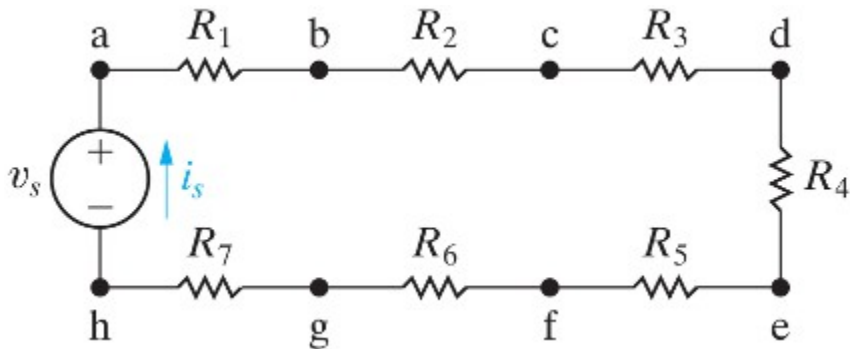


---

# **Análise de circuitos elétricos básicos**

# Resistores em série

- Elementos de circuitos em série:
  - conduzem a mesma corrente.
  - As tensões em cada elemento são diferentes.
- Resistores em série:



Pela LCK:

$$i_1 = -i_2 = i_3 = i_4 = -i_5 = -i_6 = i_7 = i_s$$



Pela LTK:

$$-v_s + v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + v_{R4} + v_{R5} + v_{R6} + v_{R7} = 0$$

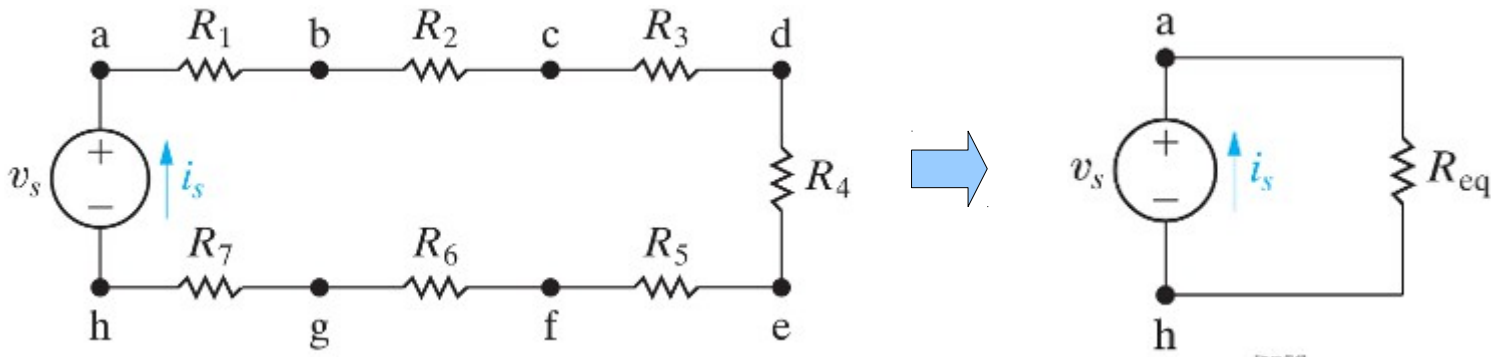
$$-v_s + R_1 i_s + R_2 i_s + R_3 i_s + R_4 i_s + R_5 i_s + R_6 i_s + R_7 i_s = 0$$

$$v_s = i_s (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 + R_7)$$

$$v_s = i_s R_{eq}$$

# Resistores em série

- Resistência equivalente para resistores em série:



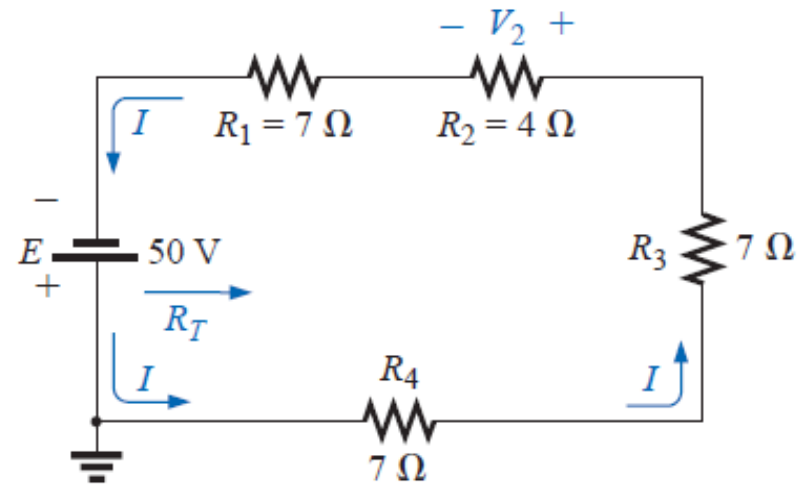
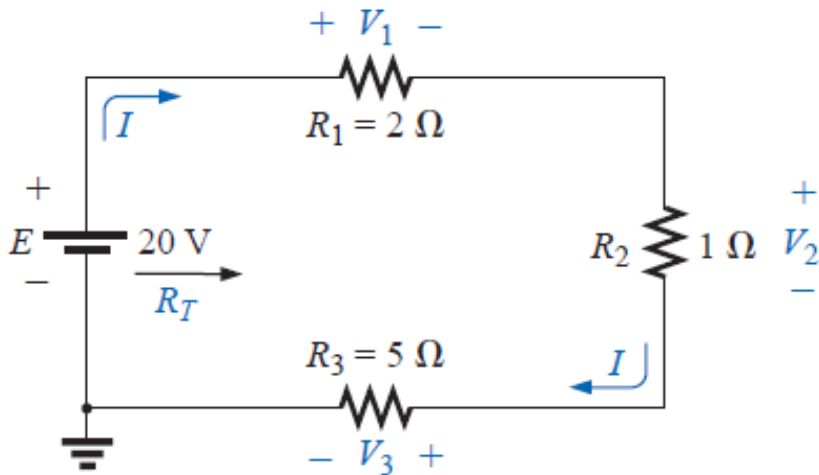
$$R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$



**A resistência equivalente é sempre MAIOR do que cada um dos resistores individuais.**

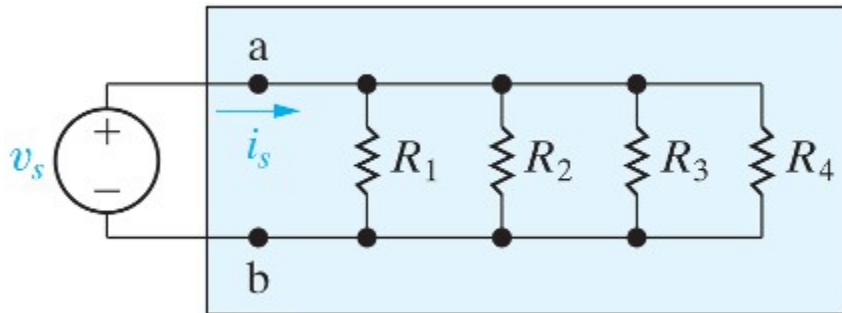
# Exemplo

- Dados os circuitos mostrados abaixo, determine:
  - A resistência equivalente a partir dos terminais da fonte de tensão.
  - As correntes e tensões em cada elemento do circuito.



# Resistores em paralelo

- Elementos de circuitos em paralelo → conectados ao mesmo par de nós:
  - Estão sob a mesma tensão.
  - As correntes em cada elemento são diferentes.
- Resistores em paralelo



Portanto:

$$i_s = \frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} + \frac{v_s}{R_3} + \frac{v_s}{R_4} \rightarrow i_s = v_s \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \rightarrow i_s = v_s \left( \frac{1}{R_{eq}} \right)$$

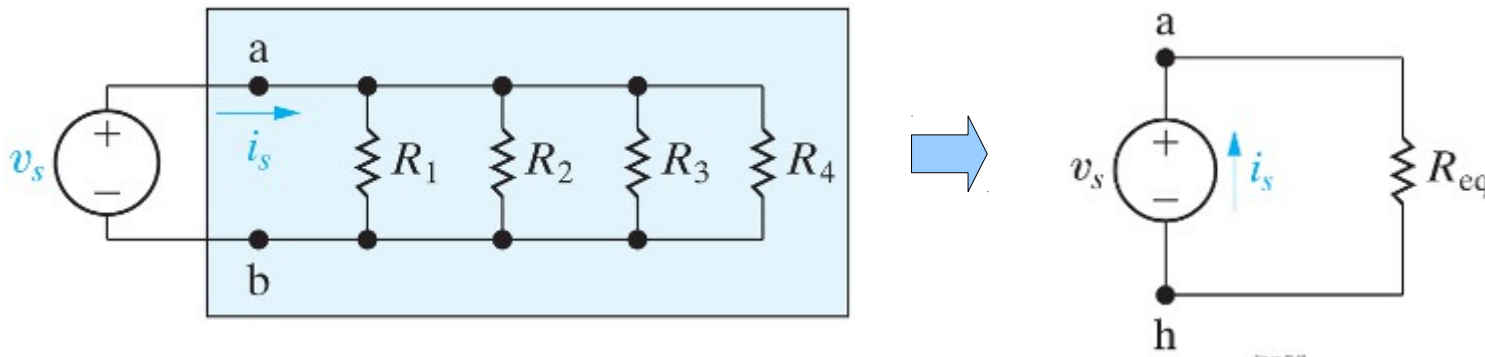
Pela LCK:  $i_s = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$

Pela Lei de Ohm:

$$i_1 = \frac{v_{R1}}{R_1} = \frac{v_s}{R_1}, \quad i_2 = \frac{v_{R2}}{R_2} = \frac{v_s}{R_2},$$
$$i_3 = \frac{v_{R3}}{R_3} = \frac{v_s}{R_3}, \quad i_4 = \frac{v_{R4}}{R_4} = \frac{v_s}{R_4},$$

# Resistores em paralelo

- Resistência equivalente para resistores em paralelo:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$



**A resistência equivalente é sempre MENOR do que cada um dos resistores individuais.**

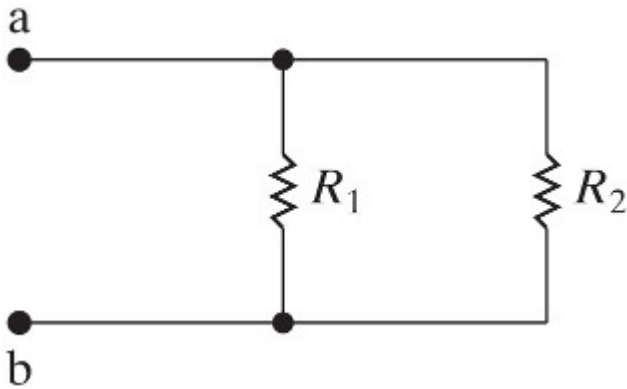
$$R_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$



$$G_{eq} = \sum_{i=1}^N G_i = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

# Resistores em paralelo

- **Caso particular: 2 resistores em paralelo:**

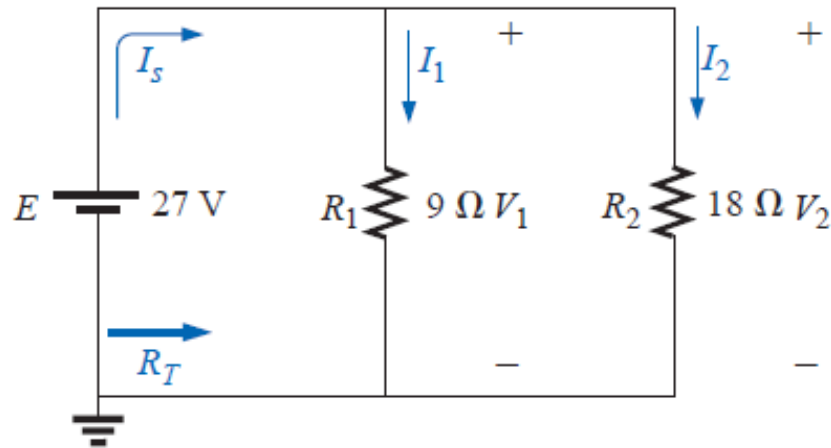


$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

# Exemplo

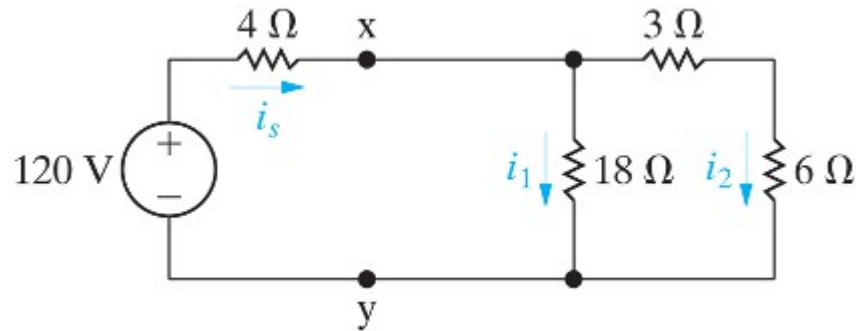
- Dado o circuito mostrado abaixo, determine:
  - A resistência equivalente a partir dos terminais da fonte de tensão.
  - As correntes e tensões em cada elemento do circuito.





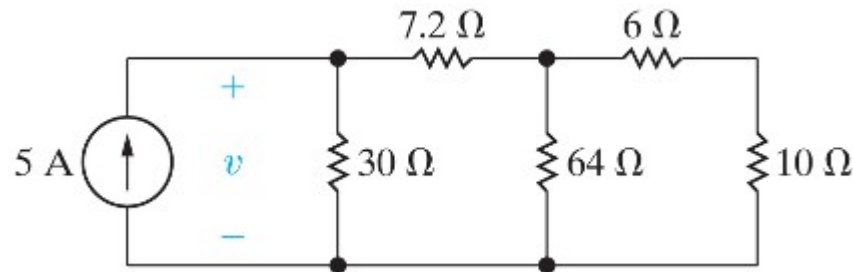
# Exemplo

- Dado o circuito elétrico abaixo, determine:
  - Quais elementos estão em série e quais estão em paralelo.
  - A resistência equivalente entre os nós  $x$  e  $y$ .
  - A resistência equivalente a partir dos terminais da fonte.
  - As corrente  $i_s$ ,  $i_1$  e  $i_2$ .



# Exemplo

- Dado o circuito elétrico abaixo:
  - Determine a tensão  $v$  nos terminais da fonte de corrente.
  - Mostre que a LCK é válida em todos os nós.
  - Mostre que a LTK é válida em todas as malhas.
  - Mostre que a potência fornecida pela fonte é igual à potência dissipada nos resistores.



# Fontes de tensão em série e em paralelo

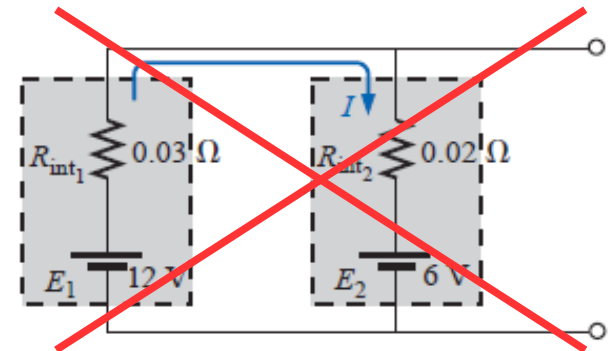
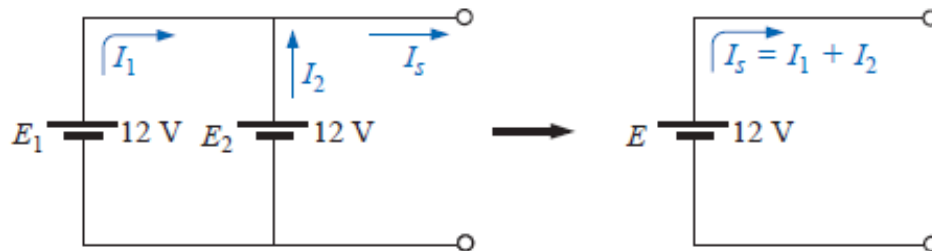
- Fontes em série:

$$v_{eq} = \sum_{i=1}^N v_i = v_1 + v_2 + \dots + v_N$$



- Fontes em paralelo:

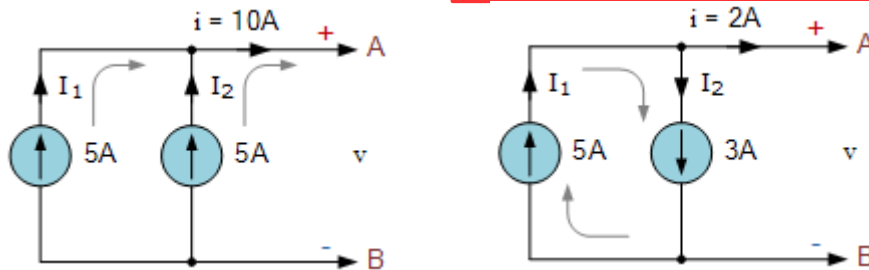
- Somente se tiverem a mesma tensão (idealmente).
- Visam aumentar a capacidade de corrente (potência).



# Fontes de corrente em série e em paralelo

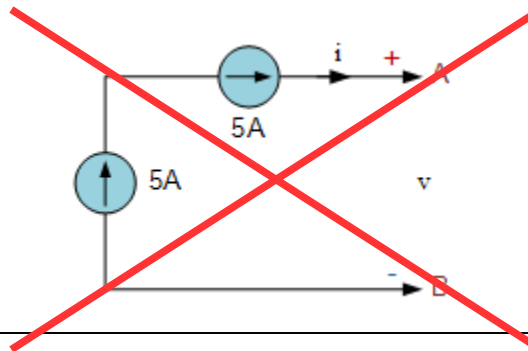
- Fontes em paralelo:

$$i_{eq} = \sum_{k=1}^N i_k = i_1 + i_2 + \dots + i_N$$



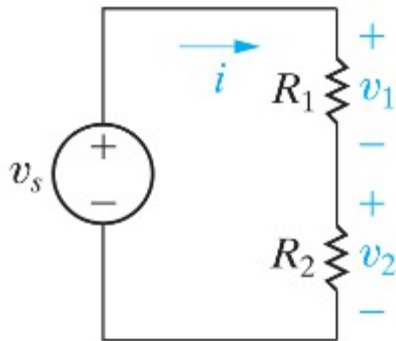
- Fontes em série:

- Somente se tiverem a mesma corrente (idealmente).
- Visam aumentar a tensão total (potência).



# Divisores de tensão

- Resistores em série → divisores de tensão.
- Permitem:
  - Reduzir os níveis de tensão em determinados componentes.
  - Obter vários níveis de tensão a partir de uma única fonte.



$$R_{eq} = R_1 + R_2 \rightarrow i = \frac{v_s}{R_{eq}} = \frac{v_s}{R_1 + R_2}$$

$$v_1 = R_1 \cdot i = R_1 \cdot \frac{v_s}{R_1 + R_2} \rightarrow v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_s$$

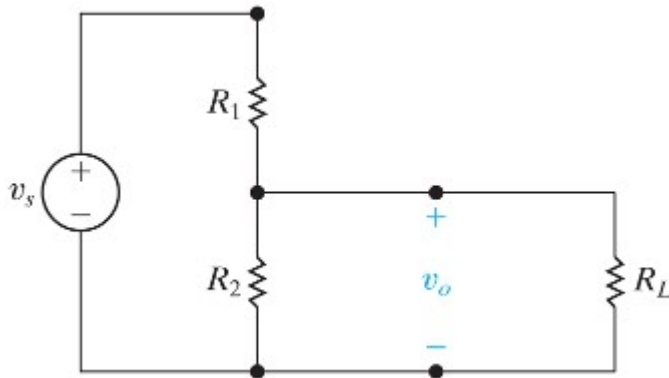
$$v_2 = R_2 \cdot i = R_2 \cdot \frac{v_s}{R_1 + R_2} \rightarrow v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_s$$

- $v_1$  e  $v_2$  são frações da tensão da fonte  $v_s$ .
- A tensão em cada resistor é proporcional à própria resistência.
- Para uma mesma divisão existem infinitas combinações de resistores.

# Divisores de tensão

- **Efeito de carga:**

- Se algo for conectado em paralelo a algum dos resistores → efeito de carga.
- A divisão de tensão deve ser feita considerando a conexão em paralelo.

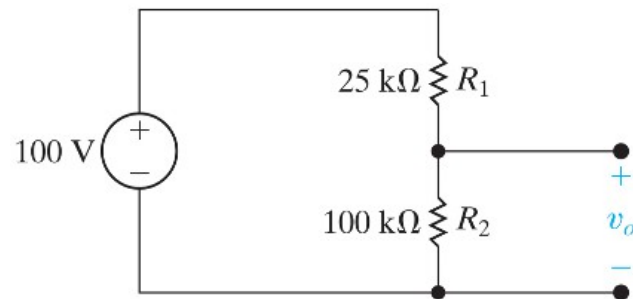


$$R_p = R_2 \parallel R_L = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

$$\begin{aligned} v_o &= \frac{R_p}{R_1 + R_p} v_s \\ &= \frac{R_2}{R_1 \left[ 1 + R_2 / R_L \right] + R_2} v_s \end{aligned}$$

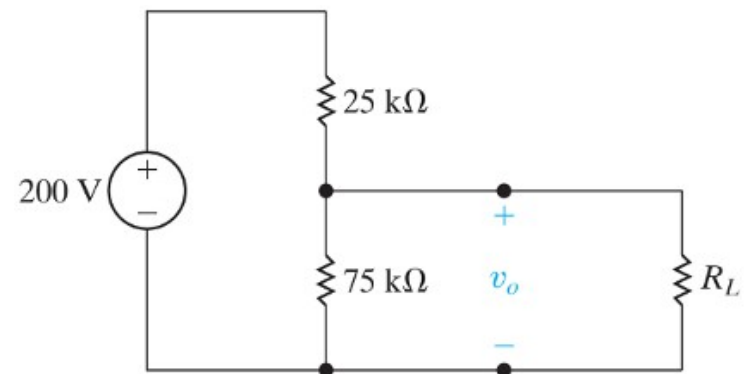
# Exemplos

- Considere que, no divisor de tensão mostrado abaixo, utilizou-se resistores com tolerância de 10%. Determine os possíveis valores máximo e mínimo de  $v_o$ .



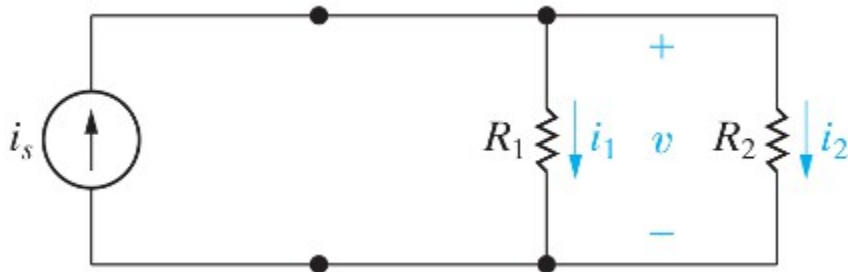
- Para o circuito mostrado na figura abaixo, determine:

- O valor de  $v_o$  sem nenhuma carga.
- O valor de  $v_o$  se  $R_L = 150\text{ k}\Omega$ .
- A potência dissipada no resistor de  $25\text{ k}\Omega$  caso haja um curto circuito na carga.
- A potência máxima no resistor de  $75\text{ k}\Omega$ .



# Divisores de corrente

- Resistores em paralelo → divisores de corrente.
- Permitem:
  - Reduzir a corrente que passa por um determinado elemento.



$$R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad v_s = R_{eq} \cdot i_s = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i_s$$

$$v_s = R_1 \cdot i_1 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i_s \quad \longrightarrow \quad i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot i_s$$

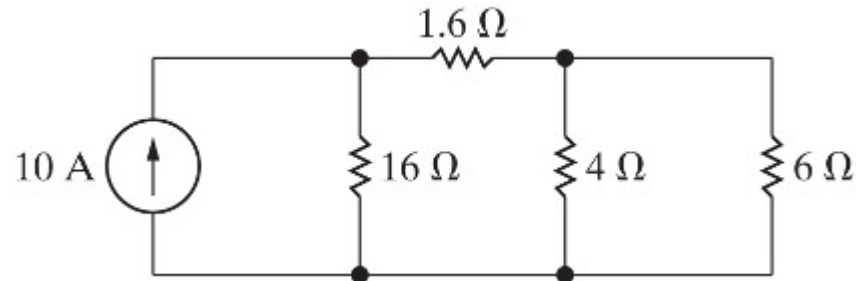
$$v_s = R_2 \cdot i_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i_s \quad \longrightarrow \quad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot i_s$$

- $i_1$  e  $i_2$  são frações da tensão da fonte  $i_s$ .
- A corrente em cada resistor é proporcional à resistência do outro.
- Para uma mesma divisão existem infinitas combinações de resistores.

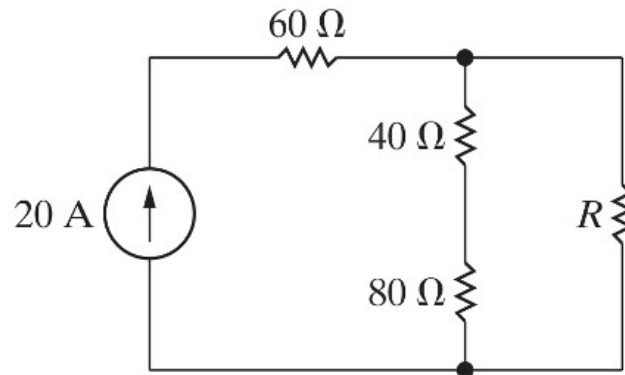


# Exemplos

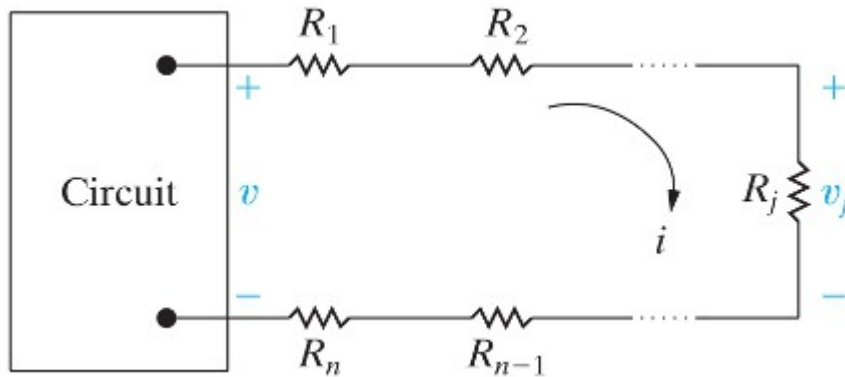
- Dado o seguinte circuito, determine:
  - A tensão e corrente sobre o resistor de  $6\Omega$ .
  - A potência dissipada no resistor de  $16\Omega$ .



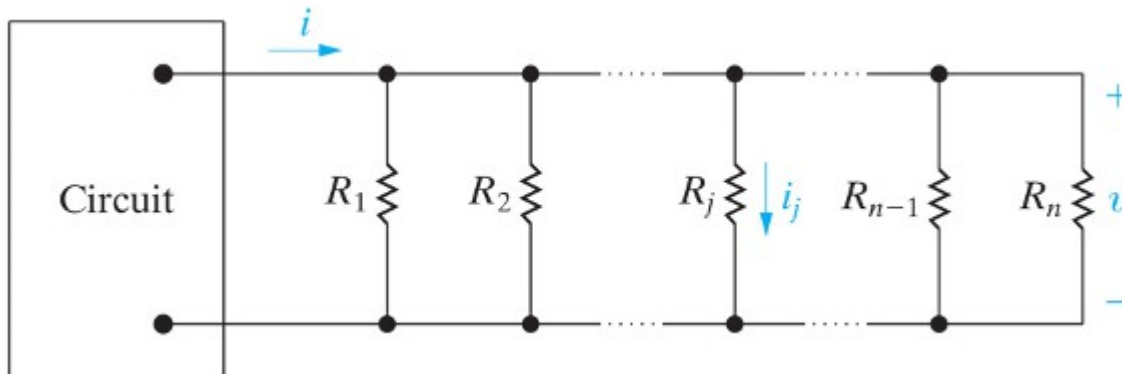
- Dado o seguinte circuito, determine o valor de  $R$  que fará a corrente no resistor de  $80\Omega$  ser  $4\text{ A}$ .



# Generalizando: divisões de tensão e de corrente



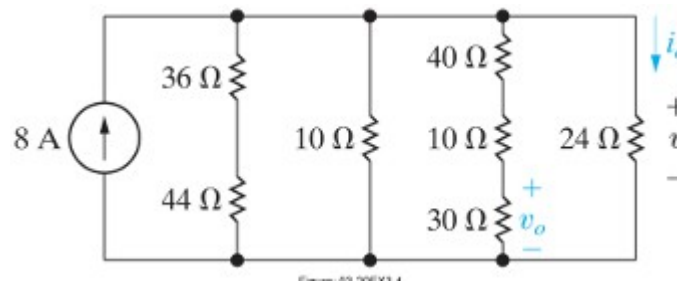
$$v_j = \frac{R_j}{R_{eq}} \cdot v = \frac{R_j}{\sum_{i=1}^N R_i} \cdot v$$



$$i_j = \frac{R_{eq}}{R_j} \cdot i = \frac{\frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}}}{R_j} \cdot v$$

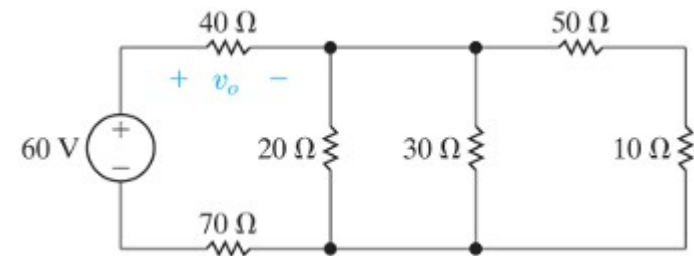
# Exemplos

- Determine a corrente  $i_o$  no circuito mostrado abaixo.



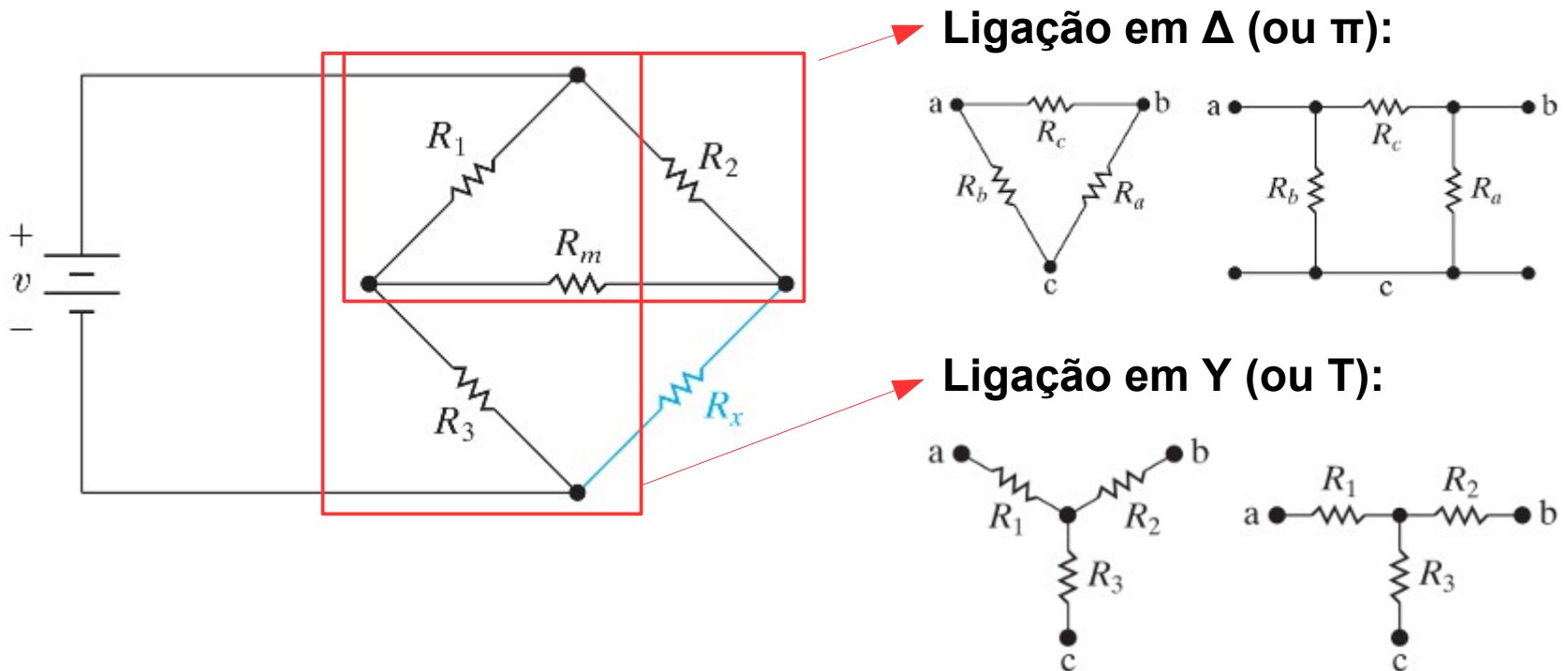
- Dado o circuito abaixo, determine:

- A tensão  $v_o$ .
- A corrente na fonte,  $i_s$ .
- A corrente no resistor de 30 Ω.
- A potência dissipada no resistor de 50 Ω.



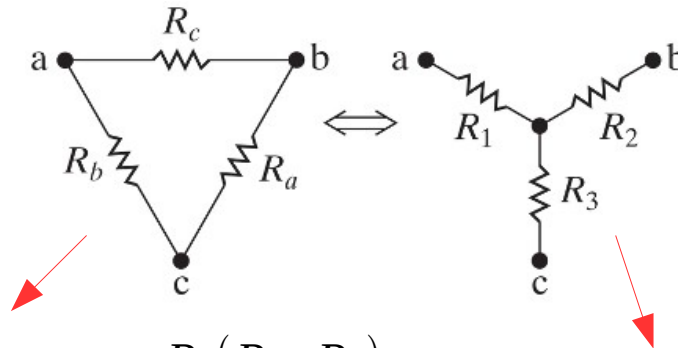
# Conversão $\Delta \leftrightarrow Y$ ( $\pi \leftrightarrow T$ )

- Conexões de elementos em  $\Delta$  ou  $Y$   $\rightarrow$  não podem ser reduzidas por meio de associações série ou paralelo:



# Conversão $\Delta \leftrightarrow Y$ ( $\pi \leftrightarrow T$ )

- Como fazer?
  - Converter o circuito  $\Delta$  para Y ou Y para  $\Delta \rightarrow$  conversão  $\Delta \leftrightarrow Y$ .
  - *Manter o mesmo comportamento do ponto de vista dos terminais  $\rightarrow$  as resistências entre cada par terminais devem ser as mesmas.*



$$R_{ab} = R_c \parallel (R_a + R_b) = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_c + R_a + R_b}$$

$$R_{bc} = R_a \parallel (R_b + R_c) = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_{ca} = R_b \parallel (R_c + R_a) = \frac{R_b(R_c + R_a)}{R_b + R_c + R_a}$$

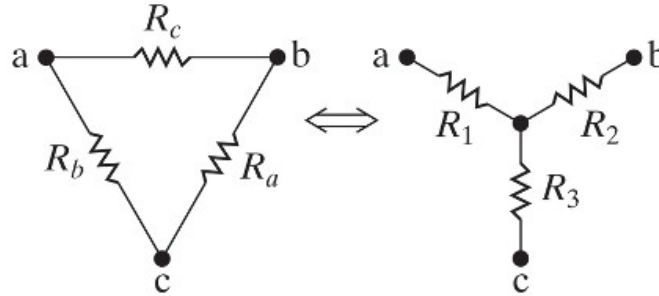
$$R_{ab} = R_1 + R_2$$

$$R_{bc} = R_2 + R_3$$

$$R_{ca} = R_3 + R_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 + R_2 = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_c + R_a + R_b} \\ R_2 + R_3 = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \\ R_3 + R_1 = \frac{R_b(R_c + R_a)}{R_b + R_c + R_a} \end{array} \right.$$

# Conversão $\Delta \leftrightarrow Y$ ( $\pi \leftrightarrow T$ )



**Transformação  $\Delta \rightarrow Y$ :**

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

**Transformação  $Y \rightarrow \Delta$ :**

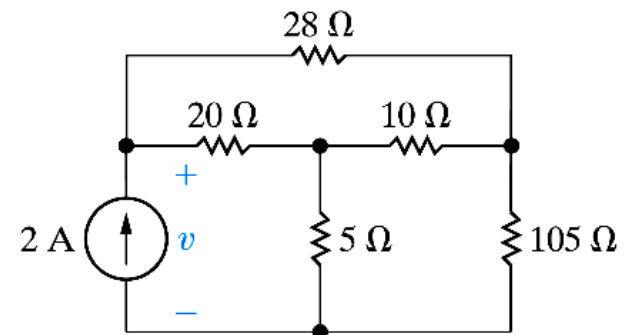
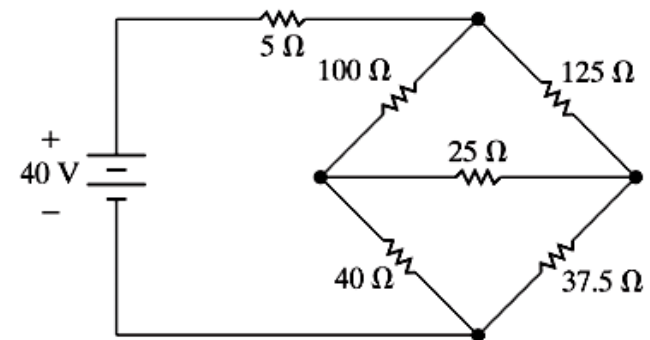
$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

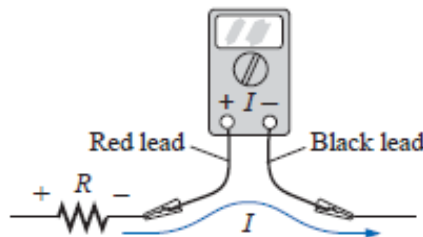
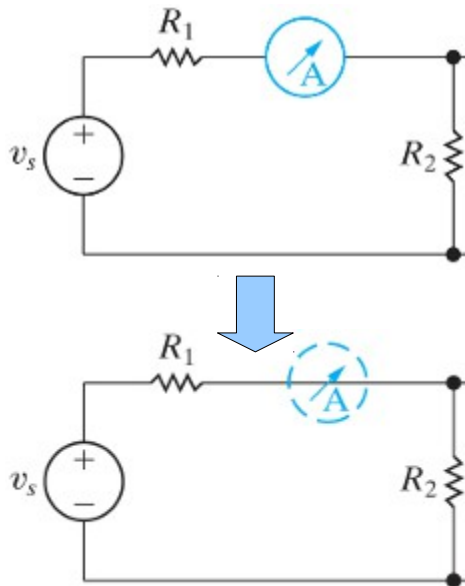
# Exemplos

- **Determine a resistência equivalente a partir dos terminais da fonte de tensão:**
- **Dado o circuito abaixo, determine:**
  - A tensão nos terminais da fonte de corrente,  $v$ .
  - A corrente no resistor de  $105\Omega$



# Medição de tensão e corrente

- **Amperímetro:**
  - Aparelho para medição de *corrente*.
  - Conectado em série com o elemento.
  - Baixíssima resistência de entrada (idealmente  $0\Omega$ ) → visando causar o mínimo de perturbação (efeito de carga).





# Medição de tensão e corrente

- **Voltímetro:**

- Aparelho para medição de *tensão*.
- Conectado em paralelo com o elemento.
- Altíssima resistência de entrada (idealmente infinito) → visando causar o mínimo de perturbação (efeito de carga).

