

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**SÍNTESE ÓPTICA DE ANTENAS REFLETORAS COM
SIMETRIA CIRCULAR UTILIZANDO A CONCATENAÇÃO DE
SEÇÕES ELÍPTICAS**

Tcharles Vinícius Bernardes de Faria

20 de Fevereiro de 2015.



**GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética
Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais**

Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Síntese Óptica de Antenas Refletoras com Simetria Circular Utilizando a Concatenação de Seções Elípticas

Texto da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Tcharles Vinícius Bernardes de Faria

Orientador: Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira

Belo Horizonte, 20 de Fevereiro de 2015.

Este trabalho é dedicado as três pessoas mais importantes e sublimes da minha vida. Eu tenho o imenso orgulho em podê-las chamar de Minha Família: aos meus pais, Osias e Roseli que lutam incansavelmente para me proporcionar uma boa Educação e por sempre estarem presentes em todos os momentos da minha vida. E com muito amor e carinho a minha querida irmã Caroline pelo companheirismo, amizade e principalmente pela compreensão. Eu amo vocês do tamanho do universo!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço ao meu bom Deus por toda força, fé, graça e sabedoria concedidas no período do mestrado. Por sempre poder acordar e ter a oportunidade de vencer todos os obstáculos e pela esperança em poder acreditar e alcançar os meus objetivos. Obrigado Deus pelas bênçãos e boas energias recebidas todos os dias!

Agradeço ao meu Orientador Prof. Fernando Moreira pela dedicação e excelente orientação. Os seus ensinamentos foram de fundamental importância para o meu aprendizado e amadurecimento como pesquisador. Também, fico muito grato por ter permitido que eu me associasse ao seu grupo de pesquisa (GAPTEM), e pela concessão da bolsa de estudos.

Agradeço, também, aos meus pais Osias e Roseli, pelo incansável apoio e amor incondicional. Obrigado por tudo e principalmente por me incentivar, desde criança, a prosseguir com os estudos. Expresso os meus sinceros agradecimentos a minha querida irmã Caroline pela compreensão e fortaleza nos momentos difíceis durante o ano de 2013. Vocês são muito especiais!

A minha querida amiga Samira, obrigado pelos bons momentos e principalmente pelo incentivo durante as dificuldades. Também aos amigos Alex, Diego, Wilmer e Marica Victória, fico grato pelos momentos de descontração e pelo bom convívio no GAPTEM.

A minha amiga Taty pelas farras durante as minhas idas a Bambuí. Obrigado pela sua amizade, você é muito especial.

Aos meus avós de coração, Dr. Ênio e Jussara, que sempre torceram e acreditaram em mim. Obrigado!

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro e imprescindível para a realização desta dissertação de mestrado.

“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.”

Charles Chaplin

“Julgue seu sucesso pelas coisas que você teve que renunciar para conseguir.”

Dalai Lama

“Geometrical optics is either very simple, or else is very complicated...”

Richard P. Feynman in Lectures in Physics, Vol. I

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo desenvolver um ferramental teórico, matemático e computacional para sintetizar superfícies de antenas refletoras com simetria circular utilizando a concatenação consecutiva de seções elípticas na região de campo próximo (abertura da antena). Inicialmente, utilizou-se a Lei da Conservação da Energia, princípio da Óptica Geométrica, para desenvolver um algoritmo iterativo com o objetivo de calcular os ângulos do alimentador. Para ilustrar a técnica numérica de síntese adotada neste trabalho, optou-se por modelar duas diferentes configurações geométricas de antenas refletoras com simetria circular.

A primeira etapa consiste em compreender e investigar as características da técnica de síntese utilizada, em particular a sua taxa de convergência. Para isso, optou-se em sintetizar um refletor que, em princípio, produza a mesma distribuição de potência na abertura de uma antena refletora parabólica *front-fed* de acordo com a Óptica Geométrica.

Na segunda etapa, optou-se em sintetizar o refletor principal mantendo o sub-refletor clássico de uma antena duplo-refletora para cobertura omnidirecional. Neste caso, considerou-se um determinado padrão de distribuição de potência sobre a abertura cilíndrica do refletor principal da antena, segundo a Óptica Geométrica e assegurando a Lei da Conservação da Energia.

Palavras-chave: *Antenas refletoras; lei da conservação da energia; óptica geométrica; seções de elipses; região de campo próximo.*

ABSTRACT

This work aims to develop a theoretical, mathematical and computational tool to synthesize surfaces of reflector antennas with circular symmetry using the concatenation of consecutive elliptical sections in the near field (antenna aperture). Initially, we used the Energy Conservation of Law, the principle of Geometrical Optics, to develop an iterative algorithm in order to calculate the angles of the feed. To illustrate the numerical synthesis technique adopted in this study, we chose to model two different geometric configurations of reflector antennas with circular symmetry.

The first step is to investigate and understand the technical features of synthesis used, in particular its rate of convergence. For this, it was decided to synthesize a reflector that, in principle, produces the same power distribution in aperture of a front-fed parabolic reflector antenna according Geometrical Optics.

In the second, we chose to shape the main reflector keeping the classic subreflector or a dual-reflector antenna of omnidirectional coverage. In this case, it was considered a pattern of power distribution on the cylindrical aperture of the main antenna reflector, according Geometrical Optics and ensuring Energy Conservation of Law.

Keywords – Reflector antennas; energy conservation of law; geometrical optics; ellipses section; near-field.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Motivação e Justificativas	1
1.2 Objetivos.....	5
1.3 Estrutura da Dissertação.....	8
2 MODELAGEM DE UM REFLETOR <i>FRONT-FED</i>	10
2.1 Introdução.....	10
2.2 Estudo do Refletor Clássico <i>Front-Fed</i>	11
2.3 Modelo de Alimentador.....	16
2.4 Procedimento de Modelagem.....	18
2.5 Resultados e Discussões	28
2.6 Considerações Finais do Capítulo.....	39
3 MODELAGEM DO REFLETOR PRINCIPAL DA OADC.....	41
3.1 Introdução.....	41
3.2 Estudo da configuração clássica OADC.....	42
3.2.1 Estudo paramétrico da configuração clássica OADC.....	47
3.3 Modelo de Alimentador.....	51
3.4 Procedimento de Síntese Óptica do Refletor Principal	54
3.5 Resultados e Discussões.....	65

3.6 Considerações Finais do Capítulo	74
4 CONCLUSÕES	75
4.1 Proposta para Trabalhos Futuros	76
5 REFERÊNCIAS	78

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 (a) OADC, (b) OADG, (c) OADE e (d) OADH	7
Figura 1-2 Abertura cilíndrica da OADC	9
Figura 2-1 Propagação do campo eletromagnético em um refletor <i>front-fed</i>	12
Figura 2-2 Configuração em corte do refletor parabólico <i>front-fed</i>	13
Figura 2-3 Diagrama de radiação do alimentador RCF para $n = 1,4; 2; 4,5$ e 7	18
Figura 2-4 Concatenação de seções cônicas para a representação da geratriz que descreve o refletor <i>front-fed</i>	19
Figura 2-5 Concatenação de seções de elipses.....	21
Figura 2-6 Discretização do plano da abertura da antena refletora.....	22
Figura 2-7 Emissão de raios do alimentador RCF, segundo a GO e a Lei da Conservação da Energia.....	24
Figura 2-8 Parametrização geométrica da antena refletora.....	29
Figura 2-9 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 24$	31
Figura 2-10 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 24$	31
Figura 2-11 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 32$	32
Figura 2-12 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 32$	33
Figura 2-13 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 45$	34

Figura 2-14 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 45$	34
Figura 2-15 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 65$	35
Figura 2-16 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 65$	36
Figura 2-17 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 101$..	37
Figura 2-18 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 101$	37
Figura 2-19 Erro RMS das distâncias entre a fonte e os refletores clássico e modelado em função de N_T . No caso, a distância é a medida ao longo do caminho óptico.....	38
Figura 3-1 Parâmetros geométricos básicos da configuração clássica OADC.....	43
Figura 3-2 Representação dos parâmetros geométricos de entrada da configuração OADC.....	48
Figura 3-3 Diagrama de radiação da corneta coaxial obtido pelo MoM.....	54
Figura 3-4 Definição dos parâmetros da corneta coaxial.....	54
Figura 3-5 Concatenação de seções cônicas para a representação da geratriz do refletor principal da antena OADC e discretização da abertura cilíndrica.....	55
Figura 3-6 Parâmetros que definem a hipérbole.....	56
Figura 3-7 Representação da emissão dos raios emitidos pelo alimentador, de acordo com a GO.....	59
Figura 3-8 Representação do sistema de coordenadas auxiliar (x', z')	61
Figura 3-9 Parâmetros das seções elípticas.....	62
Figura 3-10 Antena OADC clássica.....	66

Figura 3-11 Diagrama de radiação da antena OADC clássica.....	66
Figura 3-12 Definição do ângulo α e distribuição dos focos F_i	67
Figura 3-13 Geratriz do refletor principal modelado para $\alpha = 15^\circ$	68
Figura 3-14 Geratrizes dos refletores principais clássico e modelado para $\alpha = 15^\circ$	69
Figura 3-15 Diagramas de radiação dos refletores clássico e modelado para $\alpha = 15^\circ$..	70
Figura 3-16 Geratriz do refletor principal modelado para $\alpha = 30^\circ$	71
Figura 3-17 Geratrizes dos refletores principais clássico e modelado para $\alpha = 30^\circ$	72
Figura 3-18 Diagramas de radiação dos refletores clássico e modelado para $\alpha = 30^\circ$..	73

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1 Parâmetros de entrada.....	30
Tabela 2-2 Parametrização de N_T	30
Tabela 3-1 Parâmetros geométricos.....	51

Capítulo 1

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e Justificativas

Sabe-se que desde o início dos estudos da propagação de ondas eletromagnéticas conduzidos por Hertz [1] as antenas refletoras têm sido utilizadas em inúmeras aplicações, particularmente no âmbito das telecomunicações. Por sua vez, estas antenas abrangem desde os imensos radiotelescópios [2] até geometrias mais compactas empregadas nos enlaces troposféricos de micro-ondas [3]. As antenas refletoras possuem como maior atrativo a obtenção de altas eficiências de radiação utilizando-se aparatos relativamente simples, sendo que este fator deve-se basicamente à colimação da radiação eletromagnética oferecida pela superfície refletora [4].

O campo de estudos das antenas refletoras é muito amplo e dinâmico e, nos últimos 60 anos, graças aos avanços tecnológicos, a busca por este tipo de antena torna-se maior [4]. Atualmente, devido à grande necessidade por sistemas de comunicações a longas distâncias, formas geométricas mais sofisticadas de refletores estão sendo projetados para satisfazer tal requisito [4] e [5]. Assim, fica evidente a necessidade de se projetar antenas refletoras que apresentem um alto desempenho eletromagnético culminando, assim, em um grande progresso para o desenvolvimento de técnicas numéricas utilizadas na síntese ou modelagem das superfícies de tais antenas.

Neste contexto, cabe enfatizar que a síntese ou modelagem das antenas refletoras possibilita aperfeiçoar o desempenho eletromagnético da antena. Isto é, permite uma maior eficiência de iluminação na tentativa de redistribuir o campo

eletromagnético de forma mais eficaz sobre a abertura. É nesta perspectiva, que, ao longo das últimas décadas as técnicas numéricas aplicadas à síntese de refletores para diferentes configurações geométricas têm sido o objeto de estudo de diversos pesquisadores.

Neste caso, é possível constatar na literatura que inúmeros trabalhos já foram publicados, os quais apresentaram soluções numéricas para equações diferenciais parciais (*partial differential equations* – PDE's) com o objetivo de sintetizar antenas refletoras. Dentre estes estudos, merece destaque aquele proposto em [6], onde o autor desenvolveu uma formulação matemática para modelar as superfícies de antenas *Cassegrain* e *Gregorian*, ambas constituídas por dois refletores. Além disso, o autor utilizou a Lei de Snell, a Conservação da Energia e o Teorema de Malus para equacionar um sistema não linear composto por 4 PDE's de primeira ordem para o problema da síntese.

Também é possível verificar que em [7] os autores utilizaram os conceitos associados à Óptica Geométrica (*Geometrical Optics* – GO) para formular a abordagem de síntese por meio de um conjunto não linear constituído por 4 PDE's de primeira ordem com o objetivo de redistribuir o campo eletromagnético sobre a abertura da antena refletora a ser modelada. Em [8] foi proposto o procedimento de modelagem da superfície do sub-refletor de um sistema *offset* do tipo *Cassegrain* a fim de controlar a amplitude do campo eletromagnético presente na abertura. Em [9] os autores lidaram com a síntese de antenas duplo-refletoras e com um único refletor por meio da GO e de soluções exatas e eficientes para PDE's de primeira ordem e não lineares.

Em [10] foi exposto um procedimento para modelar antenas duplo-refletoras omnidirecionais. Para isso, os autores de [10] formularam uma PDE de primeira ordem através das Leis de Snell e da Conservação da Energia para tratar a reflexão ocorrida na superfície do sub-refletor. Além disso, assumiram uma distribuição de fase uniforme para o campo eletromagnético na abertura da antena. No entanto, em [11] foi desenvolvida uma formulação matemática por meio de equações diferenciais ordinárias (*ordinary differential equations* – ODE's) com o objetivo de modelar o

refletor principal de uma antena ADE (*Axially-Displaced Ellipse*) para oferecer uma cobertura de radiação uniforme no plano vertical de elevação.

O processo de modelagem de um sistema duplo-refletor *offset* para se obter fase constante do campo eletromagnético sobre a abertura de tal antena foi formulado matematicamente com equações de *Monge-Ampère* sob as premissas da GO, assim como está descrito em [12]. Ainda é possível destacar que em [13] os autores apresentaram uma abordagem matemática de síntese, segundo a GO, através de uma PDE de segunda ordem do tipo de *Monge-Ampère*. Para isso, os autores de [13] desenvolveram uma solução numérica adequada para o problema.

Portanto, é importante evidenciar que a partir dos estudos descritos acima [6]-[13] as técnicas numéricas propostas pelos autores de tais trabalhos têm sido amplamente estudadas, reformuladas e desenvolvidas ao longo dos últimos anos. Também se observa que, tais técnicas apresentaram eficiência para a modelagem de refletores de forma bastante significativa para a teoria de síntese, oferecendo um grande progresso nos âmbitos da ciência e da tecnologia presentes nesta área de pesquisa.

Entretanto, é possível verificar, também, que as principais dificuldades associadas às abordagens de síntese de antenas refletoras estão relacionadas com a complexidade do formalismo matemático exposto em [6]-[13]. Por outro lado, tem-se o alto esforço computacional requerido pela linearização das equações empregadas na síntese, apesar da tecnologia computacional existente na atualidade. Com o objetivo de suprir estas dificuldades, recentemente, novas técnicas baseadas na concatenação de seções cônicas têm sido empregadas por diversos pesquisadores desta área de pesquisa [14]-[21].

As técnicas que utilizam a concatenação de seções cônicas podem ser formuladas matematicamente de diferentes formas e vários tipos de algoritmos visando a sua versatilidade. Outro fator que diferencia esta técnica das demais é a formulação matemática, pelo fato de exigir menos complexidade com a manipulação das equações. Também, tais técnicas podem ser aplicadas para a síntese de diferentes configurações geométricas de antenas refletoras. Conseqüentemente, estes fatores

têm contribuído para que as técnicas que se baseiam na combinação de seções cônicas apresentem resultados promissores e bastante satisfatórios. Dentre estes resultados, têm-se o tempo computacional e a convergência numérica da técnica que são avaliados freqüentemente e têm-se mostrado eficientes, conforme apontado em [14] e [15].

Em [16] foi apresentado um processo de concatenação feito com seções de parábolas para modelar a superfície de uma antena circularmente simétrica com um único refletor, comparando-se o tempo computacional de dois tipos de algoritmos. Os algoritmos desenvolvidos em [16] são baseados na formulação matemática descrita em [17].

Em [18] os autores modelaram um sistema *offset* com um único refletor através dos conceitos apresentados e desenvolvidos em [19]. Já em [20] os autores desenvolveram um procedimento numérico para a síntese de antenas *offset* por meio da combinação de seções quádricas com eixos deslocados para a descrição e determinação dos pontos que descrevem a superfície refletora de tal antena.

O presente trabalho propõe o desenvolvimento do formalismo teórico e matemático necessário com o objetivo de sintetizar antenas refletoras com simetria circular. A técnica numérica de síntese a ser utilizada neste estudo é relativamente recente e está descrita em [17]- [19]. Baseia-se na concatenação consecutiva de seções cônicas, preferencialmente de elipses [21].

A escolha de se utilizar a técnica numérica que se baseia na concatenação consecutiva de seções cônicas deve-se a vários fatores. Primeiramente, a combinação de seções cônicas é uma técnica numérica recente e possui maior estabilidade, precisão e robustez computacional quando comparada com outras técnicas de síntese, assim como está disposto em [14] e [15]. Isto significa que tal técnica possui uma formulação matemática de fácil implementação computacional, requerendo-se menos tempo e baixo custo. Faz-se necessário, também, afirmar que a combinação de seções cônicas pode ser utilizada na região de campo próximo (abertura da antena) [17]- [19] e [21] e na região de campo distante [16]. Logo, esta é uma técnica que utiliza os conceitos da GO para produzir um padrão de distribuição de potência especificado e

eficiente sobre a abertura da antena refletora (região de campo próximo) conforme [17]- [19] e [21].

1.2 Objetivos

De acordo com todos os fatores mencionados na Seção 1.1, o presente trabalho tem como objetivo principal desenvolver um ferramental teórico, analítico e computacional para sintetizar superfícies de antenas refletoras com simetria circular.

A técnica numérica de síntese adotada neste estudo é a concatenação consecutiva de seções cônicas locais proposta e desenvolvida, inicialmente, por Oliner (2006) conforme está especificado em [17]. Informações adicionais desta técnica, bem como todos os seus aspectos conceituais e matemáticos podem ser encontrados em [17]- [19]. É importante enfatizar que o algoritmo proposto em [17] foi empregado para sintetizar a superfície de uma antena *offset* constituída por um único refletor. Entretanto, no presente trabalho o formalismo teórico e matemático desenvolvido em [17] foi modificado para modelar configurações de antenas refletoras com simetria circular.

O procedimento de modelagem das superfícies refletoras é feito por meio da concatenação consecutiva de seções de elipses. A escolha de seções elípticas deu-se preferencialmente pelo fato da síntese ser realizada na região de campo próximo (abertura da antena), garantindo, desta forma, que as cáusticas do refletor principal sejam colocadas à frente da antena.

Ao longo do estudo da técnica desenvolvida por Oliner (2006) [17], percebeu-se a necessidade de empregar a Lei da Conservação da Energia, princípio associado à GO, com o objetivo de calcular todas as direções dos raios que partem da fonte (origem O) com ângulos θ_{Fi} ($i = 1, 2, \dots, N_T$). O formalismo matemático para o cômputo destes ângulos garante um algoritmo com N_T iterações, o qual foi desenvolvido para assegurar maior confiabilidade à técnica numérica utilizada neste trabalho. Para

ilustrar a técnica de síntese e realizar um estudo acerca dos resultados obtidos, optou-se por modelar duas diferentes configurações geométricas de antenas refletoras. Para isso, este trabalho foi desenvolvido em duas etapas.

A primeira etapa deste estudo consistiu-se em investigar a técnica numérica de síntese baseada na combinação de seções de elipses descrita em [17]- [19]. Com o objetivo de ilustrar a técnica investigada, optou-se por modelar a superfície de uma antena constituída por um único refletor circularmente simétrico considerando-se um padrão de distribuição de potência especificado sobre a abertura da antena (região de campo próximo). É importante destacar que a distribuição de potência especificada na abertura do refletor a modelado é aquela produzida por uma antena refletora parabólica *front-fed*. Desta maneira, pode-se realizar um estudo numérico da eficiência da técnica, tendo a superfície parabólica como referência. Os resultados obtidos nesta etapa do presente trabalho geraram um artigo que foi publicado nos anais do MOMAG 2014 (16º Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 11º Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo) [21].

Na segunda etapa deste trabalho, todo o ferramental teórico e matemático desenvolvido na primeira etapa foi estendido para modelar o refletor principal de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional (veja a Figura 1-1), sendo que estas configurações geométricas de antenas refletoras estão descritas com maiores detalhes em [22]-[24]. As configurações de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional expostas na Figura 1-1 são as seguintes: OADC (*Omnidirectional Axially-Displaced Cassegrain*), OADG (*Omnidirectional Axially-Displaced Gregorian*), OADE (*Omnidirectional Axially-Dispalced Ellipse*) e OADH (*Omnidirectional Axially-Displaced Hyperbola*), respectivamente.

No presente estudo da segunda etapa deste trabalho, optou-se por modelar a superfície refletora principal mantendo o sub-refletor clássico da configuração geométrica duplo-refletora OADC, como aquela que está ilustrada na Figura 1-1 (a), por se mostrar mais compacta geometricamente [22] e [24] Para a modelagem desta configuração omnidirecional, considerou-se um determinado padrão de potência

distribuído sobre a abertura cilíndrica da OADC de acordo com [17]- [19], segundo a GO assegurando a Lei da Conservação da Energia [21].

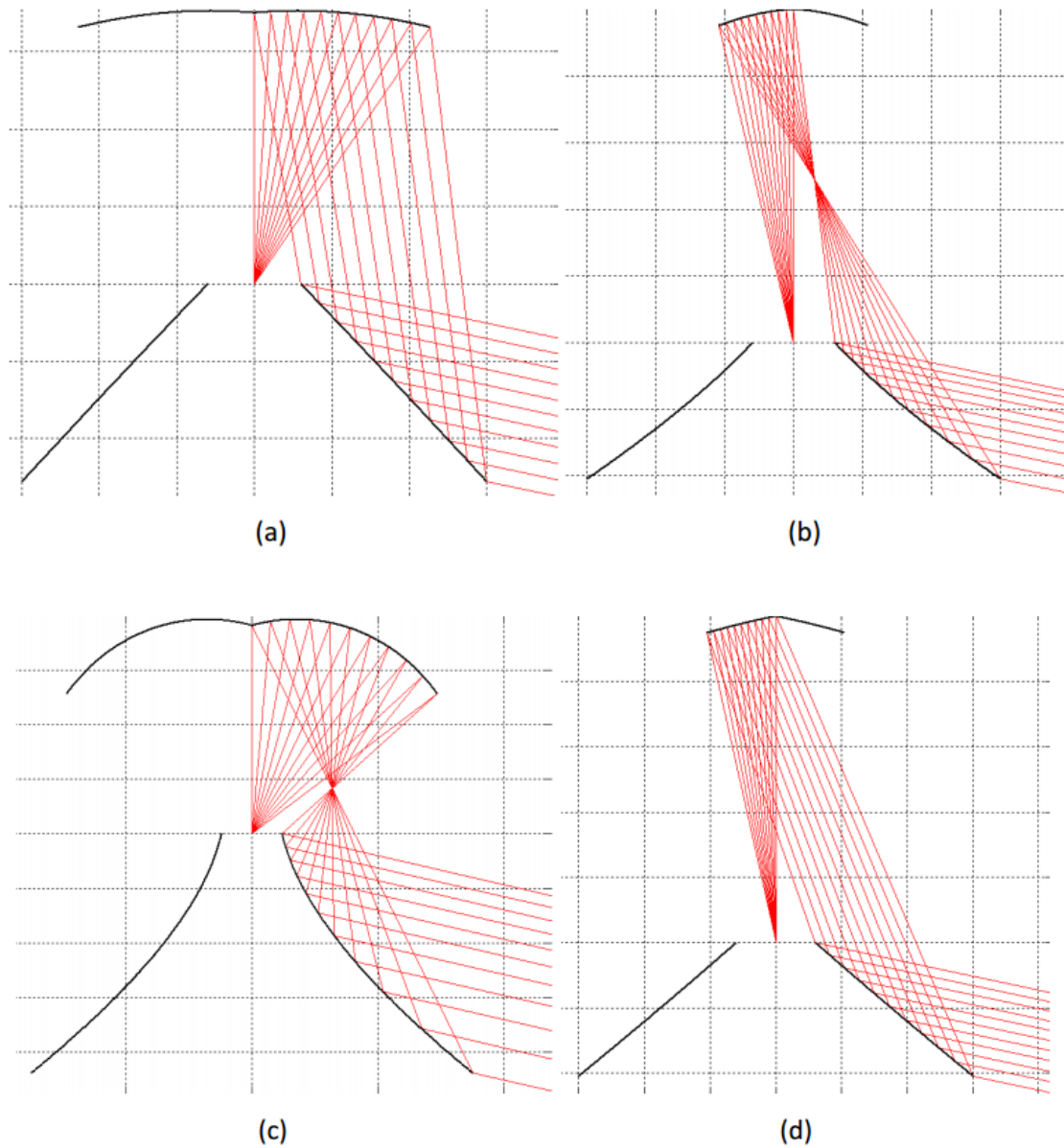


Figura 1-1 (a) OADC, (b) OADG, (c) OADE e (d) OADH [23].

1.3 Estrutura da Dissertação

No Capítulo 2 é apresentado todo o desenvolvimento teórico e matemático para sintetizar a superfície de uma antena constituída por um único refletor sendo ele circularmente simétrico, bem como uma discussão dos resultados obtidos através do ferramental. Na Seção 2.2 é feito um breve estudo da configuração geométrica clássica do refletor utilizado para a síntese. Posteriormente, é descrito o modelo de alimentador (fonte) empregado para o processo de modelagem do refletor em questão. Na seção seguinte, é apresentada a técnica numérica de síntese e os seus aspectos teóricos e matemáticos (analíticos) considerando o único refletor circularmente simétrico. Como consequência de todo o desenvolvimento exposto, na Seção 2.5 é feito um estudo dos resultados obtidos a fim de compreender e investigar as características da técnica de síntese adotada neste trabalho. Desta forma, o capítulo é finalizado com as principais considerações sobre os resultados obtidos, em particular a taxa de convergência numérica da técnica de síntese.

O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento do formalismo necessário para realizar a modelagem do refletor principal (mantendo o sub-refletor clássico) de uma antena duplo-refletora para cobertura omnidirecional, neste caso uma antena OADC, e os resultados obtidos. Para isso, na Seção 3.2 é feito um estudo da configuração clássica da antena OADC com o objetivo de determinar os parâmetros do sub-refletor clássico. Em seguida é apresentado o modelo de alimentador utilizado nesta etapa enfatizando as suas principais características. Na Seção 3.4 são apresentados os aspectos conceituais e matemáticos para a modelagem do refletor principal da antena OADC considerando-se a abertura cilíndrica para esta configuração omnidirecional (observe a Figura 1-2). Além disso, especificou-se um padrão de distribuição de potência uniforme sobre a abertura cilíndrica desta antena assegurando a Lei da Conservação da Energia. Na seção seguinte são mostrados os resultados obtidos para a formulação aqui proposta e uma discussão de tais resultados. Na última seção do capítulo são feitas as principais considerações finais de todo o desenvolvimento apresentado neste capítulo.

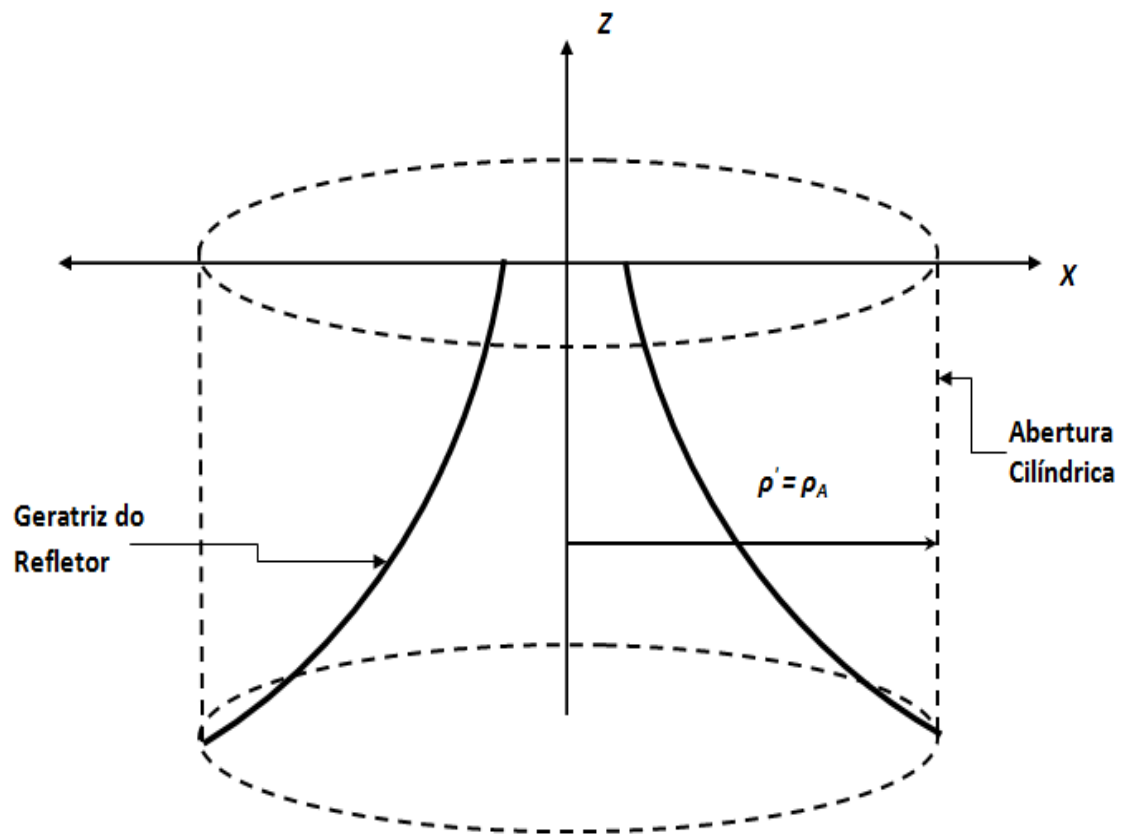


Figura 1-2 Abertura cilíndrica da OADC.

Conseqüentemente, no Capítulo 4 são apresentadas as conclusões obtidas do presente trabalho e são explanados todos os aspectos em relação a esta pesquisa enfatizando, assim, o ganho científico proporcionado. As propostas para trabalhos futuros acerca de todo o estudo aqui apresentado são abordadas na primeira seção do capítulo.

Capítulo 2

2 MODELAGEM DE UM REFLETOR *FRONT-FED*

2.1 Introdução

O objetivo principal deste capítulo é apresentar as ferramentas teórica e analítica utilizadas para a síntese da superfície de uma antena constituída por um único refletor circularmente simétrico (refletor parabólico *front-fed*) e os resultados obtidos através da implementação computacional do algoritmo de síntese baseado na formulação matemática aqui desenvolvida. Assim, na Seção 2.2 é feito um estudo *a priori* baseado na configuração geométrica clássica da antena refletora parabólica *front-fed* a fim de determinar as equações de projeto de acordo com [4], [5] e [25].

Enquanto isso, na Seção 2.3 é descrito o modelo de alimentador (fonte) utilizado para o procedimento de síntese apresentado neste capítulo, expondo as suas principais características. Além disso, para o tipo de alimentador empregado, admitiu-se uma polarização linear na direção $\hat{x}$ segundo a Terceira Definição de Ludwig, conforme [26] e também são mostradas as equações matemáticas que descrevem os fasores dos campos elétrico e magnético para o modelo de alimentador utilizado.

Na Seção 2.4 são propostos todos os conceitos que englobam a técnica numérica de modelagem que utiliza a concatenação de seções de elipses para produzir, segundo a GO, um padrão de distribuição de potência especificado sobre a abertura da antena [17] e [21] assegurando a Lei da Conservação da Energia. Além disso, como consequência de todo o desenvolvimento conceitual, ainda nesta seção é apresentado o ferramental matemático para a construção do algoritmo de síntese. Também são descritas todas as etapas do algoritmo proposto enfatizando o desenvolvimento do processo iterativo que irá fazer o cômputo de todos os ângulos

dos raios que partem do alimentador através da Lei da Conservação da Energia, de acordo com os conceitos da GO, considerando o modelo de alimentador exposto na Seção 2.3.

Conseqüentemente, na Seção 2.5 são apresentados os resultados obtidos pela síntese do refletor. Nesta seção, as discussões acerca da convergência do algoritmo que faz o cômputo dos ângulos do alimentador, bem como dos resultados obtidos para algumas variações de N_T (número de seções de elipses utilizadas na síntese) são descritas. Ainda nesta mesma seção, são apresentados os diagramas de radiação no plano $\phi = 45^\circ$ utilizando as aproximações da Óptica Física (*Physical Optics* – PO), conforme definidas em [27], por meio de uma ferramenta computacional já existente.

Por fim, na Seção 2.6 são apresentadas as considerações finais dos resultados mostrados e discutidos na Seção 2.5. Nas considerações finais deste capítulo são enfatizadas a convergência numérica, bem como a eficiência da técnica de modelagem adotada no presente trabalho considerando a configuração geométrica da antena refletora definida na Seção 2.2.

2.2 Estudo do Refletor Clássico *Front-Fed*

A superfície de uma antena constituída por um único refletor circularmente simétrico (*front-fed*) é formada pela rotação de uma parábola em torno do seu próprio eixo [4] e [5]. Esta superfície é um parabolóide de revolução, de modo que os raios que são emanados do alimentador (fonte) são refletidos em uma frente de onda plana [4]. Esta conversão está ilustrada na Figura 2-1.

Outra característica desta antena refletora é o bloqueio. Este bloqueio é causado pelo alimentador e pela estrutura de suporte (estaís). A configuração em corte de uma antena refletora formada refletor por um único circularmente simétrico está ilustrada na Figura 2-2 com os seus respectivos parâmetros geométricos [4].

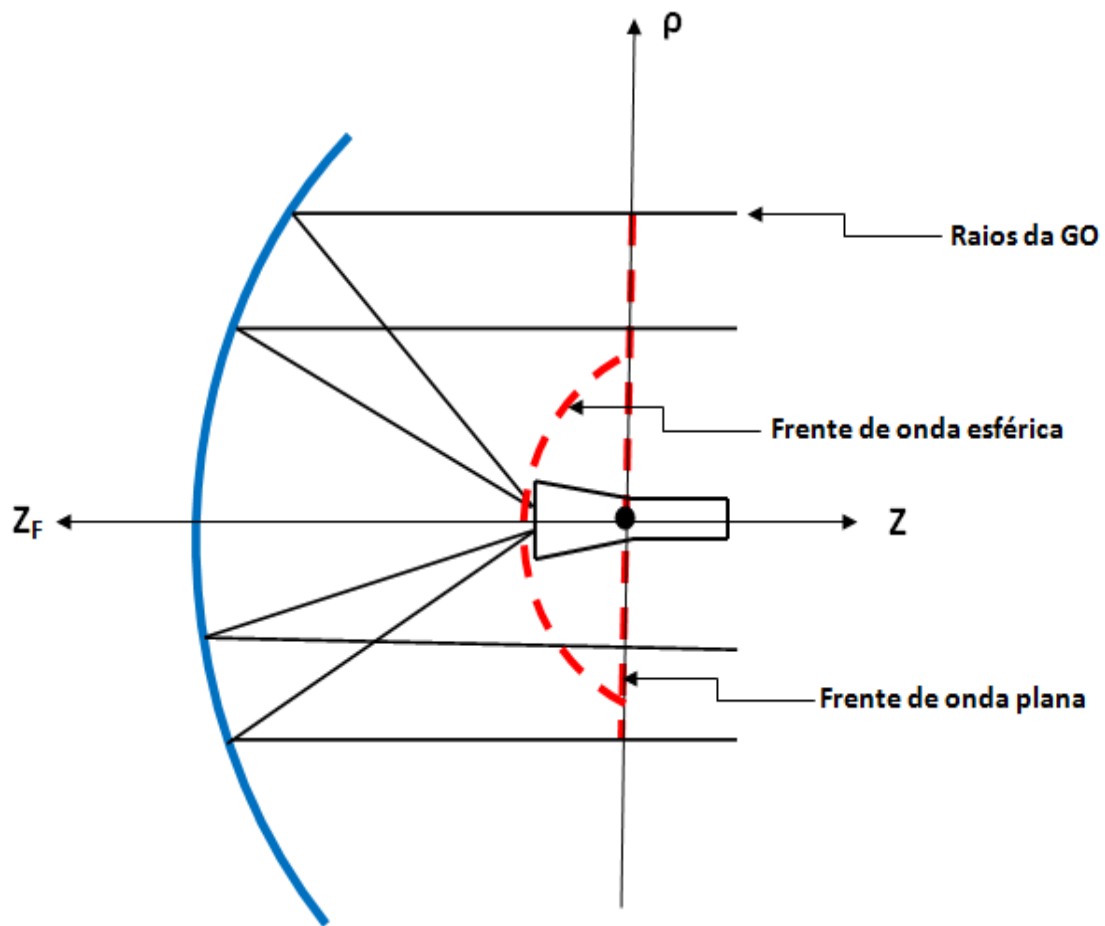


Figura 2-1 Propagação do campo eletromagnético em uma antena refletora parabólica *front-fed*.

A antena refletora parabólica permite alcançar uma distribuição de fase uniforme do campo eletromagnético na abertura sem maiores problemas segundo os princípios e conceitos que regem a GO, desde que o alimentador (fonte) esteja localizado no foco primário do refletor [25], conforme está ilustrado na Figura 2-1. Entretanto, o mesmo não acontece com a amplitude do campo eletromagnético sobre a abertura de tal antena refletora. Quanto à uniformidade da polarização definida na abertura, esta depende estritamente do posicionamento relativo do alimentador e do seu diagrama de radiação.

O projeto das antenas refletoras *front-fed* aqui adotadas é baseado em técnicas ópticas e não levam em conta difrações oferecidas pela borda da superfície refletora destas antenas [4].

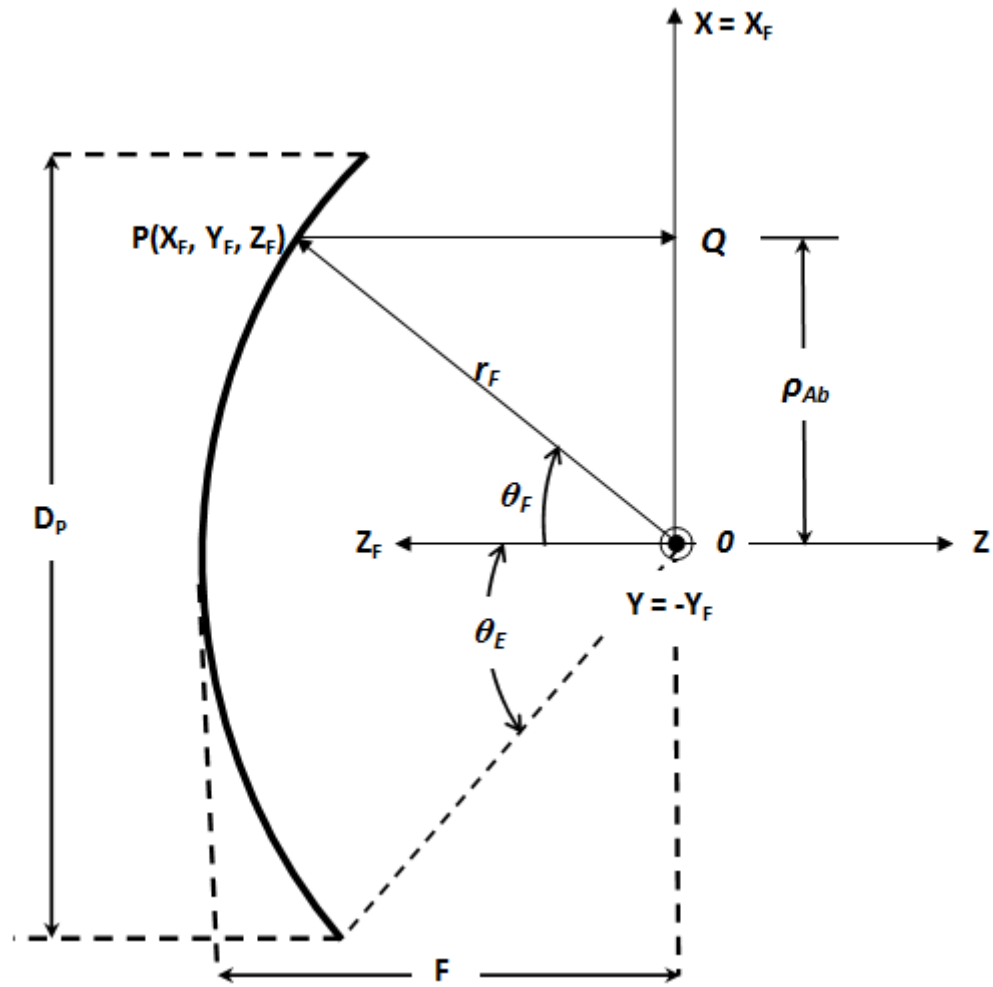


Figura 2-2 Configuração em corte do refletor parabólico *front-fed*.

Fazendo referência à Figura 2-2 e escolhendo um plano que seja perpendicular ao eixo do refletor parabólico *front-fed* passando pelo seu foco segue que

$$\overline{OP} + \overline{PQ} = 2F \quad (2-1)$$

sendo F a distância focal do refletor parabólico. Ainda, analisando a Figura 2-2, pode-se verificar que:

$$\overline{OP} = r_F \quad (2-2)$$

e

$$\overline{PQ} = r_F \cos \theta_F , \quad (2-3)$$

onde r_F é a distância do foco primário da antena refletora (O) até o refletor (P) e θ_F é o ângulo referente ao alimentador [4] e [25]. Desta forma, considerando-se (2-2) e (2-3) pode-se fazer as devidas substituições em (2-1) obtendo-se:

$$r_F (1 + \cos \theta_F) = 2F \quad (2-4)$$

$$r_F = \frac{2F}{1 + \cos \theta_F} . \quad (2-5)$$

Pode-se verificar que (2-5) é a equação de um parabolóide em termos do sistema de coordenadas esféricas referente ao alimentador (r_F , θ_F e ϕ_F). Devido à simetria circular do parabolóide, não há variações em ϕ_F [4]. Através de (2-5) pode-se expressar matematicamente o ângulo de borda do refletor (θ_E), conforme a Figura 2-2, da seguinte maneira:

$$\frac{2F}{1 + \cos \theta_F} = \frac{D_P}{2 \sin \theta_F} , \quad (2-6)$$

onde D_P é o diâmetro do refletor (observe a Figura 2-2). Aplicando uma identidade trigonométrica expressa em [28], (2-6) torna-se:

$$\tan\left(\frac{\theta_E}{2}\right) = \frac{D_P}{4F} . \quad (2-7)$$

O fasor do campo elétrico sobre a abertura da antena refletora parabólica *front-fed* pode ser obtido através dos princípios que regem a GO. Desta forma, rastreia-se o campo desde o alimentador que está localizado no foco primário de tal antena. Próximo do refletor o campo elétrico radiado pelo alimentador é aproximadamente uma onda transversa elétrica e magnética (TEM) esférica, que é representado matematicamente como:

$$\vec{E}_{p^-} = [T(\theta_F, \phi_F) \hat{\theta}_F + P(\theta_F, \phi_F) \hat{\phi}_F] \frac{e^{-jkr_F}}{r_F}, \quad (2-8)$$

onde θ_F e ϕ_F são as coordenadas referentes ao alimentador, r_F é dado por (2-5) e $k = 2\pi/\lambda$ é a constante de propagação. Os fasores que representam os campos elétrico e magnético na abertura da antena refletora parabólica *front-fed* são respectivamente [26]:

$$\vec{E}_A = [X(\theta_F, \phi_F) \hat{x} + Y(\theta_F, \phi_F) \hat{y}] \frac{e^{-jk2F}}{r_F} \quad (2-9)$$

$$\vec{H}_A \approx \frac{1}{\eta} \hat{z} \times \vec{E}_A. \quad (2-10)$$

Em (2-10) $\eta \approx 120\pi \Omega$ é a impedância intrínseca do meio atmosférico e em (2-9) X e Y são expressos como [26]:

$$X = P(\theta_F, \phi_F) \text{sen } \phi_F - T(\theta_F, \phi_F) \cos \phi_F \quad (2-11)$$

$$Y = T(\theta_F, \phi_F) \text{sen } \phi_F + P(\theta_F, \phi_F) \cos \phi_F. \quad (2-12)$$

Para se obter polarização uniforme na abertura do refletor parabólico a razão X/Y , o que é obtido quando:

$$T(\theta_F, \phi_F) = f(\theta_F)(A \cos \phi_F + B \text{sen } \phi_F) \quad (2-13)$$

$$P(\theta_F, \phi_F) = f(\theta_F)(B \cos \phi_F - A \text{sen } \phi_F), \quad (2-14)$$

com $f(\theta_F)$ sendo a função que descreve o tipo de alimentador a ser utilizado (veja adiante na Seção 2.3). Substituindo (2-13) e (2-14) nas expressões (2-11) e (2-12), (2-9) torna-se:

$$\vec{E}_A = f(\theta_F) (-A \hat{x} + B \hat{y}) \frac{e^{-jk2F}}{r_F}. \quad (2-15)$$

Portanto pelas definições matemáticas expostas nesta seção para determinar o fasor que descreve o campo elétrico presente na abertura da antena refletora parabólica *front-fed* dado por (2-15), é possível determinar com conveniência o padrão de distribuição de potência sobre tal abertura. Além disso, é importante enfatizar que a função que descreve o modelo de alimentador $f(\theta_F)$ a ser utilizado em (2-15) é descrita na próxima seção.

2.3 Modelo de Alimentador

Nas aplicações de alto desempenho no âmbito das telecomunicações, cornetas corrugadas são comumente empregadas por motivos explicitados em [29]. Estas cornetas são projetadas para produzir um diagrama de radiação circularmente simétrico, ou seja, com baixa polarização cruzada. Elas podem ser adequadamente representadas por um modelo de alimentador denominado cosseno-elevado (*Raised-Cosine Feed – RCF*) [30].

Na modelagem do refletor desta etapa será considerado o alimentador modelo RCF. O emprego do alimentador RCF permite a representação matemática da maioria dos alimentadores que são linearmente polarizados na prática, apesar do seu padrão de radiação ser uma representação aproximada para a região de campo distante, possibilitando em certas ocasiões problemas de precisão [31]. Além destes fatores, o modelo RCF é extremamente conveniente por ser simples, totalmente definido por um parâmetro (n) e possui um diagrama de radiação facilmente produtivo em termos práticos, isto é, o seu padrão de radiação pode ser obtido através de alimentadores que não apresentam muita complexidade.

Para este caso, admitiu-se uma polarização que é linear na direção $\hat{x}$, de acordo com a Terceira Definição de Ludwig que está expressa com maiores detalhes em [26]. Desta forma, para o modelo de alimentador RCF os fasores que representam os campos elétrico e magnético são respectivamente:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F) = f(\theta_F) \left[\cos \phi_F \hat{\theta}_F - \sin \phi_F \hat{\phi}_F \right] \frac{e^{-jkr_F}}{r_F} \quad (2-16)$$

$$\vec{H}_F(\vec{r}_F) \approx \left[\frac{\hat{r}_F \times \vec{E}_F(\vec{r}_F)}{2\eta} \right], \quad (2-17)$$

onde

$$f(\theta_F) = \begin{cases} \cos^n(\theta_F), & \theta_F \leq \pi/2 \\ 0, & \theta_F > \pi/2. \end{cases} \quad (2-18)$$

Em (2-18), o expoente n controla o formato do diagrama de radiação do alimentador RCF e este parâmetro pode ser ajustado para representar, adequadamente, uma determinada corneta corrugada. A Figura 2-3 representa o diagrama de radiação do modelo de alimentador RCF para alguns valores de n .

Além das características citadas anteriormente, ainda pode-se enfatizar uma característica muito importante para o alimentador RCF adotado nesta etapa. Através de (2-16), (2-17) e da função que descreve este tipo de alimentador definida $[f(\theta_F)]$ em (2-18), percebe-se que estas equações podem ser facilmente manipuladas matematicamente, pois não apresentam nenhuma função matemática que as tornam complexas. Como consequência desta característica, as integrais que serão calculadas no processo de modelagem (observe adiante na Seção 2.4) podem ser avaliadas analiticamente tornando-se um fator primordial para o emprego do modelo de alimentador RCF nesta etapa do presente trabalho.

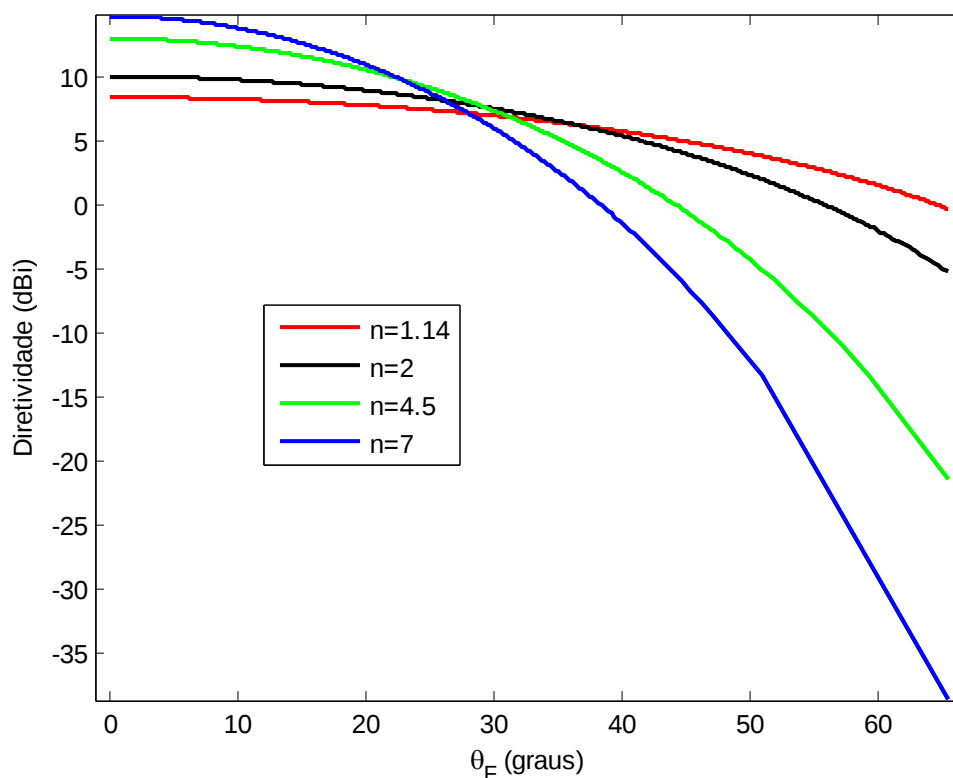


Figura 2-3 Diagrama de radiação do alimentador RCF para $n = 1,14$; 2; 4,5 e 7.

2.4 O Processo de Modelagem

Com o objetivo de investigar a técnica de síntese que faz a modelagem das superfícies de antenas refletoras descrita em [17]-[19], optou-se por modelar a superfície de uma antena constituída por um único refletor sendo ele circularmente simétrico [21]. Para isso, a idéia básica desta abordagem de síntese é obter a curva geratriz que descreve a superfície refletora de tal antena através de seções cônicas locais concatenadas consecutivamente entre si, conforme está disposto na Figura 2-4. No entanto, esta técnica pode ser estendida para a síntese de outros tipos de

configurações geométricas de antenas refletoras, como por exemplo, àsquelas descritas em [24].

Nesta primeira etapa, o objetivo é compreender e investigar as características deste tipo de técnica de síntese de refletores, em particular a sua taxa de convergência numérica. Para tal, optou-se em sintetizar um refletor que, em princípio, produza a mesma distribuição de densidade de potência na abertura de um refletor parabólico *front-fed*. Teoricamente, se o número de seções cônicas (N_T) tender para o infinito, a superfície resultante deverá ser a mesma superfície parabólica ideal. Comparando a superfície modelada com a parabólica em função do número de cônicas N_T utilizado, têm-se condições de investigar o comportamento numérico da síntese antes de se aplicar a técnica a outras configurações de refletores.

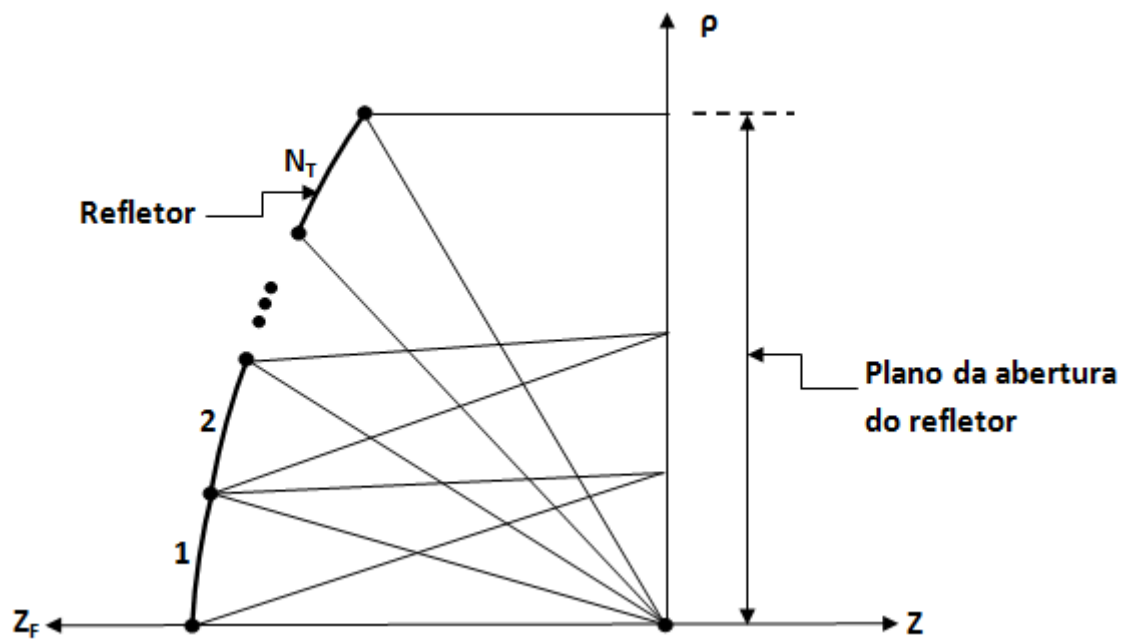


Figura 2-4 Concatenação de seções cônicas para representação da geratriz que descreve o refletor *front-fed*.

Deve-se enfatizar que no processo de concatenação consecutiva podem ser utilizadas como seções cônicas, parábolas, elipses ou hipérboles. Desta forma, para escolher de forma mais adequada o tipo de cônica deve-se, primeiramente, definir o

algoritmo a ser utilizado para a síntese do refletor. Neste contexto, pode-se destacar que as cônicas possuem propriedades de reflexão que são muito importantes para o procedimento de modelagem adotado no presente estudo. Tais propriedades estão estritamente associadas com os focos das seções cônicas.

O presente processo de concatenação baseia-se em seções de elipses devido à síntese da superfície refletora ser feita na região de campo próximo, ou seja, na abertura da antena em questão [17]. A modelagem do refletor também pode ser realizada na região de campo distante utilizando-se a concatenação consecutiva de seções de parábolas como descrito em [16].

A Figura 2-5 ilustra o processo de concatenação das seções elípticas adotado neste estudo. De acordo com a Figura 2-5, percebe-se que a elipse é uma curva fechada para a qual existem dois pontos especiais que são chamados de focos. Neste trabalho, os dois focos da elipse i são F_0 (localizado na origem O e sempre comum a todas as elipses) e F_i (sempre localizado sobre o plano da abertura do refletor), com $i = 1, 2, \dots, N_T$.

Nesta abordagem de síntese, considerou-se que todas as N_T elipses que irão representar a geratriz que descreve a antena refletora estão com um de seus focos em comum, sendo que o mesmo se localiza na origem (O) e o outro em um determinado ponto de destino (alvo) [21], conforme está ilustrado na Figura 2-5, onde F_0 é o foco comum a todas as N_T elipses e F_i representa o outro foco que está em um determinado ponto de destino para $i = 1, 2, \dots, N_T$. Além disso, neste trabalho em particular, todos os focos F_i estão no plano focal ($z = 0$).

De acordo com os princípios da GO, o refletor é iluminado por uma fonte pontual (alimentador modelo RCF) que está localizado na origem ($F_0 = O$) com diagrama de radiação $I_F(\theta_F)$ do tipo circularmente simétrico (veja a Figura 2-3), onde θ_F é o ângulo relativo ao eixo z_F do raio que parte da origem (fonte). Desta forma, pode-se intuir que qualquer raio que é emitido pelo alimentador RCF localizado na origem é refletido pela elipse i atingindo o seu outro foco F_i . Por estas definições aqui impostas, constata-se que as posições relativas de reflexão dos raios que são emanados do

alimentador são todos os focos F_i das N_T elipses que irão representar a superfície refletora.

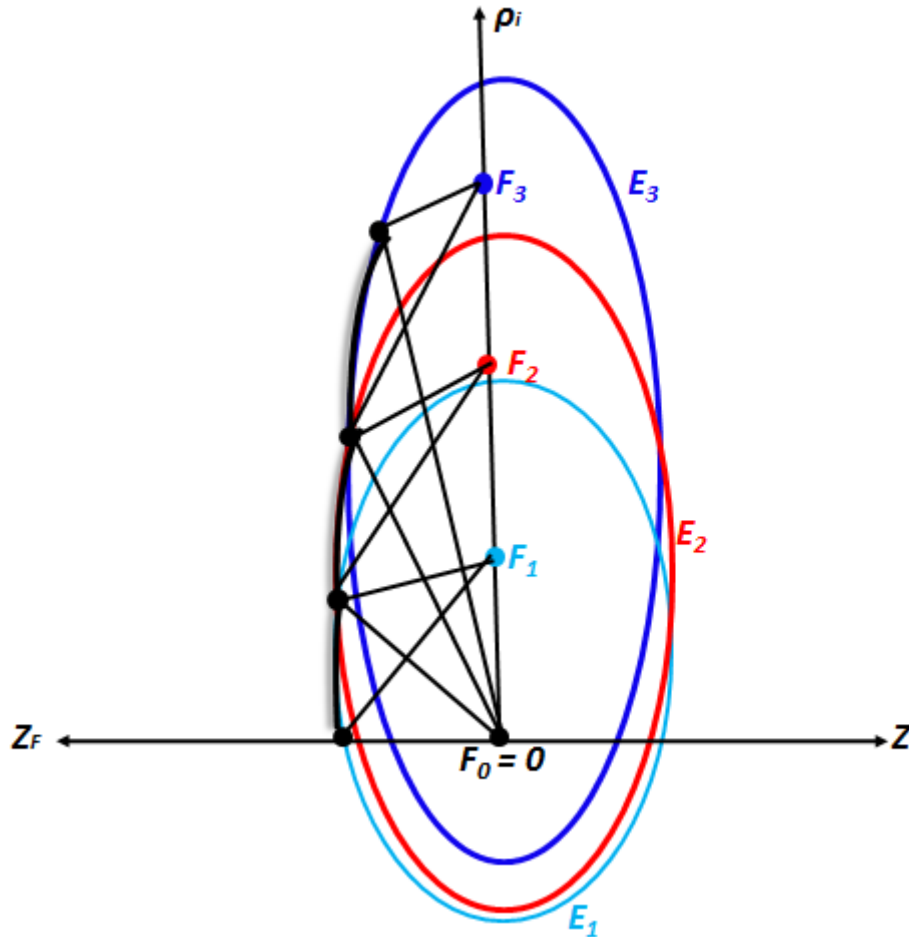


Figura 2-5 Concatenação de seções de elipses.

O aspecto principal desta técnica de síntese de antenas refletoras é discretizar a distribuição dos pontos de destino (alvo) em N_T pontos sobre a abertura no plano $z = 0$ (plano de origem O). Estes pontos correspondem a todos os focos F_i das N_T elipses a serem concatenadas entre si, conforme se pode observar na Figura 2-5.

Conseqüentemente, a distância da origem O (F_0) da i -ésima elipse localizada no plano $z = 0$ é a distância entre os focos desta elipse (distância interfocal $2c_i$), assim como está ilustrado na Figura 2-6, dada por:

$$2c_i = i * d \quad (2-19)$$

onde $i = 1, 2, \dots, N_T$ e

$$d = \frac{D_P}{2 N_T}. \quad (2-20)$$

Logo, todos os focos F_i localizados através de (2-19) são eqüidistantes entre si [21]. Agora, pode-se considerar que o plano da abertura da antena em questão é definida por um conjunto de pontos discretos dado por:

$$\rho_i = \{2c_1, 2c_2, \dots, 2c_{N_T}\}, \quad (2-21)$$

onde

$$2c_1 = d. \quad (2-22)$$

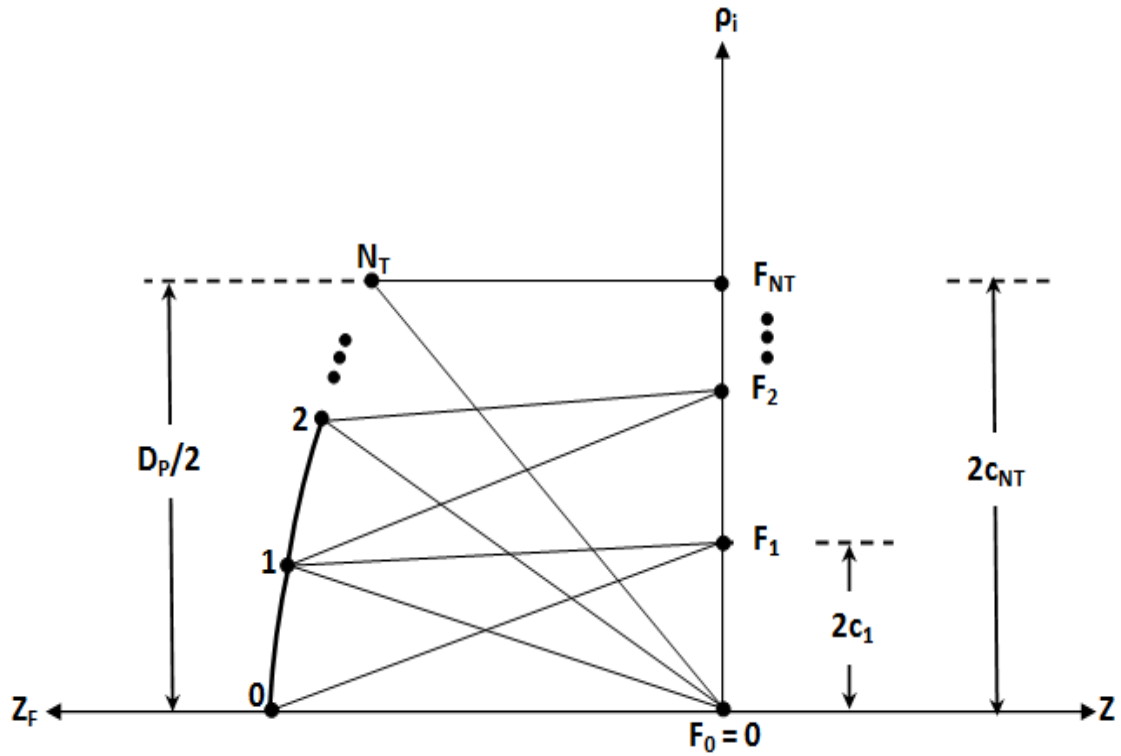


Figura 2-6 Discretização do plano da abertura da antena refletora.

Outro princípio da GO utilizado neste processo é a Lei da Conservação da Energia [17] que é empregada para o cálculo de todas as direções dos raios que partem do alimentador RCF localizado na origem (0) com ângulos θ_{Fi} , considerando que $i = 1, 2, \dots, N_T$, como se pode observar a Figura 2-7. A Lei da Conservação da Energia impõe que a potência que parte do alimentador entre os ângulos θ_{Fi-1} e θ_{Fi} mostrados na Figura 2-7 deve ser igual à potência que chega ao foco F_i da i -ésima elipse, isto é:

$$\int_{\theta_{Fi-1}}^{\theta_{Fi}} I_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F = N P_i, \quad (2-23)$$

onde $I_F(\theta_F)$ é a densidade de potência radiada pelo alimentador modelo RCF que é dada por:

$$I_F(\theta_F) = \frac{|\vec{E}_F(\vec{r}_F)|^2}{2\eta}, \quad (2-24)$$

sendo $\vec{E}_F(\vec{r}_F)$ o fasor que representa o campo elétrico referente ao alimentador RCF que está descrito em (2-16). Em (2-23), P_i ($i = 1, 2, \dots, N_T$) é a potência que chega ao foco F_i da i -ésima elipse e N é o fator de normalização dado por:

$$N = \left(\sum_{i=1}^{N_T} P_i \right)^{-1} \int_0^{\theta_E} I_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F, \quad (2-25)$$

onde θ_E é o ângulo de borda do refletor. O fator de normalização (N) garante que toda a energia que é proveniente do alimentador e é refletido pelo refletor seja igual à energia que chega à abertura da antena garantindo, assim, que (2-23) seja satisfeita.

Com isso, através de (2-23), (2-24), (2-25) e do modelo de alimentador RCF descrito na Seção 2.3 dado por (2-18) encontram-se os valores de θ_{Fi} (com $i = 1, 2, \dots, N_T$) garantindo, desta forma, um algoritmo com N_T iterações. Para o cômputo destes ângulos, o processo iterativo inicia-se em $i = 0$ com $\theta_{F0} = 0^0$. Um fator importante a se

ênfatizar é que o último ângulo do alimentador, ou seja, θ_{FNT} deve ser igual ao ângulo de borda do refletor (θ_E), definido como um dos parâmetros de entrada.

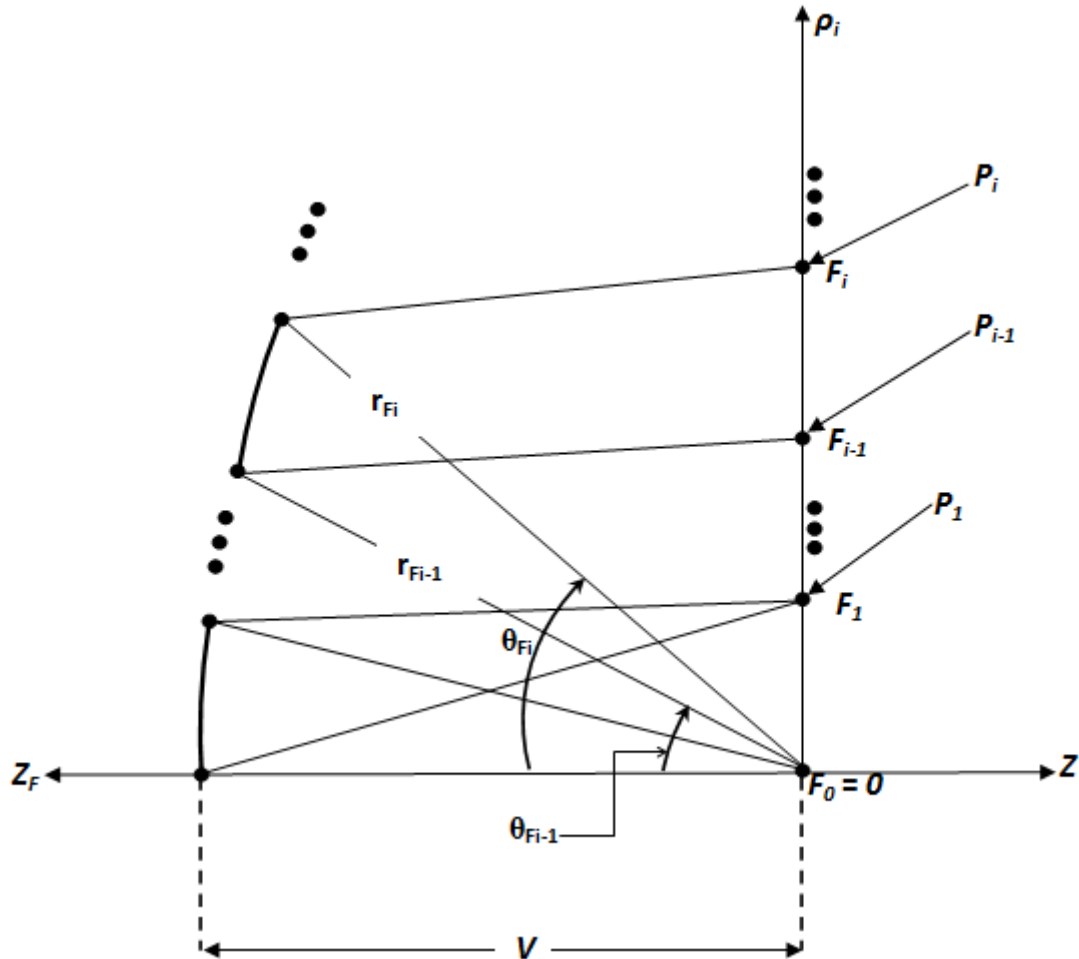


Figura 2-7 Emissão de raios do alimentador RCF, segundo a GO e Lei da Conservação da Energia.

No entanto, para dar início ao cômputo dos ângulos do alimentador (θ_{Fi}) deve-se especificar o padrão de distribuição de potência sobre a abertura do refletor a ser modelado, segundo a GO. Inicialmente, define-se P_i em cada um dos focos F_i localizados por (2-21) mostrados na Figura 2-7. É importante enfatizar que, nesta etapa do trabalho, o padrão de distribuição de potência definido sobre a abertura (P_i) é aquele de um refletor parabólico *front-fed* alimentado pelo mesmo modelo RCF e

definido através de (2-16) e (2-18). Considerando-se a configuração clássica de antena refletora definida na Seção 2.2 tem-se que:

$$P_i \propto \int_{\theta_{F_{i-1}}}^{\theta_{F_i}} \frac{|\vec{E}_F(\vec{r}_F)|^2}{2\eta} r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F. \quad (2-26)$$

Através do modelo de alimentador RCF definido em (2-16) e (2-18), pode-se fazer as devidas manipulações matemáticas em (2-26) obtendo-se o seguinte:

$$P_i \propto \frac{1}{2\eta} \frac{1}{2n+1} \left[(\cos \theta_{F_{i-1}})^{2n+1} - (\cos \theta_{F_i})^{2n+1} \right] \quad (2-27)$$

onde η é a impedância intrínseca do meio atmosférico e n é o expoente do RCF. No entanto, através de (2-27) é possível perceber que ainda não se podem obter as potências P_i devido a estas estarem em função dos ângulos do alimentador $\theta_{F_{i-1}}$ e θ_{F_i} . Logo, é necessário determinar tal distribuição de potência sobre a abertura da antena em função das posições definidas em (2-21). Neste caso, (2-27) pode ser reescrita como:

$$P_i \propto (C_{i-1}^{2n+1} - C_i^{2n+1}), \quad (2-28)$$

onde:

$$C_{i-1} = \cos \theta_{F_{i-1}} \quad (2-29)$$

e

$$C_i = \cos \theta_{F_i}. \quad (2-30)$$

Considerando-se a geometria parabólica ilustrada na Figura 2-2, a posição do foco F_i na abertura do refletor pode ser representada matematicamente como:

$$\rho_i = 2F \tan\left(\frac{\theta_{F_i}}{2}\right), \quad (2-31)$$

Sendo F o foco do refletor parabólico. Através de manipulações trigonométricas pode-se mostrar que:

$$C_i = \cos \theta_{F_i} = \frac{1 - \alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2} \quad (2-32)$$

onde

$$\alpha_i = \tan\left(\frac{\theta_{F_i}}{2}\right) = \frac{\rho_i}{2F}. \quad (2-33)$$

Raciocínio semelhante é adotado para obter C_{i-1} . Logo, pode-se expressar (2-28) em termos da posição ρ_i definida em (2-19):

$$P_i \propto C_{i-1}^{2n+1} - C_i^{2n+1} = \left(\frac{1 - \alpha_{i-1}^2}{1 + \alpha_{i-1}^2}\right)^{2n+1} - \left(\frac{1 - \alpha_i^2}{1 + \alpha_i^2}\right)^{2n+1}, \quad (2-34)$$

onde α_i e α_{i-1} são dados conforme (2-33). A distribuição de potência dada por (2-34) está expressa em termos da posição dos N_T pontos discretizados sobre o plano da abertura de tal configuração.

Com as definições propostas para a especificação do padrão de distribuição de potência (P_i) sobre a abertura da antena para o cômputo dos ângulos (θ_{F_i}) do

alimentador o processo do algoritmo iterativo é iniciado. Um fator importante a se enfatizar é que a definição de P_i e com (2-25) a Lei da Conservação da Energia expressa em (2-23), o princípio da GO é assegurado. Desta forma, o processo da concatenação consecutiva das seções de elipses pode ser iniciado.

Através da Figura 2-7, é possível identificar que a distância entre a fonte e o vértice do refletor corresponde ao raio $i = 0$ que parte do alimentador RCF e o seu valor (V) é também um dado de entrada deste processo de síntese. No presente caso, V é a própria distância focal F do parabolóide. Os pontos definidos em (2-19) caracterizam as distâncias interfocais ($2c_i$) das elipses utilizadas no processo de concatenação.

No intuito de especificar cada uma das seções elípticas E_i ($i = 1, 2, \dots, N_T$) que representam a geratriz da superfície do refletor modelado, seus parâmetros geométricos devem ser determinados. As distâncias interfocais ($2c_i$) já foram definidas *a priori* pela localização dos focos F_i sobre o plano da abertura do refletor. Falta obter as excentricidades (ε_i) das elipses.

Para obter ε_i da i -ésima elipse, a partir da Figura 2-7 pode-se observar que duas elipses consecutivas ($i-1$ e i) compartilham o mesmo ponto de intersecção. Da equação polar de uma elipse:

$$r_{F_{i-1}} = \frac{c_i \left(\varepsilon_i - \frac{1}{\varepsilon_i} \right)}{\varepsilon_i \sin \theta_{F_{i-1}} - 1}, \quad (2-35)$$

onde c_i representam os focos das elipses sendo a metade das distâncias interfocais ($2c_i$) e ε_i deve satisfazer o seguinte:

$$0 < \varepsilon_i < 1. \quad (2-36)$$

Como $r_{F_{i-1}}$ e $\theta_{F_{i-1}}$ são conhecidos do passo anterior, a equação (2-35) é utilizada na obtenção da excentricidade ε_i . Uma vez calculado θ_{F_i} da equação da Lei da

Conservação da Energia expressa através de (2-23), o próximo ponto sobre a geratriz que representa a superfície refletora é obtido quando:

$$r_{F_i} = \frac{c_i \left(\varepsilon_i - \frac{1}{\varepsilon_i} \right)}{\varepsilon_i \sin \theta_{F_i} - 1}. \quad (2-37)$$

O processo de concatenação consecutiva das elipses que irão representar do refletor *front-fed* é repetido até o último ponto N_T na borda do refletor.

2.5 Resultados e Discussões

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos através da implementação computacional do algoritmo de síntese do refletor parabólico *front-fed* considerando-se o modelo de alimentador RCF descrito na Seção 2.3 e o ferramental teórico e analítico desenvolvido na seção anterior. O padrão de distribuição de potência na abertura do refletor modelado dado por (2-34) foi especificado em conformidade com àquele de um refletor parabólico *front-fed* caracterizado na Seção 2.2, também alimentado por um RCF. O modelo de alimentador RCF foi adotado com $n = 1,14$ a fim de fornecer cerca de 10 dB de atenuação na borda do parabolóide.

Com o objetivo de compreender e investigar a técnica numérica de síntese [17]-[19] utilizada neste trabalho comparou-se a curva geratriz que descreve o refletor modelado com a geratriz do parabolóide. Para isso, obedecendo à seqüência do formalismo desenvolvido na Seção 2.4, deve-se fixar o alimentador RCF na origem (0), bem como definir os parâmetros de entrada necessários para dar início ao procedimento de modelagem do refletor. Utilizaram-se as mesmas medidas geométricas para se obter as geratrizes do refletor modelado e do parabolóide. As características geométricas do parabolóide adotado são listadas na Tabela 2-1.

As medidas geométricas utilizadas como dados de entrada do algoritmo proposto estão ilustradas na Figura 2-8 e os seus valores correspondentes são listados na Tabela 2-1. Além da parametrização definida na Tabela 2-1, também são considerados como parâmetros de entrada: o número de seções elípticas N_T empregadas na concatenação, as distâncias obtidas *a priori* através de (2-19) e a potência P_i distribuída sobre os focos F_i dada por (2-34).

Para gerar uma discussão sobre a taxa de convergência numérica e da eficiência da técnica de síntese que se baseia na concatenação de seções elípticas [17]-[19], optou-se por alterar o valor da variável N_T , sendo que os respectivos valores de N_T empregados nesta etapa do trabalho são apresentados na Tabela 2-2. É importante destacar que para cada antenna modelada e clássica obtida, tem-se o respectivo diagrama de radiação no plano $\phi = 45^\circ$ com os ganhos referentes às polarizações principal (CO-Pol) e cruzada (CX-Pol), segundo a Terceira Definição de Ludwig [26].

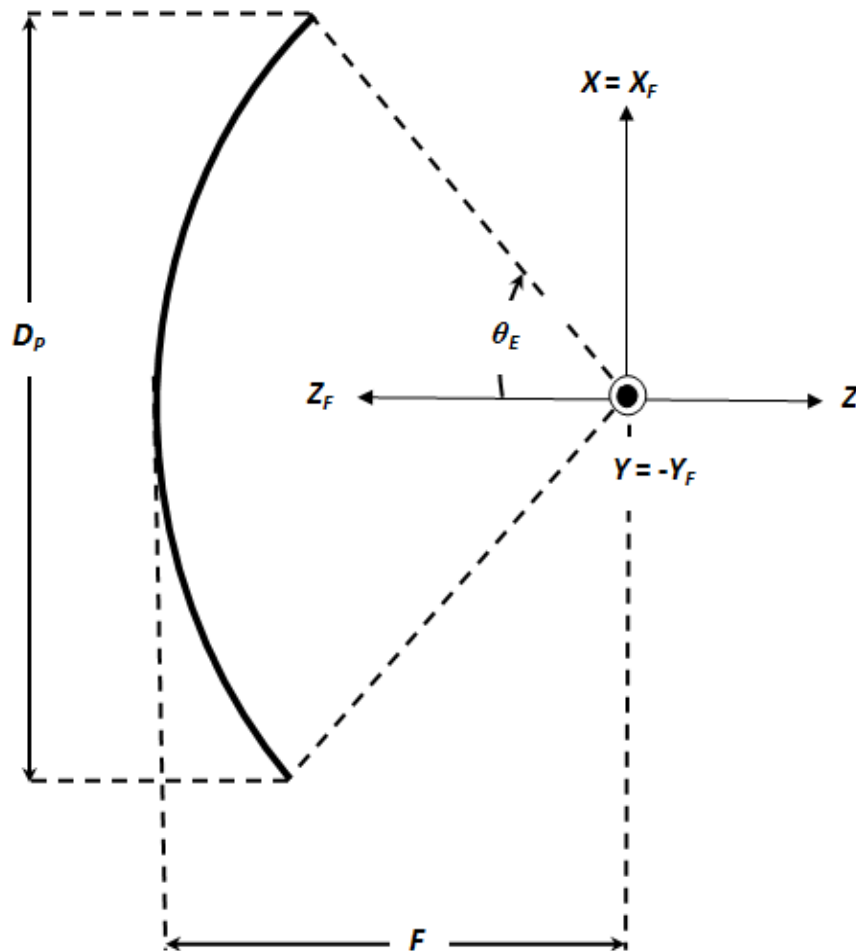


Figura 2-8 Parametrização geométrica da antena refletora.

Tabela 2-1 Parâmetros de entrada

Variáveis	Valores
F	14λ
θ_E	$65,4705^\circ$
D_P	36λ
<i>frequência</i>	4 GHz
n	1,14

Tabela 2-2 Parametrização de N_T

Valores de N_T
24
32
45
65
101

A Figura 2-9 mostra as geratrizes que representam as superfícies dos refletores das antenas clássica (parabolóide) e modelada. Para este caso (observe a Figura 2-9), foram considerados a parametrização descrita na Tabela 2-1 e o valor de $N_T = 24$ caracterizado na Tabela 2-2. Além disso, na Figura 2-10 são apresentados os diagramas de radiação para as antenas clássica e modelada da Figura 2-9.

Através da Figura 2-9 pode-se observar que as curvas geratrizes das antenas refletoras clássica e modelada são muito parecidas, como esperado. Este fator acontece, pois as potências P_i ($i = 1, 2, \dots, N_T$) distribuída sobre todos os focos F_i no plano $z = 0$ foram especificadas proporcionalmente à distribuição de potência na abertura do parabolóide (antena refletora clássica de referência) [21].

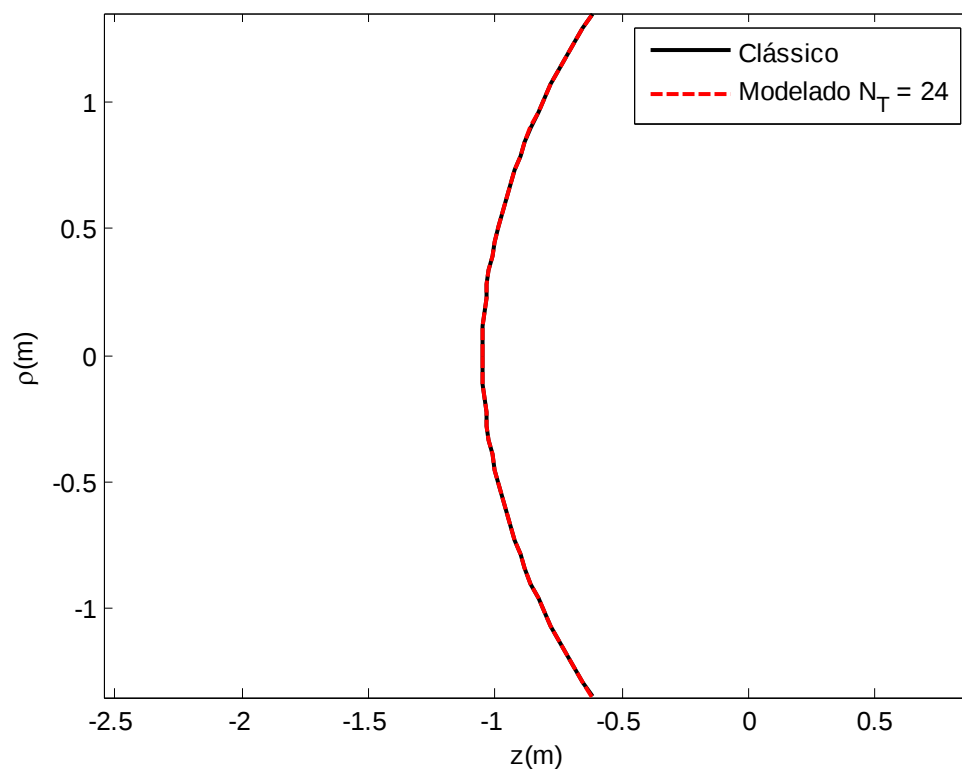


Figura 2-9 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 24$.

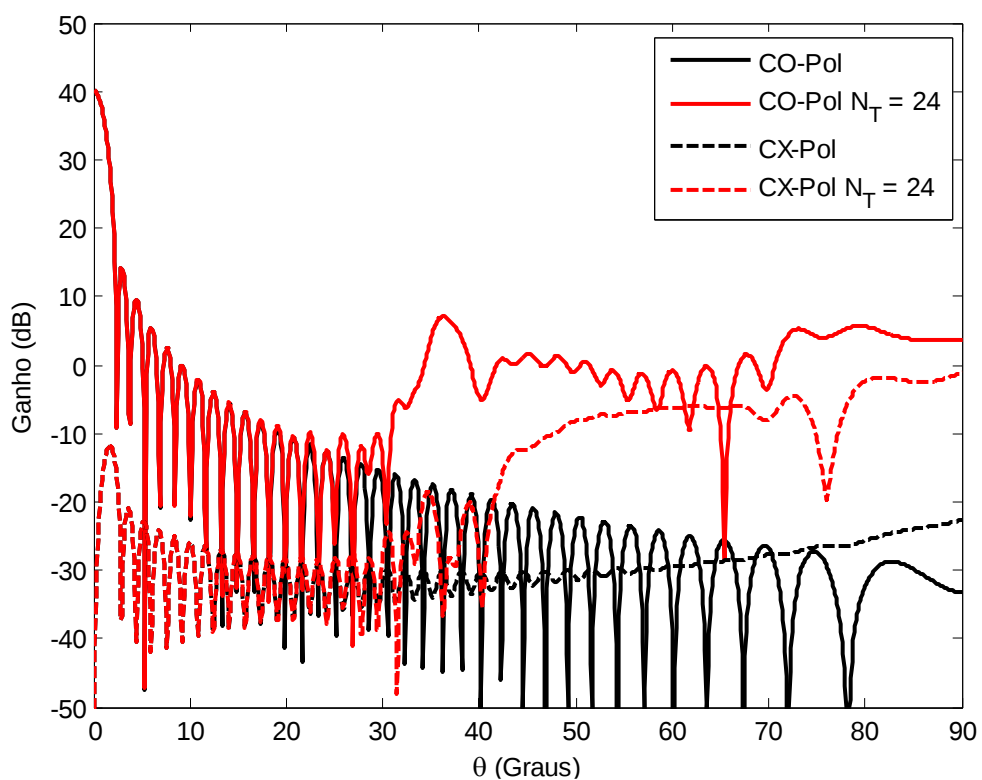


Figura 2-10 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 24$.

Pela Figura 2-10 verifica-se que o máximo de radiação ocorre em $\theta = 0^\circ$ correspondendo ao ganho CO-Pol de aproximadamente 40,24 dBi. Também, através da Figura 2-10 é possível notar que considerando $N_T = 24$ para a antenna modelada, os diagramas de radiação dos refletores clássico (cor preta) e modelado (cor vermelha) não são exatamente iguais. Desta forma, pode-se intuir que 24 seções de elipses não foram o suficiente para os diagramas de radiação dos ganhos CO-Pol e CX-Pol convergirem. Isto significa que com $N_T = 24$, a convergência numérica e a eficiência da técnica proposta por Olikier (2006) [17] não foi alcançada com êxito.

Todavia, utilizando $N_T = 32$ conforme caracterizado na Tabela 2-2 tem-se outro caso de estudo que representam as geratrizes das superfícies clássica e modelada de acordo com a Figura 2-11. Logo, para este caso de estudo (Figura 2-11) a Figura 2-12 mostra dos diagramas de radiação correspondentes. Pela Figura 2-12, observa-se que as curvas em vermelho caracterizam as polarizações principal e cruzada considerando-se a antenna refletora modelada com $N_T = 32$, enquanto que as polarizações principal e cruzada da antenna refletora parabólica *front-fed* estão de cor preta.

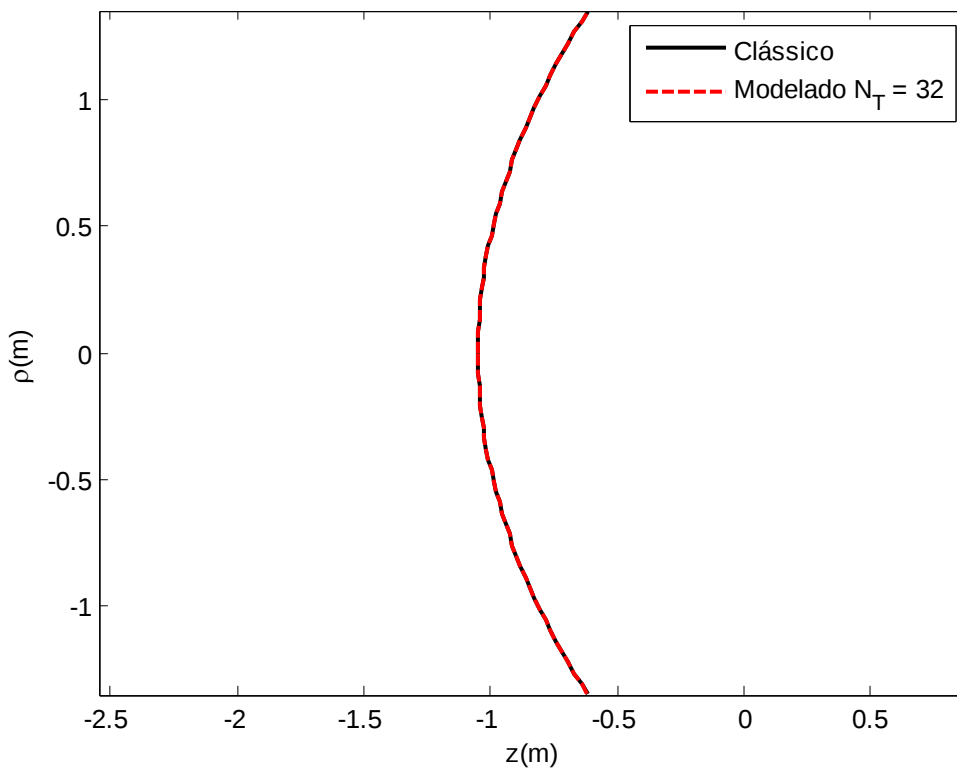


Figura 2-11 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 32$.

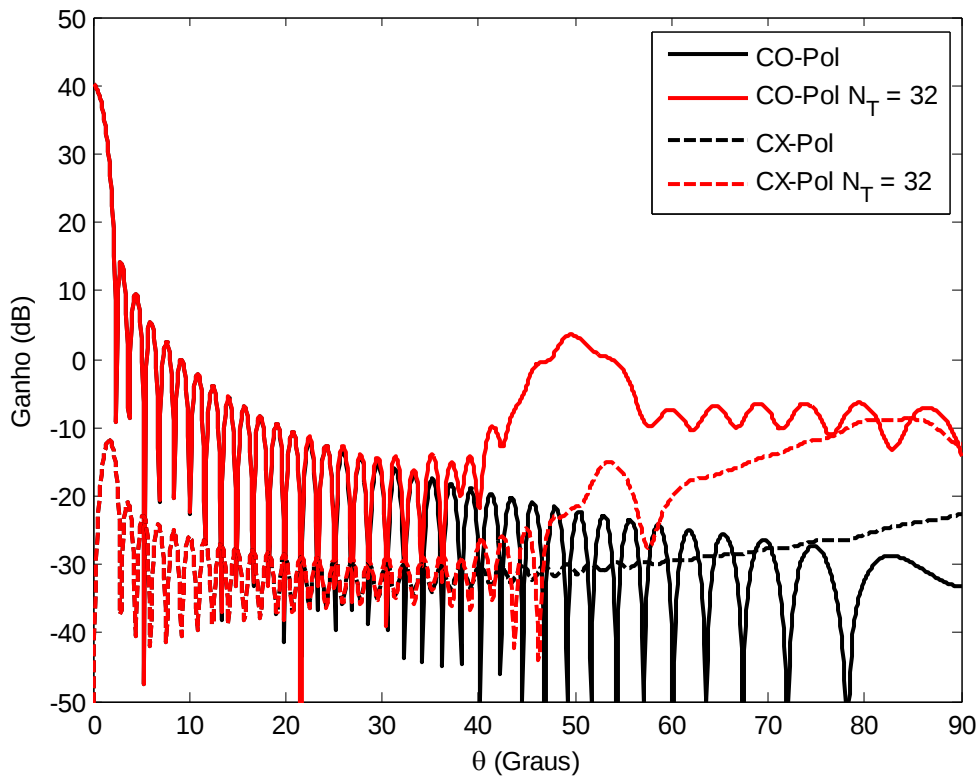


Figura 2-12 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 32$.

De acordo com a Figura 2-12, percebe-se através da comparação entre os diagramas referentes à CO-Pol das geometrias clássica (cor preta e linha cheia) e modelada (cor vermelha e linha cheia) ainda não são iguais, sendo que a situação é análoga à CX-Pol dos refletores clássico (cor preta e tracejada) e modelado (cor vermelha e tracejada).

Entretanto, observando as Figuras 2-10 e 2-12 verifica-se que existe uma diferença notável entre os diagramas de radiação para cada situação, ou seja, considerando-se $N_T = 24$ e $N_T = 32$. Neste caso, a situação em que se utilizaram 32 seções de elipses (Figura 2-12) nota-se que os diagramas tendem a serem parecidos em um setor maior do que os diagramas da Figura 2-10, ou seja, até aproximadamente $\theta = 36^\circ$ sendo que o mesmo não acontece para a Figura 2-10 (os diagramas são muito parecidos até θ atingir aproximadamente 29°). Enquanto isso, a Figura 2-13 representa os refletores clássico e modelado para $N_T = 45$ e na Figura 2-14 são apresentados os diagramas de radiação.

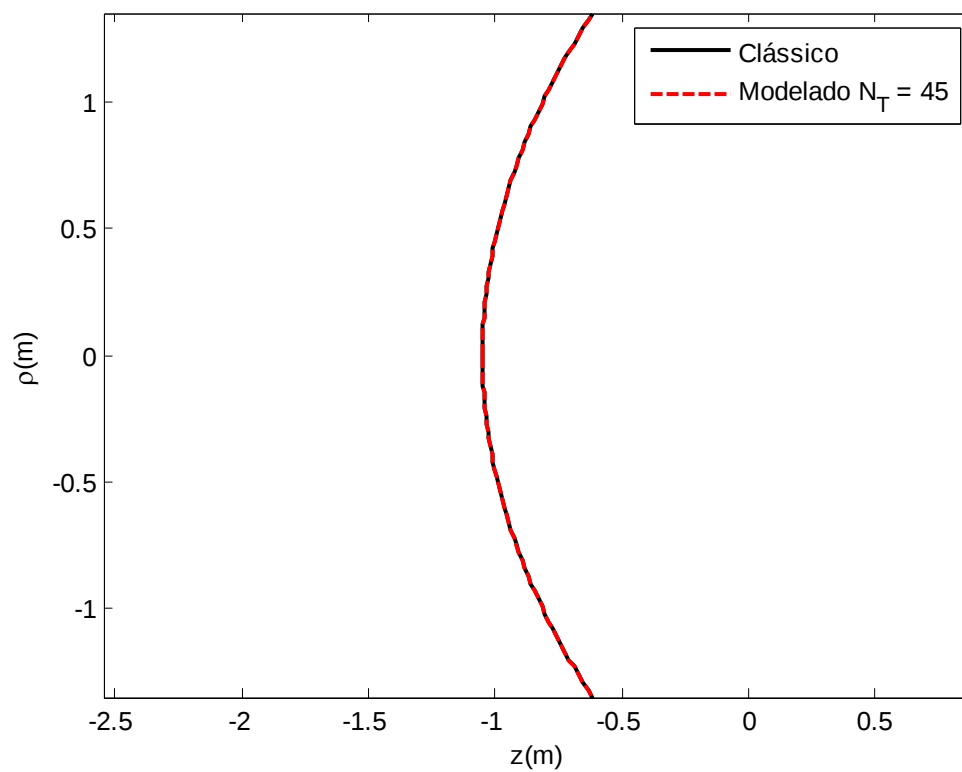


Figura 2-13 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 45$.

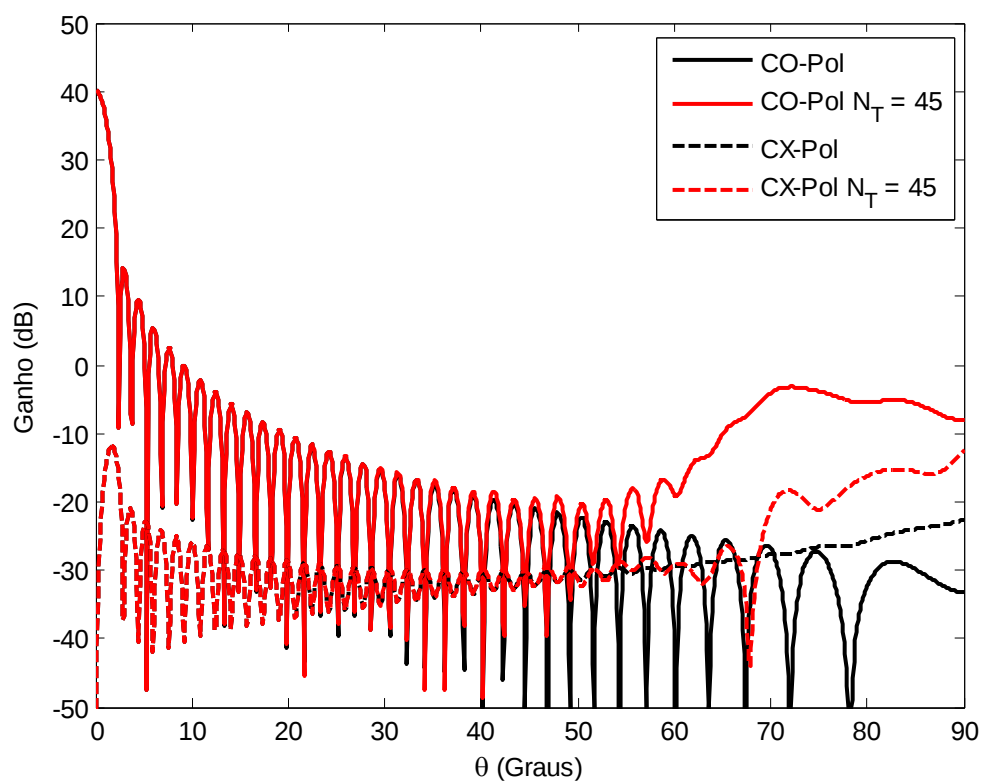


Figura 2-14 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 45$.

Através da Figura 2-13, empregando 45 seções de elipses na síntese do refletor, é possível notar que as geratrizes que representam as antenas clássica e modelada são praticamente iguais.

Considerando-se os diagramas de radiação expostos nas Figuras 2-10 ($N_T = 24$), 2-12 ($N_T = 32$) e 2-14 ($N_T = 45$), observa-se que no caso em que se utilizam 45 seções de elipses as curvas que representam às CO-Pol e CX-Pol do refletor modelado estão se aproximando das polarizações principal e cruzada da antena clássica respectivamente. Comparando-se estes três casos de estudo (Figuras 2-10, 2-12 e 2-14), verifica-se que para $N_T = 45$ as polarizações CO-Pol e CX-Pol do parabolóide e do refletor modelado tendem a ficarem parecidas até θ atingir cerca de 46° .

Na Figura 2-15 estão caracterizadas as superfícies das antenas clássica e modelada para $N_T = 65$ em conformidade com os valores definidos na Tabela 2-2 e na Figura 2-16 são apresentados os diagramas de radiação.

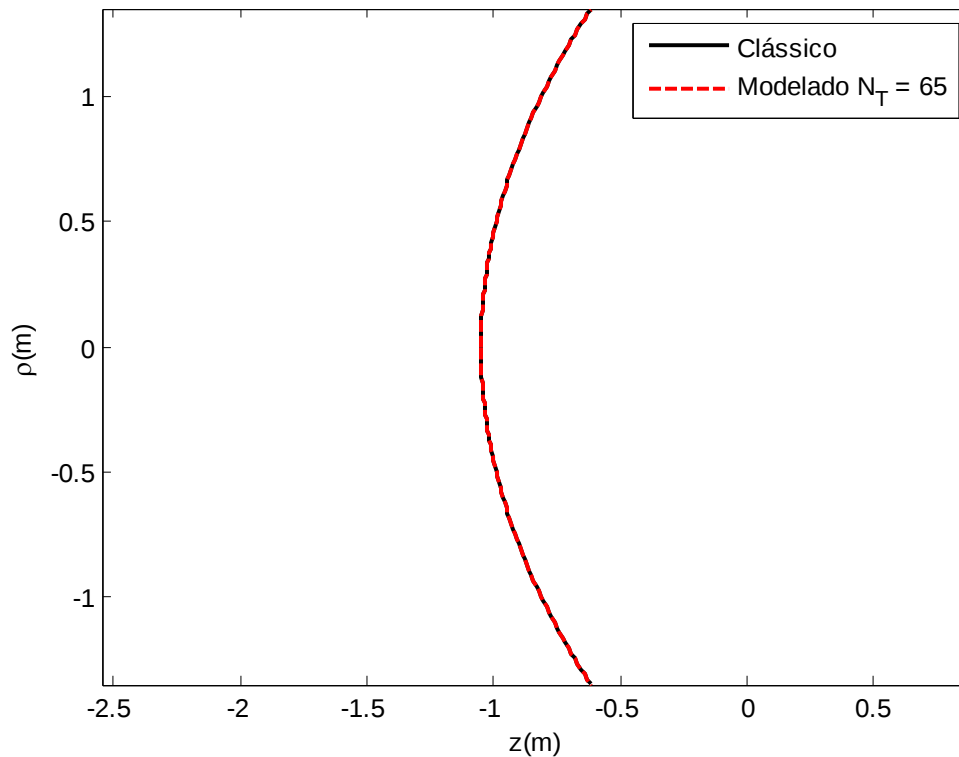


Figura 2-15 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 65$.

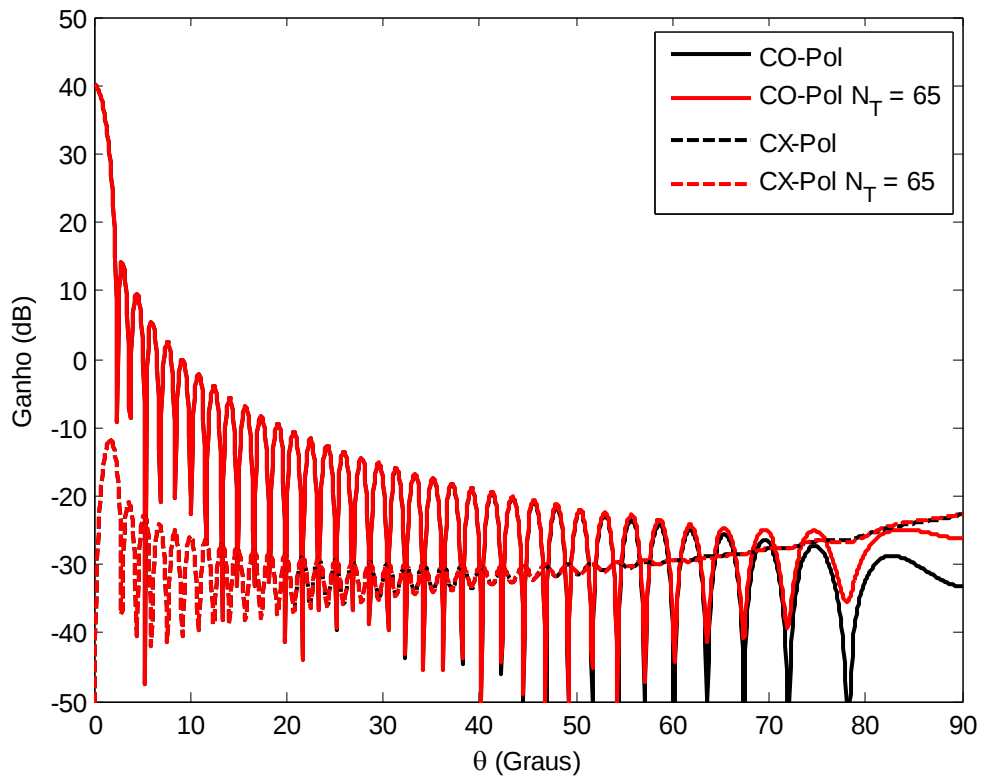


Figura 2-16 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 65$.

Pela Figura 2-16 enfatiza-se que as curvas que descrevem as polarizações CO-Pol e CX-Pol da antena refletora modelada se aproximaram muito das polarizações principal e cruzada referentes à antena refletora parabólica *front-fed* (antena de referência), respectivamente. A Figura 2-17 apresenta as geratrizes dos refletores clássico e sintetizado, considerando-se $N_T = 101$ e a Figura 2-18 mostra os diagramas de radiação referentes ao caso de estudo exposto na Figura 2-17.

Avaliando a Figura 2-18, observa-se que as polarizações principais das antenas refletoras clássica e modelada são muito parecidas e para as polarizações cruzadas dos refletores e modelado a situação é análoga. Nesta perspectiva, é possível destacar um fator muito importante da técnica de síntese utilizada neste trabalho, comparando todas as situações expostas nas Figuras 2-10 ($N_T = 24$), 2-12 ($N_T = 32$), 2-14 ($N_T = 45$), 2-16 ($N_T = 65$) e 2-18 ($N_T = 101$) verifica-se que quando se utiliza um número maior de seções elípticas (N_T) na síntese os diagramas de radiação dos refletores clássico e modelado tendem a serem aproximadamente iguais.

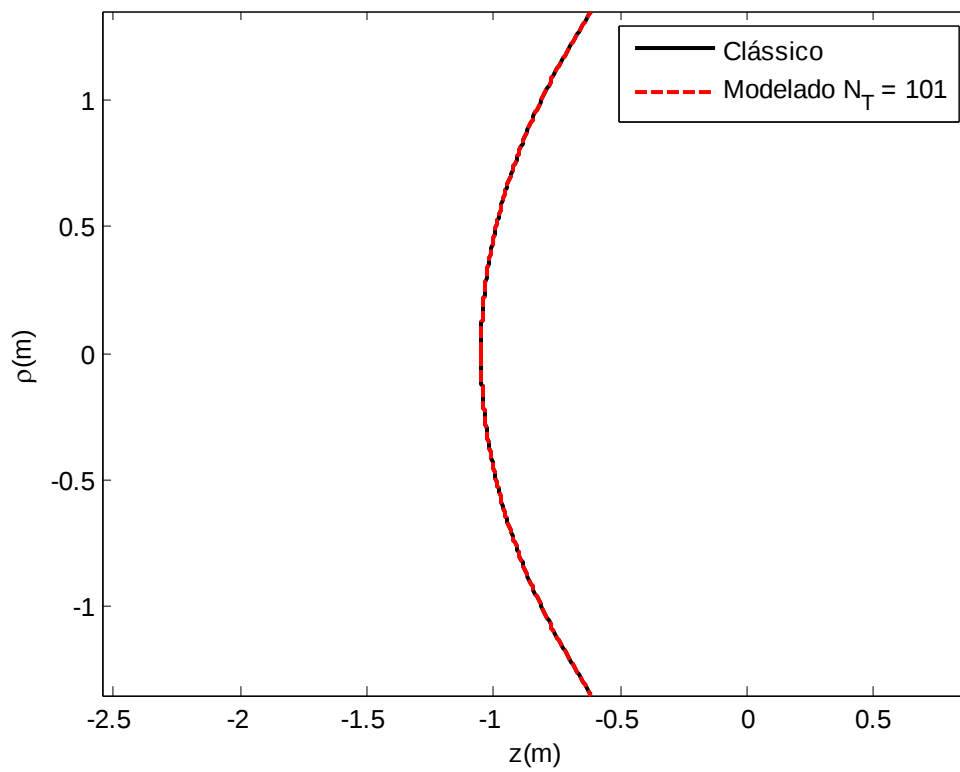


Figura 2-17 Geratrizes das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 101$.

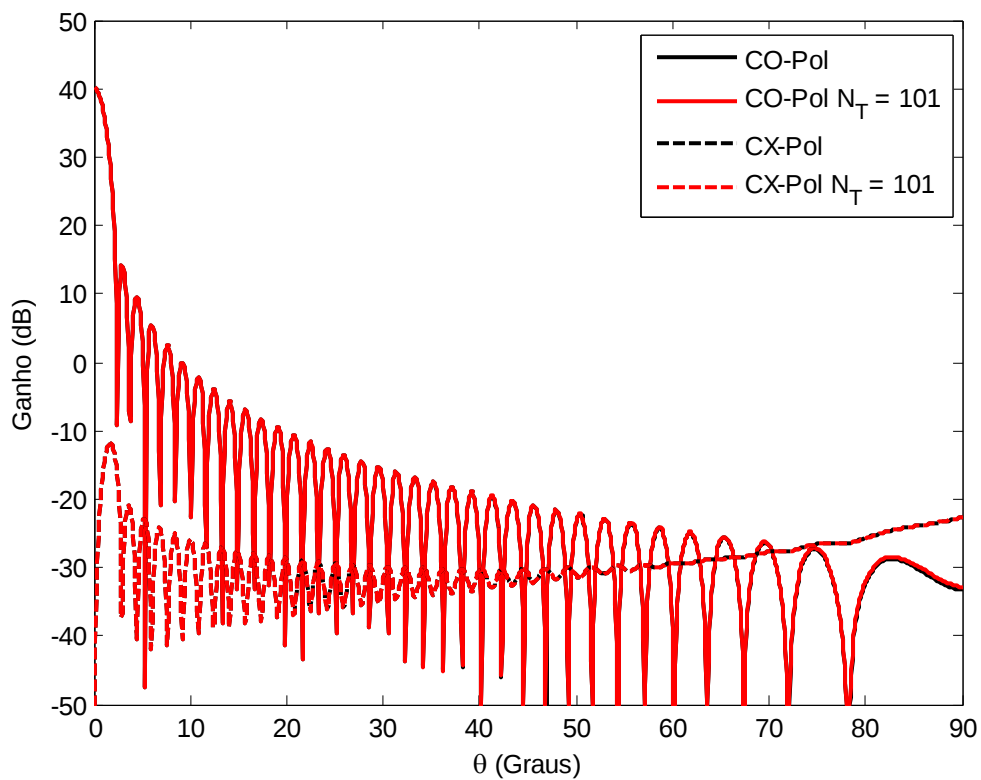


Figura 2-18 Diagrama de radiação das superfícies refletoras clássica e modelada para $N_T = 101$.

Cabe ressaltar que não foram apresentados mais resultados devido às curvas que representam os ganhos referentes às polarizações principal e cruzada apresentarem o mesmo comportamento a partir de $N_T = 101$ para o parabolóide e a antena refletora modelada.

Para os cinco estudos descritos nesta seção e mostrados nas Figuras 2-9, 2-11, 2-13, 2-15 e 2-17 e considerando-se os valores de N_T caracterizados na Tabela 2-2 ($N_T = 24, 32, 45, 65$ e 101), o cálculo do erro RMS foi obtido (observe a Figura 2-19). Desta forma, com o cômputo do erro RMS é possível compreender e investigar a técnica de síntese utilizada no presente trabalho, particularmente realizar um estudo da taxa de convergência numérica dando ênfase na eficiência da técnica.

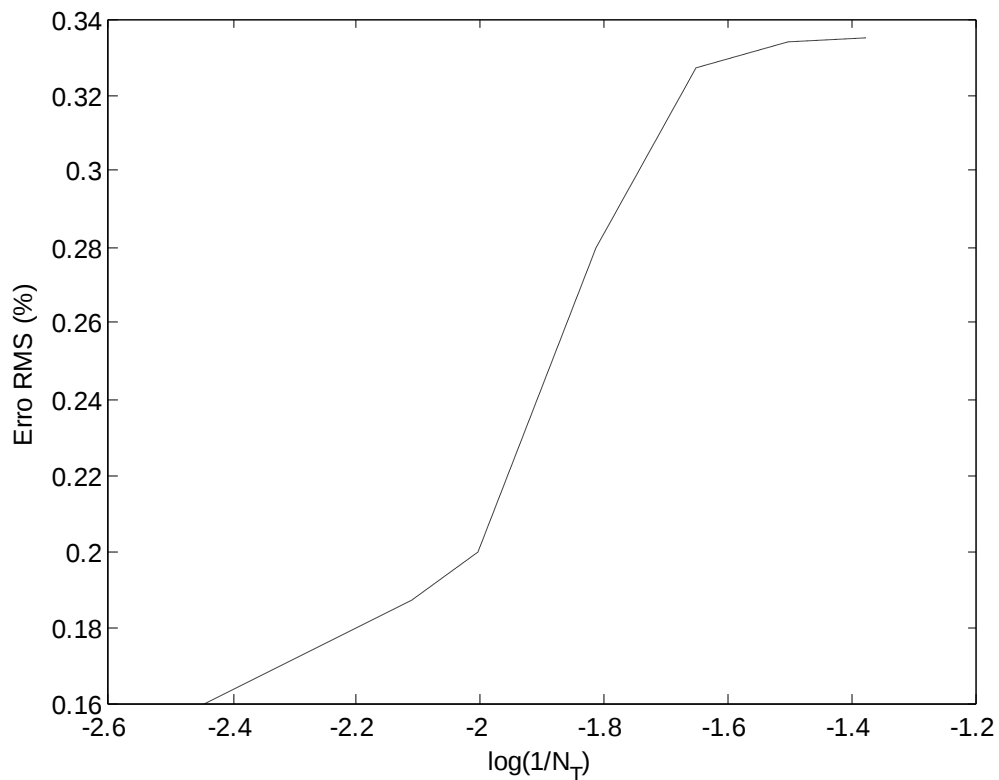


Figura 2-19 Erro RMS das distâncias entre a fonte e os refletores clássico e modelado em função de N_T . No caso, a distância é a medida ao longo do caminho óptico.

O erro RMS foi obtido através da comparação das distâncias entre a fonte localizada na origem (0) e as antenas refletoras clássica e modelada (raios emitidos pelo alimentador RCF). Neste caso, a distância é a medida ao longo do caminho óptico.

De acordo com a Figura 2-19, é possível verificar que quando se utiliza mais seções de elipses (N_T maior) no processo de síntese o erro RMS diminui em função da variável N_T , cujos valores utilizados estão descritos na Tabela 2-2. Portanto, para que seja garantida a convergência numérica de forma eficaz do procedimento de modelagem empregado neste trabalho é conveniente utilizar no processo mais seções elípticas, o que, também, pode ser comprovado através de todos os diagramas de radiação obtidos e apresentados na presente seção (Figuras 2-10, 2-12, 2-14, 2-16 e 2-18), ou seja, no presente estudo para $N_T = 101$ a superfície modelada tende ser aproximadamente a superfície parabólica ideal. Também, através da Figura 2-19 observa-se que considerando $N_T = 45$ (utilizando 45 seções de elipses) tem-se uma síntese de sucesso, como é possível verificar por meio da Figura 2-14.

2.6 Considerações Finais do Capítulo

A primeira etapa deste trabalho consistiu-se em investigar e compreender a técnica numérica de síntese de antenas refletoras descrita em [17]-[19]. Com o objetivo de avaliar a convergência numérica e a eficiência da técnica investigada, modelou-se a superfície de uma antena constituída por um único refletor sendo ele circularmente simétrico através da concatenação de seções elípticas [21].

De acordo com os princípios da GO, foi especificado um padrão de distribuição de potência sobre a abertura do refletor a ser modelado (região de campo próximo) assegurando a Lei da Conservação da Energia. A distribuição de potência sobre a abertura da antena a ser modelada foi especificada em conformidade com aquela produzida por uma antena refletora parabólica *front-fed* a fim de realizar o estudo da técnica numérica. Além disso, desenvolveu-se um algoritmo iterativo para o cálculo de

todas as direções dos raios que são emanados do alimentador modelo RCF com ângulos θ_{Fi} ($i = 1, 2, \dots, N_T$) por meio da Lei da Conservação da Energia.

Neste caso, comparando a superfície modelada com a parabólica em função do número de seções elípticas N_T utilizado, têm-se condições de investigar o comportamento numérico e avaliar o desempenho deste procedimento de síntese através de vários estudos de caso. Em cada estudo de caso foi alterado o valor da variável N_T . Logo, verificou-se que para $N_T = 101$ o erro RMS é menor comparando-se com $N_T = 24, 32, 45$ e 65 . Portanto, o melhor desempenho é obtido utilizando-se um número maior de elipses neste processo de síntese garantindo, desta forma, a convergência numérica e a eficiência da técnica de síntese investigada nesta etapa do presente trabalho.

Capítulo 3

3 MODELAGEM DO REFLETOR PRINCIPAL DA OADC

3.1 Introdução

O objetivo principal deste capítulo é apresentar o desenvolvimento das ferramentas teórica e matemática utilizadas para sintetizar o refletor principal (sendo mantido o sub-refletor clássico) de uma antena duplo-refletora para cobertura omnidirecional. Nesta etapa do trabalho, optou-se pela configuração OADC por se mostrar mais compacta geometricamente [22] e [24]. Neste capítulo, também são apresentados os resultados obtidos através do procedimento de síntese desenvolvido.

O processo de síntese do refletor principal da OADC tem início com a determinação do sub-refletor clássico de tal configuração. Para isso, devem-se determinar os parâmetros referentes à cônica geratriz que descreve o sub-refletor através do procedimento e notação semelhantes àqueles apresentados em [24], [32] e [33], sendo que as dimensões práticas de projeto (parâmetros geométricos de entrada) foram especificadas *a priori* de acordo com [24]. Este estudo é apresentado na Seção 3.2.

Na Seção 3.3 é apresentado o modelo de alimentador utilizado no processo de modelagem do refletor desta segunda etapa do trabalho, descrevendo as suas principais características e os parâmetros relativos ao modelo de alimentador adotado conforme [24], [32] e [34]. Além disso, também nesta seção, são mostradas as equações que representam os fasores dos campos elétrico e magnético para o modelo de alimentador utilizado [34].

É importante destacar que o ferramental desenvolvido na primeira etapa deste trabalho, apresentado no Capítulo 2, foi estendido para sintetizar o refletor principal (mantendo-se o sub-refletor clássico) da antena OADC. Nesta perspectiva, na Seção 3.4 são apresentados os conceitos e formulação matemática referentes à técnica de síntese que se baseia na concatenação de seções de elipses para produzir, conforme a GO, um determinado padrão de distribuição de potência na abertura cilíndrica da antena OADC assegurando a Lei da Conservação da Energia. Além disso, são descritas todas as etapas do algoritmo iterativo empregado para o cômputo de todas as direções dos raios que partem da fonte com ângulos θ_{Fi} utilizando a Lei da Conservação da Energia e o modelo de alimentador descrito na Seção 3.3, segundo a GO.

Na Seção 3.5 são apresentados os resultados obtidos através do ferramental desenvolvido e apresentado na seção anterior (Seção 3.4), bem como as discussões de tais resultados. Por fim, na Seção 3.6 são feitas as considerações finais do capítulo.

3.2 Estudo da configuração clássica OADC

A antena OADC pode ser empregada em aplicações envolvendo enlaces radioelétricos ponto-multiponto [32], [33] e [35]. A configuração clássica da antena OADC é composta por dois refletores que são circularmente simétricos, ambos em relação ao eixo z , sendo as geratrizes clássicas geradas por seções cônicas. Nesta configuração clássica omnidirecional, a superfície do sub-refletor é gerada por uma seção cônica (elipse ou hipérbole) que está conectada ao eixo de simetria (eixo z) no ponto Q , onde é definido o vértice do sub-refletor da OADC (observe a Figura 3-1).

Através da Figura 3-1 percebe-se que os dois focos da cônica que representa a geratriz do sub-refletor são localizados pelos pontos O e P , sendo O a origem do sistema de coordenadas (ou seja, coincide com o centro de fase do alimentador) e o ponto P é posicionado de maneira que coincida com o foco do refletor principal [23].

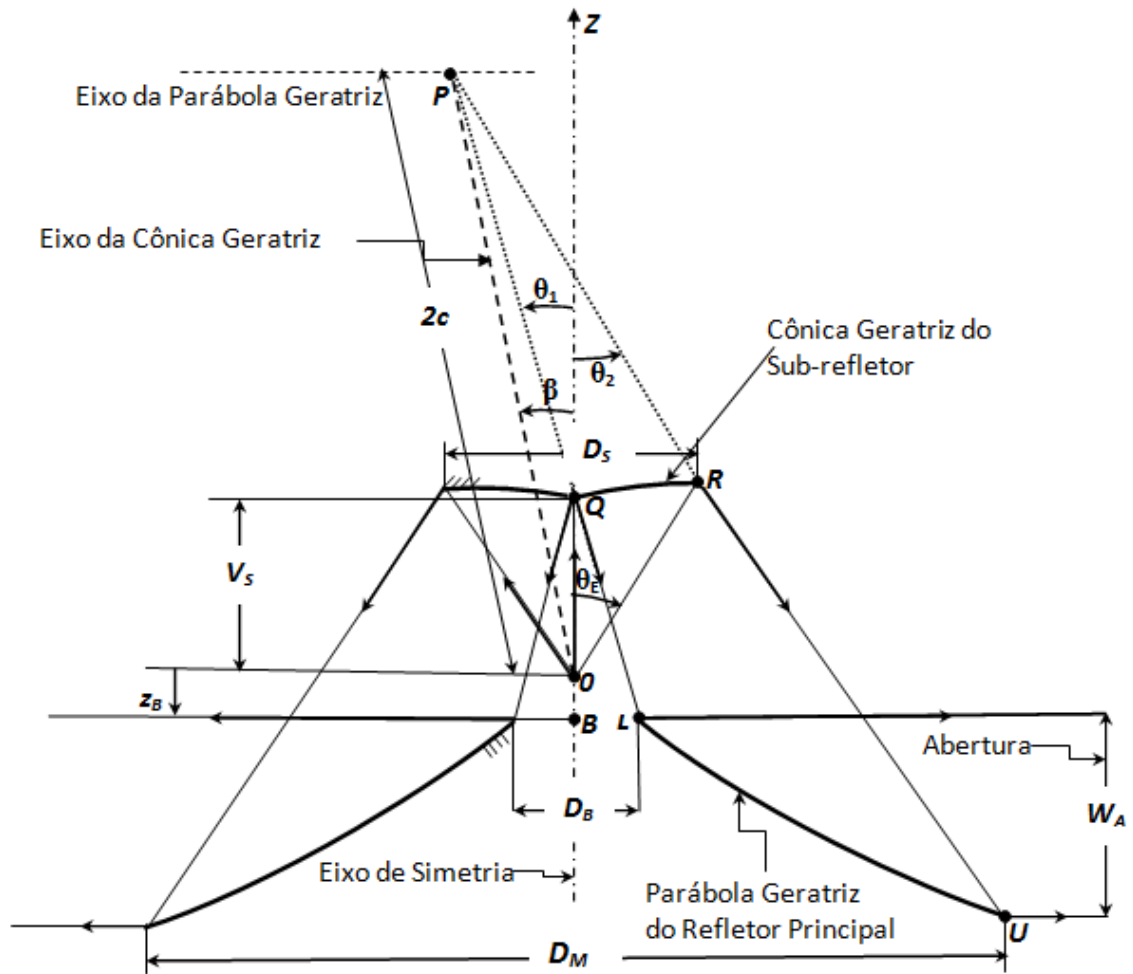


Figura 3-1 Parâmetros geométricos básicos da configuração clássica OADC.

O refletor principal clássico tem como cônica geratriz uma parábola que é localizada fora do eixo de simetria, disponibilizando espaço para o alimentador e facilitando o acesso ao foco O (observe a Figura 3-1). O foco desta parábola é o mesmo foco P da cônica que gera o sub-refletor.

De acordo com os princípios associados à GO, os raios que partem do foco que está situado na origem O sofrem a primeira reflexão no sub-refletor clássico e passam pelo outro foco do sub-refletor (ponto P). Desta maneira, esses raios são refletidos pelo refletor principal paralelos entre si, no caso deste refletor principal clássico ser gerado por uma parábola.

Seguindo os conceitos e a formulação matemática apresentada em [24], existem cinco parâmetros geométricos de entrada que são necessários e suficientes para definir a configuração clássica da antena OADC. São os seguintes: a largura (W_A)

da abertura cilíndrica da antena, o diâmetro (D_M) do refletor principal clássico, o diâmetro (D_B) da abertura central do refletor principal dando passagem ao alimentador, a distância (V_S) entre o foco principal O e o vértice do sub-refletor Q e a coordenada z_B referente a borda interna do refletor principal clássico.

Os parâmetros geométricos de entrada D_B , V_S e z_B são muito úteis para o acesso apropriado do alimentador situado no foco O (origem), bem como a sua posição relativa diante do sub-refletor. Os outros parâmetros (W_A e D_M) basicamente controlam as dimensões da antena OADC e as suas características de radiação (conjuntamente com o alimentador) [24].

Para simplificar o processo de obtenção dos parâmetros necessários que definem a cônica do sub-refletor, dois ângulos auxiliares são adotados: θ_1 e θ_2 , conforme ilustrados na Figura 3-1. O ângulo θ_1 está relacionado com o caminho óptico do raio principal que parte do alimentador ao longo do eixo de simetria. De acordo com a Figura 3-1, os ângulos que tenham a sua orientação no sentido horário são positivos e aqueles que tiverem no sentido anti-horário são negativos. A formulação matemática aqui apresentada para se obter os parâmetros necessários que definem de maneira única a antena é baseada em [24].

Fazendo-se referência a Figura 3-1, através do triângulo OQL (ΔOQL) tem-se que:

$$\tan \theta_1 = \frac{-D_B}{2(V_S - z_B)}, \quad (3-1)$$

e, conseqüentemente, obtêm-se o valor de θ_1 .

Para se obter o outro ângulo auxiliar θ_2 (veja a Figura 3-1), a partir da equação da parábola geratriz que descreve o refletor principal pode-se provar, conforme [24] e [32], que:

$$\frac{D_M - D_B}{2 W_A} = \frac{1 - \tan(\theta_1/2) \tan(\theta_2/2)}{[1 + \tan(\theta_1/2)][1 + \tan(\theta_2/2)]}, \quad (3-2)$$

onde D_M é o diâmetro do refletor principal clássico, W_A é a largura da abertura cilíndrica da antena OADC e o ângulo auxiliar θ_1 é dado por (3-1).

Determinados os ângulos auxiliares (θ_1 e θ_2) através de (3-1) e (3-1), pode-se obter a distância focal da parábola que descreve o refletor principal clássico da seguinte maneira conforme [24]:

$$F = \frac{W_A [1 + \tan(\theta_1/2)] [1 + \tan(\theta_2/2)]}{4 [\tan(\theta_1/2) - \tan(\theta_2/2)]}. \quad (3-3)$$

Os próximos parâmetros da cônica do sub-refletor a serem determinados são a distância interfocal ($2c$) e o ângulo (β) entre o eixo de simetria do sistema refletor e o eixo da cônica geratriz do sub-refletor (observe a Figura 3-1). Aplicando a lei dos senos aos triângulos OPQ (ΔOPQ) e OPU (ΔOPU) obtêm-se, respectivamente [24] e [32]:

$$2c \sin(\beta - \theta_1) = -V_S \sin \theta_1 \quad (3-4)$$

$$2c \sin(\beta - \theta_2) = (W_A - z_B) \sin \theta_2 + (D_M/2) \cos \theta_2. \quad (3-5)$$

De (3-4) e (3-5) pode-se obter:

$$2c \sin \beta = \left[\frac{D_M + 2(V_S + W_A - z_B) \tan \theta_2}{2(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)} \right] \tan \theta_1 \quad (3-6)$$

$$2c \cos \beta = \frac{D_M + 2V_S \tan(\theta_1) + 2(W_A - z_B) \tan \theta_2}{2(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)} \quad (3-7)$$

e, conseqüentemente, os valores de $2c$ e β . Desta forma, com os valores da distância interfocal $2c$ e do ângulo β , o outro foco P é localizado pelo seguinte vetor:

$$\vec{P} = 2c(\sin\beta \hat{x} + \cos\beta \hat{z}), \quad (3-8)$$

e as coordenadas que localizam o ponto P são:

$$x_P = 2c \sin\beta \quad (3-9)$$

e

$$z_P = 2c \cos\beta. \quad (3-10)$$

Finalmente, a excentricidade (e) da seção cônica que gera o sub-refletor da OADC é definida com o auxílio da equação da cônica. Por exemplo, tomando a trajetória do raio principal que parte do alimentador situado na origem tem-se que:

$$\frac{2c}{e} = V_S - \frac{2c \sin\beta}{\sin\theta_1}. \quad (3-11)$$

Através da formulação aqui apresentada de (3-1) a (3-11), os parâmetros que descrevem a superfície do sub-refletor estão determinados. Entretanto, outros dois parâmetros que são muito úteis precisam ser determinados: o ângulo de borda (θ_E) do sub-refletor e o diâmetro (D_S) do sub-refletor clássico. Ambos são obtidos pela aplicação da lei dos senos considerando o triângulo POR (ΔOPR) na Figura 3-1:

$$\frac{2c}{\sin(\theta_E - \theta_2)} = \frac{|D_S / \sin\theta_E|}{2 \sin(\beta - \theta_2)}. \quad (3-12)$$

Fazendo-se as devidas manipulações matemáticas em (3-12), tem-se que:

$$\frac{2c}{\sin(\theta_E - \theta_2)} = \frac{(4c/e) - |D_S/\sin \theta_E|}{2\sin(\beta - \theta_E)}, \quad (3-13)$$

Através de (3-4) e (3-11) e dos ângulos auxiliares dados por (3-1) e (3-2) pode-se obter os parâmetros θ_E e D_S :

$$\tan\left(\frac{\theta_E}{2}\right) = \frac{\tan(\theta_2/2) - \tan(\theta_1/2)}{1 - [2\cot(\beta) + \tan(\theta_2/2)]\tan(\theta_1/2)}. \quad (3-14)$$

$$D_S = \frac{4c|\sin \theta_E|\sin(\beta - \theta_2)}{\sin(\theta_E - \theta_2)}. \quad (3-15)$$

Conjuntamente com os parâmetros geométricos de entrada (W_A , D_M , D_B , V_S e z_B) e com o ângulo de borda do sub-refletor θ_E dado por (3-14), o parâmetro D_S obtido através de (3-15) é de suma importância para as configurações omnidirecionais compactas [24]. Além disso, o ângulo (θ_E) está intimamente relacionado com a eficiência de iluminação da abertura do refletor principal.

3.2.1 Estudo paramétrico da configuração clássica OADC

O objetivo desta sub-seção é ilustrar a formulação matemática, apresentada na Seção 3.2, para a obtenção dos parâmetros da cônica que gera a superfície do sub-refletor clássico. Sejam os parâmetros geométricos de entrada, ou seja, as dimensões práticas de projeto cujos valores estão definidos em [24] e ilustradas na Figura 3-2: a largura da abertura cilíndrica $W_A = 10 \lambda$, o diâmetro do refletor principal clássico $D_M = 34,6 \lambda$, a distância entre a origem e o vértice $V_S = 4,69 \lambda$ e a coordenada z da borda interna do refletor principal $z_B = 0 \lambda$. Também foi fixado o valor do diâmetro central $D_B = 2 \lambda$, já que configurações compactas devem possuir o mínimo D_B possível.

Substituindo os valores correspondentes às dimensões de projeto em (3-1) e (3-2) obtêm-se os valores referentes aos ângulos auxiliares θ_1 e θ_2 :

$$\theta_1 = -12,03^\circ \quad (3-16)$$

$$\theta_2 = -37,35^\circ. \quad (3-17)$$

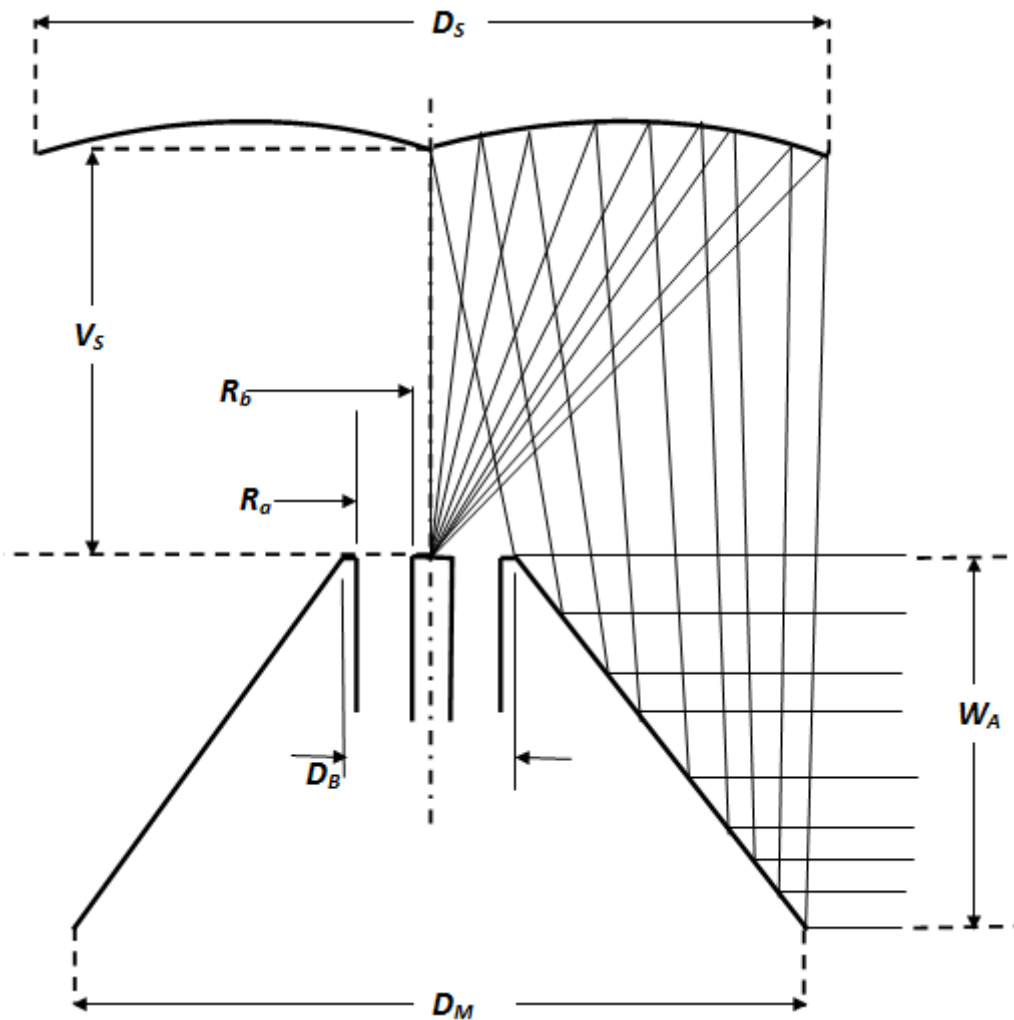


Figura 3-2 Representação dos parâmetros geométricos de entrada da configuração clássica OADC.

Em seguida, determina-se o foco (F) da parábola do refletor principal clássico através da equação (3-3) e através dos resultados obtidos em (3-16) e (3-17). Desta maneira, tem-se:

$$F = 6,34\lambda. \quad (3-18)$$

Utilizando os valores que correspondem aos parâmetros geométricos de entrada definidos em [24] e os substituindo nas equações (3-4) e (3-5). Fazendo-se as devidas manipulações matemáticas em (3-6) e (3-7), encontram-se os valores da distância interfocal $2c$ e do ângulo de inclinação do eixo do sub-refletor β , respectivamente:

$$2c = 15,84\lambda \quad (3-19)$$

$$\beta = -8,5^\circ. \quad (3-20)$$

O próximo passo é determinar a localização do foco P que é dado pelo vetor através de (3-8) e pelos resultados obtidos em (3-19) e (3-20):

$$\vec{P} = -2,33\lambda \hat{x} + 15,66\lambda \hat{z}, \quad (3-21)$$

conseqüentemente, os valores das coordenadas do resultado obtido em (3-21) são:

$$x_P = -2,33\lambda \quad (3-22)$$

$$z_P = 15,66\lambda. \quad (3-23)$$

É importante enfatizar que o valor positivo de F encontrado em (3-18) indica que o foco P da cônica do sub-refletor da OADC comum às causticas geratrizes encontra-se acima do sub-refletor. Neste caso, o sub-refletor é gerado por uma

hipérbole. Além disso, extraindo o módulo do vetor $\vec{P}$, encontra-se a distância interfocal $2c$, valor este que deve ser igual ao resultado obtido em (3-19):

$$2c = |\vec{P}| = 15,84 \lambda. \quad (3-24)$$

Através dos resultados anteriores é possível obter a excentricidade e da hipérbole do sub-refletor clássico aplicando a equação (3-11), lembrando que para a hipérbole tem-se que $e > 1$:

$$e = 2,4239. \quad (3-25)$$

Por fim, o ângulo de borda do sub-refletor θ_E é obtido através dos resultados (3-16), (3-17) e (3-20) e da equação (3-14):

$$\theta_E = 55,1^\circ \quad (3-26)$$

Além disso, o diâmetro do sub-refletor é obtido pelos resultados de (3-17), (3-20) e (3-25) e da equação (3-15):

$$D_S = 12,6 \lambda. \quad (3-27)$$

Portanto, através dos parâmetros geométricos de entrada definidos anteriormente conforme [24] e dos resultados obtidos e apresentados através de (3-16) a (3-27) define-se de maneira única a configuração clássica OADC. Desta forma, os parâmetros da hipérbole que gera o sub-refletor da OADC já estão determinados e o processo de síntese óptica do refletor principal pode ser iniciado, já que o primeiro passo da síntese é determinar tais parâmetros. O procedimento da síntese é apresentado na próxima seção. Os principais parâmetros geométricos referentes a configuração clássica OADC estão listados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 Parâmetros geométricos

Parâmetros	Valores
W_A	10λ
D_M	$34,6\lambda$
D_B	2λ
V_S	$4,69\lambda$
z_B	0
F	$6,34\lambda$
$2c$	$15,84\lambda$
β	$-8,5^\circ$
e	2,4239
θ_E	$55,1^\circ$
D_S	$12,6\lambda$

3.3 Modelo de Alimentador

Nas aplicações onde existe a necessidade de se utilizar antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional, as cornetas coaxiais são muito empregadas para representar o modelo de alimentador destas antenas. O uso de tais cornetas como alimentadores permite uma análise eletromagnética das antenas omnidirecionais mais precisa e eficiente [24]. Nesta perspectiva, no procedimento de síntese óptica do refletor principal da OADC desta etapa, o alimentador é representado por uma corneta coaxial excitada pelo seu modo fundamental TEM [34].

Neste caso, o alimentador é representado por um diagrama de radiação circularmente simétrico (veja a Figura 3-4) correspondendo à radiação oferecida por uma abertura coaxial [32] e [35]. Os fasores que representam os campos elétrico e magnético para o modelo de alimentador aqui proposto são dados por:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F) = \left[F(\theta_F) \hat{\theta}_F + P(\theta_F) \hat{\phi}_F \right] \frac{e^{-jkr_F}}{r_F} \quad (3-28)$$

$$\vec{H}_F(\vec{r}_F) \approx \left[\frac{\hat{r}_F \times \vec{E}_F(\vec{r}_F)}{\eta} \right], \quad (3-29)$$

onde r_F , θ_F e ϕ_F são as coordenadas esféricas usuais da corneta coaxial (alimentador), η é a impedância intrínseca do meio atmosférico e as funções $F(\theta_F)$ e $P(\theta_F)$ representam a radiação oferecida pela corneta coaxial.

Desta maneira, assumindo o modo TEM na abertura coaxial e aplicando o princípio da equivalência, pode-se mostrar que um modelo adequado para simular o diagrama de radiação da corneta coaxial é dado pelas seguintes funções [34]:

$$F(\theta_F) = \left[\frac{J_0(kR_b \sin \theta_F) - J_0(kR_a \sin \theta_F)}{\sin \theta_F} \right]^2 \quad (3-30)$$

$$P(\theta_F) = 0. \quad (3-31)$$

Em (3-30) $J_0(x)$ é a função de Bessel de ordem 0, $k = 2\pi/\lambda$ é a constante de propagação, R_b e R_a são os raios interno e externo da abertura coaxial, conforme ilustrados na Figura 3-4 e θ_F é o ângulo referente ao alimentador. Substituindo as funções $F(\theta_F)$ e $P(\theta_F)$ dadas por (3-30) e (3-31) em (3-28), obtêm-se a componente θ_F do campo elétrico. Sendo assim, $F(\theta_F)$ é o modelo adequado para simular o diagrama de radiação da corneta coaxial, assumindo o seu modo TEM na abertura, conforme [34].

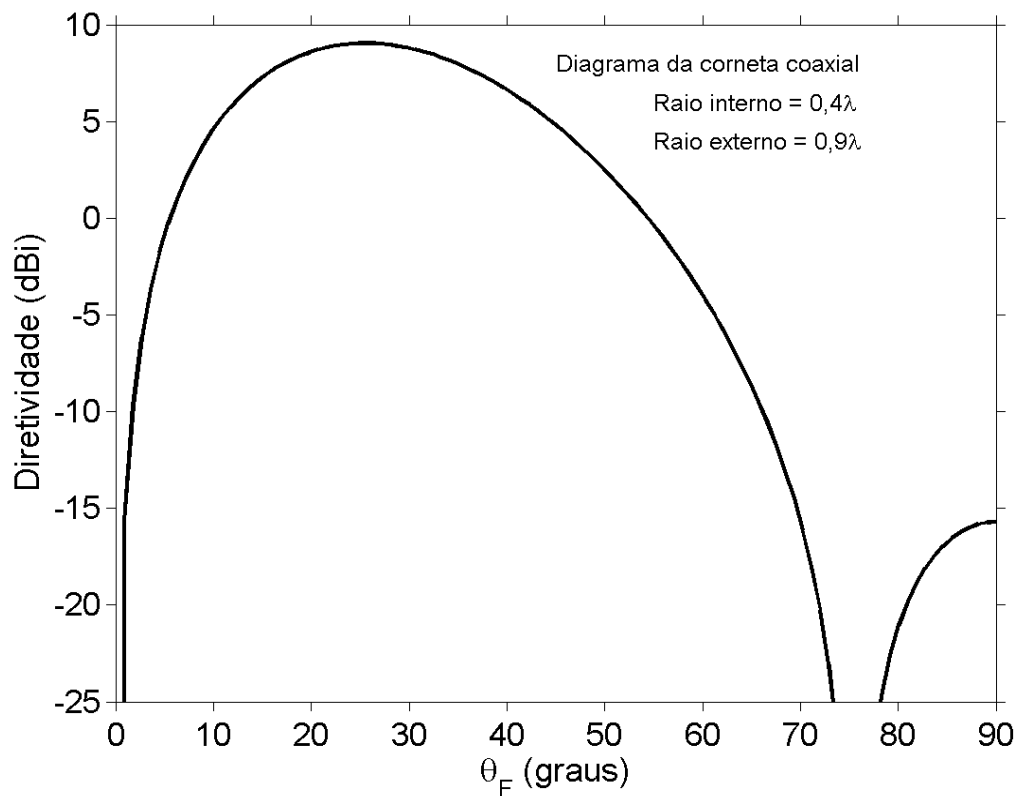


Figura 3-3 Diagrama de radiação da corneta coaxial obtido pelo MoM.

A Figura 3-3 representa o diagrama de radiação da corneta coaxial obtido através do Método dos Momentos (*Method of Moments* - MoM), no qual está apresentado com detalhes em [36] considerando-se a função $F(\theta_F)$ dada por (3-30). Para o diagrama de radiação da Figura 3-3 foram adotados $R_a = 0,9 \lambda$ e $R_b = 0,4 \lambda$.

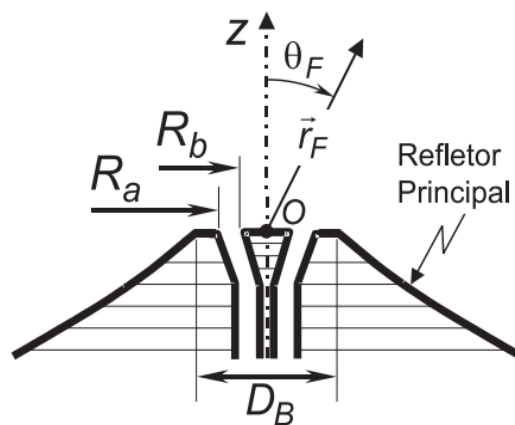


Figura 3-4 Definição dos parâmetros da corneta coaxial.

3.4 O Processo de Síntese Óptica do Refletor Principal

Nesta segunda etapa do presente trabalho, o objetivo principal é aplicar a técnica numérica de síntese desenvolvida e proposta por Oliner (2006), que está descrita em [17]-[19], a configurações de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional. Para tal, optou-se em sintetizar a superfície do refletor principal sendo mantido o sub-refletor clássico de uma antena OADC, para produzir, segundo a GO, um determinado padrão de distribuição de potência na abertura de tal antena (região de campo próximo) assegurando a Lei da Conservação da Energia. É importante enfatizar que o procedimento de síntese desenvolvido na primeira etapa deste trabalho e apresentado na Seção 2.4 foi adaptado para a configuração OADC. Deste modo, nesta seção é apresentado o desenvolvimento das ferramentas teórica e matemática do processo de síntese desta etapa do presente trabalho.

A síntese óptica do refletor principal é feita a partir da configuração OADC clássica, como àquela que foi apresentada na Seção 3.2, com os parâmetros que definem as cônicas que representam as geratrizes dos refletores (principal e sub-refletor) clássicos. Esta parametrização está sumarizada na Tabela 3-1 conforme a definição proposta em [24]. A idéia básica deste procedimento de síntese é obter a curva geratriz que descreve o refletor principal da antena OADC através de seções cônicas concatenadas consecutivamente entre si (observe a Figura 3-5). Conseqüentemente, o refletor principal clássico é substituído pela superfície do refletor modelado sendo mantido o sub-refletor clássico.

O procedimento de síntese óptica do refletor principal tem início com a determinação dos parâmetros que definem de maneira única a cônica que descreve a geratriz do sub-refletor clássico da antena OADC. Neste caso, a cônica é uma hipérbole com um de seus focos (ponto P) situado acima do sub-refletor [24]. Os parâmetros referentes a hipérbole já foram obtidos na Seção 3.2 e os seus valores correspondentes estão listados na Tabela 3-1. Através da Figura 3-6 pode-se observar os parâmetros são os seguintes: o diâmetro (D_s) do sub-refletor, a excentricidade (e), a distância

interfocal ($2c$), o ângulo (θ_E) de borda do sub-refletor, a distância (V_S) e o ângulo (β) de inclinação do eixo da hipérbole. Tais parâmetros são alguns dos dados de entrada do algoritmo de síntese.

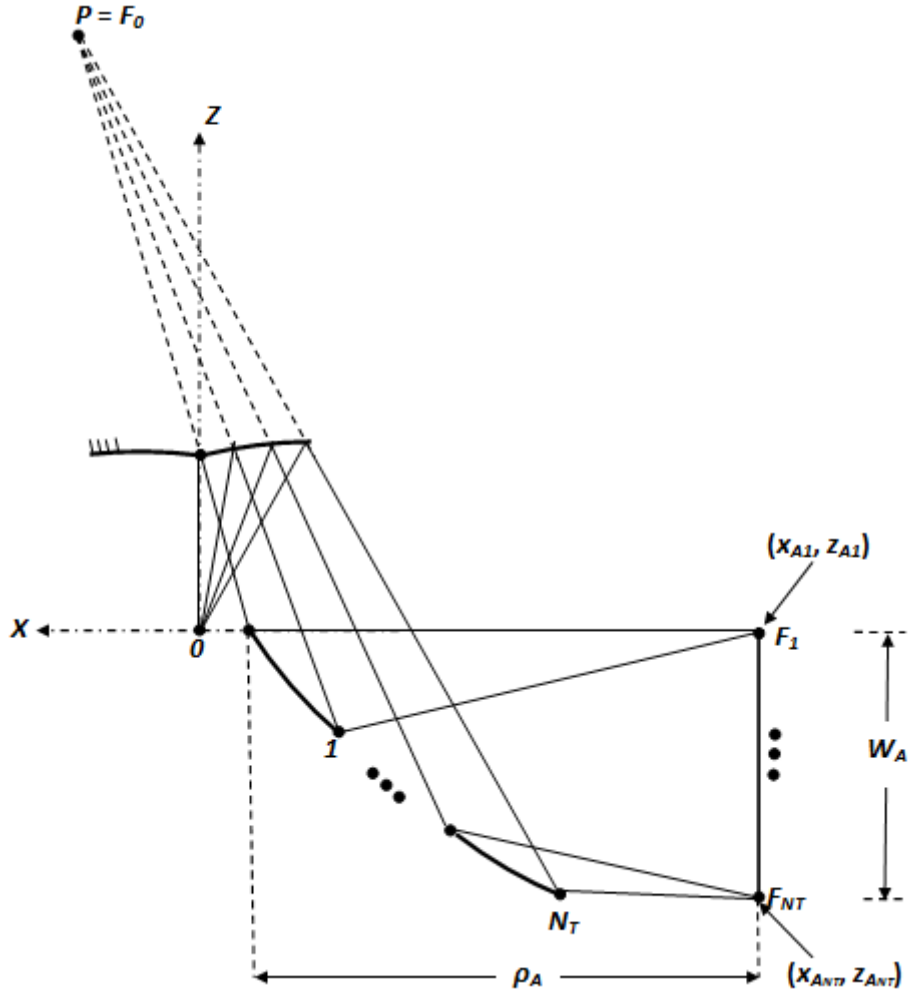


Figura 3-5 Concatenação de seções cônicas para a representação da geratriz do refletor principal da antena OADC e discretização da abertura cilíndrica.

Nesta segunda etapa, o processo de concatenação consecutiva também baseia-se em seções de elipses e, conseqüentemente, conforme a Figura 3-5, a síntese do refletor principal é feita na região de campo próximo (abertura cilíndrica da antena OADC). Considerou-se que os dois focos da elipse i são F_0 (localizado no ponto P e

sempre comum a todas as elipses) e F_i (sempre localizado no plano da abertura cilíndrica da antena OADC), com $i = 1, 2, \dots, N_T$.

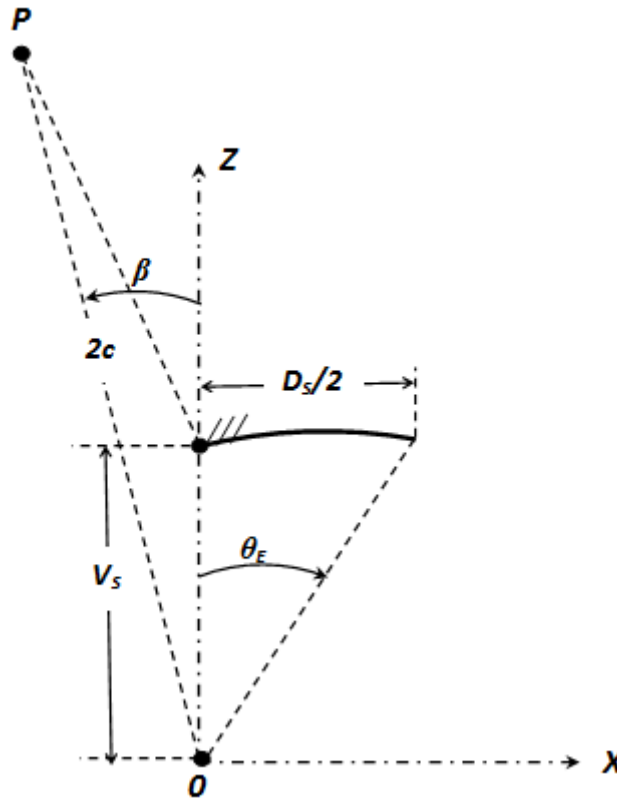


Figura 3-6 Parâmetros que definem a hipérbole.

Conforme os princípios associados a GO, o sub-refletor hiperbólico clássico é iluminado por um alimentador, que nesta etapa é representado por uma corneta coaxial (veja na Seção 3.3) com centro de fase localizado na origem (O , um dos focos da hipérbole) com diagrama de radiação $G_F(\theta_F)$ do tipo circularmente simétrico (observe a Figura 3-3), onde θ_F é o ângulo referente ao raio que é emitido pela corneta coaxial.

Ainda sob os princípios da GO, todos os raios que são emitidos pelo alimentador sofrem a primeira reflexão no sub-refletor clássico da antena OADC e passam pelo outro foco da hipérbole (ponto P), que é o foco F_0 comum a todas as N_T elipses que irão representar a geratriz do refletor principal modelado. Desta forma,

estes raios são refletidos pela elipse i atingindo o seu outro foco F_i correspondentes. Os focos F_0 e F_i estão ilustrados na Figura 3-5.

A próxima etapa deste procedimento de síntese é discretizar a abertura cilíndrica da antena OADC em N_T pontos (no semi-plano ϕ). Estes pontos correspondem a todos os focos F_i referentes as N_T elipses a serem concatenadas consecutivamente entre si (veja a Figura 3-5). Para discretizar a abertura de tal configuração omnidirecional, deve-se determinar as coordenadas (x_{Ai}, z_{Ai}) que definem os N_T pontos sobre a abertura. Observando a Figura 3-5, as coordenadas x_{Ai} e z_{Ai} são obtidas, respectivamente:

$$x_{Ai} = \rho_A \quad (3-32)$$

e

$$z_{Ai} = i * \left(\frac{-W_A}{N_T} \right), \quad (3-33)$$

onde $i = 1, 2, \dots, N_T$ e ρ_A é uma constante e define o raio cilíndrico da abertura, sendo um dos dados de entrada do algoritmo de síntese. Em (3-33) W_A refere-se à largura da abertura cilíndrica da antena modelada e depende estritamente do padrão de distribuição de potência a ser especificado sobre os focos F_i , com $i = 1, 2, \dots, N_T$ (observe adiante na Seção 3.5 a definição da potência distribuída sobre os focos F_i). Utiliza-se (3-33) considerando-se $i = 2, 3, \dots, N_T$ já que o primeiro ponto sobre a abertura está definido. Logo, todos os pontos obtidos através de (3-33) são equidistantes entre si. Através de (2-32) e (3-33) pode-se considerar a abertura e definida pelos N_T pontos discretos que são representados pelas coordenadas x_{Ai} e z_{Ai} dos focos F_i .

Pela Lei da Conservação da Energia, princípio associado a GO, é possível determinar todas as direções dos raios que são emitidos pela corneta coaxial (ponto O) com ângulos θ_{Fi} ($i = 1, 2, \dots, N_T$). A Lei da Conservação da Energia impõe que toda potência que parte da fonte entre os ângulos θ_{Fi-1} e θ_{Fi} , mostrados na Figura 3-8, deve

ser igual à potência que chega ao foco F_i referente a i -ésima elipse [21] localizado pelas coordenadas de (3-32) e (3-33), ou seja:

$$\int_{\theta_{F_{i-1}}}^{\theta_{F_i}} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F = N P_{A_i} , \quad (3-34)$$

onde $G_F(\theta_F)$ é a densidade de potência radiada pela corneta coaxial que é dada por:

$$G_F(\theta_F) = \frac{|\vec{E}_F(\theta_F)|^2}{2\eta} , \quad (3-35)$$

sendo $\vec{E}_F(\vec{r}_F)$ o fasor do campo elétrico da corneta coaxial que é obtido através de (3-28). Na Lei da Conservação da Energia expressa em (3-34), P_{A_i} (com $i = 1, 2, \dots, N_T$) é a potência que chega a F_i e N é o fator de normalização que assegura (3-34) e é dado por:

$$N = \left(\sum_{i=1}^{N_T} P_{A_i} \right)^{-1} \int_0^{\theta_E} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F , \quad (3-36)$$

com θ_E sendo o ângulo de borda do sub-refletor clássico da antena OADC e o seu respectivo valor está definido na Tabela 3-1.

Contudo, através de (3-34), (3-35), (3-36) e da corneta coaxial descrita na Seção 3.3 é possível determinar todos os ângulos θ_{F_i} desenvolvendo um algoritmo com N_T iterações. No entanto, para iniciar o algoritmo iterativo com $i = 0$ sendo $\theta_{F_0} = 0^\circ$, é preciso especificar o padrão de distribuição de potência sobre a abertura cilíndrica da antena OADC, segundo a GO [17] assegurando a Lei da Conservação da Energia (veja adiante na Seção 3.5). O padrão de distribuição de potência (P_{A_i}) sobre os focos F_i é especificado como um dado de entrada.

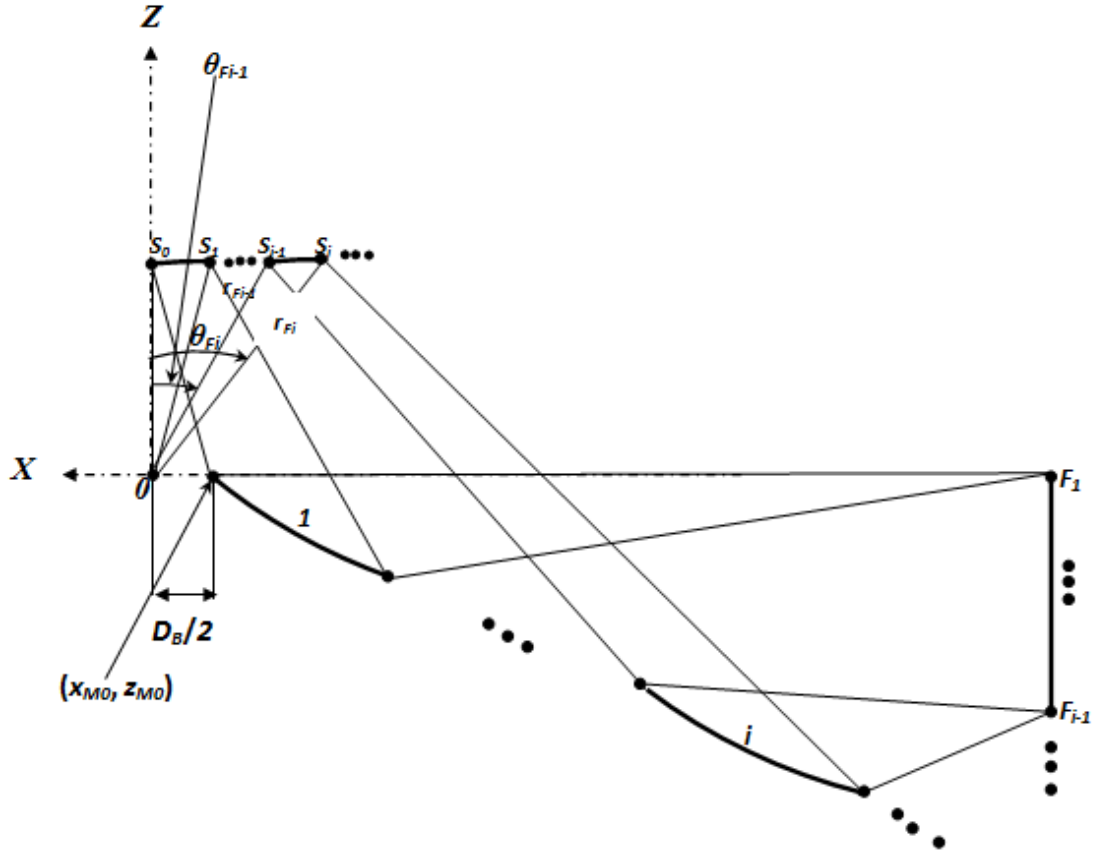


Figura 3-7 Representação da emissão dos raios emitidos pela corneta coaxial, segundo a GO.

Através das definições matemáticas aqui propostas podem-se obter os ângulos θ_{Fi} com $i = 1, 2, \dots, N_T$. Porém, deve-se enfatizar que conhecidos θ_{Fi-1} , $G_F(\theta_F)$ e P_{Ai} , o limite de integração θ_{Fi} da Lei da Conservação da Energia de (3-24) tem que ser obtido por um algoritmo numérico considerando-se que para o primeiro raio $i = 0$ e $\theta_{F0} = 0^\circ$. Com o cômputo de θ_{Fi} tem-se o ponto (S_i) correspondente no sub-refletor clássico, como se pode observar na Figura 3-8. Os raios que incidem no sub-refletor (veja a Figura 3-8) são obtidos através de:

$$r_{Fi} = \frac{c(e - 1/e)}{e \cos(\beta - \theta_{Fi}) + 1}, \quad (3-37)$$

onde c , e e β são os parâmetros que definem o sub-refletor hiperbólico e são dados de acordo com a Tabela 3-1. Logo, com (3-37) e por meio de definições trigonométricas obtêm-se as coordenadas que definem o sub-refletor clássico. São as seguintes:

$$x_{S_i} = r_{F_i} \text{sen } \theta_{F_i} \quad (3-38)$$

$$z_{S_i} = r_{F_i} \cos \theta_{F_i} , \quad (3-39)$$

Com r_{F_i} obtido pela equação (3-39) e θ_{F_i} é dado pela Lei da Conservação da Energia (3-34) e são calculados pelo processo iterativo aqui descrito, lembrando que para o primeiro raio ($i = 0$):

$$x_{S_0} = 0 \quad (3-40)$$

e

$$z_{S_0} = V_S = r_{F_0} (\theta_{F_0} = 0^\circ) = \frac{c(e - 1/e)}{e \cos \beta + 1}. \quad (3-41)$$

Antes de iniciar o processo de concatenação das seções elípticas, deve-se definir o primeiro ponto do refletor principal sintetizado. Pela Figura 3-7 é possível definir o primeiro ponto do refletor principal com as seguintes coordenadas:

$$x_{M_0} = \frac{D_B}{2} \quad (3-42)$$

e

$$z_{M_0} = 0, \quad (3-43)$$

com D_B sendo o diâmetro central do refletor principal dando passagem à abertura coaxial e o seu valor está na Tabela 3-1.

Com o objetivo de especificar as seções de elipses que irão representar a geratriz do refletor principal modelado, é necessário determinar os seus parâmetros

geométricos. Para lidar com as N_T elipses do refletor principal, é necessário definir um sistema de coordenadas auxiliar com origem em P , conforme está ilustrado na Figura 3-9:

$$X = X' + X_P \quad (3-44)$$

e

$$Z = Z' + Z_P, \quad (3-45)$$

onde x_P e z_P são as coordenadas que definem o ponto P e dadas por (3-9) e (3-10), respectivamente.

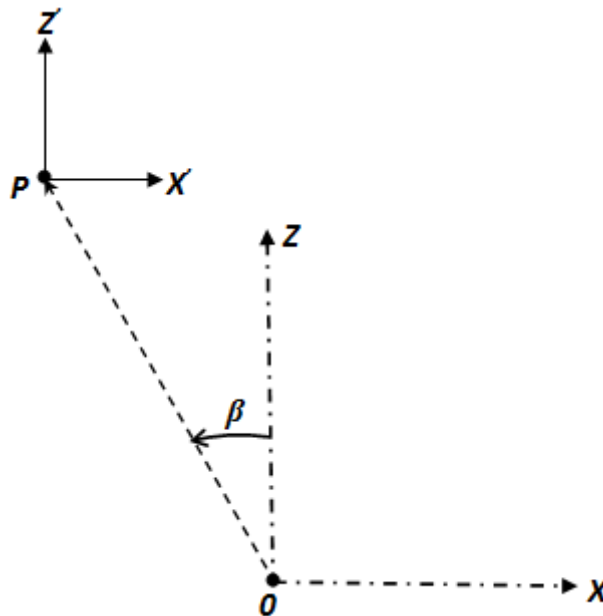


Figura 3-8 Representação do sistema de coordenadas auxiliar (x' , z').

Da equação das cônicas, também, pode-se obter todas as direções com ângulos θ_{pi} ($i = 1, 2, \dots, N_T$) dos raios refletidos (observe a Figura 3-10):

$$\tan\left(\frac{\theta_{F_i} - \beta}{2}\right) = \left(\frac{e+1}{e-1}\right) \cot\left(\frac{\theta_{P_i} - \beta}{2}\right). \quad (3-46)$$

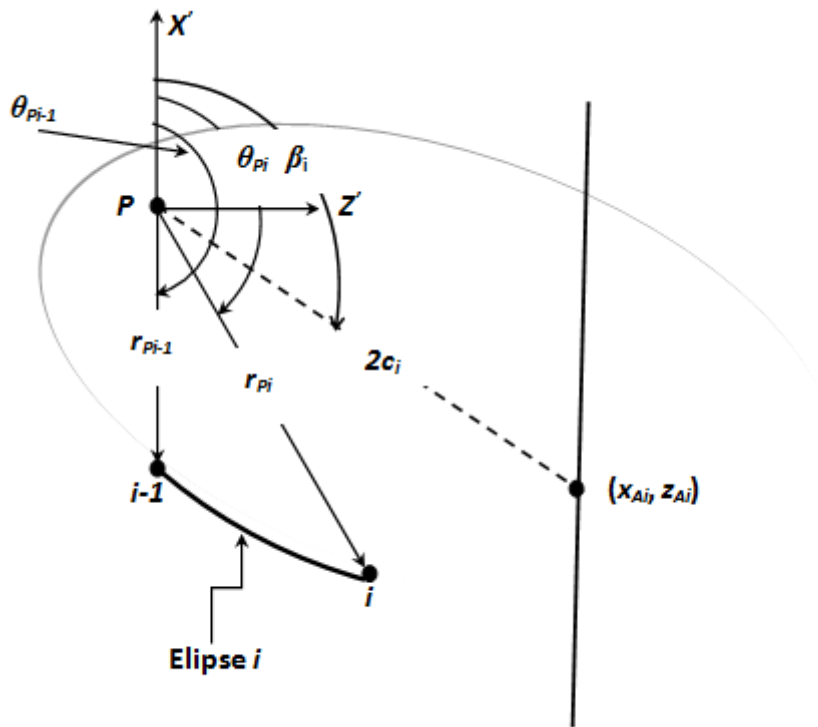


Figura 3-9 Parâmetros das seções elípticas.

Em (3-46) os parâmetros β e e já foram obtidos anteriormente (Seção 3.2). Para obter o ponto correspondente na superfície do refletor principal (M), utiliza-se a equação da elipse i no sistema de coordenadas auxiliar definido através de (3-44) e (3-45). Lembrando que o foco comum a todas as N_T elipses está em P e o outro (F_i) em um determinado ponto sobre a abertura. A distância interfocal ($2c_i$) da elipse i pode ser obtida através do sistema de coordenadas principal (sub-refletor hiperbólico) e das coordenadas que definem os pontos sobre a abertura, ou seja:

$$2c_i = \sqrt{(x_P - x_{A_i})^2 + (z_P - z_{A_i})^2}, \quad (3-47)$$

onde x_P e z_P referem-se ao sistema de coordenadas principal e são obtidos através de (3-9) e (3-10), respectivamente, e x_{A_i} e z_{A_i} correspondem as coordenadas dos N_T pontos discretos na abertura e são dados por (3-22) e (3-23). Logo, podem-se obter os ângulos β_i (com $i = 1, 2, \dots, N_T$), conforme ilustrado na Figura 3-9, através de:

$$\tan \beta_i = \frac{(x_P - x_{A_i})}{(z_P - z_{A_i})}. \quad (3-48)$$

Para obter a excentricidade ε_i da i -ésima elipse, observe da Figura 3-9 que duas elipses consecutivas ($i-1$ e i) compartilham um mesmo ponto. Da equação polar de uma elipse:

$$r_{P_{i-1}} = \frac{c_i \left(\varepsilon_i - \frac{1}{\varepsilon_i} \right)}{\varepsilon_i \cos(\beta_i - \theta_{P_{i-1}}) - 1}, \quad (3-49)$$

Onde c_i é obtido através da distância interfocal expressa em (3-47), β_i é obtido de (3-48), $\theta_{P_{i-1}}$ é dado por (3-46) e $r_{P_{i-1}}$ é conhecido do passo anterior. Para o primeiro raio ($i = 0$):

$$r_{P_0} = \sqrt{(x_P - x_{M_0})^2 + (z_P - z_{M_0})^2}. \quad (3-50)$$

Manipulando a equação (3-49) para determinar as excentricidades ε_i , tem-se que:

$$\varepsilon_i^2 [r_{P_{i-1}} \cos(\beta_i - \theta_{P_{i-1}}) - c_i] - r_{P_{i-1}} \varepsilon_i + c_i = 0, \quad (3-51)$$

onde a raiz procurada para ε_i é aquela tal que

$$0 < \varepsilon_i < 1. \quad (3-52)$$

Uma vez calculado ε_i , c_i , β_i e θ_{P_i} , encontra-se r_{P_i} :

$$r_{P_i} = \frac{c_i \left(\varepsilon_i - \frac{1}{\varepsilon_i} \right)}{\varepsilon_i \cos(\beta_i - \theta_{P_i}) - 1}. \quad (3-53)$$

O processo de concatenação consecutiva das elipses é repetido até o último foco (F_{NT}). Com as elipses determinadas, é possível obter as coordenadas do refletor principal modelado. São dadas por:

$$x_{M_i} = x'_{M_i} + x_P \quad (3-54)$$

e

$$z_{M_i} = z'_{M_i} + z_P, \quad (3-55)$$

onde

$$x'_{M_i} = r_{P_i} \sin \theta_{P_i} \quad (3-56)$$

e

$$z'_{M_i} = r_{P_i} \cos \theta_{P_i}. \quad (3-57)$$

Com as coordenadas que definem o refletor principal modelado obtidas, o procedimento teórico e analítico para a síntese óptica do refletor principal da antena OADC está formulado. Através da implementação computacional da formulação matemática foram obtidos os resultados que são apresentados na próxima seção.

3.5 Resultados e Discussões

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pelo presente estudo utilizando o procedimento de síntese óptica descrito na seção anterior e considerando o modelo de alimentador definido na Seção 3.3. Nesta etapa, optou-se em sintetizar o refletor principal mantendo o sub-refletor clássico de uma antena OADC, obtendo-se um determinado padrão de distribuição de potência especificado sobre a abertura cilíndrica de tal antena (região de campo próximo), segundo os princípios da GO, assegurando a Lei da Conservação da Energia (3-34)

A síntese óptica do refletor principal partiu de uma configuração clássica e as suas dimensões foram fornecidas em conformidade com [24]. Os seus valores estão listados na Tabela 3-1. Com estas dimensões de projeto foram obtidos os parâmetros que definem as cônicas que representam as geratrizes dos refletores (principal e sub-refletor) clássicos de acordo com o procedimento apresentado em [24]. Os valores dos respectivos parâmetros estão listados na Tabela 3-1.

A Figura 3-11 apresenta as geratrizes das cônicas que descrevem as superfícies refletoras (principal e sub-refletor) clássicas da antena OADC utilizando as dimensões que estão listadas na Tabela 3-1. Além disso, considerou-se que o alimentador é representado por uma corneta coaxial excitada pelo seu modo fundamental com $R_a = 0,9 \lambda$ e $R_b = 0,4 \lambda$ [24]. A antena clássica definida na Figura 3-10 é utilizada como parâmetro de comparação na síntese do refletor principal. Em seguida, considerando-se antena OADC clássica da Figura 3-10, foi obtido o diagrama de radiação através de uma ferramenta computacional já existente utilizando o MoM [36]. O diagrama de radiação é apresentado na Figura 3-11. Pelo diagrama de radiação exposto na Figura 3-11 constata-se que o MoM prevê um ganho máximo de radiação de aproximadamente 12,12 dBi em $\theta = 90^\circ$.

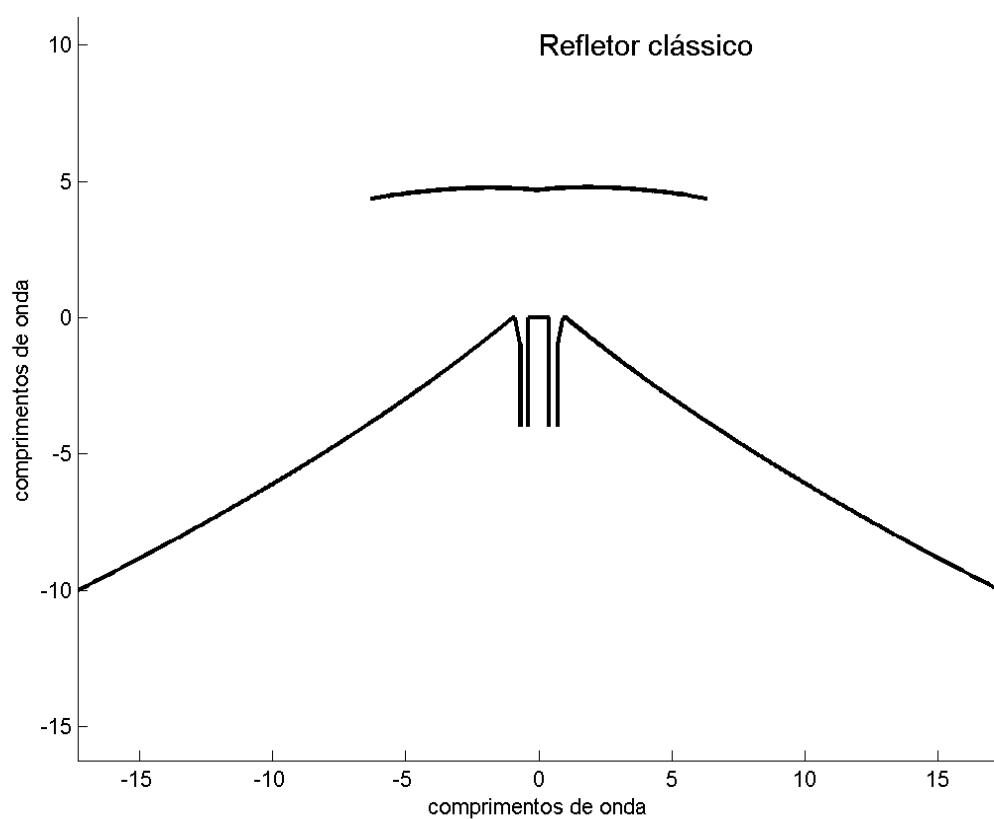


Figura 3-10 Antena OADC clássica.

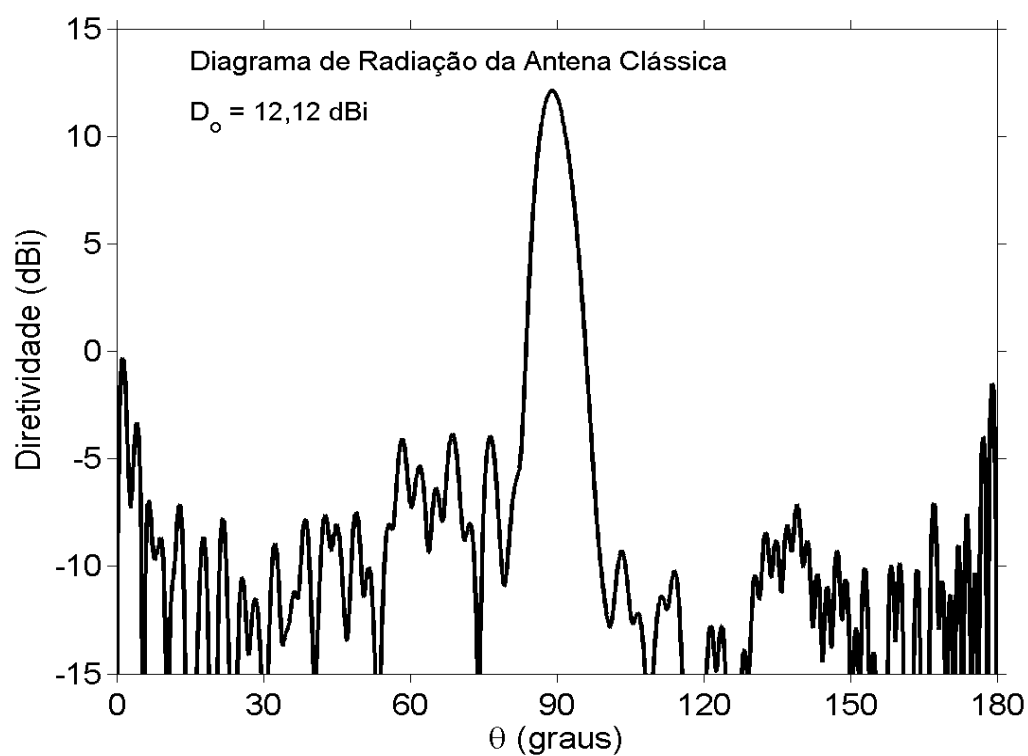


Figura 3-11 Diagrama de radiação da antena OADC clássica.

Além dos parâmetros de entrada descritos na Tabela 3-1, considerou-se que o número de seções elípticas (N_T), o padrão de distribuição de potência uniforme especificado sobre a abertura (P_{Ai}) e os focos definidos por (3-23) são também dados de entrada do algoritmo de síntese. Além disso, foi mantido o mesmo alimentador representado por uma corneta coaxial com $R_a = 0,9 \lambda$ e $R_b = 0,4 \lambda$.

Nos presentes estudos de caso, o refletor principal da antena OADC clássica apresentado na Figura 3-11 foi sintetizado para fornecer um diagrama de radiação setorial, segundo os princípios da GO. Isto significa um diagrama de radiação uniforme no seguinte setor:

$$90^\circ < \theta < 90^\circ + \alpha, \quad (3-58)$$

onde o ângulo α está ilustrado na Figura 3-12.

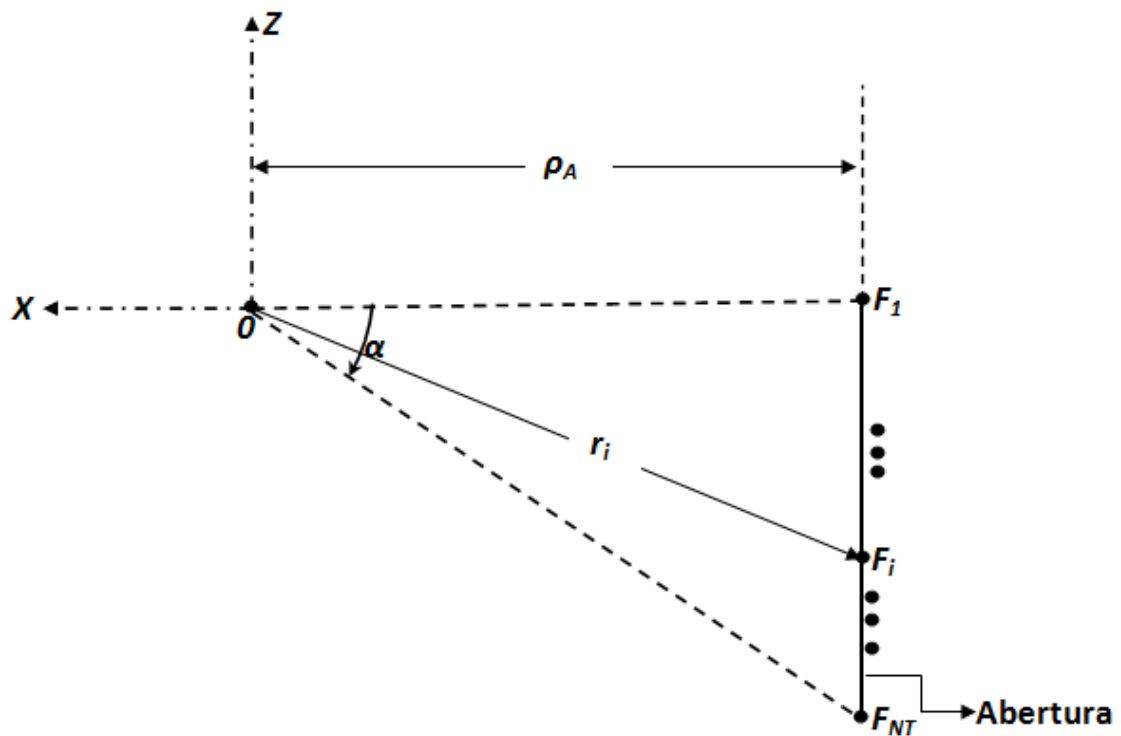


Figura 3-12 Definição do ângulo α e distribuição dos focos F_i .

Para gerar os estudos propostos nesta seção, foram utilizados $\alpha = 15^\circ$ e 30° com os $N_T = 200$ pontos definidos sobre a abertura e eqüidistantes entre si. Para gerar um diagrama de radiação uniforme no setor definido em (3-58), a frente de onda refletida pelo refletor principal deve ser circular no plano de elevação da abertura ilustrada na Figura 3-12. Neste caso:

$$P_{A_i} \propto \frac{1}{r_i}, \quad (3-59)$$

com $i = 1, 2, \dots, N_T$ e r_i definido conforme a Figura 3-12. É importante enfatizar que (3-59) simula uma frente de onda com densidade de potência uniforme no setor expresso em (3-58). Desta forma, a superfície do refletor principal clássico da antena OADC (veja a Figura 3-10) é substituída pelo refletor modelado. Para os estudos de caso aqui propostos utilizaram-se $N_T = 200$ e $\rho_A = 2000 \lambda$.

A Figura 3-13 apresenta a geratriz do refletor principal sintetizado para $\alpha = 15^\circ$, sendo mantidos o sub-refletor clássico e o alimentador da configuração mostrada na Figura 3-10.

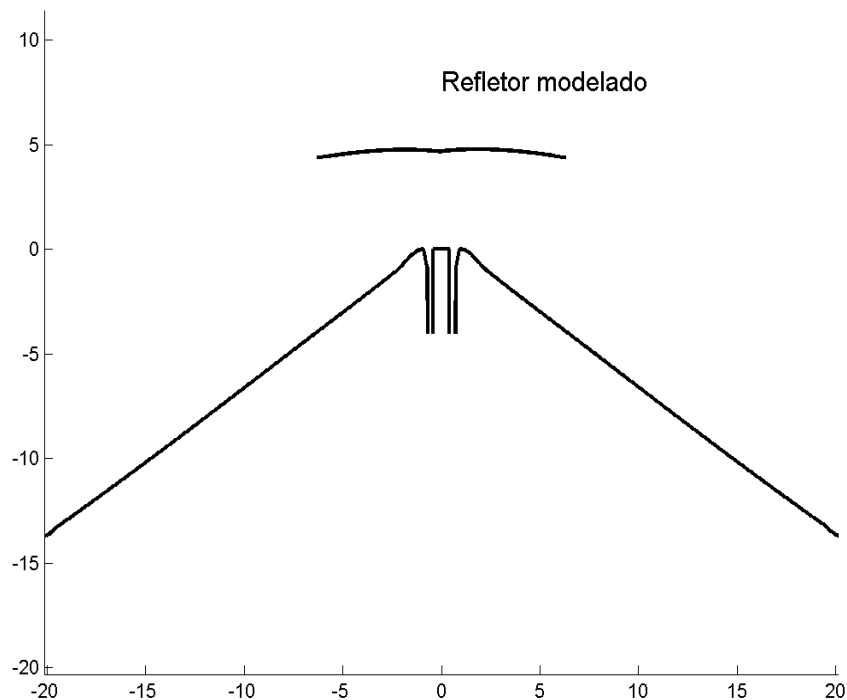


Figura 3-13 Geratriz do refletor principal modelado para $\alpha = 15^\circ$.

Em seguida, com o objetivo de desenvolver um estudo comparativo, a Figura 3-14 mostra as geratrizes que descrevem os refletores principais clássico e modelado ainda considerando-se $\alpha = 15^\circ$. A Figura 3-15 apresenta os diagramas de radiação obtidos para as antenas da Figura 3-14 (antenas OADC clássica e modelada). É importante enfatizar que nos dois casos de estudo aqui propostos os diagramas de radiação foram obtidos utilizando o MoM por uma ferramenta computacional já existente.

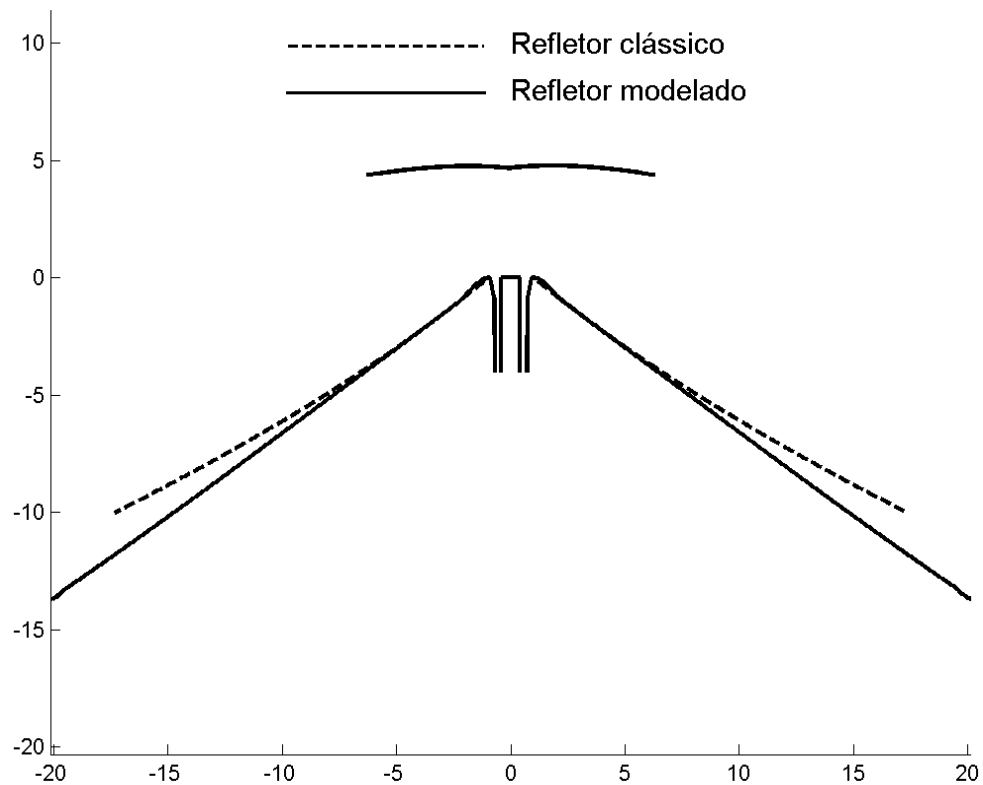


Figura 3-14 Geratrizes dos refletores principais clássico e modelado para $\alpha = 15^\circ$.

Observando a Figura 3-24, nota-se que no início das curvas geratrizes dos refletores clássico e modelado não houve muita alteração, uma vez que o primeiro

ponto que define as coordenadas (x_{M0}, z_{M0}) de ambos os refletores ficaram inalterados. Entretanto, ao longo das geratrizes é possível verificar que existem variações nas dimensões de tais refletores. O diâmetro do refletor clássico é $D_M = 34,6 \lambda$ enquanto que o diâmetro da superfície sintetizada é de aproximadamente $40,24 \lambda$, ou seja, houve um aumento de $5,64 \lambda$ considerado significativo. Além disso, houve um aumento também de W_A que antes do processo de síntese óptica era de 10λ e depois da síntese a sua medida passa a ser $13,68 \lambda$. Acredita-se que esse aumento aconteceu devido a abertura estar suficientemente afastado da antena OADC ($\rho_A = 2000 \lambda$).

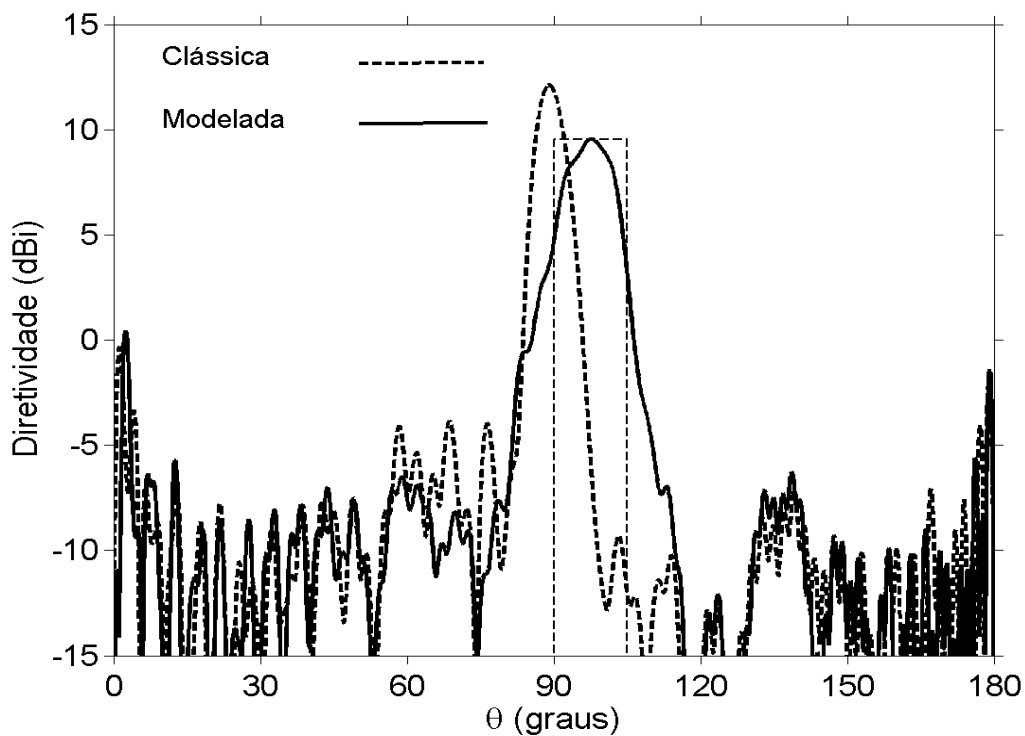


Figura 3-15 Diagramas de radiação dos refletores clássico e modelado para $\alpha = 15^\circ$.

Observando os diagramas de radiação da Figura 3-15 obtidos através do MoM, verifica-se que para a antena clássica o MoM prevê o máximo de radiação em $\theta = 90^\circ$ e para o refletor modelado o máximo de radiação ocorre em aproximadamente $\theta = 93^\circ$ dentro do setor especificado. Ainda é possível notar (Figura 3-16), considerando-se o diagrama do refletor modelado, que no setor $90^\circ < \theta < 105^\circ$ a densidade de potência

uniformizou, tornando o lóbulo principal de tal diagrama menos diretivo quando comparado com o diagrama de radiação do refletor clássico.

A Figura 3-16 apresenta a geratriz referente ao refletor principal, para o caso com $\alpha = 30^\circ$ e os mesmos parâmetros de entrada do caso anterior.

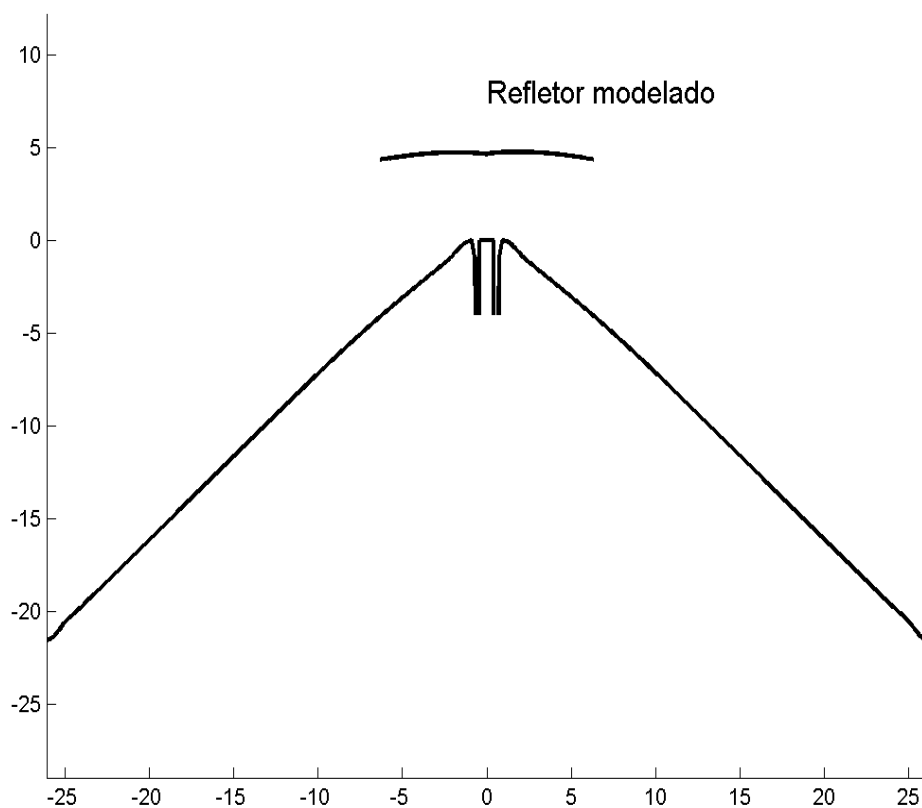


Figura 3-16 Geratriz do refletor principal modelado para $\alpha = 30^\circ$.

A fim de desenvolver uma análise comparativa para este caso de estudo (Figura 3-16), a Figura 3-17 apresenta as geratrizes que descrevem os refletores principais clássico e sintetizado, respectivamente. É importante lembrar que foi mantido o sub-refletor clássico, bem como a corneta coaxial da antena clássica. Na Figura 3-18 são apresentados os diagramas de radiação referentes às antenas (clássica e refletor principal sintetizado) obtidos pelo MoM.

Através da Figura 3-16 observa-se que as geratrizes referentes aos refletores clássico e modelado apresentaram o mesmo comportamento somente no início, sendo que o primeiro ponto que definem as coordenadas dos refletores (clássico e sintetizado) não sofreram alterações. No entanto, ao longo de tais superfícies houve variações de dimensões consideradas significativas, uma vez que os diâmetros dos refletores clássico e modelado são respectivamente de $34,6 \lambda$ e $52,2 \lambda$, ou seja, uma diferença de $17,9 \lambda$. Comparando essa diferença ($17,9 \lambda$) com o caso anterior ($5,64 \lambda$), percebe-se um acréscimo significativo. Isto acontece pela diferença dos ângulos α nos dois casos aqui apresentados, uma vez que os parâmetros de entrada não foram alterados. Ainda comparando os refletores da Figura 3-16, observa-se que W_A também aumentou quando comparado um com o outro, sendo que tem uma diferença de $11,5 \lambda$, ou seja, W_A do refletor modelado passou a ser mais que o dobro quando comparado com W_A do refletor clássico.

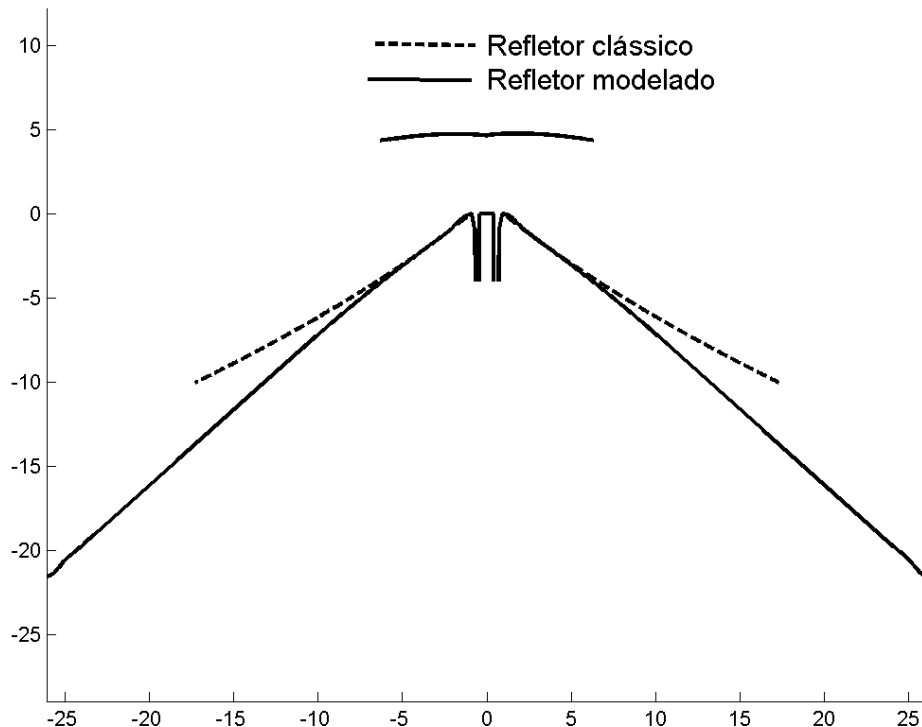


Figura 3-17 Geratrizes dos refletores principais clássico e modelado para $\alpha = 30^\circ$.

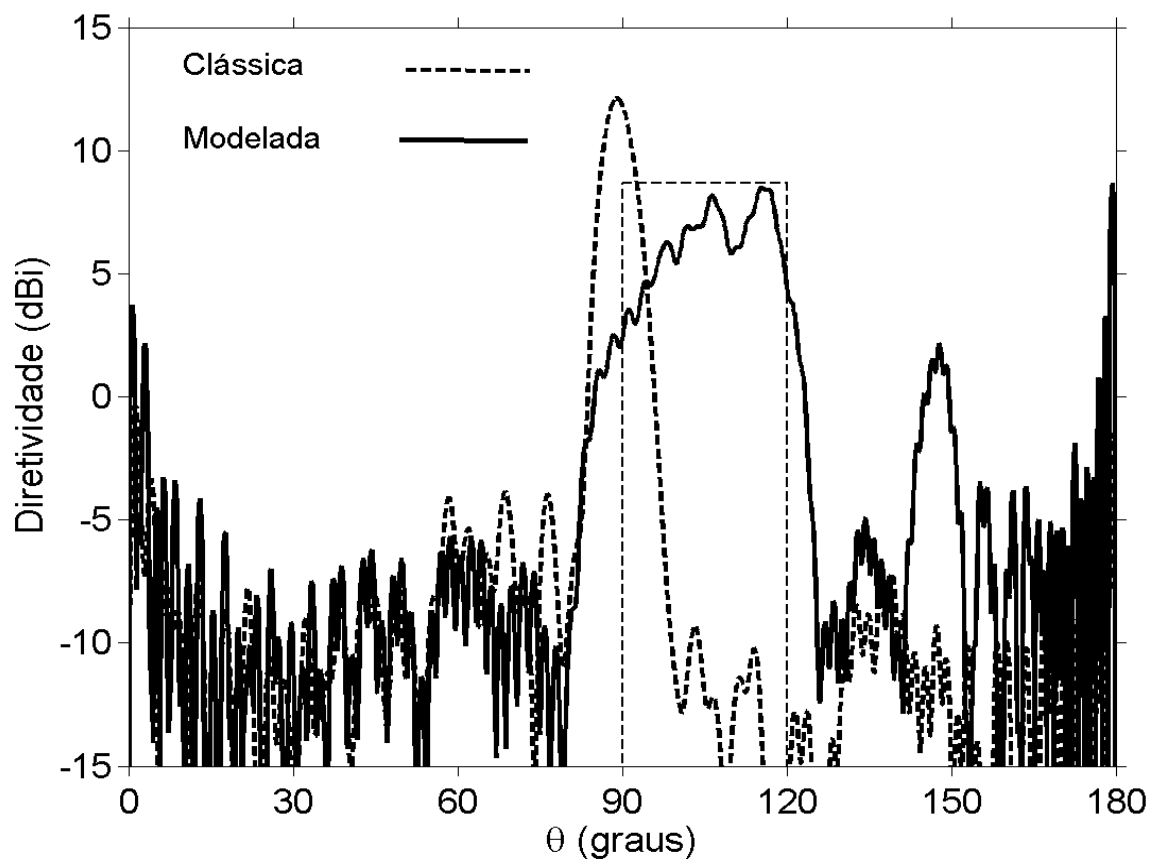


Figura 3-18 Diagramas de radiação dos refletores clássico e modelado para $\alpha = 30^\circ$.

Observando os diagramas de radiação apresentados na Figura 3-18, percebe-se que para o refletor modelado o máximo de radiação ocorre no setor $90^\circ < \theta < 120^\circ$. Comparando os diagramas dos refletores clássico e modelado, observa-se que o lóbulo principal referente ao diagrama do refletor modelado (linha cheia) oscilou dentro do setor previsto na síntese com $\alpha = 30^\circ$. Tais oscilações foram, provavelmente, causadas por efeitos difrativos que não foram considerados pela síntese óptica. Fazendo uma comparação entre os diagramas das Figuras 3-15 e 3-18, nota-se que o MoM prevê um máximo de radiação de aproximadamente 9,7 dBi para os refletores modelados utilizando $\alpha = 15^\circ$ e 30° , respectivamente, o que fornece bons resultados ao procedimento de síntese aqui proposto.

3.6 Considerações Finais do Capítulo

A segunda etapa do presente trabalho teve como objetivo principal aplicar a técnica numérica desenvolvida por Olike (2006) [17]-[19] a configurações de antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional. Para tal, sintetizou-se o refletor principal sendo mantido o sub-refletor clássico de uma OADC.

Sob os princípios da GO, foi especificado um determinado padrão de distribuição de potência sobre a abertura cilíndrica da antena OADC. Além disso, utilizando a Lei da Conservação da Energia foi desenvolvido um algoritmo com N_T iterações para o cálculo dos ângulos do alimentador (θ_{Fi} , com $i = 1, 2, \dots, N_T$) para dar maior confiabilidade a técnica adotada no presente trabalho.

Comparando as superfícies dos refletores principais clássico e modelado considerando-se $N_T = 200$ para dois casos de estudo ($\alpha = 15^\circ$ e 30°) foi possível constatar que os resultados obtidos foram satisfatórios. Entretanto, para $\alpha = 15^\circ$ o diagrama de radiação se apresentou com maior uniformidade no setor especificado quando comparado com $\alpha = 30^\circ$, provavelmente devido a efeitos difrativos mais intensos que não foram considerados pela síntese óptica.

Capítulo 4

4 CONCLUSÕES

O presente trabalho consistiu no desenvolvimento do formalismo necessário para sintetizar superfícies de antenas refletoras com simetria circular. A técnica numérica de síntese utilizada é a concatenação consecutiva de seções elípticas, a qual foi desenvolvida e proposta por Oliner (2006) [17]-[19]. O procedimento de síntese é feito na região de campo próximo (abertura da antena refletora), conforme [17].

Ao longo do estudo da técnica desenvolvida por Oliner (2006) [17] percebeu-se a necessidade de desenvolver um algoritmo com N_T iterações com o objetivo de obter todas as direções dos raios que partem do alimentador situado na origem (0) com ângulos θ_{Fi} , com $i = 1, 2, \dots, N_T$. O algoritmo iterativo desenvolvido baseia-se na Lei da Conservação da Energia, princípio associado à GO. Com o objetivo de ilustrar a técnica numérica de síntese adotada neste trabalho e realizar um estudo dos resultados obtidos, optou-se em modelar duas diferentes configurações de antenas refletoras com simetria circular. Neste caso, o presente estudo foi desenvolvido em duas etapas.

Na primeira etapa deste trabalho, o objetivo principal foi compreender e investigar as características da técnica numérica de síntese adotada no presente trabalho, em particular realizar um estudo da sua taxa de convergência numérica, bem como a eficiência de tal técnica. Para isso, optou-se em sintetizar um refletor que, em princípio, produza a mesma distribuição de densidade de potência na abertura de uma antena refletora parabólica *front-fed*, segundo os conceitos da GO. Comparando a superfície modelada com a parabólica em função do número de seções de elipses (N_T) utilizado através de cinco estudos de caso, percebeu-se o comportamento numérico da técnica aqui utilizada. Desta maneira, foi possível verificar que o melhor desempenho da técnica foi obtido utilizando-se um número maior elipses no processo

de síntese, que neste caso foi $N_T = 101$, garantindo a melhor convergência numérica da técnica de síntese apresentada em [17]-[19].

Na segunda etapa deste trabalho, todo o ferramental teórico e analítico desenvolvido na primeira etapa foi estendido para sintetizar superfícies de antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional. Neste caso, foi feita a síntese do refletor principal, sendo mantido o sub-refletor clássico de uma antena OADC. Para esta configuração, foi especificado um padrão de distribuição de potência uniforme sobre a abertura cilíndrica de tal antena omnidirecional, de forma a produzir um diagrama de radiação setorizado no plano de elevação da antena, segundo a GO no setor $90^\circ < \theta < 90^\circ + \alpha$. Para tal, foram utilizados $\alpha = 15^\circ$ e 30° gerando dois casos de estudo. Para cada caso de estudo foi obtido o diagrama de radiação correspondente utilizando o MoM [36]. Os resultados apontaram boa precisão para $\alpha = 15^\circ$, como foi possível verificar pelo diagrama de radiação mais uniforme no setor especificado ($90^\circ < \theta < 105^\circ$) quando comparado com o caso $\alpha = 30^\circ$.

4.1 Propostas para Trabalhos Futuros

Nesta seção são apresentadas algumas propostas para a continuidade do presente trabalho considerando-se a síntese de diferentes configurações geométricas de antenas refletoras.

A primeira proposta para trabalhos futuros é o desenvolvimento de uma formulação matemática para a modelagem de ambos refletores de uma configuração duplo-refletores omnidirecional. O objetivo é aplicar a técnica numérica apresentada em [17] dando continuidade ao formalismo desenvolvido e apresentado na Seção 3.4 deste trabalho. A formulação deve ser abrangente, estendendo o formalismo para a modelagem simultânea do refletor principal e do sub-refletor para as outras três configurações omnidirecionais (OADG, OADE e OADH). Outra opção para a continuidade deste trabalho é desenvolver ferramentas teórica e analítica para

sintetizar o refletor principal e o sub-refletor de antenas duplo-refletoras do tipo *offset*.

5 REFERÊNCIAS

- [1] H. Hertz, *Electric Waves.*: Macmillan and Co., Ltd, London, 1893.
- [2] W. A. Imbriale, "Evolution of the Large Deep Space Network Antennas," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 33, no. 6, pp. 7-19, December 1991.
- [3] W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antennas Theory and Design*, 3rd ed.: John Wiley and Sons, New York, 2012.
- [4] C. A. Balanis, *Antennas Theory: Analysis and Design*, 3rd ed.: John Wiley and Sons, New York, 2005.
- [5] R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation.*: Mc Graw-Hill, International Student Edition, 1985.
- [6] V. Galindo-Israel, "Design of Dual-Reflector Antennas with Arbitrary Phase and Amplitude Distributions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 12, no. 4, pp. 403-408, July 1964.
- [7] F. Brickell and B. S. Westcott, "Reflector Design as an Initial-Value Problem," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 24, no. 4, pp. 531-533, July 1976.
- [8] V. Galindo-Israel and R. Mittra, "Synthesis of Offset Dual Shaped Subreflector Antennas of Control of Cassegrain Aperture Distributions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 1, pp. 86-92, 1984.
- [9] W. A. Imbirale, R. Mittra and V. Galindo-Israel, "On the Theory of the Synthesis of Single and Dual Offset Shaped Reflector Antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 35, no. 8, pp. 887-896, August 1987.
- [10] A. Prata, Jr. and J. R. Bergmann F. J. S. Moreira, "GO Shaping of Omnidirectional Dual-Reflector Antennas for a Prescribed Equi-Phase Aperture Field Distribution," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 1, pp. 99-106, January 2007.
- [11] J. R. Bergmann and F. J. S. Moreira, "Omnidirectional ADE antenna with GO-shaped main reflector for arbitrary far-field pattern in the elvation plane," *IET Microwave Antennas and Propagation*, vol. 3, no. 5, pp. 1028-1035, October 2009.
- [12] F. A. Stevens and F. Brickell B. S. Westcoot, "GO synthesis of offset dual reflectors," *IEEE PROC*, vol. 28, no. 1, pp. 11-18, February 1981.

- [13] P. Guan and X.-J. Wang, "On a Monge-Ampère Equation arising in Geometric Optics," *Jornal Differential Geometry*, vol. 48, pp. 205-233, 1998.
- [14] F. J. S. Moreira and J. R. Bergmann, "Shaping Axis-Symmetric Dual-Reflector Antennas by Combining Conic Sections," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 3, pp. 1042-1046, March 2011.
- [15] JR. A. Penchel, J. R. Bergmann and F. J. S. Moreira, "Main-Reflector Shaping of Omnidirectional Dual Reflectors Using Local Conic Sections," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 8, pp. 4379-4383, August 2013.
- [16] C. Canavessi, W. J. Cassarly and J. P. Rolland, "Direct calculation algorithm for two-dimensional reflector design," *Optics Letters*, vol. 2, pp. 531-533, 2012.
- [17] V. I. Olikier, "A. Rigorous Method for Synthesis of Offset Shaped Reflector Antennas," *Computing Letters*, vol. 2, pp. 24-49, 2006.
- [18] V. I. Olikier and S. A. Kochengin, "Computational algorithms for construting reflectors," *Computing and Visualization in Science*, vol. 6, pp. 15-21, 2006.
- [19] V. I. Olikier and S. A. Kochengin, "Determination of reflector surfaces from near-field scattering data II," *Numerical Solutions*, vol. 79. no. 4, pp. 553-568, 1998.
- [20] R. A. Penchel, J. R. Bergmann and F. J. S. Moreira, "Síntese Óptica de Antenas Refletoras Offset Utilizando Superfícies Cônicas com Eixos Deslocados," in *MOMAG 2014 (16o. Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11o. Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo)*, Curitiba, PR, Setembro de 2014, pp. 869-872.
- [21] T. V. B. Faria e F. J. S. Moreira, "Modelagem de Antenas Refletoras Circularmente Simétricas através da Concatenação de Seções de Elipses," in *MOMAG 2014 (16o. Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11o. Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo)*, Curitiba, PR, Setembro de 2014, pp. 85-89.
- [22] J. R. Bergmann and F. J. S. Moreira, "Simple Design Equations for Omnidirectional Axis-Displaced Dualp-Reflector Antennas," *Microwave and Technology Letters*, vol. 45, no. 2, pp. 159-163, April 2005.
- [23] Rafael Abrantes Penchel, Modelagem Geométrica de Antenas Duplo-Refletoras para Cobertura Omnidirecional, Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFMG, Dezembro 2009.
- [24] F. J. S. Moreira and J. R. Bergmann, "Classical Axis-Displaced Dual-Reflector

Antennas Omnidirectional Coverage," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 9, pp. 2799-2808, September 2005.

- [25] J. D. Kraus, "Reflector Antennas and Their Feed Systems," in *Antennas*.: McGraw-Hill, 1988, ch. 12, pp. 543-621.
- [26] A. C. Ludwig, "The Definition of Cross Polarization," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-21, pp. 116-119, January 1973.
- [27] W. V. T. Rush P. H. Potter, *Analysis of Reflector Antennas*.: New York Academic Press, 1970.
- [28] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, 1964, U. S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Series, no. 55.
- [29] Carlos Henrique Nogueira de Resende Barbosa, *Estudo e Análise de Aberrações em Antenas com Duplo-Refletor Axialmente Simétricos*, Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFMG, Maio 2002.
- [30] S. Silver, *Microwave Antennas Theory and Design*.: McGraw-Hill, 1949.
- [31] Jr. S. Johns and A. Prata, "An Improved Raised-Cosine Feed Model of Reflector Antennas Applications," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, pp. 970-973, 1994.
- [32] W. Carvalho et al., "Síntese e Análise de Antenas de Duplo-Refletores Clássicos para Cobertura Omnidirecional," in *XI Simpósio Brasileiro De Microondas e Optoeletrônica (MOMAG 2004)*, Sao Paulo, SP, Agosto 2004.
- [33] F. J. S. Moreira and A. Prata, Jr., "Generalized classical axially symmetric dual-reflector antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, pp. 547-554, 2001.
- [34] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Field*.: McGraw-Hill, New York, 1961.
- [35] A. M. A. Acuña and J. O. R. Lopez A. G. Pino, "An omnidirectional dual-shaped reflector antennas," *Microwave and Optoelectronic Technology Letters*, vol. 27, no. 5, pp. 371-374, 2000.
- [36] Fernando José da Silva Moreira, *Design and Rigorous Analysis of Generalized Axially-Symmetric Dual-Reflector Antennas*, Ph.D. Thesis, University of Southern California, Los Angeles, 1997.

