



## – Lista de Exercícios – Teoria da Decisão

Professor:  
Lucas de Souza Batista

### Exercício 1

Defina o problema geral de otimização mono-objetivo, caracterizando cada um dos seus componentes, e.g., variáveis, funções, etc..

### Exercício 2

Defina “otimização difícil” no contexto de problemas de otimização combinatórios e contínuos.

### Exercício 3

Caracterize metaheurística e contraste-as com as abordagens clássicas de otimização, apontando suas vantagens e limitações.

### Exercício 4

Descreva, de maneira sucinta, o funcionamento geral e principais características do método *Variable Neighborhood Search* (VNS).

### Exercício 5

Descreva, de maneira sucinta, as seguintes abordagens para tratamento de problemas de otimização restritos: penalidade externa, operadores de reparo, operadores de variação inteligentes, seleção por torneio binário, *stochastic ranking*. Discuta as vantagens e limitações de cada técnica.

### Exercício 6

(Prog) Considere  $n$  projetos e um capital de investimento  $b$ . O projeto  $j$  tem um custo  $a_j$  e um retorno esperado  $p_j$ . Formule um problema que permita selecionar o portfólio de projetos que maximiza o lucro sem exceder os recursos disponíveis. Implemente o método VNS (use pelo menos três estruturas de vizinhança) e resolva o problema em questão para  $n = 10, 100$  e  $1000$ . Defina o capital disponível  $b$  como 50% do custo total dos projetos. Considere duas técnicas distintas para tratamento da restrição. Discorra sobre a efetividade e eficiência desse método com o aumento da escala do problema.

### Exercício 7

(Prog) Considere  $n$  itens que podem ser colocados em  $m$  mochilas de capacidades distintas  $b_i$ . Cada item  $j$  tem uma lucratividade  $p_j$  e um peso  $w_j$ . Monte um problema que maximize o valor agregado das mochilas sem exceder os limites de pesos. Implemente o método VNS (use pelo menos três estruturas de vizinhança) e resolva o problema em questão para  $(n, m) = (10, 2)$ ,  $(n, m) = (100, 10)$  e  $(n, m) = (500, 50)$ . Defina capacidades distintas  $b_i$  menores ou iguais a 20%

do peso total dos itens. Considere duas técnicas distintas para tratamento da restrição. Discorra sobre a efetividade e eficiência desse método com o aumento da escala do problema.

**Exercício 8**

(Prog) Considere que existem  $n$  tarefas e  $n$  agentes, de tal forma que cada tarefa deve ser atribuída a um agente e cada agente só pode receber uma tarefa. A execução da tarefa  $i$  pelo agente  $j$  tem um custo  $c_{ij}$ . Formule um problema que atribua as tarefas de forma a minimizar o custo total de execução. Implemente o método VNS (use pelo menos três estruturas de vizinhança) e resolva o problema em questão para  $n = 10, 100$  e  $1000$ . Discorra sobre a efetividade e eficiência desse método com o aumento da escala do problema.

**Exercício 9**

(Prog) Considere que existem  $n$  tarefas e  $m$  agentes ( $n > m$ ), de tal forma que cada tarefa deve ser atribuída a um único agente. A execução da tarefa  $i$  pelo agente  $j$  tem um custo  $c_{ij}$  e demanda uma quantidade de recursos  $a_{ij}$ . Cada agente  $j$  tem uma disponibilidade de recursos  $b_j$ . Formule um problema que atribua as tarefas de forma a minimizar o custo total de execução e não exceder os recursos de cada agente. Implemente o método VNS (use pelo menos três estruturas de vizinhança) e resolva o problema em questão para  $(n, m) = (10, 2)$ ,  $(n, m) = (100, 10)$  e  $(n, m) = (500, 50)$ . Defina recursos distintos  $b_j$  limitados. Considere duas técnicas distintas para tratamento da restrição. Discorra sobre a efetividade e eficiência desse método com o aumento da escala do problema.

**Exercício 10**

(Prog) Considere  $n$  tarefas indivisíveis e  $m$  máquinas idênticas. Sendo  $p_i$  o tempo de processamento de cada tarefa  $i$ , formule um problema que visa minimizar o tempo necessário para conclusão de todas as tarefas. Em máquinas idênticas, cada tarefa tem o mesmo tempo de processamento e o mesmo tempo de preparação em qualquer uma das máquinas. Implemente o método VNS (use pelo menos três estruturas de vizinhança) e resolva o problema em questão para  $(n, m) = (10, 2)$ ,  $(n, m) = (100, 10)$  e  $(n, m) = (500, 50)$ . Analise e discuta os resultados.

**Exercício 11**

(Prog) Repita o problema anterior considerando máquinas não relacionadas, sendo  $p_{ij}$  o tempo que a máquina  $j$  leva para processar a tarefa  $i$ . Note que em máquinas não relacionadas não existe relação entre os tempos de processamento e preparação de máquinas distintas. Analise e discuta os resultados.

**Exercício 12**

(Prog) Vários mecanismos podem ser considerados na implementação do algoritmo VNS para melhorar seu desempenho. Alguns exemplos são a utilização de estruturas de vizinhança variáveis, emprego de técnicas de intensificação e diversificação, elaboração de operadores heurísticos inteligentes, adaptação de parâmetros etc. Proponha uma ou mais dessas técnicas e aplique na solução de pelo menos dois dos problemas combinatórios propostos nos exercícios anteriores. Analise e discuta o efeito desses mecanismos no desempenho do algoritmo em comparação com a versão original considerada.

**Exercício 13**

Defina o problema geral de otimização vetorial (multiobjetivo). Caracterize adequadamente o espaço de busca (i.e., de projeto) e o domínio de objetivos.

**Exercício 14**

Conceitue dominância Pareto, soluções incomparáveis (não dominadas), solução Pareto-ótima, conjunto Pareto-ótimo, fronteira Pareto-ótima, conjunto Pareto-ótimo aproximado e fronteira Pareto-ótima aproximada.

**Exercício 15**

Conceitue solução utópica e solução antiutópica. Estas soluções podem existir do ponto de vista prático? Ilustre sua explicação.

**Exercício 16**

O decisor pode articular suas preferências em diferentes momentos do processo de tomada de decisão. Nesse contexto, caracterize métodos de decisão *a priori*, interativos e *a posteriori*.

**Exercício 17**

Ilustre o conjunto de soluções Pareto-ótimas do problema multiobjetivo irrestrito a seguir:

$$\min \begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 \\ f_2(\mathbf{x}) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \end{cases}$$

**Exercício 18**

Ilustre o conjunto de soluções Pareto-ótimas do problema multiobjetivo restrito a seguir:

$$\min \begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = x_1 + x_2 \\ f_2(\mathbf{x}) = x_1^2 \end{cases}$$
$$\text{sujeito a } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 \leq 4 \\ g_2(\mathbf{x}) = x_2 \leq 1 \\ g_3(\mathbf{x}) = x_1 - x_2 - 2 \leq 0 \end{cases}$$

**Exercício 19**

Responda as questões a seguir:

- i. Mostre que o método da soma ponderada (formulação  $P_w$ ) pode não produzir todas as soluções eficientes em alguns casos.
- ii. Discuta sobre as necessidades de se normalizar as funções objetivos.
- iii. Discuta vantagens e desvantagens do Método  $\epsilon$ -restrito.
- iv. Discuta sobre as vantagens de se empregar métodos de agregação fuzzy no processo de otimização multicritério.

**Exercício 20**

Resolva o problema de otimização multiobjetivo a seguir:

$$\min \begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = 3x_1 + 13x_2 \\ f_2(\mathbf{x}) = 8x_1 + 6x_2 \\ f_3(\mathbf{x}) = 4x_1 + 5x_2 \end{cases}$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ 0 \leq x_1 \leq 20 \\ 0 \leq x_2 \leq 10 \end{cases}$$

Aplique o método da soma ponderada considerando funções objetivo normalizadas e igualmente importantes.

**Exercício 21**

Resolva o problema de otimização multiobjetivo a seguir:

$$\min \begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = 5x_1 + 9x_2 \\ f_2(\mathbf{x}) = 8x_1 + 3x_2 \end{cases}$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} x_1 + x_2 = 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Aplique agregação *fuzzy* e considere dois cenários: (a) as funções objetivo possuem importâncias idênticas; (b)  $f_1$  é duas vezes mais importante do que  $f_2$ .

**Exercício 22**

Resolva o problema de otimização multiobjetivo a seguir:

$$\min \begin{cases} f_1(\mathbf{x}) = 4x_1 + 9x_2 \\ f_2(\mathbf{x}) = 3x_1 + 6x_2 \end{cases}$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} x_1 + x_2 = 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Aplique agregação *fuzzy* e considere dois cenários: (a) as funções objetivo possuem importâncias idênticas; (b)  $f_1$  é duas vezes menos importante do que  $f_2$ .

**Exercício 23**

Defina “processo de tomada de decisão” e disserte sobre sua utilidade/necessidade.

**Exercício 24**

Pontue e disserte sobre os diversos fatores de incerteza que podem surgir em um processo de tomada de decisão.

**Exercício 25**

Ferramentas de suporte à decisão visam assistir o tomador de decisão com relação a vários aspectos relacionados ao processo de decisão. Apresente e discuta cada um desses aspectos.

**Exercício 26**

Problemas de tomada de decisão podem ser classificados em três grupos. Apresente e discuta cada um deles.

**Exercício 27**

Caracterize as diferenças entre um “problema de otimização” e um “problema de tomada de decisão”.

**Exercício 28**

Caracterize problemas de tomada de decisão multicritério (MCDM).

**Exercício 29**

Os problemas de MCDM podem ser classificados como Tomada de Decisão Multiobjetivo (MODM) ou Tomada de Decisão Multiatributo (MADM). Apresente e disserte sobre cada um deles.

**Exercício 30**

Pontue situações nas quais uma tomada de decisão em grupo (GDM) se faz necessária. Discuta sobre suas vantagens e características.

**Exercício 31**

Pontue fatores que podem afetar a qualidade de uma decisão, particularmente no contexto de tomada de decisão em grupo.

**Exercício 32**

Contraste relações de dominância e relações de ordem.

**Exercício 33**

Exemplifique os conceitos de preferência intransitiva, indiferença intransitiva e incomparabilidade.

**Exercício 34**

Discorra sobre os conceitos de relação binária, relação de equivalência e relação de ordem.

**Exercício 35**

Defina relações de preferência e estrutura de preferência.

**Exercício 36**

Discuta sobre as vantagens de se considerar modelagem de preferência nebulosa no contexto de métodos de suporte à decisão.

**Exercício 37**

Caracterize procedimentos de agregação multicritério baseado na síntese de critério. Discorra sobre as vantagens e limitações dos métodos de decisão baseados nesse procedimento.

**Exercício 38**

Descreva de forma sucinta o funcionamento do método do ponto médio e destaque suas vantagens e limitações.

**Exercício 39**

Contraste o método do ponto médio com o SMART.

**Exercício 40**

Discuta sobre a importância de se analisar tanto a sensibilidade quanto a robustez das estratégias de suporte à decisão.

**Exercício 41**

Discuta sobre o resultado do Paradoxo de Allais.

**Exercício 42**

Descreva as principais vantagens e limitações do método AHP. Como este algoritmo pode ser empregado junto a outras técnicas de auxílio à decisão?

**Exercício 43**

Discuta sobre a importância de se avaliar a consistência dos julgamentos do tomador de decisão no contexto do método AHP. Como esta consistência pode ser interpretada?

**Exercício 44**

Caracterize procedimentos de agregação multicritério baseado na síntese de sistema de relações de preferência. Discorra sobre as vantagens e limitações dos métodos de decisão baseados nesse procedimento.

**Exercício 45**

Descreva o conceito de índice de concordância e condição de discordância no contexto dos métodos baseados em sobreclassificação.

**Exercício 46**

Descreva sucintamente o funcionamento do método ELECTRE I. Em relação a este método, quais características vantajosas foram propostas pelos métodos posteriores dessa mesma família?

**Exercício 47**

Discorra sobre o funcionamento do método PROMETHEE I e destaque suas principais diferenças em relação ao PROMETHEE II.

**Exercício 48**

Descreva o funcionamento da abordagem Bellman-Zadeh e como ela pode ser empregada no suporte à decisão frente a um conjunto de cenários de incerteza.

**Exercício 49**

Caracterize os critérios de escolha usualmente empregados na abordagem de Bellman-Zadeh.

**Exercício 50**

Explique como a abordagem Bellman-Zadeh pode ser generalizada para a solução de problemas de tomada de decisão multiobjetivo.

**Exercício 51**

A abordagem do item anterior garante a indicação de uma única solução final? Explique.