Prof. Eduardo Gontijo Carrano - DEE/EE/UFMG

Programação Linear

Resolução Gráfica.

Introdução

- Problemas lineares de duas variáveis podem ser resolvidos de forma gráfica, por meio de uma representação planar.

Hipóteses da Programação Linear

Hipóteses básicas:

- Proporcionalidade.
- Aditividade.
- Certeza.

Hipóteses adicionais:

- Divisibilidade.

Divisibilidade

Hipótese da divisibilidade: as variáveis de decisão em um modelo de programação linear podem assumir quaisquer valores, inclusive valores não inteiros, que satisfaçam as restrições funcionais.

Problemas

Problema 1

$$\max f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$$

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & & & \leq & 2 \\ & & x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Problema 2

$$\max f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

$$\begin{array}{rcrcr} -3x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ & & x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & \leq & 9 \\ 3x_1 & + & x_2 & \leq & 18 \\ x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Problema 3

$$\max f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$$

$$\begin{array}{rcrcr} -3x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ & & x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & + & 2x_2 & \leq & 9 \\ 3x_1 & + & x_2 & \leq & 18 \\ x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Problema 4

$$\max f(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$$

$$\begin{array}{rcrcr} & & x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\ x_1 & & & \leq & 3 \\ 5x_1 & + & x_2 & \leq & 18 \\ x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

9

Problema 5

$$\min f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

$$\begin{array}{rcrcr} -x_1 & + & x_2 & \geq & 2 \\ 2x_1 & - & x_2 & \leq & 6 \\ x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

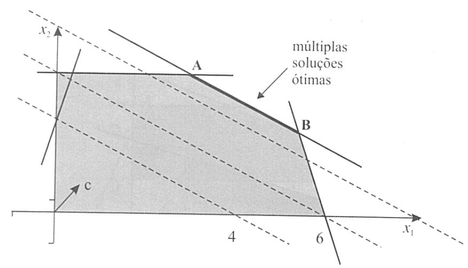
10

Alguns Casos Particulares

- *S* limitado e conjunto de soluções limitado.
- *S* ilimitado e solução única.
- *S* ilimitado e conjunto de soluções ilimitado.
- *S* ilimitado e não existe solução ótima.
- *S* infactível.

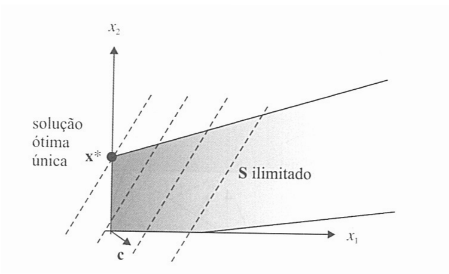
S limitado e conjunto de soluções limitado

Maximização



S ilimitado e solução única

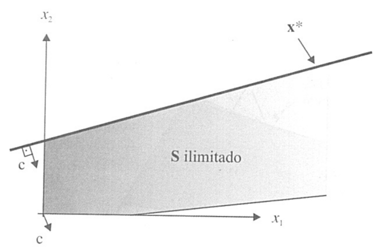
Minimização



13

S ilimitado e conjunto de soluções ilimitado

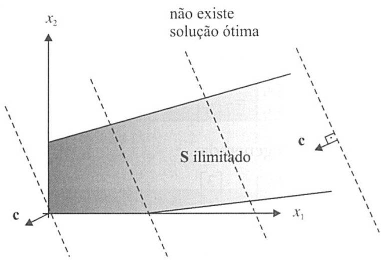
Minimização



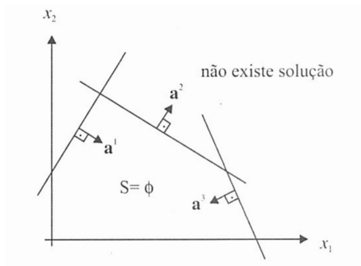
14

S ilimitado e não existe solução ótima

Minimização



S infactível



Exercício 1 (Problema 1)

- Considere o problema:

$$\max f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$$

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & & & \leq & 2 \\ & & x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

- Altere a função objetivo de forma que o problema tenha múltiplas soluções ótimas.
- Altere uma restrição de forma que o problema tenha múltiplas soluções ótimas.
- Altere o sinal de duas restrições de forma que o problema se torne infactível.

Referências

- [Arenales et al, 2007] M. Arenales; V. Armentano; R. Morabito; H. Yanasse. **Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia**, Editora Campus / Elsevier, 2007.
- [Goldbarg et al, 2005] M. C. Goldbarg; H. P. Luna. **Otimização Combinatória e Programação Linear - Modelos e Algoritmos**, 2a ed., Editora Campus / Elsevier, 2005.
- [Hillier et al, 2013] F. S. Hillier; G. J. Lieberman. **Introdução à Pesquisa Operacional**, 9a ed., Editora Mc Graw Hill, 2013.