

Um sistema de análise da dinâmica de timbres de sons harmônicos utilizando Análise por Componentes Principais (PCA)

Hugo de Paula

hugobp@cpdee.ufmg.br

<http://www.cefala.cpdee.ufmg.br/~hugobp>

CEFALA - Centro de Estudos da Fala Acústica Linguagem e Música

UFMG — Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Av. Antônio Carlos, 6627, Campus - Pampulha

CEP 31270-901 Belo Horizonte-MG - Brasil

Resumo – Será apresentado um sistema de análise sistemática da dinâmica de timbres de sons harmônicos usando Análise por Componentes Principais (PCA), implementado em Matlab, da Mathworks Inc. O sistema é composto de 4 módulos: i) módulo de análise espectral com detecção de pitch e rastreamento de harmônicos, ii) módulo de suavização espectral com implementação de suavização por filtro passa-baixa, suavização diferencial, filtro mediano-linear e aproximação por segmentos lineares, iii) módulo de análise por componentes principais e iv) módulo de síntese aditiva. Com este sistema está sendo desenvolvido um trabalho de análise sistemática do timbre da clarineta com determinação do espaço timbrístico do instrumento e comparação da dinâmica de produção sonora do instrumento em diversos modos de execução. Trabalhos preliminares mostraram que esta técnica é eficiente como uma ferramenta para classificação de timbres num espaço reduzido de dados.

Abstract – A system for systematic analysis of the timbre dynamics of harmonic sounds using Principal Component Analysis (PCA) will be presented. The system was implemented in Matlab, from Mathworks Inc. It has four modules: i) the spectral analysis module with pitch detection and harmonic tracking, ii) the spectral smoothing module with four methods of curve smoothing including low-pass filtering, differential filtering, median-linear filtering and piecewise linear approximation (PLA), iii) the principal component analysis module and iv) the additive synthesis module. This system is being used in the development of a systematic analysis of the clarinet timbre, with determination of the instrument timbre space and the comparison of the dynamics of its sound production in different performances. Preliminary works have shown that this technique is efficient as a timbre classification tool in a reduced data space.

I. INTRODUÇÃO

A. O problema da representação do timbre

O conceito de timbre refere-se à cor ou à qualidade do som e está normalmente dissociado dos conceitos de intensidade e altura. Timbre é definido pela ASA (American Standard Association) como “aquele atributo do sentido auditivo em termos do qual o ouvinte pode julgar que dois sons similarmente apresentados e tendo a mesma intensidade e altura, são dissimilares” [1]. O timbre é uma grandeza multi-dimensional carente de uma representação que permita associar informações quantitativas e qualitativas de forma a permitir sua análise sistemática. Este modelo de representação do timbre se torna ainda mais

complicado quando se considera a variação dinâmica do timbre em sons de longa duração com alimentação contínua de energia (como no caso de instrumentos de sopro e de cordas friccionadas). Neste último caso, a análise do timbre é especialmente importante pois permite investigar e determinar a influência do instrumentista no controle da produção sonora do instrumento[2].

B. O timbre de instrumentos musicais

Pesquisas realizadas com métodos de análise/síntese de sons de instrumentos musicais mostraram que o espectro variante no tempo é uma forma adequada de se representar esses sons através de suas curvas de amplitude e frequência em função do tempo [3], [4], [5], [6]. Em um estudo, Risset concluiu que certas características timbrísticas do som do trompete estão mais intimamente relacionadas à variação do espectro do som que a características fixas de sua estrutura espectral [1].

Quando consideramos que num mesmo instrumento musical, o intérprete pode produzir timbres diferentes, dependendo da altura da nota e da maneira como é tocada, torna-se necessário um sistema de classificação de seus estados de evolução ao longo do tempo. A especificação deste atributo no sistema tradicional de notação musical é imprecisa, à medida em que não oferece escalonamentos gradativos de qualidade e quantidade, tornando mais complexa a utilização deste parâmetro numa composição musical.

Alguns trabalhos mais recentes têm investigado a variação dos parâmetros do som em performances musicais procurando compreender o controle dinâmico e instantâneo que os instrumentistas detêm sobre o som de seus instrumentos [7], [8], [9], [10], [11].

II. SISTEMA DE ANÁLISE/SÍNTESE COM SUAVIZAÇÃO E PCA

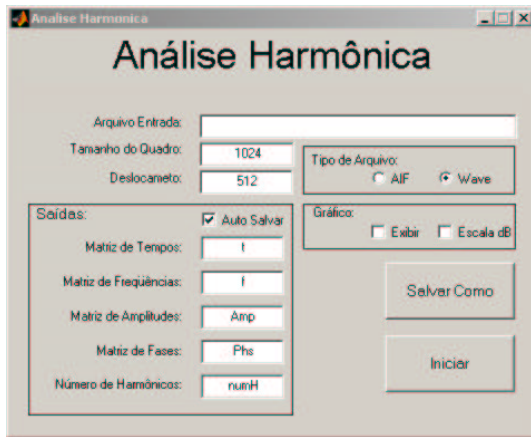
Para permitir a análise sistemática do timbre de instrumentos musicais harmônicos (ou quase-harmônicos), foi desenvolvido o sistema de análise/síntese com suavização e PCA. A Fig 1 exhibe uma seleção das telas desse sistema. O módulos do sistema serão detalhados a seguir.

A. Análise Harmônica

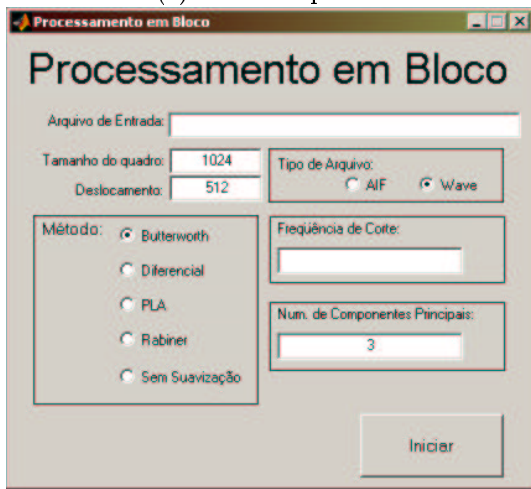
A análise harmônica foi desenvolvida usando o modelo de McAulay & Quartieri [12]. Este processo foi adaptado para permitir um rastreamento preciso dos componentes harmônicos do som (harmonic tracking) a partir de estimação de pitch, detecção de picos (peak detection) e rastreamento da continuidade de picos detectados (peak continuation).

1) Estimação de pitch

O pitch, ou frequência fundamental do som (f_0) pode ser determinado por diversos métodos, cada um com desempe-



(a) Análise Espectral



(b) Processamento em Bloco

Figura 1. Seleção de telas do sistema. Em (a) podemos visualizar o módulo de Análise Harmônica, onde são determinadas as variações da amplitude e da frequência em função do tempo. No módulo de processamento em bloco podemos visualizar todo o processo de análise/síntese com suavização e PCA. A interface deste módulo não permite muita customização das variáveis de ambiente para tornar o processo mais automatizado e eficiente.

nho diferenciado para determinado tipo de aplicação. A detecção do pitch foi implementada em dois estágios. No primeiro estágio, utiliza-se o método da auto-correlação. A auto-correlação é definida como a correlação entre um processo estocástico com referência a um instante t_1 e este mesmo processo a um instante t_2 [13].

$$R_X(t_1, t_2) = E[X(t_1)X^*(t_2)], \quad (1)$$

onde:

$R_X(t_1, t_2)$ – Auto-correlação de X nos instantes t_1 e t_2 ,
 X – é o sinal analisado.

Se X é estacionário então

$$R_X(t_1, t_2) = R(|t_2 - t_1|) = R(\tau) = E[X(t)X^*(t - \tau)], \quad (2)$$

Calculando a auto-correlação para diversos intervalos de tempo ($\tau = [-\infty, +\infty]$), temos a função de auto-correlação $R_X(\tau)$. Em um sinal periódico a função terá máximos nos instantes em que ciclos estiverem alinhados. O intervalo (T) entre esses máximos constitui o período da frequência fundamental ($f_0 = 1/T$).

A precisão desta estimativa está limitada ao período de amostragem. Para uma estimativa mais precisa do pitch, faz-se uma análise de Fourier de comprimento 65536 (2^{16}) na porção média do sinal e utiliza-se interpolação para determinação do pico no espectro presente na região da frequência fundamental estimada pela auto-correlação.

2) Detecção e rastreamento de picos espectrais

A transformada de Fourier decompõe qualquer função periódica em uma série de senóides harmonicamente relacionadas. Um som pode assim ser então representado por uma soma ponderada de vibrações acústicas elementares, ortogonais entre si. Apesar de contarmos hoje com vários outros métodos e tecnologias, incluindo novas técnicas não baseadas na teoria de Fourier, a transformada de Fourier ainda responde pela grande maioria das aplicações em análise, síntese e processamento de sinais por sua versatilidade e facilidade em de utilização.

A análise espectral variante no tempo implementada neste sistema utilizou a Transformada Discreta de Fourier de Curta Duração (DSTFT - Discrete Short-Time Fourier Transform), que consiste em dividir o sinal em quadros de comprimento tal que torna possível se supor que o sinal é estacionário no intervalo considerado. Para reduzir artefatos provenientes do truncamento do sinal em um quadro, são aplicadas funções de enjanelamento (“windowing function”) no quadro e o sinal resultante é analisado utilizando a Transformada Rápida de Fourier (FFT). A FFT reproduz um espectro estático do quadro.

O algoritmo implementado em seguida deriva do sistema de McAulay & Quartieri e tem por objetivo determinar o valor das frequências e das magnitudes dos harmônicos do sinal buscando picos de valores de magnitude (“peak detection”) dentro de uma região de busca pré-estimada e associá-los com o valor do próximo pico (“peak continuation”), obtendo assim os valores de frequência e amplitude de cada harmônico, mesmo que estes variem ao longo do tempo. O algoritmo é utilizado em alguns softwares, tais como o Audiosculp, o SMS de Xavier Serra [14] e o sistema *SndAn* de Síntese Aditiva desenvolvido por Beauchamp [15]. A estimativa do pitch do sinal é usado para a determinação das regiões de busca dos harmônicos. O algoritmo atualmente implementado limita a variação de frequência a 1 semi-tom (aproximadamente 6% do pitch).

A informação de fase inicial de cada quadro também é armazenada para futuras manipulações do espectro do sinal.

Os parâmetros de entrada para a análise harmônica são: o sinal a ser analisado, a taxa de amostragem do sinal, o comprimento do quadro em amostras e o deslocamento do quadro no sinal (pode haver sobreposição de quadros a fim de aumentar a definição temporal do espectrograma). A janela de “Hamming” é utilizada no processo de análise com uma FFT de 65536 amostras, utilizando complementação com zeros (zero-padding) como interpolador ideal. A saída do módulo é composta do número de harmônicos detectados e das matrizes de tempo, magnitude, frequência, e fase (com dimensões $H \times X \times N$, onde H é o número de harmônicos e N número de quadros cada).

B. Suavização Espectral

Após a análise harmônica, as curvas de magnitude do espectro mostraram variações de pequena amplitude e curta duração, normalmente provenientes da captação das reflexões do som no ambiente de gravação, além do ruído de ar prove-

niente de instrumentos de sopro somados ainda ao ruído ambiente. Vários trabalhos de pesquisa propõem métodos de simplificação de modo a obter um espectro suavizado. De uma maneira geral, concluiu-se que certas micro-flutuações de amplitude e frequência não são percebidas e podem ser simplificadas [16]. J. Grey elaborou testes de audição que mediram graus de discriminação auditiva em comparações de sons originais com sons contendo diferentes níveis de simplificação de dados. Grey concluiu que pode ser obtida uma redução de dados da ordem de 20:1 a 50:1 com um índice mínimo de perda de informação [17].

Os métodos de simplificação devem maximizar a eliminação das variações de pequena duração dos parâmetros espectrais, mas garantir a retenção de qualquer informação relevante para a percepção. Neste sistema, foram implementados quatro modos de suavização do espectro de magnitude:

- **Filtragem passa-baixa:** o sistema implementa um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte que pode ser definida pelo usuário. Usualmente, utiliza-se a frequência de corte de 10 Hz [18], [19].
- **Filtragem diferencial:** este algoritmo foi desenvolvido por Hugo de Paula e Mauricio Loureiro [20]. Este método de simplificação é dividido em duas partes. Inicialmente, o algoritmo elimina pontos que estão distantes da média local da curva, desde que não sejam responsáveis pela mudança da média móvel do sinal. Na segunda parte do algoritmo, utiliza-se a interpolação *spline* (interpolação cúbica), como forma de filtrar o ruído das curvas de amplitude. Para isso, tenta-se reconstruir a curva original através da interpolação cúbica dos seus elementos intercalados. A interpolação *spline* funciona como um filtro passa-baixa do sinal previamente simplificado com o filtro diferencial. Este método foi capaz de eliminar variações rápidas do sinal sem distorcê-lo.
- **Filtragem mediana e Linear:** Proposta por Rabiner e Schafer [21], a combinação de um filtro mediano com um filtro linear reduz a componente de ruído do sinal sem distorcê-lo. Este sistema implementou filtros de ordem 3.
- **Aproximação por Segmentos Lineares (PLA):** este algoritmo implementa um método de otimização cujo objetivo é encontrar os instantes de tempo (break points) que permitem a reconstrução do sinal por N segmentos de reta de modo a minimizar a distorção do sinal. O sistema recebe como entrada o número de segmentos a ser utilizado na otimização e retorna o espectro simplificado usando o erro quadrático médio (RMSE) como medida de minimização.

C. Análise por Componentes Principais (PCA)

Em PCA, vetores de dados são representados por combinações lineares de uma base de vetores ortonormais. Esta base é determinada pelas direções de máxima variância no espaço definido pelos vetores de dados. Tem-se assim uma mudança de sistema de coordenadas na qual os eixos definem as “componentes principais” de um conjunto de vetores. [22], [23]

Seja a matriz $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]$ que representa n observações de p variáveis.

A matriz $\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$ de covariância de \mathbf{X} é dada por:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = \mathbf{E}[\mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^t], \quad (3)$$

onde \mathbf{X}_0 é a matriz de dados com média zero. As componentes principais (PCs) são as componentes de uma matriz de rotação \mathbf{U} determinada pela decomposição em valor singular (SVD) de $\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^t, \quad (4)$$

onde \mathbf{S} é uma matriz diagonal cujos elementos ao longo da diagonal principal são os autovalores de $\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$ e \mathbf{U} é uma matriz unitária cujas colunas são os auto-vetores normalizados (norma euclidiana unitária) associados aos autovalores de \mathbf{S} . A representação de \mathbf{X} em PCs é dada por

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}^t \mathbf{X}. \quad (5)$$

Para a reconstrução do sinal podemos utilizar apenas alguns PCs, que acumulam em si a maior variância do sinal. A porcentagem da variância total do sinal representada por um subconjunto de PCs é dada pela soma acumulada dos autovalores associados aos auto-vetores usados na reconstrução.

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}_k \mathbf{Y}_k. \quad (6)$$

D. Síntese Aditiva

De posse das matrizes de magnitude e frequência podemos reconstruir o sinal de acordo com a seguinte equação:

$$\mathbf{s} = \sum_{h=1}^H A_h(t) \cos(2\pi f_h(t) + \phi_h(0)) \quad (7)$$

onde:

- \mathbf{s} – sinal sintetizado,
- $A_h(t)$ – magnitude referente ao harmônico h e instante t .
- $f_h(t)$ – frequência referente ao harmônico h e instante t .
- $\phi_h(0)$ – fase inicial do harmônico h .

Os valores de $A_h(t)$ e $f_h(t)$ são obtidos por interpolação linear das matrizes de magnitude e frequência fornecidos.

III. RESULTADOS

O sistema foi aplicado a uma base de dados de sons de clarineta gravados no auditório da escola de música e executados por Iura Rezende. O banco de dados é constituído por execuções de 4 a 6 segundos de duração, de todas as notas da clarineta até o La_6 (1760 Hz)¹ em quatro níveis de intensidade: *piano*, *mezzo-piano*, *mezzo-forte* e *forte*. Foi gravada também uma execução de 15 a 20 segundos de cada nota, onde é feito um *crescendo* e um *diminuendo*, tentando cobrir toda a gama dinâmica do instrumento. A Fig. 2 exibe o espectro de um Sol_3 , analisado e suavizado por um filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 10 Hz. Pode-se notar claramente o *crescendo* e o *diminuendo* durante os 15 segundos de nota cobrindo uma gama dinâmica de 70 dB, aproximadamente.

A Fig. 3 exibe as três primeiras dimensões de uma base ortogonal construída a partir de todas as execuções das notas Sib_4 (229 Hz), Re_4 (290 Hz) e Mib_4 (312 Hz) concatenadas. Como descrito anteriormente, a PCA rotaciona o espaço espectral de Fourier de modo que a primeira dimensão concentra a máxima variância do sinal. Pela Fig. 3 podemos constatar que a primeira dimensão da base da PCA contém informação sobre o timbre da clarineta de uma maneira mais geral, representada pela média da distribuição espectral presente nas notas concatenadas. Esta distribuição possui os harmônicos ímpares mais intensos que os harmônicos pares correspondentes. A medida em que se concatenam mais notas para se

¹ As notas desse artigo se referem ao som real. Por ser a Clarineta um instrumento transpositor, a leitura de suas notas difere dos valores de referência.

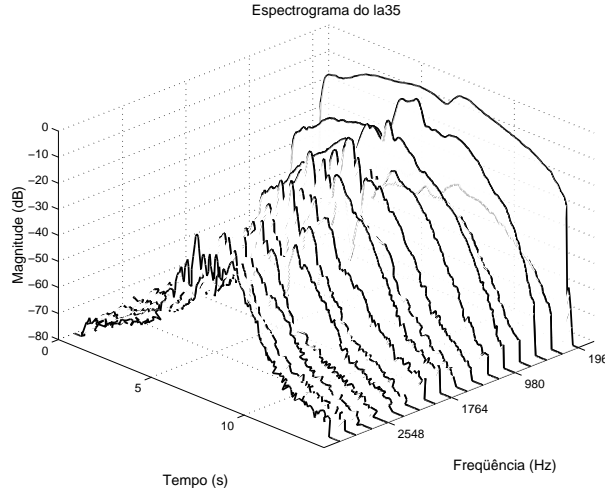


Figura 2. Espectro de uma nota Sol_3 (196 Hz) suavizada pelo filtro Butterworth passa-baixa com frequência de corte de 10 Hz. Este espectrograma visa mostrar a execução que cobre a gama dinâmica do instrumento. Pode-se notar claramente o *crescendo* e o *diminuendo* durante os 15 segundos de nota.

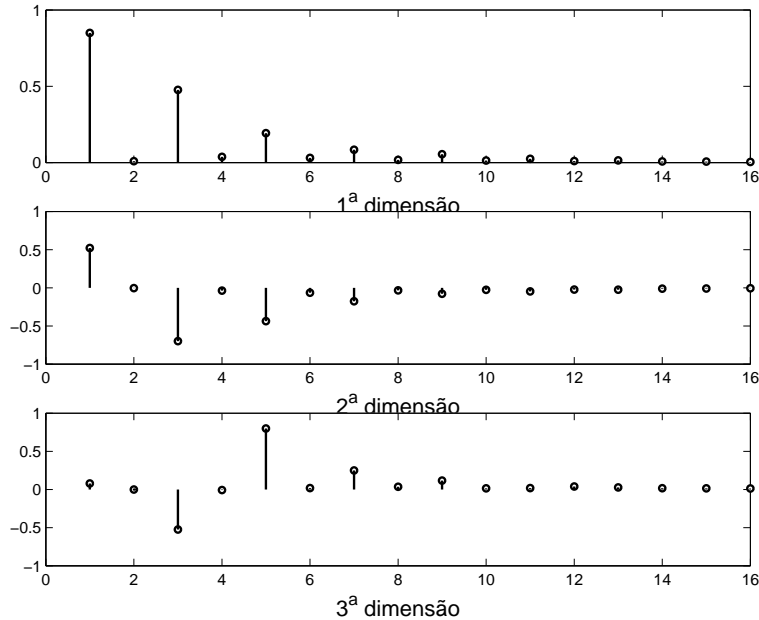


Figura 3. Os três primeiros vetores da base ortogonal U , contruído da PCA utilizando como entrada todas as execuções das notas Sib_4 (229 Hz), Re_4 (290 Hz) e Mib_4 (312 Hz).

aplicar a PCA, a base vai se tornando cada vez mais genérica. A primeira dimensão neste caso passa a representar de forma mais ampla a distribuição espectral média característica do instrumento ou instrumentos concatenados. A primeira componente principal relativa a esta primeira dimensão da base acompanha a envoltória do sinal.

A partir da segunda dimensão, as características representadas pela PCA parecem estar relacionadas com não linearidades na dinâmica da produção sonora do instrumento. Estudos preliminares indicaram serem suficientes apenas três componentes principais para representar a dinâmica do timbre de um instrumento a partir da PCA de cada nota separadamente (concatenando suas execuções). Para concatenação de notas diferentes em uma única base, torna-se necessária a utilização de até 5 componentes principais para uma representação satisfatória do timbre.

IV. CONCLUSÃO

A PCA tem se mostrado uma ferramenta útil na caracterização do timbre de um instrumento. A visualização das três primeiras componentes principais em um espaço tridimensional é um recurso extremamente útil na análise qualitativa da dinâmica do timbre de um instrumento, já que estas contêm informação suficiente para a reconstrução da dinâmica do instrumento por síntese aditiva.

A PCA é uma ferramenta estatística que utiliza a variância do sinal para encontrar a matriz de rotação e seus componentes principais. Neste caso, a suavização espectral é determinante na qualidade da análise, podendo realçar a estrutura grossa da dinâmica do timbre em detrimento de estruturas finas não tão decisivas na percepção auditiva do timbre. A flexibilidade do sistema em permitir quatro tipos de simplificação, cada uma com uma característica específica e passíveis de manipulação de seus parâmetros, dá ao usuário um grande

universo de representações do timbre a ser explorado.

A análise harmônica pode ser aplicada a uma grande variedade de instrumentos, e se mostrou eficaz na representação da clarineta. Ressinteses a partir de dados da análise harmônica alcançaram um coeficiente de correlação de até 0,996 entre o sinal original e o ressintetizado.

A interface gráfica permite uma maior agilidade na manipulação das ferramentas implementadas. Entretanto, por ser implementado em Matlab, as ferramentas podem ser usadas diretamente na construção de scripts capazes de agregar recursos aos algoritmos já construídos.

V. TRABALHOS FUTUROS

Do ponto de vista da ferramenta, a interface gráfica deve ser refinada a fim de permitir maior flexibilidade na manipulação dos dados gerados.

Uma análise comparativa mais aprofundada entre os métodos de suavização deve ser feita de modo a se descrever de maneira mais genérica o seu comportamento frente a diversas bases de dados.

Uma metodologia sistemática do uso da PCA deverá conduzir a uma escolha mais consistente das notas a serem concatenadas para a construção de uma base timbrística.

A análise PCA deve ser aplicada a outros instrumentos harmônicos tais como a flauta a fim de determinar sua eficiência frente a novos universos timbrísticos.

Pesquisas apontam para a determinação de modelos métricos robustos, para a correlação de descrições visuais do timbre (como a PCA) com parâmetros acústicos. [24]. O objetivo é determinar os parâmetros acústicos que apresentem uma relação quase linear com as coordenadas do espaço ao longo de uma determinada dimensão do espaço.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido sob a orientação do Prof. Hani Yehia, do Departamento de Engenharia Eletrônica - UFMG e do Prof. Maurício Loureiro, da Escola de Música - UFMG.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Jean Claude Risset and David Wessel, "Exploration of timbre by analysis and synthesis," *Psychology of Music. San Diego, California: Academic Press*, pp. 25–58, 1982.
- [2] MMaurício A. Loureiro, "Ilustrando na clarineta a variação e o controle do timbre na realização do pensamento musical," in *Ulhoa, M. T., ed. Anais do IX Encontro Anual da ANPPOM, Rio de Janeiro*, pp. 276–283, 1996.
- [3] John M. Grey and John W. Gordon, "Perceptual effects of spectral modifications on music timbres," *The Journal of Acoustical Society of America*, vol. 63, no. 5, pp. 1493–1500, 1978.
- [4] Jean Claude Risset, "Timbre analysis by synthesis: Representations, imitations and variants for musical composition," in *Representation of Musical Signals*, A. Piccialli G. de Poli and C. Roads, Eds., pp. 7–43. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1991.
- [5] Paul Masri, Andrew Bateman, and Nishan Canagarajah, "A review of time-frequency representations, with application to sound-music analysis-resynthesis," *Organised Sound*, vol. 2, no. 3, pp. 193–205, 1997, Cambridge University Press.
- [6] Paul Masri, Andrew Bateman, and Nishan Canagarajah, "The importance of the time-frequency representation for the sound-music analysis-resynthesis," *Organised Sound*, vol. 2, no. 3, pp. 207–214, 1997, Cambridge University Press.
- [7] Hugo B.de Paula and Maurício A. Loureiro, "necso: Uma interface para um sistema de síntese e processamento de som (csound)," in *Anais do IV Simpósio de Computação e Música*, Aluísio Arcela, Ed. UnB, 1997, pp. 155–161.
- [8] Paul Masri and Andrew Bateman, "Improved modelling of attack transients in music analysis-resynthesis," Tech. Rep., Digital Music Research Group, University of Bristol, 5.11 Merchant Venturers Building, Woodland Road, Bristol BS8 1UB, U.K., 1996.
- [9] Robert B. Dannenberg and Istvan Derenyi, "Combining instrument and performance models for high-quality music synthesis," *Journal of New Music Research*, vol. 27, no. 3, pp. 211–238, 1998.
- [10] G De Poli, A. Roda, and A. Vidolin, "Note-by-note analysis of the influence of expressive intentions and musical structure in violin performance," *Journal of New Music Research*, vol. 27, no. 3, 1998.
- [11] Hugo B. de Paula, Maurício A. Loureiro, and Hani C. Yehia, "Study of the timbre dynamics of an expressive performance using principal component analysis of spectral parameters," in *Anais do VII Simpósio de Computação e Música*. UFPR, 2000.
- [12] Robert J. McAulay and Thomas F. Quatieri, "Speech analysis/synthesis based on a sinusoid representation," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 34, no. 4, pp. 744–754, 1986.
- [13] Edward R. Dougherty, *Random Processes for Image and Signal Processing*, SPIE/IEEE series on imaging science & engineering, Washington (SPIE), New York (IEEE), 1998.
- [14] Xavier Serra, "Musical sound modeling with sinusoids plus noise," in *Musical Signal Processing*, A. Piccialli, C. Roads, and S. Pope, Eds. Swets & Zeitlinger Publishers., 1997.
- [15] J. Beauchamp and A. Horner, "Spectral modelling and timbre hybridisation programs for computer music," *Organised Sound*, vol. 2, no. 3, pp. 253–258, 1998.
- [16] Gérard Charbonneau, "Timbre and the perceptual effects of three types of data reduction," *Computer Music Journal*, vol. 5, no. 2, pp. 10–19, 1981.
- [17] John M. Grey, *An Exploration of Musical Timbre*, Ph.D. thesis, Department of Psychology, Stanford University, Palo Alto, CA, 1975.
- [18] James W. Beauchamp and Andrew Horner, "Piecewise-linear approximation of additive synthesis envelopes: A comparison of various methods," *Computer Music Journal*, vol. 20, no. 2, pp. 72–95, 1996.
- [19] James W. Beauchamp and Andrew Horner, "Spectral modelling and timbre hybridisation programs for computer music," *Organised Sound*, vol. 2, no. 3, pp. 253–258, 1997, Cambridge University Press.
- [20] Hugo de Paula, "Análise e re-síntese de som natural de clarineta usando análise por componentes principais (pca)," M.S. thesis, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, UFMG, 1998.
- [21] Lawrence R. Rabiner and Ronald W. Schafer, *Digital Processing of Speech Signals*, Prentice Hall Signal Processing Series. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632., 1978.
- [22] A. C. Rencher, *Methods of Multivariate Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [23] R. Johnson and D. W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Upper Saddle, NJ: PH., 1998.
- [24] J. Krimphoff, S. McAdams, and S. Winsberg, "Caractérisation du timbre des sons complexes. ii. analyses acoustiques et quantification psychoacoustique," *Journal de Physique*, vol. 4, no. 5, pp. 625–628, 1994.