

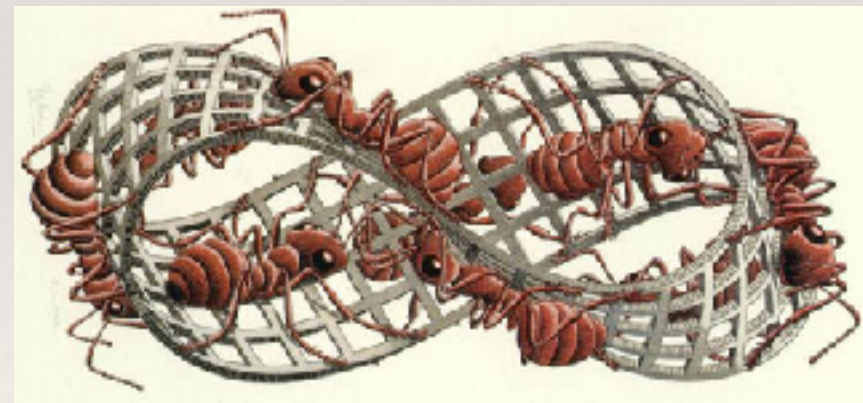
Prof. Lucas de Souza Batista - DEE/EE/UFMG

Otimização de Redes

Otimização por Colônia de
Formigas (ACO)

Otimização por Colônia de Formigas

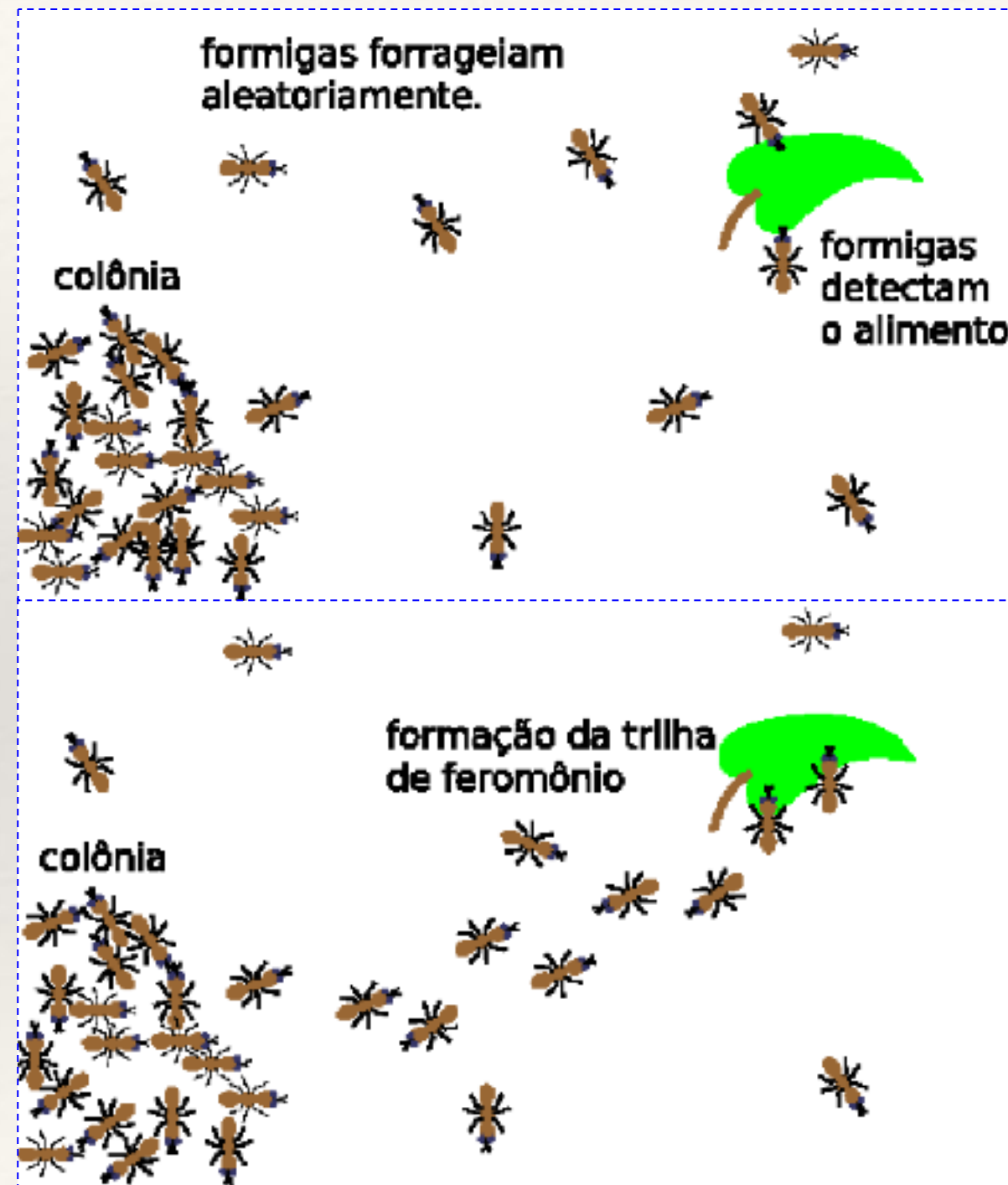
- ❖ Ant Colony Optimization (ACO)
- ❖ Proposto por Dorigo e Gambardella em 1997



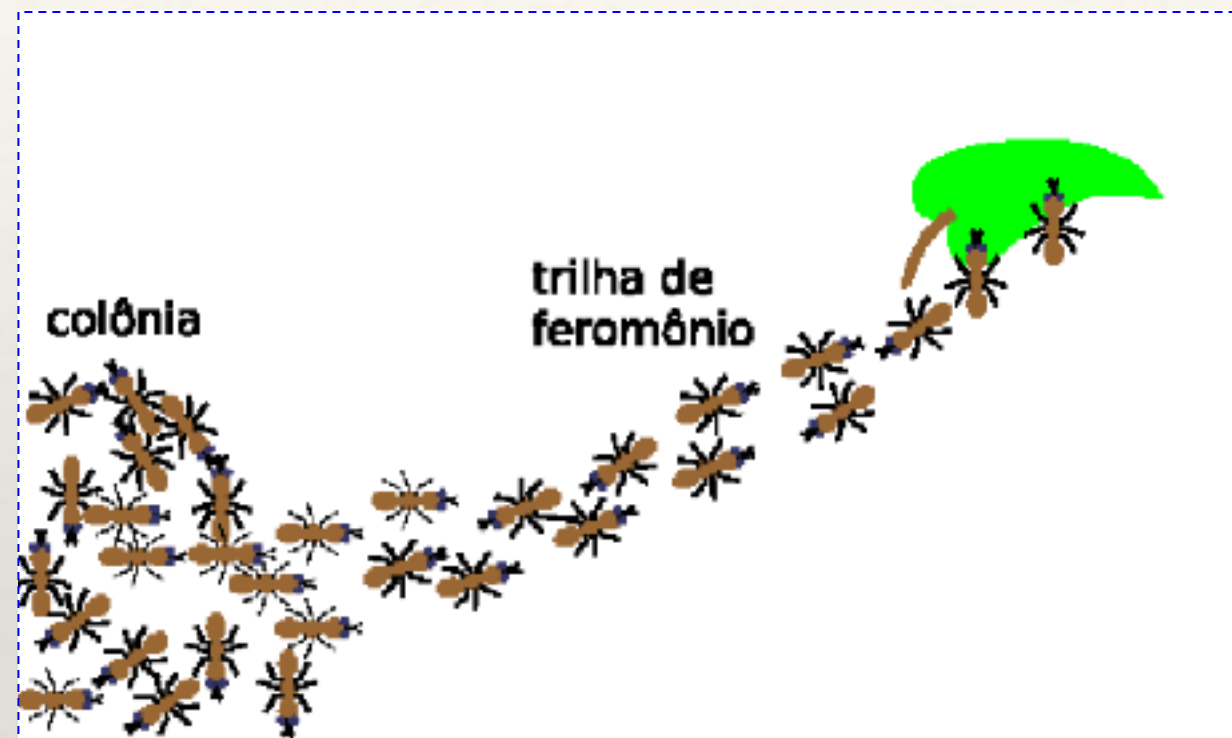
Inspiração Biológica

- ❖ Metaheurística baseada numa **população** de formigas artificiais;
- ❖ Inspirada no comportamento das formigas à procura de alimento;
- ❖ Muitas espécies de formigas são praticamente **cegas**;
- ❖ A comunicação entre as formigas é realizada através de uma substância química denominada **feromônio**;
- ❖ Este feromônio é usado para criar caminhos (trilhas de formigas).

Inspiração Biológica



Inspiração Biológica

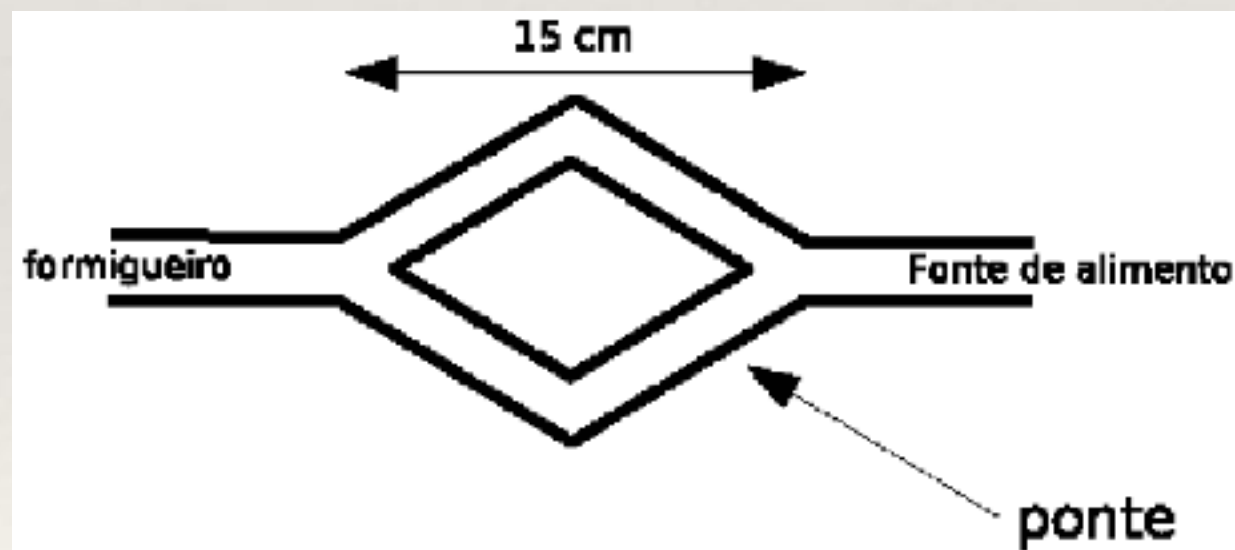


Inspiração Biológica

- ❖ Na procura por alimento, as formigas depositam feromônio, formando uma trilha;
- ❖ Todas as formigas reconhecem esse feromônio, e escolhem probabilisticamente um caminho com maior intensidade de feromônio;
- ❖ Essa trilha dinâmica de feromônio auxilia na definição de um caminho ótimo entre o ninho e o alimento.

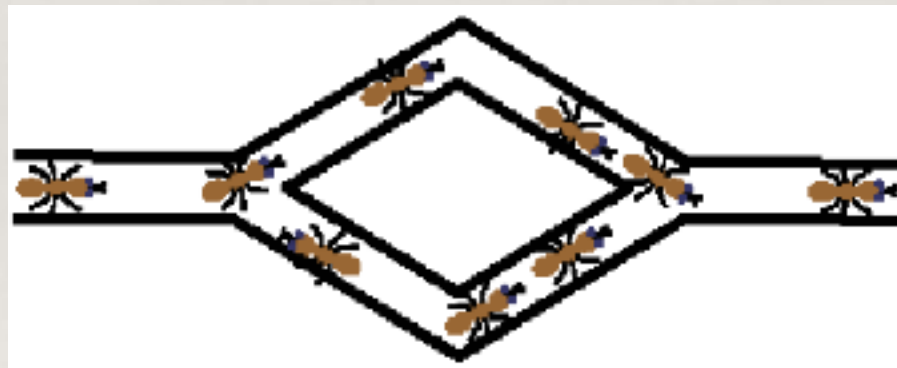
O Experimento da Ponte Binária

- ❖ Experimento realizado por Deneubourg et al., 1990, para estudar o comportamento forrageiro das formigas.



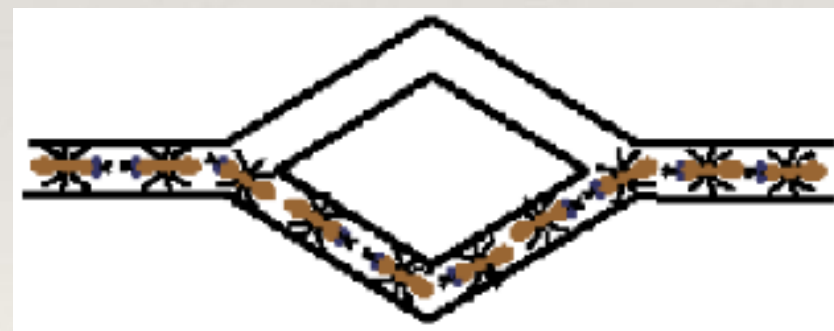
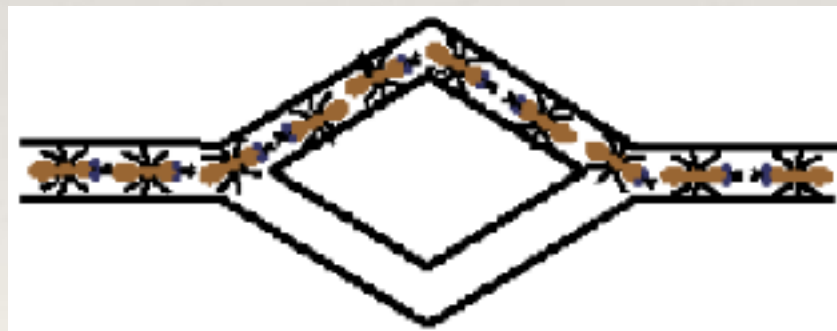
O Experimento da Ponte Binária

- ❖ No início não existe uma trilha de feromônio, e as formigas são livres para escolher qualquer caminho.



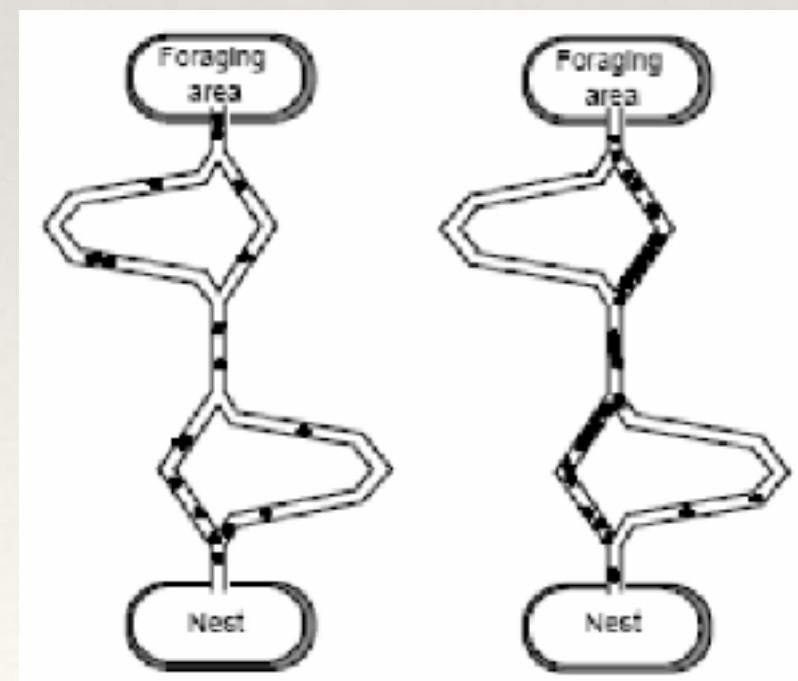
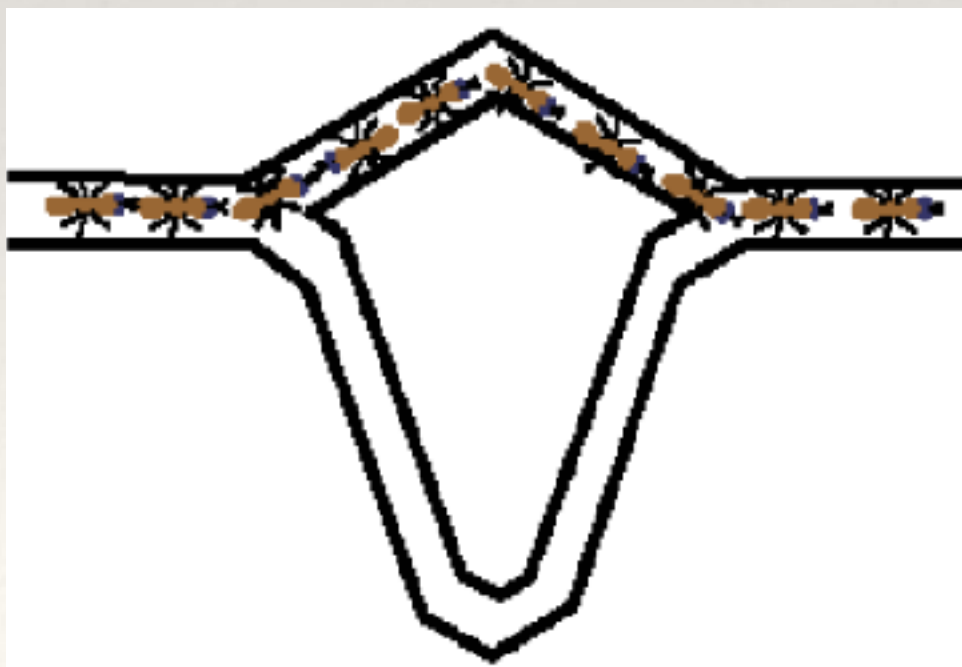
O Experimento da Ponte Binária

- ❖ As formigas convergem para um dos caminhos com igual probabilidade;
- ❖ Devido a flutuações, uma das pontes terá mais feromônio e atrairá as formigas com maior probabilidade.



O Experimento da Ponte Binária

- ❖ Usando pontes de tamanhos diferentes, as formigas convergem para a ponte mais curta;
- ❖ A ponte curta é percorrida em menos tempo, fazendo com que mais formigas a atravessem. Logo, mais feromônio é depositado;
- ❖ As formigas escolhem probabilisticamente a ponte mais curta (com mais feromônio).



Algoritmos Construtivos

- ❖ Constroem soluções de maneira incremental, começando com uma solução inicial vazia e adicionando iterativamente componentes da solução:

Algoritmo: Greedy Construction Heuristic

$s_p = \text{empty solution}$

while** s_p not_a_complete_solution **do

$e = \text{GreedyComponent}(s_p)$

$s_p = s_p \otimes e$

end

***return** s_p*

end Greedy Construction Heuristic

Algoritmos de Busca Local

- ❖ Começam a partir de uma solução inicial completa e tentam encontrar uma melhor alternativa definida em uma vizinhança da solução corrente:

Algoritmo: IterativeImprovement($s \in S$)

$s' = \text{Improve}(s)$

while $s' \neq s$ do

$s = s'$

$s' = \text{Improve}(s)$

end

return s

end IterativeImprovement

Metaheurística ACO

- ❖ No ACO, as formigas artificiais são **heurísticas construtivas**;
- ❖ Elas constroem soluções de forma probabilística utilizando duas informações:
 - ❖ A **trilha de feromônio** (artificial) que muda dinamicamente durante a execução do método;
 - ❖ A **informação heurística** específica do problema a ser resolvido.

Metaheurística ACO

```
Algoritmo: ACO for combinatorial optimization problems  
Initialization  
while (termination condition not met) do  
    ConstructAntSolutions  
    ApplyLocalSearch           % optional  
    UpdatePheromones  
end  
end ACO
```

- ❖ *Initialization*: parâmetros do algoritmo e valores iniciais de feromônio, τ_0 .

Metaheurística ACO

- ❖ *ConstructAntSolutions*: um conjunto de m formigas são construídas em paralelo; a regra mais usada é:

$$p(c_i^j | s_p) = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot [\eta(c_i^j)]^\beta}{\sum_{c_i^\ell \in N(s_p)} \tau_{i\ell}^\alpha \cdot [\eta(c_i^\ell)]^\beta}, \quad \forall c_i^j \in N(s_p)$$

em que η_{ij} representa a informação heurística, τ_{ij} a quantidade de feromônio, α e β determinam a importância relativa entre η_{ij} e τ_{ij} .

Metaheurística ACO

- ❖ *ApplyLocalSearch*: após a construção do conjunto de m formigas, as mesmas podem ser melhoradas:
 - ❖ *first improvement*;
 - ❖ *best improvement*;
 - ❖ etc.

Metaheurística ACO

- ❖ *UpdatePheromones*: atualiza a intensidade de feromônio dos componentes das soluções, de forma que os componentes das melhores soluções sejam mais desejáveis:
- ❖ evaporação de feromônio + depósito de feromônio

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{s \in S_{upd} | c_i^j \in s} g(s)$$

em que $0 < \rho \leq 1$ é a taxa de evaporação.

Ant System para TSP

- ❖ Proposto por Dorigo e colaboradores (Dorigo et al., 1991);
- ❖ O Ant System é o primeiro algoritmo inspirado em colônia de formigas;
- ❖ Peculiaridades:
 - ❖ Ao escolher um caminho, a formiga deixa no mesmo uma certa quantidade de **feromônio**;
 - ❖ Uma formiga escolhe determinado caminho de acordo com uma função probabilística envolvendo a **quantidade de feromônio** e a **distância** a ser percorrida;
 - ❖ As formigas **lembram-se** dos pontos por onde passaram e não retornam a estes pontos até completarem o caminho.

Ant System para TSP

- ❖ Probabilidade de Transição:
- ❖ A probabilidade da formiga k , localizada na cidade i , de escolher a cidade j , é dada pela regra:

$$p_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in N_j^k} \tau_{il}^\alpha \eta_{jl}^\beta}, \text{ quando } j \in N_i^k$$

Ant System para TSP

- ❖ Informação Heurística:
- ❖ Associada a aresta (i,j) existe um valor heurístico dado por:

$$\eta_{ij} = 1/d_{ij}$$

que representa a atratividade da formiga visitar a cidade j a partir da cidade i .

Ant System para TSP

- ❖ Atualização do Feromônio:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$$

$\Delta\tau_{ij}^k = Q/L_k$ quando a aresta (i, j) pertence a rota S_k

$\Delta\tau_{ij}^k = 0$ em caso contrário

Ant System para TSP

- ❖ Critérios de Parada:
 - ❖ Número máximo de iterações / avaliações;
 - ❖ Estagnação:
 - ❖ ocorre quando todas as formigas percorrem um mesmo caminho.

Reference

- ❖ M. Gendreau, J.-Y. Potvin (eds.), *Handbook of Metaheuristics*, Springer, 2nd ed., 2010.