Análise de potência em regime permanente senoidal (RPS)

Introdução

- **Análise de potência → determinação dos fluxos de energia nos vários elementos de um sistema elétrico.**
- **Permite determinar os requisitos para conexão de equipamentos, dimensionamento de circuitos, etc.**
- **Grandezas pertinentes:**
  - **Potência média (ou ativa) e sua relação com valores eficazes de tensão e corrente.**
  - **Potências reativa, complexa e aparente.**
  - **Fator de potência.**
  - **Máxima transferência de potência.**
  - **Métodos de correção do fator de potência.**

Potência instantânea

- **A potência instantânea em qualquer elemento (circuito), sob qualquer forma de onda, é:**

$$p(t)=v(t)\cdot i(t) \ [W]$$

- **Em RPS →** $p(t)=V_m\cos(\omega t+\theta_v)\cdot I_m\cos(\omega t+\theta_i)$

- **Usando a corrente como referência:**

$$p(t)=V_m I_m\cos(\omega t+\theta_v-\theta_i)\cos(\omega t)$$

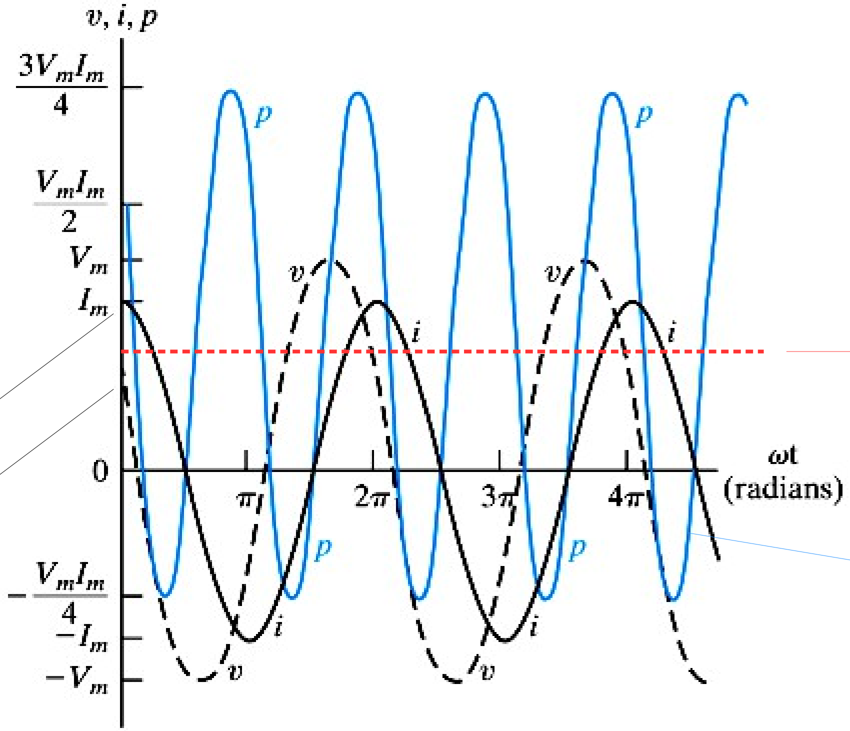
$$=\underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)}_{\text{Valor médio}}+\underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t+\theta_v-\theta_i)}_{\text{Parcela senoidal com o dobro da frequência da fonte}}$$

Implicações:
- **Oscilação da potência instantânea causa vibrações em motores monofásicos.**
- **Dependendo do valor médio → a potência pode ser negativa → devolução da energia para a fonte (ruim!).**

Potência instantânea

- **Exemplo:** $v(t)=V_m\cos(\omega t+60^o)\,V,\quad i(t)=I_m\cos(\omega t)\,A$

$$p(t)=\frac{V_m I_m}{2}\cos(60^o)+\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t+60^o)$$



$\theta_i=0^o$

$\theta_v=60^o$

Potência média.

Parte da potência instantânea pode ser negativa.

Potência média (ativa)

- **Potência média ou ativa → parte da potência elétrica que é convertida em outra forma de energia (ex.: mecânica, térmica, etc...).**

$$p(t)=\underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)}_{\textbf{Potência média} \rightarrow \textbf{P}}+\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t+\theta_v-\theta_i)$$

- **Também pode ser obtida calculando-se o valor médio no período:**

$$\boxed{P=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)\,dt=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)\ \ [W]}$$

Potência em circuitos puramente resistivos

- **Circuitos resistivos → tensão e corrente em fase!**

$$\theta_v=\theta_i \quad \longrightarrow \quad p(t)=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)+\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t+\theta_v-\theta_i)$$

$$=\frac{V_m I_m}{2}\cos 0+\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t+0)$$

$$=\frac{V_m I_m}{2}+\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t)$$

$$=\underbrace{P}_{\text{Potência média}}+\underbrace{P\cos(2\omega t)}_{\text{Parte “oscilatória”}}$$

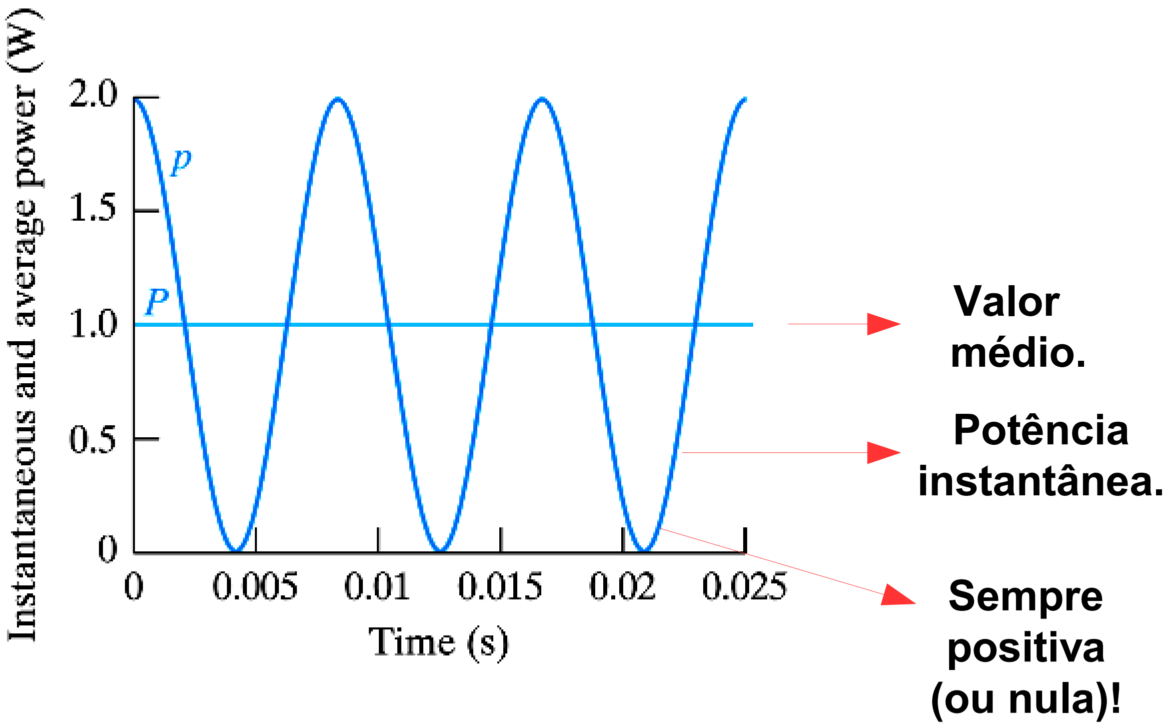
→ **Cossenóide com amplitude P, valor médio P e o dobro da frequência de v(t) e i(t).**

A potência instantânea em um resistor é sempre positiva!

Resistores sempre <u>consomem</u> energia.

Potência em circuitos puramente resistivos

$$\boxed{p_R(t) = P + P\cos(2\omega t)}$$



Potência reativa

- **Potência reativa $\rightarrow$ circuitos com indutores e/ou capacitores.**
- **Partindo da equação de p(t):**

$$p(t)=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)+\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t+\theta_v-\theta_i)=$$

$$=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)+\frac{V_m I_m}{2}\left[\cos 2\omega t\cos(\theta_v-\theta_i)-\sin 2\omega t\sin(\theta_v-\theta_i)\right]$$

$$=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)+\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)\cos 2\omega t-\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v-\theta_i)\sin 2\omega t$$

$$\boxed{p(t)=P+P\cos 2\omega t-Q\sin 2\omega t}$$

Define-se: $$P=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)\quad[W]$$ $\rightarrow$ **Potência ativa (watts)**

$$\boxed{Q=\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v-\theta_i)\quad[VAR]}$$ $\rightarrow$ **Potência reativa (volt-ampére-reativos)**

Potência em circuitos puramente indutivos

- **Circuitos indutivos → tensão *adiantada* 90º em relação à corrente:**

$$\theta_v - \theta_i = 90^o \longrightarrow \quad P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(90^o) = 0$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2}\sin(90^o) = \frac{V_m I_m}{2} \longrightarrow$$

Q positivo → indutores têm potência reativa positiva.

$$p(t) = P + P\cos 2\omega t - Q\sin 2\omega t \quad = \underbrace{-\frac{V_m I_m}{2}\sin 2\omega t}_{\text{Parte "oscilatória"}} \longrightarrow$$

Senóide com o dobro de frequência e amplitude -Q.

Potência média = 0

Parte "oscilatória"

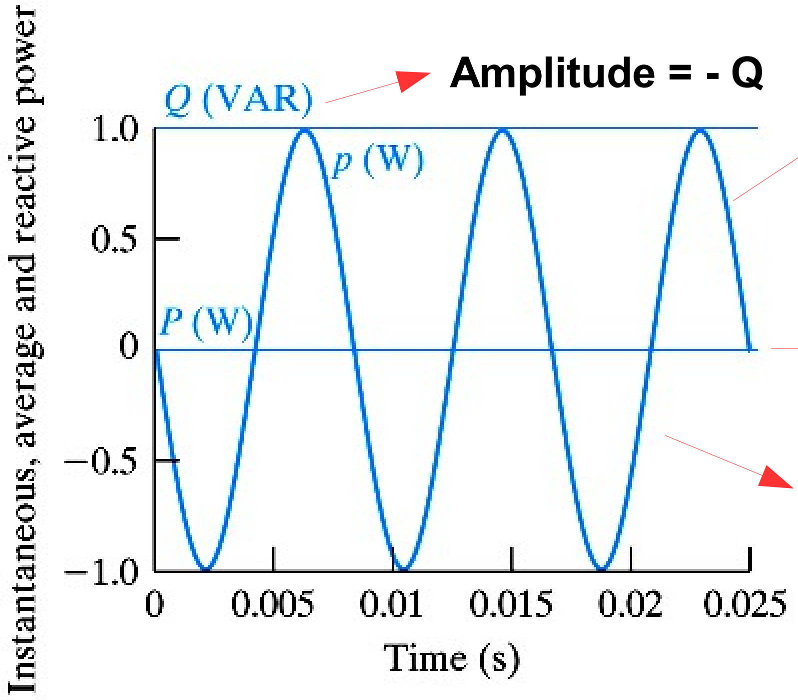
Nenhuma energia é transformada em trabalho!

A potência é positiva em metade do ciclo e negativa na outra metade

Há uma troca permanente de energia entre o indutor e a fonte, sem produzir trabalho!

Potência em circuitos puramente indutivos

$$p_L(t) = -\frac{V_m I_m}{2}\sin 2\omega t = -Q\sin 2\omega t$$



Amplitude = - Q

Potência instantânea > 0 → energia sendo armazenada no campo magnético.

Potência média = 0.

Potência instantânea < 0 → energia sendo devolvida à fonte.

Potência em circuitos puramente capacitivos

- **Circuitos capacitivos → tensão *atrasada* 90º em relação à corrente:**

$$\theta_v - \theta_i = -90^o \longrightarrow P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(-90^o) = 0$$

$$Q = \frac{V_m I_m}{2}\sin(-90^o) = -\frac{V_m I_m}{2} \longrightarrow$$

Q negativo → capacitores têm potência reativa negativa.

$$p(t) = P + P\cos 2\omega t - Q\sin 2\omega t = \underbrace{+\frac{V_m I_m}{2}\sin 2\omega t}_{\text{Parte "oscilatória"}} \longrightarrow$$

Senóide com o dobro de frequência e amplitude Q.

Potência média = 0

Parte "oscilatória"

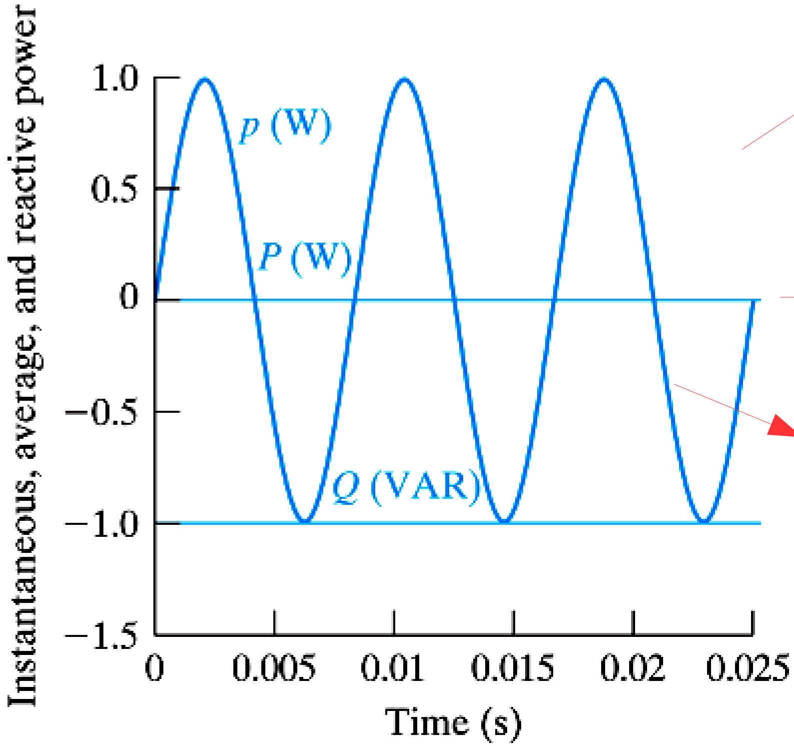
A potência é positiva em metade do ciclo e negativa na outra metade

Nenhuma energia é transformada em trabalho!

Há uma troca permanente de energia entre o capacitor e a fonte, sem produzir trabalho!

Potência em circuitos puramente capacitivos

$$p_C(t) = +\frac{V_m I_m}{2}\sin 2\omega t = Q \sin 2\omega t$$

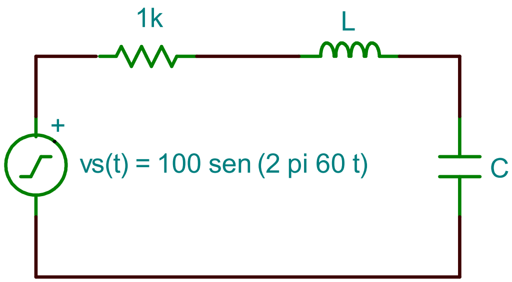


Potência instantânea > 0 → energia sendo armazenada no campo elétrico.

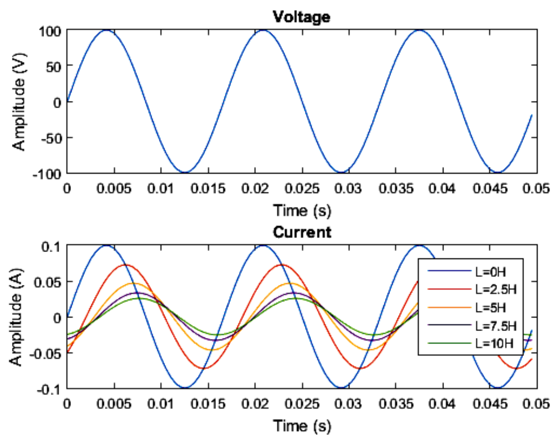
Potência média = 0.

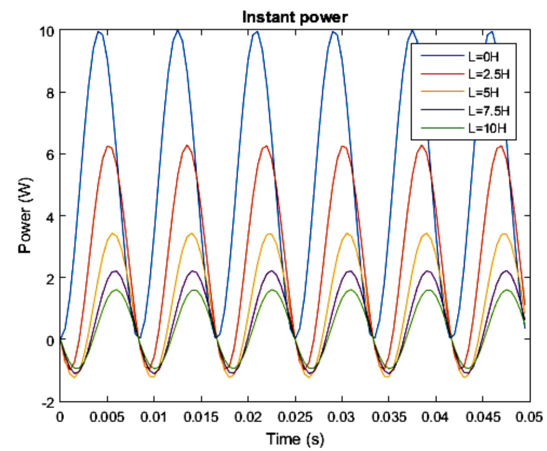
Potência instantânea < 0 → energia sendo devolvida à fonte.

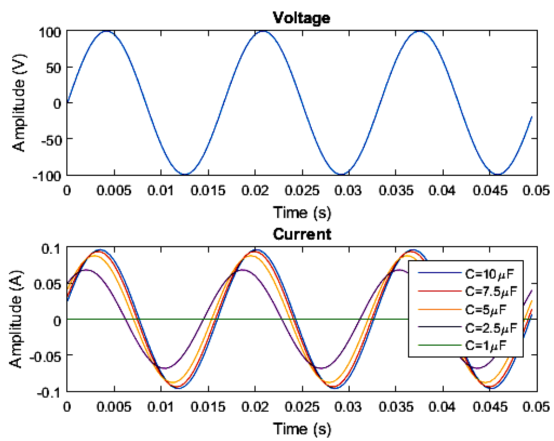
Exemplo: Variação da potência em circuitos indutivos ou capacitivos

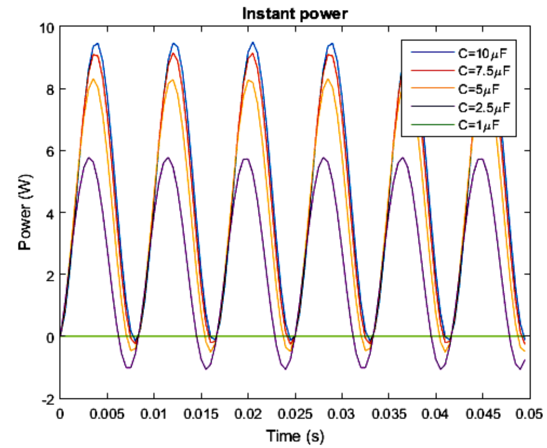


$$Z_T = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$









O fator de potência

- **A relação entre a potência ativa e a reativa depende diretamente do *ângulo* entre a tensão e a corrente.**

$$p(t) = P + P\cos 2\omega t - Q\sin 2\omega t\,,\quad P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i)\,,\quad Q = \frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v - \theta_i)$$

$\boxed{\theta_v - \theta_i}$ ⟶ **Ângulo do fator de potência.**

Como: $P \propto \cos(\theta_v - \theta_i)$ ⟶ $\boxed{\cos(\theta_v - \theta_i)}$ ⟶ **Fator de potência → FP.**

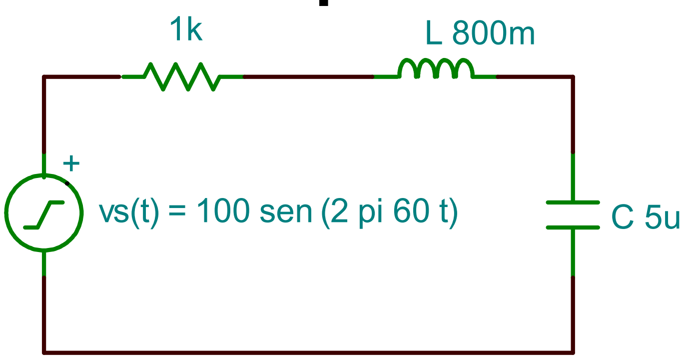
$Q \propto \sin(\theta_v - \theta_i)$ ⟶ $\boxed{\sin(\theta_v - \theta_i)}$ ⟶ **Fator reativo → FR.**

Se: $\theta_v > \theta_i$ ⟶ **Corrente *atrasada* em relação à tensão.** ⟶ **Circuito mais *indutivo.*** ⟶ **FP *atrasado*.**

$\theta_v < \theta_i$ ⟶ **Corrente *adiantada* em relação à tensão.** ⟶ **Circuito mais *capacitivo.*** ⟶ **FP *adiantado*.**

Exemplos

- **Fator de potência em um circuito RLC genérico.**



$$\vec{V} = 100\,e^{j0^o}$$

$$Z_L = j\,377 \cdot 0{,}8 = j\,301{,}6\,\Omega$$

$$Z_C = \frac{-j}{377 \cdot 5\mu F} = -j\,530{,}5\,\Omega$$

$$Z_T = 1000 - j\,228{,}9\,\Omega$$

$$\vec{I} = \frac{100\,e^{j0^o}}{1000 - j\,228{,}9} = 97{,}5\,e^{12{,}89^o}\,mA$$

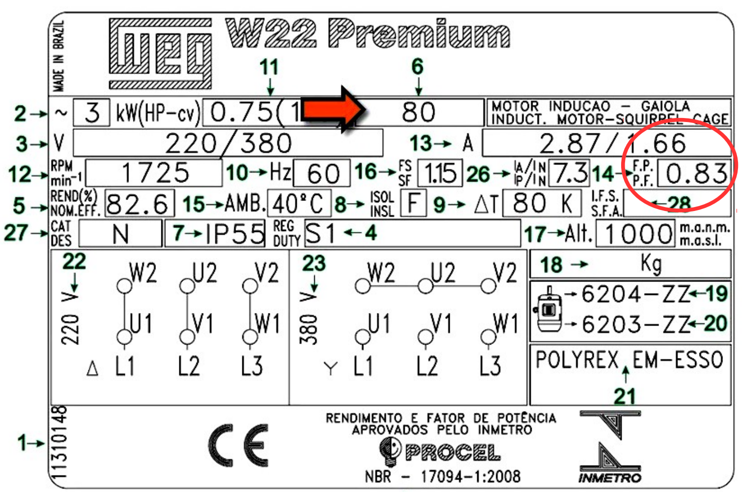
$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) = 4{,}75\,W$$

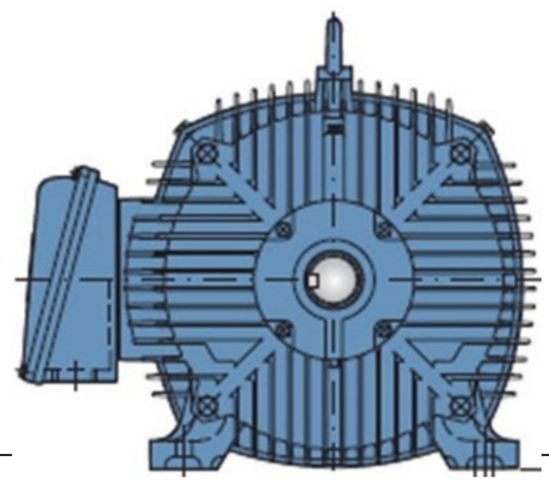
$$Q = \frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v - \theta_i) = 1{,}09\,VAR$$

$$FP = \cos(\theta_v - \theta_i) = 0{,}97\ adiantado$$

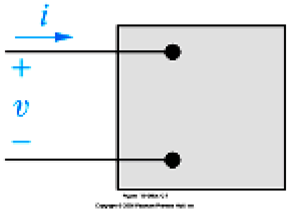
$$FR = \sin(\theta_v - \theta_i) = 0{,}22$$

- **Fator de potência em equipamentos reais.**





Exemplo 10.1



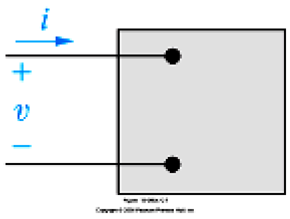
$$v(t) = 100\cos(\omega t + 15^o)\,V$$

$$i(t) = 4\sin(\omega t - 15^o)\,A$$

Determine:

- **A potência média (ativa).**
- **A potência reativa.**
- **O circuito está absorvendo ou fornecendo energia ativa?**
- **O fator de potência.**
- **O fator reativo.**

Exemplo 10.1



$$v(t)=100\cos(\omega t+15^o)\,V$$

$$i(t)=4\sin(\omega t-15^o)\,A \longrightarrow i(t)=4\cos(\omega t-105^o)\,A=-4\cos(\omega t+75^o)\,A$$

O sentido da corrente está INVERTIDO na figura!

$$P=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)=\frac{100\cdot 4}{2}\cos[15^o-(-105^o)]=-100\,W \longrightarrow$$

P < 0 → fornecendo energia ativa.

$$Q=\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v-\theta_i)=\frac{100\cdot 4}{2}\sin[15^o-(-105^o)]=173{,}21\,VAR \longrightarrow$$

Q > 0 → absorvendo energia reativa.

Considerando o sentido correto para a corrente:

$$i(t)=4\cos(\omega t+75^o)\,A \longrightarrow \theta_v-\theta_i=15^o-75^o=-60^o \longrightarrow$$

Corrente adiantada em relação à tensão.

$$FP=\cos(-60^o)=0{,}5 \longrightarrow$$

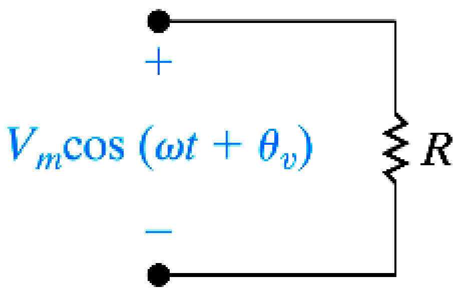
FP = 0,5 adiantado.

$$FR=\sin(-60^o)\approx -0{,}87 \longrightarrow$$

FR = -0,87.

Cálculos de potência utilizando valores eficazes

Considere uma fonte de tensão senoidal ligada a um resistor:

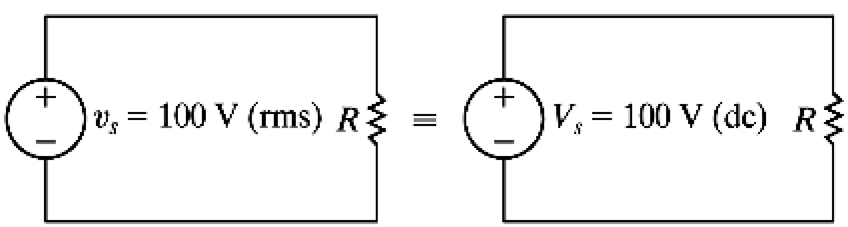


$$P=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)\,dt=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(t)\cdot i(t)\,dt=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{v^2(t)}{R}\,dt$$

$$=\frac{1}{R}\left[\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t)\,dt\right]=\frac{1}{R}V_{RMS}^2 \longrightarrow \boxed{P=\frac{V_{RMS}^2}{R}}$$

Se a corrente também for senoidal: $\boxed{P=R\cdot I_{RMS}^2}$

Uma fonte de tensão senoidal com valor eficaz V_{RMS} fornece a mesma energia que uma fonte CC com V_{CC} = V_{RMS}.



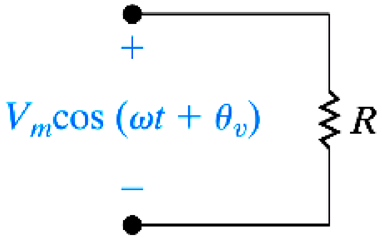
Cálculos de potência utilizando valores eficazes

Generalizando para circuitos com indutores e/ou capacitores:

$$P=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)=\frac{V_m}{\sqrt{2}}\cdot\frac{I_m}{\sqrt{2}}\cos(\theta_v-\theta_i) \longrightarrow \boxed{P=V_{RMS}\cdot I_{RMS}\cos(\theta_v-\theta_i)}$$

$$Q=\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v-\theta_i)=\frac{V_m}{\sqrt{2}}\cdot\frac{I_m}{\sqrt{2}}\sin(\theta_v-\theta_i) \longrightarrow \boxed{Q=V_{RMS}\cdot I_{RMS}\sin(\theta_v-\theta_i)}$$

Exemplo 10.3



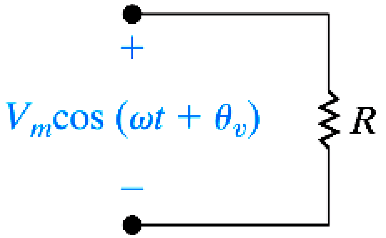
$v(t) = 625\cos(\omega t) V$

$R = 50\,\Omega$

Determine:

- **A potência média (ativa) utilizando a análise "tradicional".**
- **A potência média utilizando valores eficazes.**

Exemplo 10.3



$$v(t) = 625\cos(\omega t)\,V$$

$$R = 50\,\Omega$$

$$\longrightarrow \quad i(t) = \frac{625}{50}\cos(\omega t)\,A = 12{,}5\cos(\omega t)\,A$$

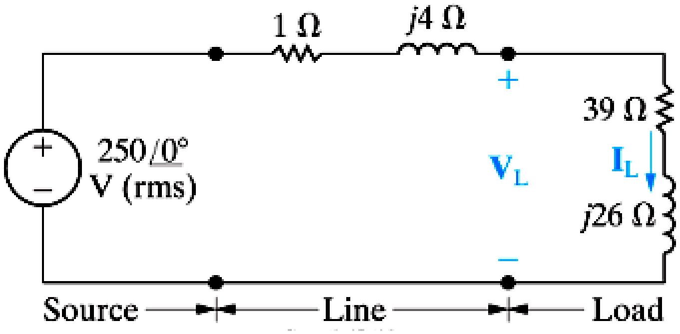
$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{625 \cdot 12{,}5}{2}\cos 0 \boxed{= 3906{,}25\,W}$$

$$v(t) = 625\cos(\omega t)\,V \longrightarrow V_{RMS} = \frac{625}{\sqrt{2}} = 441{,}94\,V$$

$$\downarrow$$

$$P = \frac{V_{RMS}^2}{R} = \frac{441{,}94^2}{50} \boxed{= 3906{,}25\,W}$$

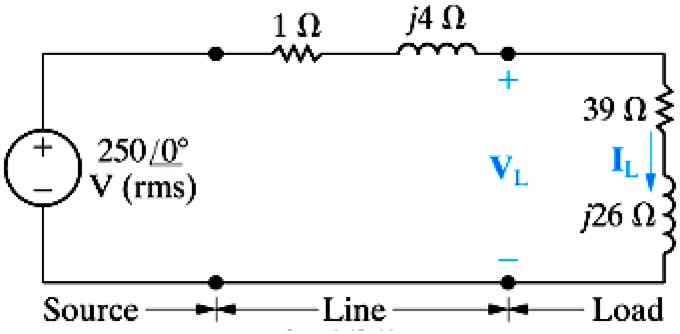
Exemplo 10.5



Determine:

- A corrente e tensão na carga, VL e IL.
- Potência média e reativa entregues à carga.
- Potência média e reativa consumidas na linha.
- Potência média e reativa entregues pela fonte.

Exemplo 10.5



$$V_{RMS}=250\,e^{j0^o}$$

$$Z_T=(1+j4)+(39+j26)=40+j30\,\Omega$$

$$I_{RMS}=\frac{250\,e^{j0^o}}{40+j30}=5\,e^{-36,87^o}\,A$$

$$V_{L(RMS)}=I_{RMS}\cdot Z_L=5\,e^{-36,87^o}\cdot(39+j26)=234,36\,e^{-3,18^o}\,V$$

$$P_L=V_{L(RMS)}\cdot I_{RMS}\cos(\theta_v-\theta_i)=234,36\cdot5\cos(-3,18^o-(-36,87^o))\boxed{\approx975\,W}$$

$$Q_L=V_{L(RMS)}\cdot I_{RMS}\sin(\theta_v-\theta_i)=234,36\cdot5\sin(-3,18^o-(-36,87^o))\boxed{\approx650\,VAR}$$

$$V_{Linha(RMS)}=I_{RMS}\cdot Z_{Linha}=5\,e^{-36,87^o}\cdot(1+j4)=20,61\,e^{39,09^o}\,V$$

$$P_{Linha}=V_{Linha(RMS)}\cdot I_{RMS}\cos(\theta_v-\theta_i)=20,61\cdot5\cos(39,09^o-(-36,87^o))\boxed{\approx25\,W}$$

$$Q_{Linha}=V_{Linha(RMS)}\cdot I_{RMS}\sin(\theta_v-\theta_i)=20,6,\cdot5\sin(39,09^o-(-36,87^o))\boxed{\approx100\,VAR}$$

$$P_{Fonte}=V_{Fonte}\cdot I_{RMS}\cos(\theta_v-\theta_i)=250\cdot5\cos(0^o-(-36,87^o))\boxed{\approx1000\,W}$$

$$Q_{Fonte}=V_{Fonte}\cdot I_{RMS}\sin(\theta_v-\theta_i)=250\cdot5\sin(0^o-(-36,87^o))\boxed{\approx750\,VAR}$$

Resumo

$$p(t)=v(t)\cdot i(t)=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)+\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)\cos 2\omega t-\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v-\theta_i)\sin 2\omega t$$

$$=P+P\cos 2\omega t-Q\sin 2\omega t$$

Potência ativa $\longrightarrow$ $P=\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v-\theta_i)=V_{RMS}\cdot I_{RMS}\cos(\theta_v-\theta_i)\ \ [W]$

Potência reativa $\longrightarrow$ $Q=\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v-\theta_i)=V_{RMS}\cdot I_{RMS}\sin(\theta_v-\theta_i)\ \ [VAR]$

Circuitos resistivos $\longrightarrow$ $p_R(t)=P+P\cos(2\omega t),\quad P=\frac{V_{RMS}^2}{R}=R\cdot I_{RMS}^2$

Circuitos indutivos $\longrightarrow$ $p_L(t)=-\frac{V_m I_m}{2}\sin 2\omega t=-Q\sin 2\omega t$

Circuitos capacitivos $\longrightarrow$ $p_C(t)=+\frac{V_m I_m}{2}\sin 2\omega t=+Q\sin 2\omega t$

Fator de potência. $\longrightarrow$ $FP=\cos(\theta_v-\theta_i)$

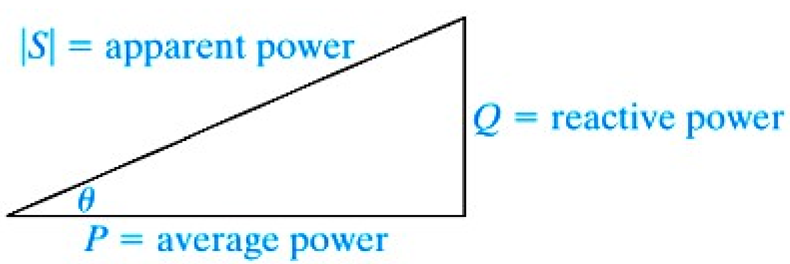
Fator reativo $\longrightarrow$ $FR=\sin(\theta_v-\theta_i)$

Potência complexa e o triângulo de potências

- **Potência complexa → soma complexa das potências ativa e reativa.**

$$\boxed{S = P + jQ \quad [VA]}$$ → **Potência complexa (volt-ampére)**

- **Uma vez que S é complexa:**
  - **Pode ser representada na forma polar ou retangular**
  - **Forma um *triângulo de potências* no plano complexo.**



$$S = P + jQ = |S| e^{j\theta_s}$$

$$P = \Re\{S\}, \quad Q = \Im\{S\}$$

$$\boxed{|S| = \sqrt{P^2 + Q^2}}$$ → **Potência *aparente* [VA]**

$$\boxed{\theta_S = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) = \theta_v - \theta_i}$$ → **Ângulo do FP.**

Outras formas de cálculo de potência

$$S = P + jQ = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_v - \theta_i) + j\frac{V_m I_m}{2}\sin(\theta_v - \theta_i)$$

$$= \frac{V_m I_m}{2}\left[\cos(\theta_v - \theta_i) + j\sin(\theta_v - \theta_i)\right]$$

$$= \frac{V_m I_m}{2} e^{j(\theta_v - \theta_i)} \longrightarrow \boxed{|S| = \frac{V_m I_m}{2}, \quad \theta_S = \theta_v - \theta_i}$$

$$= V_{RMS} I_{RMS} e^{j(\theta_v - \theta_i)} \longrightarrow \boxed{|S| = V_{RMS} I_{RMS}, \quad \theta_S = \theta_v - \theta_i}$$

$$= V_{RMS} I_{RMS} e^{j\theta_v} e^{-j\theta_i}$$

$$= V_{RMS} e^{j\theta_v} I_{RMS} e^{-j\theta_i} \longrightarrow \boxed{S = \overrightarrow{V_{RMS}}\,\overrightarrow{I_{RMS}}^{*} = \frac{1}{2}\vec{V}\,\vec{I}^{*}}$$

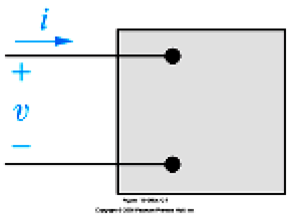
Outras formas de cálculo de potência

$$S=\overrightarrow{V_{RMS}}\,\overrightarrow{I_{RMS}}^{*}=\left\{Z\,\overrightarrow{I_{RMS}}\right\}\overrightarrow{I_{RMS}}^{*} \longrightarrow \boxed{S=Z|I_{RMS}|^{2}}$$

$$\begin{aligned}S&=Z|I_{RMS}|^{2}\\&=(R+jX)|I_{RMS}|^{2}\\&=R|I_{RMS}|^{2}+jX|I_{RMS}|^{2}\\&=P+jQ\end{aligned} \longrightarrow \boxed{\begin{aligned}P&=R|I_{RMS}|^{2}=\frac{1}{2}R\,I_{m}^{2}\\Q&=X|I_{RMS}|^{2}=\frac{1}{2}X\,I_{m}^{2}\end{aligned}}$$

$$S=\overrightarrow{V_{RMS}}\,\overrightarrow{I_{RMS}}^{*}=\overrightarrow{V_{RMS}}\left\{\frac{\overrightarrow{V_{RMS}}}{Z}\right\}^{*} \longrightarrow \boxed{S=\frac{|V_{RMS}|^{2}}{Z^{*}}}$$

Retornando ao exemplo 10.1



$$v(t) = 100\cos(\omega t + 15^o)\,V$$

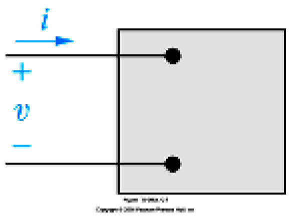
$$i(t) = 4\sin(\omega t - 15^o)\,A \longrightarrow i(t) = 4\cos(\omega t - 105^o)\,A$$

$$\boxed{P = -100\,W \qquad Q = 173{,}21\,VAR}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{V} = 100\,e^{j15^o} \\ \vec{I} = 4\,e^{-j105^o} \end{array}\right\} \quad S = \frac{1}{2}\vec{V}\,\vec{I}^* = \frac{1}{2}\cdot 100\,e^{j15^o}\cdot 4\,e^{j105^o} \longrightarrow S = 200\,e^{j120^o}$$

Mas: $S = P + jQ \longrightarrow P + jQ = 200\,e^{j120^o} = -100 + j\,173{,}21 \longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} P = -100\,W \\ Q = 173{,}21\,VAR \end{array}}$

Exemplo 10.4

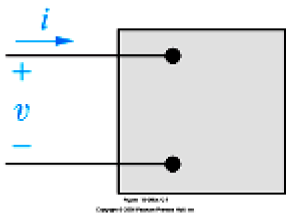


$V_{RMS} = 240\,V\,,\;\; P = 8\,kW\,,\;\; FP = 0{,}8\,atrasado$

Determine:

- **A potência complexa da carga.**
- **A impedância da carga.**

Exemplo 10.4

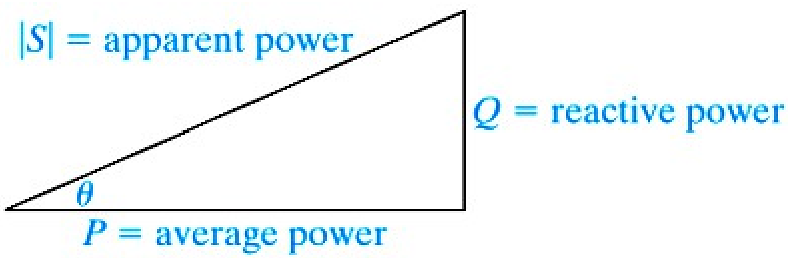


$V_{RMS} = 240\,V\,,\;\; P = 8\,kW\,,\;\; FP = 0{,}8\,atrasado$

$FP = 0{,}8\,atrasado$ ⟶ **Corrente *atrasada* → carga indutiva**

⟶ $\theta_S = (\theta_v - \theta_i)$ **positivo**

Pelo triângulo de potências:



$FP = 0{,}8 \longrightarrow \cos\theta = 0{,}8 \longrightarrow \theta \approx 36{,}87^o$

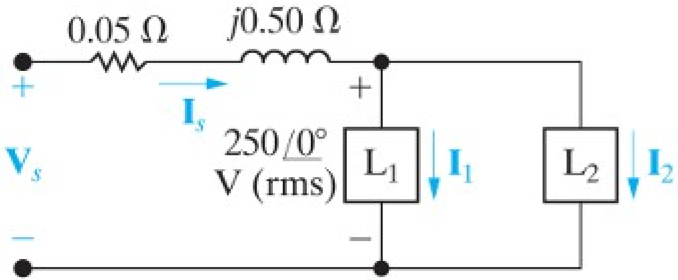
$\tan\theta = \frac{Q}{P} \longrightarrow Q = P\tan\theta \longrightarrow Q = 6000\,VAR$

$S = P + jQ \longrightarrow \boxed{S = 8000 + j\,6000\,VA}$

Para calcular a impedância:

$$\begin{aligned} &V_{RMS} = 240\,V \\ &P = 8\,kW \\ &\cos\theta = 0{,}8 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} &P = V_{RMS}\cdot I_{RMS}\cos(\theta_v - \theta_i) \\ &8000 = 240\cdot I_{RMS}\cdot 0{,}8 \\ &I_{RMS} = 41{,}67\,A \end{aligned} \longrightarrow |Z| = \frac{V_{RMS}}{I_{RMS}} = \frac{240}{41{,}67} = 5{,}76\,\Omega \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} Z = 5{,}76\,e^{j\,36{,}87^o} = \\ (4{,}608 + j\,3{,}456)\,\Omega \end{aligned}}$$

Exemplo 10.6: potência em cargas paralelas



Carga 1 → P = 8 kW, FP = 0,8 adiantado.

Carga 2 → S = 20 kVA, FP = 0,6 atrasado.

Determine:
- **O fator de potência das duas cargas combinadas.**
- **A potência aparente.**
- **A corrente Is.**
- **O valor do capacitor a ser conectado em paralelo para corrigir o FP para unitário (FP = 1), considerando a frequência da fonte f = 60 Hz.**

Exemplo 10.6: potência em cargas paralelas

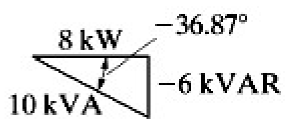
Carga 1 → P = 8 kW, FP = 0,8 adiantado.

$$\cos\theta = 0.8 \;\; adiantado \longrightarrow \theta_v - \theta_i = -36{,}87^o$$

$$|S| = \frac{P}{\cos\theta} = \frac{8000}{0{,}8} \longrightarrow |S| = 10.000\,VA$$

$$Q = P\tan(\theta) = 8000\cdot(-0{,}75) \longrightarrow Q = -6.000\,VAR$$

$$S_1 = P + jQ = (8000 - j6000)\,VA$$



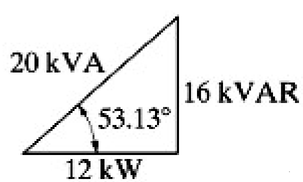
Carga 2 → S = 20 kVA, FP = 0,6 atrasado.

$$\cos\theta = 0.6 \;\; atrasado \longrightarrow \theta_v - \theta_i = 53{,}13^o$$

$$|S| = 20\,kVA \longrightarrow P = 20.000\cos(53{,}13^o) = 12\,kW$$

$$Q = 20.000\sin(53{,}13^o) = 16\,kVAR$$

$$S_2 = P + jQ = (12000 - j16000)\,VA$$

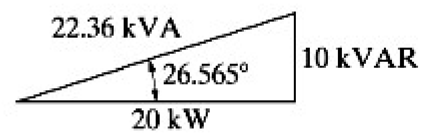


Cargas em paralelo:

$$S = S_1 + S_2$$

$$= (8000 - j6000) + (12000 + j16000)$$

$$= (20000 + j10000)\,VA$$



$$\theta = \arctan\left(\frac{10000}{20000}\right) = 26{,}565^o \longrightarrow$$

$$\boxed{\cos\theta = FP = 0.89\,atrasado}$$

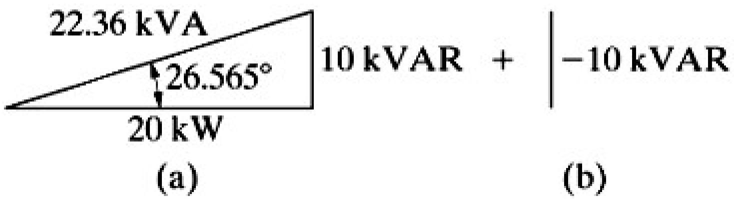
$$\boxed{|S| = \sqrt{20000^2 + 10000^2} = 22{,}36\,kVA}$$

$$|S| = V_{L(RMS)}\cdot I_{S(RMS)} \longrightarrow$$

$$I_{S(RMS)} = \frac{|S|}{V_{L(RMS)}} = \frac{22360}{250} \longrightarrow \boxed{I_{S(RMS)} = 89{,}44\,A}$$

Exemplo 10.6: potência em cargas paralelas

Para corrigir o fator de potência para FP = 1:



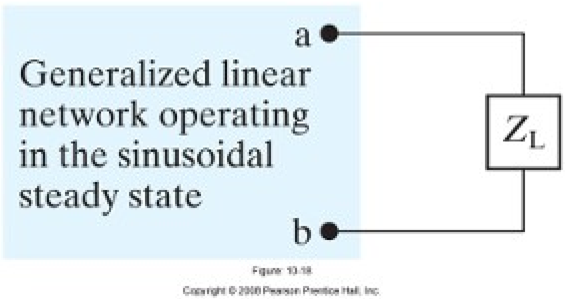
$\longrightarrow$ **Inserir um capacitor em paralelo que corresponda a uma potência reativa de -10kVAR**

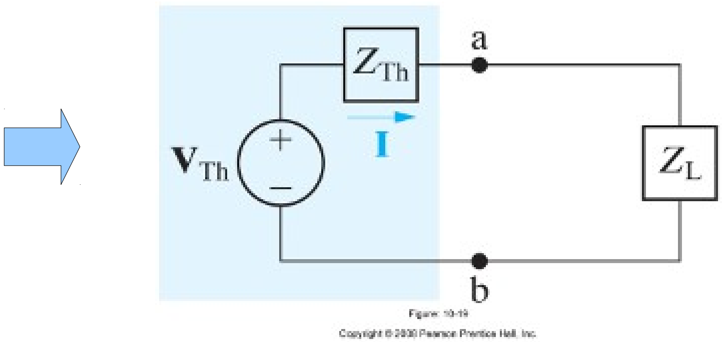
$$Q = V_{RMS} \cdot I_{RMS} \sin(\theta_v - \theta_i) \longrightarrow -10.000 = 250 \cdot I_{RMS} \sin(0^o - 90^o) \longrightarrow I_{RMS} = 40\,A$$

Mas: $I_{RMS} = \dfrac{V_{RMS}}{Z_C} \longrightarrow Z_C = \dfrac{V_{RMS}}{I_{RMS}} = \dfrac{250\,e^{j0^o}}{40\,e^{j90^o}} \longrightarrow Z_C = 6{,}25\,e^{-j90^o} = -j\,6{,}25\,\Omega$

$$\frac{-j}{\omega C} = -j6{,}25\,\Omega \longrightarrow \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot C} = 6{,}25 \longrightarrow \boxed{C \approx 424\,\mu F}$$

Máxima transferência de potência





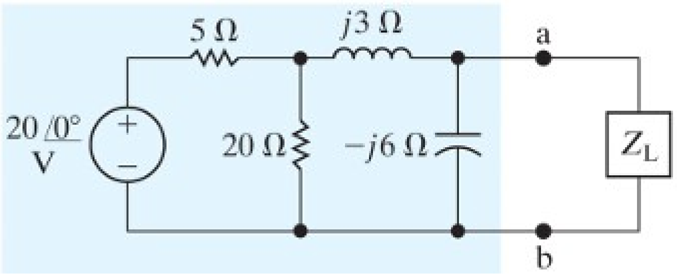
Para que haja máxima transferência de potência ATIVA:

$$Z_L = Z_{TH}^* \longrightarrow R_L + jX_L = (R_{TH} + jX_{TH})^* \longrightarrow \begin{cases} R_L = R_{TH} & \longrightarrow \text{Resistências iguais} \\ X_L = -X_{TH} & \longrightarrow \text{Reatâncias se anulam} \end{cases}$$

Neste caso, a máxima potência ATIVA transferida será:

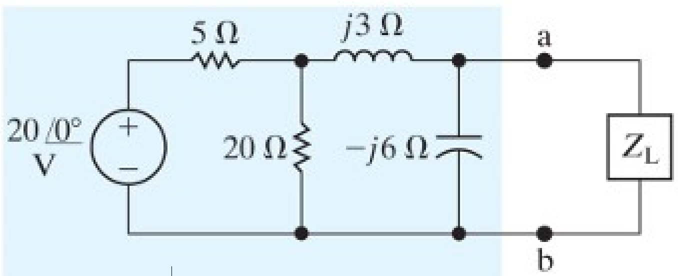
$$P_{max} = \frac{1}{4}\frac{|V_{TH(RMS)}|^2}{R_L} = \frac{1}{8}\frac{V_{TH(pico)}^2}{R_L}$$

Exemplo 10.8



Determine:
- **A impedância ZL para MTP.**
- **A máxima potência transmitida.**

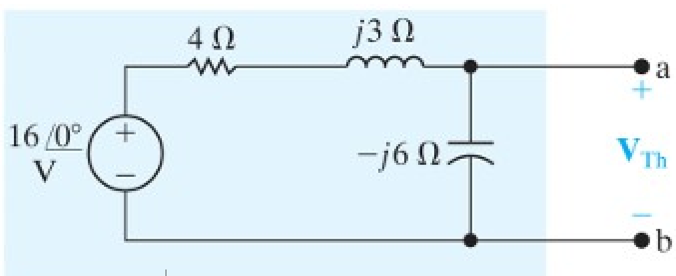
Exemplo 10.8



Calculando Thévenin:

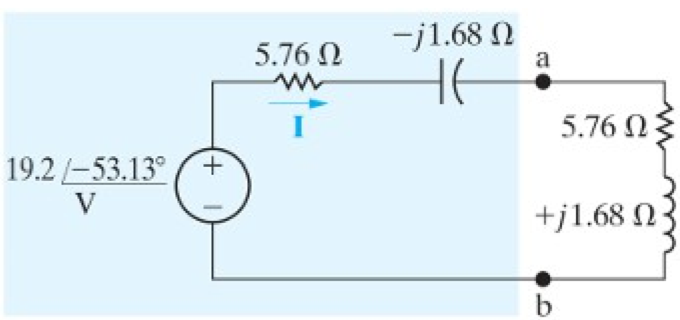
$$Z_{th} = [(5 \| 20) + j\,3] \| (-j\,6) = (5{,}76 - j\,1{,}68)\,\Omega$$

Transformações de fontes



$$V_{th} = \frac{16}{4 + j\,3 - j6} \cdot (-j\,6) = 19{,}2\,e^{-53{,}13^{\circ}}\,V$$

Circuito equivalente



Para MTP:

$$Z_L = Z_{th}^{*} = (5{,}76 + j\,1{,}68)\,\Omega$$

$$I_{RMS} = \frac{19{,}2/\sqrt{2}}{2 \cdot 5{,}76} = 1{,}1785\,A \qquad P = R_{th} \cdot I_{RMS}^{2} = 8\,W$$