

# Métodos de Resposta em Frequência

## Exemplos & Exercícios

1. Exemplo de traçado de diagrama de Bode
2. Reconstruindo a FT da resposta em frequência
3. Exercícios do livro texto:

E8.4

E8.5

E8.8

E8.9

P8.6 – letras (a) e (b) (Problema 8.6)

## Exemplo de Traçado do Diagrama de Bode

▷ O diagrama de Bode de uma FT  $G(s)$ , composta de vários polos e zeros, é obtido adicionando-se à magnitude e fase a contribuição individual de cada elemento da TF

▷ Considere a FT

$$G(j\omega) = \frac{5(1 + j0.1\omega)}{j\omega(1 + j0.5\omega) \left[ 1 + j0.6 \left( \frac{\omega}{50} \right) + \left( \frac{j\omega}{50} \right)^2 \right]}$$

↪ Ganho constante  $K = 5$  (ou  $20 \log 5 = 14\text{dB}$ )

↪ Um polo na origem, um polo em  $\omega = 2\text{rad/s}$ , e um par de polos conjugados complexos em  $\omega = \omega_n = 50\text{rad/s}$

↪ Um zero em  $\omega = 10\text{rad/s}$

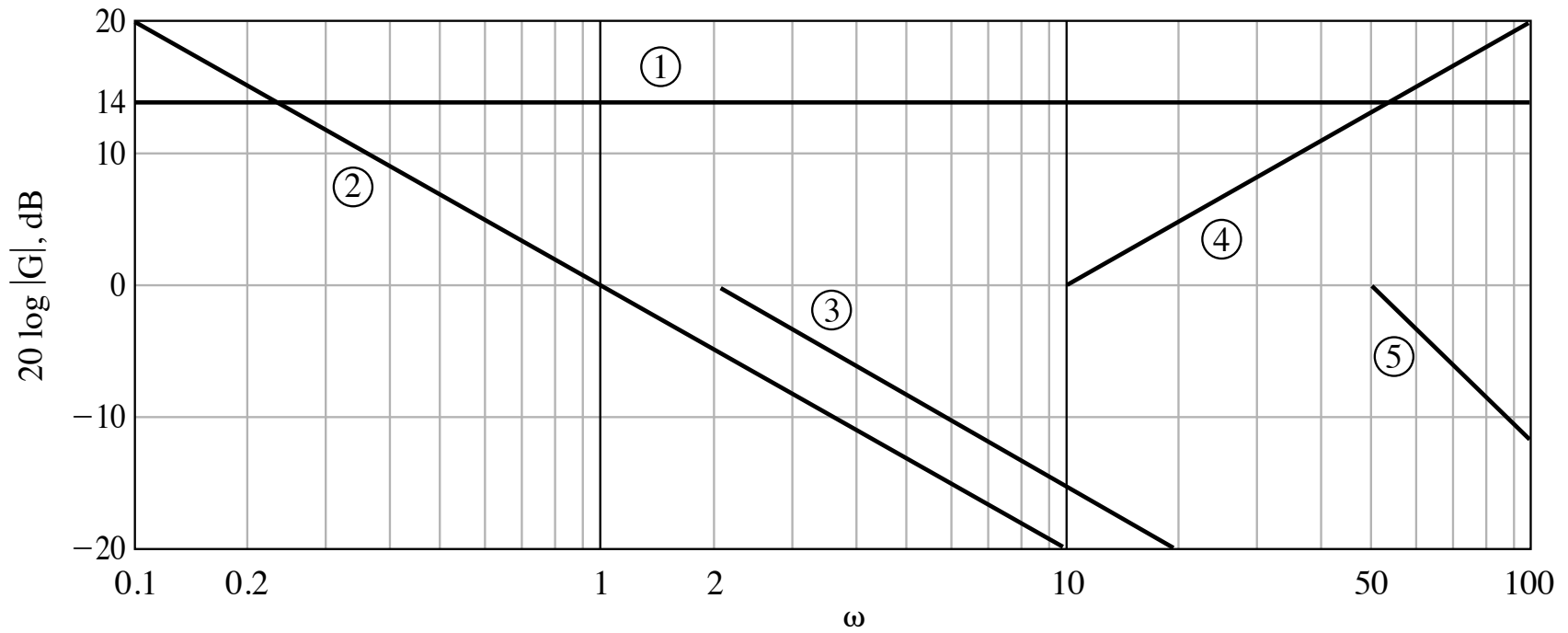


Figure 8.19 Magnitude asymptotes of poles and zeros used in the example

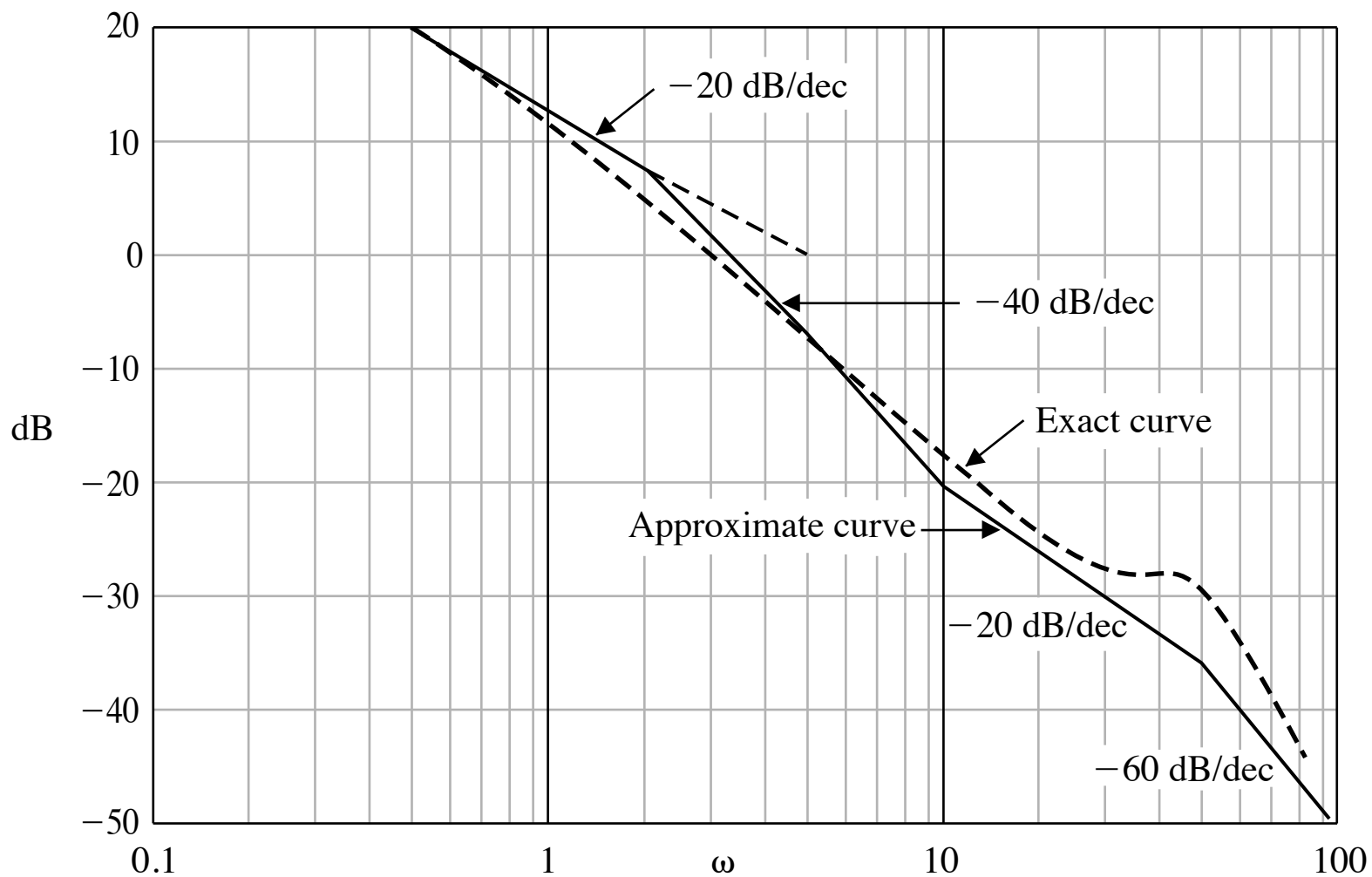


Figure 8.20 Magnitude characteristic

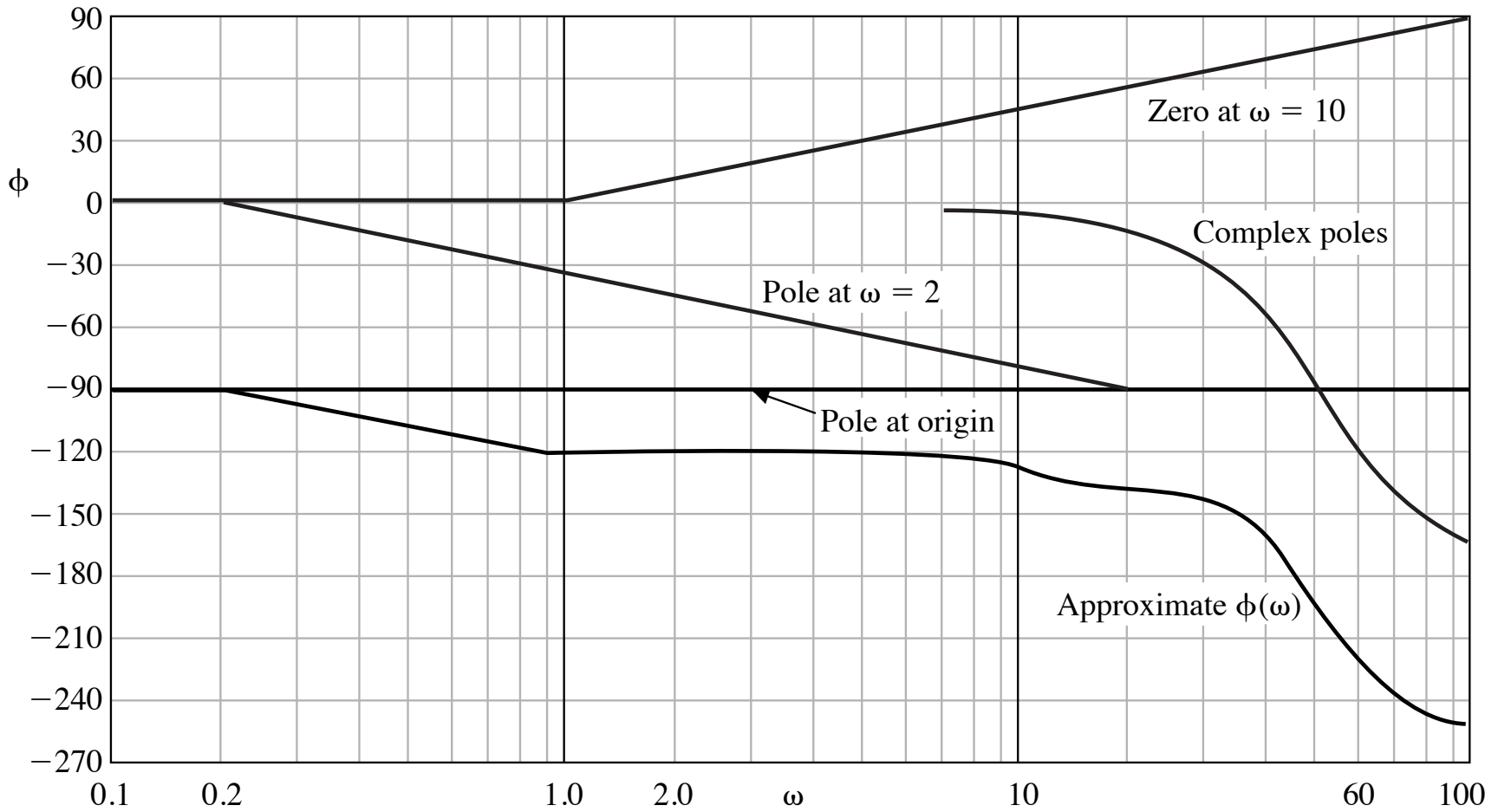


Figure 8.21 Phase characteristic

Max. mag = 33.96906 dB

Max. phase = -92.35844 deg

The gain is 2500

Min. mag = -112.0231 dB

Min. phase = -268.7353 deg

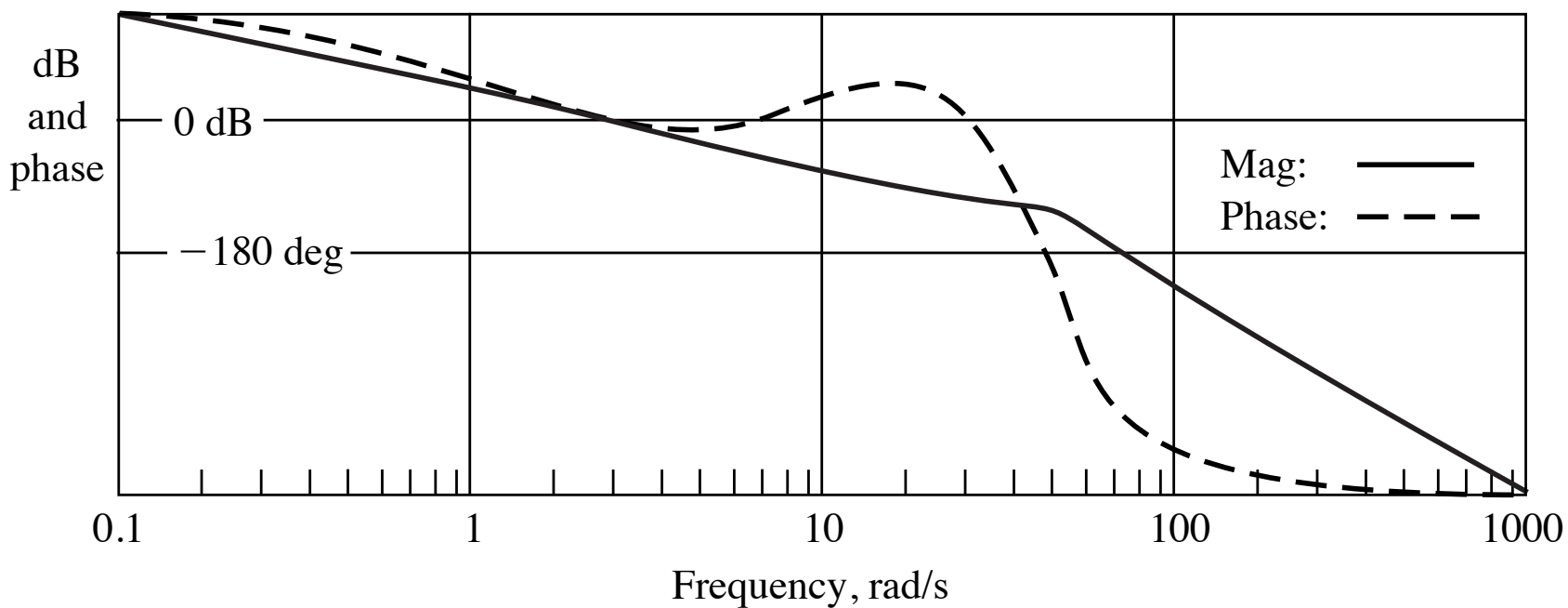
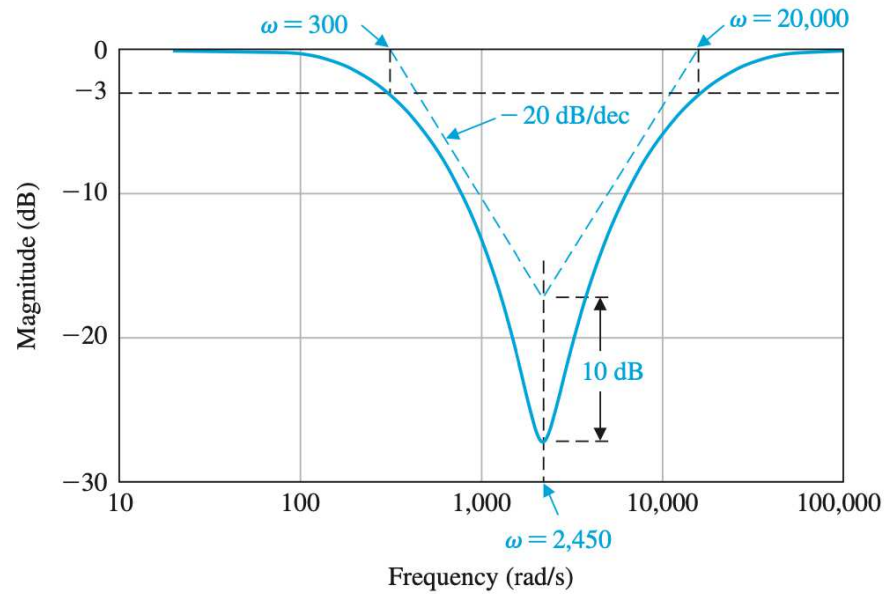
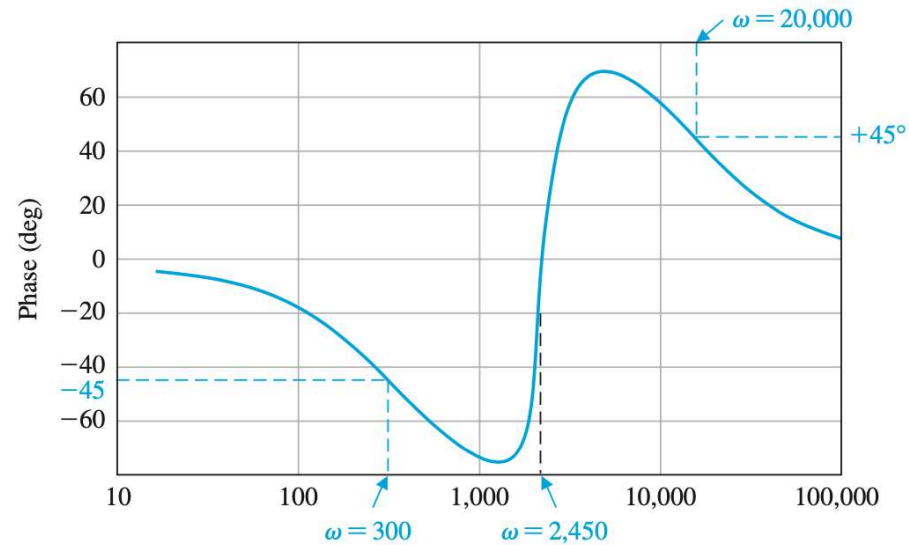


Figure 8.22 The Bode plot of the  $G(j\omega)$  of Eq. (8.42)

# Reconstruindo a FT da Resposta em Frequência?



(a)



# Reconstruindo a FT da Resposta em Frequência?

**Informações Relevantes?** Identificar a presença (e número) de zeros, polos (reais ou complexos) e valor de ganho via diagrama...

↪ Note que o ganho decai a uma taxa aproximada de  $-20\text{dB/década}$  quando  $\omega$  varia de  $100$  a  $1000\text{rad/s}$  e, quando a fase atinge  $-45^\circ$  (em  $\omega = 300\text{rad/s}$ ), o ganho decai  $-3\text{dB}$ , o que permite supor que o sistema tem **um polo em  $300\text{rad/s}$**

↪ Como o sistema apresenta uma mudança brusca de fase (de aproximadamente  $180^\circ$ ) passando por  $0^\circ$  quando  $\omega = 2450\text{rad/s}$  (frequência em que a variação de amplitude muda aproximadamente de  $-20\text{dB}$  para  $+20\text{dB}$ ), pode-se concluir que o sistema possui **um par de zeros complexos com  $\omega_n = 2450\text{rad/s}$**



## Reconstruindo a FT da Resposta em Frequência?

↪ A diferença entre a amplitude das assíntotas e do valor mínimo medido na frequência de canto ( $\omega_n = 2450$ ) é de **10dB**. Então do pico ressonante:

$$M_\omega = \mathbf{3.16} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

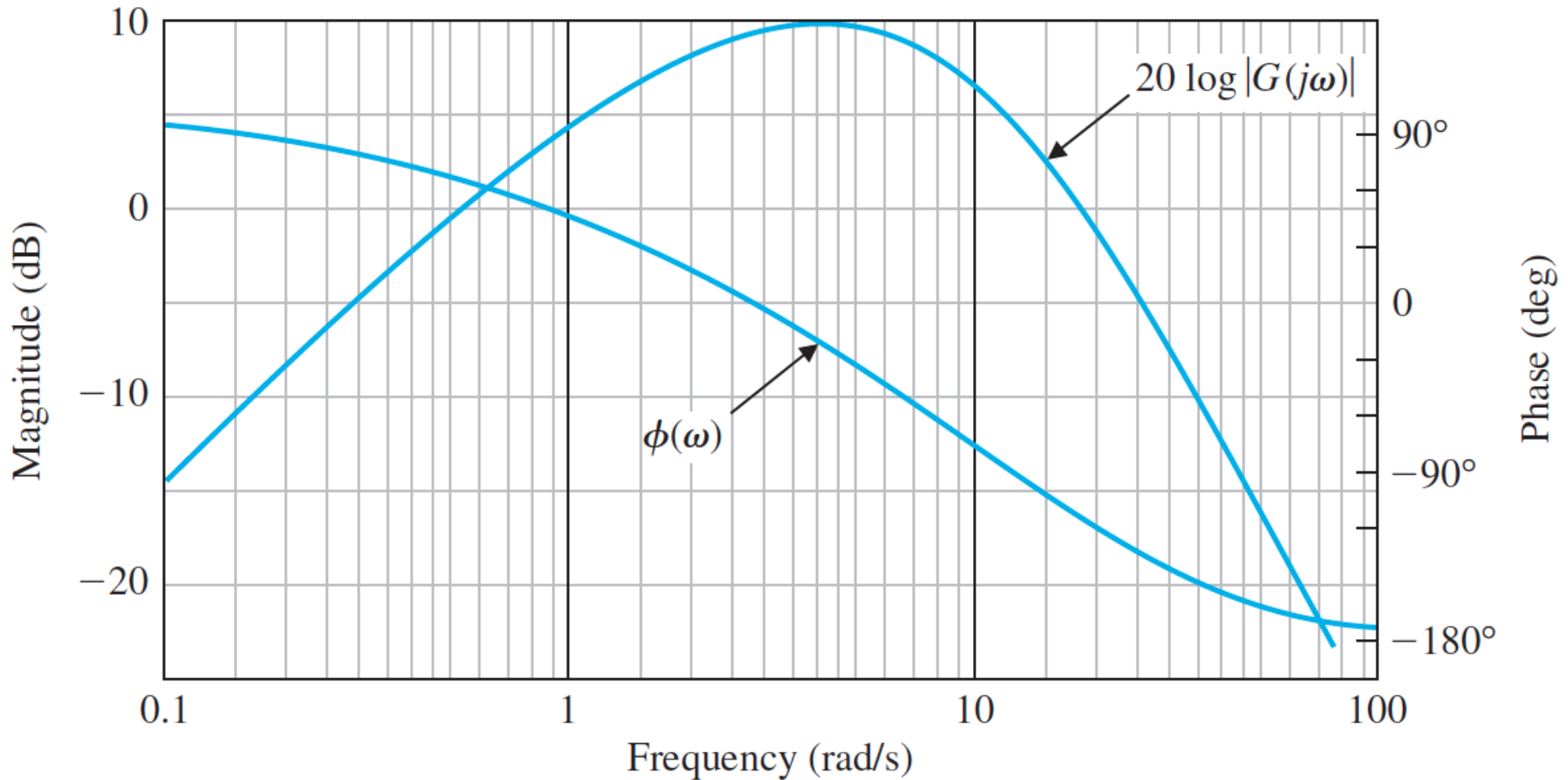
obtém-se o **fator de amortecimento igual a  $\zeta = 0.16$**

↪ Note ainda que a magnitude atinge **0dB** para  $\omega$  próximo de **50000rad/s**, e permanece neste patamar de magnitude para altas frequências. Isto permite concluir que há um polo no ponto em que a amplitude atinge novamente **-3dB** e fase de **+45°**, ou  $\omega = \mathbf{20000rad/s}$

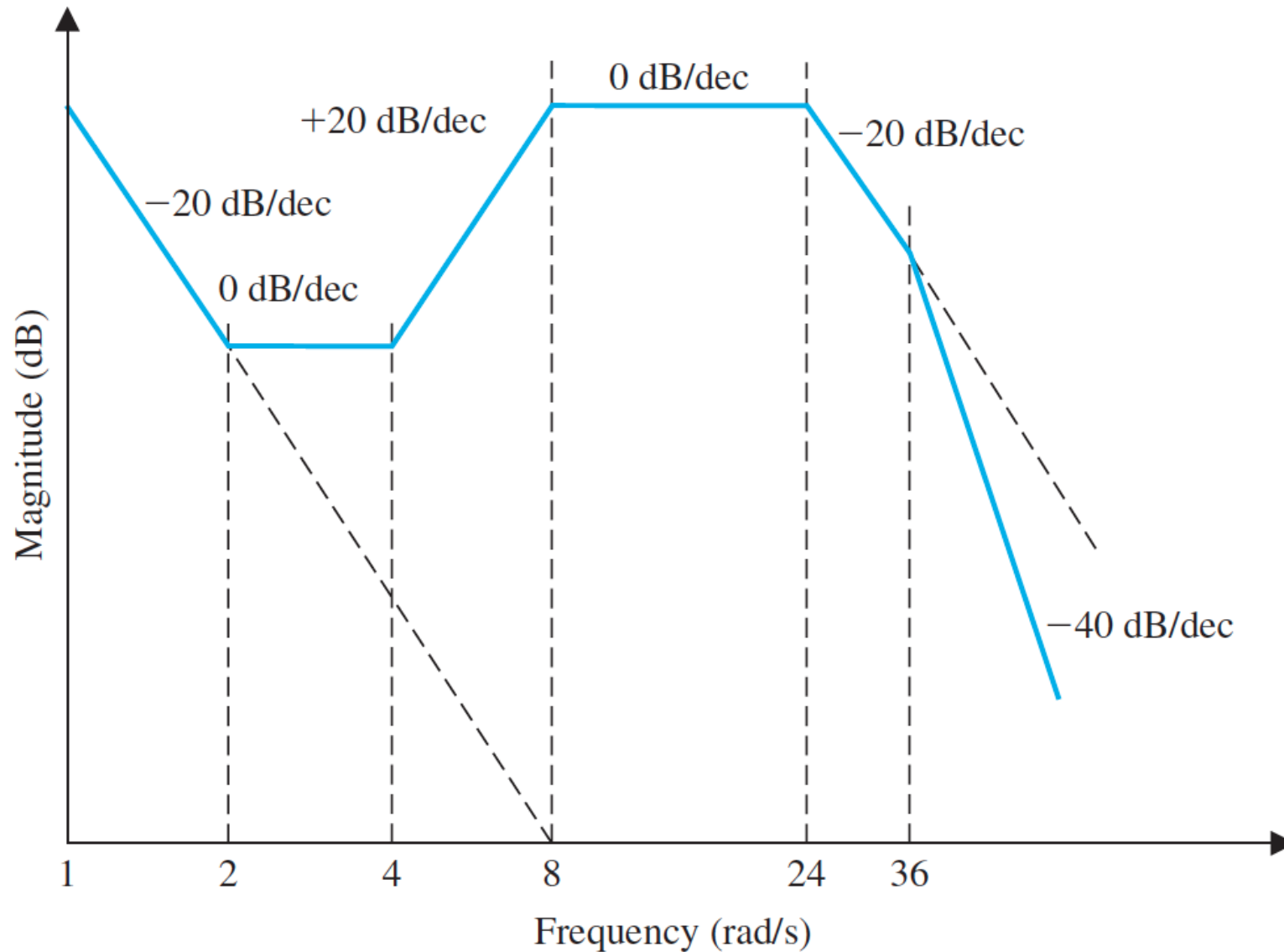
↪ FT?

$$T(s) = \frac{\left(\frac{s}{\mathbf{2450}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{2(0.16)}}{\mathbf{2450}}\right)s + 1}{\left(\frac{s}{\mathbf{300}} + 1\right)\left(\frac{s}{\mathbf{20000}} + 1\right)}$$

Exercício E8.4 (Dorf):  $G(s) = \frac{Ks}{(s+a)(s^2+20s+100)}$  ?



Exercício E8.5 (Dorf):  $G(s) = \frac{K(s + 0.5s)(1 + as)}{s(1 + s/8)(1 + bs)(1 + s/36)}$  ?



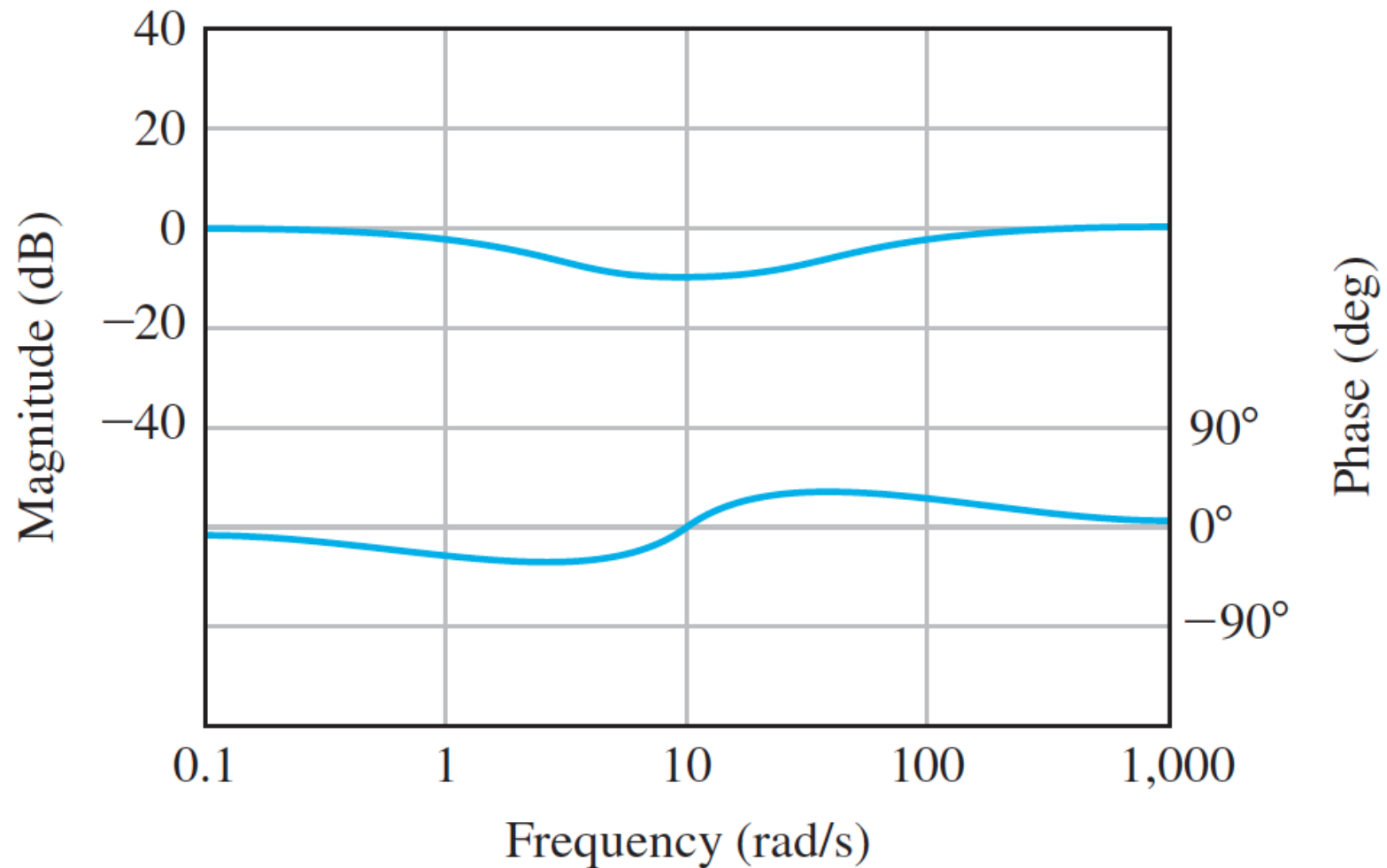
## Exercício E8.8 (Dorf)

Considere um sistema com ganho em malha dado por:

$$G_c(s)G(s) = \frac{100(s - 1)}{s^2 + 25s + 100}$$

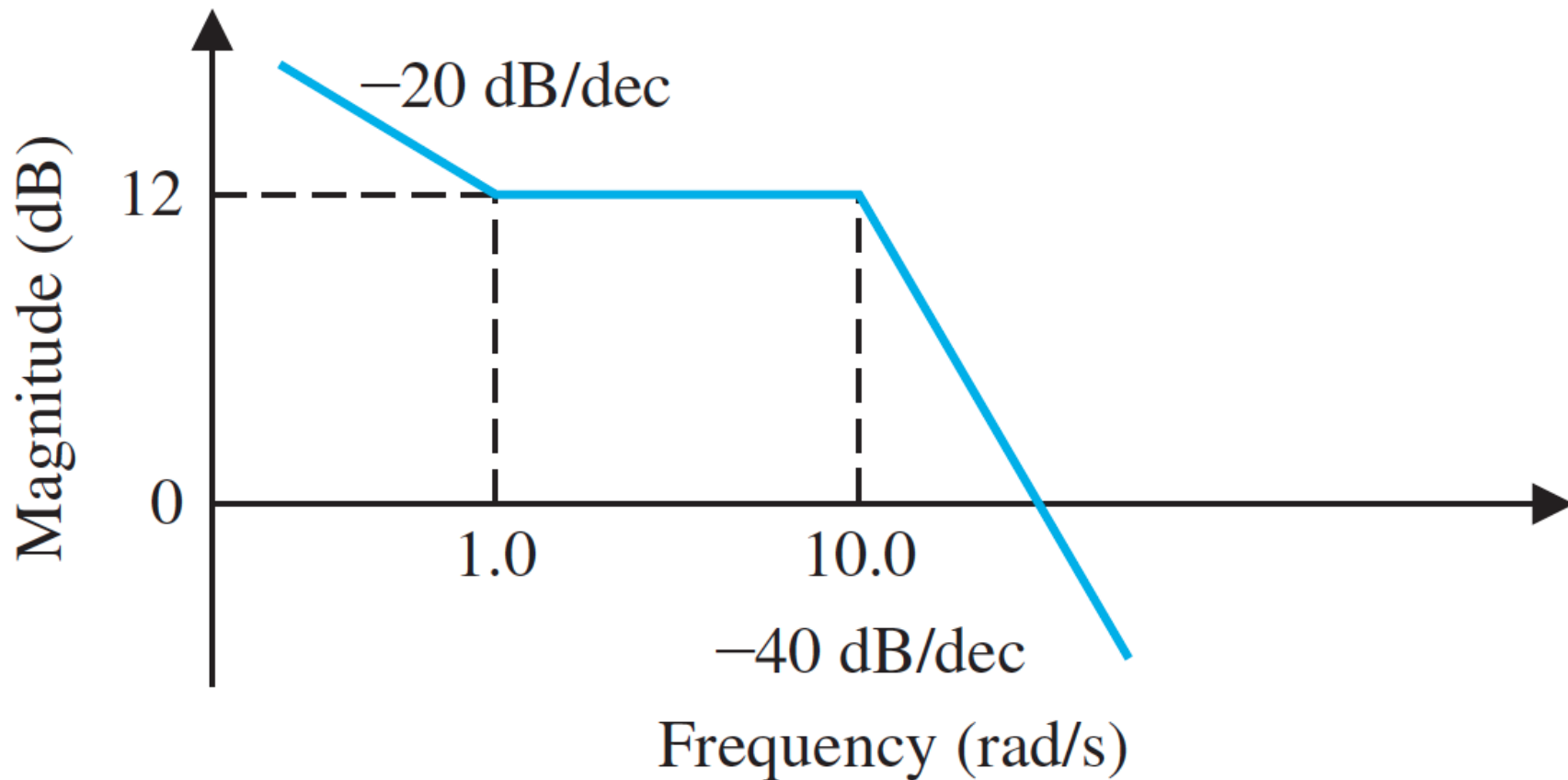
1. Determine as frequências de corte para o diagrama de Bode
2. Determine a inclinação do traçado da assíntota para baixas e altas frequências
3. Esboce o diagrama de magnitude de Bode

## Exercício E8.9 (Dorf) – Estime a FT?



## Problema P8.6 (a) (Dorf)

Estime a FT (Suponha que os sistema é de fase mínima)



## Problema P8.6 (b) (Dorf)

Estime a FT (Suponha que os sistema é de fase mínima)

