



Introdução ao Controle Robusto

Prof. Reinaldo M. Palhares

Contato: Sala 234 (PCA) — mailto: palhares@cpdee.ufmg.br

www.cpdee.ufmg.br/~palhares/topicosrobusto.html

Quartas-feiras – 07h30 - 09h10

Caracterizando o problema de Estabilização Robusta

- Motivação: modelo nominal \times Incertezas... Incertezas? Modelos de Incerteza
- Análise no domínio da frequência – Critério de Nyquist. Desempenho nominal e função de sensibilidade. Estabilidade robusta e função de sensibilidade: uma primeira versão do Teorema do ganho pequeno
- Exemplo de projeto: controle PID “robusto” de um gravador sujeito a retardo no tempo

Linhas Gerais do Curso

Uma rápida revisão...

- Conceitos de álgebra linear. Espaço de estados. Controle baseado no observador por alocação de pólos

Normas de Sinais e Sistemas

- Espaços Normados. Espaços de Hardy \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞ . Cálculo das normas \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞

Desigualdades Matriciais Lineares – DMLs

- Complemento de Schur e sinais de matrizes

Linhas Gerais do Curso

Controle \mathcal{H}_2

- Realimentação de estados: controle robusto \mathcal{H}_2 por DMLs. Realimentação de saída.
- Alocação de pólos

Controle \mathcal{H}_∞

- Realimentação de estados: controle robusto \mathcal{H}_∞ por DMLs: realimentação de estados e de saída

Controle misto $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$

- Otimização multiobjetivo

Aspectos Burocráticos

Avaliações

- Uma prova – 30 pontos
- Simulações computacionais exercícios – 70 pontos

(Pré-)Requisitos Desejáveis

- Noções de controle clássico (transformadas) e moderno (espaço de estado)
- Paciência e perseverança...

Ferramentas Computacionais

- Utilização de pacotes computacionais específicos



LMILab



LMITool

Escopo do Curso

Não-Linear Linear	SISO MIMO
Sistemas Contínuos Sistemas Discretos	sem Memória com Memória
Não-Causal Causal	Distribuído Limitado
Variante no Tempo Invariante no Tempo	Estocástico Determinístico
Espaço de Estado (+)	Entrada-Saída (-)
Adaptativo Estocástico Robusto	Incertezas Não-paramétricas (pouco) Incertezas Paramétricas

Motivação e Contexto

Problema geral

Dado um modelo (ou uma família de modelos) do sistema a ser controlado e um conjunto de especificações, encontrar um controlador *adequado*

Características do controlador adequado

Simples, eficiente e “barato”

Motivação e Contexto

Métodos tradicionais

- metodologia de projeto? dependem de experiência, talento e sorte

Métodos baseados em otimização

- O delimitador de águas não está nas características **lineares** ou **não-lineares**, e sim em descrições **convexas** ou **não-convexas** (Rockafellar)
- Computacionalmente bastante eficientes
- Caracteriza os limites de desempenho do sistema

Motivação e Contexto

Especificações de desempenho

- resposta adequada aos sinais de controle
- atenuação de perturbações
- limitação de sinais críticos

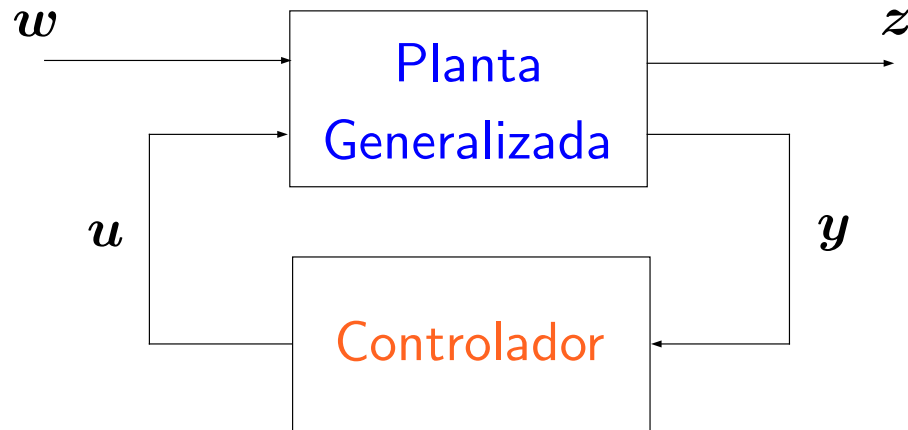
Especificações de robustez

- garantir um nível de desempenho frente a variações no sistema ou diferenças em relação ao seu modelo
- redução de índices de sensibilidade

Especificações de controlador

- Linear, não-linear, invariante no tempo, gain-scheduling, ...
- centralizado, descentralizado, ordem reduzida

Representação do Sistema de Controle



w – entradas exógenas

u – entradas controladas

z – saídas reguladas

y – saídas medidas

Representação do Sistema de Controle

Planta generalizada

- evidencia os tipos de sinais acessíveis ao controlador
- incluem informação sobre onde os sinais exógenos atuam
- explicita a presença das saídas reguladas (analogia com o LQR ou LQG)
- especificações são formuladas em termos de w e z



função de transferência em malha fechada

Planta generalizada

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{zw}(s) & P_{zu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix}$$

sendo

$$z = P_{zw}w + P_{zu}u$$

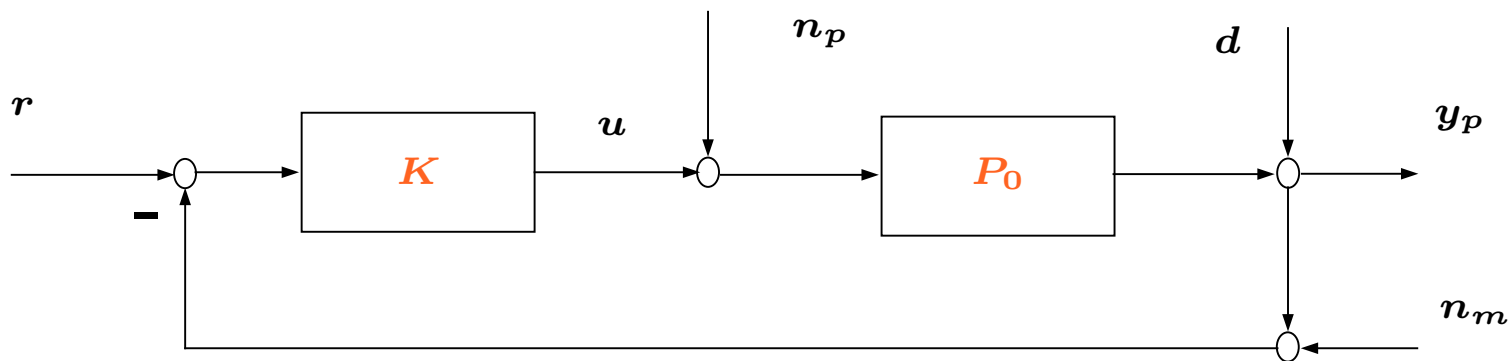
$$y = P_{yw}w + P_{yu}u$$

- Controlador: $u = Ky$

$$\therefore z = (P_{zw} + P_{zu}K \underbrace{(I - P_{yu}K)^{-1}}_{\det(I - P_{yu}K) \neq 0} P_{yw})w \iff z = T_{zw}w$$

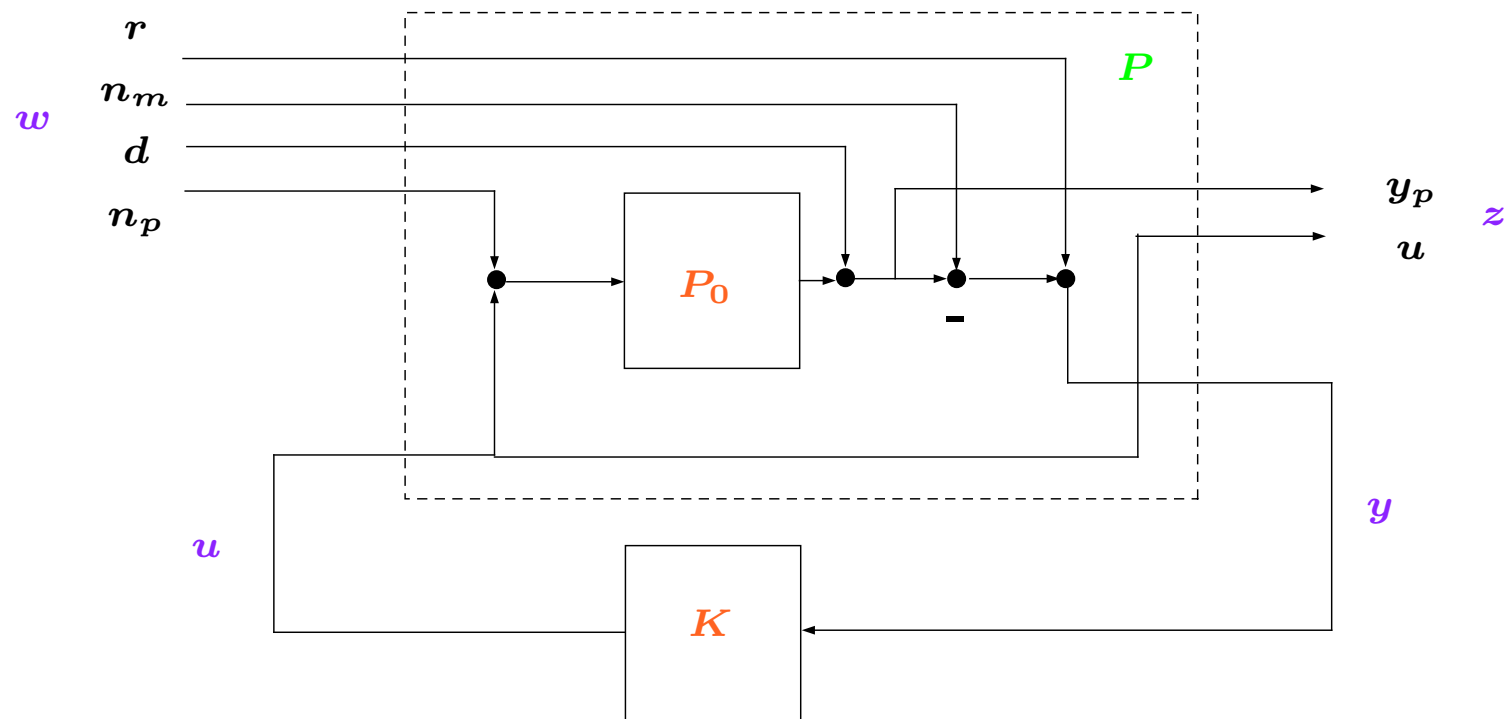
Planta generalizada

Sistema 1-DOF



Planta generalizada

Representação na forma padrão



sendo $y \triangleq r - y_p - n_m$

Planta generalizada

$$1. \quad z = P_{zw} w \rightarrow \begin{bmatrix} y_p \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & P_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ n_m \\ d \\ n_p \end{bmatrix}$$

$$2. \quad z = P_{zu} u \rightarrow \begin{bmatrix} y_p \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$3. \quad y = P_{yw} w \rightarrow y = r - y_p - n_m = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -P_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ n_m \\ d \\ n_p \end{bmatrix}$$

$$3. \quad y = P_{yu} u \rightarrow y = r - y_p - n_m = -P_0 u$$

Planta generalizada

Veja então que a planta generalizada é descrita da forma

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{zw}(s) & P_{zu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix}$$



$$P(s) = \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & 1 & P_0 & P_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & -1 & -1 & -P_0 & -P_0 \end{array} \right]$$

Planta generalizada

Realização em espaço de estados

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases}$$



$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{zw}(s) & P_{zu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix} = C (sI - A)^{-1} B + D$$

$$\text{sendo } B = \begin{bmatrix} B_w & B_u \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_z \\ C_y \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_{zw} & D_{zu} \\ D_{yw} & D_{yu} \end{bmatrix}$$

Planta generalizada

Em particular

$$P_{zw} = C_z (sI - A)^{-1} B_w + D_{zw} \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A & B_w \\ \hline C_z & D_{zw} \end{array} \right]$$

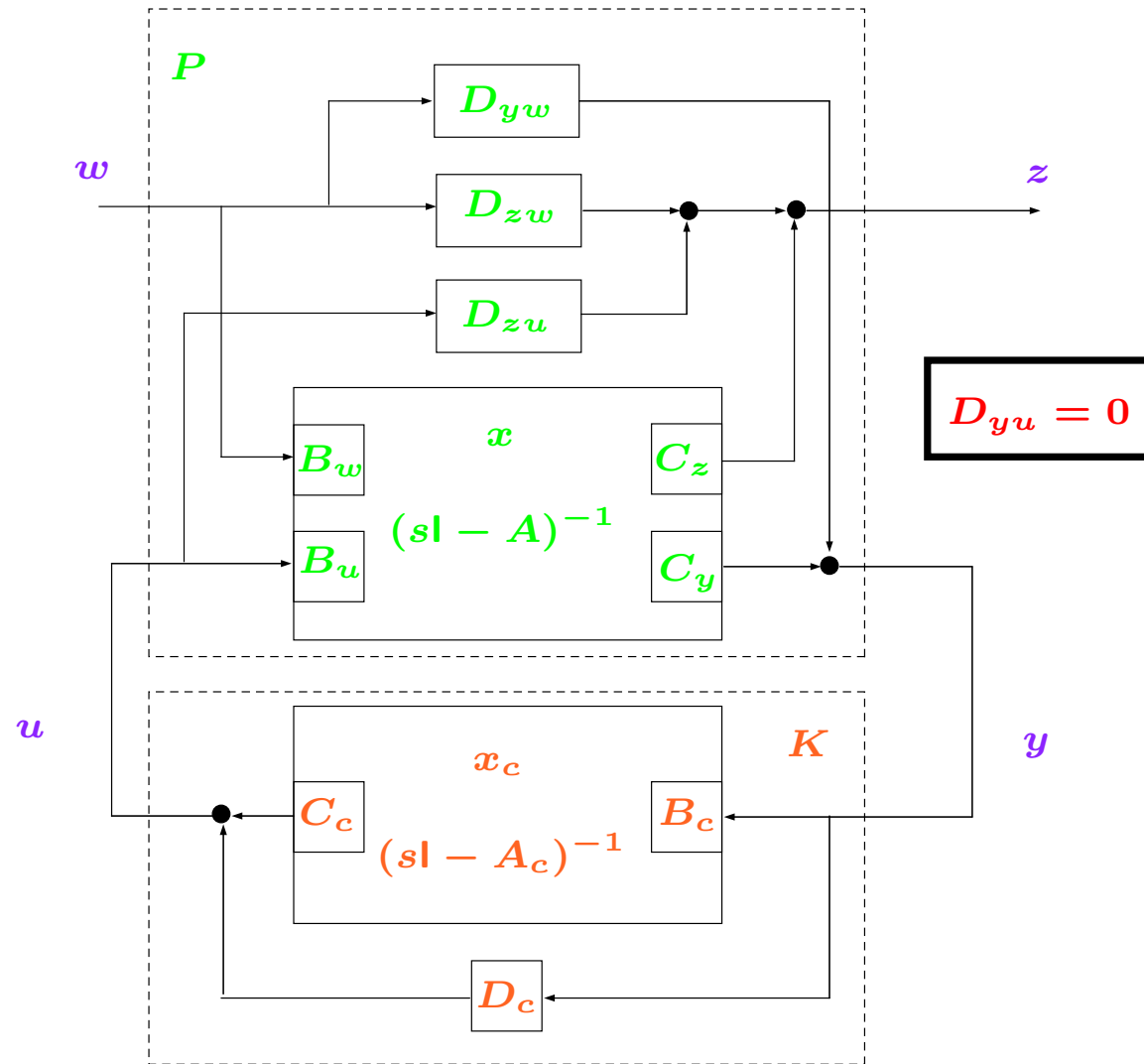
Realização – Controlador

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c y(t) \\ u(t) &= C_c x_c(t) + D_c y(t) \end{cases}$$



$$K(s) = C_c (sI - A_c)^{-1} B_c + D_c$$

Planta generalizada



Incertezas

Quando modelam-se sistemas dinâmicos, pode-se defrontar com uma série de fontes de incertezas como

- Incertezas paramétricas (estruturadas)
 - Parâmetros físicos que variam entre limites dados
 - Incerteza intervalar (\mathcal{L}_∞)
 - Incerteza elipsoidal (\mathcal{L}_2)
- Incertezas não-paramétricas (não-estruturadas)
 - Dinâmicas não-modeladas
 - Não-linearidades
 - Efeitos da linearização, variação no tempo

Incertezas

- Como transpor incertezas?
 - Controle adaptativo
 - Controle preditivo
 - **Controle robusto**

Deseja-se uma única lei de controle válida para todo o domínio de incertezas adotado

Motivando com um Exemplo: Suspensão Ativa Veicular

Objetivos do Controle

- Minimizar distúrbios externos frutos de irregularidades do asfalto
 - ↪ **Conforto é a palavra de ordem**
 - ↪ **Inovação introduzida na F-1 desde 1987 e consagrada em 91/92 pela Williams**
- Uma variação da suspensão ativa veicular é o denominado ABC (*Active Body Control, ou controle ativo da carroceria*)
 - ↪ Corrige inclinação da carroceria
 - ↪ Em frações de segundo o sistema reequilibra o carro na curva, evitando capotamento

Suspensão Ativa Veicular: FW14 da Williams



Modelo FW14 da Williams 91/92. A suspensão ativa trabalhava por computador, absorvendo as imperfeições do asfalto. Era como se Nigel Mansell e Ricardo Patrese dirigissem num tapete nas onduladas ruas do principado de Mônaco

- Em 94, os sistemas de suspensão ativa foram proibidos na F-1...

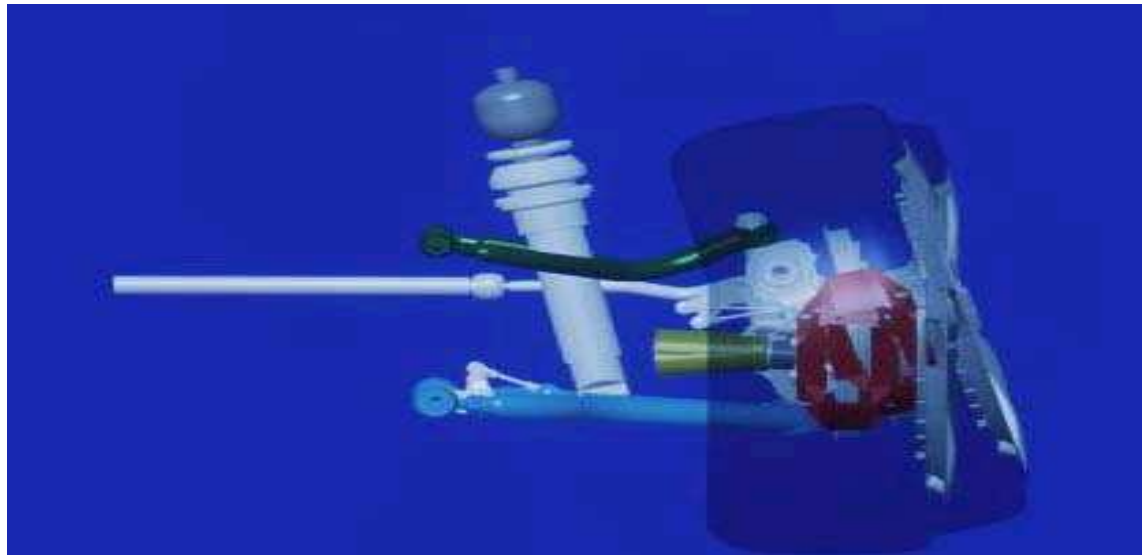
Suspensão Ativa Veicular: Novo Mercedes-Benz CL



Kart de luxo: em curvas, arrancadas e frenagens, a inclinação do novo CL (à esq.) ficou até 68% menor do que a do antigo

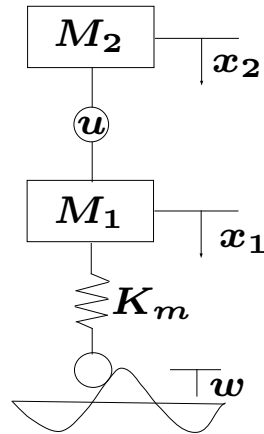
Fonte: DaimlerChrysler

Suspensão Ativa Veicular: Novo Mercedes-Benz CL



A cambagem é realmente ativa, no sentido de se tornar mais negativa (rodas mais afastadas no ponto de contato com o solo) quando um princípio de derrapagem é detectado. Em caso de frenagem intensa, todas as quatro rodas inclinam-se em tempo extremamente reduzido, o que reduz a distância de parada

Modelo Matemático? Diagrama de blocos: 1/4 do veículo



1. M_1 – massa do conjunto da roda
2. M_2 – porção da massa do veículo (correspondendo a 1/4 de sua massa total)
3. “ u ” e K_m – atuador e rigidez do pneu (uma mola...)
4. x_1 e x_2 – deslocamento da roda e do corpo do veículo, respectivamente
5. x_3 e x_4 – velocidade relativas às massas M_1 e M_2 , respectivamente
6. w – distúrbio externo

Modelo Dinâmico? Equações Diferenciais

Utilizando as Leis de Newton para o movimento...

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = \text{Força}$$

do sistema: x_1 e x_2 – deslocamento das massas M_1 e M_2

$$\begin{array}{l} \vdots \\ x_3 = \dot{x}_1 \quad \longrightarrow \quad \dot{x}_3 = \ddot{x}_1 \\ x_4 = \dot{x}_2 \quad \longrightarrow \quad \dot{x}_4 = \ddot{x}_2 \end{array}$$

$$M_2\ddot{x}_2 = u \quad \longrightarrow \quad \dot{x}_4 = u/M_2$$

$$M_1\ddot{x}_1 + K_m(x_1 - w) = -u \quad \longrightarrow \quad \dot{x}_3 = -\frac{1}{M_1}u - \frac{K_m}{M_1}x_1 + \frac{K_m}{M_1}w$$

Representação em espaço de estados

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -K_m/M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_m/M_1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_w} w(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/M_1 \\ 1/M_2 \end{bmatrix}}_{B_u} u(t) \\ y(t) = Ix(t) \end{array} \right.$$

\rightsquigarrow Considere que a massa do veículo, M_2 , **não seja precisamente conhecida** e varie no intervalo $[258, 358]$ (carro com um passageiro – $240\text{Kg} + 75/4\text{Kg}$ – e carro com cinco passageiros + bagagem – $240\text{Kg} + 5 \times 75/4 \text{ Kg} + 100/4 \text{ Kg}$)

Robustez

Questão de **análise de robustez**: o sistema em malha fechada permanece **estável** para todos os valores possíveis de M_2 ?

1. O sistema em malha aberta é marginalmente estável ...
2. M_2 influi na matriz de realimentação B_u ...
3. Como projetar uma **única** lei de controle que garanta não apenas estabilidade, mas satisfaça as especificações de desempenho ?

Bibliografia Básica

1. Boyd, S.; El-Ghaoui, L.; Feron, E.; Balakrishnan, V. (1994), **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**, SIAM Press.
2. Zhou, K.; Doyle, J. C.; Glover, K. (1996), **Robust and Optimal Control**, Prentice-Hall.
3. Scherer, C.; Gahinet, P.; Chilali, M. (1997), *Multiobjective output-feedback control via LMI optimization*, **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 42, n. 7, pp. 896-911.
4. Palhares, R. M.; Takahashi, R. H. C.; Peres, P. L. D. (1997), *\mathcal{H}_∞ and \mathcal{H}_2 guaranteed costs computation for uncertain systems*, **International Journal of Systems Science**, v. 28, n. 2, pp. 183-188.
5. Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (1998), **Modern Control Systems**, Addison Wesley Longman, Inc.
6. Artigos recentes em periódicos especializados