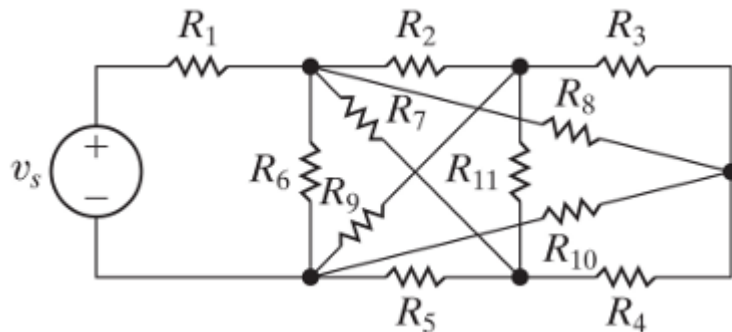
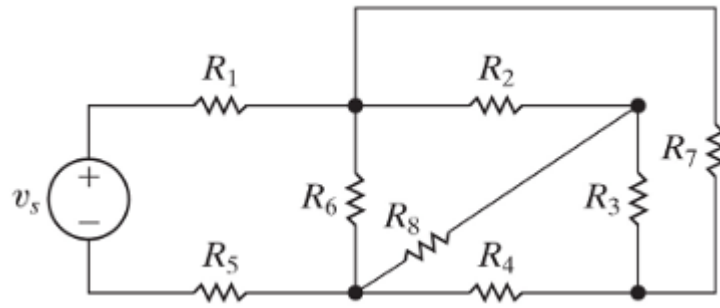
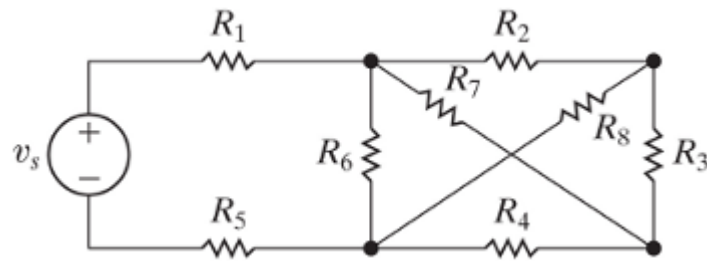

Técnicas de análise de circuitos elétricos

Introdução

- **Técnicas de análise básicas → circuito simples:**
 - Leis de Ohm e de Kirchhoff.
 - Associações série e paralelo.
 - Divisão de tensão e de corrente.
 - Transformações $\Delta \rightarrow Y$.
- **Circuitos mais complexos → difícil aplicação.**
- **Neste capítulo → técnicas mais avançadas (sistemáticas):**
 - Tensões de nós e correntes de malhas.
 - Transformações de fontes.
 - Circuitos equivalente de Thévenin e Norton.
 - Superposição.

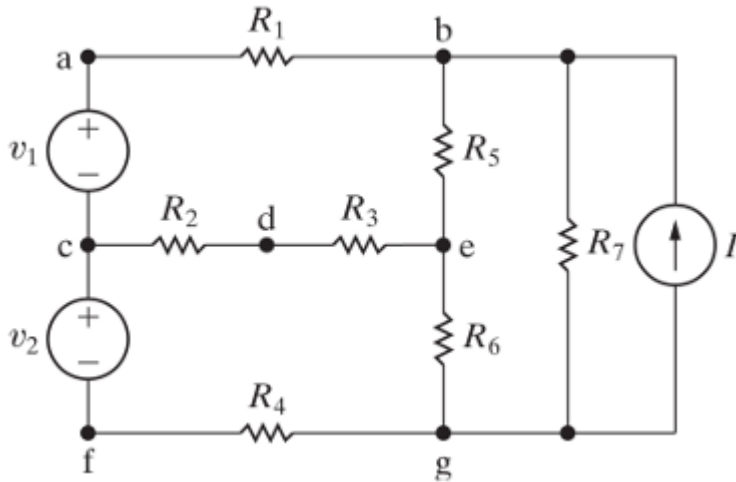
Terminologia

- Circuitos planares e não planares:



**Correntes de malha
→ NÃO APLICÁVEL.**

Terminologia



Nós essenciais → Conectam 3 ou mais elementos.

Ex.: b, c, e, g.

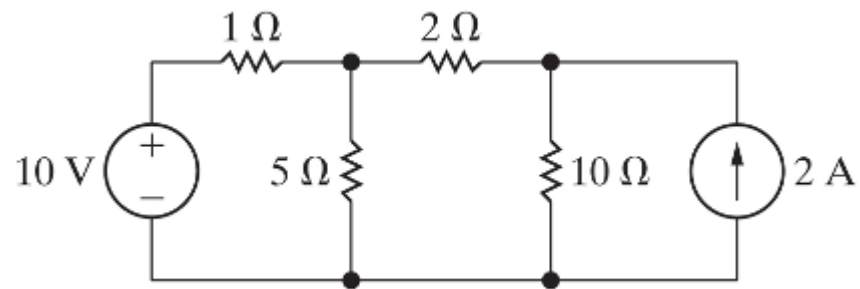
Malhas → Laços que não englobam nenhum outro laço.

Ex.: abcedca, begb.

Método das tensões de nós

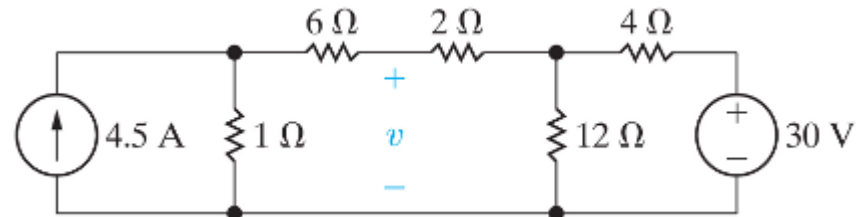
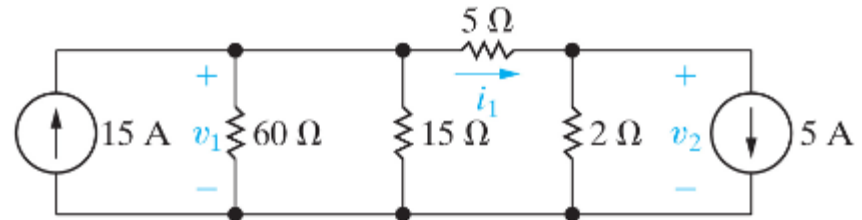
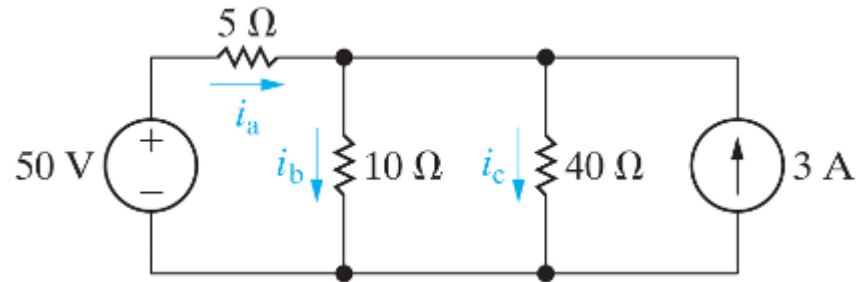
- Identifique somente os nós *essenciais*.
- Selecione um dos nós essenciais como *nó de referência*.
- Defina as *tensões de nós* → tensões entre os nós essenciais e o nó de referência.
- Aplique a lei das correntes de Kirchhoff a cada nó essencial.
- Represente cada corrente em função da tensão de nó correspondente → *sistema linearmente independente*.
- Resolva o sistema → encontra-se as tensões de nós.
- Encontre as correntes em cada elemento.

Exemplo



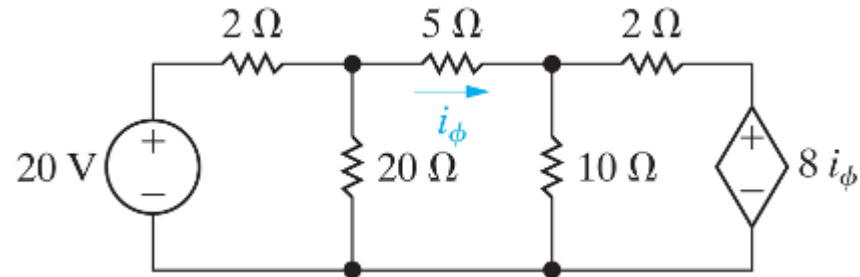
Exemplos

- **Determine:**
 - i_a , i_b e i_c .
 - Potências em todos os elementos.
- **Determine:**
 - v_1 , v_2 e i_1 .
- **Determine v .**

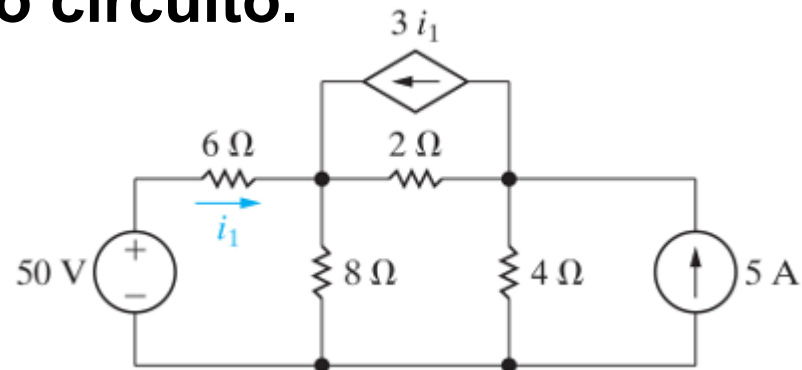


Análise com fontes dependentes

- Determine as tensões de nó e a corrente sobre o resistor de $5\ \Omega$.

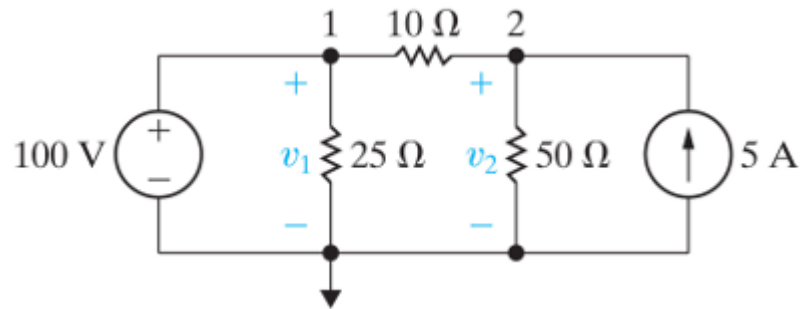


- Determine as potências fornecidas ou consumidas por cada fonte no circuito.

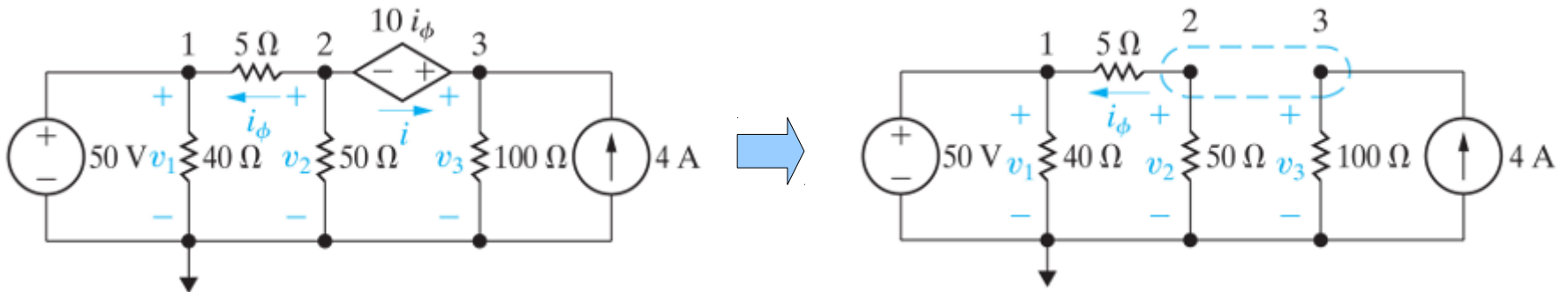


Casos especiais

- Fontes de tensão entre nós essenciais e de referência.



- Fontes de tensão *entre* nós essenciais → “supernós”.



Exemplos

- Determine v_o .

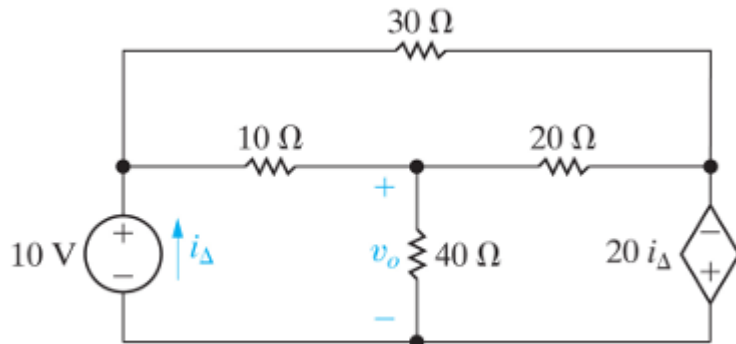


Figure: 04-17-03

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

- Determine v_1 .

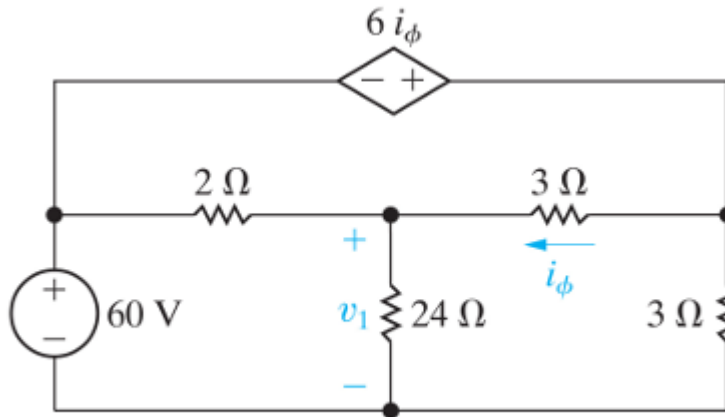


Figure: 04-17-02AO1-4.6

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

- Determine v .

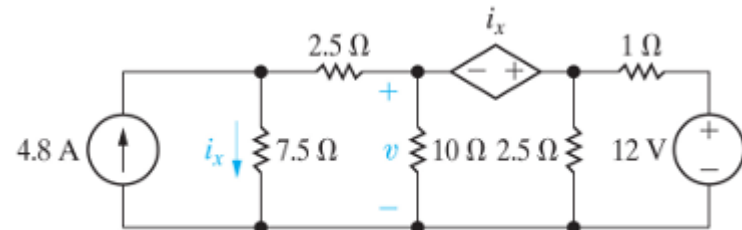
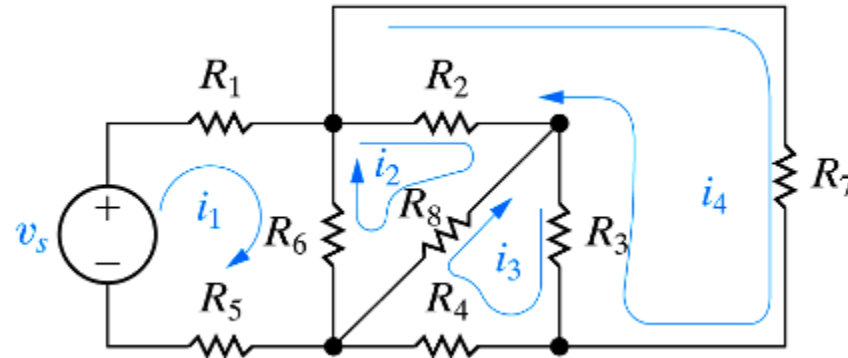


Figure: 04-17-01AO1-4.5

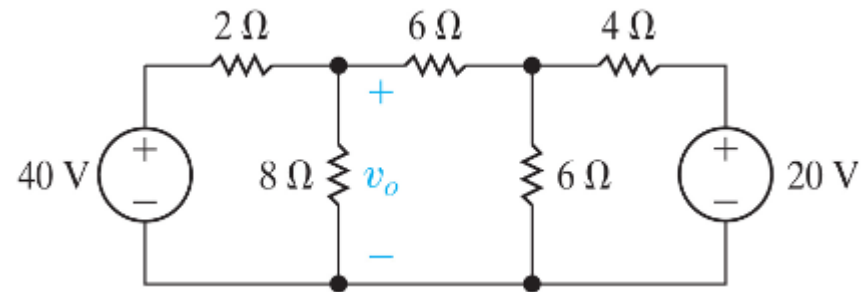
Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Método das correntes de malhas



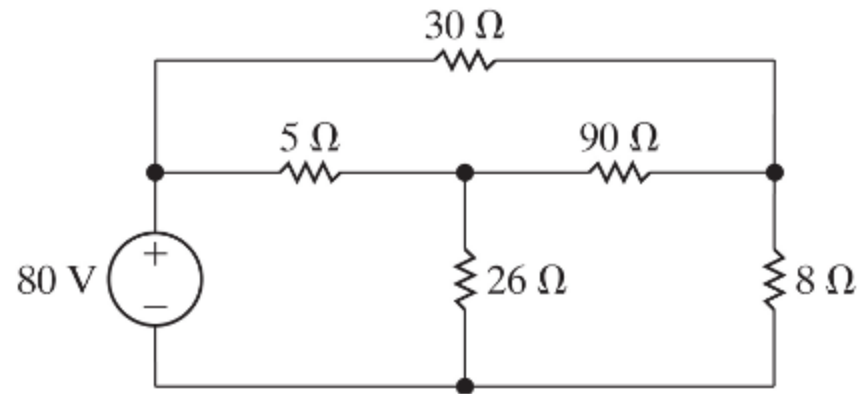
- Identifique as malhas do circuito.
- Defina *arbitrariamente* um sentido para percorrer cada malha.
- Aplique a lei das tensões de Kirchhoff a cada malha.
- Represente cada tensão em função do somatório das correntes de malha correspondentes → *sistema linearmente independente*.
- Resolva o sistema → encontra-se as correntes de malha.
- Encontre as correntes verdadeiras e as tensões em cada elemento.

Exemplo



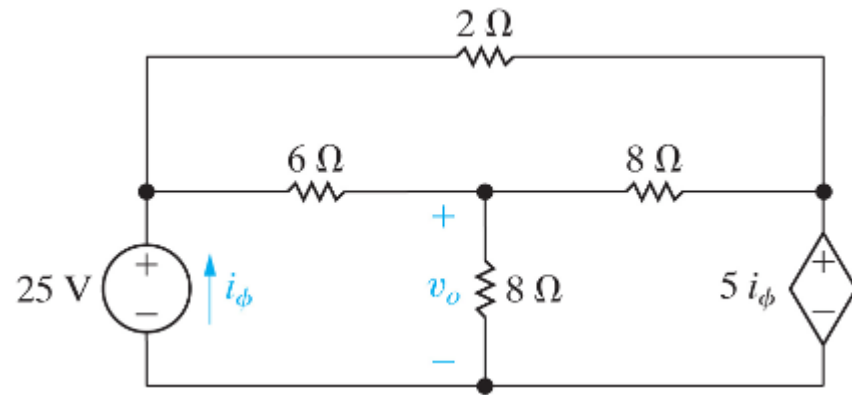
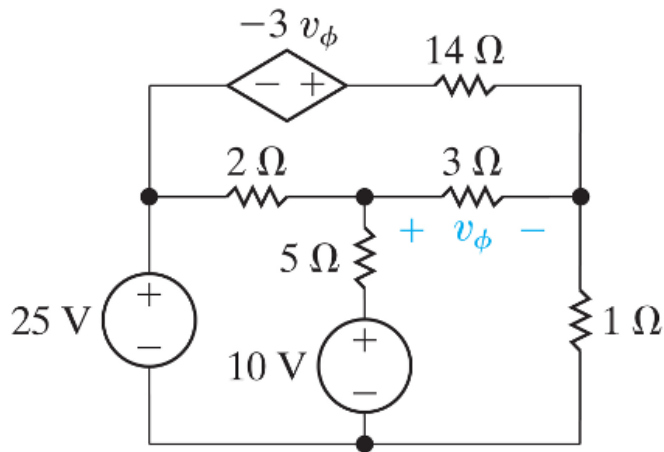
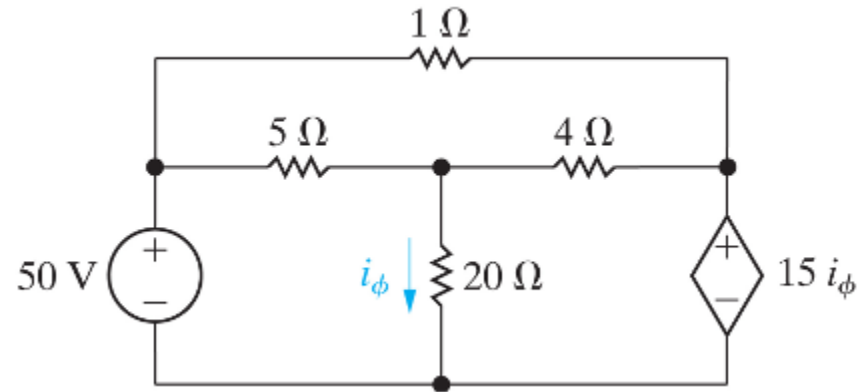
Exemplo

- **Determine, usando correntes de malha:**
 - Tensões e correntes em cada elemento.
 - Potência fornecida pela fonte.



Análise com fontes dependentes

- Determine tensões e correntes em cada elemento.



Casos especiais

- Malhas com fontes de corrente exclusivas.

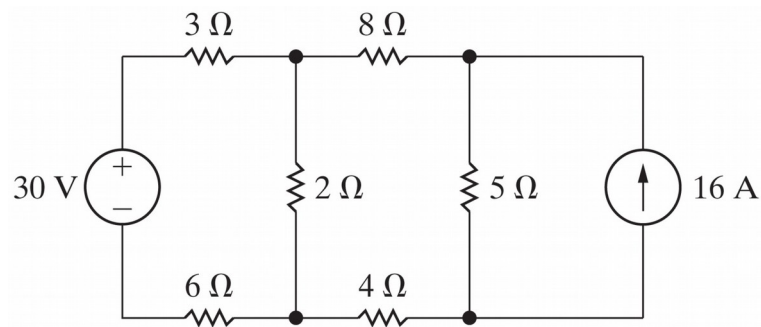
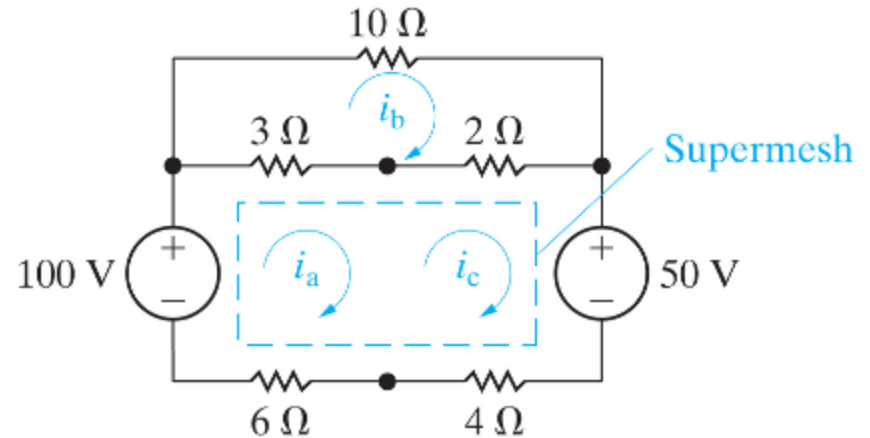
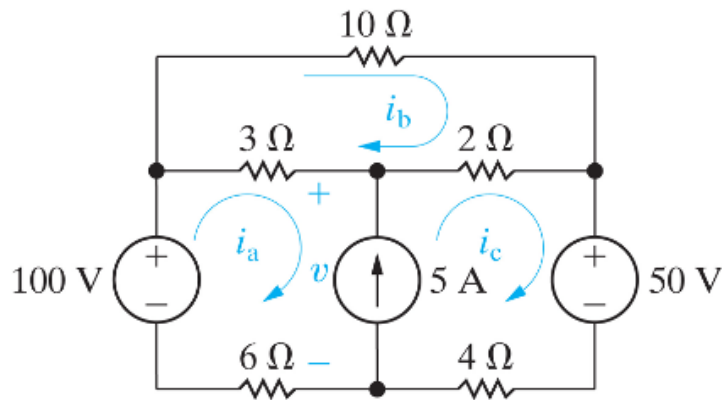


Figure: 04-28-01AO2-4.10

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Casos especiais

- Malhas com fontes de corrente compartilhadas → SUPERMALHAS.



Exemplos

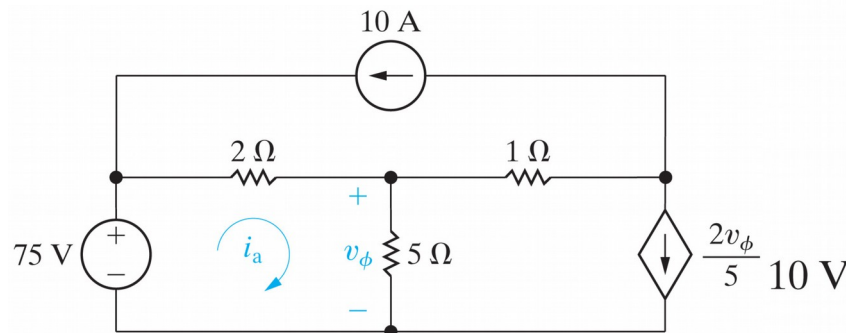


Figure: 04-28-02AO2-4.11

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

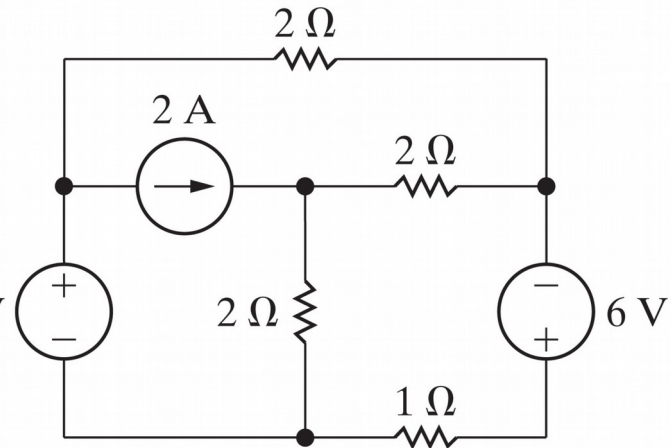


Figure: 04-28-03AO2-4.12

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Tensões de nós x correntes de malhas: qual é melhor?

- Qual método gera menos equações?
- Existem supernós ou supermalhas?
- É possível resolver somente parte do circuito?
- Exemplos...

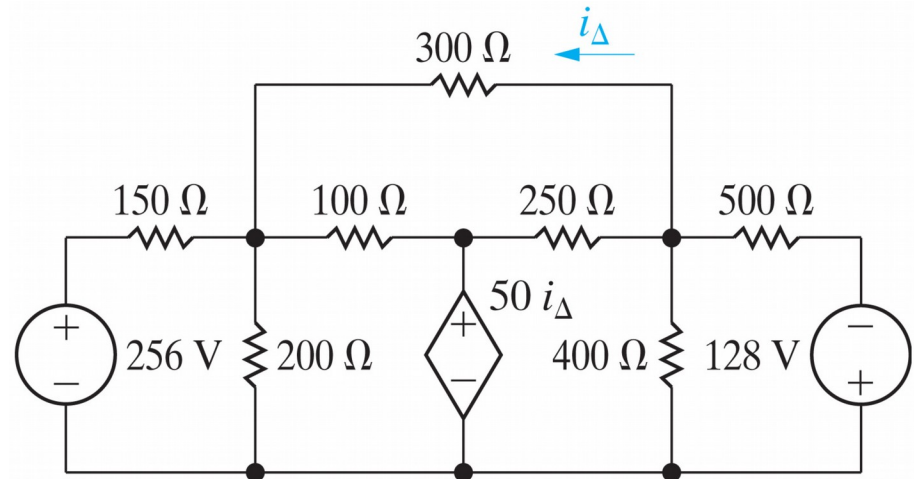


Figure: 04-29Ex4.6

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

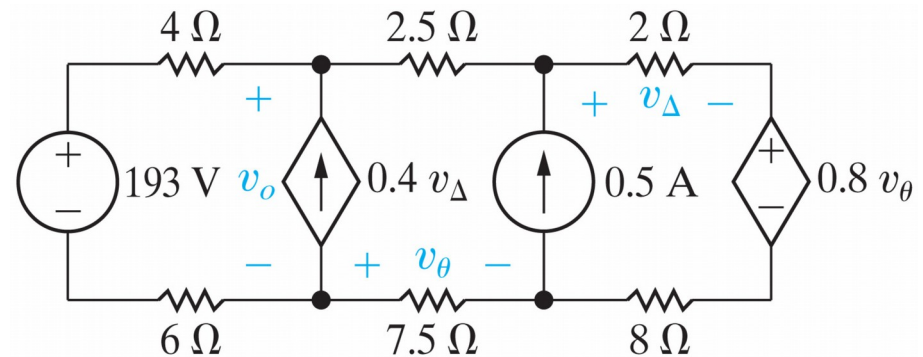
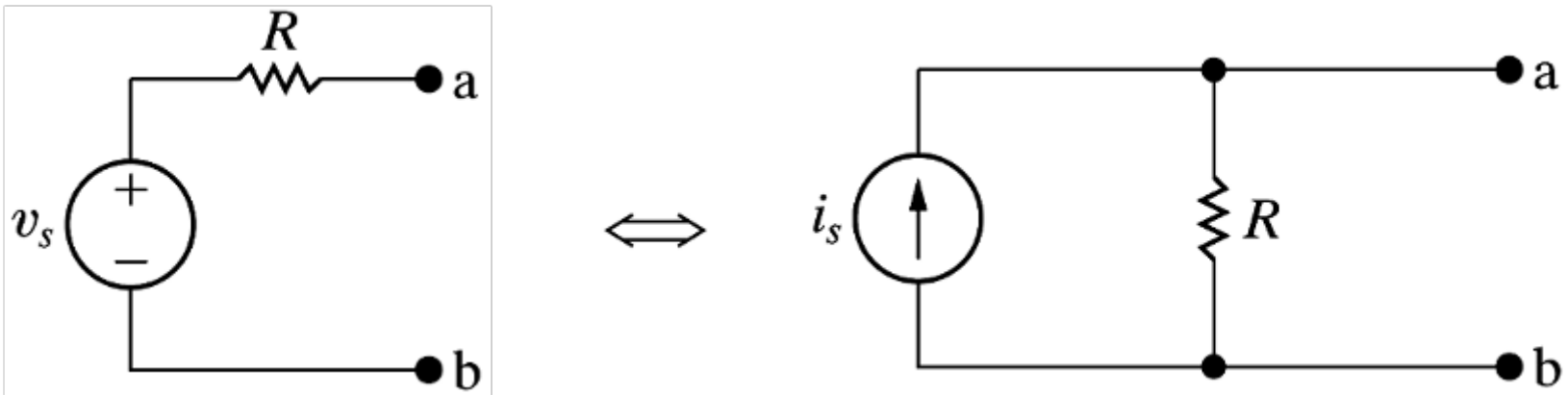


Figure: 04-33Ex4.7

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

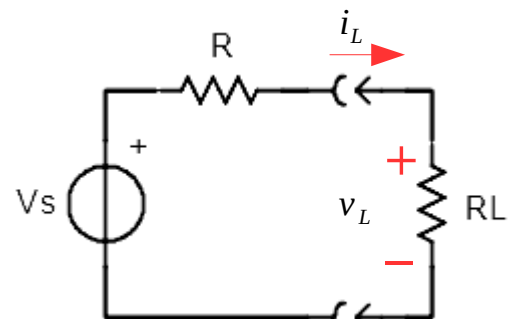
Transformações de fontes

- **Transformações de fontes:**
 - Conversão de fontes de tensão em fontes de corrente e vice-versa.
 - Permitem reduzir o circuito gradativamente → similar a associações de resistores.

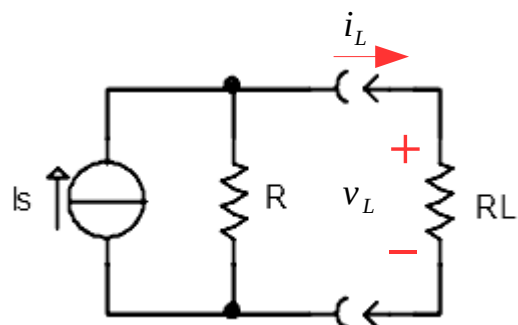


Transformações de fontes

- Os dois circuitos serão similares se qualquer elemento conectado aos terminais estiver sujeito à mesma tensão e corrente.



$$i_L = \frac{V_s}{R + R_L}$$



$$i_L = \frac{I_s}{R + R_L} \cdot R$$

$$\frac{V_s}{R + R_L} = \frac{I_s}{R + R_L} \cdot R$$

$$V_s = I_s \cdot R$$

$$I_s = \frac{V_s}{R}$$

Exemplo

- Utilize a transformação de fontes para calcular a potência na fonte de 6V.

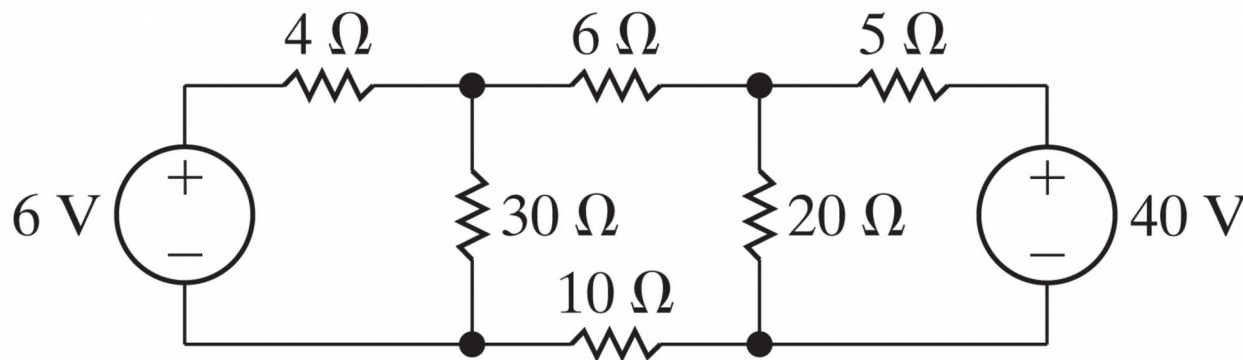
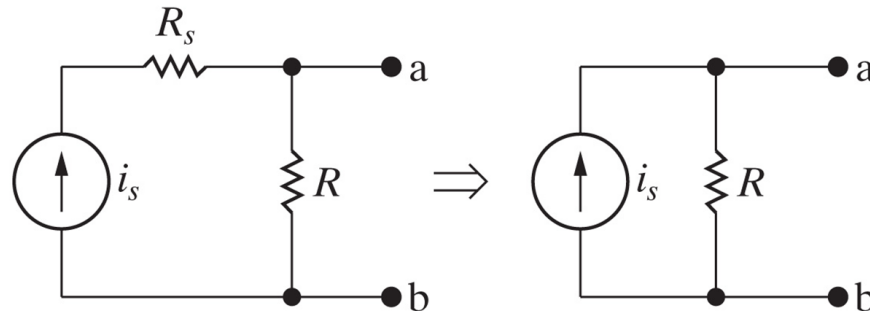
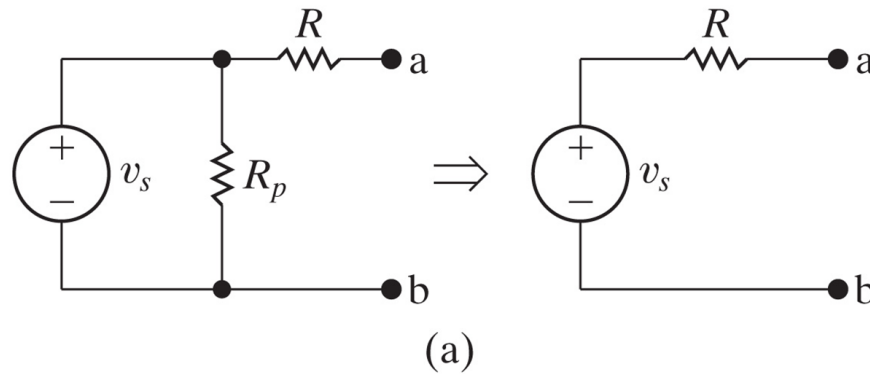


Figure: 04-37Ex4.8

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Casos particulares

- Resistores em paralelo a fontes de tensão.
- Resistores em série com fontes de corrente.



Exemplo

- Use transformações de fontes para calcular a tensão v_o no circuito abaixo.

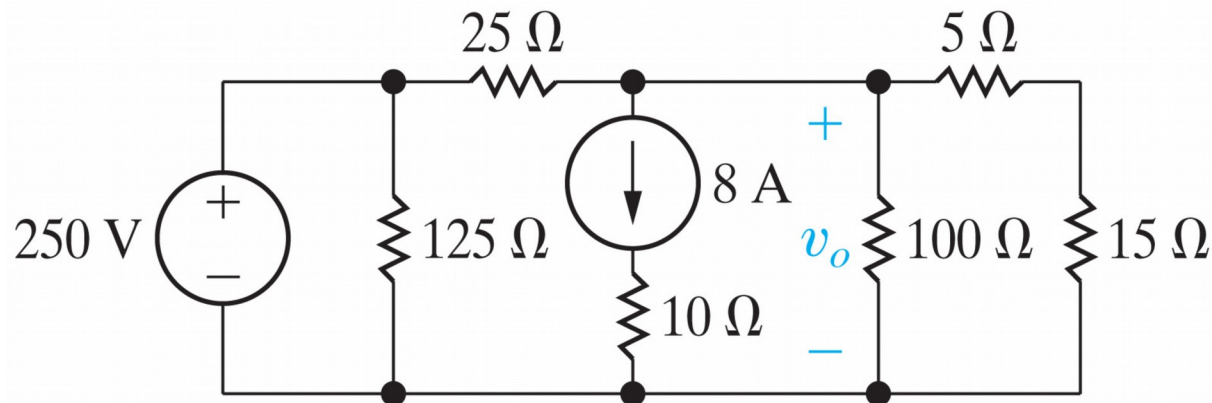
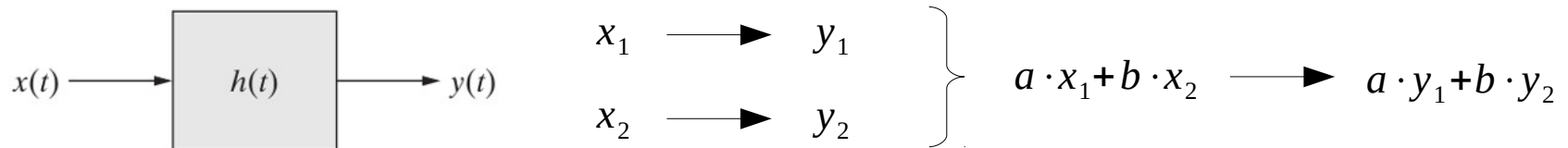


Figure: 04-40Ex4.9

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Superposição

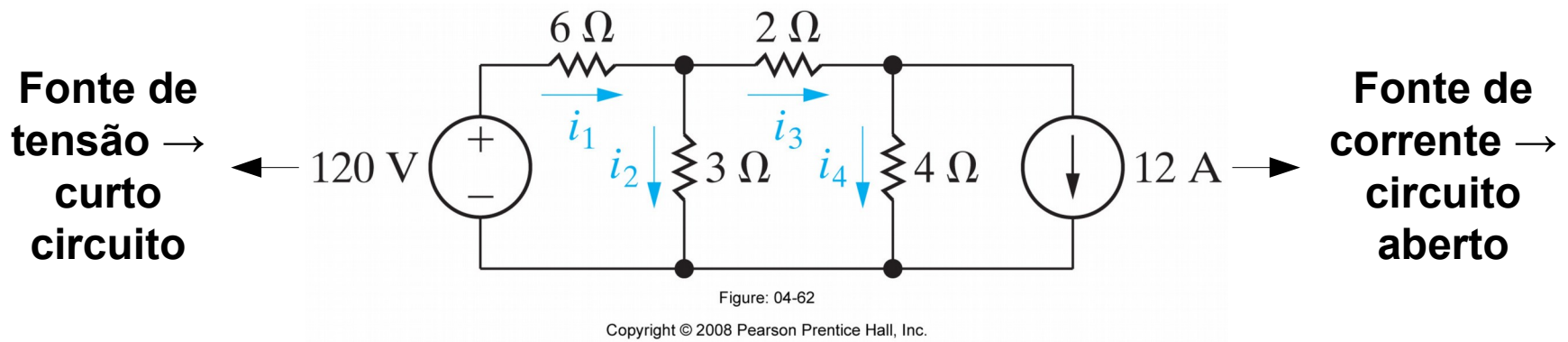
- **Sistemas lineares e invariantes no tempo → princípio da superposição.**



- **Circuitos com 2 ou mais fontes → pode-se aplicar superposição.**
 - Pode ser aplicado a qualquer circuito composto por elementos lineares.
 - Particularmente útil para analisar respostas a estímulos diferentes aplicados simultaneamente (ex.: fontes CC + senoidais + rampa + ...).

Exemplo

- Utilize a análise por superposição para calcular as correntes nos resistores do circuito abaixo.



Casos particulares

- Superposição em circuitos com fontes dependentes → *nunca eliminá-las.*
- Exemplo: use superposição para determinar a tensão v_o no circuito abaixo.

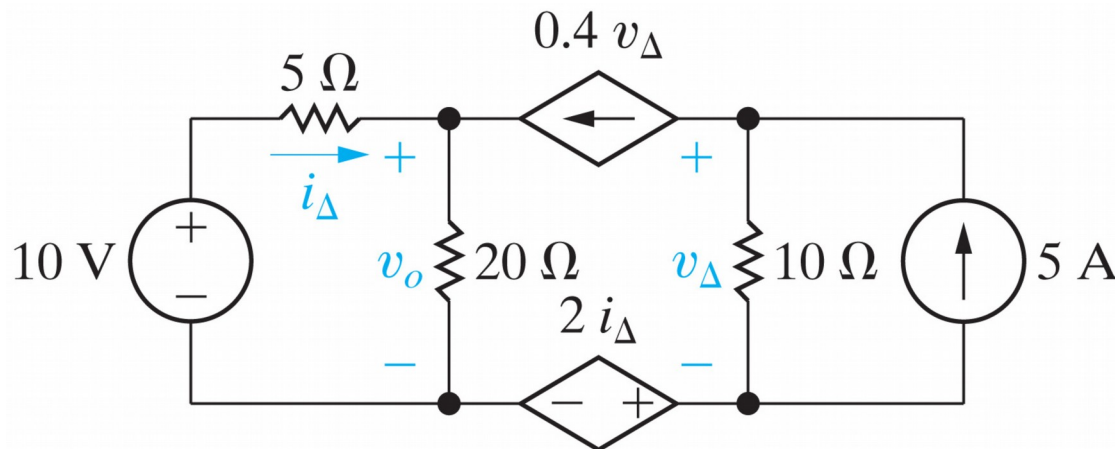
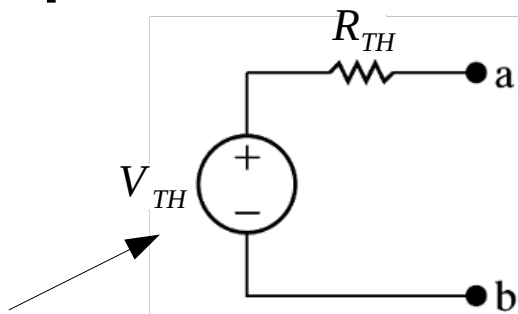
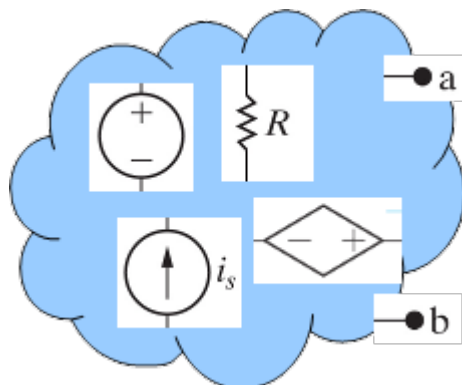


Figure: 04-66Ex4.13

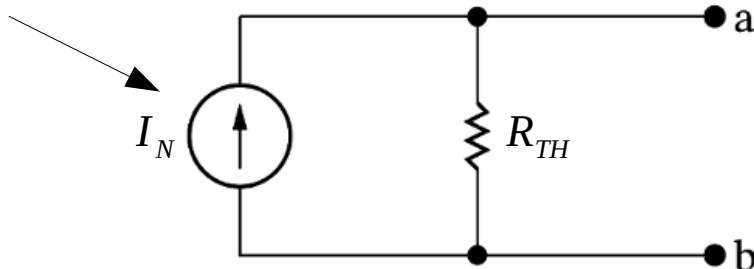
Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Circuitos equivalentes de Thévenin e Norton

- Equivalentes de Thévenin e Norton → permitem modelar circuitos complexos a partir de qualquer par de terminais.
- Aplicável a qualquer circuito linear.



V_{TH} → Tensão de Thévenin ou de circuito aberto



I_N → Corrente de Norton ou de curto circuito

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} \rightarrow$$

Resistência de Thévenin

Exemplo

- Determine o equivalente de Thévenin nos terminais *a* e *b* do circuito abaixo.
- Mostre que os dois circuitos são equivalentes do ponto de vista do comportamento externo.

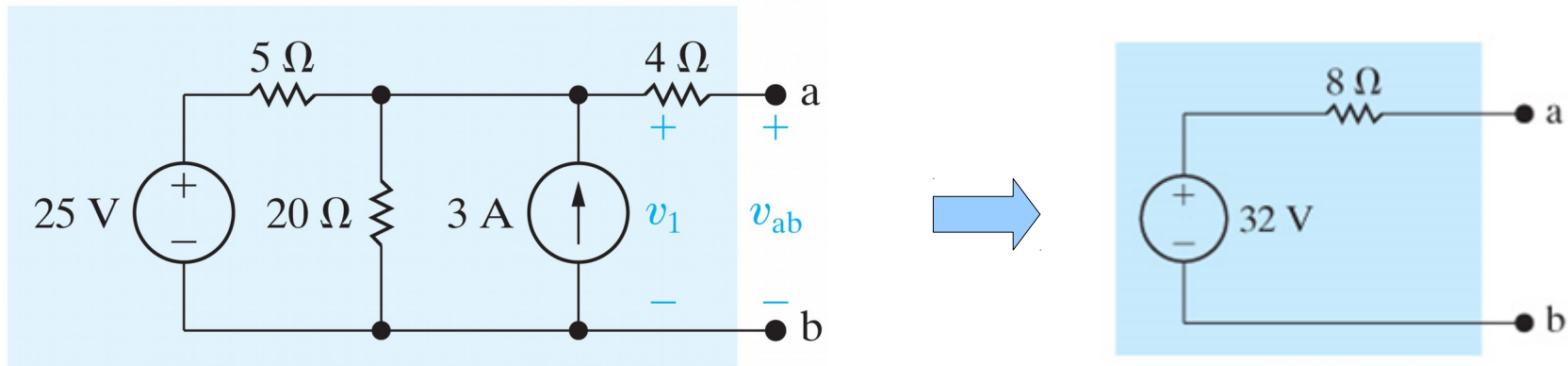


Figure: 04-45

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Exemplo

- Determine o equivalente de Norton do circuito do exemplo anterior:

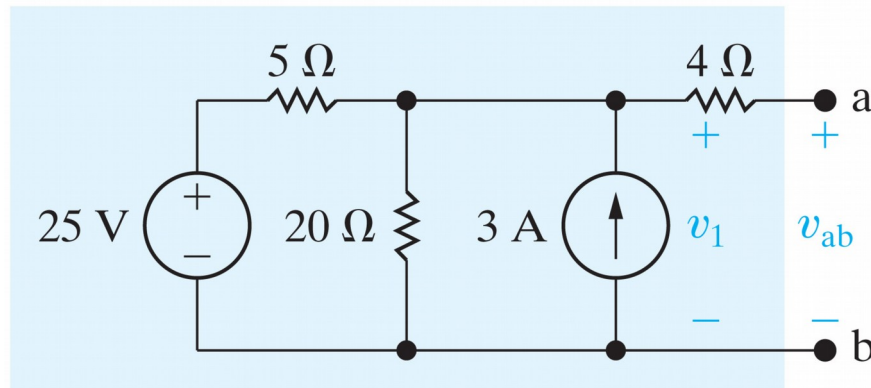
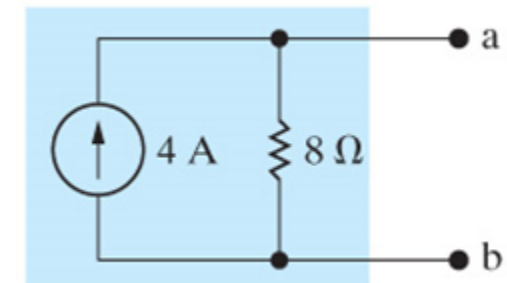
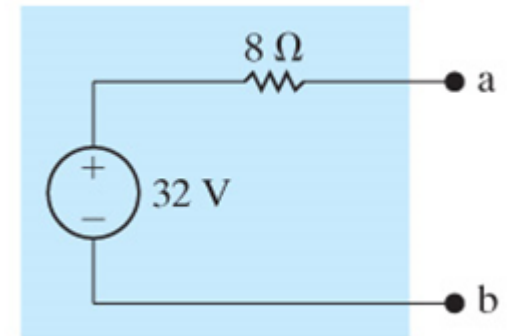
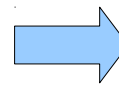


Figure: 04-45

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.



Por
transformação
de fonte.

Casos particulares

- Equivalentes de Thévenin e Norton para circuitos com fontes dependentes:

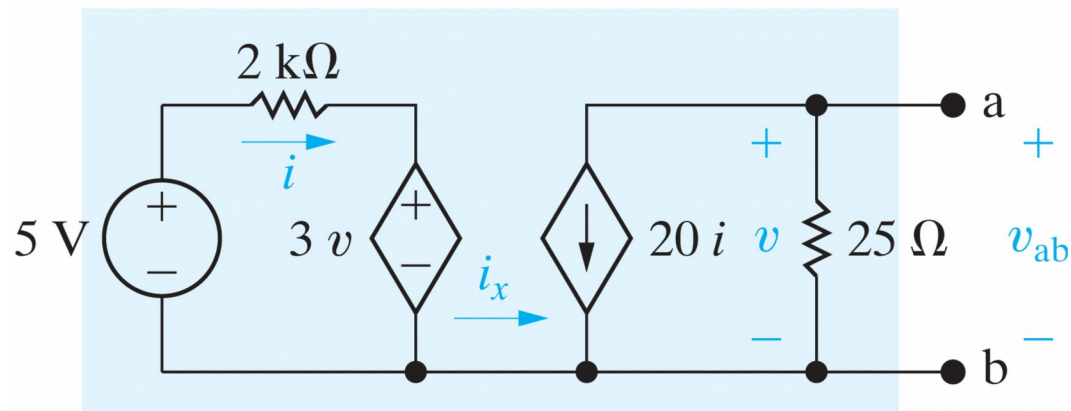


Figure: 04-49Ex4.10

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Exemplos

- Determine o equivalente de Thévenin.

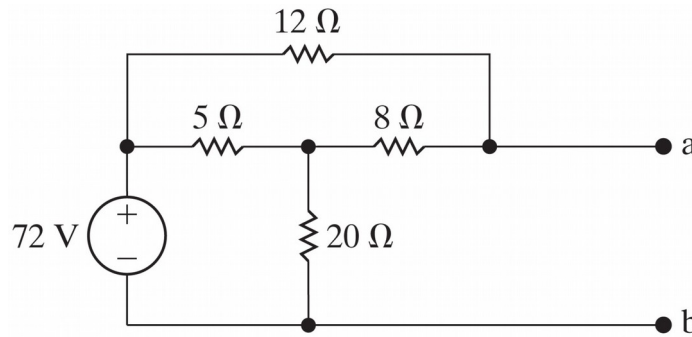


Figure: 04-51-01AO5-4.16

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

- Determine o equivalente de Norton.

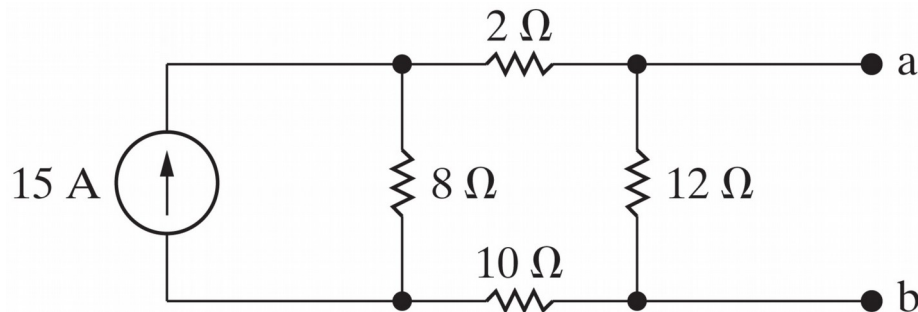


Figure: 04-51-02AO5-4.17

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Outros métodos para determinar Rth

- Se o circuito só tiver fontes independentes:
 - Curto-circuitar as fontes de tensão.
 - Abrir as fontes de corrente.
 - Rth será a resistência equivalente a partir dos terminais.
- Exemplo:

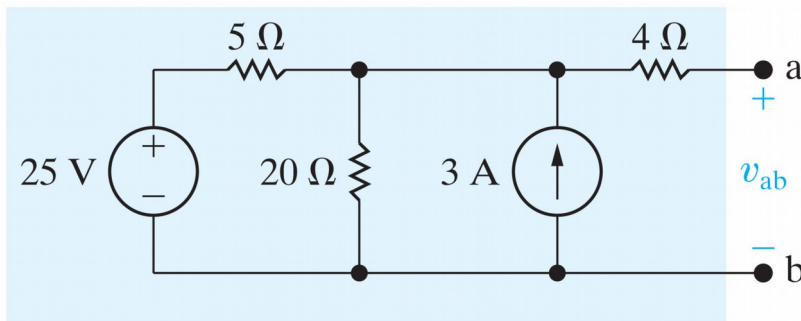


Figure: 04-52

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

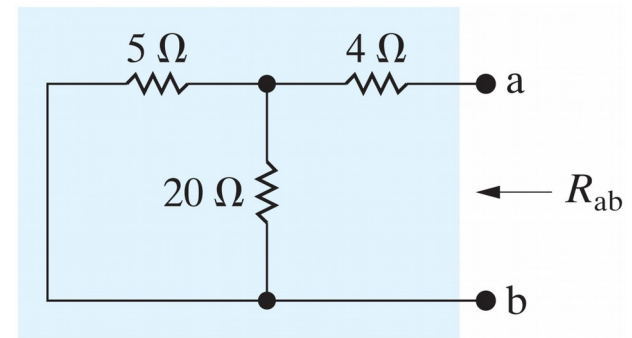


Figure: 04-53

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.



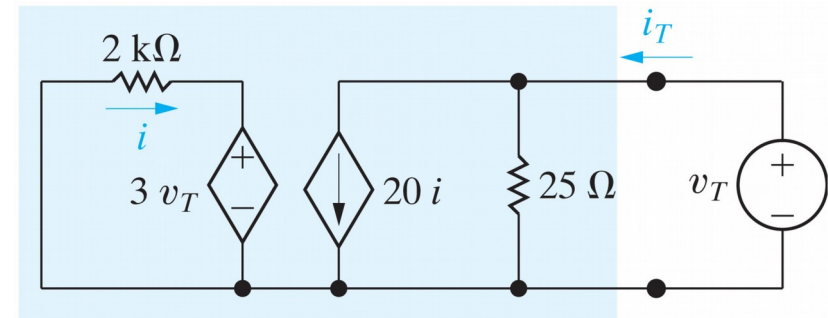
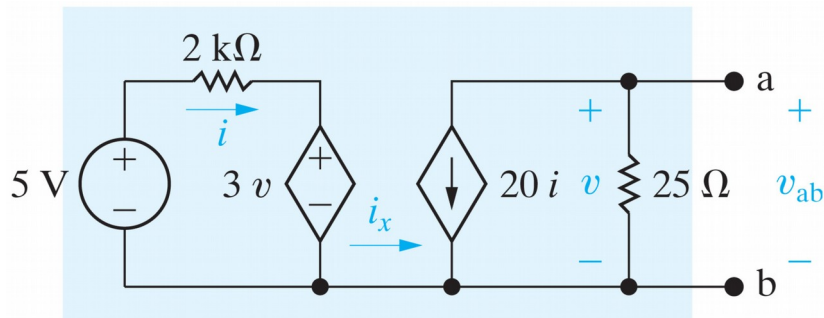
$$R_{TH} = 4 + 5 \parallel 20 = 8 \Omega$$

Outros métodos para determinar R_{th}

- Se o circuito tiver fontes dependentes:
 - Curto-circuitar as fontes de tensão *independentes*.
 - Abrir as fontes de corrente *independentes*.
 - “Aplique” uma fonte auxiliar aos terminais a e b .
 - Calcule a corrente na fonte auxiliar $\rightarrow R_{th}$ será a razão entre a tensão e a corrente.

Outros métodos para determinar Rth

- Mesmo exemplo:



$$i_T = \frac{v_T}{25} + 20i$$

$$i = \frac{-3v_T}{2k}$$

$$i_T = \frac{v_T}{25} + 20 \left(\frac{-3v_T}{2k} \right)$$

$$\frac{v_T}{i_T} = R_{TH} = 100\Omega$$

Exemplos

- Determine os circuitos equivalentes de Thévenin:

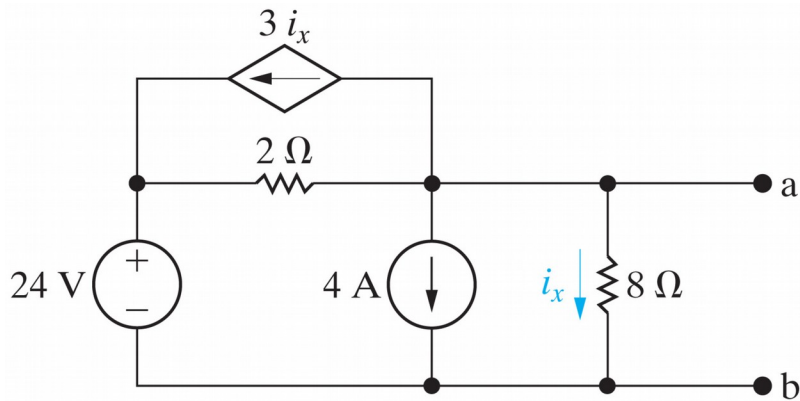


Figure: 04-54-01AO5-4.19
Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

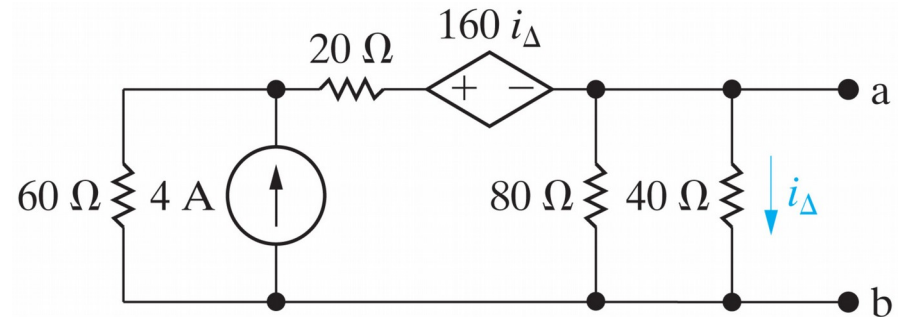


Figure: 04-54-02AO5-4.20
Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Máxima transferência de potência

- **Potência gerada = potência entregue + perdas.**
- **Como a potência é a taxa de variação da energia → quanto maior a potência entregue → maior a *eficiência energética*!**
- **Exemplos:**
 - Em sistemas de energia → busca-se consumir 100% da energia gerada.
 - Em sistemas de comunicação → busca-se entregar a informação com a maior potência possível.
- **Como ajustar um sistema de forma a entregar a maior potência possível?**

Equivalentes de Thévenin e a máxima transferência de potência

- Considere uma rede resistiva complexa conectada a uma carga R_L .

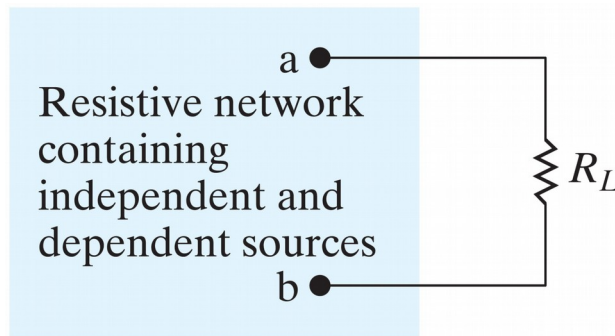


Figure: 04-58

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

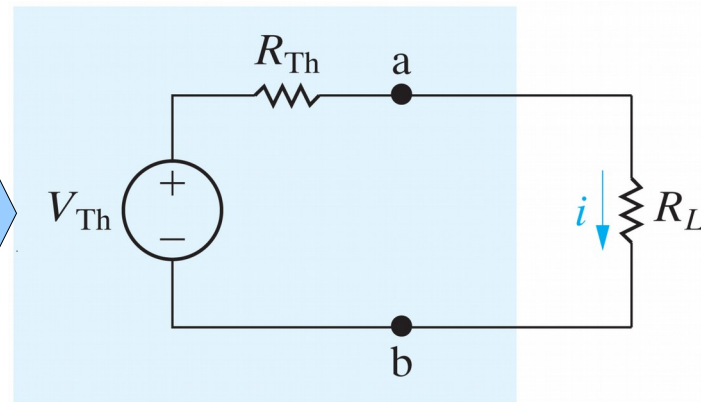
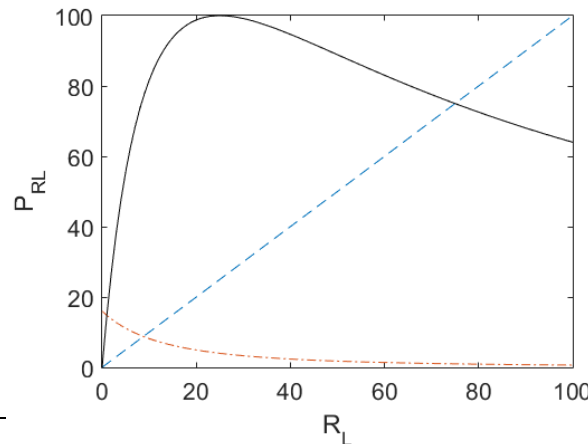


Figure: 04-59

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

$$p_{RL} = R_L \cdot i^2 = R_L \cdot \left(\frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_L} \right)^2$$



Fazendo: $\frac{d p_{RL}}{d R_L} = 0 \Rightarrow R_L = R_{TH}$

A MTP ocorre quando a resistência da carga é igual a R_{th} !

Potência máxima transferível

- Para calcular a máxima potência que pode ser transferida a uma carga R_L .

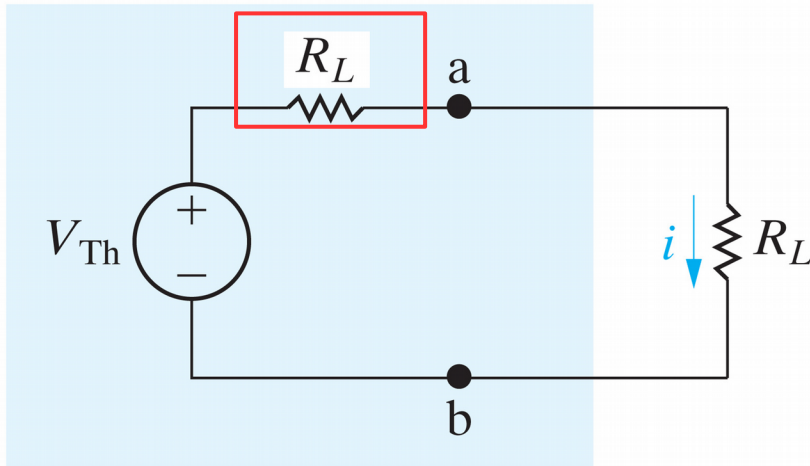


Figure: 04-59

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

$$p_{RL} = R_L \cdot i^2 = R_L \cdot \left(\frac{V_{TH}}{R_L + R_L} \right)^2$$

$$= R_L \cdot \frac{V_{TH}^2}{4 R_L^2}$$

$$p_{MAX} = \frac{V_{TH}^2}{4 R_L}$$

Exemplo

- Determine o valor de R_L para MTP.
- Calcule a máxima potência transferida.
- Qual porcentagem da potência gerada pela fonte é entregue a R_L ?

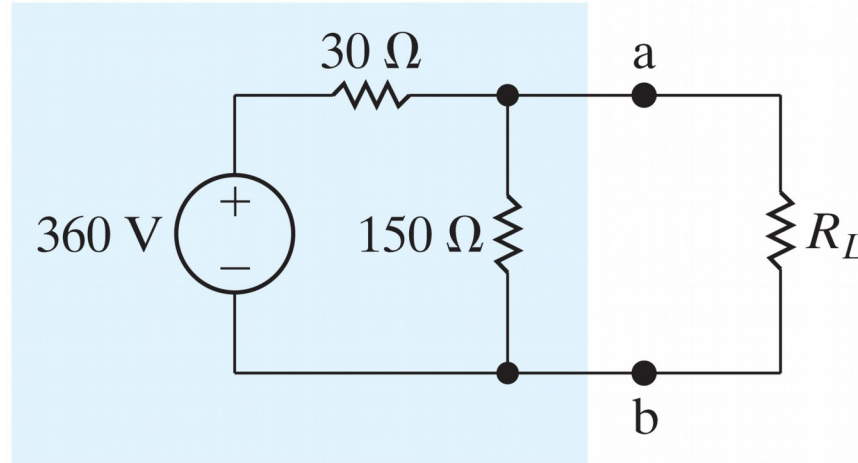


Figure: 04-60Ex4.12

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.

Exemplo

- Calcule R_L para MTP e determina a máxima potência transferível.

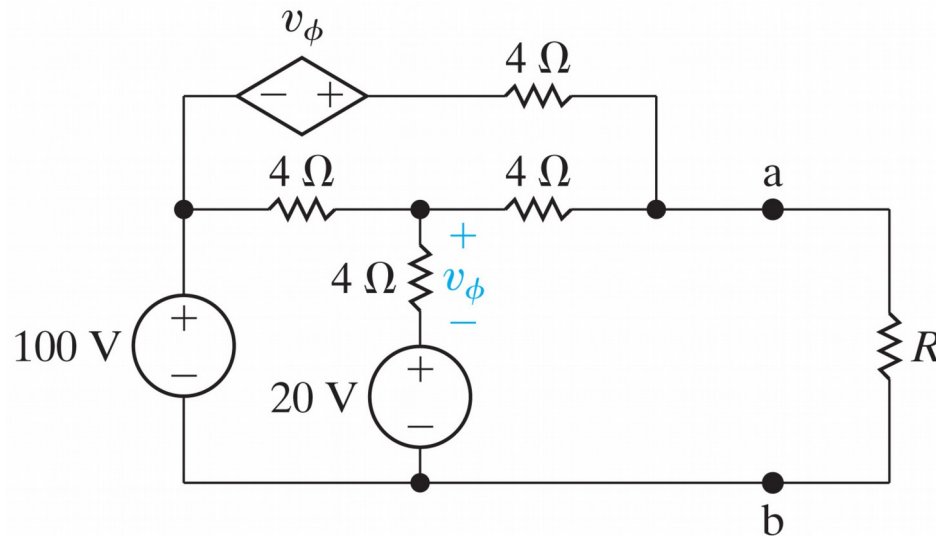


Figure: 04-61-01AO6-4.21

Copyright © 2008 Pearson Prentice Hall, Inc.