

ELT072 – Introdução ao Controle Automático de Aeronaves

Bloco 3

Prof. Leo Torres

Abril, 2024

Conteúdo

- 1 O Modelo de Corpo Rígido**
- 2 Forças e Momentos Externos**
- 3 Equações de Translação no Referencial do Vento**
- 4 Bibliografia**

Section 1

O Modelo de Corpo Rígido

Modelo de Corpo Rígido – Detalhamento I

Conforme visto anteriormente, o modelo de corpo rígido, ou de 6 graus de liberdade, da aeronave, considerando as aproximações de Terra Plana (Flat Earth), campo gravitacional constante, e distribuição de massa constante, é dado por:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{p}}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{tp}} &= C_{\text{tp}/\text{frd}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}}, \\
 \dot{\Phi} &= H(\Phi) \omega_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}}, \\
 \dot{\mathbf{v}}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} &= -\tilde{\omega}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} + \frac{1}{m} \mathbf{F}^{\text{frd}}, \\
 \dot{\omega}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} &= (J^{\text{frd}})^{-1} \left[-\tilde{\omega}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} \left(J^{\text{frd}} \omega_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} \right) + \mathbf{M}^{\text{frd}} \right].
 \end{aligned} \tag{1}$$

Este modelo representa um corpo rígido sujeito a uma força externa resultante $\mathbf{F}^{\text{frd}}$ e a um momento externo resultante $\mathbf{M}^{\text{frd}}$.

Modelo de Corpo Rígido – Detalhamento II

As variáveis de estado deste modelo são:

- Posição Norte, Leste e “-Altitude” do c.m.:

$$\mathbf{p}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{tp}} = [p_N \quad p_E \quad p_D]^\top.$$

- Ângulos de Euler:

$$\Phi = [\phi \quad \theta \quad \psi]^\top.$$

- Velocidade de Translação do c.m. em relação à origem do Referencial $\vec{\mathcal{F}}_{\text{tp}}$, representada no Referencial $\vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}}$:

$$\mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} = [U \quad V \quad W]^\top.$$

- Velocidade Angular da aeronave em relação ao Referencial $\vec{\mathcal{F}}_{\text{tp}}$, representada no Referencial $\vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}}$:

$$\omega_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} = [P \quad Q \quad R]^\top.$$

Modelo de Corpo Rígido – Detalhamento III

Expandindo as equações vetoriais do modelo (1), temos:

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_N &= U \cos \theta \cos \psi + \\
 &\quad V(-\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi) + \\
 &\quad W(\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi), \\
 \dot{p}_E &= U \cos \theta \sin \psi + \\
 &\quad V(\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) + \\
 &\quad W(-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \\
 \dot{p}_D &= -U \sin \theta + V \sin \phi \cos \theta + W \cos \phi \cos \theta.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Modelo de Corpo Rígido – Detalhamento IV

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= P + Q \tan \theta \sin \phi + R \tan \theta \cos \phi, \\ \dot{\theta} &= Q \cos \phi - R \sin \phi, \\ \dot{\psi} &= Q \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + R \frac{\cos \phi}{\cos \theta}\end{aligned}\tag{3}$$

Modelo de Corpo Rígido – Detalhamento V

$$\begin{aligned}\dot{U} &= RV - QW + \frac{F_x}{m}, \\ \dot{V} &= -RU + PW + \frac{F_y}{m}, \\ \dot{W} &= QU - PV + \frac{F_z}{m}.\end{aligned}\tag{4}$$

Modelo de Corpo Rígido – Detalhamento VI

$$\begin{aligned}
 \Gamma \dot{P} &= J_{xz} [J_x - J_y + J_z] PQ + \\
 &\quad - [J_z (J_z - J_y) + J_{xz}^2] QR + J_z M_x + J_{xz} M_z, \\
 J_y \dot{Q} &= (J_z - J_x) PR - J_{xz} (P^2 - R^2) + M_y, \\
 \Gamma \dot{R} &= [J_x (J_x - J_y) + J_{xz}^2] PQ + \\
 &\quad - J_{xz} [J_x - J_y + J_z] QR + J_{xz} M_x + J_x M_z
 \end{aligned} \tag{5}$$

em que

$$\Gamma = J_x J_z - J_{xz}^2.$$

Modelo de Corpo Rígido – Detalhamento VII

São as forças e momentos externos resultantes que dependem, além das variáveis de estado, de variáveis manipuladas pelo piloto ou pelo sistema de controle automático, tais como:

- 1 δ_e : deflexão do profundor.
 - 2 δ_a : deflexão dos ailerons.
 - 3 δ_r : deflexão do leme.
 - 4 δ_t : comando de tração (throttle).
 - 5 ...
- Força Externa e Momento Externo Resultantes:

$$\mathbf{F}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} F_x(\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t, \dots) \\ F_y(\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t, \dots) \\ F_z(\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t, \dots) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} M_x(\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t, \dots) \\ M_y(\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t, \dots) \\ M_z(\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t, \dots) \end{bmatrix}.$$

Section 2

Forças e Momentos Externos

Forças Externas I

Note que

$$\sum_{i=1}^N \vec{f}_{\text{ext}/i} = \vec{f}_{\text{ext}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}} \mathbf{F}^{\text{frd}},$$

e o vetor força externa pode ser decomposto da seguinte maneira:

$$\vec{f}_{\text{ext}} = \vec{f}_{\text{aero}} + \vec{f}_{\text{prop}} + \vec{f}_{\text{peso}}.$$

Força Aerodinâmica

Força Propulsiva

Força Peso

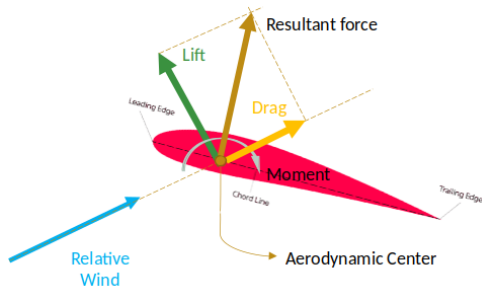
Cada componente acima é mais facilmente representada em um referencial específico:

$$\vec{f}_{\text{aero}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{w}} \mathbf{F}_{\text{aero}}^{\text{w}}, \quad \vec{f}_{\text{prop}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}} \mathbf{F}_{\text{prop}}^{\text{frd}}, \quad \vec{f}_{\text{peso}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{tp}} \mathbf{F}_{\text{peso}}^{\text{tp}}.$$

Forças Externas II

- No caso da Força Aerodinâmica:

$$\mathbf{F}_{\text{aero}}^w = \begin{bmatrix} -D \\ -C \\ -L \end{bmatrix}$$



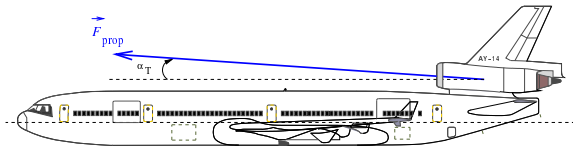
sendo

- 1 D a força de arrasto (Drag).
- 2 C a força lateral ou de vento cruzado (Crosswind).
- 3 L a força de sustentação (Lift).

Forças Externas III

- Para a força propulsiva, considerando uma aeronave de asas fixas e propulsão contida no plano de simetria $y = 0$ do Referencial $\vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}}$:

$$\mathbf{F}_{\text{prop}}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} T_x \\ 0 \\ T_z \end{bmatrix}$$



sendo

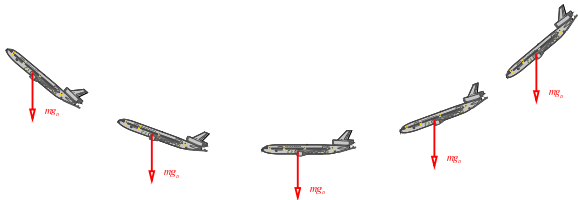
- 1 T_x a componente x da força propulsiva (Thrust).
- 2 T_z a componente z da força propulsiva. Frequentemente $T_z = 0$.

Na figura acima, $T_x = T_{\text{prop}} \cos(\alpha_T)$ e $T_z = -T_{\text{prop}} \sin(\alpha_T)$, onde $T_{\text{prop}} = \|\vec{f}_{\text{prop}}\|$.

Forças Externas IV

- Para a força peso:

$$\mathbf{F}_{\text{peso}}^{\text{tp}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg_D \end{bmatrix}$$



sendo

- 1 $g_D = 9,80665 \text{ m/s}^2$.
- 2 m a massa total da aeronave (considerada constante em nosso modelo simplificado).

Momentos Externos I

De forma similar à força externa, o Momento Externo

$$\sum_{i=1}^N \vec{M}_{\text{ext}/i} = \vec{M}_{\text{ext}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}} \mathbf{M}^{\text{frd}}$$

também pode ser decomposto como (a força peso não produz qualquer momento em relação ao c.g.):

$$\vec{M}_{\text{ext}} = \vec{M}_{\text{aero}} + \vec{M}_{\text{prop}}.$$

The diagram shows the equation $\vec{M}_{\text{ext}} = \vec{M}_{\text{aero}} + \vec{M}_{\text{prop}}$. Below $\vec{M}_{\text{aero}}$ is a blue box labeled "Momento Aerodinâmico" with a blue arrow pointing from the term to the box. Below $\vec{M}_{\text{prop}}$ is a blue box labeled "Momento da Força Propulsiva" with a blue arrow pointing from the term to the box.

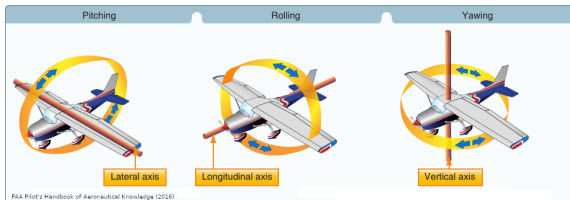
Diferentemente do caso das componentes de força, é usual representar todos os momentos no mesmo Referencial do Corpo $\vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}}$:

$$\vec{M}_{\text{aero}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}} \mathbf{M}_{\text{aero}}^{\text{frd}}, \quad \vec{M}_{\text{prop}} = \vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}} \mathbf{M}_{\text{prop}}^{\text{frd}}.$$

Momentos Externos II

- Para o Momento Aerodinâmico, temos que:

$$\mathbf{M}_{\text{aero}}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} \ell \\ m_a \\ n \end{bmatrix}$$



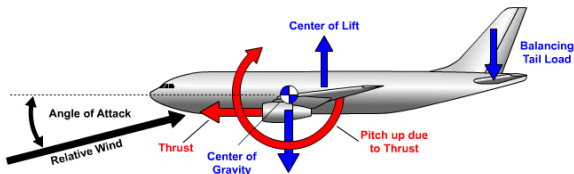
sendo

- 1 ℓ o momento de rolamento (Rolling Moment).
- 2 m_a o momento de arfagem (Pitching Moment).
- 3 n o momento de guinada (Yawing Moment).

Momentos Externos III

- Para o Momento devido à Força Propulsiva, quando a linha de ação desta força não passa pelo c.g., temos usualmente que:

$$\mathbf{M}_{\text{prop}}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_p \\ n_p \end{bmatrix}$$



sendo

- 1 m_p o momento de arfagem devido à força propulsiva.
- 2 n_p o momento de guinada devido a forças propulsivas assimétricas em aeronaves com mais de um propulsor.

Momentos Externos IV

Contabilizando as contribuições de todos os propulsores para o Momento devido à Força Propulsiva, temos que

$$\vec{M}_{\text{prop}} = \sum_{k=1}^{N_{\text{prop}}} (\vec{r}_{\text{prop},k} - \vec{r}_{\text{cm}}) \times \vec{f}_{\text{prop},k} \quad (6)$$

em que

- 1 $\vec{r}_{\text{prop},k}$ é a posição associada ao k -ésimo propulsor, geralmente expresso no Referencial Estrutural $\vec{\mathcal{F}}_{\text{est}}$.
- 2 $\vec{f}_{\text{prop},k}$ é a força exercida pelo k -ésimo propulsor, geralmente expressa no Referencial do Corpo $\vec{\mathcal{F}}_{\text{frd}}$.

É importante lembrar que

$$C_{\text{frd/est}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = C_{\text{est/frd}}.$$

Combinando Força Aerodinâmica e Momento Aerodinâmico I

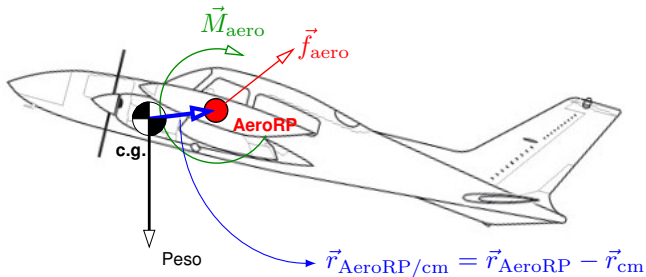
- Embora seja uma prática comum representar as contribuições de forças separadamente, para cada aerofólio e para cada parte da aeronave, no cômputo total das forças aerodinâmicas, seguiremos o livro-texto [6] e representaremos o efeito combinado como:
 - 1 Força Aerodinâmica Resultante Total aplicada ao *Centro de Referência Aerodinâmico* (Aerodynamic Reference Point) – **AeroRP**.
 - 2 Momento Aerodinâmico sobre a aeronave separado do momento criado pela Força Aerodinâmica Resultante Total referenciada acima.

Desta maneira podemos escolher um ponto arbitrário, como ponto de aplicação da Força Aerodinâmica Resultante Total, para ser o Centro de Referência Aerodinâmico.

Quando o c.g. coincide com o **AeroRP**, o Momento Resultante Total é o Momento Aerodinâmico.

Combinando Força Aerodinâmica e Momento Aerodinâmico II

- Caso o c.g. não esteja sobre o AeroRP, então precisamos somar ao Momento Aerodinâmico a contribuição do momento originado pela Força Aerodinâmica Resultante Total aplicada fora do c.g.



$$M_{aero\ total}^{frd} = M_{aero}^{frd} + \tilde{r}_{AeroRP/cm}^{frd} F_{aero}^{frd}.$$

(7)

Forças e Momentos Aerodinâmicos I

- Conforme já vimos, as componentes da Força Aerodinâmica e do Momento Aerodinâmico podem ser representadas como

$$\mathbf{F}_{\text{aero}}^{\text{w}} = \begin{bmatrix} -D \\ -C \\ -L \end{bmatrix} = -\bar{q}S_{\text{w}} \begin{bmatrix} C_{\text{D}} \\ C_{\text{C}} \\ C_{\text{L}} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{M}_{\text{aero}}^{\text{frd}} = \begin{bmatrix} \ell \\ m_{\text{a}} \\ n \end{bmatrix} = \bar{q}S_{\text{w}} \begin{bmatrix} bC_{\ell} \\ \bar{c}C_m \\ bC_n \end{bmatrix},$$

em que a Pressão Dinâmica $\bar{q} = \frac{1}{2}\rho V_{\text{T}}^2$ depende da densidade do ar ρ e da velocidade da aeronave em relação à atmosfera $V_{\text{T}} = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}$, S_{w} é a área de referência da asa, b é a envergadura da asa, e $\bar{c}$ é a corda média da asa.

Forças e Momentos Aerodinâmicos II

- Os coeficientes aerodinâmicos são na verdade funções multivariáveis que comumente são representadas em Tabelas Aerodinâmicas:

$$C_D \equiv C_D(\alpha, \beta, M, h, \delta_e, \dots),$$

$$C_C \equiv C_C(\alpha, \beta, M, h, \delta_r, \dots),$$

$$C_L \equiv C_L(\alpha, \beta, M, h, \delta_e, \dots),$$

$$C_\ell \equiv C_\ell(\alpha, \beta, M, h, \delta_a, \dots),$$

$$C_m \equiv C_m(\alpha, \beta, M, h, \delta_e, \dots),$$

$$C_n \equiv C_n(\alpha, \beta, M, h, \delta_r, \dots),$$

em que M é o número de Mach, h é a altitude, e δ_e , δ_a e δ_r são deflexões de profundor, aileron e leme, respectivamente (a título de exemplo).

Section 3

Equações de Translação no Referencial do Vento

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W !

- As componentes U , V e W da velocidade de Translação do c.m. em relação ao solo, quando não há movimentos da atmosfera em relação ao solo (ventos), são também as componentes do vento relativo neste caso:

$$\mathbf{v}_{\text{cm/tp}}^{\text{frd}} = C_{\text{frd/w}}(\alpha, \beta) \mathbf{v}_{\text{cm/tp}}^{\text{w}},$$
$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & -c\alpha s\beta & -s\alpha \\ s\beta & c\beta & 0 \\ s\alpha c\beta & -s\alpha s\beta & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

e, portanto,

$$U = V_T \cos \alpha \cos \beta$$

$$V = V_T \sin \beta$$

$$W = V_T \sin \alpha \cos \beta$$

(8)

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W II

- Por outro lado,

$$\begin{aligned} V_T &= \sqrt{U^2 + V^2 + W^2} \\ \alpha &= \text{atan2}(W, U) \\ \beta &= \text{asen}\left(\frac{V}{V_T}\right) \end{aligned} \tag{9}$$

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W III

- De fato, podemos obter diretamente a evolução das variáveis V_T , α e β , ao invés das componentes U , V e W , observando que

$$\mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} = C_{\text{frd}/\text{w}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{w}},$$

e considerando a dinâmica de translação:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{v}}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} &= -\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} + \frac{1}{m} \mathbf{F}^{\text{frd}}, \\ \frac{d}{dt} \left(C_{\text{frd}/\text{w}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{w}} \right) &= -\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} + \frac{1}{m} \mathbf{F}^{\text{frd}}, \\ \dot{C}_{\text{frd}/\text{w}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{w}} + C_{\text{frd}/\text{w}} \dot{\mathbf{v}}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{w}} &= -\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}} \mathbf{v}_{\text{cm}/\text{tp}}^{\text{frd}} + \frac{1}{m} \mathbf{F}^{\text{frd}}.\end{aligned}$$

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W IV

Multiplicando à esquerda a equação anterior por $C_{w/frd}$, temos que:

$$\begin{aligned}
 C_{w/frd} \dot{C}_{frd/w} \mathbf{v}_{cm/tp}^w + \dot{\mathbf{v}}_{cm/tp}^w &= -C_{w/frd} \tilde{\omega}_{frd/tp}^{frd} \mathbf{v}_{cm/tp}^{frd} \\
 &\quad + \frac{1}{m} C_{w/frd} \mathbf{F}^{frd}, \\
 \tilde{\omega}_{w/frd}^w \mathbf{v}_{cm/tp}^w + \dot{\mathbf{v}}_{cm/tp}^w &= - \left(C_{w/frd} \tilde{\omega}_{frd/tp}^{frd} C_{frd/w} \right) \mathbf{v}_{cm/tp}^w \\
 &\quad + \frac{1}{m} \mathbf{F}^w, \\
 \tilde{\omega}_{w/frd}^w \mathbf{v}_{cm/tp}^w + \dot{\mathbf{v}}_{cm/tp}^w &= -\tilde{\omega}_{frd/tp}^w \mathbf{v}_{cm/tp}^w + \frac{1}{m} \mathbf{F}^w, \quad (10)
 \end{aligned}$$

onde se usou o fato de que $C_{w/frd} \dot{C}_{frd/w} = \tilde{\omega}_{w/frd}^w$.

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W **V**

Por outro lado, pode-se mostrar que

$$C_{w/frd} \dot{C}_{frd/w} = \tilde{\omega}_{w/frd}^w \Rightarrow \omega_{w/frd}^w = \begin{bmatrix} -\dot{\alpha} \sin \beta \\ -\dot{\alpha} \cos \beta \\ \dot{\beta} \end{bmatrix},$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{cm/tp}^w = \begin{bmatrix} \dot{V}_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

e, portanto,

$$\tilde{\omega}_{w/frd}^w \mathbf{v}_{cm/tp}^w + \dot{\mathbf{v}}_{cm/tp}^w = \begin{bmatrix} \dot{V}_T \\ \dot{\beta} V_T \\ \dot{\alpha} V_T \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W VI

Considere também que

$$\begin{aligned}\omega_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{w}} &= C_{\text{w}/\text{frd}}(\alpha, \beta) \omega_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}}, \\ \omega_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{w}} &= C_{z, \beta} C_{y, -\alpha} \omega_{\text{frd}/\text{tp}}^{\text{frd}}, \\ \begin{bmatrix} P_{\text{w}} \\ Q_{\text{w}} \\ R_{\text{w}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & s\beta & s\alpha c\beta \\ -c\alpha s\beta & c\beta & -s\alpha s\beta \\ -s\alpha & 0 & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}. \quad (12)\end{aligned}$$

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W VII

Em relação à Força Externa, temos que

$$\begin{aligned}\mathbf{F}^w &= \mathbf{F}_{\text{aero}}^w + C_{w/\text{frd}} \mathbf{F}_{\text{prop}}^{\text{frd}} + C_{w/\text{frd}} C_{\text{frd}/\text{tp}} \mathbf{F}_{\text{peso}}^{\text{tp}}, \\ \mathbf{F}^w &= \begin{bmatrix} -D \\ -C \\ -L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) \cos \beta \\ -T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) \sin \beta \\ -T_{\text{prop}} \sin(\alpha + \alpha_T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mg_1 \\ mg_2 \\ mg_3 \end{bmatrix}, \quad (13)\end{aligned}$$

em que

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = C_{z,\beta} C_{y,-\alpha} C_{x,\phi} C_{y,\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_D \end{bmatrix}.$$

Usando V_T , α e β , ao invés de U, V, W VIII

Substituindo as expressões (13), (12), (11) em (10), temos um conjunto alternativo ao das equações (4):

$$\begin{aligned}\dot{V}_T &= \frac{1}{m} [T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) \cos \beta - D] + g_1 \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{m V_T} [-T_{\text{prop}} \cos(\alpha + \alpha_T) \sin \beta - C] \\ &\quad + \frac{g_2}{V_T} - R_W \\ \dot{\alpha} &= \frac{1}{m V_T \cos \beta} [-T_{\text{prop}} \sin(\alpha + \alpha_T) - L] \\ &\quad + \frac{g_3}{V_T \cos \beta} + \frac{Q_W}{\cos \beta}\end{aligned}\tag{14}$$

Section 4

Bibliografia

Bibliografia I



Wayne Durham.

Aircraft flight dynamics and control.

John Wiley & Sons, Ltd., 2013.



R. Fletcher.

Practical Methods of Optimization: Unconstrained Optimization,
volume 1.

John Wiley & Sons, 1980.



R. Fletcher.

Practical Methods of Optimization: Constrained Optimization,
volume 2.

John Wiley & Sons, 1981.

Bibliografia II



William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery.

Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing.

Cambridge University Press, 2002.



Jaime A. Ramírez, Felipe Campelo, Frederico G. Guimarães, Lucas S. Batista, and Ricardo H. C. Takahashi.

ELE037 Otimização: Notas de Aula.

online, 2018.

[\(link\)](#).



Brian L. Stevens, Frank L. Lewis, and Eric N. Johnson.

Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and Autonomous Systems.

John Wiley & sons, Inc., 2016.