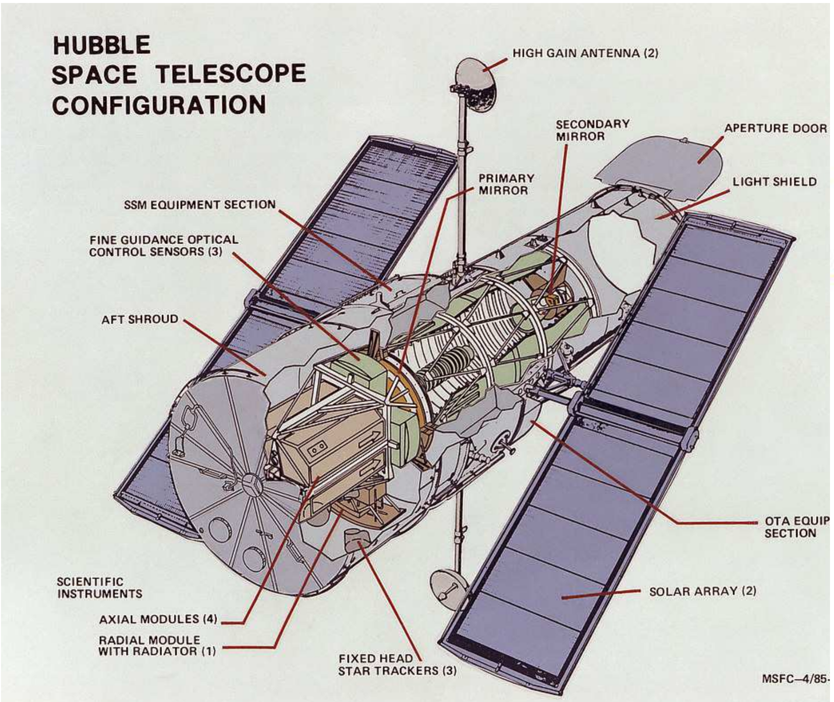
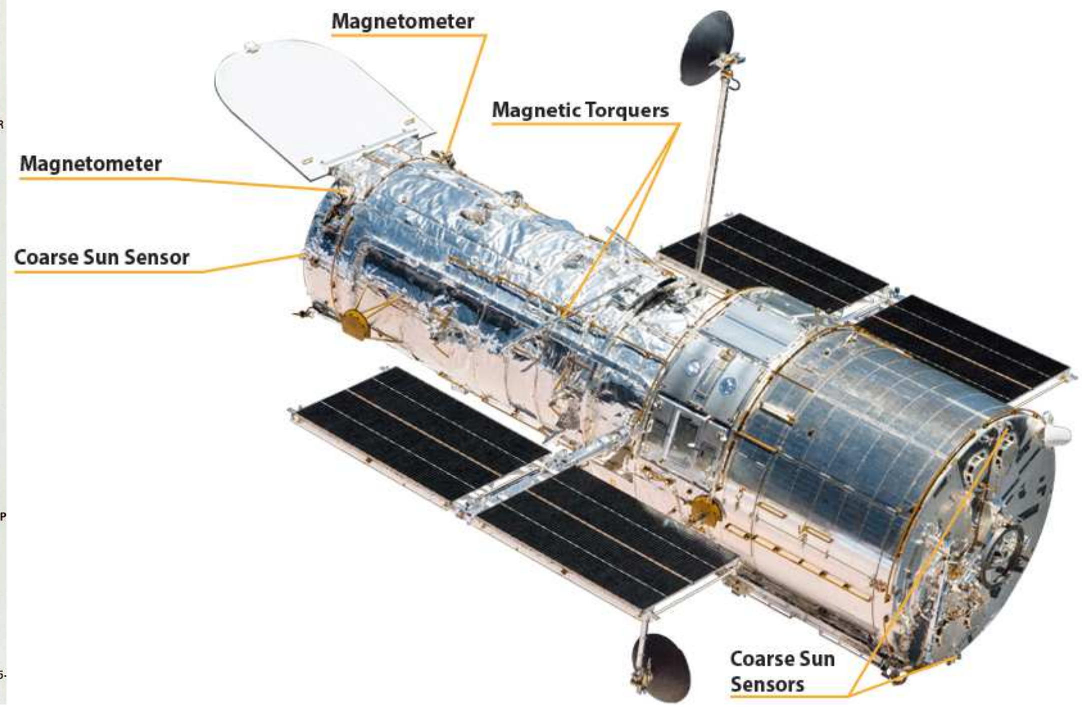
Desempenho de Sistemas de Controle Realimentados

1. Exemplo de projeto: controle de posicionamento do telescópio Hubble
2. Usando MATLAB©
3. Exemplo de projeto sequencial: sistema de leitura de um acionador de drive

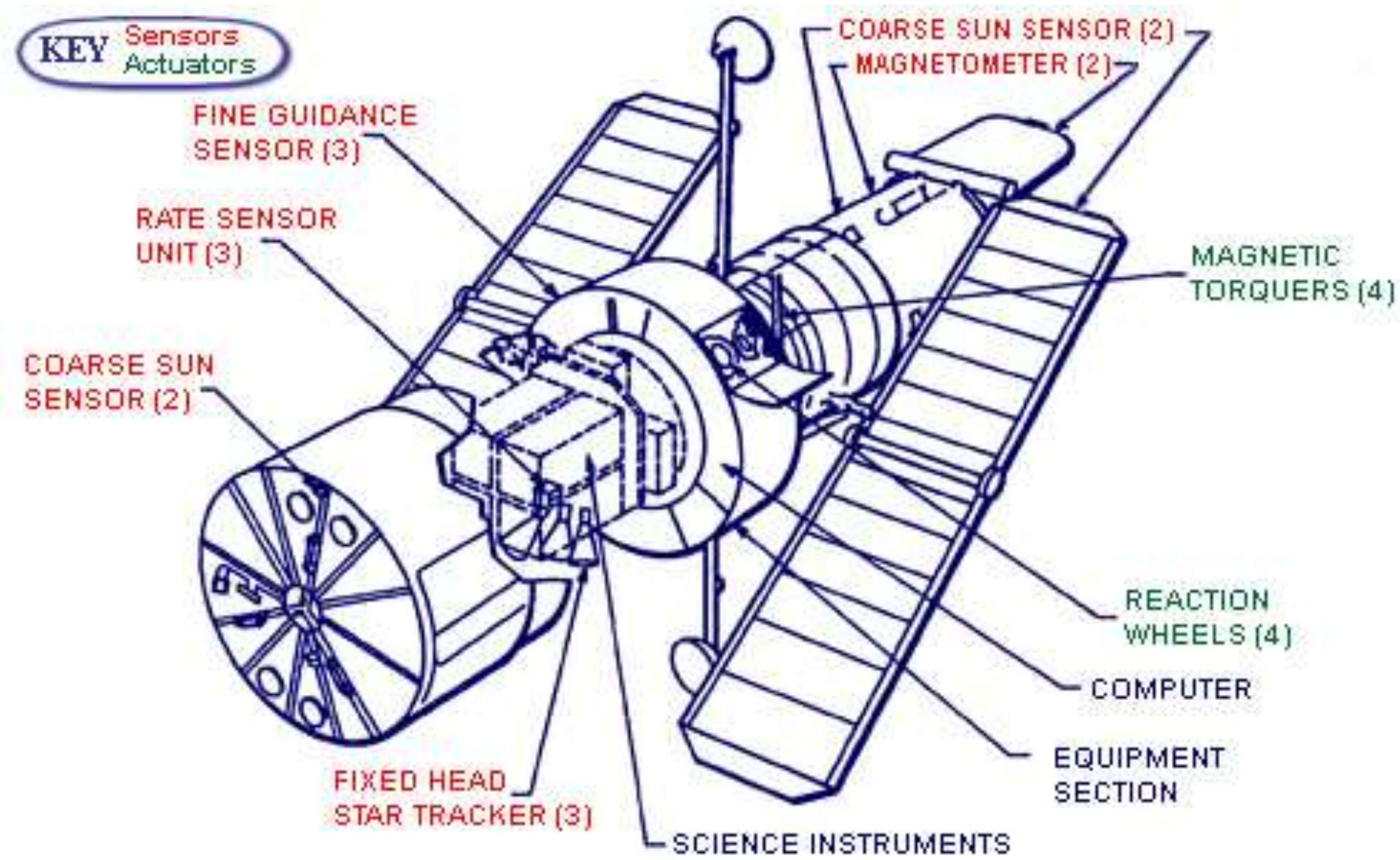
Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble



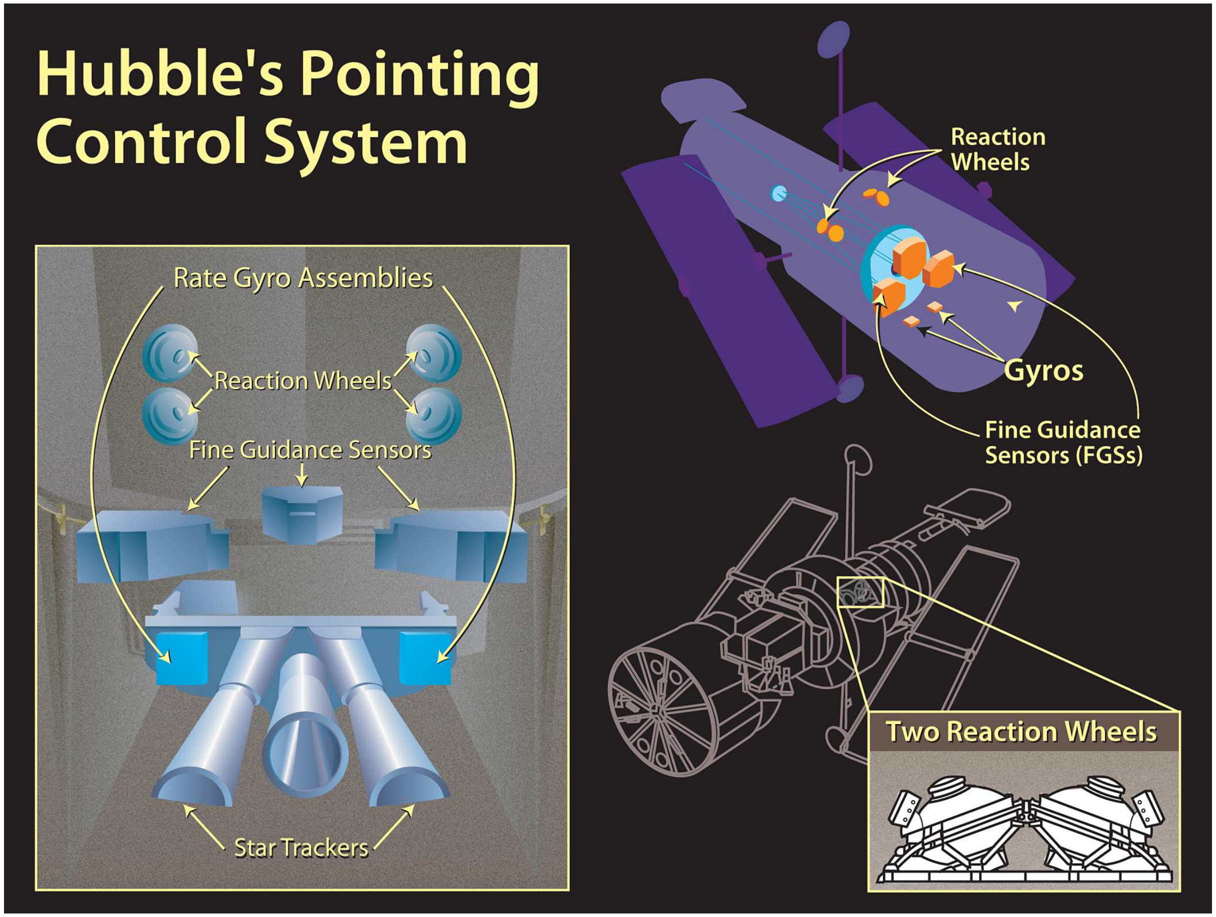


O telescópio tem 2,4 m de comprimento e está orbitando a Terra à $\sim$570 Km sendo que a cada 97 minutos realiza uma volta completa ao redor da Terra

Sensores & Atuadores ...

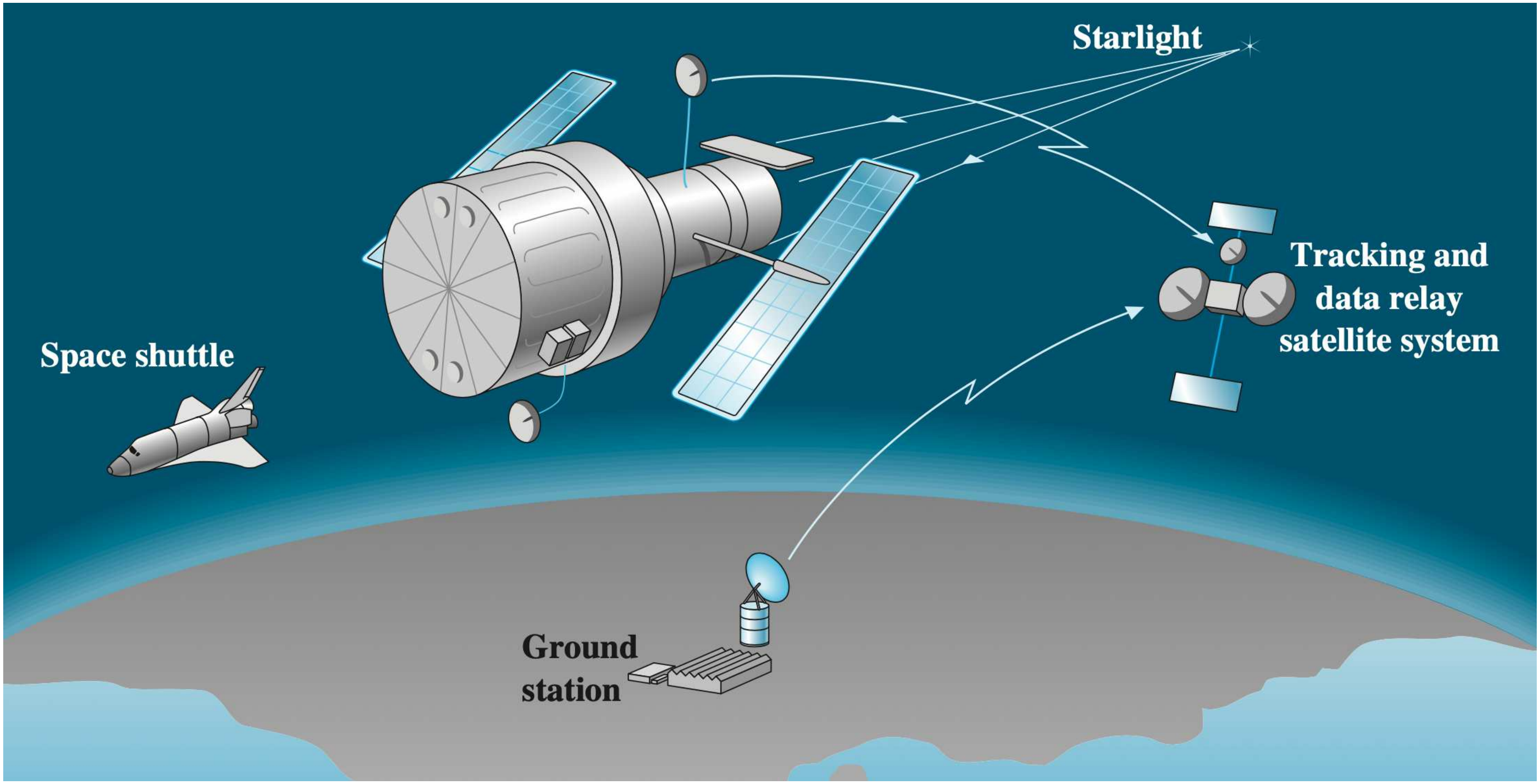


Pointing Control System



CLIQUE AQUI para detalhes do controle usando *reaction wheels* e *magnetic torquer bars*

Visão geral


Starlight
Tracking and
data relay
satellite system
Space shuttle
Ground
station

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

▷ O Hubble usa $\mathbf{6}$ giroscópios para medir exatamente para onde ele está apontando. A ideia é que o giroscópio funcione como se fosse um compasso e sempre aponta na mesma direção mesmo quando o telescópio está orbitando...

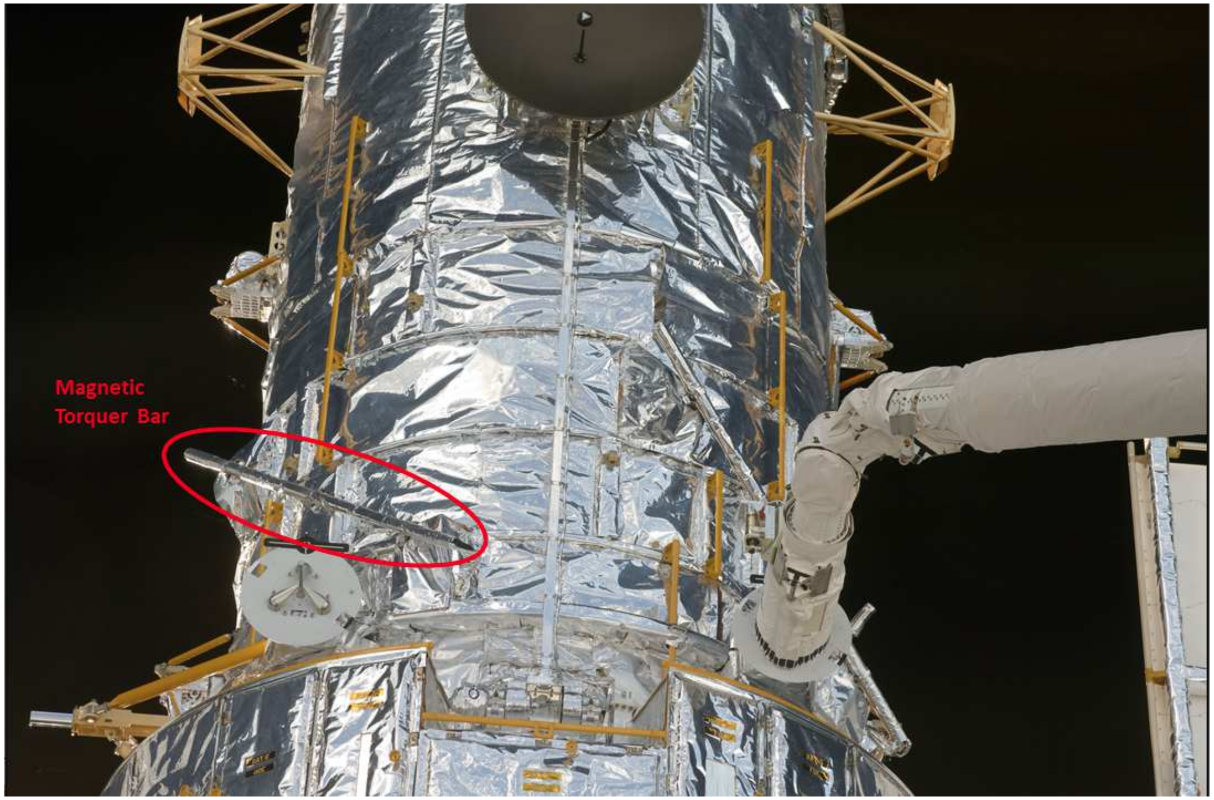
▷ Quando o Hubble está "observando", o sensor de controle fino irá se referenciar em estrelas próximas tal que garanta que o telescópio fique precisamente "fixado" e apontando na mesma direção

▷ Há dois sistemas de atuação que rotacionam o Hubble:

- Quatro rodas de reação que movem o telescópio (alimentadas por motores elétricos). A ideia é usar a 3a. lei de Newton de movimento, i.e., se a roda gira em um dado sentido então o telescópio gira no sentido contrário

- Quatro barras de torque magnético instaladas em intervalos de $\mathbf{90^o}$

Barra de Torque magnético



▷ São construídos a partir de bobinas eletromagnéticas, cujo campo magnético gerado empurra ou puxa o Hubble em direção ao campo magnético da Terra, girando o telescópio. Eles são usados para ajudar a reduzir as velocidades das rodas de reação

Controle de Atitude

▷ Modelo? Pode-se usar a segunda lei de Newton ($\boldsymbol{F} = \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{a}$) modificada para sistemas rotacionais em uma dimensão. Neste caso a força $\boldsymbol{F}$ é a soma de todos os momentos externos em relação ao centro de massa do corpo considerado, i.e. $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ dado em N·m. Ainda, ao invés da massa $\boldsymbol{M}$ em si tem-se o momento de inércia da massa do corpo em relação ao centro de massa e representado por $\boldsymbol{\mathcal{I}}$ em kg·m^{2}. Além disso considera-se a aceleração angular ($\ddot{\boldsymbol{\theta}}$) do corpo em rad/s^{2}. Então obtém-se:

$$\boldsymbol{\mathcal{M}} = \boldsymbol{\mathcal{I}}\ddot{\boldsymbol{\theta}}$$

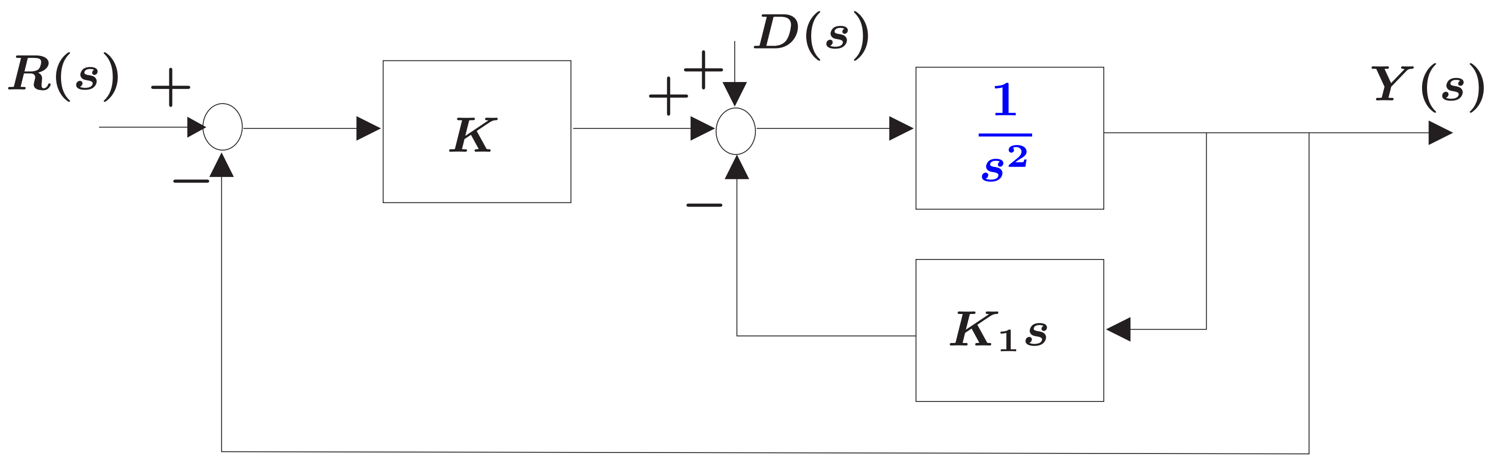
ou, aplicando a transformada de Laplace:

$$\frac{\boldsymbol{\Theta}(s)}{U(s)} = \frac{1}{\mathcal{I}}\frac{1}{s^2}$$

sendo que a entrada é dada pela soma de todos os momentos. Neste formato, trata-se de uma planta com dois integradores e é usualmente reduzida para $\frac{1}{s^2}$ (o valor para o momento de inércia da massa do corpo é uma constante...)

Controle de Atitude – Telescópio Hubble

▷ Uma proposta de sistema de controle (por realimentação de velocidade):



$\boldsymbol{R}$ **e** $\boldsymbol{Y}$ – representam o comando e a posição desejada, respectivamente

$\boldsymbol{1/s^2}$ – representa o modelo do telescópio

$\boldsymbol{K}$ – representa o ganho de controle

$\boldsymbol{K_1 s}$ – estratégia de controle chamada **realimentação de velocidade**

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

Objetivos ? Selecionar K e K_1 tais que satisfaçam as especificações abaixo:

▷ Sobre-elevação (M_p) do sinal de saída menor do que 10% quando se aplica na entrada de referência um degrau unitário ($R(s) = 1/s$)

▷ O erro em estado estacionário ($e_{ss}(\infty)$) **deve ser minimizado**

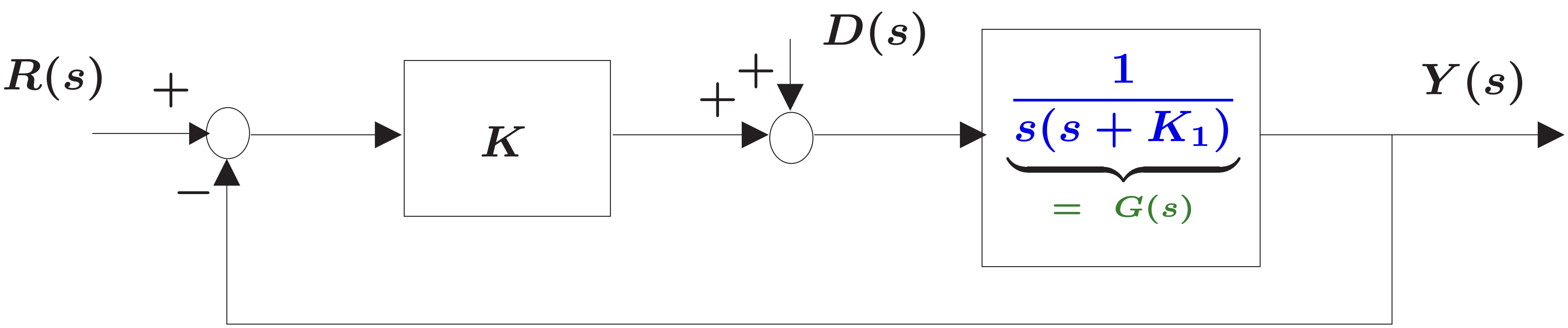
▷ O efeito da perturbação $D(s)$ **deve ser minimizado**

▷ Note que a malha de realimentação de velocidade pode ser reduzida para:

$$\frac{\frac{1}{s^2}}{1 + \frac{K_1 s}{s^2}} = \frac{\frac{1}{\cancel{s^2}}}{\frac{s^2 + K_1 s}{\cancel{s^2}}} = \frac{1}{s(s + K_1)} = G(s)$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

Estratégia? Coma a malha de realimentação de velocidade foi reescrita tem-se:



▷ Portanto a FT em malha fechada de R para Y é dada por

$$T(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)} = \frac{K\frac{1}{s(s+K_1)}}{1+K\frac{1}{s(s+K_1)}} = \frac{K}{s^2+K_1 s+K}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

Metodologia? Atender as especificações temporais transitórias e em estado estacionário através de escolhas apropriadas para os ganhos K e K_1

▷ **Questão:** como o erro em estado estacionário $(e(\infty))$ pode ser minimizado se a entrada de referência aplicada for, por exemplo, um sinal degrau ou rampa?

⇝ Note que se a entrada de referência for um sinal degrau $(R(s) = A/s)$, então o erro em estado estacionário será nulo, independentemente de escolhas para os ganhos K e K_1. A razão para isto é que há um **integrador** na planta:

$$G(s) = \frac{1}{s(s + K_1)}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

▷ No caso de entrada de referência do tipo rampa $R(s) = B/s^2$, pode-se avaliar o que ocorre com o erro $E(s)$ em estado estacionário via o Teorema do Valor Final. Note que a relação entre $R(s)$ e $E(s)$ é dada por:

$$E(s)|_{D(s)=0} = \frac{1}{1 + KG(s)} R(s)$$

Então, aplicando o Teorema do Valor Final obtém-se:

$$\begin{aligned} e(\infty) = \lim_{s\to 0} s\, E(s)|_{D(s)=0} &= \lim_{s\to 0} \cancel{s} \frac{1}{1 + KG(s)} \frac{B}{s\cancel{s}} \\ &= \lim_{s\to 0} \frac{B}{s + \cancel{s}K \frac{1}{\cancel{s}(s+K_1)}} \\ &= \frac{B}{K/K_1} \end{aligned}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

▷ A mesma análise pode ser feita em relação à perturbação $D(s)$ (no geral, no contexto deste curso, supõe-se que $D(s)$ é desconhecida, porém de intensidade constante enquanto persistir, isto é, um sinal degrau). Para a configuração de realimentação considerada tem-se que a relação de $D(s)$ para $E(s)$ é dada por:

$$E(s)\big|_{R(s)=0} = -\frac{G(s)}{1+KG(s)}D(s) = -\frac{1}{K+s(s+K_1)}D(s)$$

Então considerando $D(s) = 1/s$, o erro em estado estacionário é obtido aplicando o Teorema do Valor Final

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} s\,E(s)\big|_{R(s)=0} = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\,\frac{-1}{(K+s(s+K_1))}\frac{1}{\cancel{s}} = -\frac{1}{K}$$

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

Conclusão ? Para minimizar o erro em estado estacionário se a entrada de referência for um sinal rampa ou, se a perturbação for um sinal degrau, é preciso impor:

▷ $K \ggg 1$

▷ $K/K_1 \ggg 1$ ou $K \ggg K_1$ ...

Controle de Posicionamento do Telescópio Hubble

Da especificação de Sobre-elevação tem-se que $M_p < 10\%$. Particularmente para $\zeta = 0.6$ garante-se $M_p = 9.5\%$. Como o sistema em malha fechada é de 2a. ordem, então basta comparar os fatores na mesma potência:

$$\frac{K}{s^2 + K_1 s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2(0.6)\omega_n s + \omega_n^2}$$

▷ $\omega_n = \sqrt{K}$, $K_1 = 2(0.6)\omega_n$ e, portanto, $K_1 = 1.2\sqrt{K}$

▷ Note que é necessário também atender a relação $K/K_1 \gg 1$

▷ Logo uma boa ideia é selecionar primeiro $K \gg 1$ e, depois, na sequência, pode-se então calcular $K_1 = 1.2\sqrt{K}$

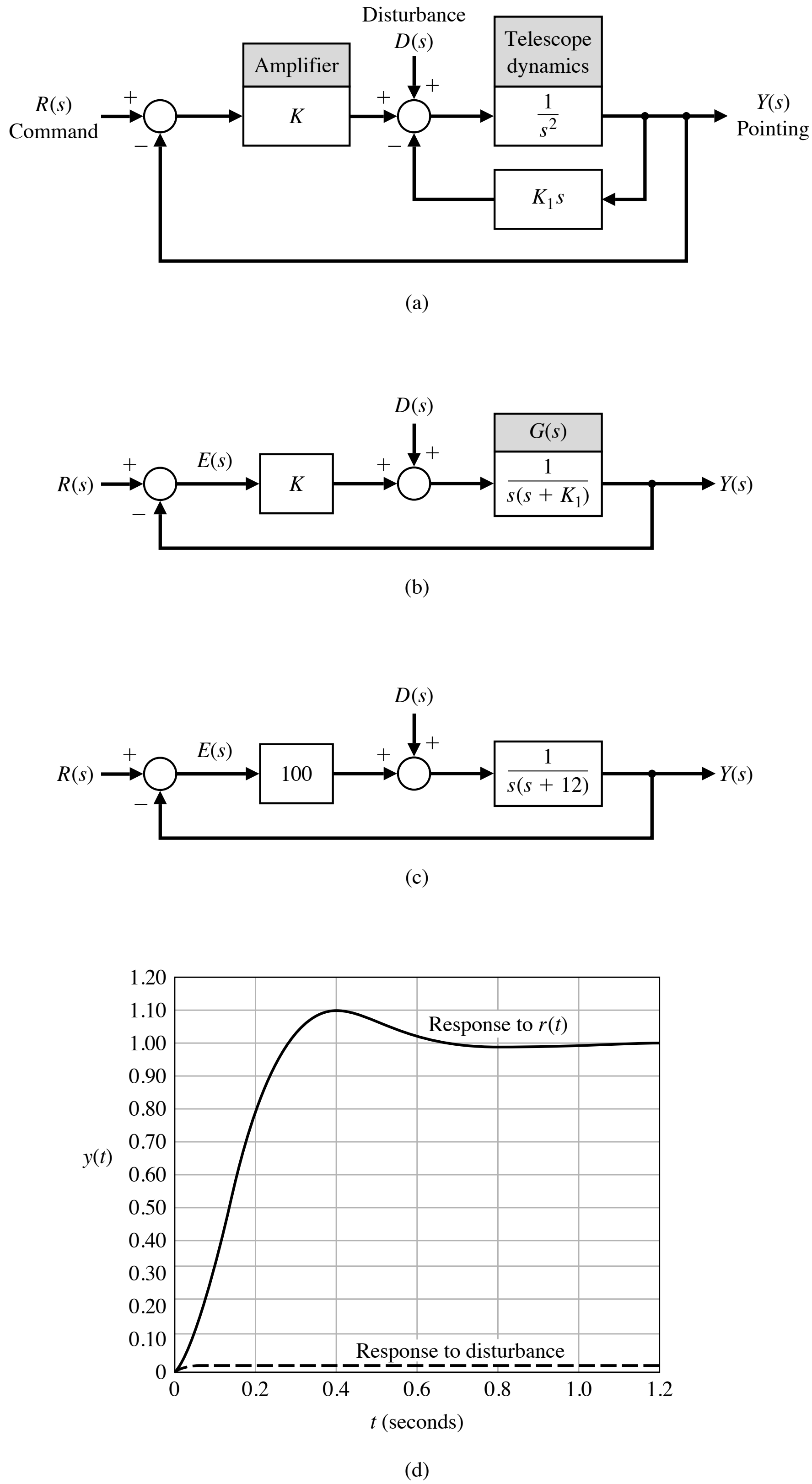


Figure 5.34 (a) The Hubble telescope pointing system, (b) reduced block diagram, (c) system design, and (d) system response to a unit step input command and a unit step disturbance input

Desempenho de Sistemas usando MATLAB©

▷ Como simular resposta ao degrau ?

```
% Script para simular resposta ao degrau

g=tf([1 0],[1 2 1])  % Especificando uma FT: G(s) = s/(s^2+2s+1)

mf= g/(1+g)          % FT em malha fechada

step(mf)             % Traça a resposta ao degrau unitário em malha fechada
```

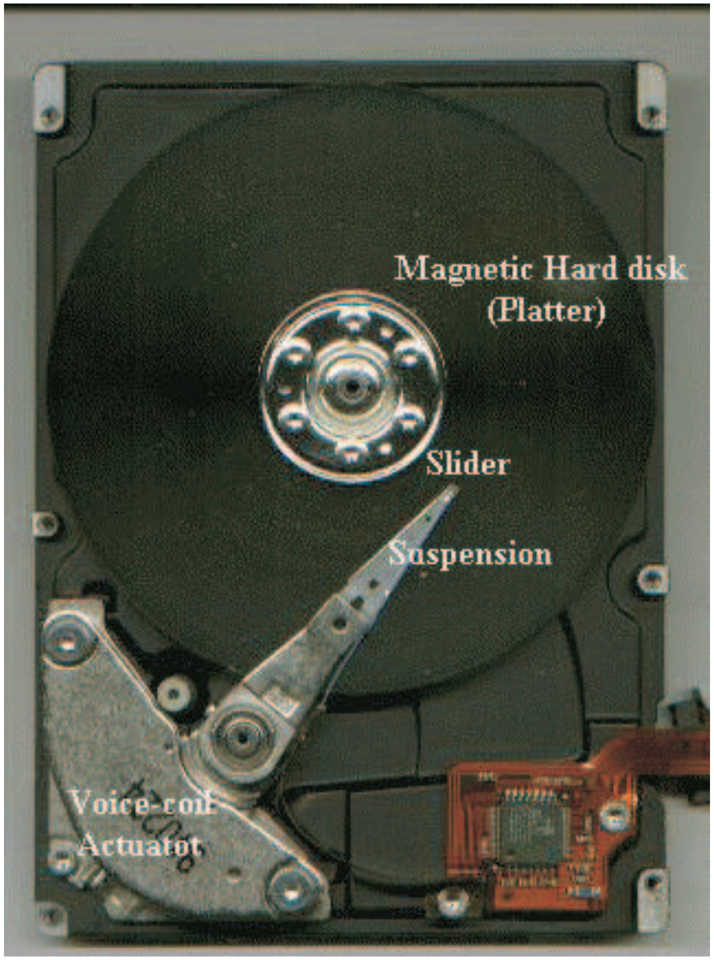
Usando MATLAB©

▷ Como simular resposta ao impulso ?

```
% Script para simular a resposta ao impulso

g=tf([1],conv([1 2],[1 3]))    % Especificando  G(s) = 1/(s+2)(s+3)

mf= g/(1+g)                    % FT em malha fechada

impulse(mf)                    % Traça a resposta ao impulso em malha fechada
```

Exemplo de Projeto Sequencial

Ilustração do Sistema de Leitura de um Acionador de Disco (Drive)



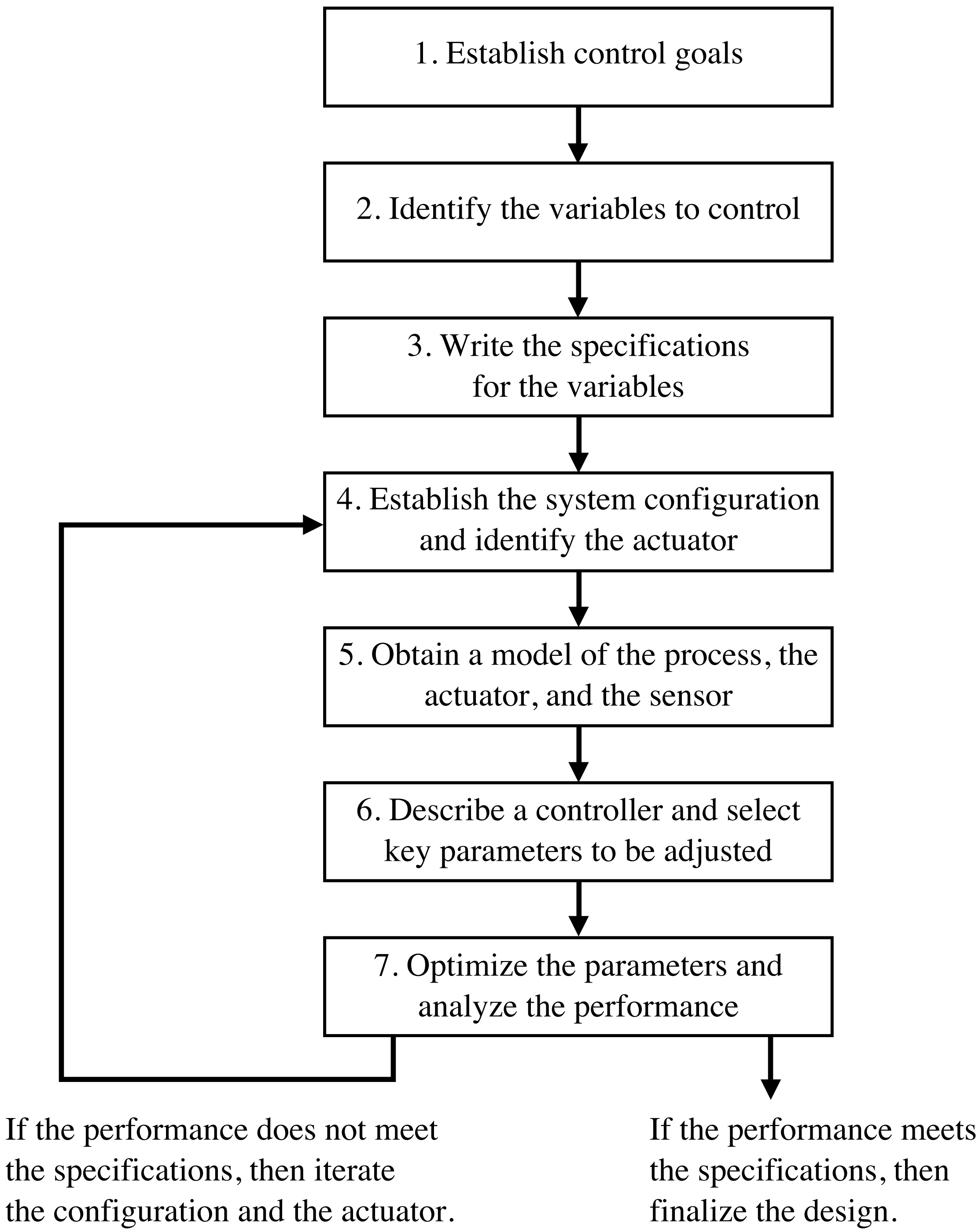


Figure 1.19 The control system design process

Exemplo de Projeto Sequencial

Procedimento de projeto do sistema de controle

Passo 1   Objetivos do acionador de disco?

a) Posicionar a cabeça de leitura na trilha desejada, $r(t)$, o mais rápido possível, limitando a sobre-elevação e as oscilações na resposta

b) Reduzir os efeitos das pertubações no posicionamento da cabeça de leitura

Passo 2   Identificar a variável de controle? **Posição da cabeça de leitura**, presa a um braço deslizante através de uma haste flexível

Exemplo de Projeto Sequencial

Passo 3 Definição das especificações para a variável de controle, ie, posicionamento da cabeça de leitura

a) $M_p < 5\%$ (sobre-sinal/*overshoot*)

b) $t_a < 250$ms (tempo de acomodação)

c) Máxima resposta a uma perturbação do tipo pulso unitário < 0.005

Nota A precisão do posicionamento é de 1μm, com a cabeça de leitura se deslocando sobre o disco entre 1800 rpm a 7200 rpm e a uma distância menor do que 10nm do disco

Exemplo de Projeto Sequencial

Passo 4 Configuração do sistema e identificação do atuador

a) Dispositivo de controle é um amplificador (de ganho K_a) cuja saída (tensão) alimenta o atuador

b) Atuador é um motor de corrente contínua

d) Sensor: cabeça de leitura e índice da trilha no disco (é obtido da variação do fluxo magnético no disco, sendo posteriormente amplificado e processado)

c) Planta: atuador + braço de leitura + sensor

e) Entrada: trilha desejada (posição desejada)

f) Saída: posição (trilha) real no qual a cabeça de leitura chegou

Exemplo de Projeto Sequencial

Passo 5 Obtenção do modelo para o sistema (braço de leitura + atuador e sensor)

▷ Considere que a haste flexível que segura a cabeça de leitura seja representada por uma mola $\boldsymbol{k}$, que interliga a massa do motor e da haste, dada por $\boldsymbol{M_1}$ (20g), com a massa da cabeça de leitura, descrita por $\boldsymbol{M_2}$ (5g)

▷ Força externa de comando? Acionamento do motor, dado por $\boldsymbol{u(t)}$. Modelo: típico modelo massa-mola

▷ Dados: atrito da massa $\boldsymbol{M_1}$: $\boldsymbol{b_1 = 0.5}$Kg/m/s. Atrito da massa $\boldsymbol{M_2}$: $\boldsymbol{b_2 = 4.1 \times 10^{-1}}$Kg/m/s

TABLE 3.3 Typical Parameters of the Two-Mass Model

Parameter	Symbol	Value
Motor mass	M_1	$20\ \text{g} = 0.02\ \text{kg}$
Flexure spring	k	$10 \leq k \leq \infty$
Head mounting	M_2	$0.5\ \text{g} = 0.0005\ \text{kg}$
Head position	$x_2(t)$	variable in mm
Friction at mass 1	b_1	410×10^{-3} kg/m/s
Field resistance	R	1Ω
Field inductance	L	1mH
Motor constant	K_m	$125\ \text{N} \cdot \text{m/A}$
Friction at mass 2	b_2	4.1×10^{-3} kg/m/s

Table 3.3 Typical parameters of the two-mass model

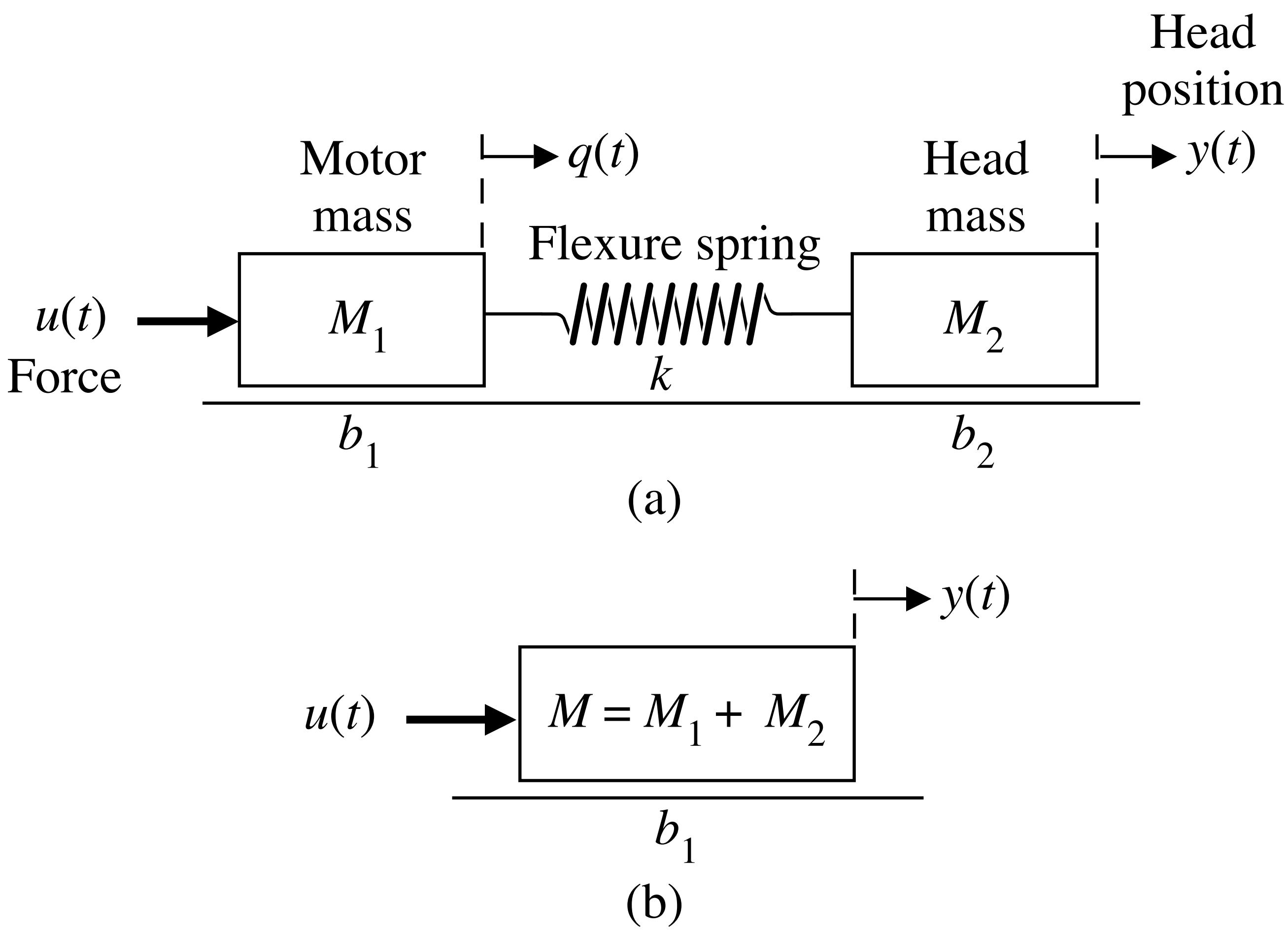


Figure 3.36 (a) Model of the two-mass system with a spring flexure (b) Simplified model with a rigid spring

Exemplo de Projeto Sequencial

▷ Deseja-se obter um modelo simplificado do **braço de leitura** conectado ao motor CC controlado pela armadura

▷ Da lei de Newton obtém-se o modelo considerando que a **haste é rígida** (i.e., sem elasticidade, neste caso somam-se as massas do motor e da cabeça de leitura conforme descrito na figura (b) na lâmina anterior):

$$\underbrace{(M_1 + M_2)}_{M} \frac{d^2y}{dt} + b_1 \frac{dy}{dt} = u(t)$$

$$\Downarrow \quad \mathcal{L}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ms^2 + b_1 s} = \frac{1}{s(0.025s + 0.5)} = \frac{40}{s(s+20)}$$

Projeto Sequencial

▷ A função de transferência entre a tensão de armadura $v(t)$ do motor e a força de atuação $u(t)$ (com constante do motor $K_m = 125$Nm/A, indutância de campo, $L = 1$mH e resistência de campo, $R = 1\Omega$) é dada por:

$$\frac{U(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{Ls + R}$$

Então a FT entre a tensão do motor CC controlado pela armadura (dado por $V(s)$), incluíndo o braço de leitura, e a saída $Y(s)$ é:

$$\begin{aligned}
\frac{Y(s)}{V(s)} &= \frac{K_m}{Ls + R}\frac{1}{s(Ms + b)} \\
&= \frac{125}{0.001s + 1}\;\frac{1}{s(0.025s + 0.5)} \\
&= \frac{5000}{s(s + 20)(s + 1000)}
\end{aligned}$$

▷ Modelo em diagrama de blocos? A seguir...

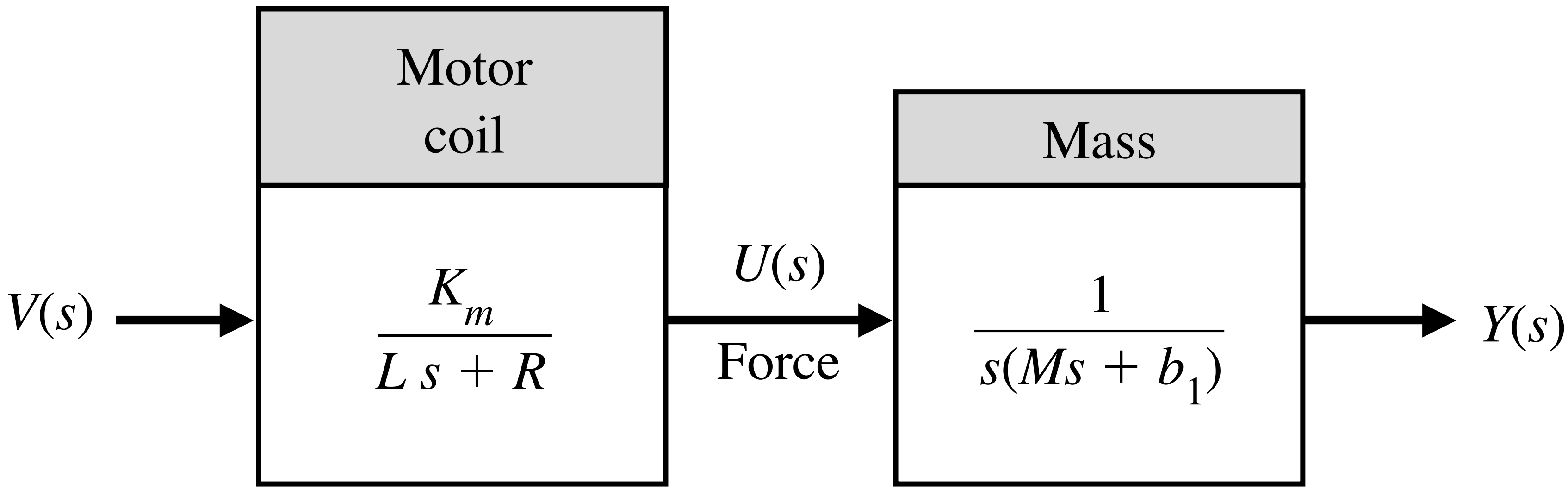


Figure 3.37 Transfer function model of head reader device with a rigid spring

Projeto Sequencial

▷ Note que a FT em malha fechada, dada abaixo, pode ser aproximada por um sistema de 2a. ordem da forma:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{5000K_a}{s(s+20)(s+1000)+5000K_a}$$

$$\approx \frac{5000K_a}{1000s(s+20)+5000K_a}$$

$$= \underbrace{\frac{5K_a}{s^2+20s+5K_a}}_{\text{2a. ordem!}}$$

▷ Sendo que $\omega_n^2 = 5K_a$ e $2\zeta\omega_n = 20$ ...

TABLE 5.8 Specifications for the Transient Response

Performance Measure	Desired Value
Percent overshoot	Less than 5%
Settling time	Less than 250 ms
Maximum value of response to a unit step disturbance	Less than 5×10^{-3}

Table 5.8 Specifications for the transient response

TABLE 5.9 Response for the Second-Order Model for a Step Input

K_a	20	30	40	60	80
Percent overshoot	0	1.2%	4.3%	10.8%	16.3%
Settling time (s)	0.55	0.40	0.40	0.40	0.40
Damping ratio	1	0.82	0.707	0.58	0.50
Maximum value of the response $y(t)$ to a unit disturbance	-10×10^{-3}	-6.6×10^{-3}	-5.2×10^{-3}	-3.7×10^{-3}	-2.9×10^{-3}

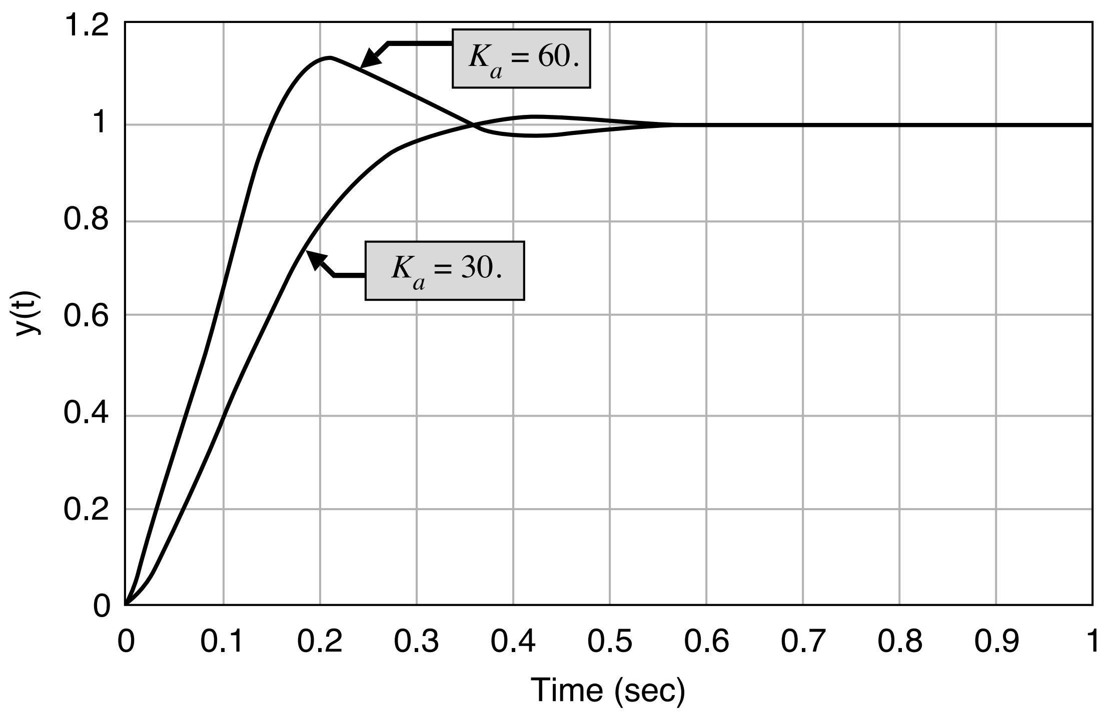
Table 5.9 Response for the second-order model for a step input

```
Ka=30;
t=[0:0.01:1];
nc=[Ka*5];dc=[1];
ng=[1];dg=[1 20 0];
[n,d]=series(nc,dc,ng,dg);
[num,den]=cloop(n,d);
y=step(num,den,t);
plot(t,y), grid
xlabel('Time (sec)'), ylabel('y(t)')
```

Select K_a.

Compute the closed-loop transfer function.

(a)



(b)

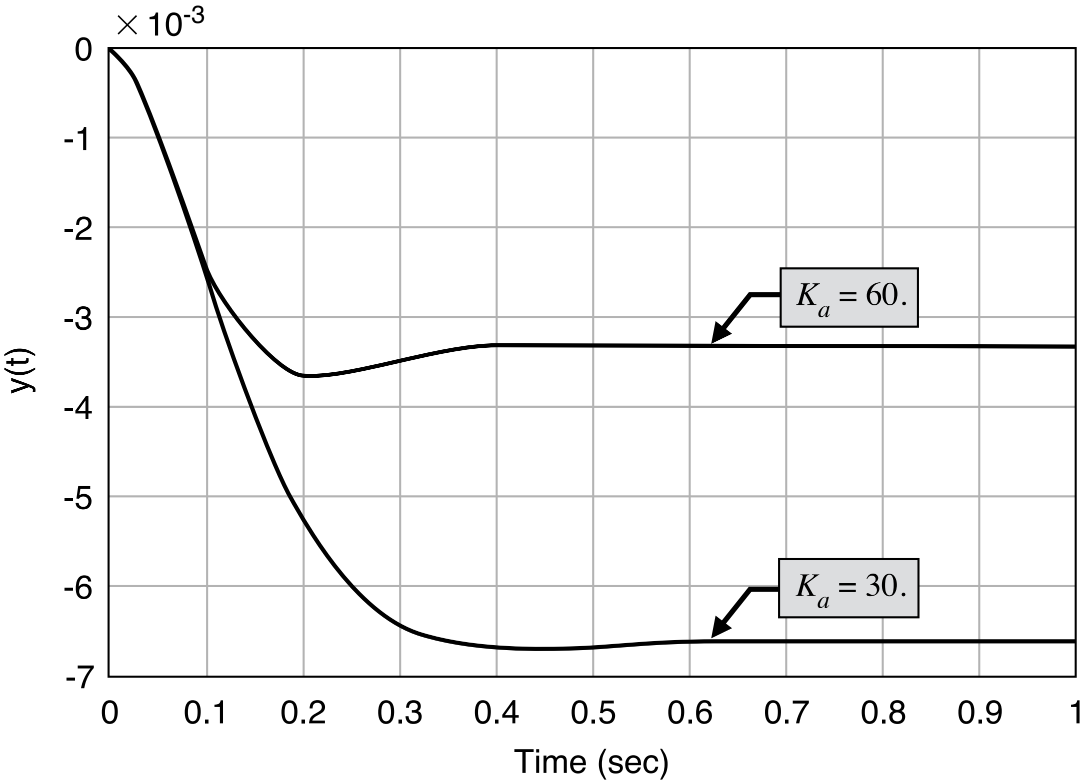
Figure 5.44 Response of the system to a unit step input, $r(t) = 1$, $t > 0$ (a) MATLAB script (b) Response for $K_a = 30$ and 60

```
Ka=30;
t=[0:0.01:1];
nc=[Ka*5];dc=[1];
ng=[1];dg=[1 20 0];
[num,den]=feedback(ng,dg,nc,dc);
num=-num;
y=step(num,den,t);
plot(t,y), grid
xlabel('Time (sec)'), ylabel('y(t)')
```

Select K_a.

Disturbance enters summer with a negative sign.

(a)



(b)

Figure 5.45 Response of the system to a unit step disturbance, *D(s)* = 1/*s*
(a) MATLAB script (b) Response for K_a = 30 and 60

Exemplo de Projeto Sequencial

▷ Infelizmente não foi possível atingir as especificações estabelecidas

▷ O que fazer para melhorar? É o objeto de discussão dos próximos capítulos quanto aos seguintes pontos

- Retornar ao passo 4 e modificar o sistema de controle adotado
- Modificar o controlador