

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**UTILIZAÇÃO DE EQUAÇÕES INTEGRAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO NA PREDIÇÃO
DA PROPAGAÇÃO SOBRE TERRENOS IRREGULARES**

Rodrigo Bastos Vasconcelos Teperino

19 de Março de 2003



GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética

**Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais**

Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Utilização de equações integrais no domínio do tempo na predição da propagação sobre terrenos irregulares

Rodrigo Bastos Vasconcelos Teperino

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Fernando José da Silva Moreira

Belo Horizonte, março de 2003

Este trabalho é dedicado à
minha família e à Ana Paula.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para esta conquista.

À Deus.

Aos meus pais e à minha irmã Thalita pelo carinho e apoio.

À madrinha Dasdores pelo incentivo e por acreditar em minha capacidade.

À Ana Paula pelo amor e pela força nos momentos difíceis.

Ao Professor Fernando pela paciência, confiança e pelo companheirismo.

Ao Professor Cássio pelas dicas e conversas valiosas.

Aos amigos Fernando Henrique, Alberto, Carlos Henrique, Glauco e Daniela pelas conversas enriquecedoras e pelo apoio.

Aos amigos Kleber, Gustavo e Lenin pelo convívio e troca de experiências durante esses anos.

À turma do vôlei de sexta-feira no CEU, Lenin, Kleber, Maurissone, Adriano, Marcelo e Cláudio pelos momentos de descontração e pelo companheirismo.

À Cássia pelas incontáveis dicas sobre a Linguagem *C++* e pela amizade.

Ao Alberto pela ajuda na elaboração do *Abstract* deste trabalho.

Ao Professor Odilon pela revisão cuidadosa do texto.

Ao Professor Andersen pelos resultados numéricos da aplicação da EFIE sobre o perfil Hjørringvej.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo

Este trabalho trata da predição da propagação de ondas radioelétricas sobre terrenos irregulares através do uso das equações integrais tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. A resolução do problema através das equações integrais permite que se obtenha uma análise eletromagnética completa; isto é, podem ser embutidos na solução todos os acoplamentos existentes entre as fontes e o terreno, sem que seja necessária nenhuma aproximação. As aproximações feitas no desenvolvimento da formulação têm apenas o intuito de viabilizar a implementação numérica da solução sem comprometer a precisão da técnica. A superfície do terreno é assumida eletricamente suave e a incidência do campo rasante, sendo que, nestas condições e para uma polarização vertical, o terreno pode ser aproximadamente tratado como um condutor magnético perfeito. O terreno é considerado, ainda, invariante ao longo da direção perpendicular ao plano de incidência.

No domínio da frequência, para a obtenção das correntes equivalentes através das equações integrais é utilizado o Método dos Momentos, sendo que, com o desprezo do retro-espalhamento, esse cálculo pode ser realizado de modo recursivo. Entretanto, o cálculo das correntes exige um esforço computacional considerável. Visando as reduções dos tempos de simulação nos casos com enlaces eletricamente longos, foi implementada uma técnica de aceleração denominada *Fast Far Field Approximation* (FAFFA). Esta técnica é baseada na divisão do perfil do terreno em grupos de segmentos, passando-se a calcular a interação entre os segmentos através de uma aproximação de amplitude e fase da interação entre os centros dos grupos. São analisados casos sobre o perfil de uma cunha teórica e um perfil prático.

No domínio do tempo, além das considerações acima, são adotadas duas abordagens distintas: a análise no domínio da frequência ao longo do espectro significativo do sinal, com uma posterior Transformada Inversa de Fourier, e o uso de uma formulação das equações integrais no domínio do tempo. São considerados casos sobre o perfil de uma cunha teórica e sobre duas cunhas consecutivas.

Abstract

This work deals with the prediction of radio wave propagation over irregular terrains by using the integral equations in frequency and time domain. The implemented method allows an exact electromagnetic analysis. All existing couplings among sources and the terrain are considered in the solution, without any kind of approximation, except those related to the numerical implementation. The terrain surface is assumed to be electrically smooth. By considering a grazing incident field with a vertical polarization, the surface can be treated as a perfect magnetic conductor. The surface transverse variation is disregarded.

The Method of Moments (MoM) is employed in frequency domain in order to obtain equivalent currents on the terrain surface. These currents can be calculated recursively, as back-scattering effects are neglected. To perform this task, a considerable computational effort is demanded. The need of shorter processing times, especially when analyzing cases with either large surfaces or excessive number of segments, has motivated the application of an acceleration technique called Fast Far Field Approximation (FAFFA). This technique is based on the surface division in groups of segments. The interaction among segments is treated as an approximation of the interaction among groups. Cases over a wedge profile and a practical profile are analyzed.

Two distinct approaches are adopted to obtain the time-domain results: the frequency-domain analysis plus the inverse Fourier Transform application and the direct time-domain analysis. In time domain, cases over a wedge profile and two consecutive wedges are considered.

Sumário

Resumo	iii
Abstract	iv
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Estrutura da Dissertação	4
2 Equações Integrais no Domínio da Frequência	6
2.1 Desenvolvimento da Formulação	6
2.2 Resultados	19
2.2.1 Cunha	20
2.2.2 Perfil de Hjørringvej	27
2.2.3 Comparação com os resultados obtidos por Freitas em [4]	32
2.3 Técnica de Aceleração	37
2.4 Análise de Complexidade do FAFFA	44
2.5 Resultados e Comparação	45
2.5.1 Cunha	45
2.5.2 Perfil de Hjørringvej	55

3	Equações Integrais no Domínio do Tempo	65
3.1	Aplicação da Transformada Inversa de Fourier	66
3.2	Desenvolvimento da Formulação Integral no Domínio do Tempo	67
3.3	Resultados no Domínio do Tempo	76
3.3.1	Pulso analisado	77
3.3.2	Cunha simples	78
3.3.3	Cunhas consecutivas	82
4	Conclusões	85
4.1	Propostas de Continuidade	87
A	Aplicação do Método da Fase Estacionária	89
	Referências Bibliográficas	96

Lista de Figuras

2.1	Definição dos vetores de posicionamento das fontes e observadores.	8
2.2	Reflexão de um campo polarizado verticalmente.	9
2.3	Definição e posicionamento dos parâmetros considerados no desenvolvimento da formulação.	11
2.4	Terreno segmentado para a aplicação do Método dos Momentos.	13
2.5	Definição e posicionamento dos parâmetros considerados no cálculo do campo espalhado.	18
2.6	Perfil da cunha utilizada nas simulações.	20
2.7	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da altura do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.	23
2.8	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da altura do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.	24
2.9	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da distância do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.	25

2.10	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da distância do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.	26
2.11	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 143,9 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3]. . .	28
2.12	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3]. . .	29
2.13	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3]. . .	30
2.14	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3]. . .	31
2.15	Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 144 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3].	33

2.16	Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3].	34
2.17	Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3].	35
2.18	Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid <i>et al.</i> em [3].	36
2.19	Terreno dividido em grupos de segmentos.	37
2.20	Definição dos grupos FF_m e NF_m	39
2.21	Definição dos parâmetros utilizados para a aproximação de amplitude e fase do método FAFFA.	42
2.22	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz e com 0,5 segmento por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.	49
2.23	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz e com 3 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.	50

2.24	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz e com 5 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.	51
2.25	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz e com 0,5 segmento por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.	52
2.26	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz e com 3 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.	53
2.27	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz e com 5 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.	54
2.28	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 143,9MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	57
2.29	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 143,9MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	58
2.30	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	59

2.31	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	60
2.32	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	61
2.33	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	62
2.34	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	63
2.35	Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid <i>et. al</i> em [3]	64
3.1	Posicionamento dos vetores considerados na definição dos limites de integração da integral em t'	71
3.2	Pulso utilizado nas simulações	77
3.3	Perfil da cunha utilizada nas simulações no domínio do tempo.	79
3.4	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 5$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.	80
3.5	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 15$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.	80

3.6	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 30$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.	81
3.7	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 90$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.	81
3.8	Perfil das cunhas consecutivas utilizadas nas simulações no domínio do tempo. .	82
3.9	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 5$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.	83
3.10	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 15$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.	83
3.11	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 30$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.	84
3.12	Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 90$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.	84

Lista de Tabelas

II.I	Comparação dos tempos em segundos consumidos na execução do algoritmo implementado para o cálculo da atenuação do campo elétrico sobre uma cunha utilizando a técnica FAFFA. São consideradas diversas quantidades de grupos de segmentos para as frequências de 100 MHz e 1 GHz.	48
II.II	Comparação dos tempos em segundos consumidos na execução do algoritmo implementado para o cálculo da atenuação do campo utilizando a técnica FAFFA para diversas quantidades de segmentos por comprimento de onda.	55

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento e a implementação computacional de técnicas para a predição da propagação de ondas radioelétricas. As técnicas que serão apresentadas baseiam-se nas equações integrais, as quais são derivadas diretamente das equações de Maxwell. A formulação desenvolvida se aplica ao estudo da propagação sobre superfícies irregulares com variações suaves em relação ao comprimento de onda de operação. A atmosfera é assumida com as características do vácuo. O trabalho propõe um estudo não só no domínio da frequência, onde cada frequência é analisada por vez, mas também no domínio do tempo, onde a propagação de pulsos estreitos pode ser diretamente considerada.

O uso de técnicas de predição do comportamento de ondas radioelétricas tem sua importância baseada no fato de que, com um conhecimento prévio deste comportamento, um número menor de medições em campo faz-se necessário. Além disso, uma especificação mais precisa de equipamentos, como antenas e transmissores, pode ser feita. Em consequência, os gastos no projeto e na implantação de torres e transmissores são reduzidos. Baseado então na crescente demanda de utilização da predição, diversas técnicas vêm sendo desenvolvidas e aperfeiçoadas, dentre as quais podem ser destacadas a utilização do traçado de raios aplicado em conjunto com a Ótica Geométrica (*Geometrical Optics* - GO) e a Teoria Uniforme da Difração (*Uniform Theory of Diffraction* - UTD) [1, 2]

e, também, a solução através das Equações Integrais do Campo Elétrico (*Electric Field Integral Equation* - EFIE) e do Campo Magnético (*Magnetic Field Integral Equation* - MFIE) [3]–[7].

A GO e a UTD são técnicas assintóticas, ou seja, são técnicas aproximadas que se tornam mais precisas à medida que a frequência aumenta. Ambas utilizam o traçado de raios para a determinação das trajetórias entre transmissor e receptor, bem como a definição de raios refletidos e difratados. O uso de tais técnicas é recomendável para ambientes complexos, como, por exemplo, uma cidade onde se encontre uma grande quantidade de edificações. Nestes ambientes, técnicas numéricas como as equações integrais tornam-se inviáveis devido ao tremendo esforço computacional exigido. A utilização das equações integrais, entretanto, se feita para ambientes de menor complexidade, fornece uma solução precisa e completa, ou seja, já se encontram embutidas na solução todas as interações eletromagnéticas existentes entre transmissor, receptor e obstáculos. Com isso, a necessidade de uma prévia definição da trajetória de raios diretos, refletidos e difratados é evitada. Dadas, então, as características do ambiente a ser estudado e a precisão e eficiência das soluções através das equações integrais, optou-se pelo desenvolvimento de modelos de predição baseados tanto na EFIE quanto na MFIE [3]–[7].

O uso das equações integrais na predição da propagação de ondas radioelétricas vem sendo estudado há cerca de 50 anos [8]. Porém, devido ao grande esforço computacional exigido, acabou perdendo destaque para outras técnicas relativamente simples. Entretanto, com o desenvolvimento de computadores mais rápidos e com maior disponibilidade de memória, a utilização de equações integrais tem se tornado atraente e vários trabalhos vêm sendo publicados nos últimos anos [3]–[7].

Uma das primeiras abordagens das equações integrais na predição da propagação sobre superfícies irregulares foi realizada por Hufford [8]. Mais tarde variações desse trabalho foram usadas por Ott *et al.* em [9] e [10]. A estabilidade desse método para frequências acima de 10 MHz, entretanto, foi questionada em [9]. Hviid *et al.* [3], alguns anos depois, mostraram uma formulação estável, baseada na EFIE, considerando incidência rasante e polarização vertical para o campo elétrico, o que permitiu o tratamento da

superfície como um condutor magnético perfeito. Neste trabalho, Hviid *et al.* apresentam uma comparação entre seu método e dados de medições feitas em um terreno localizado próximo à cidade de Aalborg, na Dinamarca. Recentemente, Moreira [5, 6] apresentou trabalhos onde uma formulação baseada na MFIE foi desenvolvida e obteve, para uma segmentação menor do terreno, resultados melhores em relação à EFIE. Baseado nestes trabalhos de Moreira, Freitas, em sua dissertação de mestrado [4], valida a formulação para a MFIE e EFIE, comparando os resultados gerados com os obtidos por Hviid *et al.* [3]. Em seguida, Moreira apresenta em [7] formulações tanto para a EFIE quanto para MFIE considerando o solo com perdas através da adoção das condições de contorno de Leontovich.

Apesar da eficiência dos métodos baseados nas equações integrais, o cálculo das correntes equivalentes exige um esforço computacional considerável, tornando a solução através destas técnicas de difícil aplicação para problemas que envolvam enlaces muito longos. Este fato fez com que pesquisas fossem realizadas no intuito de diminuir o tempo de processamento do algoritmo. Com base nessa necessidade, Conr e Cullen [11]–[14] desenvolveram uma técnica de aceleração denominada *Fast Far Field Approximation* (FAFFA), a qual se baseia na divisão do terreno em grupos de segmentos e a consequente análise da interação entre tais grupos. Nestes trabalhos, no entanto, Conr e Cullen tratam o problema bidimensionalmente. O tratamento tridimensional da técnica FAFFA para ambas EFIE e MFIE, foi assunto de um recente trabalho do autor deste texto e Moreira [15] e será abordado também no Capítulo 2 deste texto.

Nos últimos anos, entretanto, com o aumento das taxas de transmissão e a crescente utilização de pulsos de banda ultra-larga (*Ultra-Wide Band* - UWB), tornou-se necessário o desenvolvimento de técnicas capazes de analisar a propagação de sinais com tais características. Para sinais de faixa estreita, o usual é analisar uma frequência do espectro (a mais alta) e assumir que para as outras frequências da faixa o comportamento será o mesmo. Para pulsos UWB, no entanto, esse tratamento não é válido, o que exige uma análise de uma quantidade grande de frequências do espectro significativo do pulso. Esta análise pode se dar através de dois métodos: o estudo com base na formulação no

domínio da frequência, aliado a uma posterior aplicação de uma transformada inversa de Fourier, ou um estudo realizado diretamente no domínio do tempo. A análise na frequência, entretanto, devido à possibilidade da ocorrência de *aliasing* após a aplicação da transformada inversa de Fourier, exige um prévio conhecimento da janela temporal a ser utilizada.

1.2 Estrutura da Dissertação

Nesta dissertação, serão apresentados os desenvolvimentos das formulações das equações integrais para a predição da propagação de ondas radioelétricas sobre terrenos suavemente irregulares. O estudo abrange tanto o domínio da frequência quanto o domínio do tempo, sendo realizado para a Equação Integral do Campo Elétrico e para a Equação Integral do Campo Magnético, no domínio da frequência, e apenas para a Equação Integral do Campo Magnético no domínio do tempo. Em todos os casos, a configuração considerada é uma incidência rasante de um campo polarizado verticalmente, possibilitando o tratamento aproximado do solo como um condutor magnético perfeito.

No Capítulo 2, o estudo se dá no domínio da frequência. O desenvolvimento da formulação parte das equações integrais, as quais são derivadas das equações de Maxwell. A utilização destas permite uma solução completa do problema eletromagnético em questão. O desenvolvimento é baseado nos trabalhos de Hviid *et al.* [3], Moreira [5, 6, 7] e Freitas [4]. É apresentado, entretanto, um novo modo de lidar com a fase do integrando presente na formulação, o que propicia uma convergência mais rápida das soluções desenvolvidas. Os resultados numéricos obtidos através desta formulação são posteriormente comparados com os apresentados em [3] e [4], comprovando a eficiência do método. Ainda neste capítulo é desenvolvida uma técnica de aceleração do cálculo recursivo das correntes superficiais equivalentes baseada no FAFFA. São também apresentadas comparações dos tempos de simulação e gráficos com os resultados numéricos obtidos para verificação da eficácia da técnica.

O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento da Equação Integral do Campo Magnético no domínio do tempo e sua posterior implementação numérica através do Método

dos Momentos. A formulação é desenvolvida, assim como no domínio da frequência, para uma superfície eletricamente suave e uma incidência rasante. A Equação Integral do Campo Magnético no domínio do tempo é obtida, com o auxílio das propriedades da transformada de Fourier, a partir da formulação desenvolvida no domínio da frequência, de modo que as considerações feitas sobre a geometria do problema já estejam embutidas na solução. O tratamento da variação temporal das correntes magnéticas equivalentes é feito através da técnica *marching-on-in-time* [16]. Para a verificação da eficácia do método, os resultados obtidos são comparados com a técnica no domínio da frequência após a aplicação de uma transformada inversa de Fourier e, também, com uma formulação da UTD desenvolvida diretamente no tempo, apresentada por Borges em sua recente dissertação de mestrado [17].

O Capítulo 4 apresenta a conclusão do trabalho e traz algumas propostas de continuidade para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Equações Integrais no Domínio da Frequência

Este capítulo tem como objetivo apresentar o desenvolvimento das equações integrais para o cálculo do campo eletromagnético espalhado em um enlace de rádio, devido à presença do solo, assumindo a atmosfera como sendo o vácuo. Neste primeiro instante o trabalho será conduzido no domínio da frequência com o intuito de uma maior familiarização com a formulação e com o problema em questão. O desenvolvimento das formulações é baseado no trabalho de Freitas [4]. Entretanto, são propostas algumas modificações no tratamento das fases das correntes, as quais acarretam em uma significativa melhora dos resultados. Os resultados de ambos os trabalhos são, então, comparados para evidenciar o ganho de uma formulação em relação à outra. Apresenta-se, ainda, um novo desenvolvimento para uma técnica de aceleração do cálculo recursivo das correntes no domínio da frequência, a qual é denominada FAFFA (*Fast Far Field Approximation*) [11] - [14]. Posteriormente, no Capítulo 3, passa-se a discutir a solução no domínio do tempo, a qual terá como referência a solução na frequência após a aplicação de uma transformada inversa de Fourier.

2.1 Desenvolvimento da Formulação

De uma forma simplificada, o problema estudado resume-se em calcular o campo em um ponto do espaço levando-se em conta a presença de uma fonte, representando a

antena transmissora, e um obstáculo, neste caso o solo. Para resolvê-lo pode-se recorrer ao princípio da equivalência, através do qual o solo é substituído por correntes superficiais equivalentes, garantindo que a solução será a mesma do problema inicial [18]. Estas correntes passam a ser as incógnitas do problema, pois através delas pode-se encontrar o campo espalhado. Este, somado ao campo incidente proveniente da fonte, define o campo total presente no observador. O estudo da formulação desenvolvida neste trabalho é iniciado, então, através da apresentação das equações integrais, as quais são utilizadas tanto no cálculo das correntes equivalentes quanto no posterior cálculo do campo espalhado.

As equações integrais são compostas pela equação integral do campo elétrico (*Electric Field Integral Equation* - EFIE) [19]

$$\begin{aligned} \frac{\vec{E}(\vec{r})}{T} = & - \iiint_{V'} \left[j\omega\mu_c \vec{J}(\vec{r}) G + \vec{M}(\vec{r}) \times \nabla' G + \frac{\nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}')}{j\omega\epsilon_c} \nabla' G \right] dv' \\ & - \iint_{S'} \left[j\omega\mu_c \vec{J}_s(\vec{r}) G + \vec{M}_s(\vec{r}) \times \nabla' G + \frac{\nabla' \cdot \vec{J}_s(\vec{r}')}{j\omega\epsilon_c} \nabla' G \right] ds', \end{aligned} \quad (2.1)$$

e também pela equação integral do campo magnético (*Magnetic Field Integral Equation* - MFIE) [19]

$$\begin{aligned} \frac{\vec{H}(\vec{r})}{T} = & - \iiint_{V'} \left[j\omega\epsilon_c \vec{M}(\vec{r}') G - \vec{J}(\vec{r}') \times \nabla' G + \frac{\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{j\omega\mu_c} \nabla' G \right] dv' \\ & - \iint_{S'} \left[j\omega\epsilon_c \vec{M}_s(\vec{r}') G - \vec{J}_s(\vec{r}') \times \nabla' G + \frac{\nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}')}{j\omega\mu_c} \nabla' G \right] ds'. \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde V' é o volume dentro do qual o princípio da equivalência foi aplicado, S' é a superfície do perfil do terreno, $\vec{J}$ e $\vec{M}$ são as correntes elétrica e magnética, respectivamente, $\vec{J}_s$ e $\vec{M}_s$ são as correntes superficiais equivalentes presentes na superfície S , ϵ_c e μ_c são, respectivamente, a permissividade e a permeabilidade do meio e $\omega = 2\pi c$. Nestas equações G é a função de Green do espaço livre dada por

$$G = \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi |\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad (2.3)$$

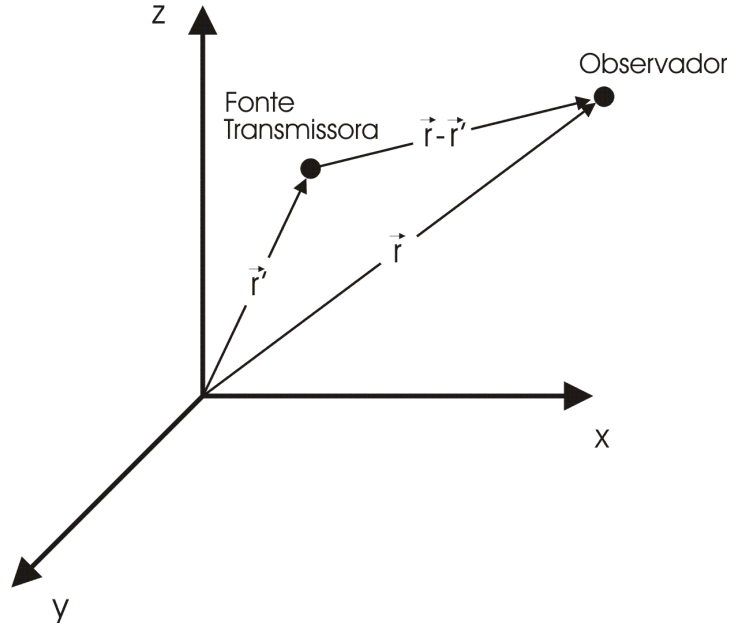


Figura 2.1: Definição dos vetores de posicionamento das fontes e observadores.

sendo que $k = \omega/c$ e T assume o valor 1 para os casos onde os observadores encontram-se fora da superfície e 2 para observadores sobre uma superfície suave [19]. A definição dos vetores $\vec{r}$ e $\vec{r}'$ é mostrada na Figura 2.1, sendo o vetor $\vec{r}'$ associado à fonte e o vetor $\vec{r}$ ao observador.

No decorrer do desenvolvimento da formulação, algumas aproximações e simplificações são feitas para possibilitar a implementação numérica da formulação. Uma delas é a consideração de um terreno eletricamente suave, ou seja, um terreno cujas variações não sejam relevantes em relação ao comprimento de onda. Isto permite que, ao longo de todo o terreno, uma outra aproximação possa ser feita: a consideração de uma incidência rasante, isto é, assumir que o ângulo θ_i que o raio incidente faz com a normal à superfície (veja a Figura 2.2) é aproximadamente 90° . Neste limite, o coeficiente de reflexão de Fresnel tanto para a polarização vertical,

$$\Gamma_{r \text{ vertical}} = \frac{\eta_1 \cos \theta_i - \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}, \quad (2.4)$$

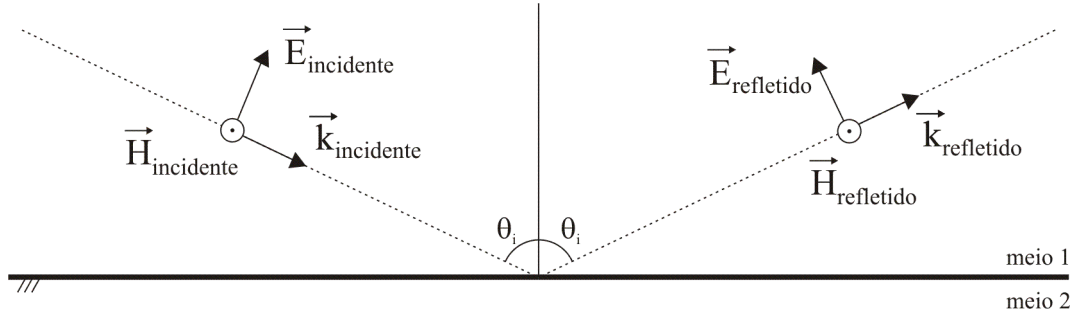


Figura 2.2: Reflexão de um campo polarizado verticalmente.

quanto para a polarização horizontal,

$$\Gamma_{r \text{ horizontal}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}, \quad (2.5)$$

tendem para -1 [18]. Nas equações anteriores

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \frac{\mu_1 \varepsilon_1}{\mu_2 \varepsilon_2} \sin^2 \theta_i}, \quad (2.6)$$

onde μ_1 e μ_2 são as permeabilidades e ε_1 e ε_2 as permissividades dos meios 1 e 2, respectivamente. Por sua vez, η_1 e η_2 são as impedâncias características dos meios 1 e 2, dadas por

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \quad (2.7)$$

Assumindo uma incidência rasante, ou seja, $\theta_i \approx \frac{\pi}{2}$, tem-se $\Gamma_r = -1$. Desse modo, para um campo polarizado verticalmente obtém-se, com o auxílio da Figura 2.2, uma configuração caracterizada pela presença de campo elétrico tangencial à superfície e pela não existência de campo magnético tangencial à esta superfície. Esta configuração, por sua vez, é própria de um condutor magnético perfeito (CMP). Consequentemente, daqui em diante o problema passa a ser tratado, aproximadamente, como sendo uma incidência de um campo com polarização vertical sobre um solo condutor magnético perfeito [3]. A solução para a polarização horizontal pode ser obtida através do simples uso da dualidade sobre os resultados obtidos da EFIE e da MFIE, neste caso com o solo tratado como condutor elétrico perfeito [18]. Conhecendo-se a solução tanto para a polarização

vertical quanto para a horizontal, pode-se determinar a solução para qualquer polarização arbitrária.

Feita a aproximação do coeficiente de reflexão igual a -1 e dado que o terreno será assumido condutor magnético perfeito [3], (2.1) e (2.2) podem ser reescritas considerando apenas correntes magnéticas superficiais equivalentes $\vec{M}_s$, resultando em

$$\vec{E}(\vec{r}) = T[\vec{E}_{in}(\vec{r}) + \vec{L}_2(\vec{M}_s)] , \quad (2.8)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = T[\vec{H}_{in}(\vec{r}) + \frac{1}{\eta} \vec{L}_1(\vec{M}_s)] , \quad (2.9)$$

onde $\vec{E}_{in}$ e $\vec{H}_{in}$ representam os campos elétrico e magnético incidentes gerados pela fonte e os operadores $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$ são dados por

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \oint_{S'} \left[\vec{M}_s(\vec{r}') G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G \right] ds' , \quad (2.10)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \oint_{S'} \vec{M}_s(\vec{r}') \times \nabla' G ds' . \quad (2.11)$$

Aplicando as condições de contorno referentes a um condutor magnético perfeito [18] sobre as componentes de campo tangenciais à superfície do terreno,

$$\hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{M}_s(\vec{r}) , \quad (2.12)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}(\vec{r}) = 0 , \quad (2.13)$$

e fazendo, então, o produto vetorial com a normal à superfície nos dois lados das equações (2.8) e (2.9), estas podem ser reescritas, utilizando (2.12) e (2.13), como

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in}(\vec{r}) = -\frac{\vec{M}_s(\vec{r}')}{2} - \hat{n} \times \vec{L}_2(\vec{M}_s) , \quad (2.14)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in}(\vec{r}) = -\frac{1}{\eta} \hat{n} \times \vec{L}_1(\vec{M}_s) , \quad (2.15)$$

onde T foi substituído por 2 já que o observador encontra-se sobre a superfície suave.

Baseado nas considerações feitas até o momento sobre a geometria da superfície e assumindo que o transmissor encontra-se suficientemente afastado do terreno, a fonte

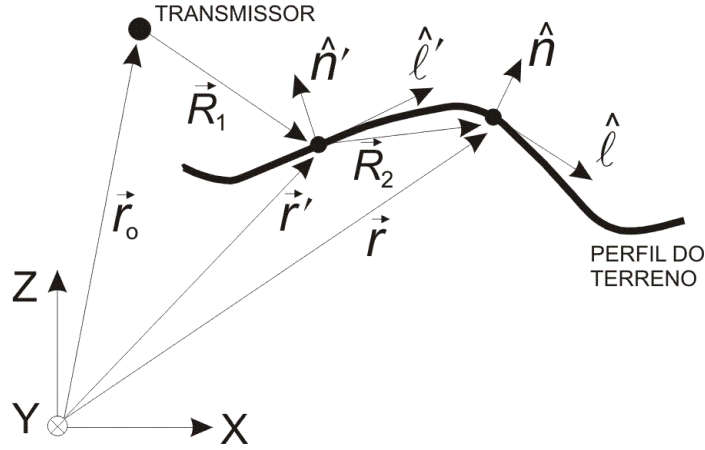


Figura 2.3: Definição e posicionamento dos parâmetros considerados no desenvolvimento da formulação.

transmissora pode ser tratada como uma fonte pontual localizada em $\vec{r}_0$ (veja a Figura 2.3). Deste modo, a corrente equivalente na superfície pode ser assumida com uma distribuição de fase esférica [3], definida por

$$\vec{M}_s(\vec{r}') = \vec{M}_A(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|}, \quad (2.16)$$

onde a fase esférica foi explicitada e os vetores $\vec{r}'$ e $\vec{r}_0$ são definidos de acordo com a Figura 2.3. Feito isso, o termo $\nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}')$, presente em (2.10), pode ser desenvolvido com o auxílio de uma propriedade do divergente, resultando em

$$\begin{aligned} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') &= \vec{M}_A \cdot \nabla' e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|} \nabla' \cdot \vec{M}_A \\ &= \left[-jk \vec{M}_A \cdot \frac{(\vec{r}' - \vec{r}_0)}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + \nabla' \cdot \vec{M}_A \right] e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

No cálculo da corrente em um determinado ponto da superfície são consideradas as influências de correntes existentes em outros pontos dessa superfície. Desse modo, ao longo do texto, os termos ponto fonte e ponto observador serão utilizados para evidenciar que a presença de uma corrente no ponto fonte está sendo considerada no cálculo da corrente no ponto observador. Na Figura 2.3, são definidos os pontos fonte e observador, localizados por $\vec{r}'$ e $\vec{r}$, respectivamente. Para cada par de pontos fonte e observador foram estabelecidos novos sistemas ortogonais de coordenadas regidos pelas direções unitárias

$\hat{n}'$, $\hat{\ell}'$, $\hat{y}'$ e $\hat{n}$, $\hat{\ell}$, $\hat{y}$, respectivamente, onde $\hat{n}$ e $\hat{n}'$ são normais à superfície. Baseado nesses sistemas, o terreno sob os pontos fontes pode ser representado através das direções $\hat{\ell}'$ e $\hat{y}'$, o que permite que a integral de superfície presente em (2.10) e (2.11) seja avaliada ao longo dessas direções. Para resolver a integral em y' , então, o terreno é assumido invariante ao longo da direção $\hat{y}' = \hat{y}$, possibilitando a aplicação do Método da Fase Estacionária (*Stationary Phase Method* - SPM), mostrado em detalhes no Apêndice A. Feito isto, restarão apenas as integrais de linha em ℓ' e, conseqüentemente, $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$ podem ser reescritos como [4]–[6]:

$$\vec{L}_1(\vec{M}) = -k \int_{\ell'} \vec{M}_A \mathcal{G}_1 d\ell' , \quad (2.18)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}) = -k \int_{\ell'} \vec{M}_A \times \hat{R}_2 \mathcal{G}_2 d\ell' , \quad (2.19)$$

onde $\mathcal{G}_1$ e $\mathcal{G}_2$ são dados por

$$\mathcal{G}_1 = \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi\sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} , \quad (2.20)$$

$$\mathcal{G}_2 = \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) \mathcal{G}_1 , \quad (2.21)$$

sendo $R_1 = |\vec{R}_1|$ e $R_2 = |\vec{R}_2|$. Após a aplicação do SPM, o problema passa a ser tratado no plano de incidência ($y = y_0$), o que faz com os vetores $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$, representados na Figura 2.3, sejam descritos através das coordenadas x e z , sendo os módulos desses vetores calculados do seguinte modo:

$$R_1 = |\vec{r}' - \vec{r}_0|_{y'=y_0} = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (z' - z_0)^2} , \quad (2.22)$$

$$R_2 = |\vec{r} - \vec{r}'|_{y=y'=y_0} = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2} . \quad (2.23)$$

Substituindo (2.18) e (2.19) em (2.14) e (2.15), são obtidas equações onde os únicos termos desconhecidos são as correntes [4]–[6]:

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in} = -\frac{\vec{M}_A}{2} e^{-jkR_1} + k \int_{\ell'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \vec{M}_A \mathcal{G}_2 d\ell' , \quad (2.24)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in} = \frac{k}{\eta} \int_{\ell'} \hat{n} \times \vec{M}_A \mathcal{G}_1 d\ell' , \quad (2.25)$$

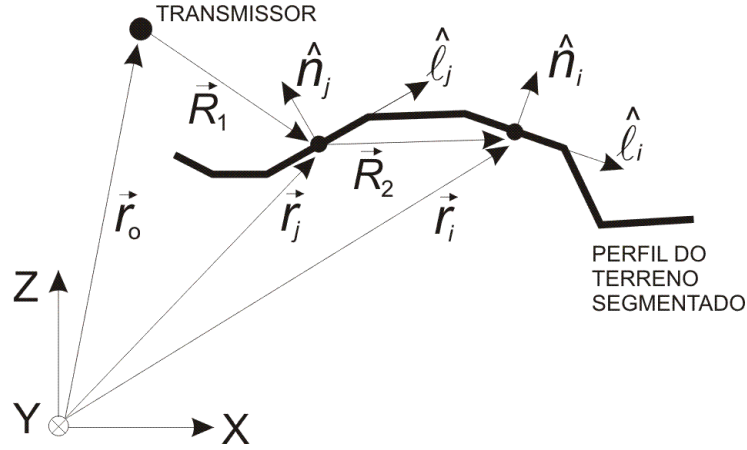


Figura 2.4: Terreno segmentado para a aplicação do Método dos Momentos.

lembrando que $\vec{M}_A$ define as correntes $\vec{M}_s$ através de (2.16). Entretanto, não é possível isolar as correntes em (2.24) e (2.25) para avaliá-las. Logo, faz-se necessária a aplicação de uma técnica numérica para a solução do problema. Neste trabalho, a técnica utilizada foi o Método dos Momentos (*Moment Method* - MoM). A aplicação do MoM implica na segmentação do terreno, conforme a Figura 2.4, e na definição das funções de base ($\vec{m}_j$) e de peso ($\vec{w}_i$), as quais foram respectivamente consideradas como sendo um pulso unitário e um impulso (função Delta de Dirac) no centro do segmento em questão [4]–[6]. Isto significa que a variação da corrente ao longo de um segmento foi assumida constante e seu valor calculado no centro do segmento [4]–[6].

O próximo passo, então, é a aplicação da função peso ($\vec{w}_i$) em (2.24) e (2.25). Desse modo, lembrando que após a aplicação do método da fase estacionária o problema passou a ser tratado apenas no plano de incidência e que as integrais de superfície são agora integrais de linha em ℓ , obtêm-se [4]–[6]:

$$\int_{\ell} \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in}) d\ell = -\frac{1}{2} \int_{\ell} (\vec{w}_i \cdot \vec{M}_A) e^{-jkR_1} d\ell + k \int_{\ell} \int_{\ell'} (\vec{w}_i \cdot \vec{M}_A) (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \mathcal{G}_2 d\ell' d\ell, \quad (2.26)$$

$$\int_{\ell} \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in}) d\ell = \frac{k}{\eta} \int_{\ell} \int_{\ell'} \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{M}_A) \mathcal{G}_1 d\ell' d\ell. \quad (2.27)$$

A corrente $\vec{M}_A$ é aqui representada por uma combinação linear de N_b funções de

base locais, onde N_b é o número de segmentos nos quais o perfil do terreno é dividido:

$$\vec{M}_A = \sum_{j=1}^{N_b} M_j \vec{m}_j, \quad (2.28)$$

onde $\vec{m}_j$, dada a consideração da polarização vertical e a orientação do terreno, pode ser escrita como $\vec{m}_j = m_j \hat{y}$, já que as correntes magnéticas $\vec{M}$ estão orientadas em $\hat{y}$. Ainda em (2.28), M_j representa a amplitude da corrente no centro do segmento j .

As orientações das funções peso são então definidas como $\hat{y}$ para a EFIE e $\hat{\ell}$ para a MFIE [4]–[6]. As integrais de linha em ℓ , com o auxílio das propriedades da função Delta de Dirac, são dadas, então, pelo integrando calculado no centro do segmento observador i . Logo, das equações (2.26) e (2.27):

$$\left[\hat{y} \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in}) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = - \left[\frac{M_i}{2} e^{-jkR_1} \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} + \sum_{j=1}^{N_b} \left[k \int_{\ell'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) M_j \mathcal{G}_2 d\ell' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.29)$$

$$\left[\hat{\ell} \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in}) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = - \sum_{j=1}^{N_b} \left[\frac{k}{\eta} \int_{\ell'} M_j \mathcal{G}_1 d\ell' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}. \quad (2.30)$$

Para a solução das integrais em ℓ' , ao contrário do que foi utilizado em [3]–[6], é proposta a consideração, para a fase do integrando, de R_1 e R_2 variando linearmente ao longo do segmento j [20]. Em seu trabalho, Freitas [4], assim como em [3, 5, 6], assume R_1 e R_2 constantes ao longo do segmento fonte j . Aqui, os termos R_1 e R_2 que aparecem na fase de $\mathcal{G}_1$ e $\mathcal{G}_2$ são representados por

$$R_1 \approx R_{1j} + u' \frac{\Delta j}{2} (\hat{R}_{1j} \cdot \hat{\ell}'), \quad (2.31)$$

$$R_2 \approx R_{2ij} - u' \frac{\Delta j}{2} (\hat{R}_{2ij} \cdot \hat{\ell}'), \quad (2.32)$$

onde u' é uma variável auxiliar que varia de -1 a 1 , cobrindo o domínio do segmento fonte j , Δj é o comprimento do segmento j , R_{1j} representa a distância do transmissor ao centro do segmento j e R_{2ij} a distância entre os centros dos segmentos j e i . Para a amplitude do integrando, no entanto, considerou-se os valores de R_1 e R_2 tomados nos

centros dos segmentos, ou seja,

$$R_1 = R_{1j} , \quad (2.33)$$

$$R_2 = R_{2ij} . \quad (2.34)$$

Na Seção 2.2.3, uma comparação com os resultados obtidos por Freitas é feita, a fim de mostrar a eficiência do procedimento adotado no presente trabalho.

Nas equações (2.29) e (2.30), os cálculos são realizados apenas para um determinado segmento observador i . Isto faz com que estas equações sejam aplicadas para cada segmento observador. Como também existe um somatório sobre os segmentos j , as equações (2.29) e (2.30) podem ser escritas como um sistema linear, o qual pode ser representado através da equação matricial:

$$[V_i] = [Z_{ij}] [M_j] . \quad (2.35)$$

Comparando, então, a equação (2.29) com (2.35), pode-se escrever para a EFIE

$$V_{i \text{ EFIE}} = \left[\hat{y} \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in}) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = \vec{E}_{in}(\vec{r}=\vec{r}_i) \cdot (\hat{y} \times \hat{n}_i) = \vec{E}_{in}(\vec{r}=\vec{r}_i) \cdot \hat{\ell}_i , \quad (2.36)$$

$$Z_{ij \text{ EFIE}} = \left[-\frac{1}{2} e^{-jkR_1} \delta_{ij} + k \int_{\ell'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \mathcal{G}_2 d\ell' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} , \quad (2.37)$$

onde

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} . \quad (2.38)$$

Na equação (2.37), devem ser consideradas as situações em que $i \neq j$ e $i = j$. Para $i \neq j$, o primeiro termo depois da igualdade é nulo, pois a função de peso é definida no segmento i enquanto a função de base é definida apenas no segmento j [4]. Já para o caso em que $i = j$, o primeiro termo após a igualdade existe e o segundo termo é nulo, pois o produto escalar entre a normal $\hat{n}$ e o vetor $\vec{R}_2$ é nulo. Dessa forma, as equações (2.36) e (2.37) são reescritas como:

$$V_{i \text{ EFIE}} = \vec{E}_{in} \cdot \hat{\ell}_i , \quad (2.39)$$

$$Z_{ij \text{ EFIE}} = k \int_{\ell'} (\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) \mathcal{G}_2 d\ell' , \quad i \neq j , \quad (2.40)$$

$$Z_{ii \text{ EFIE}} = -\frac{1}{2} e^{-jkR_1} . \quad (2.41)$$

A integral em ℓ' em (2.40) é calculada sobre o segmento j considerado. Desse modo, o único termo que varia ao longo do segmento é $\exp[-jk(R_1 + R_2)]$, presente em $\mathcal{G}_2$. Com o auxílio de (2.31) e (2.32):

$$\begin{aligned} k \int_{\ell'} e^{-jk(R_1 + R_2)} d\ell' &= e^{-jk(R_{1j} + R_{2ij})} \int_{-1}^1 e^{-jk u' \frac{\Delta_j}{2} [(\hat{R}_{1j} - \hat{R}_{2ij}) \cdot \hat{\ell}']} \frac{k\Delta_j}{2} du' \\ &= e^{-jk(R_{1j} + R_{2ij})} k\Delta_j \frac{\text{sen}\alpha}{\alpha}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

onde α é dado por

$$\alpha = \frac{k\Delta_j}{2} (\hat{R}_{1j} - \hat{R}_{2ij}) \cdot \hat{\ell}_j. \quad (2.43)$$

Desse modo, obtém-se para a EFIE:

$$V_{i \text{ EFIE}} = \vec{E}_{in} \cdot \hat{\ell}_i, \quad (2.44)$$

$$Z_{ij \text{ EFIE}} = \frac{\text{sen}\alpha}{\alpha} (\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) \mathcal{G}_2 k\Delta_j, \quad i \neq j, \quad (2.45)$$

$$Z_{ii \text{ EFIE}} = -\frac{1}{2} e^{-jkR_1}. \quad (2.46)$$

Seguindo, então, a mesma metodologia feita para a EFIE, através da comparação entre a equação (2.30) com (2.35) é possível escrever para a MFIE:

$$V_{i \text{ MFIE}} = \eta \left[\hat{\ell} \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in}) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = \eta \left[\vec{H}_{in}(\vec{r}=\vec{r}_i) \cdot (\hat{\ell}_i \times \hat{n}_i) \right] = -\eta \left[\vec{H}_{in}(\vec{r}=\vec{r}_i) \cdot \hat{y} \right], \quad (2.47)$$

$$Z_{ij \text{ MFIE}} = - \left[k \int_{\ell'} M_j \mathcal{G}_1 d\ell' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}. \quad (2.48)$$

A integral em ℓ' , presente em (2.48), é tratada como em (2.42) para $i \neq j$. Entretanto, para $i = j$, um cuidado especial deve ser tomado para a singularidade existente devido a $R_2 \rightarrow 0$. Para esta situação, notando que $R_2 = \frac{\Delta_j}{2}|u'|$, $\mathcal{G}_1$ é dado no limite por:

$$\mathcal{G}_1(R_2 \rightarrow 0) \approx \frac{\exp \left[-jk(R_{1j} + u' \frac{\Delta_j}{2} (\hat{R}_{1j} \cdot \hat{\ell}') + |u'| \frac{\Delta_j}{2}) + j\frac{\pi}{4} \right]}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{kR_2}}. \quad (2.49)$$

Desse modo, a integral em ℓ' para $i = j$ é dada por [21]:

$$\begin{aligned}
k \int_{\ell'} \mathcal{G}_1 \, d\ell' &= \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2\pi}} e^{-jkR_{1j}} \int_{-1}^1 \frac{e^{-jk u' \frac{\Delta j}{2} (\hat{R}_{1j} \cdot \hat{\ell}')} e^{-jk|u'| \frac{\Delta j}{2}}}{\sqrt{k|u'| \frac{\Delta j}{2}}} \frac{k\Delta j}{2} du' \\
&= \frac{e^{-jkR_{1j} + j\frac{\pi}{4}}}{2} \left[\frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j) \frac{k\Delta j}{\pi}} \right)}{\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j)}} + \frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j) \frac{k\Delta j}{\pi}} \right)}{\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j)}} \right]
\end{aligned} \tag{2.50}$$

onde $\text{Fres}(x)$ é definido através das integrais de Fresnel $S(x)$ e $C(x)$ como [21]:

$$\text{Fres}(x) = C(x) - j S(x) . \tag{2.51}$$

Feito o tratamento da singularidade, (2.47) e (2.48) podem ser reescritas (multiplicando-se todos os termos por -1) como:

$$V_i \text{ MFIE} = \eta (\vec{H}_{in} \cdot \hat{y}) , \tag{2.52}$$

$$Z_{ij} \text{ MFIE} = \frac{\text{sen}\alpha}{\alpha} \mathcal{G}_1 k \Delta j , \quad i \neq j , \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
Z_{ii} \text{ MFIE} &= \frac{e^{-jkR_{1j} + j\frac{\pi}{4}}}{2} \left[\frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j) \frac{k\Delta j}{\pi}} \right)}{\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j)}} + \frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j) \frac{k\Delta j}{\pi}} \right)}{\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{\ell}_j)}} \right] ,
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Nesse ponto, a solução do sistema linear para o cálculo das correntes em (2.35) exige um esforço computacional muito grande, dado que $[Z_{ij}]$ é uma matriz cheia. Entretanto, como o terreno foi assumido eletricamente suave, o desprezo do retro-espalhamento pode ser considerado sem comprometer a precisão do método [3]. O retro-espalhamento pode ser definido como o acoplamento eletromagnético entre um determinado segmento e os posteriores a este. A não consideração do retro-espalhamento faz com que a matriz Z_{ij} possua elementos nulos para $j > i$, o que permite que o cálculo das corrente M_i possa ser realizado de maneira recursiva [3]:

$$M_i = \frac{1}{Z_{ii}} \left(V_i - \sum_{j=1}^{i-1} Z_{ij} M_j \right) , \quad i = 1, 2, \dots, N_b . \tag{2.55}$$

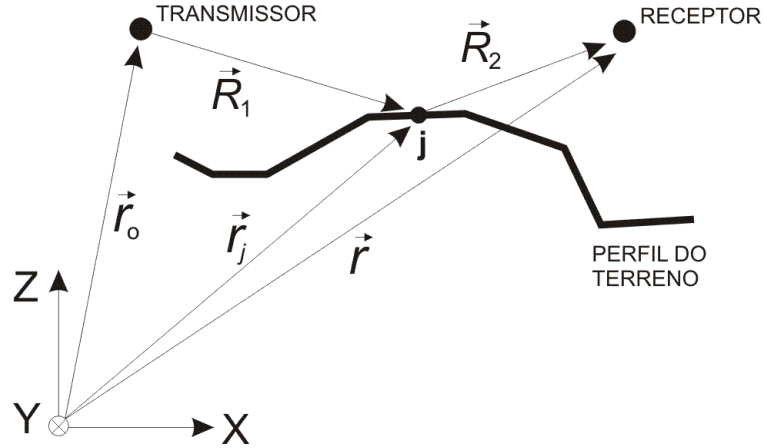


Figura 2.5: Definição e posicionamento dos parâmetros considerados no cálculo do campo espalhado.

O cálculo recursivo das correntes evita a necessidade da solução de um sistema linear que englobe todos os elementos da matriz Z_{ij} , o que agiliza o algoritmo. Entretanto, mesmo com a utilização desse recurso, o maior custo computacional continua no somatório realizado sobre os segmentos para o cálculo das correntes superficiais. Isto motivou a busca de uma técnica de aceleração desse cálculo, a qual será apresentada na Seção 2.3.

Obtidas as correntes superficiais equivalentes, o cálculo do campo espalhado pode ser realizado através de (2.8) e (2.9) com $T = 1$, já que o cálculo será feito para um observador fora da superfície. Assim, para o campo elétrico,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) + \vec{L}_2(\vec{M}) . \quad (2.56)$$

Como feito anteriormente, após a aplicação do método da fase estacionária $\vec{L}_2$ se torna

$$\vec{L}_2(\vec{M}) = -k \int_{\ell'} \vec{M}_A \times \hat{R}_2 \mathcal{G}_2 d\ell' , \quad (2.57)$$

onde R_1 continua representando a distância entre o transmissor e o segmento fonte e R_2 passa a ser a distância entre este segmento fonte e o receptor, conforme a Figura 2.5. A integral em ℓ' é tratada da mesma forma que em (2.42).

Dessa maneira, considerando a função de base $\vec{m}_j$ novamente como um pulso

unitário e lembrando que $\vec{m}_j = m_j \hat{y}$, o campo elétrico pode ser obtido através de

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) - \sum_{j=1}^{N_b} M_j \frac{\sin \alpha}{\alpha} (\hat{y} \times \hat{R}_2) \mathcal{G}_2 k \Delta_j, \quad (2.58)$$

onde, α é dado por (2.43) com $\hat{R}_2$ de acordo com a Figura 2.5.

A partir de (2.58), conhecidas as correntes superficiais equivalentes, é possível a obtenção do campo elétrico em um ponto acima da superfície através do conhecimento da posição do transmissor, das características da fonte presente neste transmissor e das coordenadas que descrevem o perfil do terreno.

A respeito da segmentação do terreno, é estabelecida uma relação entre o tamanho dos segmentos considerados e o comprimento de onda do sinal emitido pela fonte. Para a representação desta relação é utilizado um parâmetro de entrada no algoritmo implementado que define o número de segmentos por comprimento de onda. Para avaliar a performance do método desenvolvido, foram realizadas simulações nas quais o número de segmentos por comprimento de onda foi variado com o objetivo de estabelecer um maior conhecimento da segmentação necessária e para avaliar a convergência do método em relação a um resultado de referência. A referência utilizada foi a Teoria Uniforme da Difração (*Uniform Theory of Diffraction - UTD*). Os resultados obtidos tanto para um perfil teórico quanto para um perfil prático serão apresentados na Seção 2.2.

2.2 Resultados

Nesta seção serão apresentados os resultados de simulações para a validação das técnicas baseadas na EFIE e na MFIE, discutidas na Seção 2.1. Dois casos serão estudados: o primeiro considerando um perfil teórico representado por uma cunha e o outro um perfil prático. Os dois terrenos se enquadram nas considerações feitas anteriormente, ou seja, um condutor magnético perfeito com uma superfície suavemente irregular. Os resultados obtidos para a cunha são comparados com outros gerados pela UTD. Nos dois casos serão mostradas simulações para diferentes segmentações dos terrenos visando a determinação do número ideal de segmentos por comprimento de onda a ser utilizado.

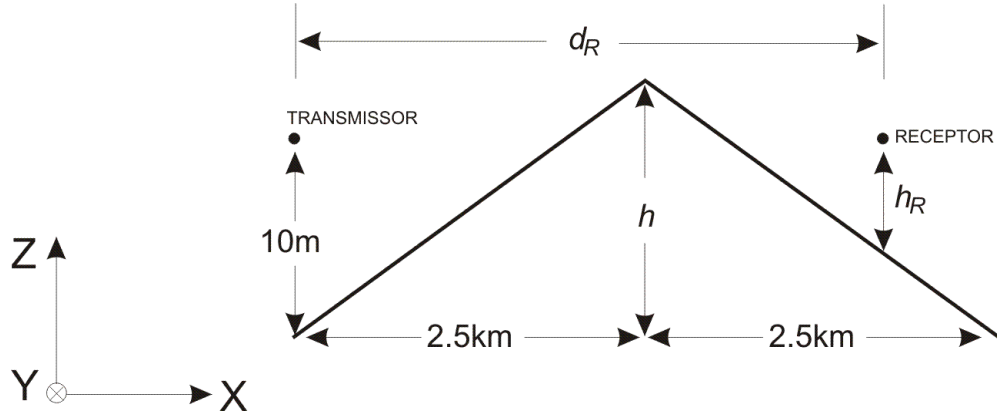


Figura 2.6: Perfil da cunha utilizada nas simulações.

2.2.1 Cunha

Para a primeira simulação escolheu-se um terreno teórico de menor complexidade. Trata-se de uma cunha já utilizada anteriormente na literatura [3]–[7]. Assim como em [4] e [5], os resultados obtidos através do método desenvolvido serão comparados com a UTD, visando a verificação da precisão e eficácia tanto da EFIE quanto da MFIE.

As dimensões da cunha são ilustradas na Figura 2.6, assumindo $h = 50$ m. Tanto o transmissor quanto o receptor foram considerados como sendo dipolos de Hertz polarizados verticalmente. O transmissor é colocado no início da cunha a uma altura de 10 m. As simulações visam a estimação da atenuação do campo elétrico ao longo do enlace (*path-loss*), isto é, a atenuação devida às perdas associadas à propagação do campo na presença do terreno, sendo importante ressaltar que apenas a componente $\hat{z}$ do campo elétrico foi considerada (polarização vertical). A atenuação é definida como

$$A_{dB} = 10 \log \left(\frac{P_T}{P_R} \right) + 10 \log(G_T) + 10 \log(G_R) , \quad (2.59)$$

onde P_T e G_T são, respectivamente, a potência transmitida pela fonte e o ganho da antena transmissora, enquanto P_R e G_R são, respectivamente, a potência recebida no receptor e o ganho da antena receptora. Os termos com os ganhos são adicionados devido ao fato de Hviid *et al.* tratarem a atenuação descontando os ganhos das antenas. Como foram utilizados dipolos de Hertz, tanto no transmissor quanto no receptor, $G_T = G_R = 1,5$,

assumindo-se uma eficiência de 100%. A potência transmitida foi de 1 Watt e a potência recebida é dada a partir do campo calculado no ponto de observação:

$$P_R = S \cdot A_{ef} = \frac{|E_z|^2}{2\eta} \cdot \frac{D_R \lambda^2}{4\pi} , \quad (2.60)$$

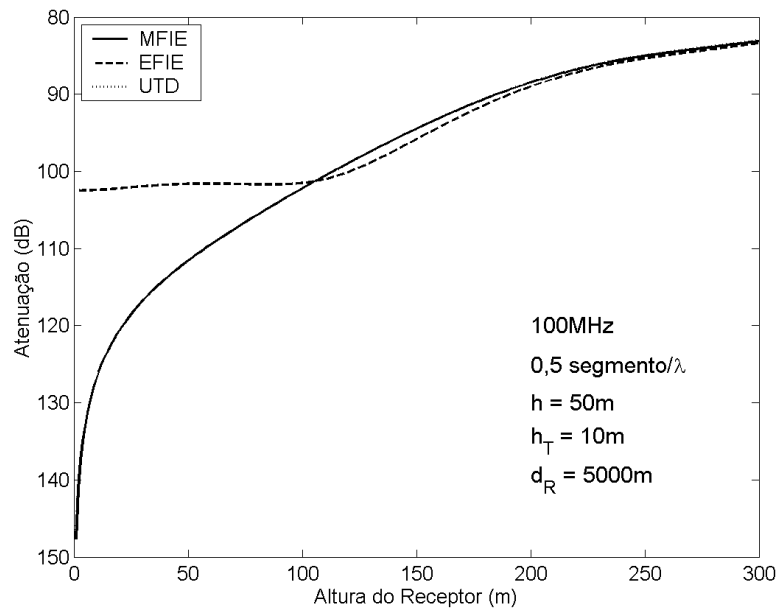
onde S é a densidade de potência sobre a antena receptora e A_{ef} é a abertura efetiva desta antena. D_R representa a diretividade da antena, a qual é 1,5 e E_z é a componente $\hat{z}$ do campo elétrico sobre o receptor.

Os resultados foram gerados para dois casos: a variação da altura do receptor (h_R), considerando o receptor fixo no final da cunha, ou seja, com $d_R = 5000$ m (Figuras 2.7 e 2.8) e a variação da distância do receptor (d_R), mantendo uma altura $h_R = 3$ m em relação ao solo (Figuras 2.9 e 2.10). Nas Figuras 2.7 e 2.9, são apresentados os resultados para uma simulação com uma frequência de operação de 100 MHz. Já as Figuras 2.8 e 2.10 ilustram as simulações realizadas em 1 GHz. Foram estudados casos para 0,5, 1 e 3 segmentos por comprimento de onda, mas optou-se, por conveniência, em apresentar os gráficos apenas para 0,5 e 3 segmentos por comprimento de onda.

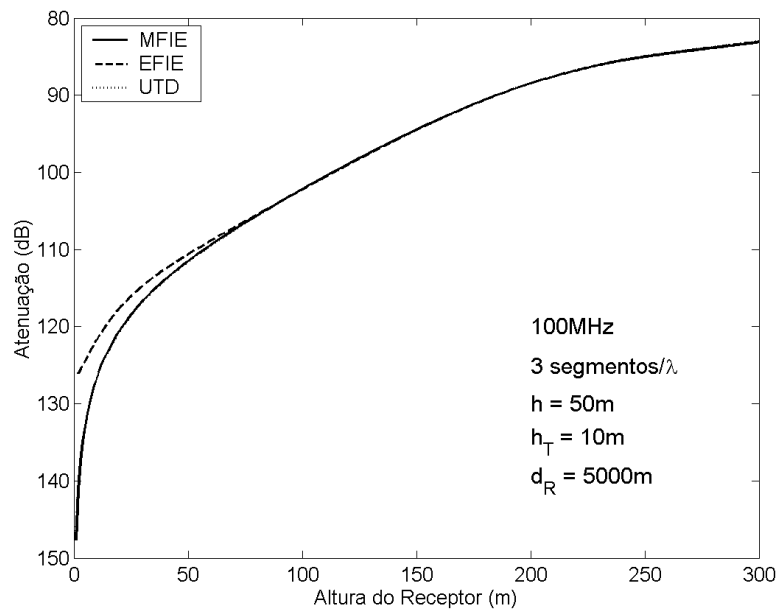
Em todas as simulações é possível observar que o resultado melhora à medida que o número de funções de base (N_b) aumenta, ou seja, com o aumento do número de segmentos por comprimento de onda. As Figuras 2.7 e 2.8 mostram as simulações para a variação da altura (h_R) do receptor. Através destas, pode-se observar que com apenas 0,5 segmento por comprimento de onda a MFIE já fornece um resultado satisfatório em relação à UTD. Já a EFIE, mesmo com 3 segmentos por comprimento de onda, só obtém resultados concordantes com a UTD para alturas do receptor não muito próximas ao solo. A exceção ocorre para o caso de 1 GHz onde a EFIE converge para o resultado da UTD para todas as alturas investigadas.

As Figuras 2.9 e 2.10 mostram a atenuação do campo elétrico com a variação da distância do receptor em relação ao transmissor. Para estas simulações, novamente a MFIE só precisou de 0,5 segmento por comprimento de onda para fornecer resultados concordantes com a referência. A EFIE, por sua vez, mesmo com 3 segmentos por comprimento de onda não conseguiu convergir para o resultado da UTD.

As simulações para um perfil de terreno em forma de cunha mostram que a MFIE converge mais rápido do que a EFIE para o resultado de referência, ou seja, ela exige uma segmentação menor do terreno. Isto se torna muito importante devido ao fato de que, com o desprezo do retro-espalhamento, o tempo computacional é proporcional a $N_b(N_b + 1)/2$, ou seja, uma diminuição no número de segmentos acarreta em uma redução do tempo computacional aproximadamente proporcional a N_b^2 . Desse modo, quanto menor a segmentação, mais rápida será a execução do programa para o cálculo das correntes e, posteriormente, do campo espalhado. O próximo passo será a realização de simulações utilizando um perfil de terreno prático, nas quais serão adotadas segmentações de 0,5 , 1, 3 e 5 segmentos por comprimento de onda.

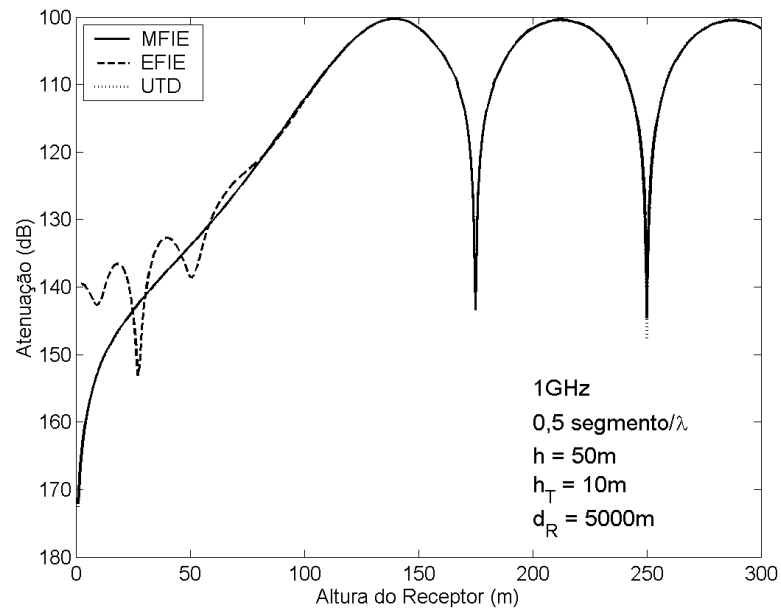


(a) 0,5 segmento por comprimento de onda

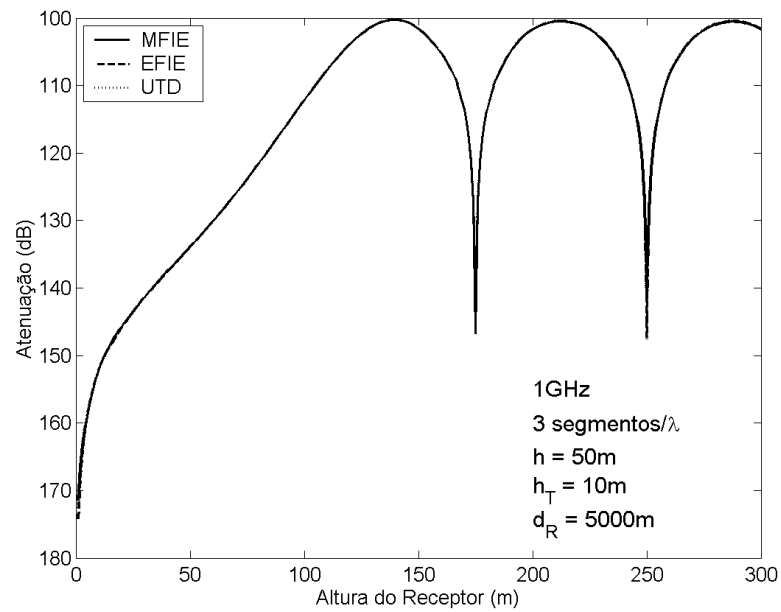


(b) 3 segmentos por comprimento de onda

Figura 2.7: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da altura do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.

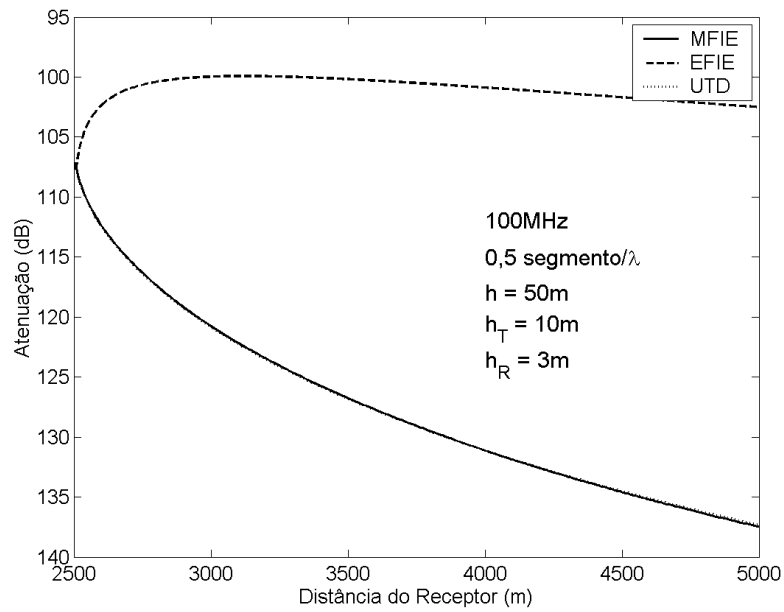


(a) 0,5 segmento por comprimento de onda

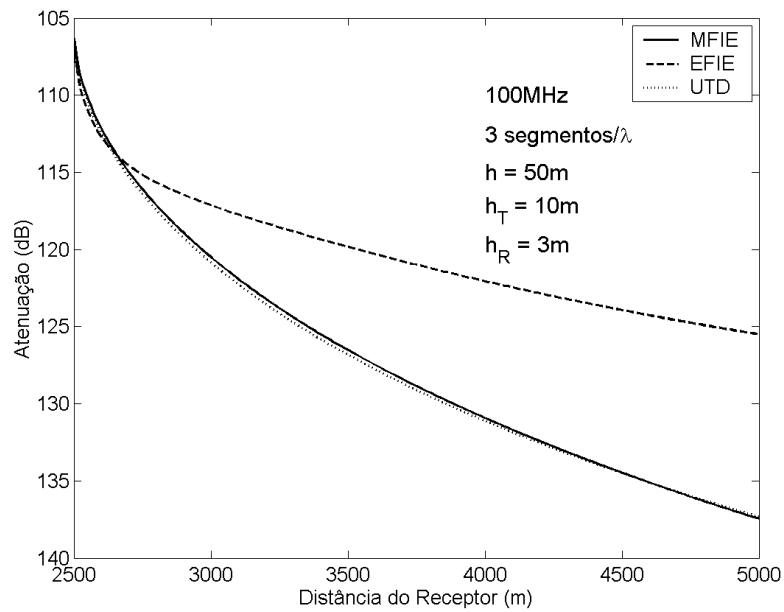


(b) 3 segmentos por comprimento de onda

Figura 2.8: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da altura do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.

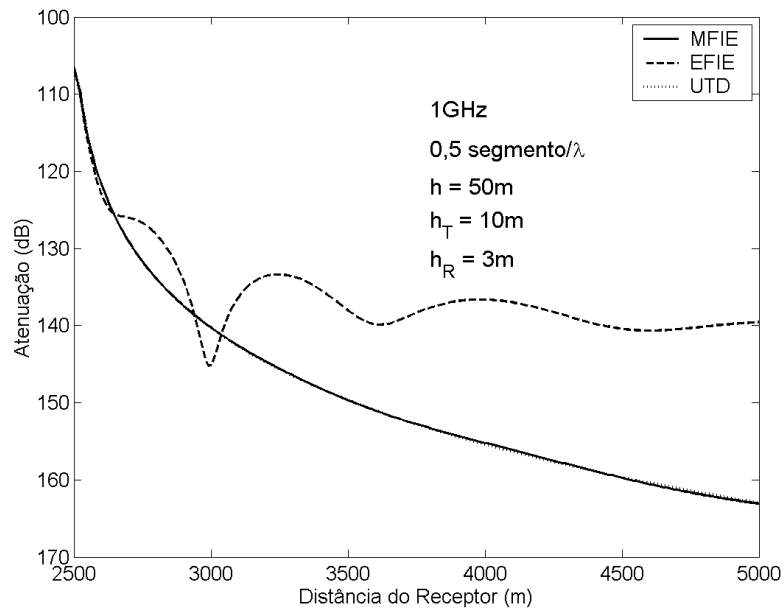


(a) 0,5 segmento por comprimento de onda

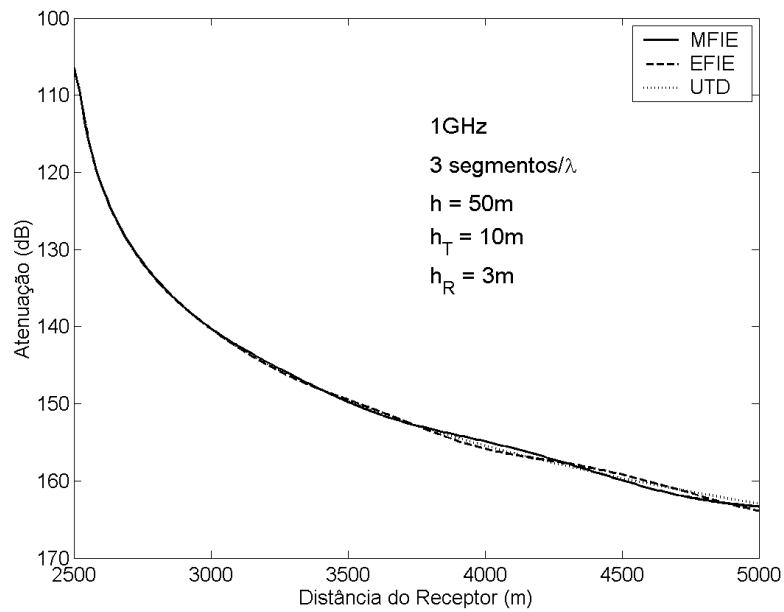


(b) 3 segmentos por comprimento de onda

Figura 2.9: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da distância do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.



(a) 0,5 segmento por comprimento de onda



(b) 3 segmentos por comprimento de onda

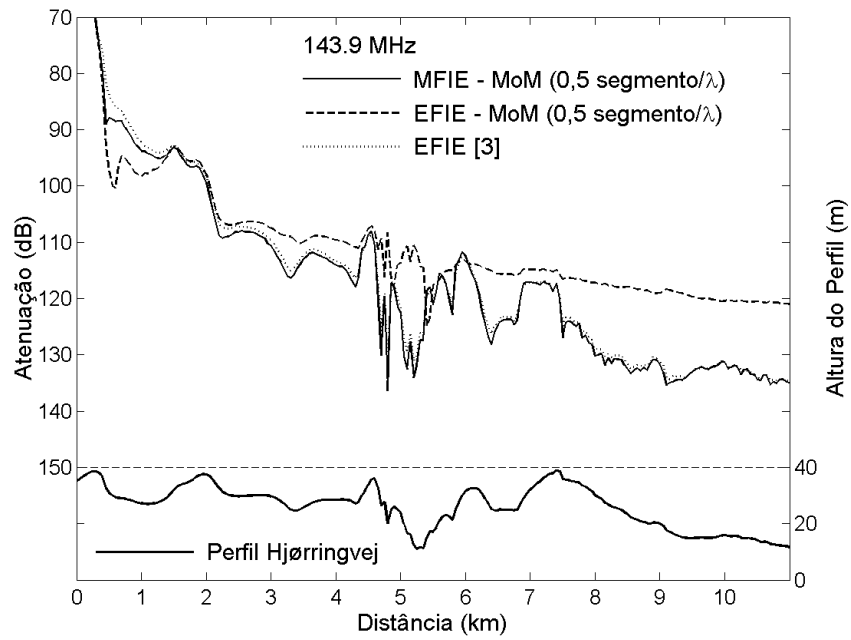
Figura 2.10: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente para a variação da distância do receptor sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência a UTD.

2.2.2 Perfil de Hjørringvej

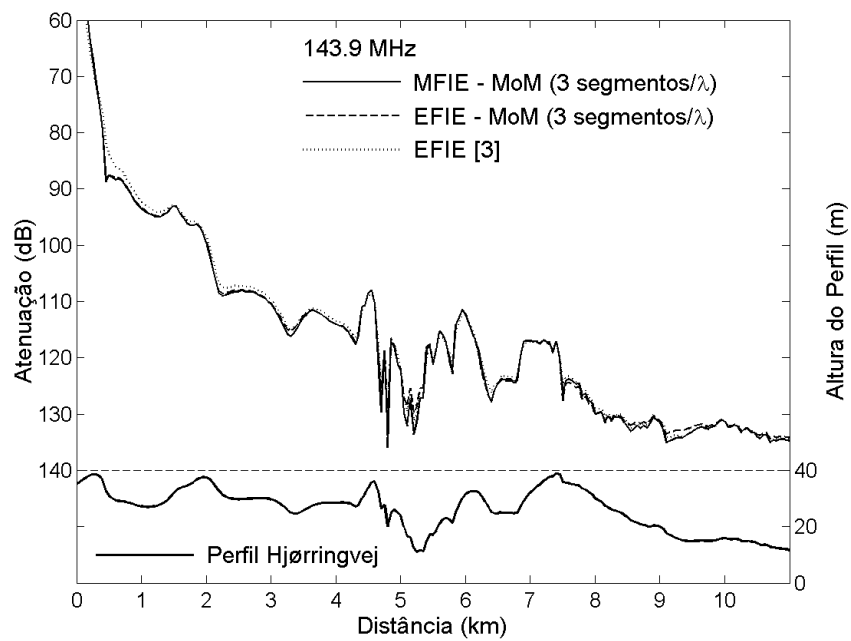
O segundo caso estudado utiliza um perfil prático referente ao terreno Hjørringvej localizado próximo à cidade de Aalborg na Dinamarca [3]. Como foi dito anteriormente, o terreno apresenta a característica de ser suave em relação ao comprimento de onda das frequências utilizadas. Foram realizadas simulações para quatro frequências: 143,9 , 435, 970 e 1.900 MHz, sendo que, para cada frequência, diferentes números de segmentos por comprimento de onda foram utilizados. A escolha destas frequências se deve ao fato destas já terem sido utilizadas por Hviid *et al.* em [3], onde os resultados obtidos foram comparados com medições no local, tendo sido obtidas concordâncias com erros médios entre 2 e 3 dB para as frequências de 143,9 e 435 MHz, e entre 5 e 6 dB para as frequências de 970 e 1.900 MHz. Como em [3], o solo foi tratado como um condutor magnético perfeito.

As simulações visam o estudo da atenuação do campo elétrico variando-se a posição do receptor sobre o terreno. Como no caso da cunha, foi considerada apenas a componente $\hat{z}$ do campo elétrico. O receptor é deslocado ao longo do perfil do terreno, sempre a uma altura de 2,4 m do solo [3]. O transmissor, por sua vez, foi colocado a uma altura de 10,4 m no início do perfil. Como não foi possível obter os dados das medições feitas em campo, nos gráficos apresentados nas Figuras 2.11 a 2.14 são utilizadas como referência as simulações numéricas obtidas por Hviid *et al.* em seu trabalho [3], as quais foram gentilmente cedidas pelo Prof. J. B. Andersen.

Foram realizadas simulações para 0,5 , 1, 3 e 5 segmentos por comprimento de onda. Como no caso da cunha, é possível observar uma convergência mais rápida da MFIE, se comparada à EFIE. Entretanto, para os casos de 970 e 1.900 MHz, com apenas 0,5 segmento por comprimento de onda tanto a MFIE quanto a EFIE já apresentam resultados satisfatórios. É importante ressaltar que o valor absoluto da atenuação calculada difere dos resultados apresentados em [3] por uma constante (valores em decibéis). Isto se deve ao fato de não haver informação suficiente em [3] sobre os ganhos das antenas utilizadas na simulação. Logo, para cada frequência, a constante foi determinada através de uma MFIE com 5 segmentos por comprimento de onda, considerado o caso mais preciso, e adicionada aos resultados obtidos para evidenciar a convergência dos métodos.

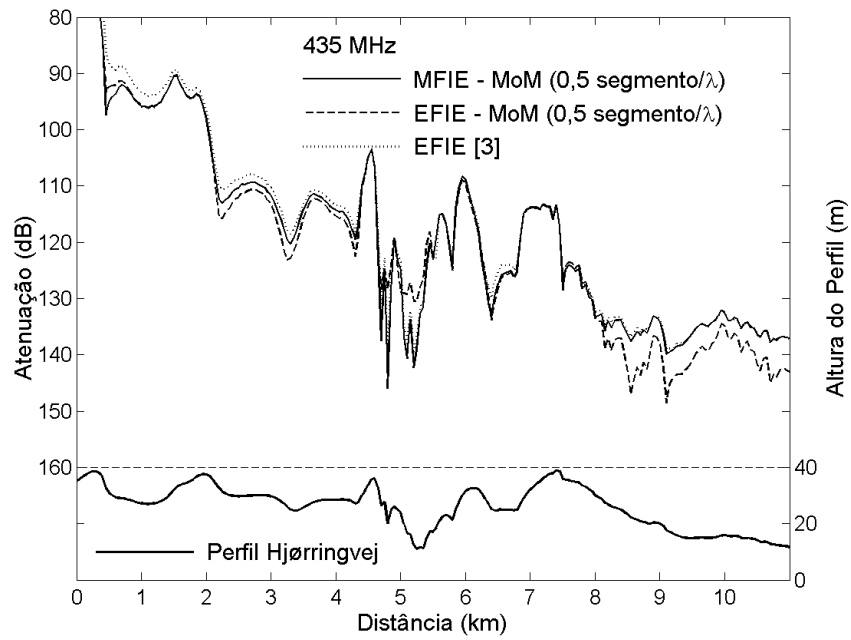


(a) 0,5 segmento por comprimento de onda

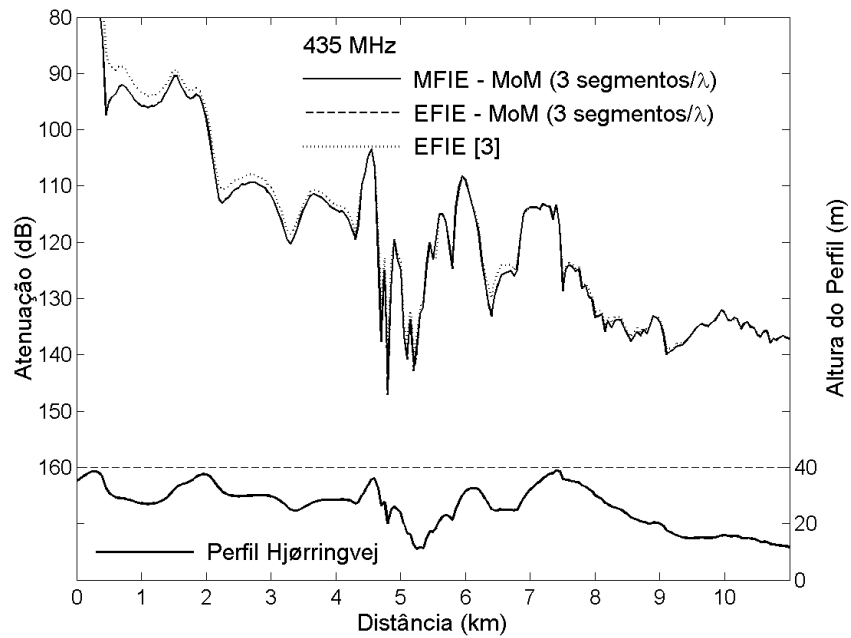


(b) 3 segmentos por comprimento de onda

Figura 2.11: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 143,9 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].

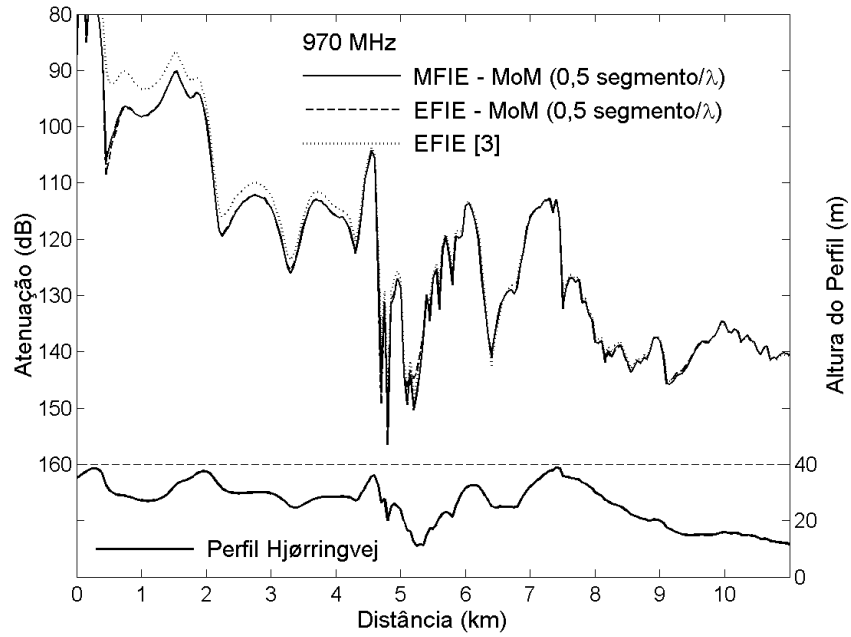


(a) 0,5 segmento por comprimento de onda

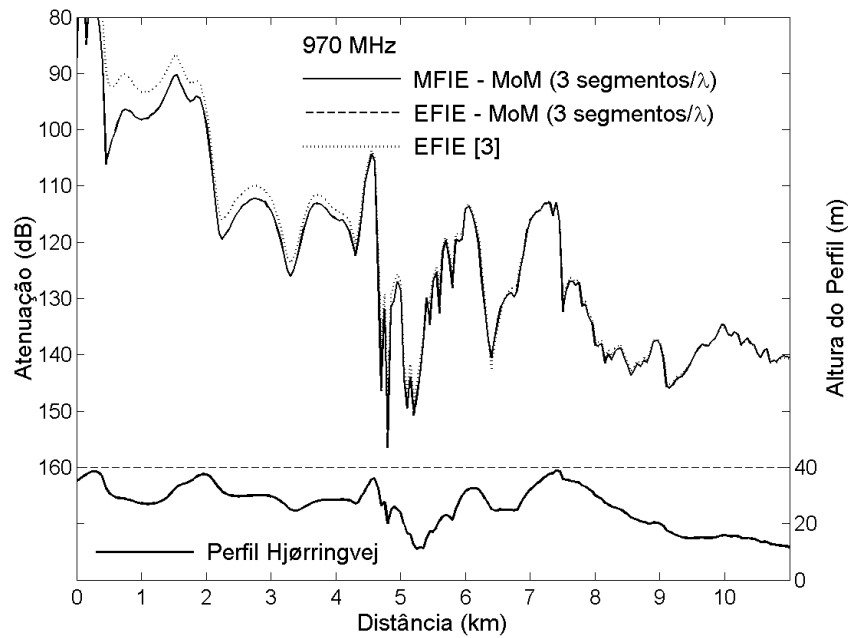


(b) 3 segmentos por comprimento de onda

Figura 2.12: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].

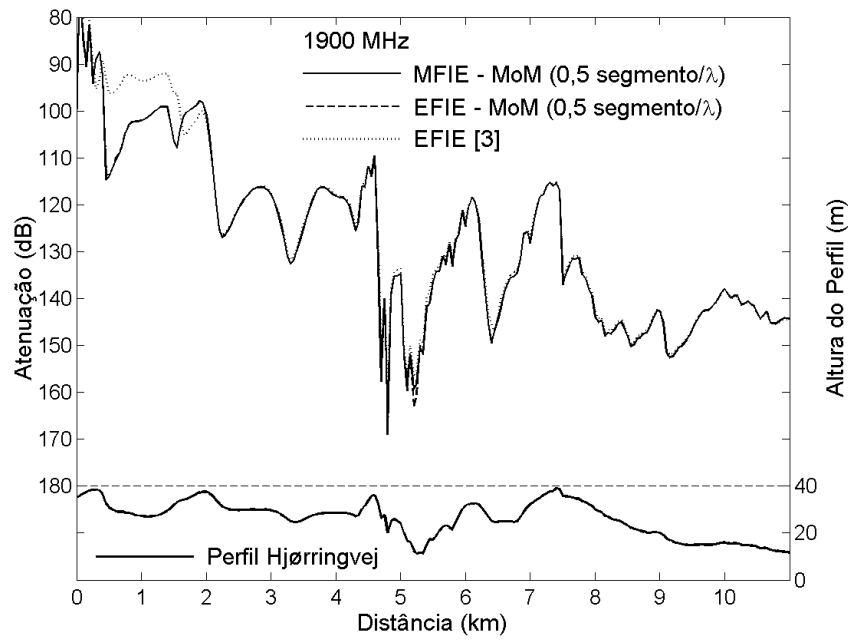


(a) 0,5 segmento por comprimento de onda

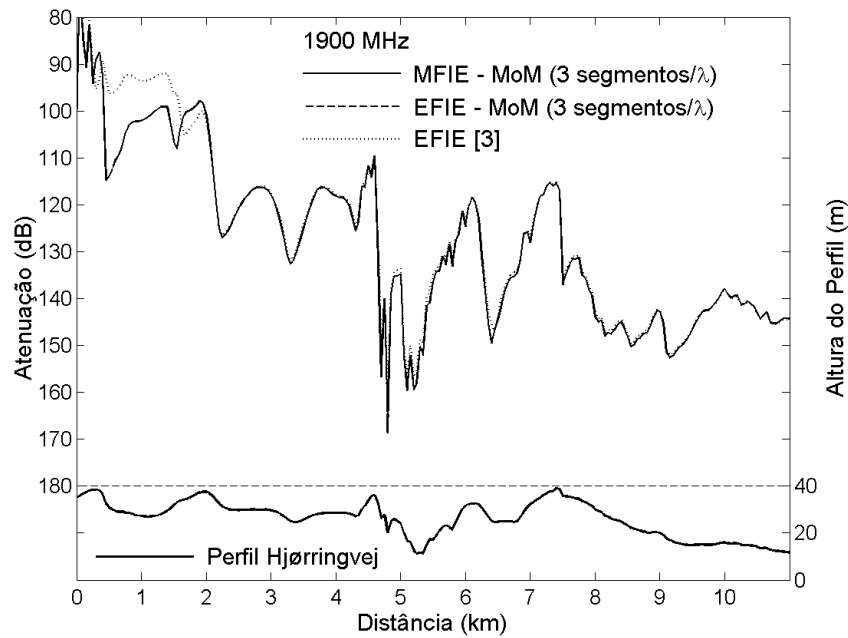


(b) 3 segmentos por comprimento de onda

Figura 2.13: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].



(a) 0,5 segmento por comprimento de onda



(b) 3 segmentos por comprimento de onda

Figura 2.14: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 e 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].

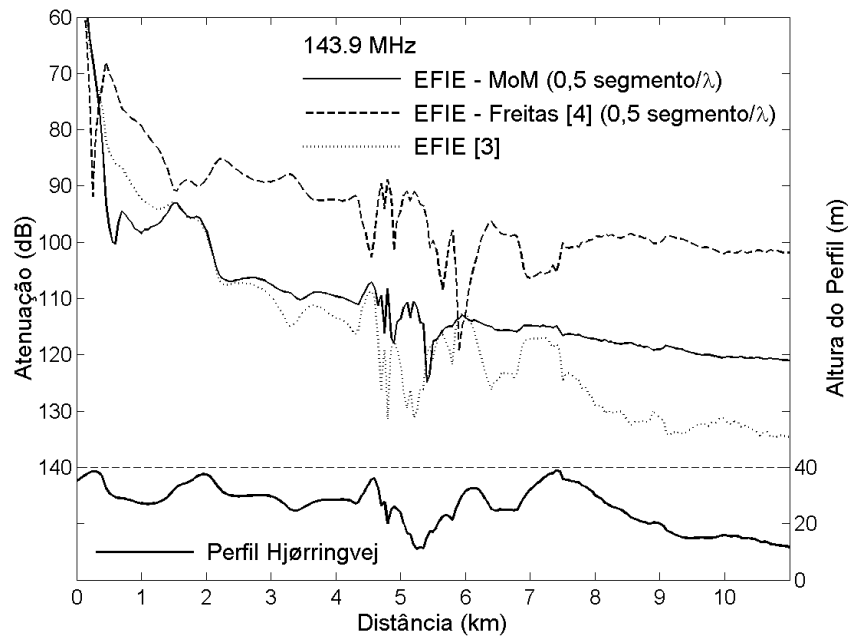
2.2.3 Comparação com os resultados obtidos por Freitas em [4]

Em seu trabalho, Freitas não faz a consideração dos termos R_1 e R_2 , presentes nas fases de $\mathcal{G}_1$ e $\mathcal{G}_2$, variando linearmente ao longo do segmento fonte j . Ele os trata como constantes ao longo de j . Para verificar a melhora obtida com a utilização da linearização de tais termos, como indicado pelas equações (2.31) e (2.32), algumas simulações foram realizadas comparando a abordagem adotada por Freitas em [4] e a adotada no presente trabalho. Como referência, utilizou-se novamente os resultados numéricos obtidos por Hviid *et al.* [3].

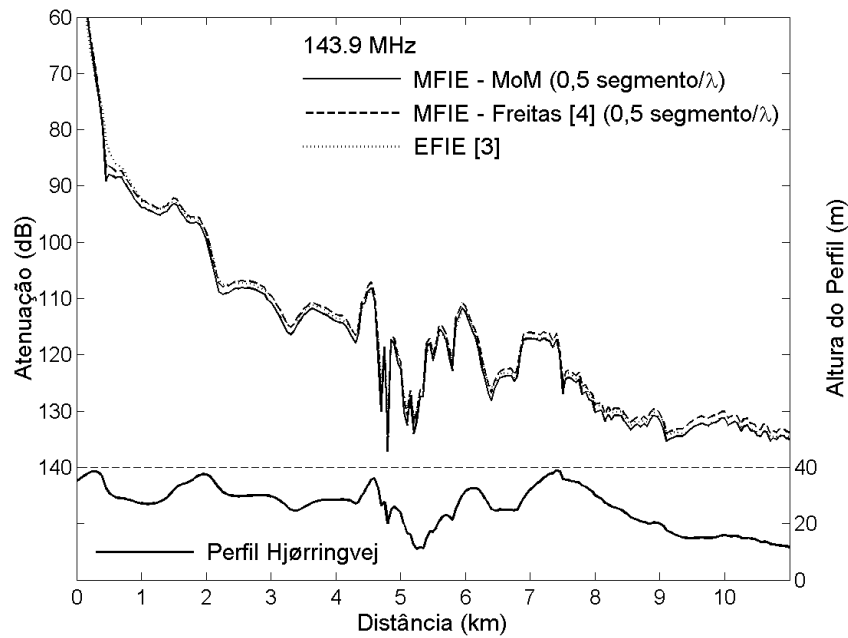
As simulações foram realizadas para o perfil Hjørringvej, utilizando 0,5 segmento por comprimento de onda, já que esta segmentação foi suficiente para evidenciar uma melhor convergência do presente método, considerando-se as frequências de 143,9 , 435, 970, 1.900 MHz. A posição do transmissor e a variação da posição do receptor foram as mesmas adotadas na Seção 2.2.2.

Nas Figuras 2.15 a 2.18, é possível observar que, para a MFIE, apenas no caso de 144 MHz houve uma melhora significativa, pois, para as outras frequências, os resultados já eram muito satisfatórios, apresentando concordância com a referência. Para a EFIE, entretanto, a melhora se mostrou relevante em todas as frequências, sendo que para os casos de 970 e 1.900 MHz, mostrados nas Figuras 2.17 e 2.18 e que apresentavam, sem o tratamento da fase da corrente, erros de até 15 dB nas partes mais irregulares do terreno, os resultados passaram a ser comparáveis aos da MFIE.

É possível concluir, então, que a consideração da linearização dos termos presentes nas fases de $\mathcal{G}_1$ e $\mathcal{G}_2$ é responsável por uma convergência mais rápida da EFIE, fazendo com que seus resultados para altas frequências sejam tão satisfatórios quanto os da MFIE.

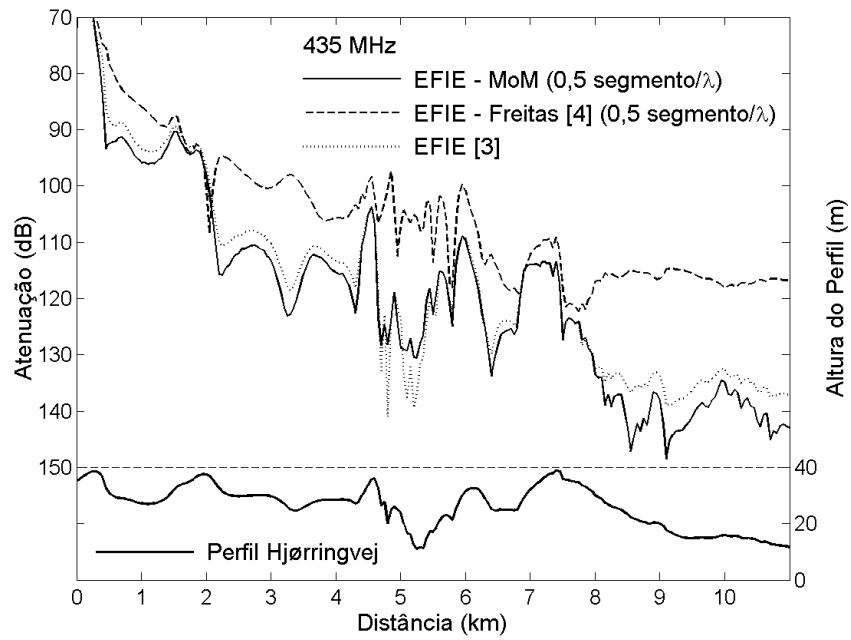


(a) EFIE

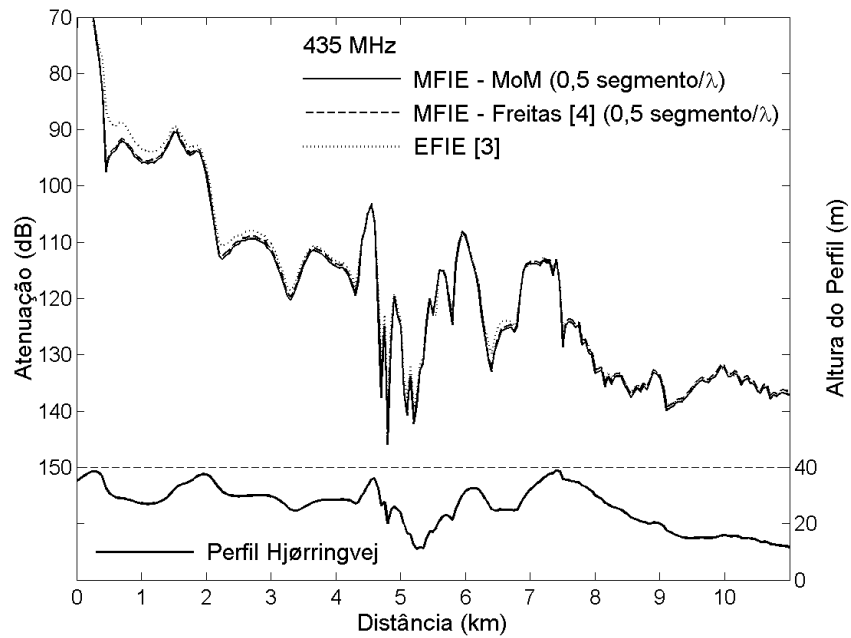


(b) MFIE

Figura 2.15: Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 144 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].

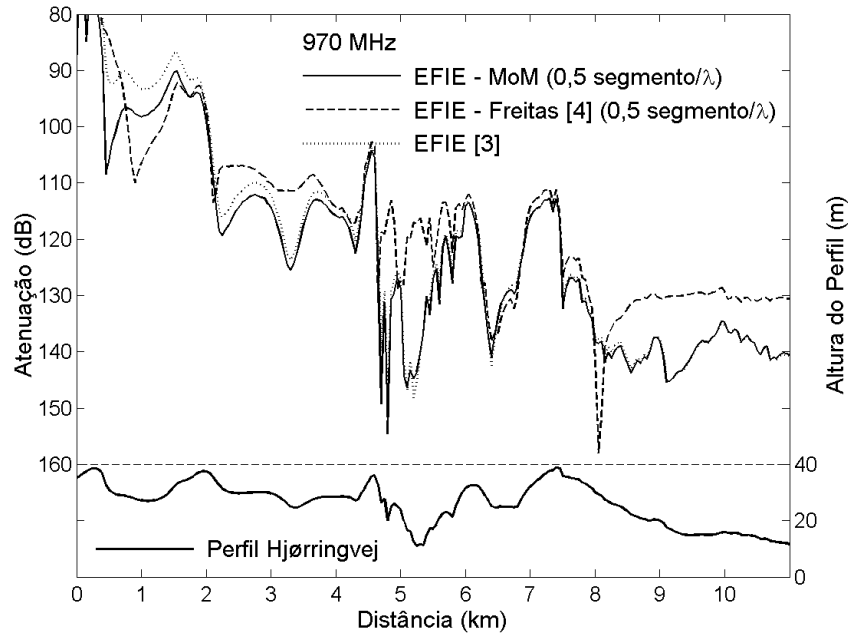


(a) EFIE

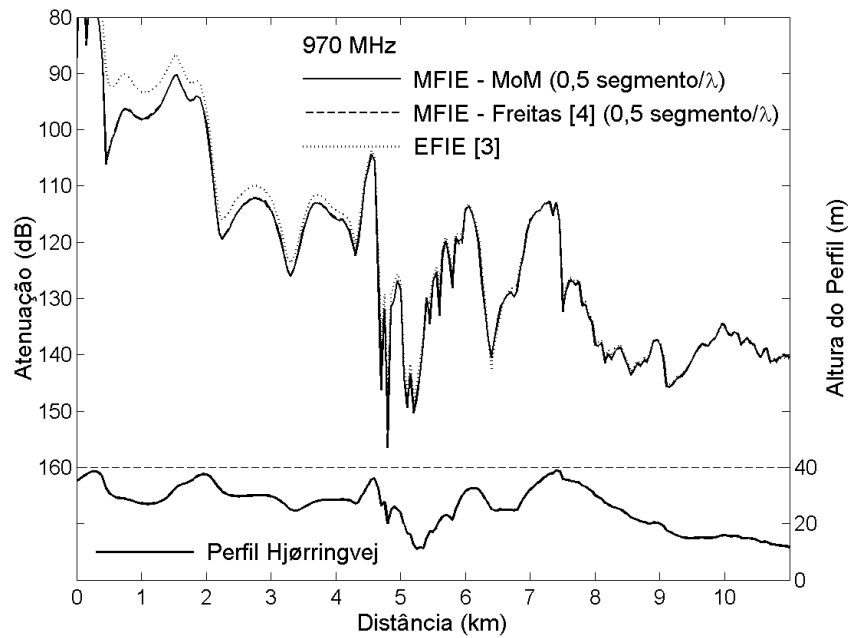


(b) MFIE

Figura 2.16: Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].

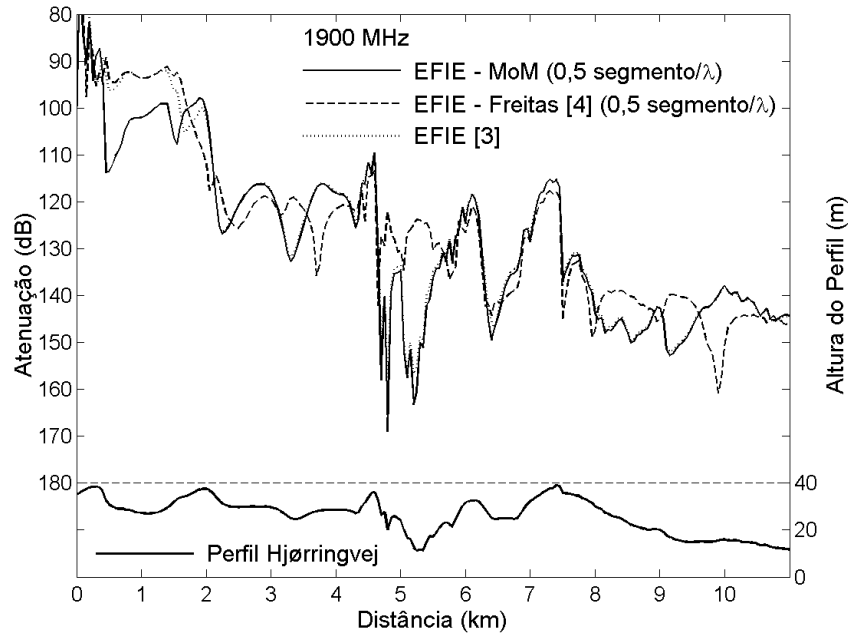


(a) EFIE

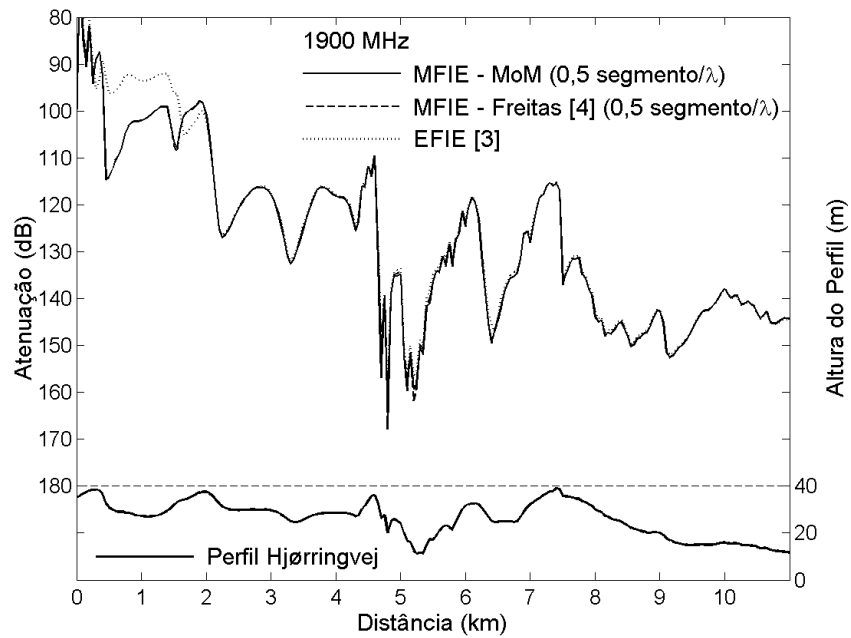


(b) MFIE

Figura 2.17: Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].



(a) EFIE



(b) MFIE

Figura 2.18: Comparação com os resultados numéricos, obtidos por Freitas [4], da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/ λ , tendo como referência os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* em [3].

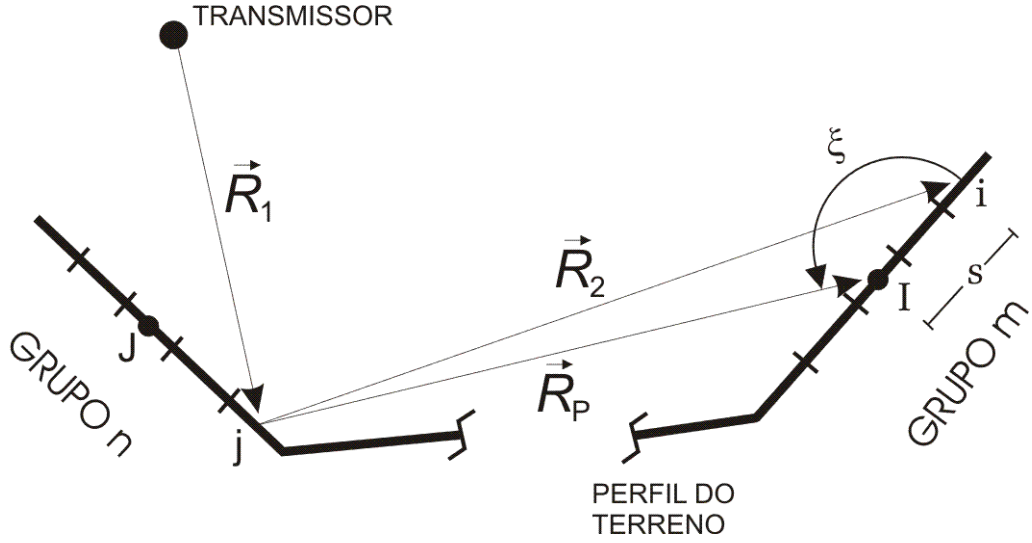


Figura 2.19: Terreno dividido em grupos de segmentos.

2.3 Técnica de Aceleração

Embora a solução de problemas de espalhamento eletromagnético através das equações integrais seja eficiente e completa, o que restringe o uso desse método em maior escala é o esforço computacional envolvido. Este fato é agravado quando problemas relacionados a terrenos maiores e mais acidentados são considerados. Nos últimos anos, alguns trabalhos têm sido publicados com o intuito de desenvolver técnicas de aceleração capazes de viabilizar a utilização do método sem, com isso, diminuir sua eficiência.

Em [11]–[13] Cullen *et al.* apresentam uma técnica de aceleração (*Fast Far Field Approximation* - FAFFA) do cálculo recursivo das correntes superficiais descrito na Seção 2.1. A técnica consiste em dividir o terreno em grupos de segmentos, como mostrado na Figura 2.19, e com isso possibilitar o cálculo do somatório $\sum Z_{ij} M_j$, presente em (2.55) e ao qual está associado o maior esforço computacional, apenas uma vez para cada par de grupos observador (m) e fonte (n).

Nas formulações FAFFA desenvolvidas em [11]–[13] o problema é tratado de forma puramente bidimensional, considerando ondas cilíndricas e utilizando as equações integrais bidimensionais. Neste trabalho, entretanto, a excitação é assumida localmente esférica, ou seja, o problema é avaliado de forma tridimensional, fazendo a consideração de uma

superfície invariante na direção perpendicular ao plano de incidência e aplicando o método da fase estacionária na avaliação assintótica da integral naquela direção.

Inicialmente o terreno é dividido em grupos de segmentos conforme a Figura 2.19, sendo os grupos fontes referenciados por n e os grupos observadores por m . A técnica propõe, então, que a interação de um segmento j presente no grupo fonte n com um segmento i do grupo observador m seja feita baseada em uma aproximação de fase e amplitude da interação entre o segmento J e I . Estes últimos são localizados nos centros do grupo fonte n e do grupo observador m , respectivamente (veja Figura 2.19).

Para iniciar o desenvolvimento da formulação, a equação (2.55) para o cálculo recursivo das correntes é reescrita da seguinte forma:

$$Z_{ii} M_i = V_i - \sum_{j=1}^{i-1} Z_{ij} M_j, \quad i = 1, 2, \dots, N_b, \quad (2.61)$$

onde V_i , Z_{ij} e Z_{ii} são dados por (2.44), (2.45) e (2.46) para a EFIE e por (2.52), (2.53) e (2.54) para a MFIE. Como, mais adiante, será feita uma aproximação de R_2 (ilustrado na Figura 2.19), para o campo distante, o método não é aplicável para casos onde os segmentos i e j estão muito próximos. Para contornar esse inconveniente, define-se como NF_m os grupos que serão considerados como estando na região de campo próximo em relação a cada grupo observador m . Para os segmentos presentes nestes grupos o somatório é calculado do modo tradicional. Os demais grupos são tratados como estando na região de campo distante e denominados FF_m . Um exemplo da definição de FF_m e NF_m pode ser visto na Figura 2.20, onde são considerados como NF_m , além do próprio grupo m , o grupo anterior a este. Os grupos posteriores ao m não são considerados, dado a condição de desprezo do retro-espalhamento.

Desse modo, a equação (2.61) pode ser reescrita, considerando um somatório para segmentos pertencente ao campo próximo e outro segmentos pertencentes ao campo distante:

$$Z_{ii} M_i = V_i - \sum_{n \in FF_m} \sum_{j \in n} Z_{ij} M_j - \sum_{n \in NF_m} \sum_{\substack{j \in n \\ j < i}} Z_{ij} M_j, \quad i = 1, 2, \dots, N_b, \quad (2.62)$$

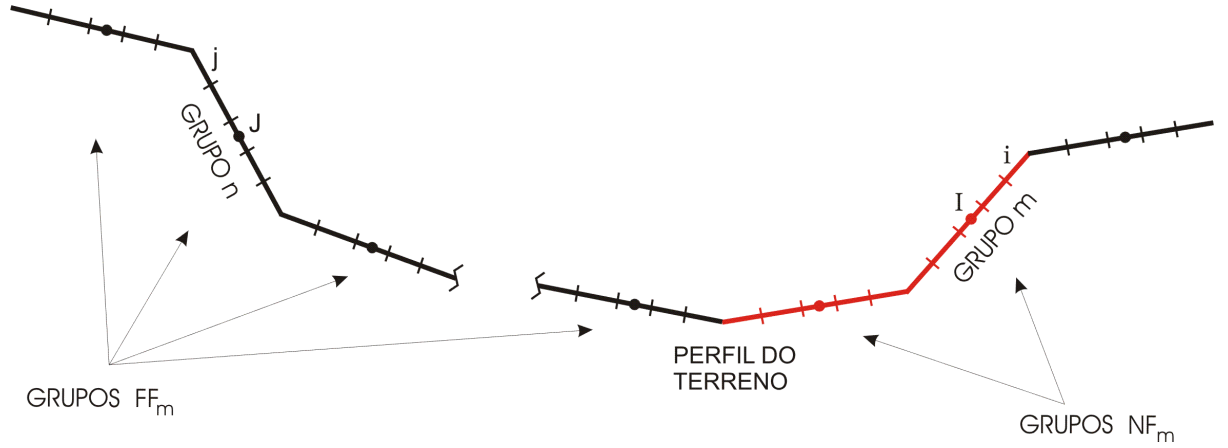


Figura 2.20: Definição dos grupos FF_m e NF_m .

sendo importante ressaltar que, assim como na Seção 2.1, o retro-espalhamento será desprezado, o que impõe $j < i$ no último somatório.

O objetivo do método é diminuir o custo computacional do cálculo do primeiro somatório duplo em (2.62). Para isso é necessário estabelecer, então, uma relação entre a interação (Z_{ij}) de um segmento fonte j com um segmento observador i e a interação (Z_{Ij}) do mesmo segmento j com o segmento central I do grupo observador m , onde se encontra o segmento i . Definida esta relação será possível escrever Z_{ij} em função de Z_{Ij} . Por conveniência, as equações (2.45) e (2.53), as quais descrevem Z_{ij} para a EFIE e MFIE respectivamente, são reescritas aqui:

$$Z_{ij \text{ EFIE}} = \frac{\sin \alpha}{\alpha} (\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) \left(1 - \frac{j}{kR_2} \right) \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} k \Delta j, \quad i \neq j, \quad (2.63)$$

$$Z_{ij \text{ MFIE}} = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} k \Delta j, \quad i \neq j, \quad (2.64)$$

onde α é dado pela equação (2.43):

$$\alpha = \frac{k\Delta j}{2} (\hat{R}_1 - \hat{R}_2) \cdot \hat{\ell}_j. \quad (2.65)$$

Do mesmo modo, Z_{Ij} pode ser escrito para a EFIE e a MFIE como:

$$Z_{Ij} \text{ EFIE} = \frac{\text{sen}\alpha_P}{\alpha_P} (\hat{n}_I \cdot \hat{R}_P) \left(1 - \frac{j}{kR_P}\right) \frac{e^{-jk(R_1+R_P)+j\pi/4}}{4\pi\sqrt{\left(1 + \frac{R_P}{R_1}\right)\frac{R_P}{\lambda}}} k\Delta j, \quad I \neq j, \quad (2.66)$$

$$Z_{Ij} \text{ MFIE} = \frac{\text{sen}\alpha_P}{\alpha_P} \frac{e^{-jk(R_1+R_P)+j\pi/4}}{4\pi\sqrt{\left(1 + \frac{R_P}{R_1}\right)\frac{R_P}{\lambda}}} k\Delta j, \quad I \neq j, \quad (2.67)$$

onde α_P é dado por:

$$\alpha_P = \frac{k\Delta_j}{2} \left(\hat{R}_1 - \hat{R}_P\right) \cdot \hat{\ell}_j. \quad (2.68)$$

A relação entre Z_{ij} e Z_{Ij} pode ser definida através da relação entre R_2 e R_P , os quais, conforme a Figura 2.19, são dados por

$$R_2 = |\vec{R}_2| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (z_i - z_j)^2}, \quad (2.69)$$

$$R_P = |\vec{R}_P| = \sqrt{(x_I - x_j)^2 + (z_I - z_j)^2}, \quad (2.70)$$

onde (x_i, z_i) , (x_I, z_I) e (x_j, z_j) são as coordenadas dos centros dos segmentos i , I e j respectivamente. Assim, a relação entre R_2 e R_P , com o auxílio da lei dos cossenos, pode ser escrita em função de s e ξ , ilustrados na Figura 2.19:

$$R_2 = R_P \sqrt{1 + \frac{s^2 - 2sR_P \cos \xi}{R_P^2}}, \quad (2.71)$$

onde s é a distância entre os centros dos segmentos i e I e ξ , por sua vez, é o ângulo que $\vec{R}_P$ faz com o segmento I , como definido na Figura 2.19.

A relação entre Z_{ij} e Z_{Ij} é obtida, então, através da substituição de (2.66) e (2.71) em (2.63) para a EFIE

$$Z_{ij} \text{ EFIE} = Z_{Ij} \text{ EFIE} \left[\frac{\alpha_P \text{sen}\alpha}{\alpha \text{sen}\alpha_P} \left(\frac{1 + jkR_P\Delta}{\Delta(1 + jkR_P)} \right) \sqrt{\frac{R_1 + R_P}{\Delta(R_1 + R_P\Delta)}} e^{-jkR_P(\Delta-1)} \right], \quad (2.72)$$

e da substituição de (2.67) e (2.71) em (2.64) para a MFIE

$$Z_{ij} \text{ MFIE} = Z_{Ij} \text{ MFIE} \left[\frac{\alpha_P \sin \alpha}{\alpha \sin \alpha_P} \sqrt{\frac{R_1 + R_P}{\Delta(R_1 + R_P \Delta)}} e^{-jkR_P(\Delta-1)} \right], \quad (2.73)$$

onde

$$\Delta = \sqrt{1 + \frac{s^2 - 2R_P s \cos \xi}{R_P^2}} \quad (2.74)$$

e α pode ser escrito em função do vetor unitário $\hat{R}_P$ como

$$\alpha \approx \frac{k\Delta_j}{2} \left(\hat{R}_1 - \hat{R}_P \right) \cdot \hat{\ell}_j + \frac{s}{R_P} \left(\hat{\ell}_i \cdot \hat{\ell}_j \right), \quad (2.75)$$

assumindo $R_P \approx |\vec{R}_P + s \hat{\ell}_i|$.

Desse modo, Z_{ij} pode ser representado como uma aproximação de módulo e fase de Z_{Ij} . Esta aproximação pode ser observada escrevendo-se Z_{ij} da seguinte forma:

$$Z_{ij} = A_{jIi} e^{-j\phi_{jIi}} Z_{Ij}, \quad (2.76)$$

onde, conforme (2.72) e (2.73), A_{jIi} e ϕ_{jIi} são definidos como:

$$A_{jIi} \text{ EFIE} = \frac{\alpha_P \sin \alpha}{\alpha \sin \alpha_P} \left(\frac{1 + jkR_P \Delta}{\Delta(1 + jkR_P)} \right) \sqrt{\frac{R_1 + R_P}{\Delta(R_1 + R_P \Delta)}}, \quad (2.77)$$

$$A_{jIi} \text{ MFIE} = \frac{\alpha_P \sin \alpha}{\alpha \sin \alpha_P} \sqrt{\frac{R_1 + R_P}{\Delta(R_1 + R_P \Delta)}}, \quad (2.78)$$

$$\phi_{jIi} \text{ EFIE/MFIE} = kR_P(\Delta - 1). \quad (2.79)$$

Deste modo, o cálculo da corrente em (2.62) passa a ser dado por

$$Z_{ii} M_i = V_i - \sum_{n \in FF_m} \sum_{j \in n} A_{jIi} e^{-j\phi_{jIi}} Z_{Ij} M_j - \sum_{n \in NF_m} \sum_{\substack{j \in n \\ j < i}} Z_{ij} M_j, \quad i = 1, 2, \dots, N_b. \quad (2.80)$$

Essa modificação não trás nenhum ganho computacional. No entanto, uma análise de A_{jIi} e ϕ_{jIi} mostra que estes termos dependem de j através das variáveis R_P e ξ e que, considerando uma variação suave destas dentro de um grupo fonte, essa dependência pode

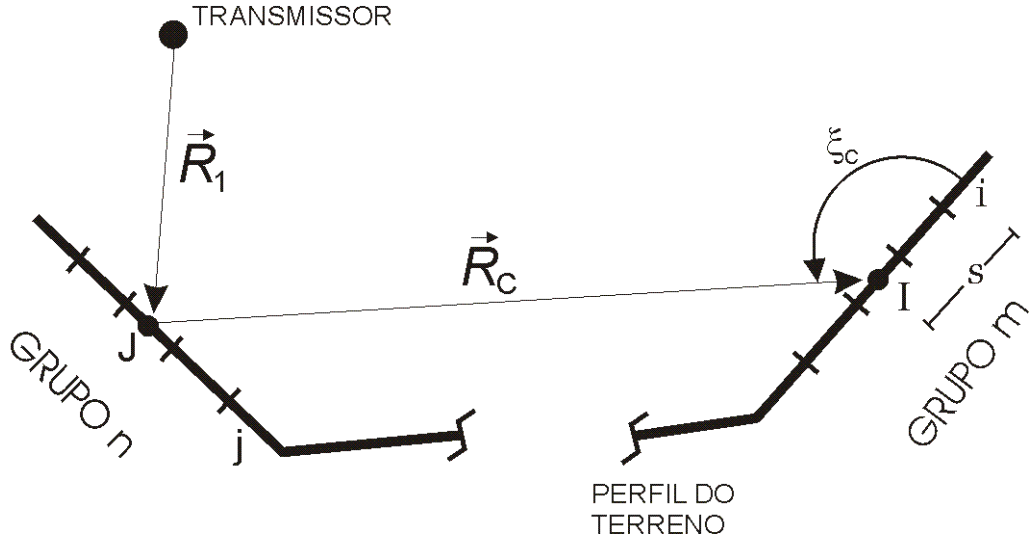


Figura 2.21: Definição dos parâmetros utilizados para a aproximação de amplitude e fase do método FAFFA.

ser desprezada, já que toda a formulação desenvolvida considera um perfil de terreno eletricamente suave. Essa consideração só é aplicável quando R_2 é grande em relação ao comprimento de onda e ao tamanho dos grupos. Isto explica a divisão feita para grupos FF_m e NF_m . Assim, A_{jIi} e ϕ_{jIi} podem ser renomeados como A_{Ii}^n e ϕ_{Ii}^n , evidenciando a não dependência de j , e calculados através de:

$$A_{Ii}^n \text{ EFIE} = \frac{\alpha_C \text{ sen} \alpha}{\alpha \text{ sen} \alpha_C} \left(\frac{1 + jkR_C \Delta}{\Delta(1 + jkR_C)} \right) \sqrt{\frac{R_1 + R_C}{\Delta(R_1 + R_C \Delta)}} , \quad (2.81)$$

$$A_{jIi}^n \text{ MFIE} = \frac{\alpha_C \text{ sen} \alpha}{\alpha \text{ sen} \alpha_C} \sqrt{\frac{R_1 + R_C}{\Delta(R_1 + R_C \Delta)}} , \quad (2.82)$$

$$\phi_{jIi}^n \text{ EFIE/MFIE} = kR_C(\Delta - 1) , \quad (2.83)$$

onde, de acordo com a Figura 2.21, R_1 é a distância entre o transmissor e o centro do segmento J , R_C é dado pela distância entre os centros de J e I , ou seja,

$$|\vec{R}_C| = R_C = \sqrt{(x_I - x_J)^2 + (z_I - z_J)^2} , \quad (2.84)$$

sendo (x_I, z_I) e (x_J, z_J) as coordenadas dos centros dos segmentos I e J , respectivamente, e Δ é aqui dado por

$$\Delta = \sqrt{1 + \frac{s^2 - 2sR_C \cos \xi_C}{R_C^2}} , \quad (2.85)$$

onde ξ_C é o ângulo entre o vetor $\vec{R}_C$ e o segmento observador i , conforme ilustrado na Figura 2.21. Os termos α e α_C , por sua vez, são escritos em função de $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_C$ como

$$\alpha_C = \frac{k\Delta_j}{2} (\hat{R}_1 - \hat{R}_C) \cdot \hat{\ell}_j , \quad (2.86)$$

$$\alpha \approx \frac{k\Delta_j}{2} (\hat{R}_1 - \hat{R}_C) \cdot \hat{\ell}_j + \frac{s}{R_C} (\hat{\ell}_i \cdot \hat{\ell}_j) , \quad (2.87)$$

assumindo $R_C \approx |\vec{R}_C + s \hat{\ell}_i|$.

Desse modo, (2.80) pode ser reescrita com a retirada de A_{Ii}^n e ϕ_{Ii}^n do somatório mais interno, dado que tais termos não mais dependem do segmento j :

$$Z_{ii} M_i = V_i - \sum_{n \in FF_m} A_{Ii}^n e^{-j\phi_{Ii}^n} \sum_{j \in n} Z_{Ij} M_j - \sum_{n \in NF_m} \sum_{\substack{j \in n \\ j < i}} Z_{ij} M_j , \quad i = 1, 2, \dots, N_b . \quad (2.88)$$

Definindo, então, F_{Ii}^n como sendo

$$F_{Ii}^n = A_{Ii}^n e^{-j\phi_{Ii}^n} , \quad (2.89)$$

é obtida, a partir de (2.88), uma equação para o cálculo das correntes onde o somatório $\sum Z_{Ij} M_j$ pode ser calculado apenas uma vez para cada par (n, m) de grupos fonte e observador:

$$Z_{ii} M_i = V_i - \sum_{n \in FF_m} F_{Ii}^n \sum_{j \in n} Z_{Ij} M_j - \sum_{n \in NF_m} \sum_{\substack{j \in n \\ j < i}} Z_{ij} M_j , \quad i = 1, 2, \dots, N_b . \quad (2.90)$$

Dessa forma, como será mostrado mais adiante nas Tabelas II.I e II.II, o esforço computacional e, consequentemente, o tempo gasto pelas simulações são diminuídos significativamente.

Com o intuito de obter um melhor conhecimento sobre o número de grupos ideal para a divisão do terreno e também para verificar a eficiência do método de aceleração, foram realizadas algumas simulações tanto para a cunha quanto para o perfil Hjørringvej já considerados na Seção 2.2. Os resultados obtidos são apresentados na Seção 2.5.

2.4 Análise de Complexidade do FAFFA

Através de uma análise da FAFFA, é possível observar que, quanto maior o número de grupos (até o limite de um segmento por grupo), melhor será a precisão do método. Esta observação é mais que intuitiva, já que neste limite recai-se na própria Equação (2.55), avaliada sem as aproximações inerentes ao FAFFA. Entretanto, um aumento do número de grupos implica em um aumento do tempo de simulação. Por sua vez, um número muito pequeno de grupos faz com que exista uma proporção maior de grupos considerados na região de campo próximo (NF_m). Dessa forma, o somatório $\sum Z_{Ij}M_j$ é aproveitado poucas vezes, aumentando, também, o tempo consumido na simulação. Assim, é esperado que exista um número de grupos ótimo para a obtenção do menor tempo, o que foi comprovado nas simulações realizadas.

Assumindo que o esforço computacional para o cálculo (individual) de F_{Ii}^n , Z_{Ij} e Z_{ij} é o mesmo, que o número de grupos em NF_m é 1, ou seja, o próprio grupo m , e que o número de segmentos por grupo é constante em todos os grupos, tem-se da equação (2.90) que o tempo computacional é proporcional a

$$\begin{aligned}
 N_G \sum_{q=1}^{N_S} q + (N_S + 1) \sum_{q=1}^{N_G-1} q &= N_G \frac{N_S(N_S + 1)}{2} + (N_S + 1) \frac{N_G(N_G - 1)}{2} \\
 &= \frac{N_G(N_S + 1)}{2} (N_S + N_G - 1) \\
 &\approx \frac{N_G N_S}{2} (N_S + N_G) ,
 \end{aligned} \tag{2.91}$$

onde N_G é o número de grupos e N_S é o número de segmentos por grupo, ou seja, $N_b = N_G N_S$. Desse modo, definindo ϵ como sendo

$$\epsilon = \frac{\frac{N_G N_S}{2} (N_S + N_G)}{\frac{N_b}{2} (N_b + 1)} = \frac{N_S + N_G}{1 + N_S N_G} ,$$

e fazendo a derivada de ϵ em relação a N_G e N_S igual a zero, ou seja, encontrando o máximo de ϵ , é possível encontrar a relação entre o número de grupos N_G e o número de segmentos por grupo N_S que propicia o menor tempo computacional:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial N_S} = \frac{(N_S N_G + 1) - (N_S + N_G) N_G}{(N_S N_G + 1)^2} = 0 \Rightarrow N_S N_G + 1 = N_G (N_S + N_G) , \quad (2.92)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial N_G} = \frac{(N_S N_G + 1) - (N_S + N_G) N_S}{(N_S N_G + 1)^2} = 0 \Rightarrow N_S N_G + 1 = N_S (N_S + N_G) . \quad (2.93)$$

Assim, baseado em (2.92) e (2.93), pode-se concluir que a configuração que resulta em um menor tempo computacional é aquela na qual $N_S = N_G = \sqrt{N_b}$.

2.5 Resultados e Comparação

Esta seção apresentará os resultados e a análise de simulações para avaliar a precisão e a melhora nos tempos de simulação devido à utilização da técnica FAFFA. Novamente as análises serão feitas para o caso da cunha e do perfil Hjørringvej. Inicialmente é feito um estudo do número de grupos de segmentos necessários para a obtenção de resultados satisfatórios, levando-se em conta, também, o tempo gasto em cada simulação. Como a cunha apresenta dimensões menores, o estudo do número de grupos foi realizado apenas para ela. Para o caso do perfil Hjørringvej, utilizou-se como grupo os segmentos pertencentes à própria discretização do terreno.

2.5.1 Cunha

A cunha utilizada foi a mesma da Seção 2.2 (Figura 2.6), assim como as variações da distância d_R do receptor. Não foram feitas as simulações com a variação da altura h_R do transmissor, já que os resultados obtidos com o deslocamento do receptor ao longo do perfil foram suficientes para a definição do número ideal de grupos a ser utilizado.

Como a utilização da técnica de aceleração FAFFA exige a divisão da superfície em grupos de segmentos, fez-se necessário um estudo sobre a melhor maneira de definir tais grupos. Dessa forma, para a realização das simulações, o terreno é inicialmente dividido em segmentos de acordo com o número de segmentos por comprimento de onda especificado. Feito isso, os segmentos são agrupados de modo que cada grupo possua aproximadamente

o mesmo número de segmentos. Como exemplo, para uma frequência de 1 GHz e uma segmentação de 1 segmento por comprimento de onda, a cunha é aproximadamente dividida em 16.670 segmentos. Considerando-se uma divisão da cunha em 8 grupos, isto implica que cada grupo será composto por, aproximadamente, 2.084 segmentos.

Foram realizadas simulações para 2, 8, 16, 32, 64, 128, 256 e 512 grupos; entretanto as Figuras 2.22 a 2.27 mostram apenas os resultados de 32 até 512 grupos já que os outros resultados não foram satisfatórios, apresentando erros muito grandes. Como na Seção 2.2.1, as frequências consideradas foram 100 MHz e 1 GHz, utilizando-se agora segmentações de 0,5, 1, 3 e 5 segmentos por comprimento de onda, sendo que a segmentação de 1 segmento por comprimento de onda não foi mostrada nas Figuras 2.22 a 2.27 por não acrescentar nenhuma informação nova. Nestas simulações, foram considerados como NF_m apenas os próprios grupos observadores, ou seja, a aproximação do método FAFFA só não foi utilizada para interações entre segmentos do mesmo grupo observador.

A Tabela II.I mostra os tempos consumidos nas simulações, evidenciando o ganho em relação ao método sem aceleração e, também, a existência de um tempo mínimo dados os números de grupos considerados. O computador utilizado nas simulações foi um Athlon XP 1700+® com 512 MB de memória DDR-RAM e placa-mãe ASUS A7V266E®.

Para a frequência de 100 MHz, os menores tempos consumidos nas simulações se deram para 32, 64 e 128 grupos, sendo que os tempos relacionados foram praticamente os mesmos, não permitindo uma diferenciação conclusiva. Já para a frequência de 1 GHz os menores tempos foram obtidos para 64, 128 e 256 grupos. Para exemplificar a eficiência da técnica de aceleração, para a frequência de 1 GHz, com 5 segmentos por comprimento de onda, e com uma divisão de 128 grupos, o cálculo utilizando o FAFFA foi aproximadamente 69 vezes mais rápido que o método sem aceleração.

A simples análise do menor tempo gasto, no entanto, não é suficiente para a determinação do número de grupos ideal, pois a configuração que consome o menor tempo pode não ser a que apresenta os menores erros. Desse modo, a eficiência do método, medida através da comparação entre os resultados obtidos e uma referência (UTD), deve ser considerada. Assim, o melhor “custo-benefício” deve ser encontrado, ou seja, o caso

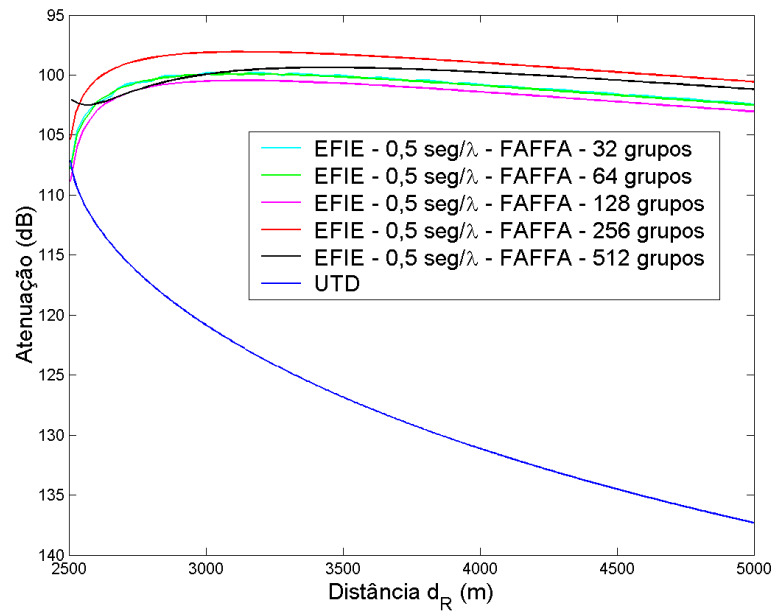
que apresente menor tempo com uma precisão satisfatória. Esse estudo será realizado, entretanto, apenas para a MFIE pois a EFIE, como já havia sido mostrado na Seção 2.2.1, não converge para o resultado da UTD com os números de segmentos por comprimento de onda considerados.

Os resultados para 32 e 64 grupos na frequência de 100 MHz, mostrados nas Figuras 2.22, 2.23 e 2.24, apesar de apresentarem erros menores que 1 dB, oscilam muito em torno da referência. Para 128, 256 e 512 grupos o erro continua menor do que 1 dB; entretanto as curvas dos resultados não possuem oscilações em torno da referência. Para os casos utilizando a frequência de 1 GHz, mostrados nas Figuras 2.25, 2.26 e 2.27, os resultados para 32 e 64 grupos apresentam erros altos, de até 12 dB para 32 grupos e 5 dB para 64 grupos. A configuração com 128 grupos apresenta erros de aproximadamente 2 db no final da cunha. Já com 256 e 512 grupos os resultados foram satisfatórios (erros menores do que 1 dB).

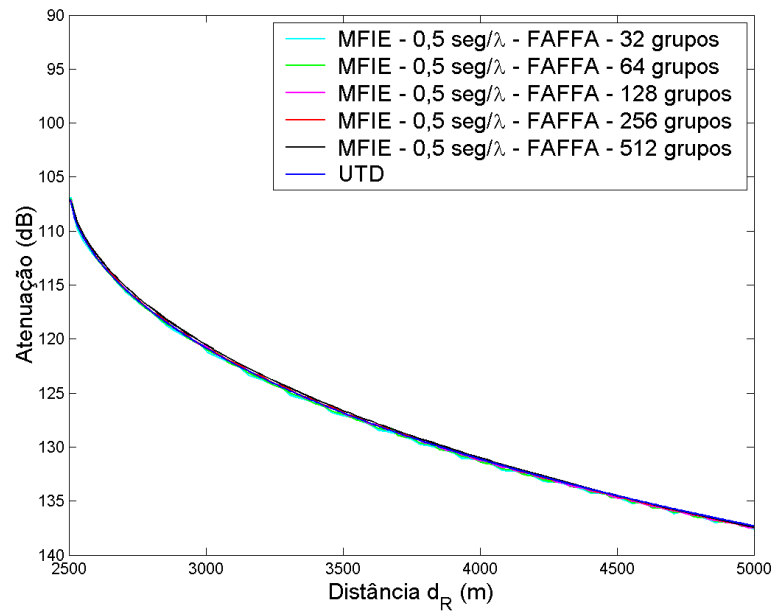
Após o estudo realizado, é possível afirmar que, para os casos estudados e especificamente para a cunha considerada, a divisão do terreno em 256 grupos de segmentos mostrou ser a melhor opção para a aplicação do FAFFA na MFIE.

seg/ λ	Nº de grupos	100 MHz			1 GHz		
		seg/ grupos	MoM	FAFFA	seg/ grupos	MoM	FAFFA
			tempo (s)	tempo (s)		tempo (s)	tempo (s)
1	2	834	5	3	8.335	438	221
	4	417		2	4.168		113
	8	209		1	2.084		59
	16	105		1	1.042		32
	32	53		1	521		20
	64	27		1	261		15
	128	14		1	131		16
	256	7		2	66		22
	512	4		4	33		37
3	2	2.501	42	21	25.005	3.925	2.004
	4	1.251		11	12.503		984
	8	626		6	6.252		498
	16	313		4	3.126		255
	32	157		3	1.563		138
	64	79		3	782		84
	128	40		4	391		67
	256	20		6	196		76
	512	10		10	98		116
5	2	4.168	113	56	41.675	10.871	5.430
	4	2.084		29	20.838		2.727
	8	1.041		16	10.419		1.374
	16	521		9	5.210		695
	32	261		7	2.605		365
	64	131		6	1.303		208
	128	66		7	652		157
	256	33		11	326		143
	512	17		18	163		201

Tabela II.I: Comparação dos tempos em segundos consumidos na execução do algoritmo implementado para o cálculo da atenuação do campo elétrico sobre uma cunha utilizando a técnica FAFFA. São consideradas diversas quantidades de grupos de segmentos para as frequências de 100 MHz e 1 GHz.

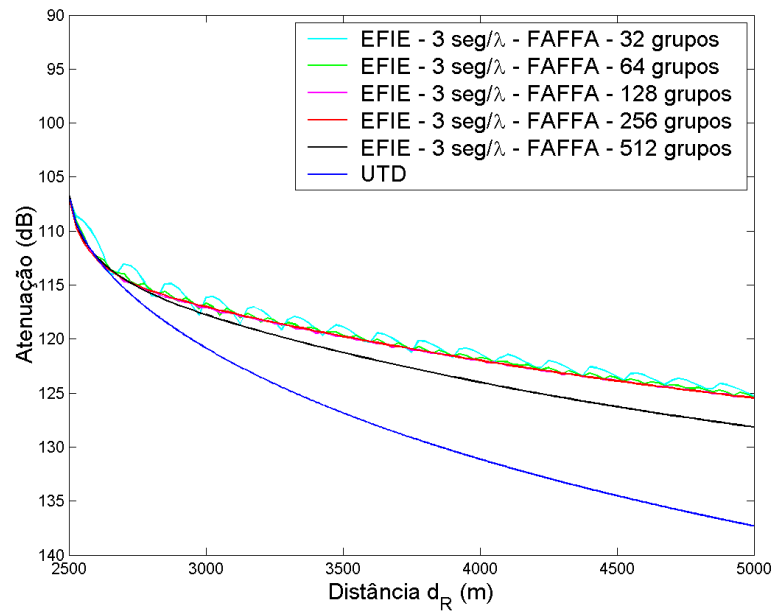


(a) EFIE

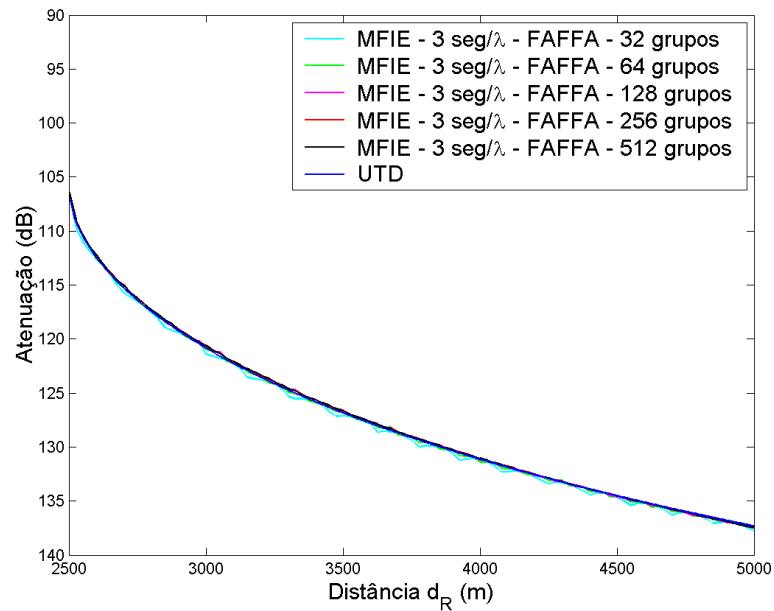


(b) MFIE

Figura 2.22: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz e com 0,5 segmento por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.

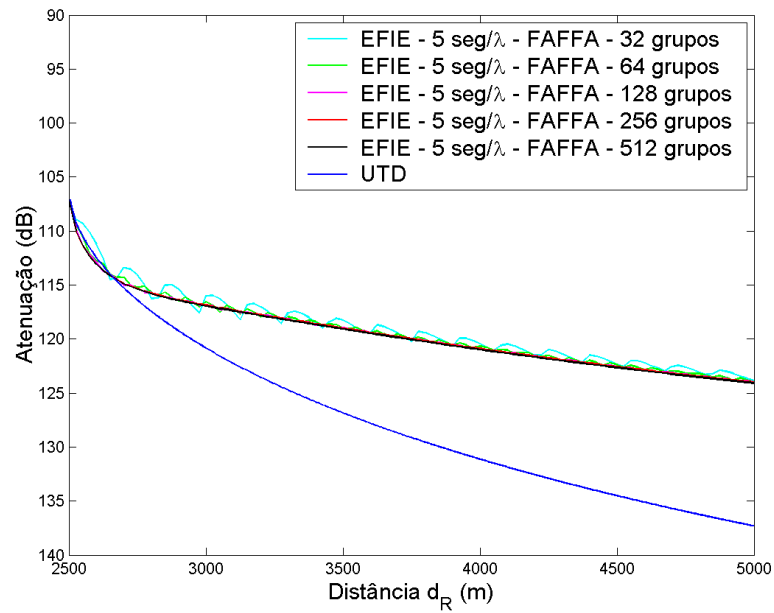


(a) EFIE

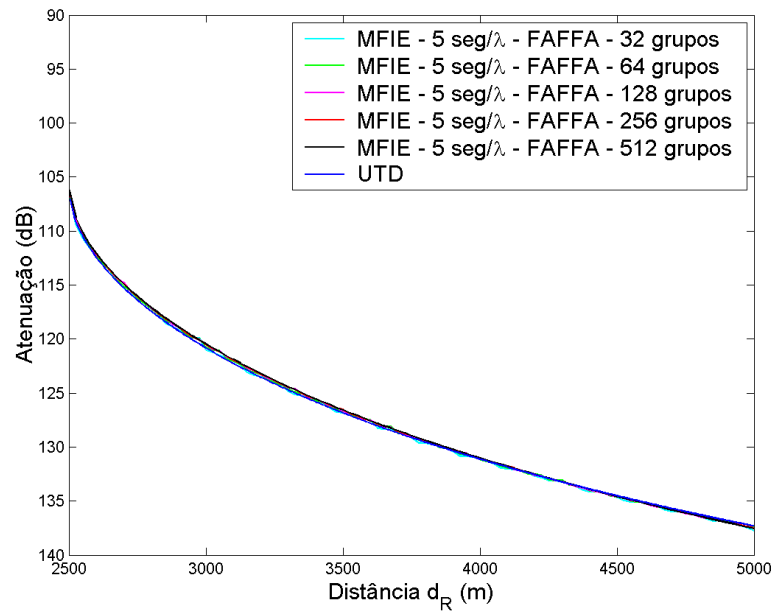


(b) MFIE

Figura 2.23: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz e com 3 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.

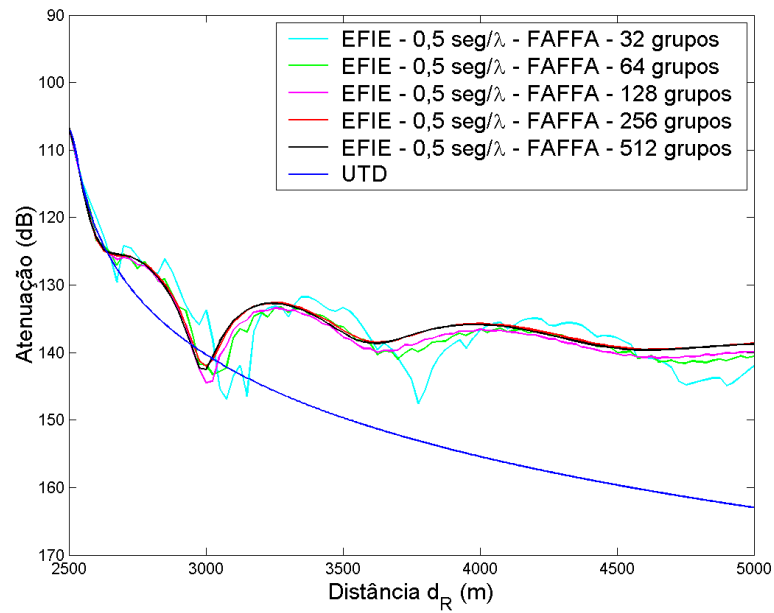


(a) EFIE

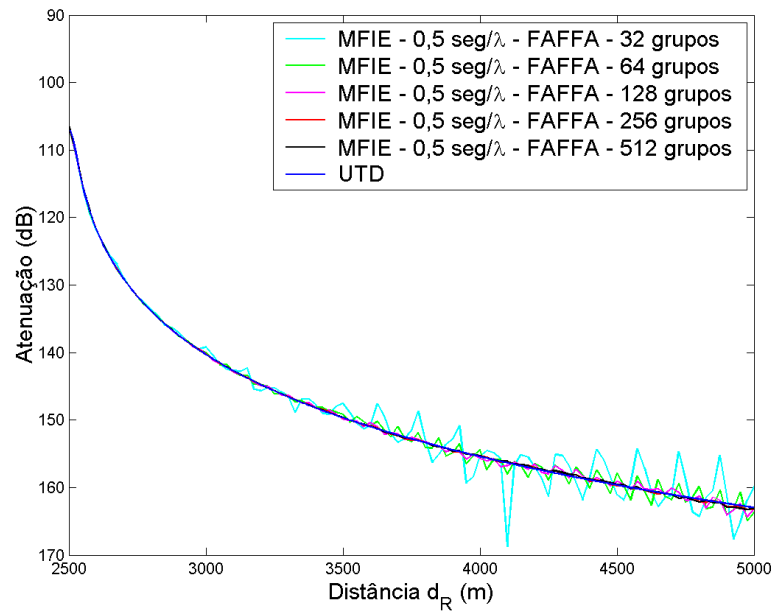


(b) MFIE

Figura 2.24: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 100 MHz e com 5 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.

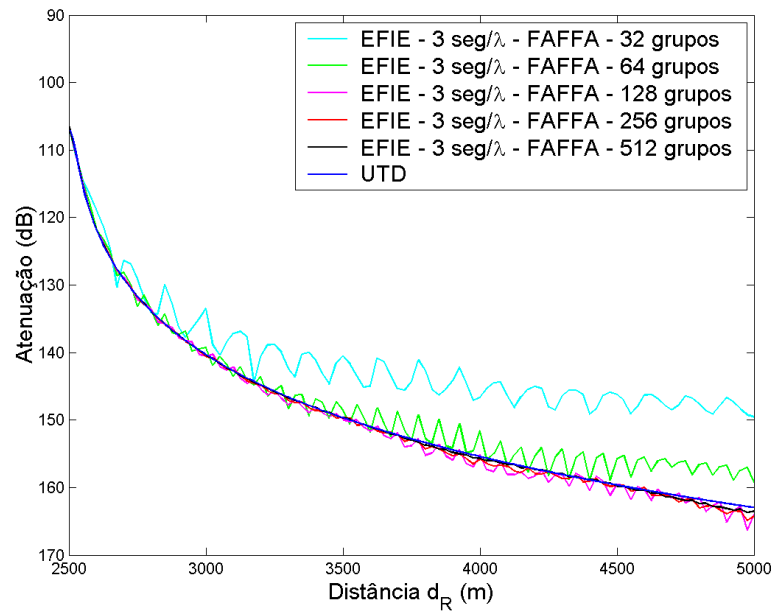


(a) EFIE

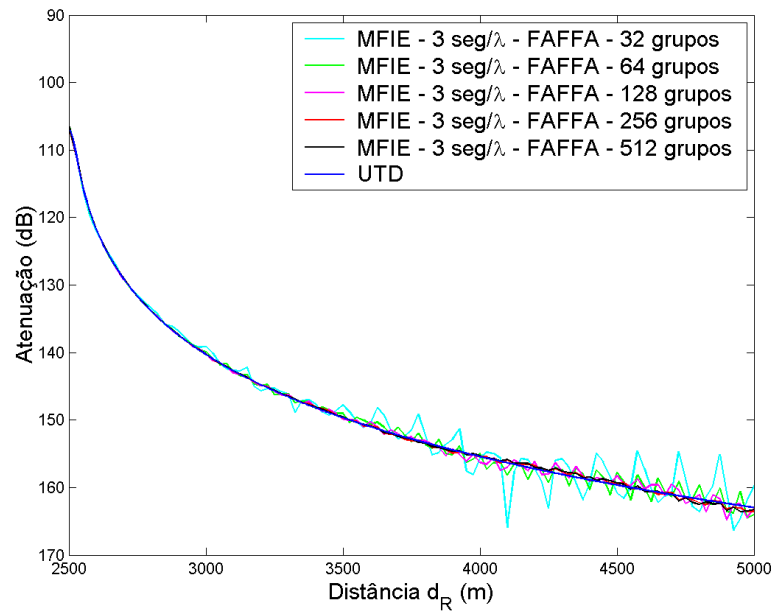


(b) MFIE

Figura 2.25: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz e com 0,5 segmento por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.

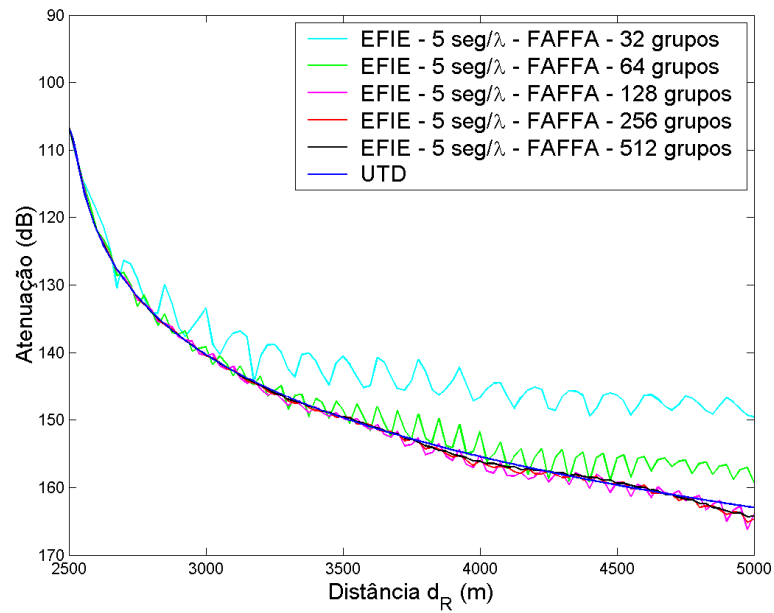


(a) EFIE

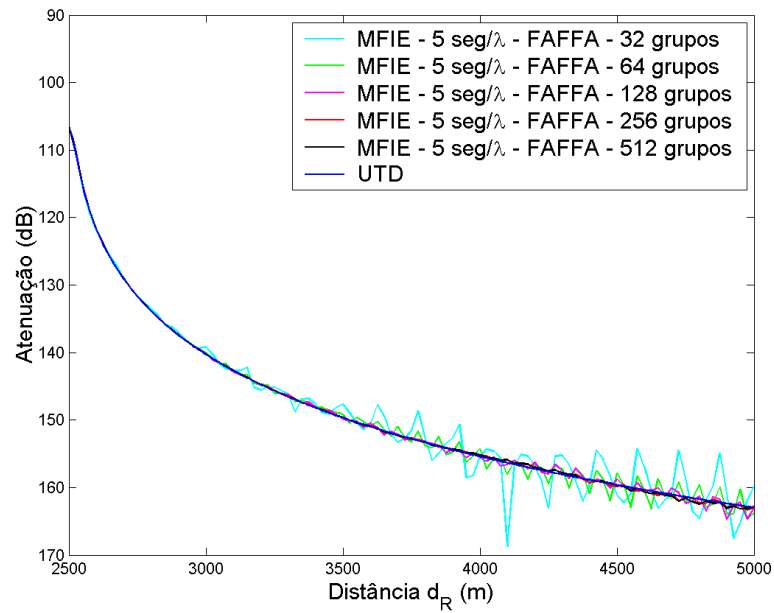


(b) MFIE

Figura 2.26: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz e com 3 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.



(a) EFIE



(b) MFIE

Figura 2.27: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre uma cunha condutora magnética perfeita a uma frequência de 1 GHz e com 5 segmentos por comprimento de onda para diversas quantidades de grupos do FAFFA, utilizando a EFIE e a MFIE e tendo como referência a UTD.

2.5.2 Perfil de Hjørringvej

Apesar do estudo feito sobre o número de grupos ideal para a aplicação do método FAFFA sobre a cunha, utilizou-se como grupo, no caso do perfil Hjørringvej, os segmentos pertencentes à própria discretização do terreno. Como as medições do terreno são tomadas de 50 em 50 metros na direção $\hat{x}$, foi considerado como um grupo o conjunto de segmentos contidos nestes 50 metros.

As simulações realizadas seguiram as mesmas configurações da Seção 2.2.2. Foram utilizados 0,5 , 1, 3 e 5 segmentos por comprimento de onda, mas por conveniência as Figuras 2.28 a 2.35 apresentam, apenas, os resultados para 0,5 e 3 segmentos por comprimento de onda, já que estes são suficientes para mostrar a eficiência da técnica. As frequências utilizadas foram, novamente, 143,9 , 435, 970 e 1.900 MHz, tomando como referência os resultados numéricos obtidos por Hviid *et al.* [3].

Assim como na Seção 2.5.1, considerou-se como grupo NF_m apenas o próprio grupo do segmento observador. A Tabela II.II mostra os tempos consumidos pelas simulações e permite observar a eficiência do método de aceleração. As simulações foram feitas no mesmo computador onde foram gerados os casos da Seção 2.5.1.

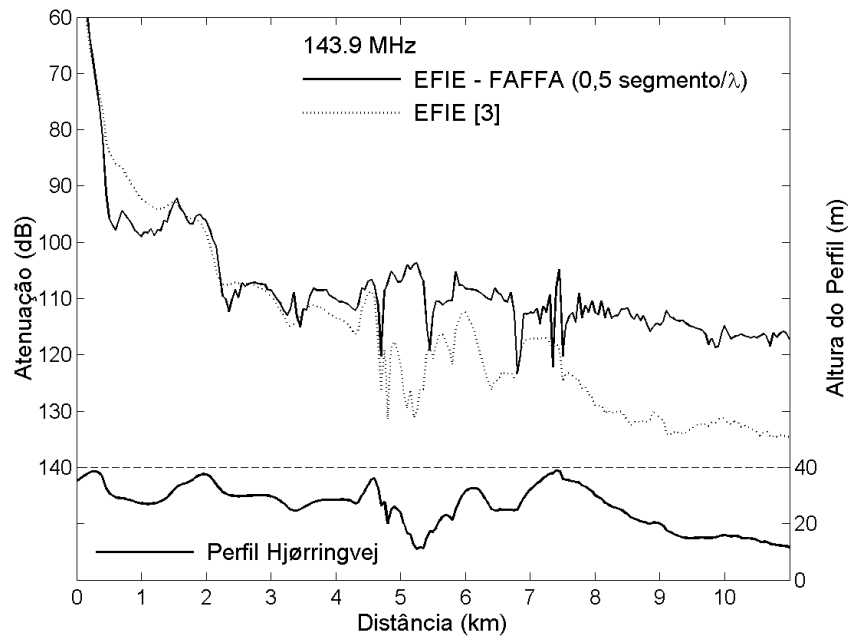
		143,9 MHz	435 MHz	970 MHz	1900 MHz
	seg/ λ	tempo (s)	tempo (s)	tempo (s)	tempo (s)
MoM	0,5	12	101	501	1.848
	1	45	378	1.858	7.233
	3	376	3.377	17.553	65.804
	5	1.034	9.722	48.299	178.915
FAFFA	0,5	5	13	29	57
	1	9	26	61	132
	3	25	84	228	599
	5	44	156	472	1.362

Tabela II.II: Comparação dos tempos em segundos consumidos na execução do algoritmo implementado para o cálculo da atenuação do campo utilizando a técnica FAFFA para diversas quantidades de segmentos por comprimento de onda.

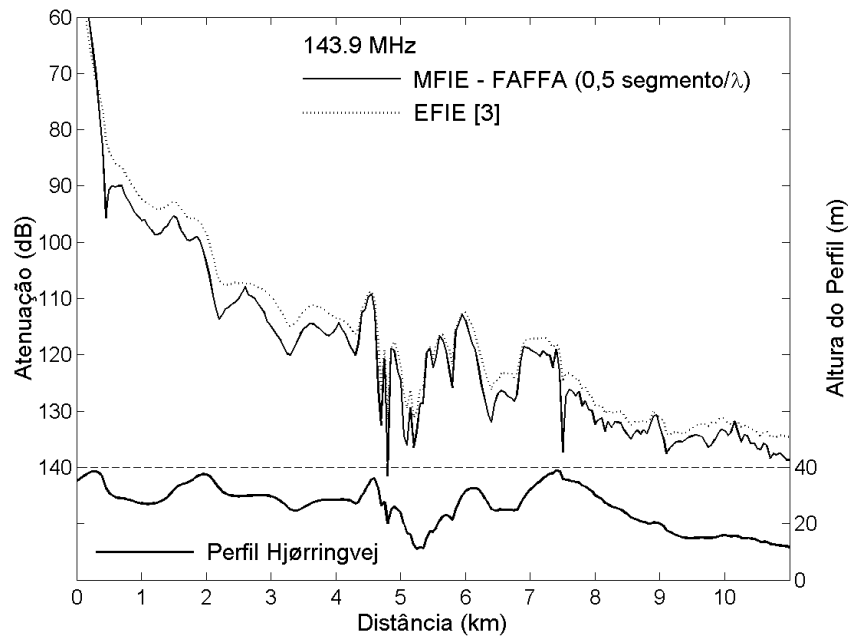
Para o caso de 0,5 segmento por comprimento de onda, a EFIE não obteve resultados satisfatórios, apresentando para a frequência de 143,9 MHz erros de até 25 dB, mostrados na Figura 2.28. Já a MFIE apresenta erros de até 5 dB para a frequência de 143,9 MHz (Figura 2.28) e uma diminuição destes erros para frequências superiores (Figuras 2.30, 2.32 e 2.34).

Utilizando-se 3 segmentos por comprimento de onda, as Figuras 2.29 e 2.31 mostram que, para frequências mais baixas, a EFIE não concorda com a referência. Mesmo para simulações com 5 segmentos por comprimento de onda (não apresentados neste trabalho), o resultado não foi satisfatório, apresentando erros, em alguns pontos, maiores do que 20 dB. Para as frequências maiores, no entanto, as Figuras 2.33 e 2.35 mostram que a EFIE apresenta erros maiores apenas nas regiões onde as irregularidades do terreno são mais pronunciadas. As formulações baseadas na MFIE, por sua vez, concordam com a referência para todas as frequências analisadas quando são utilizados 3 segmentos por comprimento de onda (Figuras 2.29, 2.31, 2.33 e 2.35 para 143,9 , 435, 970 e 1.900 MHz, respectivamente).

Como exemplo da eficiência da técnica de aceleração aplicada, pode-se ressaltar a redução de tempo no caso de 5 segmentos por comprimento de onda com a frequência de 1.900 MHz. A formulação com FAFFA executou os cálculos aproximadamente 190 vezes mais rápido do que o método sem aceleração.

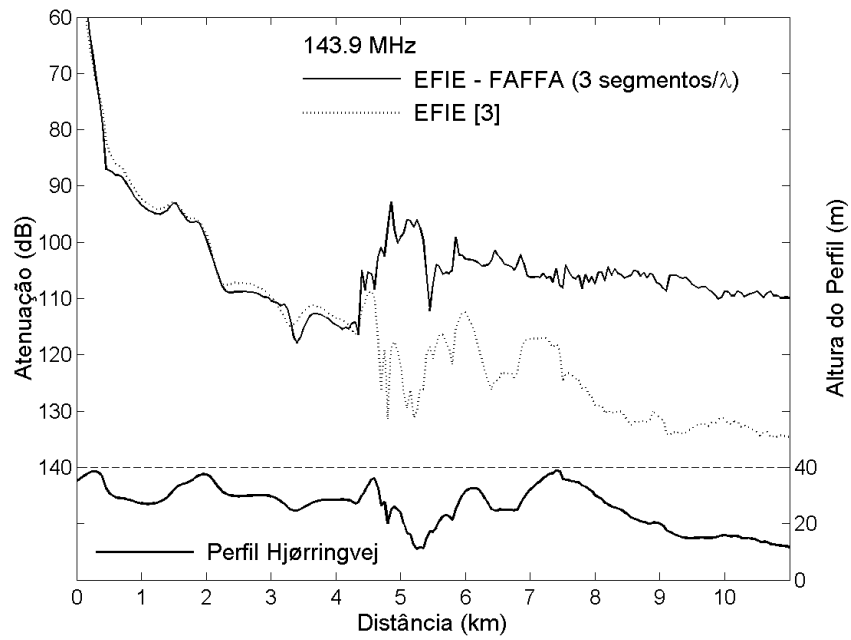


(a) EFIE

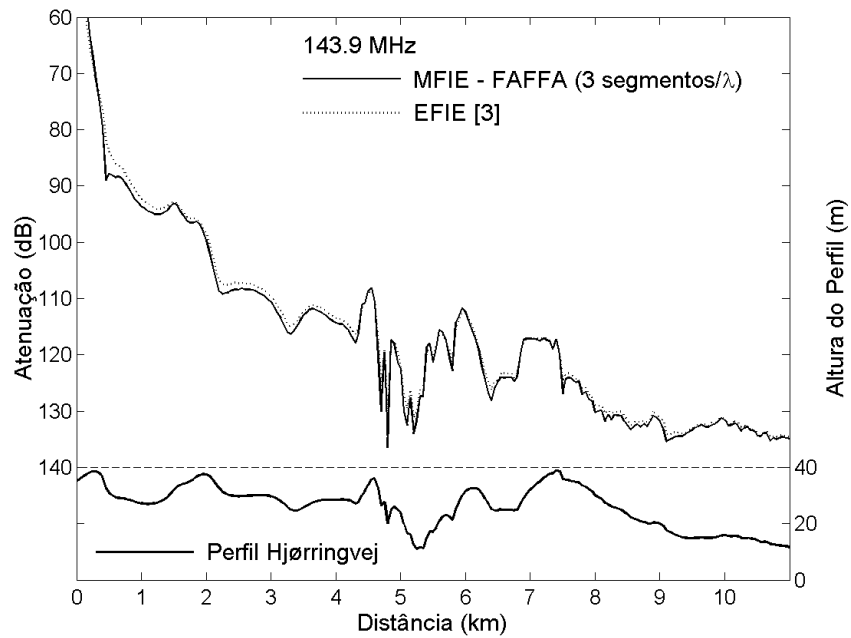


(b) MFIE

Figura 2.28: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 143,9 MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/λ, tendo como referência os resultados apresentados por Hviid et. al em [3]

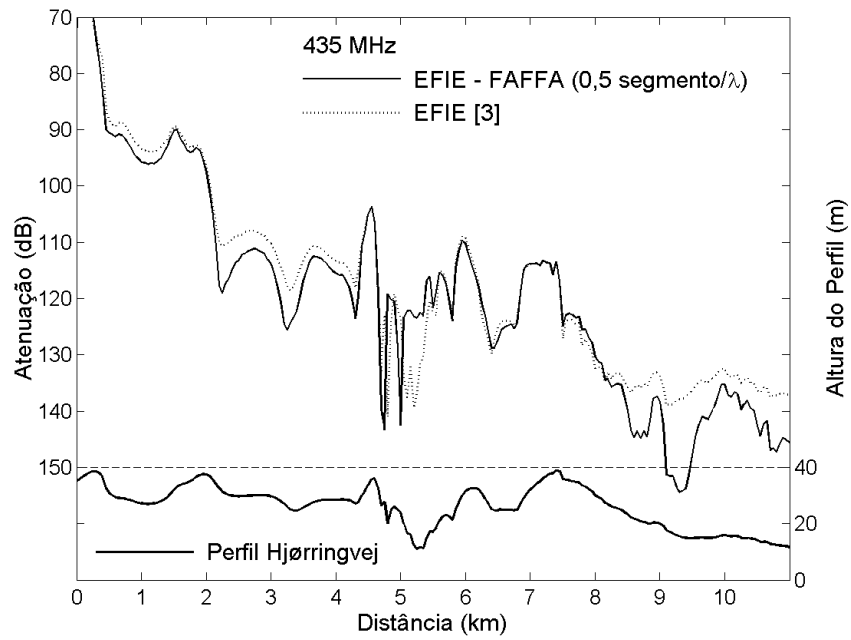


(a) EFIE

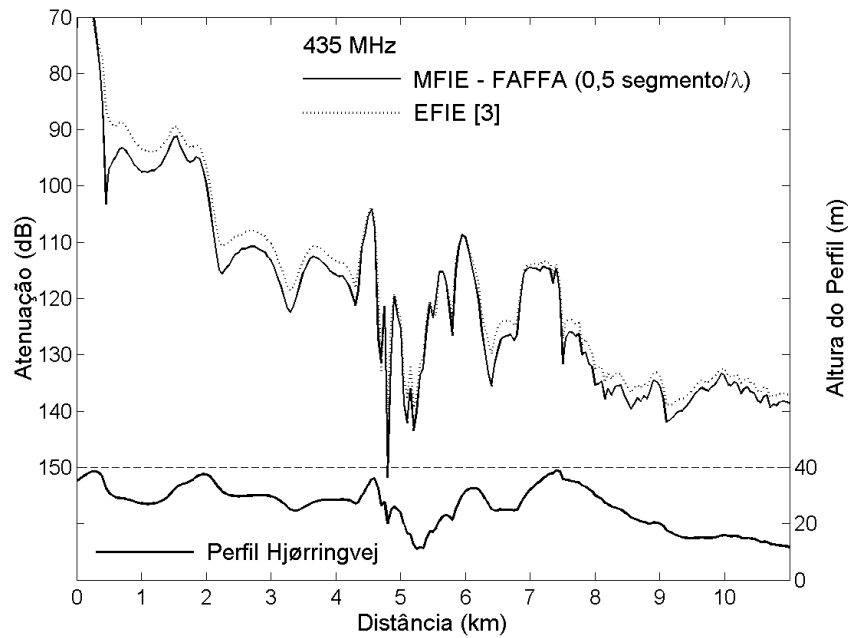


(b) MFIE

Figura 2.29: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 143,9 MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/λ, tendo como referência os resultados apresentados por Hviid et. al em [3]

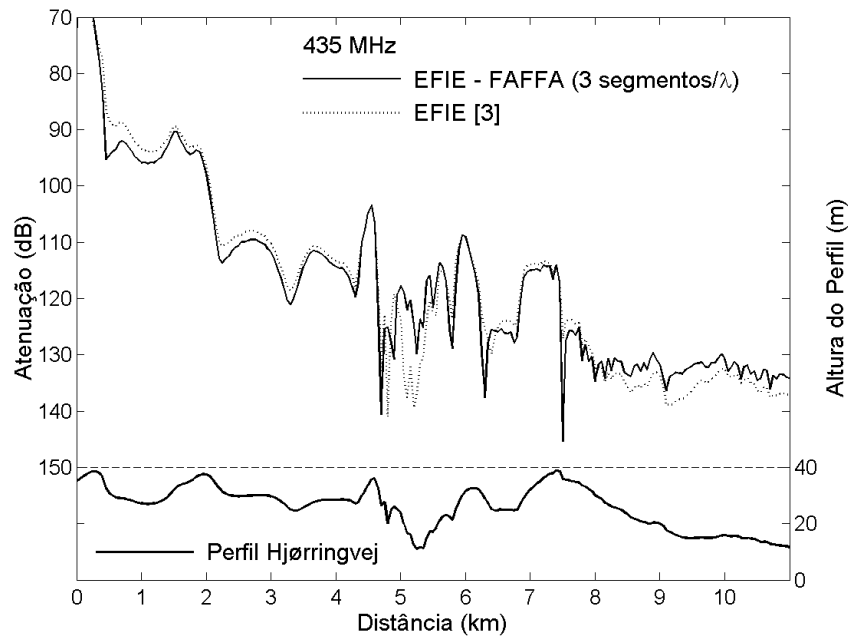


(a) EFIE

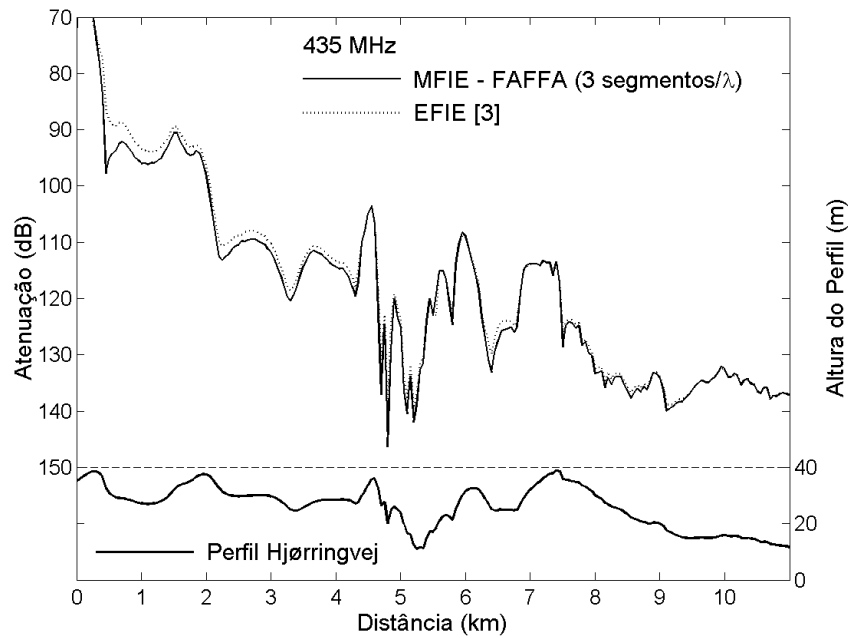


(b) MFIE

Figura 2.30: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/λ, tendo como referência os resultados apresentados por Hviid *et. al* em [3]

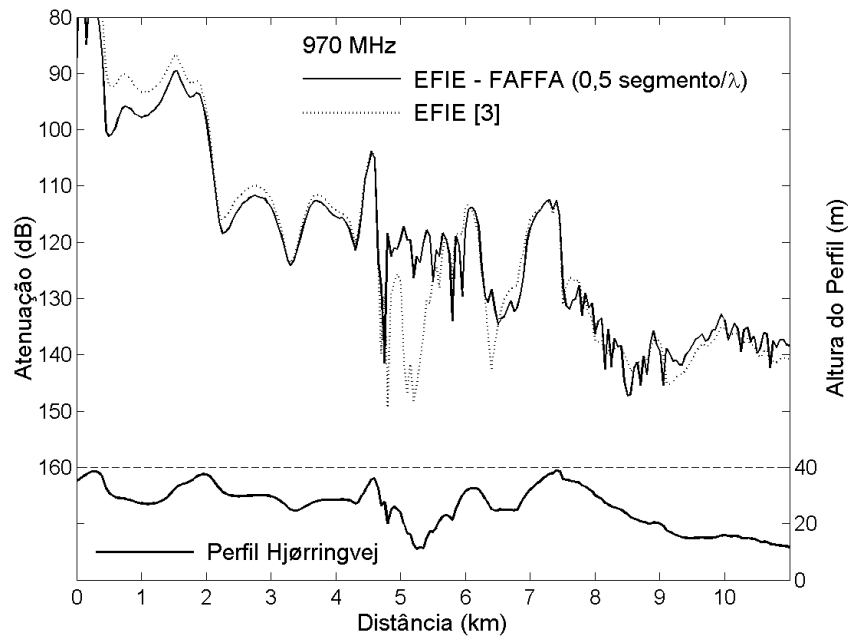


(a) EFIE

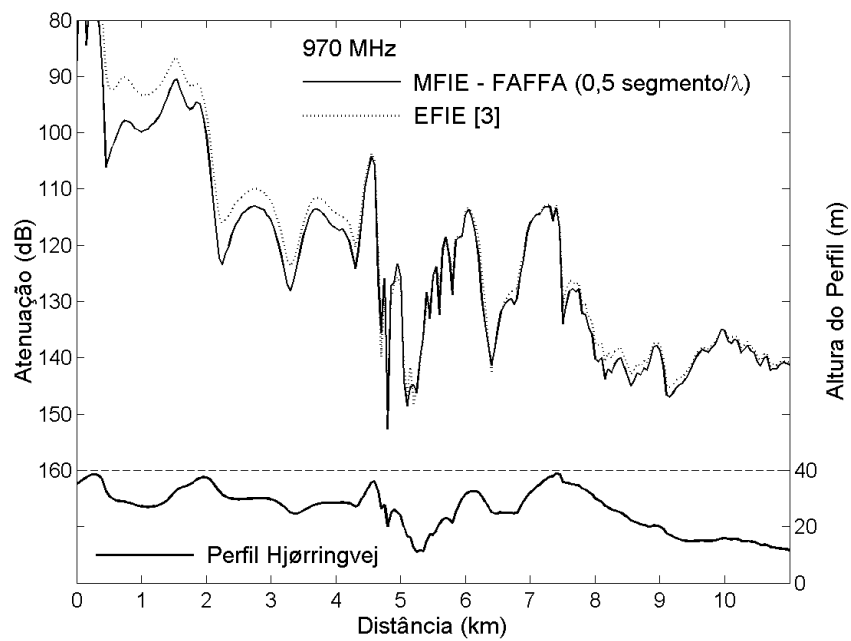


(b) MFIE

Figura 2.31: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 435 MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/ λ , tendo como referência os resultados apresentados por Hviid *et. al* em [3]

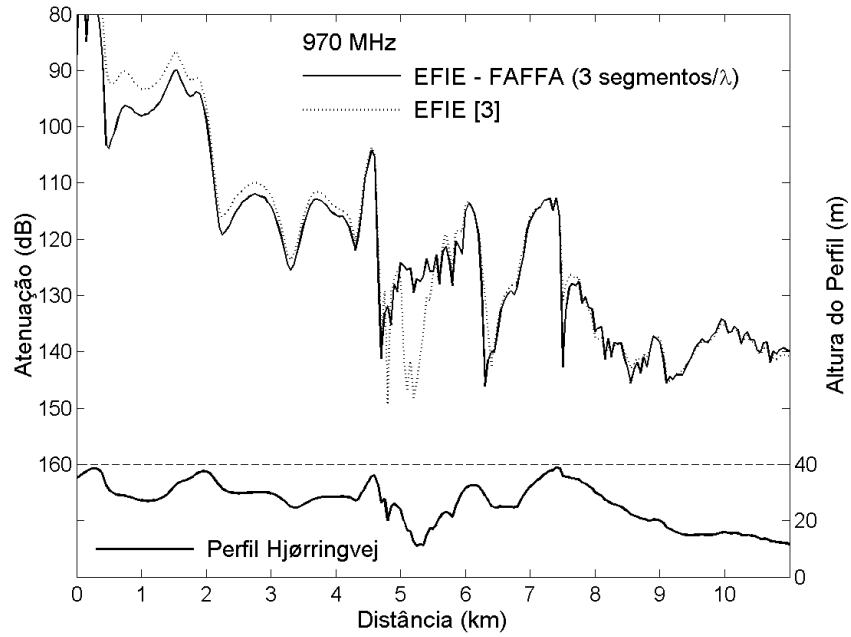


(a) EFIE

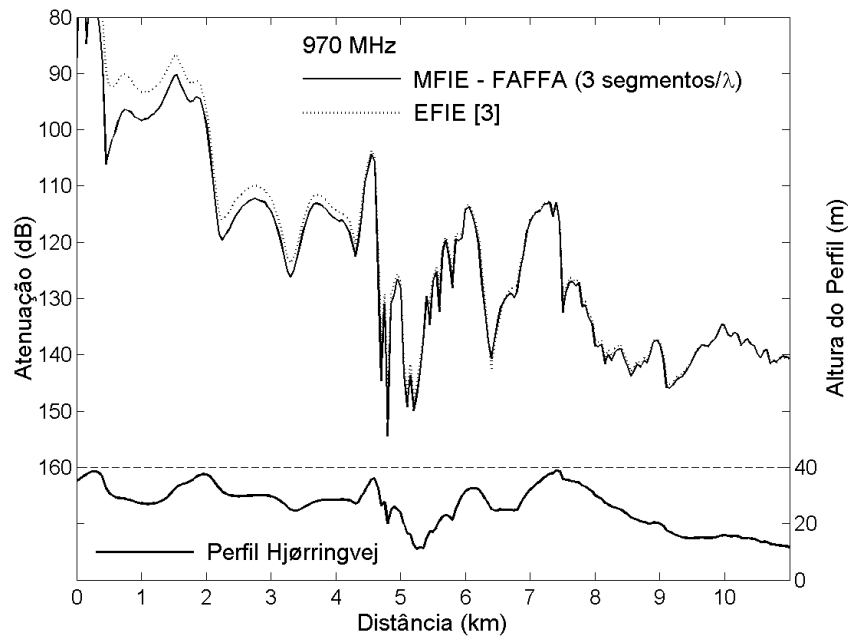


(b) MFIE

Figura 2.32: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/λ, tendo como referência os resultados apresentados por Hviid *et. al* em [3]

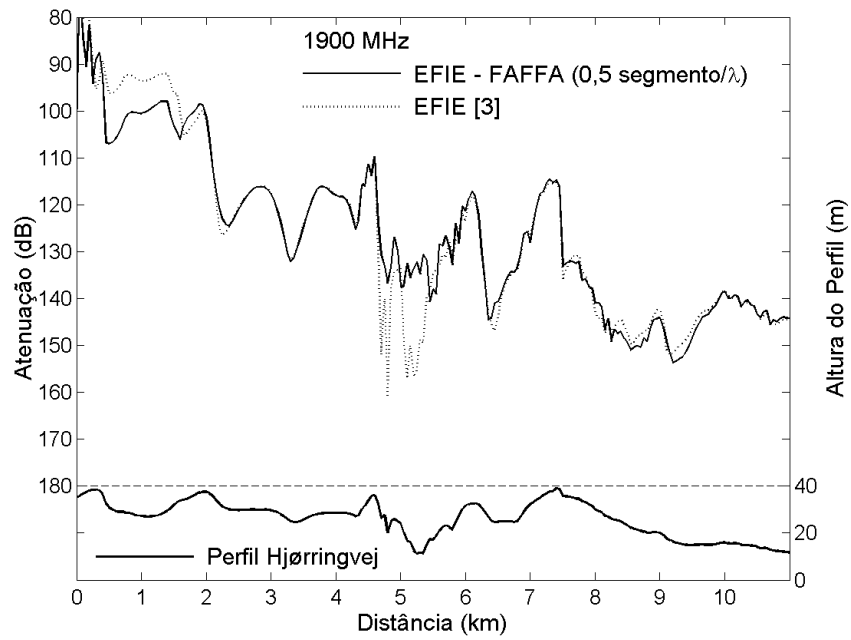


(a) EFIE

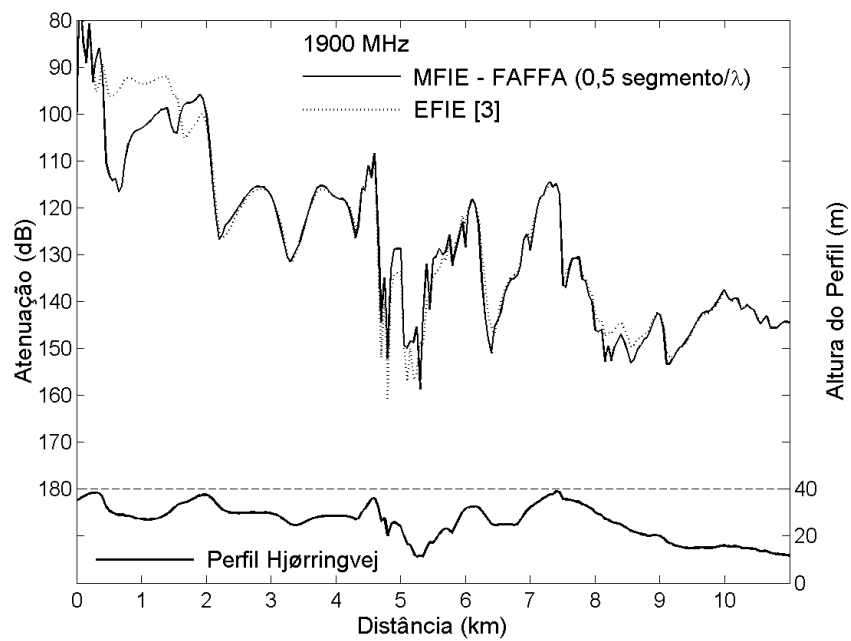


(b) MFIE

Figura 2.33: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 970MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/λ, tendo como referência os resultados apresentados por Hviid *et. al* em [3]

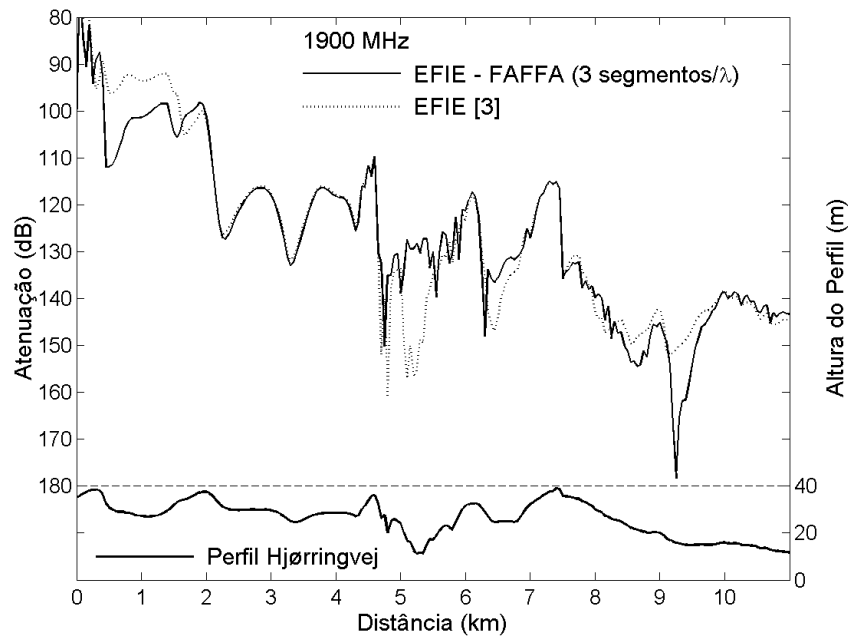


(a) EFIE

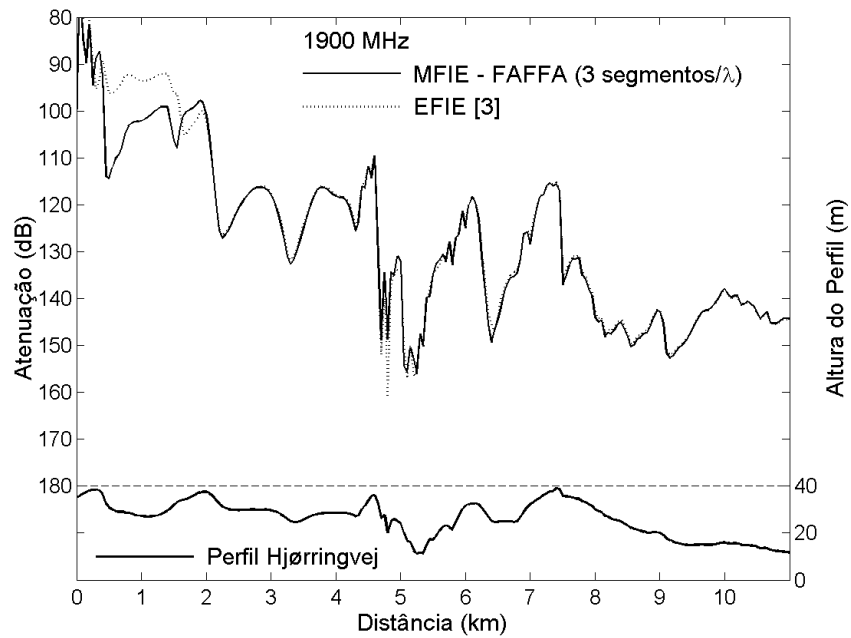


(b) MFIE

Figura 2.34: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900MHz para a EFIE e a MFIE com 0,5 segmento/λ, tendo como referência os resultados apresentados por Hviid *et. al* em [3]



(a) EFIE



(b) MFIE

Figura 2.35: Comparação da atenuação do campo elétrico polarizado verticalmente sobre o perfil Hjørringvej, tratando o solo como condutor magnético perfeito, a uma frequência de 1900MHz para a EFIE e a MFIE com 3 segmentos/λ, tendo como referência os resultados apresentados por Hviid *et. al* em [3]

Capítulo 3

Equações Integrais no Domínio do Tempo

Este capítulo visa o estudo de equações integrais para aplicação na predição da propagação de ondas radioelétricas no domínio do tempo. Assim como no Capítulo 2, o estudo será realizado para enlaces de rádio, tendo o solo como obstáculo e a atmosfera assumida o vácuo. A motivação para o estudo no domínio do tempo se deve à crescente disseminação de tecnologias UWB (*Ultra-Wide Band*), baseadas na utilização de pulsos estreitos, os quais ocupam faixas de frequência ultra-largas. A análise de pulsos com essas características, ao contrário do que é adotado para sinais de faixa estreita, não pode ser feita apenas para uma frequência central, assumindo que para as demais frequências do espectro de operação o comportamento será praticamente o mesmo. Tal análise deve ser feita para um número suficiente de frequências pertencentes à faixa significativa do espectro desse pulso. Duas abordagens distintas serão, então, adotadas: a análise no domínio da frequência ao longo do espectro significativo do sinal com uma posterior aplicação da Transforma Inversa de Fourier (Seção 3.1) e, também, o uso de uma formulação integral desenvolvida para o domínio do tempo (Seção 3.2). A Seção 3.3 apresenta resultados para estas duas abordagens, tendo, como referência, resultados obtidos através de uma formulação da UTD (*Uniform Theory of Diffraction*) no domínio do tempo [17].

3.1 Aplicação da Transformada Inversa de Fourier

A análise de um sinal no domínio do tempo pode ser realizada através do conhecimento do seu espectro de frequência e do auxílio da transformada inversa de Fourier, a qual é aqui definida pelo seguinte par de transformadas [22]:

$$\mathcal{F}\{\mathcal{M}(t)\} = M(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{M}(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (3.1)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{M(\omega)\} = \mathcal{M}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} M(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (3.2)$$

onde $\mathcal{M}$ é uma função do tempo (t) e M é a transformada de Fourier de $\mathcal{M}$, função da frequência angular $\omega = 2\pi f$.

Como a formulação para o domínio da frequência obtida no Capítulo 2 fornece, se aplicada para diversas frequências, o espectro do sinal propagado, é possível aproveitá-la para realizar a análise desse sinal no domínio do tempo. Para isto, são definidas a faixa de frequência significativa do espectro do sinal (BW) e a discretização da frequência ao longo dessa faixa (Δf). A largura de faixa de frequência considerada determina a discretização no domínio do tempo Δt :

$$\Delta t = \frac{1}{BW}. \quad (3.3)$$

Já a discretização da frequência determina a largura da janela temporal que será considerada:

$$\Delta f = \frac{1}{t_{final} - t_{inicial}}, \quad (3.4)$$

onde $t_{inicial}$ e t_{final} definem, respectivamente, os limites inicial e final da janela temporal considerada para a observação do comportamento temporal do sinal.

Tendo em mãos os resultados da aplicação da formulação no domínio da frequência para um conjunto de frequências discretas, ou seja, um conjunto de dados numéricos discretos, aplica-se sobre esse conjunto a transformada inversa de Fourier discreta [22], resultando em um novo conjunto de dados, o qual representa a resposta no domínio do tempo do sinal considerado. Os resultados obtidos com a aplicação desse método serão apresentados na Seção 3.3, onde serão comparados com resultados obtidos através de uma formulação no domínio do tempo, detalhada na Seção 3.2.

3.2 Desenvolvimento da Formulação Integral no Domínio do Tempo

Uma outra forma de se tratar o problema no domínio do tempo é aplicar a transformada inversa de Fourier sobre as equações integrais (2.1) e (2.2), obtendo-se, assim, equações integrais no domínio do tempo. A partir destas, é possível, então, realizar todo o desenvolvimento feito no Capítulo 2, agora no domínio do tempo. No entanto, para facilitar o trabalho, a aplicação da transformada inversa pode ser feita não diretamente nas equações integrais (2.1) e (2.2) mas sim nas equações (2.24) e (2.25), que surgem após a aplicação do método da fase estacionária (SPM) e das condições geométricas impostas pelo contorno do problema, as quais não variam com o tempo. Desse modo, obtém-se uma formulação já reduzida ao plano de incidência, necessitando, apenas, da aplicação do Método dos Momentos para possibilitar sua avaliação numérica. A adoção desta formulação desenvolvida diretamente no tempo elimina a necessidade da análise em várias frequências, comentada na Seção 3.1.

Como pôde ser observado dos resultados apresentados no Capítulo 2, a MFIE apresenta uma convergência mais rápida em relação à EFIE. Devido a este fato, a formulação no domínio do tempo será desenvolvida apenas para a MFIE, ficando como sugestão para trabalhos futuros o desenvolvimento da formulação para a EFIE.

O desenvolvimento da formulação da MFIE no domínio do tempo é iniciado a partir da equação do campo magnético no domínio da frequência, a qual é apresentada em (2.25) e reescrita aqui como:

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in} = \frac{k}{\eta} \int_{\ell'} \hat{n} \times \vec{M}_A \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} d\ell' , \quad (3.5)$$

onde R_1 e R_2 são representados na Figura 2.3, $\vec{H}_{in}$ é o campo incidente irradiado pela fonte transmissora e $\vec{M}_A$ está relacionado com a corrente magnética superficial equivalente $\vec{M}$ através da equação (2.16):

$$\vec{M}(\vec{r}') = M(\vec{r}') \hat{y} = M_A(\vec{r}') e^{-jkR_1} \hat{y} . \quad (3.6)$$

Substituindo a equação (3.6) na (3.5) tem-se:

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in} = \frac{jk}{\eta} \int_{\ell'} [\hat{n} \times M(\vec{r}') \hat{y}] \frac{e^{-jkR_2 - j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} d\ell' , \quad (3.7)$$

observando que $\hat{n} \times \hat{y} = -\hat{\ell}$ não depende de ℓ' e pode ser retirado da integral.

Nesse ponto, a aplicação da transformada inversa de Fourier permite a obtenção de uma formulação direta no domínio do tempo onde as considerações feitas sobre a geometria da superfície, como suavidade e invariância ao longo da direção $\hat{y}$, já estão embutidas. Como o integrando em (3.7) pode ser tratado como a multiplicação de duas funções no domínio da frequência, a transformada inversa de (3.7) resulta em uma convolução no domínio do tempo das transformadas destas funções [22]:

$$\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}, t) = -\frac{\hat{\ell}}{\eta} \int_{\ell'} \mathcal{F}^{-1} \{jkM(\vec{r}')\} * \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{e^{-jkR_2 - j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} \right\} d\ell' , \quad (3.8)$$

onde $\vec{\mathcal{H}}_{in}$ representa o campo magnético incidente no domínio do tempo.

Assim, para a transformada da função envolvendo a corrente magnética equivalente, obtém-se [22]:

$$\mathcal{F}^{-1} \{jk\vec{M}(\vec{r}')\} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{M}}(\vec{r}', t)}{\partial t} , \quad (3.9)$$

observando que $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ e c é a velocidade da luz no vácuo. Por sua vez, a transformada do termo associado à função de Green resultante para o problema é dada por:

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{e^{-jkR_2 - j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} \right\} = \frac{\sqrt{2\pi c}}{8\pi^2 \sqrt{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-jkR_2 + j\omega t}}{\sqrt{j\omega}} d\omega . \quad (3.10)$$

Para a solução da integral em ω , presente em (3.10), o software *Mathematica* 4[®] foi utilizado, obtendo-se como resposta

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-jkR_2+j\omega t}}{\sqrt{j\omega}} d\omega = \sqrt{\frac{\pi}{t - \frac{R_2}{c}}} \left[1 + \text{Sign} \left(t - \frac{R_2}{c} \right) \right], \quad (3.11)$$

onde a função Sign é definida como

$$\text{Sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}. \quad (3.12)$$

Assim, como $t - \frac{R_2}{c} > 0$, o resultado da integral em (3.11) pode ser escrito como

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-jkR_2+j\omega t}}{\sqrt{j\omega}} d\omega = 2\sqrt{\frac{\pi}{t - \frac{R_2}{c}}}. \quad (3.13)$$

Resolvendo, então, a convolução presente em (3.7) através da propriedade [22]

$$\mathcal{A}(t) * \mathcal{B}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}(t') \mathcal{B}(t - t') dt', \quad (3.14)$$

a MFIE no domínio do tempo é escrita a partir de (3.8) como

$$\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}, t) = -\frac{\hat{\ell}}{4\pi\eta c} \int_{\ell'} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t')}{\partial t'} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' d\ell', \quad (3.15)$$

onde o retardo τ foi definido para facilitar a visualização da formulação:

$$\tau = t - \frac{R_2}{c}. \quad (3.16)$$

Como na Seção 2.1, o Método dos Momentos será aplicado com a finalidade de permitir o cálculo numérico das correntes magnéticas equivalentes $\mathcal{M}(\vec{r}', t')$. As funções de base foram definidas como um pulso unitário, enquanto as funções de peso foram assumidas como sendo um impulso (função Delta de Dirac) no centro do respectivo segmento e na direção $\hat{\ell}$. Desse modo, a integral de linha passa a ser dada pelo valor do integrando calculado no centro do segmento observador (localizado em $\vec{r}_i$):

$$\left[\hat{\ell} \cdot (\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}, t)) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = - \sum_{j=1}^{N_b} \left[\frac{1}{4\pi\eta c} \int_{\ell'} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t')}{\partial t'} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' d\ell' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (3.17)$$

onde N_b é número de funções de base (segmentos) utilizadas.

O desprezo do retro-espalhamento é novamente considerado, ou seja, a corrente em um segmento i só depende de correntes localizadas em segmentos anteriores ($j \leq i$), o que favorece a utilização da técnica *marching-on-in-time* [16] para a solução numérica da integral no tempo. Consequentemente, a corrente em um determinado segmento existe apenas em um intervalo de tempo específico, o que permite a definição precisa dos limites da integral em t' . Para definir esse intervalo, são assumidos t_{ini} como sendo o instante em que o sinal começa a ser transmitido na fonte transmissora e t_{end} como o instante em que o sinal pára de ser transmitido. Desse modo, em um segmento i qualquer, o intervalo de existência da corrente pode ser definido por $t_{ini, i}$ e $t_{end, i}$, os quais podem ser definidos como

$$t_{ini, i} = t_{ini} + \frac{R_{1i}}{c}, \quad (3.18)$$

$$t_{end, i} = t_{end} + \frac{R_{Ti}}{c}, \quad (3.19)$$

onde R_{1i} representa a distância entre o transmissor e o centro do segmento i e R_{Ti} é dado por (veja a Figura 3.1)

$$R_{Ti} = R_{11} + \frac{\Delta 1 + \Delta i}{2} + \sum_{j=2}^{i-1} \Delta j, \quad (3.20)$$

onde Δi e Δj são os comprimentos dos segmentos i e j respectivamente. Já $\Delta 1$ é o comprimento do primeiro segmento da superfície e R_{11} a distância entre o transmissor e o centro deste segmento (veja Figura 3.1). Todas as distâncias são tomadas em relação aos centros dos segmentos, pois, espacialmente, as correntes serão amostradas nestes pontos.

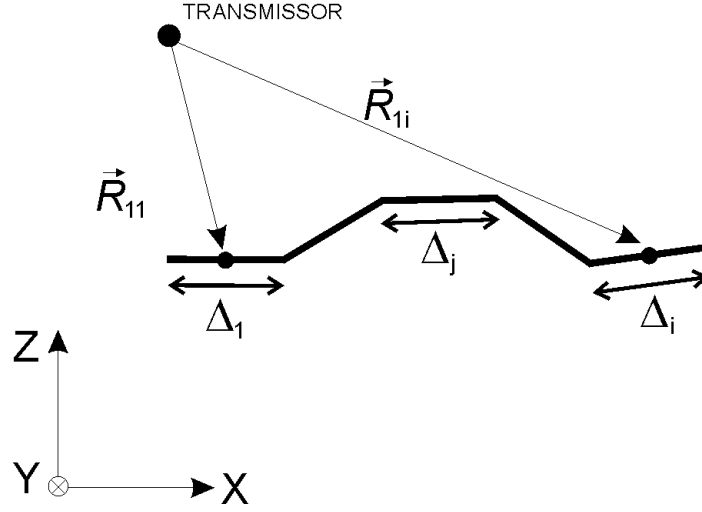


Figura 3.1: Posicionamento dos vetores considerados na definição dos limites de integração da integral em t' .

Definidos os limites da integral em t' , faz-se necessária a discretização do tempo para viabilizar a avaliação numérica através da técnica *marching-on-in-time* [16]. Da mesma forma que o terreno foi dividido em segmentos para possibilitar o cálculo das correntes, o tempo será discretizado em intervalos de tempo Δt . Desse modo, para cada segmento i , existirão NT_i instantes de tempo e as amostras temporais nestes segmentos podem ser definidas através de:

$$t_p = t_{ini, i} + (p - 1)\Delta t_i \quad , \quad p = 1, 2, \dots, NT_i \quad , \quad (3.21)$$

sendo $\Delta t_i \leq \Delta t$.

Feitas estas considerações sobre a amostragem temporal e os limites de integração em t' , a corrente sobre um segmento i é assumida como tendo uma variação temporal linear, ou seja, entre os instantes t_{p-1} e t_p , $\mathcal{M}_i(\vec{r}', t')$ pode ser escrita como

$$\mathcal{M}_i(\vec{r}', t') = \mathcal{M}_{i,p} \frac{(t' - t_p + \Delta t_i)}{\Delta t_i} - \mathcal{M}_{i,p-1} \frac{(t' - t_p)}{\Delta t_i} \quad , \quad (3.22)$$

onde $\mathcal{M}_{i,p-1}$ e $\mathcal{M}_{i,p}$ representam as amplitudes da corrente, sobre o segmento i em questão, nos instantes t_{p-1} e t_p , respectivamente. Consequentemente, sua derivada em

relação ao tempo é dada por

$$\frac{\partial \mathcal{M}_i(\vec{r}', t')}{\partial t'} = \frac{\mathcal{M}_{i,p}}{\Delta t_i} - \frac{\mathcal{M}_{i,p-1}}{\Delta t_i} . \quad (3.23)$$

A integral no tempo, presente em (3.17), pode ser, então, resolvida analiticamente para cada intervalo de tempo Δt_i do segmento i , pois o valor da derivada da corrente em relação ao tempo é conhecido neste intervalo a partir de (3.23). Deste modo, para um intervalo de t_{p-1} a t_p a integral em t' da equação (3.17) é dada por

$$\int_{t_{p-1}}^{t_p} \frac{\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}}{\Delta t_i} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' = \frac{2(\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1})}{\Delta t_i} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] . \quad (3.24)$$

Esse cálculo é feito para cada intervalo Δt_i localizado entre os limites inferior e superior da integral. Tais limites são respectivamente tomados como sendo $t_{ini,i}$ (dado pela equação (3.18)) e o menor valor entre $t_{end,i}$ (dado pela equação (3.19)) do segmento em questão e o tempo t . Desse modo, lembrando que a integral de linha em ℓ' é avaliada pelo valor do integrando calculado no centro do segmento i e multiplicado pelo comprimento Δi desse segmento, desde que Δi seja suficientemente pequeno, a equação (3.17) pode ser escrita na forma matricial como

$$[V_{i,p}] = [Z_{ij,p}] [\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}] , \quad (3.25)$$

onde os índices i e j representam os segmentos observador e fonte, respectivamente, aos quais os termos estão relacionados, e p define a amostra temporal considerada. Comparando (3.17) e (3.25), os termos $V_{i,p}$ e $Z_{ij,p}$ são dados por

$$\begin{aligned} V_{i,p} &= \eta \left[\hat{\ell}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}, t_p)) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = \eta \left[\vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r} = \vec{r}_i, t_p) \cdot (\hat{\ell}_i \times \hat{n}_i) \right] \\ &= -\eta \left[\vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r} = \vec{r}_i, t_p) \cdot \hat{y} \right] , \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$Z_{ij,p} = -\frac{1}{2\pi c} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \frac{\Delta j}{\Delta t_i} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] , \quad \text{para } i \neq j . \quad (3.27)$$

Para o caso de $i = j$, entretanto, um cuidado maior deve ser tomado na solução da integral em ℓ' . Fazendo $R_2 \rightarrow 0$, a integral ao longo do segmento em questão, presente na equação (3.17), pode ser escrita como

$$\frac{\sqrt{2c}}{2\pi c\Delta_i} \int_{\ell'} \frac{1}{\sqrt{R_2}} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] d\ell' , \quad (3.28)$$

lembrando que $\tau = t - R_2/c$.

Para resolver analiticamente a integral (3.28), R_2 é assumido constante ao longo do segmento, o que permite retirar da integral os termos que possuem τ , restando, com isso, apenas o tratamento da singularidade devido à presença de R_2 no denominador. Para que esta consideração seja válida, deve-se assegurar que a segmentação do terreno seja adequada, resultando em segmentos suficientemente pequenos. Desse modo, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2c}}{2\pi c\Delta_i} \int_{\ell'} \frac{1}{\sqrt{R_2}} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] d\ell' &= \frac{\sqrt{2c}}{2\pi c\Delta_i} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] \int_{\ell'} \frac{1}{\sqrt{R_2}} d\ell' \\ &= \frac{\sqrt{2c}}{2\pi c\Delta_i} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] 2\sqrt{2\Delta_i} , \end{aligned} \quad (3.29)$$

e, consequentemente,

$$Z_{ii,p} = -\frac{2}{\pi c} \frac{\sqrt{c\Delta_i}}{\Delta t} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] . \quad (3.30)$$

Fazendo, como no Capítulo 2, a consideração do desprezo do retro-espalhamento, as correntes magnéticas superficiais equivalentes podem ser calculadas de modo recursivo (veja Seção 2.1). Desta forma, (3.25) pode ser escrita como

$$V_{i,p} = \sum_{j=1}^i \sum_{p_i=2}^p Z_{ij,p_i} (M_{j,p_i} - M_{j,p_i-1}) . \quad (3.31)$$

Manipulando matematicamente a equação (3.31) para retirar dos somatórios a corrente na amostra de tempo t_p do segmento i :

$$\begin{aligned}
V_{i,p} &= \sum_{p_i=2}^p Z_{ii,p_i} (\mathcal{M}_{i,p_i} - \mathcal{M}_{i,p_i-1}) + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p Z_{ij,p_i} (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) , \\
&= Z_{ii,p} (\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}) + \sum_{p_i=2}^{p-1} Z_{ii,p_i} (\mathcal{M}_{i,p_i} - \mathcal{M}_{i,p_i-1}) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p Z_{ij,p_i} (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) .
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Isolando o termo $\mathcal{M}_{i,p}$, que é o que se deseja calcular, é possível obter, finalmente, uma equação que pode ser implementada numericamente e permite o cálculo recursivo das correntes:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{i,p} &= \frac{1}{Z_{ii,p}} \left[V_{i,p} + Z_{ii,p} \mathcal{M}_{i,p-1} - \sum_{p_i=2}^{p-1} Z_{ii,p_i} (\mathcal{M}_{i,p_i} - \mathcal{M}_{i,p_i-1}) \right. \\
&\quad \left. - \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p Z_{ij,p_i} (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) \right] , \quad i = 1, 2, \dots, N_b .
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Obtidas as correntes magnéticas superficiais equivalentes, é possível então calcular o campo espalhado. Do mesmo modo que foi feito para o cálculo das correntes, será aplicada uma transformada inversa de Fourier sobre a equação do cálculo do campo espalhado obtido no domínio da frequência. A transformada será aplicada sobre a equação (2.56), reescrita aqui como:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) - k \int_{\ell'} \vec{M}_A \times \hat{R}_2 \left(1 - \frac{j}{kR_2} \right) \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} d\ell' . \tag{3.34}$$

onde $\vec{E}_{in}$ representa o campo elétrico incidente irradiado pela fonte transmissora, R_1 é a distância entre o transmissor e o segmento fonte e R_2 é a distância entre este segmento e o receptor, conforme a Figura 2.5.

Desse modo, como $\vec{M}(\vec{r}') = M_A(\vec{r}') e^{-jkR_1} \hat{y}$, a equação (3.34) pode ser reescrita,

para facilitar a aplicação da transformada inversa de Fourier, como

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) - jk \int_{\ell'} (\hat{y} \times \hat{R}_2) M(\vec{r}') \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) \frac{e^{-jkR_2 - j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} d\ell' . \quad (3.35)$$

Assim, como as transformadas de $jkM(\vec{r}')$ e do termo resultante da função de Green são dadas, respectivamente, pelas equações (3.9) e (3.10), a equação para o cálculo do campo elétrico no domínio do tempo, com o auxílio da definição da convolução no tempo (3.14), é:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}, t) - \int_{\ell'} \int_{t'} (\hat{y} \times \hat{R}_2) \left[\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t')}{\partial t'} + \frac{1}{R_2} \mathcal{M}(\vec{r}', t') \right] \\ \frac{\sqrt{2c}}{4\pi \sqrt{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' d\ell' , \end{aligned} \quad (3.36)$$

onde $\vec{\mathcal{E}}_{in}$ e $\mathcal{M}$ representam, respectivamente, o campo incidente e a corrente magnética superficial equivalente no domínio do tempo.

Na equação (3.36), a integral no tempo, assim como no cálculo das correntes, pode ser calculada analiticamente dentro dos intervalos Δt_i , respeitando os mesmos limites de integração definidos anteriormente para cada segmento. A integral pode ser dividida em:

$$\mathcal{I}_1 = \int_{t_{p-1}}^{t_p} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t')}{\partial t'} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' = \frac{2(\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1})}{c \Delta t_i} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}] , \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_2 &= \int_{t_{p-1}}^{t_p} \frac{1}{R_2} \mathcal{M}(\vec{r}', t') \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' \\ &= \frac{2}{3R_2 \Delta t_i} \left\{ \mathcal{M}_{i,p} [(3t_{p-1} - t_p - 2\tau)\sqrt{\tau - t_p} - (2t_{p-1} - 2\tau)\sqrt{\tau - t_{p-1}}] \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{M}_{i,p-1} [(2t_p - 2\tau)\sqrt{\tau - t_p} - (3t_p - t_{p-1} - 2\tau)\sqrt{\tau - t_{p-1}}] \right\} , \end{aligned} \quad (3.38)$$

lembrando que a integral do termo $\mathcal{I}_1$, relacionado com a derivada da corrente, foi calculada em (3.24).

Desse modo, o cálculo do campo total em um determinado observador, isto é, a soma do campo espalhado com o campo diretamente incidente neste observador, pode ser realizado através de:

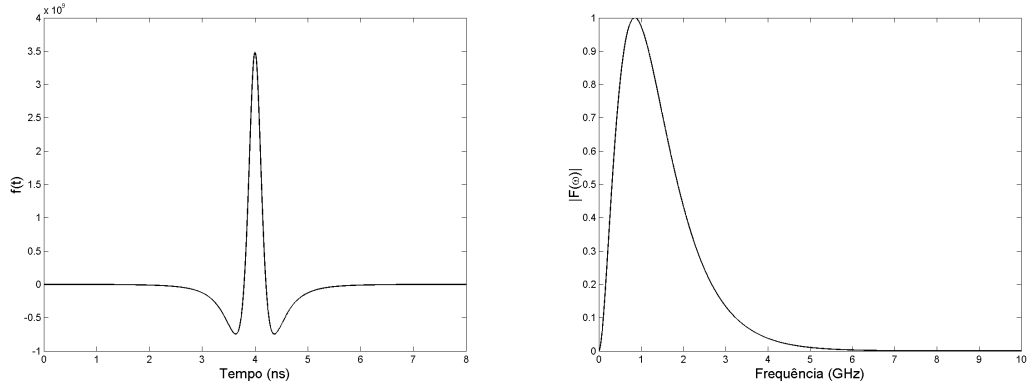
$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}, t) - \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{p_i=2}^p (\hat{y} \times \hat{R}_2) \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \Delta i (\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2) , \quad (3.39)$$

onde a integral de linha em ℓ' foi resolvida através da técnica do retângulo, multiplicando-se o valor do integrando pelo comprimento do segmento i (Δi) em questão.

A Seção 3.3 apresentará simulações realizadas para um pulso estreito, que se enquadra nas características UWB. Os resultados numéricos obtidos, tanto para a formulação no domínio do tempo quanto para a aplicação da transformada inversa sobre a formulação do domínio da frequência, serão comparados, tendo como referência os resultados da UTD no domínio do tempo obtidos por Borges [17].

3.3 Resultados no Domínio do Tempo

Nesta seção serão apresentados os resultados de simulações realizadas a partir da formulação no domínio da frequência, passados para o domínio do tempo com o auxílio da transformada inversa de Fourier conforme citado na Seção 3.1, e a partir da formulação desenvolvida na Seção 3.2 diretamente no domínio do tempo. As comparações serão feitas apenas para a MFIE, já que a formulação da EFIE não foi desenvolvida no domínio do tempo. Devido ao esforço computacional relativo à inserção nas formulações de um somatório sobre o tempo, apenas casos menores foram analisados, ou seja, terrenos com dimensões menores do que aqueles considerados na Seção 2.2. Escolheu-se, então, analisar a propagação sobre uma cunha simples e também sobre duas cunhas consecutivas. Os resultados numéricos serão comparados com os resultados de uma formulação para a UTD no domínio do tempo (TD-UTD) obtidos por Borges em sua dissertação de mestrado [17].



(a) Variação do pulso no tempo

(b) Espectro de frequência do pulso

Figura 3.2: Pulso utilizado nas simulações

3.3.1 Pulso analisado

Com o intuito de permitir uma comparação dos resultados numéricos obtidos com os apresentados por Borges [17], o pulso escolhido para análise foi o mesmo utilizado em [17], o qual possui características que se enquadram na definição de pulsos UWB, ou seja, sua largura de faixa é maior do que 1,5 GHz [23]. O pulso considerado é mostrado na Figura 3.2 e pode ser descrito, no domínio da frequência, através de [24]:

$$F(\omega) = \sum_{n=1}^N A_n e^{-\alpha_n \omega} \quad , \quad \omega > 0 \quad . \quad (3.40)$$

A expressão de $F(\omega)$ em (3.40) pode, entretanto, ser escrita de uma forma mais conveniente para a posterior representação temporal [24]:

$$F(\omega) = C_0 (1 - e^{-\omega T})^N e^{-\omega MT} \quad , \quad (3.41)$$

onde C_0 é dado por

$$C_0 = \left(\frac{M+N}{M} \right)^M \left(\frac{M+N}{N} \right)^N \quad , \quad (3.42)$$

de modo que a amplitude máxima do espectro seja unitária, isto é, o espectro seja nor-

malizado. Escolhendo-se, então, $M = 1$ e $N = 2$ na equação (3.42) e comparando as equações (3.40) e (3.41), obtém-se os valores dos termos A_n e α_n .

Após a aplicação da transformada (3.2), a equação do pulso no domínio do tempo é dada por [24]

$$f(t) = \text{Re} \left[\frac{j}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{t + j\alpha_n} \right] , \quad \alpha_n > 0 . \quad (3.43)$$

Substituindo, então, os valores encontrados para A_n e α_n , obtém-se a formulação no domínio do tempo para o pulso considerado nas simulações ($M = 1$ e $N = 2$):

$$f(t) = \text{Re} \left[\frac{j}{\pi} \left(\frac{6,75}{t + jT} - \frac{13,5}{t + j2T} + \frac{6,75}{t + j3T} \right) \right] , \quad (3.44)$$

onde T é dado por

$$T = \frac{1}{2\pi f_c} \ln \left(\frac{M+N}{M} \right) = \frac{1}{2\pi f_c} \ln(3) , \quad (3.45)$$

e f_c representa a frequência central, escolhida aqui como 850 MHz. A Figura 3.2 mostra a variação do pulso no tempo e seu espectro de frequência para os parâmetros especificados acima.

As formulações encontradas para o pulso, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, são utilizadas nas simulações para representar o campo elétrico excitado pela fonte transmissora.

3.3.2 Cunha simples

Para a primeira simulação no domínio do tempo, escolheu-se uma cunha condutora magnética perfeita com 200 m de base e com uma altura $h = 2$ m, mostrada na Figura 3.3. A altura da cunha foi escolhida de modo a manter o mesmo ângulo interno da cunha utilizada na Seção 2.2. O transmissor foi posicionado no início da cunha a uma altura de 5 m. O receptor, por sua vez, foi colocado no final da cunha e teve sua altura h_R especificada para 5, 15, 30 e 90 m.

Para os resultados obtidos através da formulação no domínio da frequência, a faixa de frequência significativa do pulso transmitido foi considerada até 7 GHz (veja Figura 3.2). A segmentação utilizada foi de 0,5 segmento por comprimento de onda para

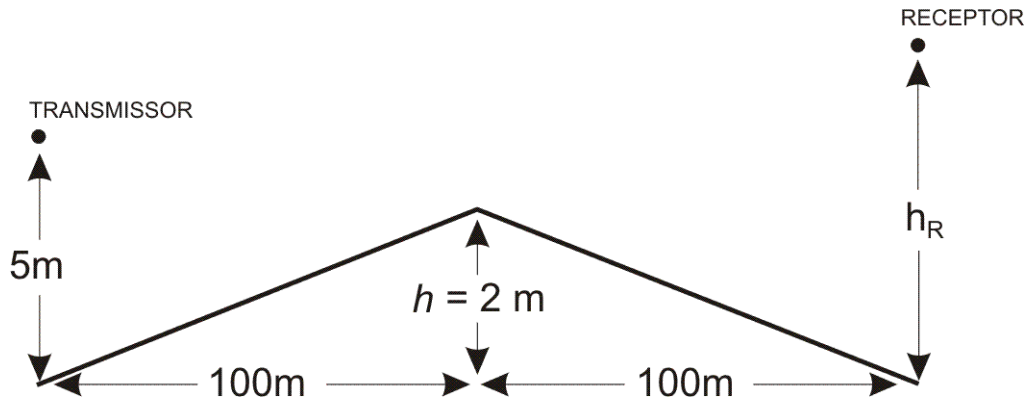


Figura 3.3: Perfil da cunha utilizada nas simulações no domínio do tempo.

cada frequência analisada individualmente. Para a formulação no domínio do tempo, foi utilizado 0,5 segmento por comprimento de onda baseado na maior frequência significativa considerada, ou seja, 7 GHz. A discretização no tempo foi determinada através de Δt , o qual, após diversos testes, foi escolhido igual a 0,25 ns.

Os resultados numéricos mostrados nas Figuras 3.4 a 3.7 apresentam uma concordância entre o método no domínio da frequência e o método no domínio do tempo. Com relação à TD-UTD, entretanto, existem algumas discrepâncias, as quais aumentam com a elevação do receptor. Para o caso de $h_R = 5\text{ m}$, a Figura 3.4 mostra que as três técnicas apresentam basicamente a mesma resposta. Já para o caso de $h_R = 90\text{ m}$ mostrado na Figura 3.7, o pulso espalhado pela cunha apresenta diferença de amplitude e assimetria em relação ao obtido pela TD-UTD.

O tempo consumido na simulação da formulação no domínio da frequência foi de aproximadamente 5 minutos enquanto que a formulação no domínio do tempo consumiu cerca de 72 horas. Nesta comparação, entretanto, o número de pontos calculados no domínio da frequência, ou seja, o número de frequências consideradas, foi muito menor do que o número de instantes de tempo utilizados no domínio do tempo. Isto se deve à consideração da faixa de frequência significativa do espectro do pulso. Feita esta consideração, o espectro do pulso acima de 7 GHz é assumido nulo, o que evita os cálculos para as frequências maiores e diminui consideravelmente o tempo computacional.

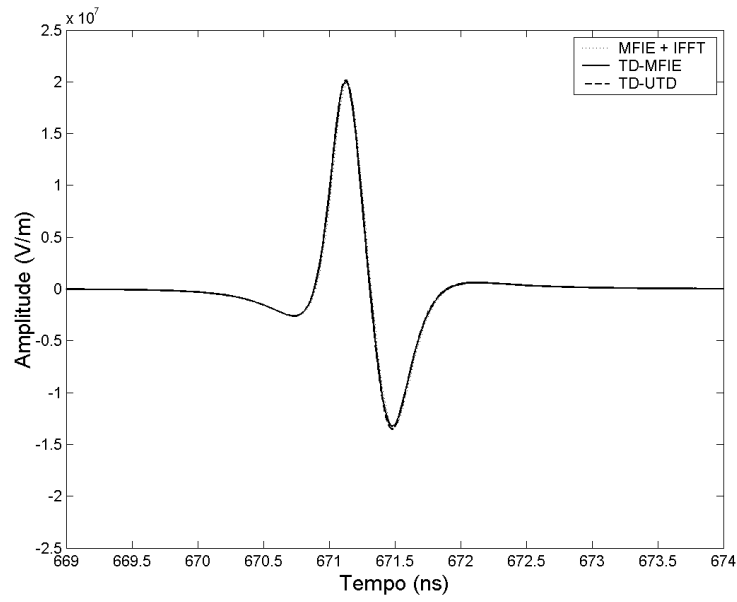


Figura 3.4: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 5$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.

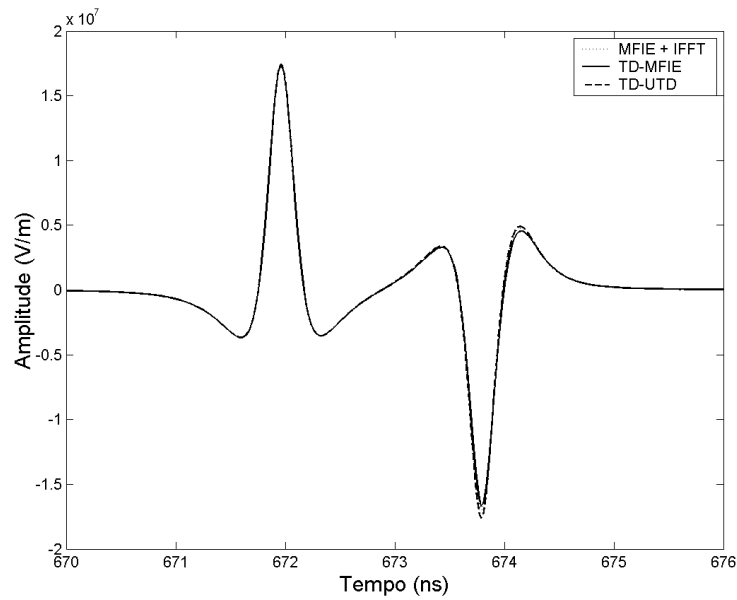


Figura 3.5: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 15$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.

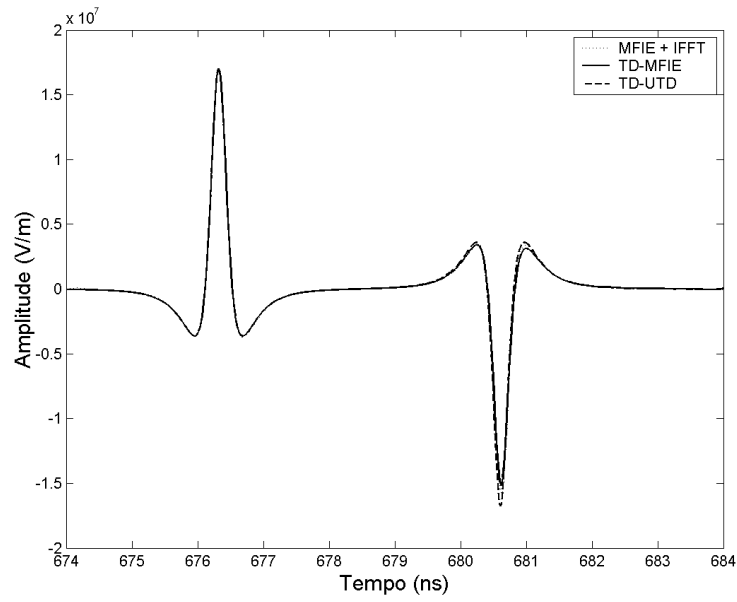


Figura 3.6: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 30$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.

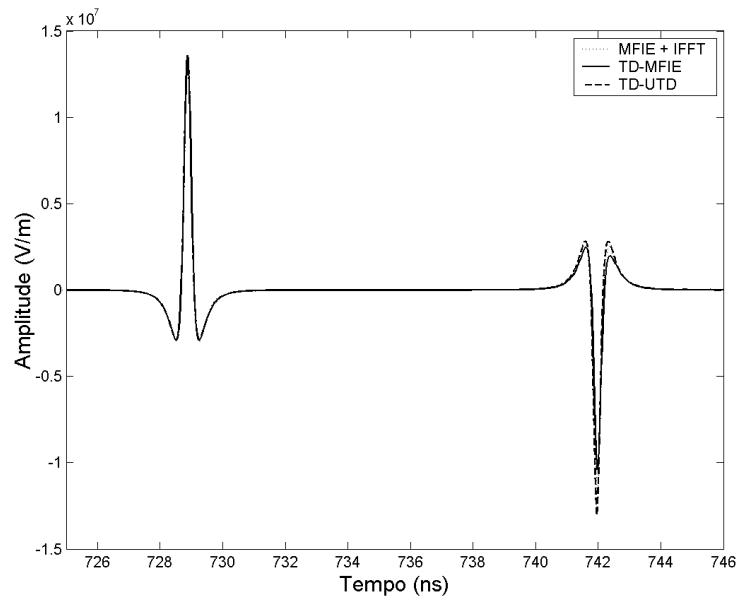


Figura 3.7: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 90$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.3.

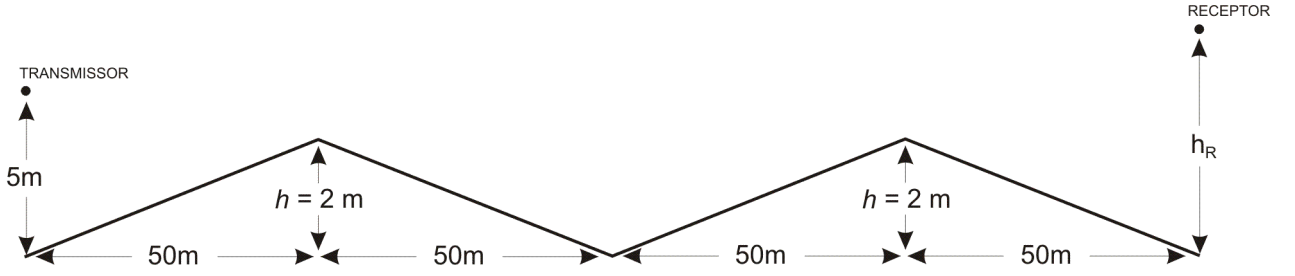


Figura 3.8: Perfil das cunhas consecutivas utilizadas nas simulações no domínio do tempo.

3.3.3 Cunhas consecutivas

Para a verificação da eficácia e acurácia dos métodos foi considerada também a propagação sobre duas cunhas consecutivas. A principal diferença para o caso anterior é a presença da difração dupla devido à presença das duas arestas da cunha. A cunha tratada nesta seção é apresentada na Figura 3.8 sendo $h = 2$ m e a altura do receptor h_R , assim como na Seção 3.3.2, especificada para 5, 15, 30 e 90 m. As mesmas segmentações consideradas na Seção 3.3.2 foram utilizadas para estas simulações, bem como a consideração da faixa significativa do espectro do pulso transmitido (até 7 GHz).

Novamente, o método no domínio da frequência seguido da aplicação da transformada inversa de Fourier e o método no domínio do tempo apresentam resultados concordes, os quais podem ser vistos nas Figuras 3.9 a 3.12. A comparação com a TD-UTD, entretanto, mostra discrepâncias. Isto se deve ao fato da formulação da TD-UTD apresentada em [17] não considerar a difração em arestas com ângulos maiores que 180° , o que ocorre exatamente entre as duas cunhas. Este fato é melhor observado na Figura 3.10.

Para estes casos, os tempos gastos nas simulações foram, assim como no caso da cunha simples, de aproximadamente 5 minutos para a formulação no domínio da frequência e de aproximadamente 72 horas no domínio do tempo.

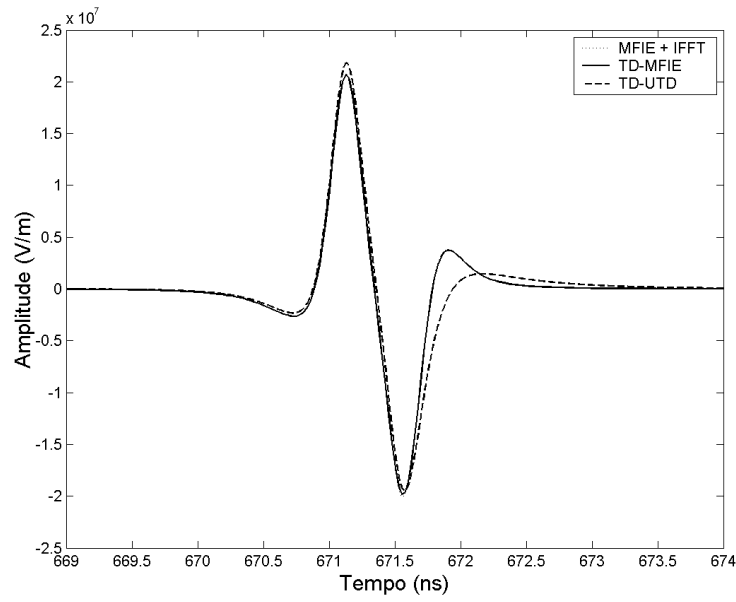


Figura 3.9: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 5$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.

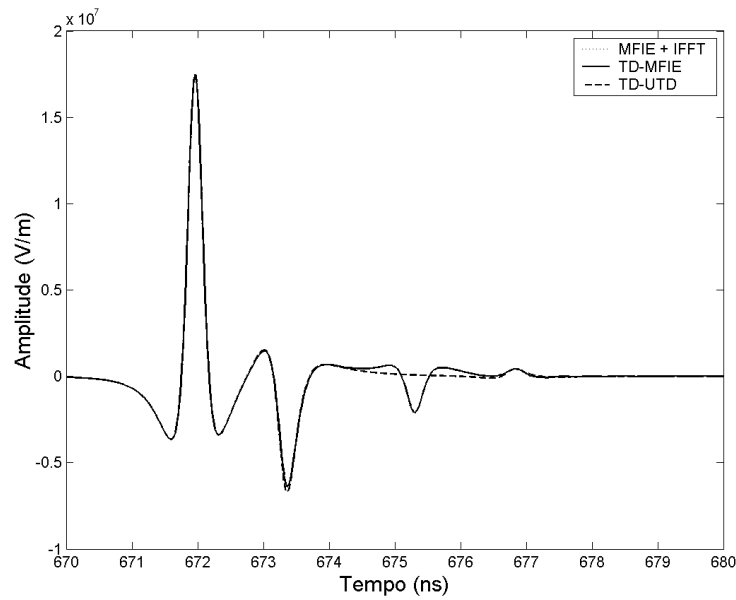


Figura 3.10: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 15$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.

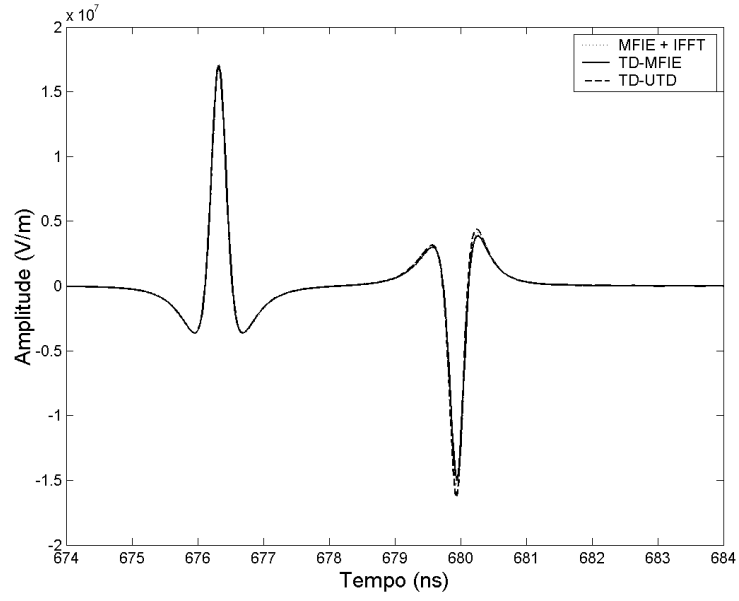


Figura 3.11: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 30$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.

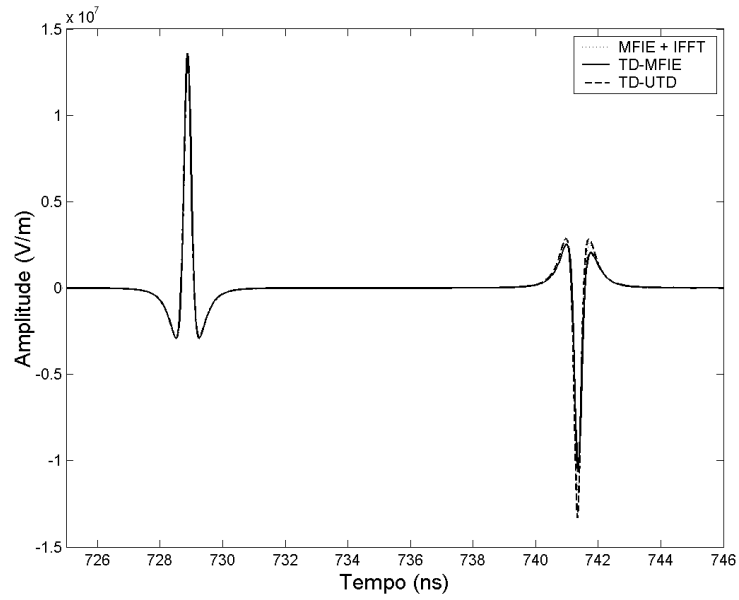


Figura 3.12: Pulso no receptor localizado a uma altura $h_R = 90$ m sobre a cunha condutora magnética perfeita ilustrada na Figura 3.8.

Capítulo 4

Conclusões

Este trabalho consistiu no estudo e desenvolvimento das equações integrais para a predição da propagação de ondas radioelétricas sobre terrenos suavemente irregulares, considerando a atmosfera como sendo o vácuo. O estudo foi realizado tanto no domínio da frequência, quanto no domínio do tempo.

No Capítulo 2, foram desenvolvidas formulações no domínio da frequência baseadas na Equação Integral do Campo Elétrico (*Electric Field Integral Equation* - EFIE) e na Equação Integral do Campo Magnético (*Magnetic Field Integral Equation* - MFIE), assumindo uma incidência rasante e uma polarização vertical. Feitas as considerações sobre a geometria do problema, a superfície foi tratada como um condutor magnético perfeito. Para possibilitar a implementação numérica das formulações obtidas, o Método dos Momentos foi utilizado, permitindo assim o cálculo da corrente magnética equivalente presente no centro de cada segmento considerado.

A fim de validar a formulação obtida, foram realizadas simulações sobre superfícies que se enquadram dentro das considerações feitas no desenvolvimento das formulações, ou seja, superfícies com irregularidades eletricamente suaves. O primeiro caso estudado foi a propagação sobre uma cunha, sendo variadas a posição e altura do receptor. Os resultados numéricos obtidos foram comparados aos gerados pela Teoria Uniforme da Difração (*Uniform Theory of Diffraction* - UTD). A MFIE convergiu para a referência com apenas 0,5 segmento por comprimento de onda, enquanto a EFIE mesmo com 3 segmentos por comprimento de onda apresentou discrepâncias em relação à UTD na maioria dos

casos estudados. Em seguida, realizou-se o estudo para um perfil real já conhecido na literatura e para o qual existem medições no local [3]. Como não foi possível obter os dados destas medições, os resultados numéricos obtidos por Hviid *et al.* [3] foram adotados como referência. Novamente, a MFIE convergiu com um número menor de segmentos por comprimento de onda. Com apenas 0,5 segmento por comprimento de onda os resultados para MFIE já se mostraram satisfatórios, enquanto a EFIE necessitou de uma segmentação seis vezes maior para apresentar os mesmos resultados.

Nas formulações no domínio da frequência baseadas na EFIE e na MFIE, as amplitudes das correntes foram assumidas constantes ao longo de cada segmento, sendo que para as fases foi realizado um tratamento de modo a considerar uma variação linear. Como este tratamento não é utilizado por Freitas em seu trabalho [4], alguns casos foram simulados comparando os resultados numéricos obtidos pelas duas técnicas e comprovando a eficiência deste artifício. A comparação mostrou que tanto para a EFIE quanto para a MFIE os resultados foram melhores, convergindo para a referência, a qual neste caso foram os resultados numéricos apresentados por Hviid *et al.* [3], com um número menor de segmentos por comprimento de onda.

O cálculo das correntes magnéticas equivalentes exige um esforço computacional muito grande. O tempo computacional consumido, desprezado o retro-espalhamento, é aproximadamente proporcional a N_b^2 , onde N_b é o número de funções de base consideradas, ou seja, o número de segmentos no qual a superfície foi dividida. Assim, para terrenos maiores ou mais segmentados, a utilização dos métodos se torna inviável. Para agilizar o cálculo das correntes, foi desenvolvida uma técnica de aceleração baseada nos trabalhos de Cullen *et al.* [11] - [14] e denominada FAFFA (*Fast Far Field Approximation*). A técnica consiste na divisão do terreno em grupos de segmentos, realizando o cálculo das interações entre segmentos de diferentes grupos através de uma aproximação de amplitude e fase da interação entre os segmentos centrais dos grupos. Foram realizadas simulações para comprovar a eficiência da técnica, sendo avaliados os tempos gastos e a precisão obtida. Para a cunha, foi feito um estudo do número de grupos ideal para a segmentação, concluindo-se que a divisão em 256 grupos apresentou o melhor “custo-benefício”, isto é, apresentou um

resultado satisfatório em um tempo menor. Foram apresentadas, ainda, simulações para o perfil real, com as quais concluiu-se que a utilização do FAFFA exige uma segmentação maior. Entretanto, mesmo necessitando de um número maior de segmentos por comprimento de onda, os tempos obtidos mostram a eficiência da aceleração, reduzindo o tempo de simulação, no caso de 5 segmentos por comprimento de onda para uma frequência de 1900 GHz, em aproximadamente 190 vezes.

No Capítulo 3, o estudo foi feito para o domínio do tempo. Foi desenvolvida uma formulação baseada na MFIE através da aplicação da transformada inversa de Fourier sobre a formulação no domínio da frequência. A transformada foi aplicada de modo que todas as considerações geométricas feitas no Capítulo 2 já estivessem embutidas na solução. Dessa forma, a formulação obtida no domínio do tempo é aplicável para as mesmas configurações consideradas no Capítulo 2, ou seja, superfície suavemente irregular, incidência rasante e polarização vertical. Foram realizadas, posteriormente, simulações sobre uma cunha simples e sobre duas cunhas consecutivas. Os resultados numéricos obtidos com o uso desta formulação foram comparados aos resultados obtidos através da aplicação da formulação na frequência para um conjunto discreto de frequências seguido da aplicação da transformada inversa de Fourier. Os dois métodos foram comparados, ainda, a uma formulação da UTD no domínio do tempo (TD-UTD) apresentada em [17]. Os resultados da formulação no tempo convergiram para os dos outros métodos para alturas próximas ao solo. Com o aumento da altura do receptor, no entanto, estes resultados apresentaram algumas discrepâncias.

4.1 Propostas de Continuidade

Serão apresentadas aqui algumas propostas de continuidade para o presente trabalho tanto para a formulação no domínio da frequência, quanto para a formulação no domínio do tempo.

A primeira proposta é o desenvolvimento de uma formulação FAFFA para problemas envolvendo superfícies com condutividade finita. Moreira em [7] desenvolve formulações para a EFIE e a MFIE considerando as perdas na superfície através da utilização

das condições de contorno de Leontovich. A formulação FAFFA pode ser desenvolvida a partir desse trabalho, agilizando o cálculo das correntes magnéticas superficiais equivalentes.

Já no domínio do tempo, uma proposta é o desenvolvimento, seguindo os mesmos passos apresentados no Capítulo 3, de uma formulação baseada na EFIE no domínio do tempo. A motivação para esta proposta se deve ao fato de que, com as duas formulações (EFIE e MFIE) em mãos, pode-se tratar a polarização horizontal através do princípio da dualidade. Desse modo, conhecendo-se a solução tanto para a polarização vertical quanto para a horizontal, pode-se determinar a solução para qualquer polarização arbitrária.

Assim como no domínio da frequência, uma técnica de aceleração no domínio do tempo se faz necessária. Uma possível incorporação do método FAFFA na formulação do domínio do tempo poderia reduzir significativamente o tempo consumido nas simulações, o qual, como visto na Seção 3.3, ainda inviabiliza o estudo de casos com dimensões maiores.

Uma outra proposta que pode diminuir o tempo de processamento, é um tratamento mais cuidadoso da integral de linha, ao longo do segmento fonte, na avaliação da interação própria. A aproximação feita neste trabalho para a solução desta integral, impõe um uso de segmentos menores para validá-la. Assim, um tratamento cuidadoso dessa integral pode permitir o uso de segmentos maiores, reduzindo, desta forma, o custo computacional do método.

Apêndice A

Aplicação do Método da Fase Estacionária

A aplicação do Método da Fase Estacionária (*Stationary Phase Method* - SPM) nas equações (2.10) e (2.11) será detalhada neste apêndice. Por conveniência, (2.10) e (2.11) são reescritas aqui:

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \oint_{S'} \left[\vec{M}_s(\vec{r}') G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G \right] ds' , \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \oint_{S'} \vec{M}_s(\vec{r}') \times \nabla' G ds' , \quad (\text{A.2})$$

onde

$$G = \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi |\vec{r}-\vec{r}'|} , \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla' G = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{jk |\vec{r}-\vec{r}'| + 1}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \right) e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} . \quad (\text{A.4})$$

A integral de superfície em (A.1) e (A.2) é composta por duas integrais ao longo das direções $\hat{\ell}'$ e $\hat{y}'$, as quais representam o perfil do terreno e a direção perpendicular ao plano de incidência, respectivamente:

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \int_{\ell'} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{M}_s(\vec{r}') G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G \right] dy' d\ell' , \quad (\text{A.5})$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \int_{\ell'} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{M}_s(\vec{r}') \times \nabla' G dy' d\ell' . \quad (\text{A.6})$$

O Método da Fase Estacionária, assumindo que k possui um valor alto, é aplicado sobre a integral ao longo de $\hat{y}'$, a qual é da forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(y') e^{-jkB(y')} dy' , \quad (\text{A.7})$$

onde, lembrando a equação (2.16)

$$\vec{M}_s(\vec{r}') = \vec{M}_A(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|} , \quad (\text{A.8})$$

e também a equação (2.17)

$$\begin{aligned} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') &= \vec{M}_A \cdot \nabla' e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|} \nabla' \cdot \vec{M}_A \\ &= \left[-jk\vec{M}_A \cdot \frac{(\vec{r}' - \vec{r}_0)}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + \nabla' \cdot \vec{M}_A \right] e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|} , \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

são definidos, para a integral em $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$, respectivamente:

$$\begin{aligned} A(y')_{L_1} &= \frac{\vec{M}_A}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \\ &\quad - \frac{1}{k^2} \left[-jk\vec{M}_A \cdot \frac{(\vec{r}' - \vec{r}_0)}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + \nabla' \cdot \vec{M}_A \right] \frac{jk |\vec{r} - \vec{r}'| + 1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} \left(\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) , \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$A(y')_{L_2} = \left(\vec{M}_A \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \frac{jk |\vec{r} - \vec{r}'| + 1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} , \quad (\text{A.11})$$

onde

$$|\vec{r}' - \vec{r}_0| = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2} , \quad (\text{A.12})$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} . \quad (\text{A.13})$$

Já para a fase, defini-se, tanto para $\vec{L}_1$ quanto para $\vec{L}_2$,

$$B(y') = |\vec{r}' - \vec{r}_0| + |\vec{r} - \vec{r}'| . \quad (\text{A.14})$$

Como o valor de k foi assumido alto, a fase na integral presente em (A.7) varia lentamente nas vizinhanças do ponto estacionário y_s e de forma rápida à medida que

se distancia desse ponto. Isto faz com que a contribuição venha toda do ponto y_s , no qual $\frac{\partial B(y'=y_s)}{\partial y'} = 0$, já que as contribuições dos pontos onde a fase varia rapidamente se cancelam. Desse modo, $B(y')$ pode ser aproximado por uma série de Taylor

$$B(y') \approx B(y_s) + \frac{(y' - y_s)^2}{2} \frac{\partial^2 B(y_s)}{\partial y'^2}. \quad (\text{A.15})$$

Calculando então a primeira derivada de $B(y')$ em relação a y' e igualando-a a zero

$$\frac{\partial B}{\partial y'} = \frac{(y' - y_0)}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} - \frac{(y - y')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = 0, \quad (\text{A.16})$$

encontra-se o ponto estacionário $y_s = y_0$, ou seja, o plano de incidência. Desse modo, fazendo $y = y' = y_0$, têm-se

$$R_1 = |\vec{r}' - \vec{r}_0|_{y'=y_0} = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (z' - z_0)^2}, \quad (\text{A.17})$$

$$R_2 = |\vec{r} - \vec{r}'|_{y=y'=y_0} = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2}. \quad (\text{A.18})$$

Assim, após o cálculo da segunda derivada de $B(y')$ em relação a y'

$$\frac{\partial^2 B}{\partial y'^2} = \frac{1}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} - \frac{(y' - y_0)^2}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|^3} + \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{(y - y')^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (\text{A.19})$$

a fase $B(y')$ pode ser aproximadamente escrita como

$$B(y') \approx R_1 + R_2 + \frac{(y' - y_s)^2}{2} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}. \quad (\text{A.20})$$

Substituindo (A.20) em (A.7), obtém-se

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(y') e^{-jkB(y')} dy' \approx A(y_0) e^{-jk(R_1+R_2)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \frac{(y' - y_s)^2}{2} \frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}} dy', \quad (\text{A.21})$$

onde a integral pode ser resolvida analiticamente e resulta em [21]:

$$\begin{aligned} A(y_0) e^{-jk(R_1+R_2)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \frac{(y' - y_s)^2}{2} \frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}} dy' &= A(y_0) e^{-jk(R_1+R_2)} \sqrt{\frac{2\pi}{jk} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \\ &= A(y_0) e^{-jk(R_1+R_2) - j\pi/4} \sqrt{\frac{R_1 R_2 \lambda}{R_1 + R_2}}. \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Desse modo, substituindo (A.10) e (A.11) em (A.22) pode-se reescrever $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$, respectivamente, como

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \int_{\ell'} \left[\frac{\vec{M}_A}{4\pi R_2} - \frac{\hat{R}_2}{k^2} \frac{jkR_2 + 1}{4\pi R_2^2} \left(-jk\vec{M}_A \cdot \hat{R}_1 + \nabla' \cdot \vec{M}_A \right) \right] \sqrt{\frac{R_1 R_2 \lambda}{R_1 + R_2}} e^{-jk(R_1+R_2)-j\pi/4} d\ell' , \quad (\text{A.23})$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \int_{\ell'} \left(\vec{M}_A \times \hat{R}_2 \right) \frac{jkR_2 + 1}{4\pi R_2^2} \sqrt{\frac{R_1 R_2 \lambda}{R_1 + R_2}} e^{-jk(R_1+R_2)-j\pi/4} d\ell' . \quad (\text{A.24})$$

Como, após a aplicação do Método da Fase Estacionária, o problema passou a ser tratado apenas no plano de incidência, tem-se que $\vec{M}_A \cdot \hat{R}_1 = 0$. Além disso, a aplicação do método pressupõe variações desprezíveis da amplitude da corrente em relação a y' , o que permite descartar o termo $\nabla' \cdot \vec{M}_A$. Desse modo, têm-se

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \int_{\ell'} \frac{\vec{M}_A}{4\pi R_2} \sqrt{\frac{R_1 R_2 \lambda}{R_1 + R_2}} e^{-jk(R_1+R_2)-j\pi/4} d\ell' , \quad (\text{A.25})$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \int_{\ell'} \left(\vec{M}_A \times \hat{R}_2 \right) \frac{jkR_2 + 1}{4\pi R_2^2} \sqrt{\frac{R_1 R_2 \lambda}{R_1 + R_2}} e^{-jk(R_1+R_2)-j\pi/4} d\ell' . \quad (\text{A.26})$$

Manipulando matematicamente (A.25) e (A.26), têm-se finalmente

$$\vec{L}_1(\vec{M}) = -k \int_{\ell'} \vec{M}_A \mathcal{G}_1 d\ell' , \quad (\text{A.27})$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}) = -k \int_{\ell'} \vec{M}_A \times \hat{R}_2 \mathcal{G}_2 d\ell' , \quad (\text{A.28})$$

onde $\mathcal{G}_1$ e $\mathcal{G}_2$ são dados por

$$\mathcal{G}_1 = \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} , \quad (\text{A.29})$$

$$\mathcal{G}_2 = \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) \mathcal{G}_1 . \quad (\text{A.30})$$

Referências Bibliográficas

- [1] Robert G. Kouyoumjian e Prabhakar H. Pathak, “A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface,” *Proc. IEEE*, vol. 62, no. 11, pp. 1448–1461, Novembro 1954.
- [2] Daniela Naufel Schettino, “Técnicas assintóticas para a predição de cobertura radioelétrica,” *PPGEE-UFMG*, Fevereiro 2002.
- [3] J. T. Hviid, J. B. Andersen, J. Toftgård, e J. Bøjer, “Terrain-based propagation model for rural area – An integral equation approach,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 41–46, Janeiro 1995.
- [4] Antônio Evangelista de Freitas, “Predição de cobertura em enlaces radioelétricos sobre terrenos irregulares através de equações integrais,” *PPGEE-UFMG*, Agosto 2001.
- [5] Fernando J. S. Moreira, “MFIE-based propagation prediction,” *2001 SBMO / IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC’01)*, pp. 195–198, Agosto 2001.
- [6] Fernando J. S. Moreira, “MFIE-based prediction for UHF vertically-polarized wave propagation over irregular terrains,” *2001 IEEE Antennas and Propagation International Symposium Digest, Boston, Massachusetts, USA*, vol. 1, pp. 456–459, Julho 2001.
- [7] Fernando J. S. Moreira, “Aplicação de equações integrais para a predição da propagação radioelétrica sobre solos suavemente irregulares e incidência rasante,” *2001*

- SBMO / IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC'01)*, pp. 195–198, Agosto 2001.
- [8] G. A. Hufford, “An integral equation approach to the problem of wave propagation over an irregular surface,” *Quarterly Appl. Math.*, vol. 9, no. 4, pp. 391–404, Janeiro 1952.
- [9] R. H. Ott e L. A. Berry, “An alternative integral equation for propagation over irregular inhomogeneous terrain,” *Radio Science*, vol. 5, no. 5, pp. 767–771, Maio 1970.
- [10] R. H. Ott, L. E. Vogler, e G. A. Hufford, “Ground-wave propagation over irregular inhomogeneous terrain: Comparisons of calculations and measurements,” *IEEE Trans. Antenn. Propagat.*, vol. AP-27, no. 2, pp. 284–286, Março 1979.
- [11] Conor Brennan e Peter Cullen, “A method to speed up iterative solutions of terrain scattering problems,” *10th International Conference on Antennas and Propagation*, pp. 14–17, Abril 1997.
- [12] Conor Brennan e Peter Cullen, “A high speed adaptive methodology for calculating UHF propagation loss over terrain,” *The 8th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 2, pp. 629–634, 1997.
- [13] Conor Brennan e Peter Cullen, “Application of the fast far field approximation to the computation of UHF pathloss over irregular terrain,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 6, pp. 881–889, Junho 1998.
- [14] Conor Brennan, Peter Cullen, e Luca Rossi, “An MFIE-based tabulated interaction method for uhf terrain propagation problems,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 6, pp. 1003–1005, Junho 2000.
- [15] Rodrigo B. V. Teperino, “Aplicação do método FAFFA para a predição de propagação sobre terrenos suavemente irregulares,” *V Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo CBMag2002*, p. 25, Novembro 2002.

- [16] Giuliano Manara e Agostino Monorchio Ruggero Reggiannini, “A space-time discretization criterion for a stable time-marching solution of the electric field integral equation,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 3, pp. 527–532, Março 1997.
- [17] Kleber Lopes Borges, “Caracterização banda-larga do canal rádio utilizando a teoria uniforme da difração,” *PPGEE-UFMG*, Março 2003.
- [18] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw Hill, New York, 1961.
- [19] A. J. Poggio e E. K. Miller, *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon, Oxford, UK, 1973.
- [20] F. K. Akorli e E. Costa, “An efficient solution of an integral equation applicable to simulation of propagation along irregular terrain,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, pp. 1033–1036, Julho 2001.
- [21] Milton Abramowitz e Irene A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover Publications, Incorporated, 1977.
- [22] R. N. Bracewell, *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw Hill, New York, second edition, 1986.
- [23] Kazimierz Siwiak, “Ultra-wide band radio: A new pan and positioning technology,” *IEEE Vehicular Technology Society News*, Fevereiro 2002.
- [24] P. R. Rousseau e P. H. Pathak, *Time Domain version of the Uniform Geometrical Theory of Diffraction*, Technical Report 721564-3, Fevereiro 1996.
- [25] Sadasiva M. Rao e Donald R. Wilton, “Transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, no. 1, pp. 56–61, Janeiro 1991.

-
- [26] Constantine A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, 1989.