned}y_1 &= H_1(h, V_T) = \bar{q} = \frac{1}{2} \rho(h) V_T^2, \\&= \frac{1}{2} \left[\rho_0 \left(1 + \frac{c}{T_0} h \right)^{\frac{-g_D}{c R_B} - 1} \right] V_T^2, \\y_2 &= H_2(h) = p_{\text{stat}} = P_0 \left(1 + \frac{c}{T_0} h \right)^{\frac{-g_D}{c R_B}}, \\y_3 &= H_3(\alpha) = \alpha,\end{aligned}$$

em que $T_0 = 288,15 \text{ K}$, $P_0 = 101.325 \text{ N/m}^2$, $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$,
 $c = -6,5 \text{ K/km}$, $R_B = 287,04 \text{ J/kg/K}$, e $g_D = 9,80665 \text{ m/s}^2$.

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal VII

- 2** Unidade de Medição Inercial (*Inertial Measurement Unit* – IMU), contendo girômetros (giroscópios), com a qual é possível medir a velocidade angular de arfagem

$$y_4 = H_4(Q) = Q.$$

Neste caso, o vetor $\vec{y}_{\text{long}} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^\top \in \mathbb{R}^4$, e a equação de saída $\vec{y}_{\text{long}} = H(\vec{x})$ pode ser linearizada de modo que

$$\delta \vec{y}_{\text{long}} \approx C_{\text{long}} \delta \vec{x}_{\text{long}} + D_{\text{long}} \delta \vec{u}_{\text{long}},$$

em que

$$\delta \vec{y}_{\text{long}} = [(\bar{q} - \bar{q}^{\text{eq}}) \ (p_{\text{stat}} - p_{\text{stat}}^{\text{eq}}) \ (\alpha - \alpha^{\text{eq}}) \ (Q - Q^{\text{eq}})]^\top.$$

Naturalmente, como as entradas de controle não aparecem nas variáveis medidas neste exemplo, $D_{\text{long}} = 0_{4 \times 2}$.

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal VIII

- Combinando as expressões anteriores, temos o modelo linear local, para a Condição de Voo de Equilíbrio considerada:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\delta\vec{x}_{\text{long}}) &\approx A_{\text{long}} \delta\vec{x}_{\text{long}} + B_{\text{long}} \delta\vec{u}_{\text{long}}, \\ \delta\vec{y}_{\text{long}} &\approx C_{\text{long}} \delta\vec{x}_{\text{long}} + D_{\text{long}} \delta\vec{u}_{\text{long}}.\end{aligned}\tag{11}$$

Note que:

- 1 A estabilidade é avaliada a partir dos autovalores de A_{long} .
- 2 Com a representação em Espaço de Estados acima, podemos obter a Função de Transferência correspondente:

$$G_{\text{long}}(s) = C_{\text{long}}(s\mathbb{I} - A_{\text{long}})^{-1}B_{\text{long}} + D_{\text{long}}\tag{12}$$

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal IX

- Para $\vec{x}_{\text{long}} = [V_T \quad \alpha \quad \theta \quad Q]^T$, a matriz $A_{\text{long}} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ e, portanto, tem-se 4 autovalores associados aos **Modos Longitudinais** de resposta. É bastante usual, mas nem sempre se verifica, a seguinte situação:

- 1 **Modo Fugóide**: dois polos complexos conjugados, com parte real negativa, bem próximos ao eixo imaginário, representando uma resposta oscilatória lenta e pouco amortecida, com tempo de acomodação da ordem de dezenas de segundos.

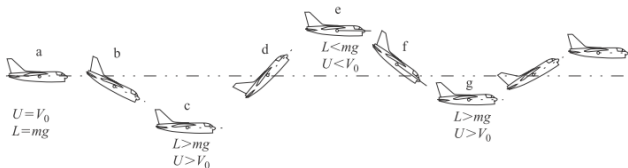


Figure 6.3 The development of a stable phugoid.

Fonte: [1]

Análise Linear Local: Dinâmica Longitudinal X

- 2 Modo Período Curto:** dois polos complexos conjugados, com parte real negativa, bem mais afastados do eixo imaginário do que os polos do Modo Fugóide, representando uma resposta oscilatória rápida e amortecida, com tempo de acomodação da ordem de segundos ou décimos de segundos.

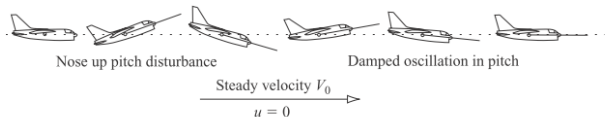
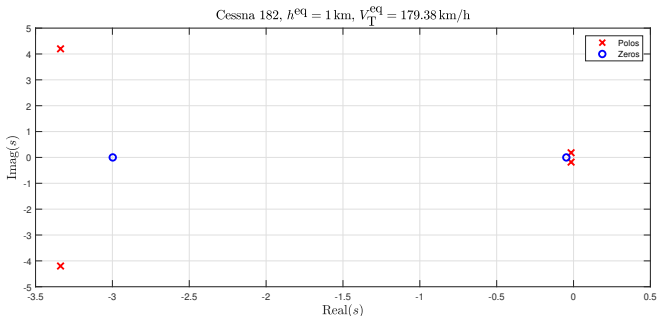


Figure 6.2 *A stable short period pitching oscillation.*

Fonte: [1]

Exemplo: Cessna 182 – Dinâmica Longitudinal

- Exemplo: Cessna 182, Din. Longitudinal, com medição direta de θ .

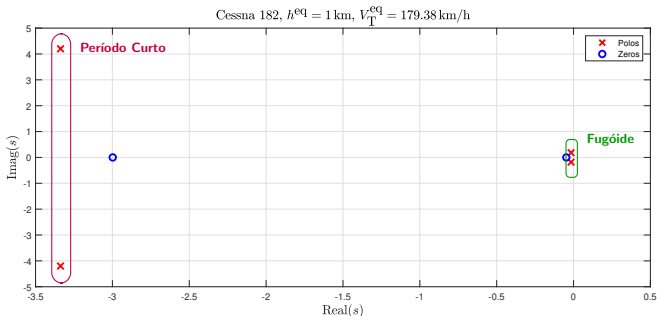


Função de Transferência do profundor δ_e para o ângulo de arfagem θ :

$$\frac{\Theta(s)}{\Delta_e(s)} = \frac{-21,573(s + 0,04677)(s + 2,998)}{(s^2 + 0,03179s + 0,03297)(s^2 + 6,675s + 28,77)}$$

Exemplo: Cessna 182 – Dinâmica Longitudinal

- Exemplo: Cessna 182, Din. Longitudinal, com medição direta de θ .



Função de Transferência do profundor δ_e para o ângulo de arfagem θ :

$$\frac{\Theta(s)}{\Delta_e(s)} = \frac{-21,573(s + 0,04677)(s + 2,998)}{(s^2 + 0,03179s + 0,03297)(s^2 + 6,675s + 28,77)}$$

Exemplo: Cessna 182 – Dinâmica Longitudinal

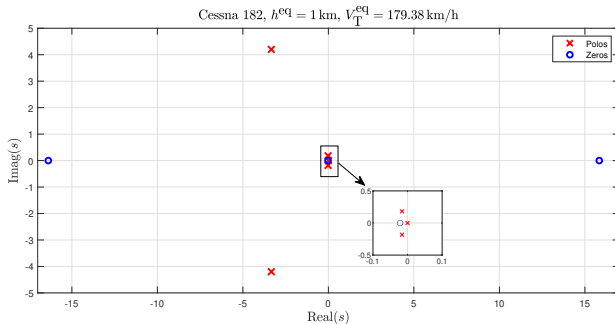
- Quando se considera $\vec{x}_{\text{long}} = [V_T \quad \alpha \quad \theta \quad Q \quad h]^T$, $A_{\text{long}} \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, a inclusão da altitude conduz ao aparecimento de um polo integrador (ou um polo real muito próximo da origem), além dos modos Fugóide e Período Curto, o qual representa o processo de quase-integração da velocidade vertical que explica as mudanças de altitude:

$$\dot{h} = V_T \sin(\theta - \alpha).$$

Como comentado anteriormente, teremos uma integração pura se não considerarmos a mudança da densidade do ar com a altitude, a qual modifica a pressão dinâmica e, portanto, tem algum efeito mais direto sobre a evolução das variáveis V_T , α e Q , ao produzir modificações nas forças de arrasto e sustentação, e no momento de arfagem.

Exemplo: Cessna 182 – Dinâmica Longitudinal

- Exemplo: Cessna 182, Din. Longitudinal, com medição direta de h .

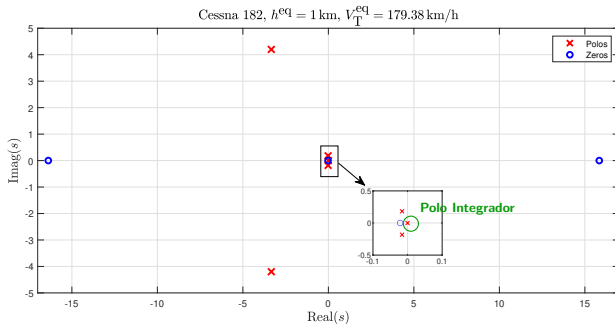


Função de Transferência do profundor δ_e para a altitude h :

$$\frac{H(s)}{\Delta_e(s)} = \frac{12.439(s + 16,38)(s - 15,84)(s + 0,02148)}{s(s^2 + 0,03181s + 0,03338)(s^2 + 6,675s + 28,77)}$$

Exemplo: Cessna 182 – Dinâmica Longitudinal

- Exemplo: Cessna 182, Din. Longitudinal, com medição direta de h .



Função de Transferência do profundor δ_e para a altitude h :

$$\frac{H(s)}{\Delta_e(s)} = \frac{12.439(s + 16,38)(s - 15,84)(s + 0,02148)}{s(s^2 + 0,03181s + 0,03338)(s^2 + 6,675s + 28,77)}$$

Subsection 2

Dinâmica Látero-Direcional

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional I

- Para a Dinâmica Látero-Direcional (10), podemos definir

$$\vec{x}_{\text{lat}} = [\beta \quad P \quad R \quad \phi \quad \psi]^T$$

ou

$$\vec{x}_{\text{lat}} = [\beta \quad P \quad R \quad \phi]^T,$$

sendo que no segundo caso o valor do ângulo de guinada ψ , que representa a orientação da aeronave em relação à direção Norte, é negligenciado, tendo em vista que não tem influência sobre a estabilidade: a evolução de $\psi(t)$ não é “realimentada” para influenciar a evolução dos outros estados, representando assim um processo de integração pura definido por:

$$\dot{\psi} = R \frac{\cos \phi}{\cos \theta^{\text{eq}}}.$$

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional II

- Escolhendo $\vec{x}_{\text{lat}} = [\beta \quad P \quad R \quad \phi]^\top$, a Condição de Equilíbrio de **Voo Reto e Nivelado, com altitude constante** (*straight and level flight*), em que se considere um ângulo de derrapagem nulo $\beta^{\text{eq}} = 0$, bem como o ângulo de rolamento $\phi^{\text{eq}} = 0$ e as velocidades angulares $P^{\text{eq}} = R^{\text{eq}} = 0$, para a Dinâmica Látero-direcional (10), corresponde a:

- 1 $\dot{\beta} = 0 \Leftrightarrow T_{\text{prop}} \cos(\alpha^{\text{eq}} + \alpha_T) \sin \beta^{\text{eq}} - C^{\text{eq}} \Leftrightarrow C^{\text{eq}} = 0$ (Força lateral aerodinâmica nula).
- 2 $\dot{P} = 0 \Leftrightarrow J_z M_x + J_{xz} M_z = 0$ (Momentos de rolamento e guinada nulos).
- 3 $\dot{R} = 0 \Leftrightarrow J_{xz} M_x + J_x M_z = 0$ (Momentos de rolamento e guinada nulos).
- 4 $\dot{\phi} = 0 \Leftrightarrow P^{\text{eq}} + R^{\text{eq}} \tan \theta^{\text{eq}} \cos \phi^{\text{eq}} = 0$ (condição satisfeita por definição da condição de equilíbrio desejada neste caso).

É interessante notar que $\dot{\psi} = 0$ nesta condição.

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional III

Desta forma, como todas as variáveis de estado para a condição de equilíbrio de voo desejada foram estabelecidas *a priori*, resta-nos encontrar as deflexões constantes de aileron δ_a^{eq} e leme δ_r^{eq} que conduzem a satisfação de 3 equações algébricas:

$$\begin{aligned}C^{\text{eq}}(\alpha^{\text{eq}}, \beta^{\text{eq}}, \delta_a^{\text{eq}}, \delta_r^{\text{eq}}, \dots) &= 0, \\M_x(\alpha^{\text{eq}}, \beta^{\text{eq}}, \delta_a^{\text{eq}}, \delta_r^{\text{eq}}, \dots) &= 0, \\M_z(\alpha^{\text{eq}}, \beta^{\text{eq}}, \delta_a^{\text{eq}}, \delta_r^{\text{eq}}, \dots) &= 0.\end{aligned}$$

Para aeronaves simétricas, e desde que se considere $\beta^{\text{eq}} = 0$ nesta condição de equilíbrio de voo, é usual conseguir verificar que $\delta_a^{\text{eq}} = 0$ e $\delta_r^{\text{eq}} = 0$ são soluções.

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional IV

- Definindo as variáveis desvio

$$\delta \vec{x}_{\text{lat}} = \begin{bmatrix} (\beta - \beta^{\text{eq}}) & (P - P^{\text{eq}}) & (R - R^{\text{eq}}) & (\phi - \phi^{\text{eq}}) \end{bmatrix}^{\top},$$

$$\delta \vec{u}_{\text{lat}} = \begin{bmatrix} (\delta_a - \delta_a^{\text{eq}}) & (\delta_r - \delta_r^{\text{eq}}) \end{bmatrix}^{\top},$$

e calculando as matrizes Jacobianas, como visto anteriormente, chegamos a

$$\frac{d}{dt}(\delta \vec{x}_{\text{lat}}) \approx A_{\text{lat}} \delta \vec{x}_{\text{lat}} + B_{\text{lat}} \delta \vec{u}_{\text{lat}}.$$

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional V

- Supondo que instrumentos de medição usados na aeronave são:

- 1 Sonda de dados do ar (*Air Probe*) contendo um ou mais Tubos de Pitot e/ou bandeiras/aletas (em Inglês: *vanes*), com os quais é possível medir o ângulo de derrapagem:

$$y_1 = H_1(\beta) = \beta.$$

- 2 Unidade de Medição Inercial (*Inertial Measurement Unit* – IMU), contendo girômetros (giroscópios), com os quais é possível medir as velocidades angulares de rolamento e de guinada:

$$y_2 = H_2(P) = P,$$

$$y_3 = H_3(R) = R.$$

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional VI

- 3** Além disso, usando uma IMU contendo acelerômetros, é possível também medir a diferença entre a aceleração inercial e a aceleração gravitacional:

$$\mathbf{a}_m^{\text{frd}} = \mathbf{a}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} - \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} g_D = \begin{bmatrix} a_{x,m} \\ a_{y,m} \\ a_{z,m} \end{bmatrix},$$

em que $g_D = 9,80665 \text{ m/s}^2$ e $\mathbf{a}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}}$ é a aceleração inercial da aeronave. Usando $\mathbf{a}_m^{\text{frd}}$, podemos estimar o ângulo de rolamento ϕ com boa precisão particularmente quando $\mathbf{a}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} \approx 0$ (baixas acelerações de translação):

$$y_4 = H_4(\phi) = \text{atan2}(a_{y,m}, a_{z,m}) \approx \phi.$$

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional VII

Neste caso, o vetor $\vec{y}_{\text{lat}} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^T \in \mathbb{R}^4$, e a equação de saída $\vec{y}_{\text{lat}} = H(\vec{x})$ pode ser linearizada de modo que

$$\delta \vec{y}_{\text{lat}} \approx C_{\text{lat}} \delta \vec{x}_{\text{lat}} + D_{\text{lat}} \delta \vec{u}_{\text{lat}},$$

em que

$$\delta \vec{y}_{\text{lat}} = [(\beta - \beta^{\text{eq}}) \ (P - P^{\text{eq}}) \ (R - R^{\text{eq}}) \ (\phi - \phi^{\text{eq}})]^T = \delta \vec{x}_{\text{lat}},$$

de modo que

$$C_{\text{lat}} = \mathbb{1}_{4 \times 4}, \quad D_{\text{lat}} = 0_{4 \times 2},$$

neste caso.

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional VIII

- Combinando as expressões anteriores, temos o modelo linear local da dinâmica látero-direcional, para a Condição de Voo de Equilíbrio considerada:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\delta \vec{x}_{\text{lat}}) &\approx A_{\text{lat}} \delta \vec{x}_{\text{lat}} + B_{\text{lat}} \delta \vec{u}_{\text{lat}}, \\ \delta \vec{y}_{\text{lat}} &\approx C_{\text{lat}} \delta \vec{x}_{\text{lat}} + D_{\text{lat}} \delta \vec{u}_{\text{lat}}.\end{aligned}\tag{13}$$

Note que:

- 1 A estabilidade é avaliada a partir dos autovalores de A_{lat} .
- 2 Com a representação em Espaço de Estados acima, podemos obter a Função de Transferência correspondente:

$$G_{\text{lat}}(s) = C_{\text{lat}}(s\mathbb{I} - A_{\text{lat}})^{-1}B_{\text{lat}} + D_{\text{lat}}\tag{14}$$

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional IX

- Para $\vec{x}_{\text{lat}} = [\beta \ P \ R \ \phi]^\top$, a matriz $A_{\text{lat}} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ e, portanto, tem-se 4 autovalores associados aos **Modos Látero-direcionais** de resposta. É bastante usual, mas nem sempre se verifica, a presença dos seguintes modos de resposta:
 - 1 **Modo Dutch-Roll**: dois polos complexos conjugados, com parte real negativa, representando uma resposta oscilatória que é uma combinação de rolamento e guinada, com as oscilações de guinada defasadas em 90° em relação às oscilações de rolamento. Veja [este vídeo](#) explicativo, e [este outro vídeo](#) que representa movimento semelhante.

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional X

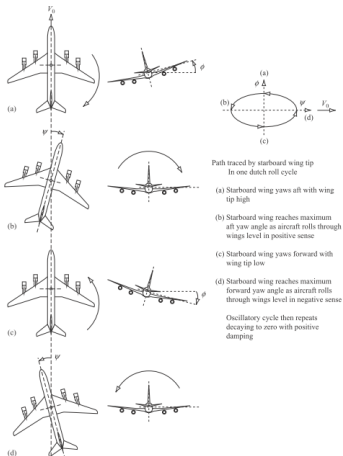


Figure 7.5 The oscillatory dutch roll mode.

Fonte: [1]

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional XI

- 2 Modo Espiral (em Inglês: Spiral):** resposta divergente, mas geralmente bastante lenta, de guinada crescente, acompanhada de rolamento, representada por um polo real positivo, que pode levar a um mergulho da aeronave em espiral. Pode ser mitigada facilmente pelo piloto, se ele(a) estiver suficientemente atento(a).

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional XII

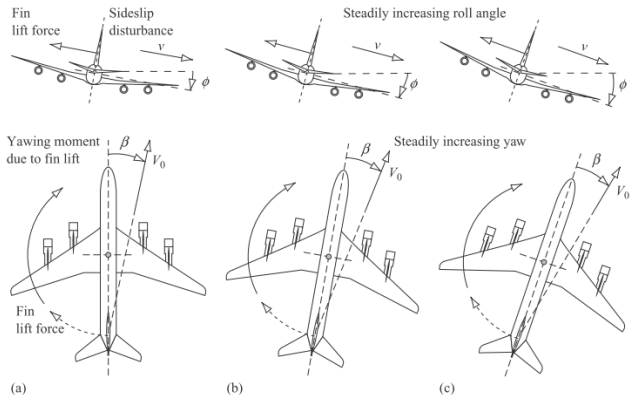


Figure 7.4 The spiral mode development.

Fonte: [1]

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional XIII

- 3 Modo de Rolamento Amortecido (em Inglês: Roll Subsidence):**
modo de rolamento amortecido das asas, geralmente bastante desacoplado dos outros modos látero-direcionais, representado por um polo real negativo, e que leva a um atraso de resposta entre comandos de aileron e o efetivo movimento de rolamento.

Análise Linear Local: Dinâmica Látero-Direcional XIV

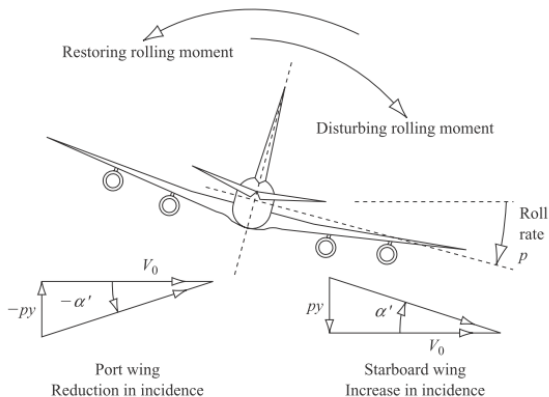
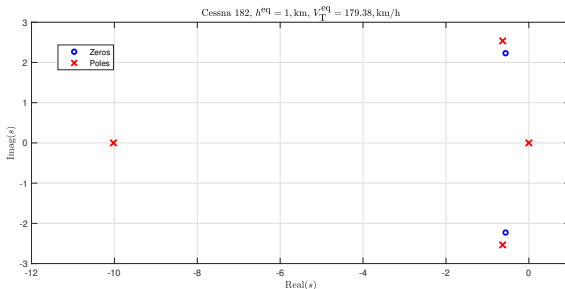


Figure 7.3 *The roll subsidence mode.*

Fonte: [1]

Exemplo: Cessna 182 – Dinâmica Látero-Direcional

- Exemplo: Cessna 182, Din. Látero-Direcional, com medição direta de ϕ .

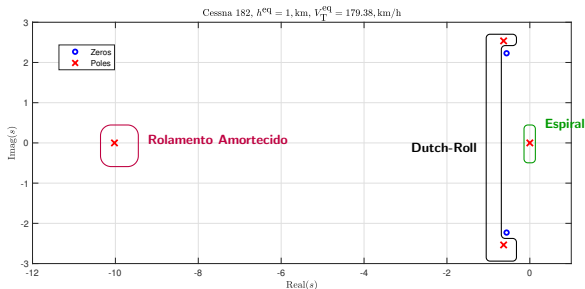


Função de Transferência do aileron δ_a para o ângulo de rolamento ϕ :

$$\frac{\Phi(s)}{\Delta_a(s)} = \frac{43,334(s^2 + 1,122s + 5,284)}{s(s + 10,02)(s^2 + 1,264s + 6,834)}$$

Exemplo: Cessna 182 – Dinâmica Látero-Direcional

- Exemplo: Cessna 182, Din. Látero-Direcional, com medição direta de ϕ .



Função de Transferência do aileron δ_a para o ângulo de rolamento ϕ :

$$\frac{\Phi(s)}{\Delta_a(s)} = \frac{43,334(s^2 + 1,122s + 5,284)}{s(s + 10,02)(s^2 + 1,264s + 6,834)}$$



Section 5

Apêndice



Subsection 1

Medições Anemométricas

Medição de Velocidade e Pressão Estática I

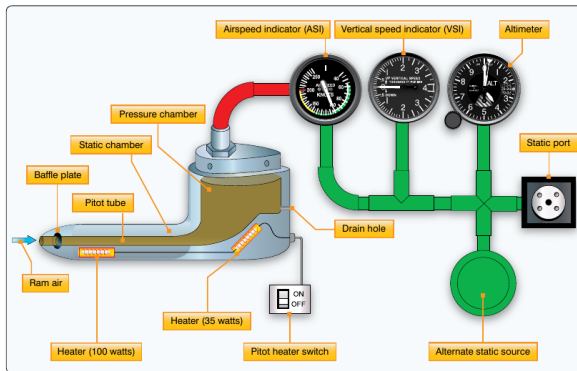


Figure 10-23. A typical pitot-static system head, or pitot tube, collects ram air and static pressure for use by the flight instruments.

Utilização de um Tubo de Pitot em instrumentos de indicação de velocidade e de altitude, presentes na cabine de uma aeronave. Fonte:

Aviation Maintenance Technician Handbook — Airframe, Volume 2, 2018, Federal Aviation Administration. [FAA Aviation Handbooks and](#)

[Manuals.](#)

Medição de Velocidade e Pressão Estática II

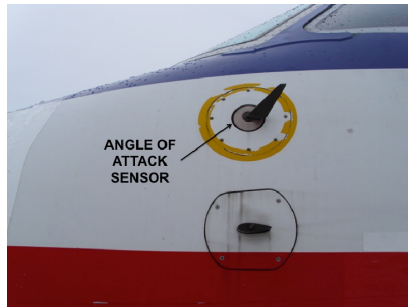


Imagem à esquerda: dois tubos de Pitot, além de uma aleta (bandeirola, ou *vane*) entre os dois para medir o ângulo de ataque α .

Imagem à direita: conexão externa para medição de pressão estática localizada em outra parte da aeronave. Fonte: [AeroSavvy](#)

Medição do ângulo de ataque I

- Para se medir α é comum se utilizar aletas que se movem com a direção do vento relativo (exemplo de um EMBRAER ERJ-145):



Vídeo interessante: [Angle of Attack Measurement](#)

Medição do ângulo de ataque II

- Também é possível combinar a utilização de vários Tubos de Pitot e sensores de dados do ar. Todas as medições são então processadas em um ADC – *Air Data Computer*:



ISP - Integrated Static Port

SBSP - Standby Static Port

MFP - MultiFunctional Probe
(Pitot/AoA/TAT)

AOA - Angle of Attack
(Adiru#1 and PFCS)

SBP-Standby Pitot Probe

SSA-Side Slip Angle

OAT - Outside Air Temperature

ICE - Ice Detector

Fonte: [ATEQ](#)

Medição do ângulo de ataque III

- Há também dispositivos mecânicos, colocados no bordo de ataque das asas, para “aviso de estol” (*stall warning*), isto é, para indicar ângulos de ataque perigosamente altos:

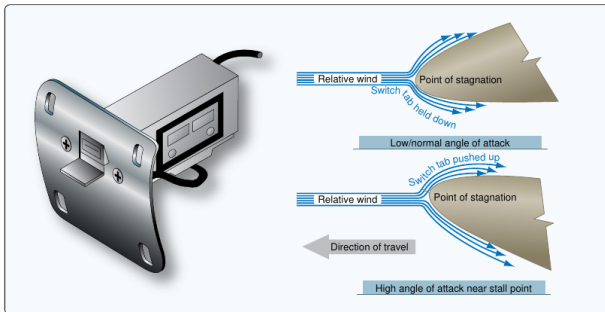


Figure 10-62. A popular stall warning switch located in the wing leading edge.

Fonte: *Aviation Maintenance Technician Handbook — Airframe*, Volume 2, 2018, *Federal Aviation Administration*. [FAA Aviation](#)

[Handbooks and Manuals](#).

Subsection 2

Medições Inerciais

Unidades de Medição Inercial I

- Medições inerciais dizem respeito às variáveis (note que todas as grandezas estão representadas no referencial $\tilde{\mathcal{F}}_{\text{frd}}$, pois os sensores estão presos ao corpo do veículo):

- 1 Aceleração inercial de translação do centro de massa:

$$\mathbf{a}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} = {}^{\text{tp}}\dot{\mathbf{v}}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} = \dot{\mathbf{v}}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} \mathbf{v}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}.$$

- 2 Velocidade angular de rotação da aeronave:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}.$$

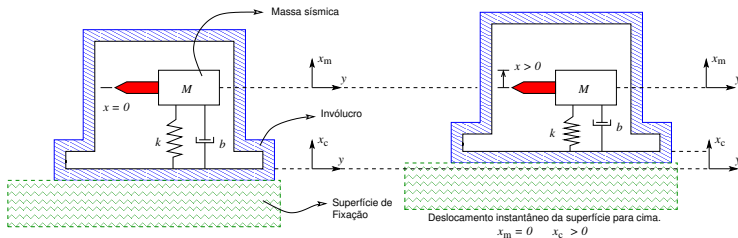
Unidades de Medição Inercial II

- Em relação à medição de $\mathbf{a}_{\text{cm/tp}}^{\text{frd}}$, é importante notar que um acelerômetro irá medir, de fato, a diferença entre a aceleração inercial e a aceleração gravitacional local. Usando a hipótese de campo gravitacional uniforme, tem-se que a aceleração medida, na ausência de ruído e de outras imperfeições, é dada por

$$\mathbf{a}_{\text{m}}^{\text{frd}} = \mathbf{a}_{\text{cm/tp}}^{\text{frd}} - \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} g_{\text{D}} = \begin{bmatrix} a_{\text{x,m}} \\ a_{\text{y,m}} \\ a_{\text{z,m}} \end{bmatrix}.$$

Acelerômetros I

- Diagrama esquemático de um típico acelerômetro:



Princípio Físico

Medição de aceleração a partir da medição de deslocamento relativo de uma massa sísmica conhecida.

Acelerômetros II

■ Como medir $x(t)$? Há várias possibilidades:

- 1 Potenciômetro;
- 2 LVDT;
- 3 ...
- 4 Sensor capacitivo;
- 5 Sensor piezoelétrico.

As duas últimas opções acima são muito comuns, pois podem ser mais facilmente integradas a dispositivos de pequeno tamanho.

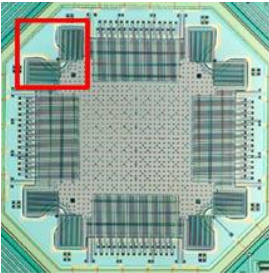
Acelerômetros III

■ Exemplo: Acelerômetro Capacitivo Integrado

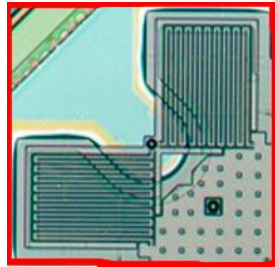


Foto de um típico circuito integrado acelerômetro MEMS de baixo custo já soldado a uma placa de circuito impresso.

Acelerômetros IV

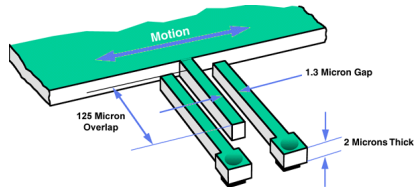


Visão superior do interior do chip.



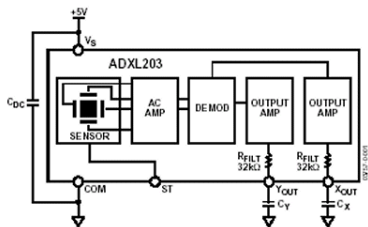
Detalhe dos sensores capacitivos de deslocamento relativo.

Acelerômetros V



Detalhamento da medição capacitiva de deslocamento para uma aleta apenas.

Acelerômetros VI



Blocos internos do acelerômetro.

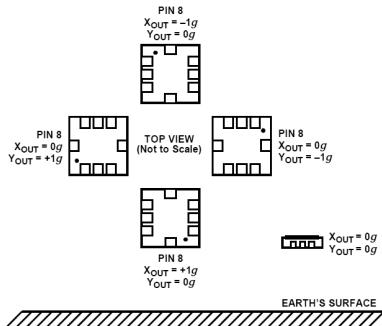


Figure 39. Output Response vs. Orientation

Capacidade de medição de aceleração constante (aceleração da gravidade).

Medição de Posição Angular: Giroscópios Mecânicos I

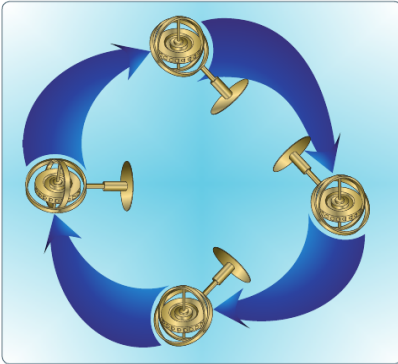


Figure 8-18. *Regardless of the position of its base, a gyro tends to remain rigid in space, with its axis of rotation pointed in a constant direction.*

Fonte: [3]

Princípio Físico

Conservação do momento angular.

Medição de Posição Angular: Giroscópios Mecânicos II

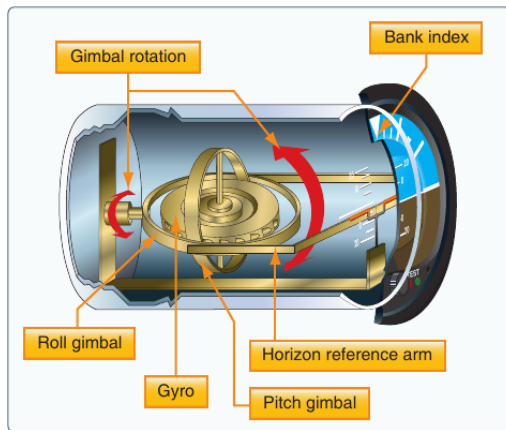
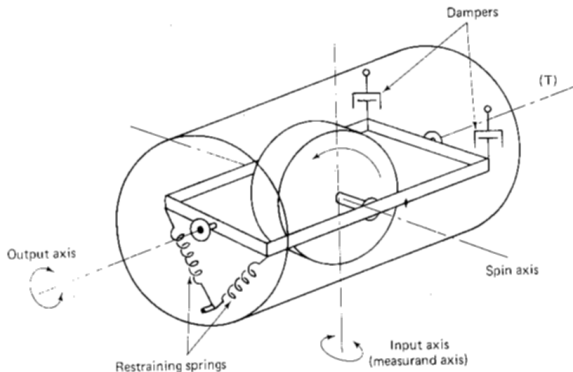


Figure 8-23. *Attitude indicator.*

Fonte: [3]

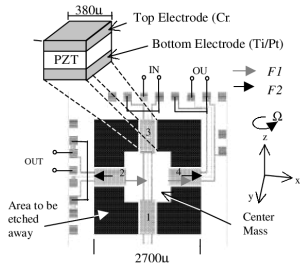
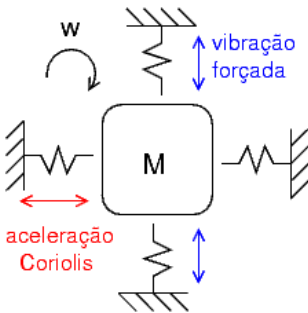
Medição de Velocidade Angular usando Giroscópios I

- *Rate Gyros* – sensores de velocidade angular. Mede-se a força que impede a movimentação do eixo de saída do giroscópio:



Medição de Velocidade Angular usando Giroscópios II

- A velocidade angular é medida como resultado do aparecimento de deformação/deflexão em uma direção perpendicular à direção de movimentação forçada de uma massa, devido à aceleração de Coriolis:



Dispositivo MEMS (implementado em um circuito integrado).

Medição de Velocidade Angular usando Giroscópios III

- Giroscópios óticos: muito precisos. Usados em aplicações críticas (e.g. militares).

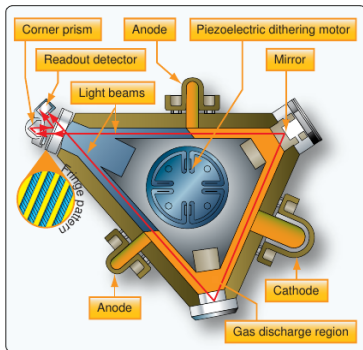


Figure 10-97. The ring laser gyro is rugged, accurate, and free of friction.

Fonte: [3]

Princípio Físico

Efeito Sagnac: feixes de luz LASER se propagando em diferentes sentidos em um dado caminho fechado (fibra ótica ou cavidade LASER fechada) percorrem distâncias diferentes, se a estrutura possuir velocidade angular não nula, produzindo padrões de interferência construtiva e destrutiva detectáveis.

Section 6

Bibliografia

Bibliografia I



M. V. Cook.

Flight Dynamics Principles.

Elsevier, 2007.



Wayne Durham.

Aircraft flight dynamics and control.

John Wiley & Sons, Ltd., 2013.



Federal Aviation Administration (FAA).

Aviation Maintenance Technician Handbook – Airframe, Volume 2,
2018.



Brian L. Stevens, Frank L. Lewis, and Eric N. Johnson.

*Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and
Autonomous Systems.*

John Wiley & sons, Inc., 2016.