

# Otimização de Redes

## Introdução às Metaheurísticas

Prof. Lucas S. Batista

lusoba@ufmg.br

[www.ppgee.ufmg.br/~lusoba](http://www.ppgee.ufmg.br/~lusoba)

Universidade Federal de Minas Gerais  
Escola de Engenharia

# Sumário

- 1 Problema de Otimização**
  - Definições Gerais
- 2 Introdução às Metaheurísticas**
  - Visão Geral do Tema

## Processo de Otimização

- Frequentemente, o benefício ou o custo (i.e., o efeito) da implantação de uma solução  $\mathbf{x}$  pode ser expresso por meio de uma função  $f(\cdot)$  de variáveis de decisão, onde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .
- Então, determinar o melhor arranjo dessas variáveis que minimiza ou maximiza essa função mérito consiste em um *processo de otimização*.

## Processo de Otimização

### Otimização

Processo que utiliza métodos computacionais para encontrar a “melhor” forma de projetar e/ou operar um dado sistema, representada pela melhor combinação de valores para as variáveis do problema, considerando seus objetivos e suas restrições de projeto e de operação.

O processo de otimização sempre resulta, ou busca justificação, em um impacto econômico, representado por:

- qualidade do produto, custo da produção, competitividade.

## Processo de Otimização

### Otimizar

Significa minimizar (ou maximizar) uma dada função:

Encontrar  $\mathbf{x} \in \mathcal{F} : f(\mathbf{x}) \leq f(\mathbf{y}), \forall \mathbf{y} \in \mathcal{F}$

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathcal{F}$$

## Problema de Otimização Mono-objetivo

- Formulação geral:

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}, \mathbf{x} \in \mathcal{F}$$

$$\mathcal{X} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in \mathcal{D}_i\}$$

$$\mathcal{F} = \begin{cases} g_i(\mathbf{x}) \leq 0; & i = 1, \dots, p \\ h_j(\mathbf{x}) = 0; & j = 1, \dots, q \\ \mathbf{x} \in \mathcal{X} \end{cases}$$

## Problema de Otimização Mono-objetivo

- Caso particular (programação linear):

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{c}\mathbf{x} \in \mathbb{R}, \mathbf{x} \in \mathcal{F}$$

$$\mathcal{F} = \begin{cases} \sum_k a_{ik} x_k \leq 0; & i = 1, \dots, p \\ \sum_k b_{jk} x_k = 0; & j = 1, \dots, q \\ x_k \geq 0 \end{cases}$$

# Sumário

- 1 Problema de Otimização
  - Definições Gerais
- 2 **Introdução às Metaheurísticas**
  - **Visão Geral do Tema**



## Motivação

- Todos os dias, engenheiros e tomadores de decisão são confrontados com problemas de crescente complexidade.
- Esses problemas emergem de diversos setores técnicos:
  - projeto de circuitos elétricos/eletrônicos;
  - projeto de sistemas de controle;
  - projeto de sistemas mecânicos;
  - processamento de imagens;
  - pesquisa operacional.
- Esses desafios podem, frequentemente, ser modelados como *problemas de otimização*.

## Otimização “Difícil”

- Dois tipos de problemas de otimização são claramente postos: problemas “discretos” e problemas com variáveis contínuas.
- Problemas discretos: caixeiro viajante, roteamento de veículos.
- Problemas contínuos: máquinas elétricas, controladores PI.
- Problemas mistos: envolvem simultaneamente variáveis discretas e contínuas.
- Essa diferenciação é útil para definir o domínio de “dificuldade” do problema de otimização.

## Otimização “Difícil”

### Problemas discretos “difíceis”

Não se conhece um algoritmo *polinomial* exato. Este é o caso, particularmente, dos problemas “NP-difíceis”.

### Problemas contínuos “difíceis”

Não se conhece um algoritmo exato capaz de localizar o ótimo global em um número finito de iterações.

## Otimização “Difícil”

Muito esforço foi dedicado, separadamente, à solução desses problemas:

### No campo dos problemas contínuos “difíceis”...

Existe um arcabouço significativo de métodos tradicionais para *otimização global*. Entretanto, sua efetividade depende de propriedades específicas do problema, e.g., diferenciabilidade, convexidade, modalidade.

### No campo dos problemas discretos “difíceis”...

Existe um arsenal de *heurísticas*, as quais encontram soluções próximas do ótimo. Entretanto, a maioria delas é concebida para um problema específico.

## Otimização “Difícil”

**Métodos exatos** fornecem garantias sobre a otimalidade da solução encontrada. No caso de problemas NP-difíceis, não existe (ou muito provavelmente não existe) algoritmo que garanta que a solução exata seja encontrada em tempo polinomial.

**Métodos de aproximação** garantem uma solução aproximada do problema em tempo polinomial. Fornece limitantes (cotas) para a solução ótima. Em algumas situações, o fator pode ser elevado - soluções garantidas estão distantes do ótimo - em outros casos, aproximações não são possíveis.

## Otimização “Difícil”

**Heurísticas** são técnicas que visam fornecer soluções razoáveis rapidamente, sem fornecer garantias formais sobre a qualidade dessas soluções. **Ganha-se em eficiência ou em simplicidade conceitual, ao custo de precisão e formalismo.**

**Metaheurísticas** são métodos heurísticos que combinam procedimentos - geralmente outras heurísticas - para resolver problemas computacionais usando estratégias de alto nível (portanto, “meta”). Aplicados para se encontrar soluções satisfatórias para problemas complexos de otimização.

## Otimização “Difícil”

- Metaheurísticas (MHs) possuem raízes na Inteligência Artificial nas décadas de 1960 e 1970, porém atingiram popularidade e maturidade a partir da década de 1990;
- Características:
  - Fácil implementação;
  - Guiam o processo de busca;
  - Capacidade de escapar de mínimos locais;
  - Produzem boas soluções rapidamente (*near-optimal solutions*);
  - Não garantem a otimalidade da solução obtida;
  - São métodos aproximados e usualmente não-determinísticos.

## Otimização “Difícil”

Algumas definições:

*A metaheuristic is formally defined as an iterative generation process which guides a **subordinate heuristic** by combining intelligently different concepts for **exploring and exploiting the search space**, learning strategies are used to structure information in order **to find efficiently near-optimal solutions** (Osman & Laporte 1996).*



## Otimização “Difícil”

Algumas definições:

*Metaheuristics are typically high-level strategies which **guide an underlying, more problem specific heuristic**, to increase their performance. The main goal is to avoid the disadvantages of iterative improvement and, in particular, multiple descent by allowing the local search to escape from local optima. This is achieved **by either allowing worsening moves or generating new starting solutions for the local search in a more “intelligent” way than just providing random initial solutions**. (...) Many of the metaheuristic approaches rely on probabilistic decisions made during the search. But, the main difference to pure random search is that in metaheuristic algorithms **randomness is not used blindly but in an intelligent, biased form** (Stützle 1999).*

## Otimização “Difícil”

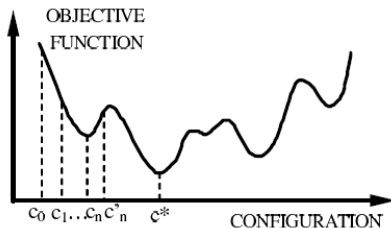
- A chegada das *Metaheurísticas* (MH) marca uma reconciliação de ambos os domínios de otimização.
- De fato, elas são aplicadas a todos os tipos de problemas discretos, e podem ser adaptadas a problemas contínuos.
- Possuem em comum as seguintes características:
  - são estocásticas;
  - possuem origem discreta, e mesmo em problemas contínuos não exigem diferenciabilidade, convexidade, modalidade;
  - são inspiradas em analogias físicas (SA), biológicas (TS, EAs) ou etológicas (ACO, PSO);
  - compartilham as mesmas desvantagens, i.e., ajuste de parâmetros e alto custo computacional.

## Otimização “Difícil”

- Em geral, é impossível assegurar com certeza a efetividade de uma dada MH quando aplicada a um dado problema.
- As MHs não são mutualmente excludentes. A tendência atual é a utilização de *métodos híbridos*, buscando beneficiar-se de vantagens específicas combinadas.
- As MHs podem ser facilmente estendidas para:
  - otimização multiobjetivo;
  - otimização multimodal;
  - otimização dinâmica;
  - implementações paralelas.

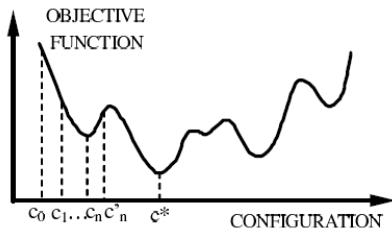
## Limitação Geral de Métodos Clássicos

- Métodos clássicos, ou métodos de descida, aceitam somente “movimentos” de melhora (possuem convergência monotônica).
- Esses algoritmos de aperfeiçoamento iterativo não conduzem, em geral, ao ótimo global, mas a um mínimo local específico ( $c_n$ ).



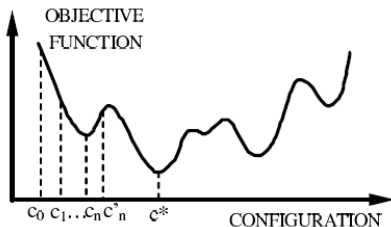
## Limitação Geral de Métodos Clássicos

- Para melhorar a efetividade dos métodos clássicos, eles podem ser aplicados repetidas vezes, partindo de configurações iniciais distintas.
- Esse processo, entretanto, aumenta o custo computacional do algoritmo, não garante a determinação do ótimo  $c^*$ , e torna-se inefetivo com o aumento do número de mínimos locais.

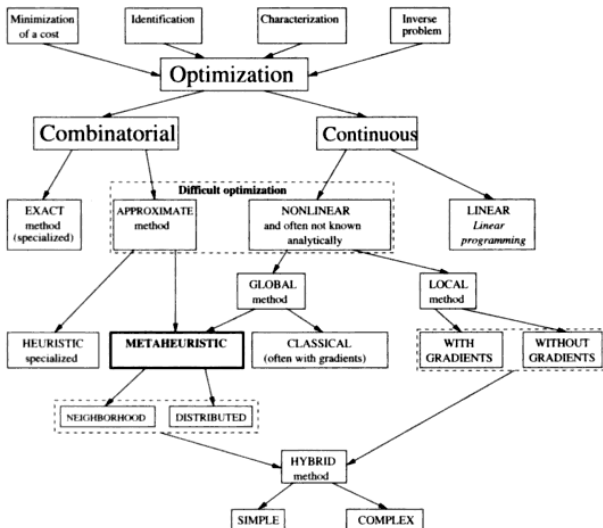


## Fonte de Efetividade das MHs

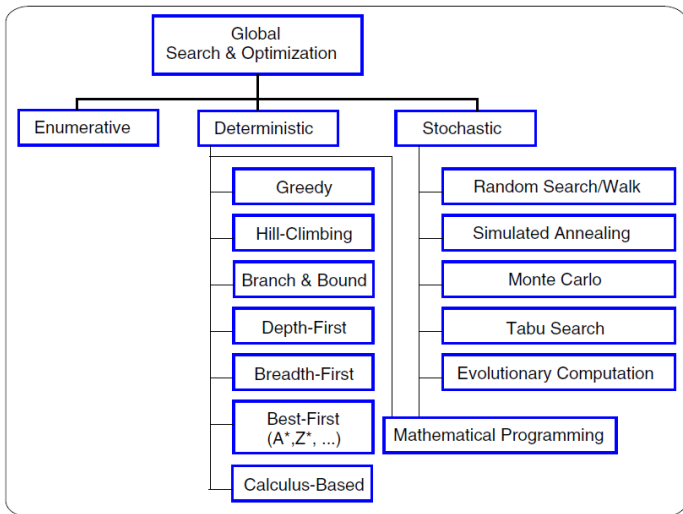
- MHs são capazes de escapar de ótimos locais!!!
- MHs baseadas em “vizinhança” (SA, TS) aceitam a *degradação* temporária da solução, permitindo encontrar  $c_n$ ,  $c'_n$  e  $c^*$ .
- MHs “distribuídas” (EAs) *evoluem* paralelamente uma população de soluções candidatas, e empregam estratégias específicas para exploração do espaço de busca.



# Classificação Geral



# Classificação geral





## Literatura Especializada



M. Gendreau, J.-Y. Potvin (eds.), Handbook of Metaheuristics, Springer, 2nd ed., 2010.



J. Dréo, P. Siarry, A. Pétrowski, E. Taillard, Metaheuristics for Hard Optimization: Methods and Case Studies, Springer, 2006.