

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CARACTERIZAÇÃO DA PROPAGAÇÃO RADIOELÉTRICA SOBRE TERRENOS
IRREGULARES UTILIZANDO EQUAÇÕES INTEGRAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO**

Ruã Luz Barbosa

27 de fevereiro de 2018



GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética

**Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais**

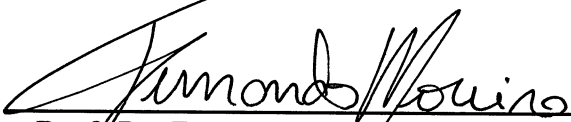
"Caracterização da Propagação Radioelétrica sobre Terrenos Irregulares Utilizando Equações Integrais no Domínio do Tempo"

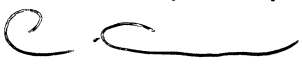
Ruã Luz Barbosa

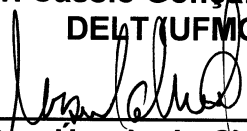
Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 27 de fevereiro de 2018.

Por:


Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira
DELT (UFMG) - Orientador


Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego
DELT (UFMG)


Profa. Dra. Úrsula do Carmo Resende
Depto. Eng. Elétrica (CEFET-MG)

RUÃ LUZ BARBOSA

**CARACTERIZAÇÃO DA PROPAGAÇÃO RADIOELÉTRICA SOBRE TERRENOS
IRREGULARES UTILIZANDO EQUAÇÕES INTEGRAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do grau de “Mestre em Engenharia Elétrica”.

Área de Concentração: Sistemas de Computação e Telecomunicações.

Orientador: Fernando José da Silva Moreira

BELO HORIZONTE
FEVEREIRO DE 2018

Aos meus pais, Raimundo e Lúcia, por todo o esforço e sacrifício.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, por ter me dado as oportunidades e poder chegar onde cheguei;

Aos meus pais, Raimundo e Lúcia, por todo o esforço para que eu pudesse ter uma boa educação, dentro e fora de casa, e pelo incentivo em busca de um futuro melhor;

Aos meus irmãos, Michelle, Guilherme e Raí, por estarem sempre ao meu lado, me incentivando e apoiando nas minhas decisões, pelos conselhos e pelas conversas;

À minha família, minha base, por sempre acreditarem em mim e pelo incentivo de correr atrás dos meus sonhos;

Ao professor Fernando, pela orientação deste trabalho e pela aprendizagem;

Aos colegas e integrantes do GAPTEM, pelos momentos de aprendizagem e pelo companheirismo;

Aos amigos, por fazerem dessa jornada uma jornada menos árdua e pelos momentos de descontração;

À CNPq/CAPES pelo suporte deste projeto.

*“Believe and act as if it were impossible to fail.”
(Charles F. Kettering)*

RESUMO

Neste trabalho é proposta uma formulação para caracterização da propagação de onda eletromagnética sobre um terreno irregularmente suave utilizando a Equação Integral do Campo Elétrico no domínio do tempo (TD-EFIE). É proposta uma formulação para uma onda com incidência rasante e polarização vertical. Dado a incidência rasante, o terreno pode ser tratado como um condutor magnético perfeito para a polarização considerada e o princípio da equivalência pode ser utilizado para encontrar a corrente magnética equivalente na superfície utilizando o Método dos Momentos e, a partir da corrente, calcular o campo espalhado pelo terreno. Tendo em vista a suavidade do terreno, o retroespalhamento pode ser desprezado e a corrente no terreno pode ser calculada recursivamente, diminuindo o custo computacional. Os resultados encontrados através da TD-EFIE foram comparados com aqueles obtidos em trabalhos anteriores utilizando a Equação Integral do Campo Magnético no domínio do tempo (TD-MFIE) e a Teoria Uniforme da Difração no domínio do tempo (TD-UTD). Comparando os três métodos percebe-se que todos apresentam resultados muito próximos, com diferença apenas da TD-UTD para casos onde ocorre difração dupla e difração em arestas com ângulo interno maior que 180° . Os resultados da TD-EFIE também concordaram com os obtidos após a aplicação da transformada inversa de Fourier sobre os resultados obtidos da Equação Integral do Campo Elétrico no domínio da frequência (FD-EFIE).

Palavras-chave: Equação integral do campo elétrico, equação integral do campo magnético, método dos momentos, equações integrais no domínio do tempo, terreno suavemente irregular, transformada inversa de Fourier.

ABSTRACT

In this work it is proposed a formulation to predict the propagation of an electromagnetic wave over a smoothly irregular terrain using the Electric Field Integral Equation in the time domain (TD-EFIE). It is proposed a formulation for near graze incidence of a vertical polarized electromagnetic wave. Given the near graze incidence, the terrain can be treated as a perfect magnetic conductor for the considered polarization and the equivalence principle can be used to find the equivalent magnetic current at the surface using the Method of Moments and the scattered field can then be calculated from the currents. With the terrain being smooth, the backscattering can be neglected and the current at the surface can be calculated recursively, reducing the computational cost. The results found using the TD-EFIE were compared with the ones obtained from previous works using the time-domain Magnetic Field Integral Equation (TD-MFIE) and the time-domain Uniform Theory of Diffraction (TD-UTD). The three methods showed similar results, with only the TD-UTD differing from the others when the problem presents a double diffraction and diffraction in edges with an internal angle greater than 180° . The results from the TD-EFIE also agreed with the ones obtained after applying the inverse Fourier transform in the results obtained from the Electric Field Integral Equation in the frequency domain (FD-EFIE).

Keywords: Electric field integral equation, magnetic field integral equation, method of moments, time-domain integral equations, smoothly irregular terrain, inverse Fourier transform.

SUMÁRIO

Resumo.....	5
Abstract.....	6
Sumário.....	7
Lista de Figuras.....	8
Lista de Siglas.....	11
Lista de Símbolos	12
1. Introdução	14
1.1. Motivação.....	14
1.2. Objetivos	18
1.3. Organização da dissertação	18
2. Formulação no domínio da frequência.....	20
2.1. Utilizando as equações integrais	20
2.2. Aplicação do método da fase estacionária.....	24
2.3. Aplicação do método dos momentos.....	27
2.4. Resultados no domínio da frequência	32
2.5. Considerações finais.....	38
3. Formulação no domínio do tempo	39
3.1. Aplicação da transformada inversa de Fourier	39
3.2. Aplicação do método dos momentos e da técnica marching-on-in-time.....	42
3.3. Cálculo das correntes e do campo espalhado	45
3.4. Considerações finais.....	49
4. Resultados no domínio do tempo	50
4.1. Cunha Simples.....	52
4.2. Cunha dupla.....	60
5. Conclusões	67
Referências	69

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Localização da fonte e do observador.....	21
Figura 2.2: Incidência de uma onda polarizada verticalmente na superfície que separa os meios 1 e 2.	22
Figura 2.3: Definição do sistema de coordenadas ao longo do perfil.....	24
Figura 2.4: Parâmetros para o cálculo do campo espalhado.....	32
Figura 2.5: Perfil do terreno utilizado na simulação.	32
Figura 2.6: Atenuação no terreno para uma frequência de 100MHz.....	34
Figura 2.7: Atenuação no terreno para uma frequência de 1GHz.	34
Figura 2.8: Atenuação espacial para 100MHz e 0,5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE.	35
Figura 2.9: Atenuação espacial para 100MHz e 5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE..	36
Figura 2.10: Atenuação espacial para 1GHz e 0,5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE..	36
Figura 2.11: Atenuação espacial para 1GHz e 5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE.....	37
Figura 2.12: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 100MHz e 0,5 segmentos/ λ	37
Figura 2.13: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 100MHz e 5 segmentos/ λ	37
Figura 2.14: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 1GHz e 0,5 segmentos/ λ	38
Figura 2.15: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 1GHz e 5 segmentos/ λ	38
Figura 4.1: a) Pulso no domínio do tempo; b) Espectro do pulso.	51
Figura 4.2: Cunha simples utilizada para previsão de propagação no domínio do tempo.	52
Figura 4.3: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.....	53
Figura 4.4: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.....	53
Figura 4.5: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.....	54

Figura 4.6: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.	54
Figura 4.7: Zoom no pulso refletido, obtido pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para o receptor a 15m.	55
Figura 4.8: Zoom no pulso refletido, obtido pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para o receptor a 30m.	55
Figura 4.9: Zoom no pulso refletido, obtido pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para o receptor a 90m.	56
Figura 4.10: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-EFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.	57
Figura 4.11: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.	57
Figura 4.12: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.	58
Figura 4.13: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.	58
Figura 4.14: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha simples no domínio da frequência para uma frequência de 100MHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.	59
Figura 4.15: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha simples no domínio da frequência para uma frequência de 1GHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.	60
Figura 4.16: Cunhas consecutivas utilizadas na simulação.	60
Figura 4.17: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.	61
Figura 4.18: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.	62
Figura 4.19: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.	62
Figura 4.20: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.	63

Figura 4.21: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.....	63
Figura 4.22: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.	64
Figura 4.23: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.	64
Figura 4.24: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.	65
Figura 4.25: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha dupla no domínio da frequência para uma frequência de 100MHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.	66
Figura 4.26: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha dupla no domínio da frequência para uma frequência de 1GHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.	66

LISTA DE SIGLAS

CMP	Condutor Magnético Perfeito
EFIE	Equação Integral do Campo Elétrico (<i>Electric Field Integral Equation</i>)
FAFFA	Aproximação de Campo Distante Rápida (<i>Fast Far Field Approximation</i>)
FD-EFIE	Equação Integral do Campo Elétrico no Domínio da Frequência (<i>Frequency-Domain Electric Field Integral Equation</i>)
FD-MFIE	Equação Integral do Campo Magnético no Domínio da Frequência (<i>Frequency-Domain Magnetic Field Integral Equation</i>)
FDTD	Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (<i>Finite Difference Time-Domain</i>)
FEM	Método dos Elementos Finitos (<i>Finite Element Method</i>)
GO	Óptica Geométrica (<i>Geometrical Optics</i>)
IFT	Transformada Inversa de Fourier (<i>Inverse Fourier Transform</i>)
MFIE	Equação Integral do Campo Magnético (<i>Magnetic Field Integral Equation</i>)
MoM	Método dos Momentos (<i>Method of Moments</i>)
TD-EFIE	Equação Integral do Campo Elétrico no Domínio do Tempo (<i>Time-Domain Electric Field Integral Equation</i>)
TD-MFIE	Equação Integral do Campo Magnético no Domínio do Tempo (<i>Time-Domain Magnetic Field Integral Equation</i>)
TD-PO	Óptica Física no Domínio do Tempo (<i>Time-Domain Physical Optics</i>)
TD-UAT	Teoria Uniforme da Difração Assintótica no Domínio do Tempo (<i>Time-Domain Uniform Asymptotic Theory</i>)
TD-UTD	Teoria Uniforme da Difração no Domínio do Tempo (<i>Time-Domain Uniform Theory of Diffraction</i>)
UTD	Teoria Uniforme da Difração (<i>Uniform Theory of Diffraction</i>)
UWB	Banda Ultra Larga (<i>Ultra Wideband</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{E}$	Campo elétrico no domínio da frequência
$\vec{r}$	Vetor posição
j	Número imaginário
ω	Frequência angular da onda eletromagnética
μ	Permeabilidade magnética do meio
$\vec{J}$	Densidade volumétrica de corrente elétrica no domínio da frequência
G	Função de Green do espaço livre
$\vec{M}$	Densidade volumétrica de corrente magnética no domínio da frequência
ϵ	Permissividade elétrica do meio
$\vec{J}_s$	Densidade superficial de corrente elétrica no domínio da frequência
$\vec{M}_s$	Densidade superficial de corrente magnética no domínio da frequência
$\vec{H}$	Campo magnético no domínio da frequência
f	Frequência da onda eletromagnética
k	Número de onda
λ	Comprimento de onda
Γ	Coeficiente de reflexão
η	Impedância intrínseca do meio
$\theta_{i,r,t}$	Ângulo de incidência (índice i), reflexão (índice r) e transmissão (índice t)
$\hat{n}$	Vetor unitário normal à superfície do terreno
$\hat{l}$	Vetor unitário tangente à superfície do terreno
$\Delta_{i,j}$	Comprimento dos segmentos observador (índice i) e fonte (índice j) do terreno
$[V]$	Matriz de tensão no domínio da frequência
$[Z]$	Matriz de impedância no domínio da frequência
A_{db}	Atenuação da onda eletromagnética em decibéis
P_t	Potência transmitida pela antena transmissora
P_r	Potência recebida pela antena receptora
$G_{t,r}$	Ganhos das antenas transmissora (índice t) e receptora (índice r)

D_r	Diretividade da antena receptora
$\vec{\mathcal{H}}$	Campo magnético no domínio do tempo
$\vec{\mathcal{E}}$	Campo elétrico no domínio do tempo
$\vec{\mathcal{M}}$	Densidade superficial de corrente magnética no domínio do tempo
c	Velocidade da luz
τ	Tempo de retardo
Δt	Incremento temporal
$[\mathcal{V}]$	Matriz de tensão no domínio do tempo
$[\mathcal{Z}]$	Matriz de impedância no domínio do tempo

1. INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

Os meios de comunicação têm evoluído muito nos últimos anos, principalmente com o desenvolvimento dos *smartphones*. Muitas empresas de tecnologia focam no desenvolvimento de dispositivos que possuem conectividade e interatividade. São aparelhos de som, fones de ouvido, relógios e televisores que podem conectar-se entre si e com a internet com o objetivo de tornar a vida moderna mais prática. Porém, essa conectividade só foi possível com o aprimoramento da comunicação sem fio.

As primeiras tentativas de comunicação sem fio datam o final do século XIX feitas por Oliver Lodge em 1894 e Marconi em 1895 [1]. Desde então, diversas pesquisas têm sido desenvolvidas para aprimorar esse tipo de comunicação que atualmente vem sendo utilizada, em grande parte, para o entretenimento, como transmissão de TV e rádio, ou aplicações militares, como radares, principalmente após a Segunda Guerra Mundial [2].

A comunicação sem fio é uma alternativa àquela feita por fios, onde ambas apresentam vantagens e desvantagens quanto ao custo de implantação, qualidade e velocidade de transmissão. A transmissão por cabos tem a vantagem de seu canal ser previsível (fios de cobre, cabos coaxiais, fibras ópticas). Embora esse meio apresente custos de implantação e manutenção mais elevados, consegue-se uma maior taxa de transmissão. Os canais de rádio, por sua vez, não são tão previsíveis, o que torna difícil a sua modelagem. Além disso, há maior possibilidade de interferência já que o mesmo meio é utilizado por diversos serviços. Porém, seus custos de implantação e manutenção são menores, além de apresentar a grande vantagem da mobilidade [3], [4].

O funcionamento do canal de comunicação sem fio não depende apenas das antenas transmissora e receptora, mas também do meio em que a onda eletromagnética se propaga e dos fenômenos de propagação que afetam sua atenuação e trajetória [5]. Na modelagem desses canais, deve-se levar em conta o perfil do terreno e as reflexões, difrações e espalhamento que ocorrem quando a onda incide em construções, árvores ou qualquer objeto que se interponha entre o transmissor e o receptor do sinal [4].

O consumo de energia, a taxa de transmissão e o alcance do sinal afetam a qualidade da comunicação sem fio e dependem do tipo de serviço oferecido. Alguns serviços requerem

baixa taxa de transmissão e baixo alcance, como dispositivos que se conectam utilizando *bluetooth*, por exemplo. Em outros casos, como utilização de internet pelos aparelhos celulares ou transmissão de programas de televisão, maiores taxas e alcance são requeridos. Com a crescente demanda por maiores taxas de transmissão e pelo melhor aproveitamento do espectro eletromagnético, é preciso transmitir sinais de maneira eficiente e que causem pouca interferência em sinais com frequências de transmissão próximas. É o que ocorre no caso da telefonia celular, onde uma determinada região é dividida em células e o transmissor de uma delas deve ter potência suficiente para cobrir a área daquela célula sem interferir nas próximas operando na mesma frequência [2].

Prever a atenuação de uma onda eletromagnética é de grande importância no planejamento do sistema de telecomunicação. É preciso determinar a potência de transmissão de maneira que o sinal chegue no receptor com amplitude suficiente para que a comunicação ocorra, evitando interferências e ruídos vindos do ambiente e que, fora de sua área de cobertura, esse sinal não tenha potência suficiente para interferir em outros sistemas. A atenuação pode ser determinada através de métodos empíricos ou determinísticos. Os métodos empíricos fazem ajustes de curvas ou expressões para que se assemelhem a resultados obtidos a partir de medições locais [4]. Esses métodos levam em consideração, implicitamente, todos os fatores de propagação: reflexões, espalhamentos, difrações e sinais de multipercurso. Sua vantagem é a rapidez na realização dos cálculos de previsão. Porém esse método tem a desvantagem de retornar valores aproximados de atenuação e de necessitar de validação para diferentes ambientes ou frequências, já que os fatores de propagação dependem dessas variáveis. Os métodos determinísticos, por sua vez, utilizam-se de aproximações das equações de Maxwell para prever as amplitudes dos sinais. Para a realização do cálculo da atenuação, são necessárias informações espaciais e características do ambiente. Embora os resultados obtidos por esses métodos sejam mais precisos que os obtidos por métodos empíricos, o tempo e memória computacional necessários para realização dos cálculos são altos, motivo pelo qual, por muito tempo, eles ganharam menos atenção. Esse cenário, no entanto, vem mudando graças ao avanço das tecnologias computacionais, que permitem que cálculos numéricos sejam realizados mais rapidamente. Dentre os métodos determinísticos, existem aqueles que utilizam aproximações para altas frequências, tratando a onda eletromagnética como raios para a realização da predição, como a Óptica Geométrica (*Geometrical Optics* – GO) [6] e a Teoria

Uniforme da Difração (*Uniform Theory of Diffraction* – UTD) [7], que determinam a trajetória dos raios de visada direta, os refletidos e difratados e que são geralmente usados em ambientes mais complexos. Existem também aqueles que utilizam a “força bruta” para resolver as equações de Maxwell como o Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method* – FEM) [8], o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (*Finite Difference Time-Domain* – FDTD) [9] e o Métodos dos Momentos (*Method of Moments* – MoM) [10]. Estes últimos requerem um maior tempo de simulação e memória computacional sendo, por isso, utilizados em ambientes menos complexos [2], [11].

A previsão de propagação pode ser feita tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. Os resultados de um domínio podem ser passados para o outro através da transformada direta ou inversa de Fourier. A predição realizada no domínio da frequência é mais utilizada quando se trabalha com sistemas de faixa estreita, quando a largura de banda do sinal transmitido é pequena em relação à frequência da portadora. Neste caso o cálculo é geralmente feito para a frequência central da faixa e assume-se que para as outras frequências do espectro do sinal o comportamento é o mesmo. A análise de sinais de faixa muito larga (*Ultra-wideband* – UWB) costuma ser feita no domínio do tempo onde, devido à grande largura de banda, não se pode assumir que o comportamento é o mesmo para todas as frequências. Além disso, faz mais sentido analisar a dispersão temporal de sinal, causado pelos múltiplos percursos, no domínio do tempo. [11], [7]

Os sinais UWB encontram suas aplicações em radares de alta resolução e rádio pulsado, motivos pelos quais tem-se aumentado o interesse na análise no domínio do tempo [12]. A análise no domínio do tempo pode ser feita de duas maneiras: i) faz-se a análise no domínio da frequência para uma quantidade suficiente de frequências contidas no espectro do sinal analisado e em seguida aplica-se a transformada inversa de Fourier numericamente; ii) faz-se a análise através de formulações desenvolvidas diretamente no domínio do tempo [13]. Com a análise feita diretamente no domínio do tempo é possível obter a função de transferência, seja da antena ou do canal de rádio analisado, através da resposta ao impulso [14]. A análise no domínio da frequência e posterior aplicação da transformada tem a necessidade de se conhecer previamente a janela temporal do sinal para evitar que ocorra o *aliasing* e, assim, evitar que se obtenha um resultado diferente do real [11]. Na literatura, encontram-se trabalhos desenvolvidos no domínio do tempo para espalhamento de ondas

eletromagnéticas a partir de métodos assintóticos, como a Teoria Uniforme da Difração no domínio do tempo (*Time-Domain Uniform Theory of Diffraction* – TD-UTD), a Óptica Física no domínio do tempo (*Time-Domain Physical Optics* – TD-PO) e a Teoria Uniforme da Difração Assintótica no domínio do tempo (*Time-Domain Uniform Asymptotic Theory* – TD-UAT). Alguns desses trabalhos podem ser encontrados em [7], [12], [14] e [15]. Outros trabalhos foram desenvolvidos a partir de métodos como o Método dos Momentos aplicados a Equações Integrais no domínio do tempo e Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD), encontrados em [13], [16], [9] e [17].

As técnicas de análise de espalhamento de ondas eletromagnéticas podem ser empregadas na predição de propagação de ondas em ambientes rurais que apresentem variações no relevo mais suaves. Devido à pouca existência de construções, esse tipo de ambiente é mais facilmente modelado e, assim, pode-se utilizar técnicas mais precisas sem exigir um esforço computacional tão grande quanto em ambientes mais complexos.

Em [18] foi desenvolvido um método de previsão de propagação sobre um terreno irregular e suave no domínio da frequência utilizando a Equação Integral do Campo Elétrico (EFIE). Esse método foi aplicado para a previsão sobre um perfil de terreno localizado na Dinamarca, o perfil de Hjørringvej, e bons resultados foram obtidos quando comparados com dados medidos no local. Seguindo essa linha de pesquisa, um método de previsão no domínio da frequência utilizando a Equação Integral do Campo Magnético (MFIE) foi desenvolvido em [19], onde seus resultados foram comparados com os do EFIE obtidos em [18] e foi mostrado que são necessárias mais funções de base para que a EFIE apresente a mesma precisão que a MFIE. Em [11] foi desenvolvido um método de aceleração para a EFIE e a MFIE apresentadas anteriormente baseado nos trabalhos [20], [21], [22] e [23], onde, nestes trabalhos, o terreno é dividido em grupos de segmentos e aproximações de campo distante são utilizadas para simplificar o cálculo da corrente a partir do campo irradiado de grupos de segmentos mais distantes. Em [11] foi desenvolvida também uma formulação para predição de propagação no domínio do tempo utilizando a Equação Integral do Campo Magnético (TD-MFIE) e bons resultados foram obtidos comparados com a predição feita em [7] utilizando a Teoria Uniforme da Difração no domínio do tempo (TD-UTD).

1.2. OBJETIVOS

O presente trabalho se propõe a desenvolver um método de previsão de propagação sobre um terreno irregular e suave diretamente no domínio do tempo utilizando a Equação Integral do Campo Elétrico (TD-EFIE). Os resultados dessa formulação são comparados com os resultados da TD-MFIE [11], da TD-UTD [7] e também com os resultados da EFIE obtidos no domínio da frequência (FD-EFIE) [11] e posteriormente transformados para o domínio do tempo através de uma transformada inversa de Fourier.

As formulações são desenvolvidas para um campo eletromagnético polarizado verticalmente e supondo uma incidência rasante sobre o terreno. O Método da Fase Estacionária é utilizado para redução da integral de superfície que aparece na equação integral a uma integral de linha. Partindo da FD-EFIE após aplicado o Método da Fase Estacionária, é aplicada a transformada inversa de Fourier para se encontrar a TD-EFIE. O Método dos Momentos é utilizado para encontrar a distribuição de corrente sobre a superfície do terreno e, a partir dessa corrente é determinado o campo espalhado. A técnica *marching-on-in-time* é utilizada para a resolução da convolução que aparece após a aplicação da transformada inversa de Fourier.

Para ajudar no desenvolvimento da formulação da TD-EFIE, é mostrado o desenvolvimento da FD-EFIE e FD-MFIE, onde previsões de propagação utilizando essas equações são feitas para se analisar os resultados obtidos no domínio da frequência e observar a diferença obtidas por ambas as formulações.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

No Capítulo 2 são apresentadas as formulações no domínio da frequência utilizadas na previsão de propagação sobre um terreno suavemente irregular utilizando as equações integrais dos campos elétrico e magnético desenvolvidas em [11]. Formulações similares podem ser encontradas também para a EFIE em [18] e para a MFIE em [24], com a diferença no tratamento da integral de linha, onde, em [11], a fase do integrando foi considerada com variação linear no segmento do terreno e em [18] e [24] a fase do integrando foi considerada constante. Na Seção 2.1 são apresentadas as equações integrais do campo elétrico e do campo magnético no domínio da frequência. Na Seção 2.2 o Método da Fase Estacionária é aplicado nas equações integrais para

reduzir as integrais de superfície a integrais de linha. Na Seção 2.3 o Método dos Momentos é aplicado para encontrar a corrente equivalente na superfície do terreno e, a partir dessas correntes, calcular o campo elétrico espalhado pelo mesmo. Na Seção 2.4 são mostrados os resultados da previsão no domínio da frequência, utilizando as formulações apresentadas nas seções anteriores e comparadas com os resultados obtidos utilizando a UTD, desenvolvida em [7].

No capítulo 3 é apresentada a formulação para a previsão de propagação no domínio do tempo em um terreno irregular e com variações suaves utilizando TD-MFIE, desenvolvida em [11], e, paralelamente, é desenvolvida a formulação utilizando a TD-EFIE. Na Seção 3.1 é aplicada a transformada inversa de Fourier nas equações obtidas no domínio da frequência após a aplicação do Método da Fase Estacionária, obtendo assim as respectivas equações no domínio do tempo. Na Seção 3.2 o Método dos Momentos é aplicado e, para a resolução das integrais de convolução, é utilizado a técnica *marching-on-in-time*. Na Seção 3.3, após a resolução das integrais de convolução, são resolvidas as integrais de linha e é montado um sistema de equações para encontrar a corrente equivalente no terreno, para então ser calculado o campo elétrico espalhado pelo terreno no domínio do tempo.

No capítulo 4 são apresentados os resultados da TD-EFIE e comparados com os da TD-MFIE e TD-UTD [7]. No capítulo 5 são apresentadas as conclusões deste trabalho e, também, apresentadas propostas de trabalhos futuros.

2. FORMULAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

O problema a ser resolvido neste trabalho consiste em determinar o campo elétrico espalhado por um terreno irregular com variações suaves em relação ao comprimento de onda. A determinação do campo espalhado pode ser feita com o auxílio do princípio da equivalência, onde o terreno pode ser substituído por correntes equivalentes em sua superfície. O princípio da equivalência garante que o campo gerado pelas correntes equivalentes superficiais é igual ao campo espalhado pelo terreno [25]. O problema se resume então em encontrar essas correntes a partir do campo incidente e, através delas, determinar o campo espalhado em qualquer ponto do espaço.

2.1. UTILIZANDO AS EQUAÇÕES INTEGRAIS

O problema de espalhamento aqui apresentado é resolvido com o auxílio das Equações Integrais, onde o campo no espaço é determinado a partir da distribuição de corrente, seja ela volumétrica ou superficial. A Equação Integral do Campo Elétrico (EFIE) no domínio da frequência é dada por [26]:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{E}(\vec{r})}{T} = & - \int_{V'} \left[j\omega\mu\vec{J}(\vec{r}')G + \vec{M}(\vec{r}') \times \nabla'G + \frac{\nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}')}{j\omega\epsilon} \nabla'G \right] dv' \\ & - \int_{S'} \left[j\omega\mu\vec{J}_s(\vec{r}')G + \vec{M}_s(\vec{r}') \times \nabla'G + \frac{\nabla' \cdot \vec{J}_s(\vec{r}')}{j\omega\epsilon} \nabla'G \right] ds', \end{aligned} \quad (2.1)$$

e a Equação Integral do Campo Magnético (MFIE) por [26]:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{H}(\vec{r})}{T} = & - \int_{V'} \left[j\omega\epsilon\vec{M}(\vec{r}')G - \vec{J}(\vec{r}') \times \nabla'G + \frac{\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')}{j\omega\mu} \nabla'G \right] dv' \\ & - \int_{S'} \left[j\omega\epsilon\vec{M}_s(\vec{r}')G - \vec{J}_s(\vec{r}') \times \nabla'G + \frac{\nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}')}{j\omega\mu} \nabla'G \right] ds', \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde a primeira integral em (2.1) e (2.2) contabiliza o campo gerado pela distribuição de corrente volumétrica e a segunda integral calcula o campo gerado por distribuição de correntes superficiais. $\vec{J}$ e $\vec{M}$ são as densidades volumétricas de corrente elétrica e magnética, respectivamente, $\vec{J}_s$ e $\vec{M}_s$ são as respectivas densidades superficiais de corrente elétrica e magnética,

ε é a permissividade elétrica do meio de propagação, no caso o ar livre, μ é a sua permeabilidade magnética, $\omega = 2\pi f$, em que f é a frequência da onda eletromagnética. T é definido como 1 caso a integral seja avaliada fora da superfície que delimita o volume de interesse e 2 caso ela seja feita sobre a superfície. G é a função de Green do espaço livre dada por:

$$G = \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad (2.3)$$

onde $k = 2\pi/\lambda$, em que λ é o comprimento da onda, o vetor $\vec{r}$ localiza o observador no espaço e $\vec{r}'$ localiza as fontes de corrente, como mostrado na Figura 2.1.

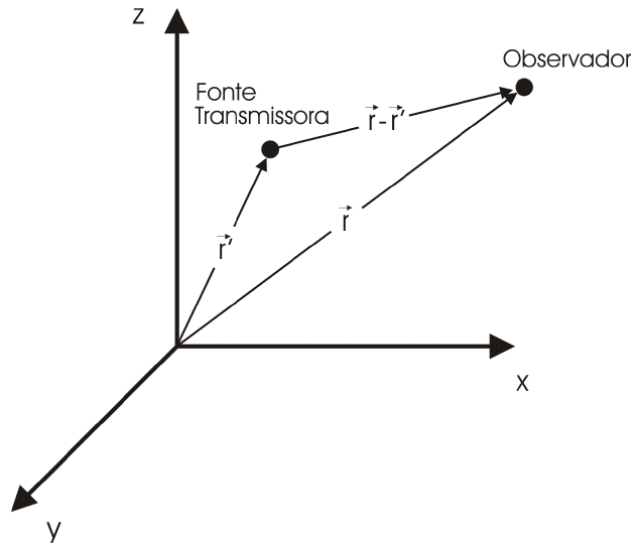


Figura 2.1: Localização da fonte e do observador.

A propagação de ondas eletromagnéticas em que a altura da antena receptora é menor do que a distância de propagação pode ser considerada como tendo incidência rasante, onde o ângulo de incidência que o raio faz com a normal à superfície é aproximadamente 90° . Os coeficientes de reflexão de Fresnel, sobre uma superfície plana, para as polarizações vertical e horizontal são dados, respectivamente, por [27]:

$$\Gamma_v = \frac{-\eta_1 \cos(\theta_i) + \eta_2 \cos(\theta_t)}{\eta_1 \cos(\theta_i) + \eta_2 \cos(\theta_t)}, \quad (2.4)$$

$$\Gamma_h = \frac{\eta_2 \cos(\theta_i) - \eta_1 \cos(\theta_t)}{\eta_2 \cos(\theta_i) + \eta_1 \cos(\theta_t)}, \quad (2.5)$$

onde η_1 e η_2 são as impedâncias intrínsecas dos meios 1 e 2, respectivamente, θ_i é o ângulo de incidência e θ_t é o ângulo do raio transmitido, como mostrado na Figura 2.2 para a polarização vertical, também denominada polarização paralela, pelo fato de o campo elétrico estar paralelo ao plano de incidência ($E_{\parallel}$).

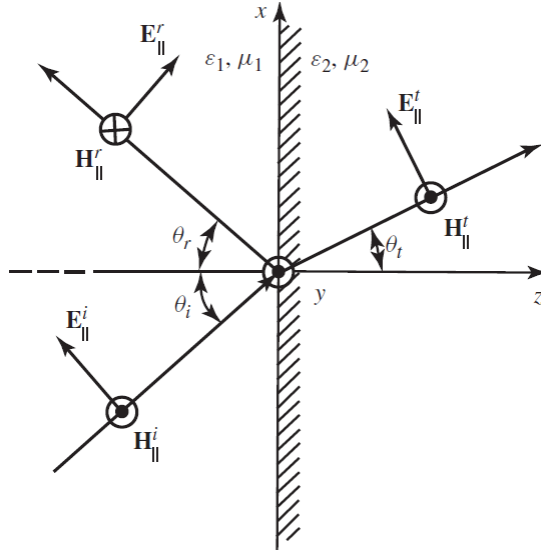


Figura 2.2: Incidência de uma onda polarizada verticalmente na superfície que separa os meios 1 e 2.

Note que, para um ângulo de incidência próximo de 90° , o coeficiente de reflexão é aproximadamente 1 para a polarização vertical. Assim, a soma dos campos incidente e refletido na superfície que separa os meios 1 e 2 resulta em um campo magnético paralelo à superfície nulo. O campo elétrico resultante terá, por sua vez, apenas componente paralela à superfície, com componente perpendicular nula. Essas características, componente paralela do campo magnético nula e campo elétrico paralelo à superfície, são equivalentes às condições de contorno de uma superfície condutora magnética perfeita [25].

Assumindo um campo eletromagnético com polarização vertical e que a incidência seja rasante, o terreno pode então ser aproximado por um condutor magnético perfeito (CMP). Sendo CMP, apenas correntes magnéticas equivalentes estão presentes na superfície. Considerando então apenas correntes magnéticas superficiais equivalentes nas equações (2.1) e (2.2) e que o campo gerado pelas correntes volumétricas é o campo incidente radiado pela antena transmissora, tem-se:

$$\vec{E}(\vec{r}) = T[\vec{E}_{in}(\vec{r}) + \vec{L}_2(\vec{M}_s)], \quad (2.6)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = T\left[\vec{H}_{in}(\vec{r}) + \frac{1}{\eta}\vec{L}_1(\vec{M}_s)\right], \quad (2.7)$$

onde $\vec{E}_{in}$ e $\vec{H}_{in}$ são, respectivamente, os campos elétrico e magnético incidentes no observador e os operadores $\vec{L}_1(\vec{M}_s)$ e $\vec{L}_2(\vec{M}_s)$ são definidos como:

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \oint_{S'} \left[\vec{M}_s(\vec{r}')G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G \right] ds', \quad (2.8)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \oint_{S'} [\vec{M}_s(\vec{r}') \times \nabla' G] ds'. \quad (2.9)$$

Aplicando as condições de fronteiras sobre um condutor magnético perfeito [25],

$$\hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{M}_s(\vec{r}), \quad (2.10)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}(\vec{r}) = 0, \quad (2.11)$$

com $T = 2$, já que a integral é avaliada sobre a superfície, em (2.6) e (2.7), tem-se:

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in}(\vec{r}) = -\frac{\vec{M}_s(\vec{r}')}{2} - \hat{n} \times \vec{L}_2(\vec{M}_s), \quad (2.12)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in}(\vec{r}) = -\frac{1}{\eta} \hat{n} \times \vec{L}_1(\vec{M}_s). \quad (2.13)$$

Assumindo a antena transmissora como uma fonte pontual, as correntes equivalentes sobre a superfície podem ser consideradas como tendo uma distribuição de fase esférica, assim:

$$\vec{M}_s(\vec{r}') = \vec{M}_a(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|}, \quad (2.14)$$

onde $\vec{r}_0$ localiza a antena transmissora e $\vec{M}_a$ representa a corrente $\vec{M}_s$ subtraída da distribuição de fase esférica.

Na Figura 2.3 é definido o sistema de coordenadas ao longo do perfil do terreno, onde $\vec{r}'$ e $\vec{r}$ definem as localizações da fonte e observador, respectivamente, $\hat{n}'$ e $\hat{n}$ são seus respectivos vetores unitários normais à superfície, $\hat{l}'$ e $\hat{l}$ são os vetores unitários tangentes ao terreno para a

fonte e observador, respectivamente. $\vec{R}_1$ é o vetor que define a posição da corrente equivalente na superfície em relação à antena transmissora e $\vec{R}_2$ define a posição do observador em relação a essa mesma corrente. Aqui será usado o termo fonte para se referir às correntes equivalentes na superfície do terreno, que funcionam como fontes do campo espalhado. O transmissor será posicionado no plano $y = y_o = 0$, ou seja, no plano de incidência do enlace.

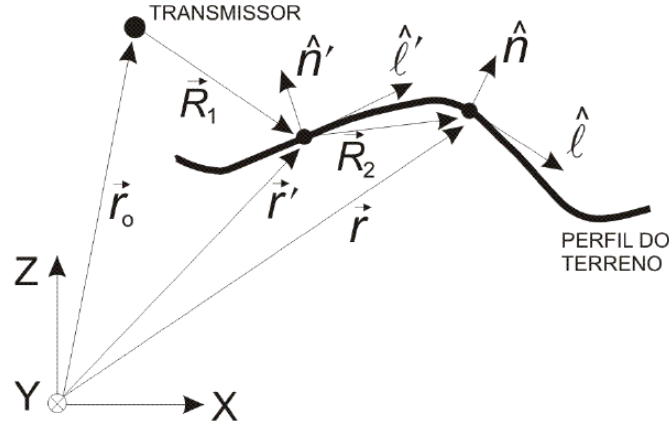


Figura 2.3: Definição do sistema de coordenadas ao longo do perfil.

2.2. APLICAÇÃO DO MÉTODO DA FASE ESTACIONÁRIA

Com a definição do sistema de coordenadas na Figura 2.3, as integrais de superfície em (2.8) e (2.9) podem ser escritas da seguinte forma:

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \int_{l'} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{M}_s(\vec{r}') G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G \right] dy' dl', \quad (2.15)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \int_{l'} \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{M}_s(\vec{r}') \times \nabla' G] dy' dl', \quad (2.16)$$

onde l' representa o perfil do terreno. Através de (2.3) e (2.14) pode-se definir o gradiente de G e o divergente de $\vec{M}_s$ respectivamente como:

$$\nabla' G = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{jk|\vec{r} - \vec{r}'| + 1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}'|} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (2.17)$$

$$\nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') = \left[-jk\vec{M}_a \cdot \frac{\vec{r}' - \vec{r}_0}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + \nabla' \cdot \vec{M}_a \right] e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|}. \quad (2.18)$$

Substituindo (2.17) e (2.18) em (2.15) e (2.16), as integrais ao longo de y' podem ser escritas na forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(y') e^{-jkh(y')} dy', \quad (2.19)$$

onde, para $\vec{L}_1$,

$$g_1(y') = \frac{\vec{M}_a}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{1}{k^2} \left[-jk\vec{M}_a \cdot \frac{\vec{r}' - \vec{r}_0}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + \nabla' \cdot \vec{M}_a \right] \left(\frac{jk|\vec{r} - \vec{r}'| + 1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.20)$$

para $\vec{L}_2$,

$$g_2(y') = \left(\vec{M}_a \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \frac{jk|\vec{r} - \vec{r}'| + 1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|^2}, \quad (2.21)$$

e, para $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$:

$$h(y') = |\vec{r}' - \vec{r}_0| + |\vec{r} - \vec{r}'|. \quad (2.22)$$

Considerando o terreno invariante na direção y e assumindo que k possui um valor muito elevado, o Método da Fase Estacionária [28] pode ser utilizado para resolver (2.19), resultando em:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(y') e^{-jkh(y')} dy' = g(y_s) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \left(h(y_s) + \frac{(y' - y_s)^2}{2} \frac{\partial^2 h(y_s)}{\partial y'^2} \right)} dy', \quad (2.23)$$

onde $h(y')$ foi aproximado pela sua série de Taylor e y_s , chamado de ponto estacionário, é o ponto onde a primeira derivada de h é nula. Calculando a primeira derivada de (2.22), encontra-se $y_s = y_o$, onde y_o é a coordenada y da antena transmissora, que determina o plano de incidência. Assim, a principal contribuição da integral em y' vem da região ao longo do plano de incidência. Resolvendo a integral em (2.23) para $h(y')$, tem-se [11]:

$$g(y_s) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \left(h(y_s) + \frac{(y' - y_s)^2}{2} \frac{\partial^2 h(y_s)}{\partial y'^2} \right)} dy' = g(y_s) e^{-jk(R_1 + R_2) - \frac{j\pi}{4} \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}}}, \quad (2.24)$$

onde R_1 , distância entre a antena transmissora e o ponto fonte, é dada por:

$$R_1 = |\vec{r}' - \vec{r}_0|_{y'=y_0} = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (z' - z_0)^2}, \quad (2.25)$$

e R_2 , distância entre o ponto fonte e o ponto observador, é dada por:

$$R_2 = |\vec{r} - \vec{r}'|_{y=y'=y_0} = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2}. \quad (2.26)$$

Assim, através do resultado em (2.24) e de (2.20)-(2.22), (2.15) e (2.16) podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} \vec{L}_1(\vec{M}_s) = -jk \int_{l'} & \left[\frac{\vec{M}_a}{4\pi R_2} \right. \\ & \left. - \frac{jkR_2 + 1}{4\pi R_2^2} (-jk\vec{M}_a \cdot \hat{R}_1 + \nabla' \cdot \vec{M}_a) \frac{\hat{R}_2}{k^2} \right] \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}} e^{-jk(R_1 + R_2) - \frac{j\pi}{4}} dl', \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = - \int_{l'} (\vec{M}_a \times \hat{R}_2) \left(\frac{jkR_2 + 1}{4\pi R_2^2} \right) \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}} e^{-jk(R_1 + R_2) - \frac{j\pi}{4}} dl'. \quad (2.28)$$

Dado que, para um condutor magnético perfeito, o campo elétrico é tangente à superfície, no plano de incidência este estará na direção $\hat{l}$ e, assim, através de (2.10), pode-se concluir que a corrente equivalente estará na direção $\hat{y}$. Com isso, $\vec{M}_a \cdot \hat{R}_1 = 0$ no plano de incidência. Como a corrente tem apenas componente $\hat{y}$ e com sua variação lenta próximo ao ponto de fase estacionária, tem-se que $\nabla' \cdot \vec{M}_a \approx 0$. Assim, (2.27) e (2.28) podem ser reescritas da seguinte maneira [11]:

$$\vec{L}_1(\vec{M}_s) = -k \int_{l'} \vec{M}_a G_1 dl', \quad (2.29)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}_s) = -k \int_{l'} \vec{M}_a \times \hat{R}_2 G_2 dl', \quad (2.30)$$

onde

$$G_1 = \frac{e^{-jk(R_1 + R_2) + \frac{j\pi}{4}}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}}, \quad (2.31)$$

$$G_2 = \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) G_1. \quad (2.32)$$

Agora, com as expressões de $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$ simplificadas, (2.12) e (2.13) podem ser escritas como:

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in} = -\frac{\vec{M}_a}{2} e^{-jkR_1} + k \int_{l'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \vec{M}_a G_2 dl', \quad (2.33)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in} = \frac{k}{\eta} \int_{l'} \hat{n} \times \vec{M}_a G_1 dl'. \quad (2.34)$$

2.3. APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS MOMENTOS

Resolvendo (2.33) e (2.34) encontra-se a corrente magnética equivalente sobre a superfície do terreno e, com ela, calcula-se o campo espalhado. Como se pode ver, ambas as equações contêm integrais que apresentam a incógnita no integrando, e isso pode ser resolvido utilizando o Método dos Momentos (MoM). Para isso, o terreno é dividido em N segmentos onde, em cada segmento, a corrente será modelada por uma função de base conhecida $\vec{m}_j$ ponderada por uma constante M_j . Aqui, a função de base considerada é o pulso unitário, assumindo valor igual a 1 em determinado segmento j e igual 0 para os demais segmentos. Assim, a distribuição de corrente na superfície pode ser escrita como uma soma das correntes de cada segmento, dada por:

$$\vec{M}_a = \sum_{j=1}^N M_j \vec{m}_j, \quad (2.35)$$

onde a constante M_j é a amplitude da corrente a ser determinada no centro do segmento j e $\vec{m}_j$ é a função de base. Feita a segmentação do terreno e com o pulso unitário como função de base, é preciso então determinar os N valores de M_j e, para isso, precisa-se de N equações. Para obter o número de equações necessárias aplica-se o produto interno de uma função de teste $\vec{w}_i$ em (2.33) e (2.34) em N segmentos observadores ao longo do terreno. A função de teste $\vec{w}_i$ aqui adotada é a função impulso, assim:

$$\begin{aligned} \int_l \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in}) dl &= -\frac{1}{2} \int_l (\vec{w}_i \cdot \vec{M}_a) e^{-jkR_1} dl \\ &+ k \int_l \int_{l'} (\vec{w}_i \cdot \vec{M}_a) (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) G_2 dl' dl, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\int_l \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in}) dl = \frac{k}{\eta} \int_l \int_{l'} \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{M}_a) G_1 dl' dl, \quad (2.37)$$

onde $\vec{w}_i$ tem direção $\hat{y}$ para a EFIE e direção $\hat{l}$ para a MFIE. O produto interno calcula o valor do integrando no centro do segmento analisado. Assim, substituindo (2.35) em (2.36) e (2.37) e resolvendo o produto interno, tem-se:

$$[\hat{y} \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in})]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = -\left[\frac{M_i}{2} e^{-jkR_1}\right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} + \sum_{j=1}^N \left[k \int_{l'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) M_j G_2 dl' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.38)$$

$$[\hat{l} \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in})]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = -\sum_{j=1}^N \left[\frac{k}{\eta} \int_{l'} M_j G_1 dl' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}. \quad (2.39)$$

Escrevendo (2.38) como um sistema linear da forma

$$[V_i] = [Z_{ij}][M_j], \quad (2.40)$$

encontra-se para a EFIE:

$$V_{i \text{ EFIE}} = [\hat{y} \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in})]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = [\vec{E}_{in} \cdot \hat{l}_i]_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.41)$$

$$Z_{ij \text{ EFIE}} = \left[-\frac{1}{2} e^{-jkR_1} \delta_{ij} + k \int_{l'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) G_2 dl' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.42)$$

onde $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$, já que a função de teste é aplicada apenas no segmento observador i no primeiro termo de (2.38). Analisando o segundo termo de (2.42), percebe-se que $(\hat{n} \cdot \hat{R}_2) = 0$ quando $i = j$, já que $\hat{R}_2$ tende a 0. Assim, apenas o primeiro termo de (2.42) é não nulo quando $i = j$ e quando $i \neq j$ apenas o segundo é diferente de zero.

Para resolver a integral dos elementos da matriz de impedância em (2.42) assume-se que R_1 e R_2 são constantes nas amplitudes de G_1 e G_2 e variam linearmente em suas fases da seguinte forma [11]:

$$R_1 \approx R_{1j} + u' \frac{\Delta_j}{2} (\hat{R}_{1j} \cdot \hat{l}') \quad (2.43)$$

$$R_2 \approx R_{2ij} - u' \frac{\Delta_j}{2} (\hat{R}_{2ij} \cdot \hat{l}') \quad (2.44)$$

em que R_{1j} é a distância entre o transmissor e o centro do segmento j , R_{2ij} a distância entre o centro do segmento fonte j e o centro do segmento observador i , Δ_j o comprimento do segmento fonte e u' varia de -1 a 1 ao longo do segmento. Levando isso em consideração, a integral da exponencial que aparece no termo G_2 de (2.42) é [11]:

$$\begin{aligned} k \int_{l'} e^{-jk(R_1+R_2)} dl' &= e^{-jk(R_{1j}+R_{2ij})} \int_{-1}^1 e^{-jku' \frac{\Delta_j}{2} [(\hat{R}_{1j}-\hat{R}_{2ij}) \cdot \hat{l}']} \frac{k\Delta_j}{2} du' \\ &= e^{-jk(R_{1j}+R_{2ij})} k\Delta_j \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\alpha = \frac{k\Delta_j}{2} (\hat{R}_{1j} - \hat{R}_{2ij}) \cdot \hat{l}'. \quad (2.46)$$

Assim:

$$V_{i \text{ EFIE}} = \vec{E}_{in} \cdot \hat{l}_i, \quad (2.47)$$

$$Z_{ij \text{ EFIE}} = (\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) G_2 k\Delta_j \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha}, \quad i \neq j, \quad (2.48)$$

$$Z_{ii \text{ EFIE}} = -\frac{1}{2} e^{-jkR_1}, \quad i = j. \quad (2.49)$$

Adotando para a MFIE o mesmo procedimento feito para a EFIE e escrevendo (2.39) na forma de um sistema linear como em (2.40), encontra-se:

$$V_{i \text{ MFIE}} = \eta [\hat{l} \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in})]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = -\eta [\vec{H}_{in} \cdot \hat{y}]_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.50)$$

$$Z_{ij \text{ MFIE}} = - \left[k \int_{l'} G_1 dl' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}. \quad (2.51)$$

A integral na matriz de impedância para a MFIE em (2.51) é resolvida da mesma maneira que em (2.42), considerando R_1 e R_2 com variação linear na fase de G_1 e constante em sua amplitude. Um cuidado, porém, deve ser tomado no cálculo quando $R_2 \rightarrow 0$, pois, nesse caso, há uma singularidade no integrando. Fazendo $R_2 = \frac{\Delta_j}{2} |u'|$ quando esta se aproxima de zero, a integral para $i = j$ resulta em [11]:

$$\begin{aligned} k \int_{l'} G_1 dl' &= \frac{e^{\frac{j\pi}{4}}}{2\sqrt{2}\pi} e^{-jkR_1} \int_{-1}^1 \frac{e^{-jku' \frac{\Delta_j}{2} (\hat{R}_{1j} \cdot \hat{l}')} e^{-jk|u'| \frac{\Delta_j}{2} \frac{k\Delta_j}{2}}}{\sqrt{\frac{k|u'|\Delta_j}{2}}} du' \\ &= \frac{e^{-jkR_1 + \frac{j\pi}{4}}}{2} \left[\frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j) \frac{k\Delta_j}{\pi}} \right)}{\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j)}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j) \frac{k\Delta_j}{\pi}} \right)}{\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j)}} \right], \end{aligned} \quad (2.54)$$

onde

$$\text{Fres}(x) = \int_0^x e^{-j\frac{\pi t^2}{2}} dt = C(x) - jS(x), \quad (2.53)$$

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt, \quad (2.54)$$

$$S(x) = \int_0^x \text{sen}\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt, \quad (2.55)$$

em que (2.54) e (2.55) são as integrais de Fresnel [29]. Assim, após multiplicar as matrizes de tensão, $[V]$, e impedância, $[Z]$, por -1, tem-se para a MFIE:

$$V_{i \text{ MFIE}} = \eta(\vec{H}_{in} \cdot \hat{y}), \quad (2.56)$$

$$Z_{ij \text{ MFIE}} = G_1 k \Delta_j \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha}, \quad i \neq j, \quad (2.57)$$

$$Z_{ii \text{ MFIE}} = \frac{e^{-jkR_1 + \frac{j\pi}{4}}}{2} \left[\frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j)} \frac{k\Delta_j}{\pi} \right)}{\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j)}} + \frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j)} \frac{k\Delta_j}{\pi} \right)}{\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{l}_j)}} \right], \quad (2.58)$$

$i = j.$

Com as matrizes de tensão e impedância encontradas pode-se agora resolver o sistema em (2.40) para encontrar a matriz das correntes $[M]$. No entanto, para grandes terrenos, a quantidade de elementos que as matrizes contêm aumentam com o número de segmentos em que o terreno for dividido e, quanto mais segmentos contiver o terreno, mais preciso é o resultado. Isso resulta em um sistema que apresenta um alto custo computacional. Lembrando que o terreno é assumido suave, pode-se desprezar o retroespalhamento e, assim, pode-se dizer que apenas os segmentos anteriores ao segmento observador contribuem para o cálculo de sua corrente. Assim, a corrente pode ser encontrada com um menor custo computacional, sendo calculada recursivamente através de [11]:

$$M_i = \frac{1}{Z_{ii}} \left(V_i - \sum_{j=1}^{i-1} Z_{ij} M_j \right), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2.59)$$

Com os valores da corrente magnética equivalente obtidos, o campo espalhado no espaço pode ser então calculado através de (2.6) fazendo $T = 1$, já que agora a integral está sendo avaliada fora da superfície. Assim:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) + \vec{L}_2(\vec{M}), \quad (2.60)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}) = -k \int_{l'} \vec{M}_a \times \hat{R}_2 G_2 dl'. \quad (2.61)$$

Resolvendo a integral em (2.61) como foi feito em (2.45), temos:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) - \sum_{j=1}^N M_j \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha} (\hat{y} \times \hat{R}_2) G_2 k \Delta_j \quad (2.62)$$

onde α é dado em (2.46), G_2 em (2.31), porém agora sendo R_1 a distância entre a antena transmissora e o centro do segmento fonte no terreno, e R_2 a distância entre o centro do segmento fonte e a antena receptora, localizada fora da superfície do terreno, como mostrado na Figura 2.4. Δ_j é o comprimento do segmento j do terreno.

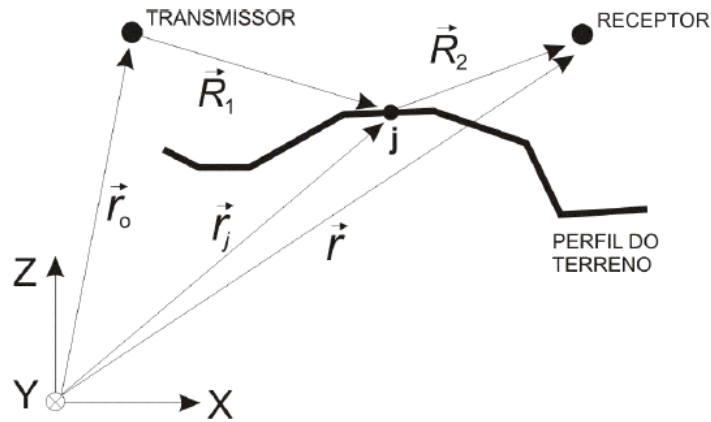


Figura 2.4: Parâmetros para o cálculo do campo espalhado.

2.4. RESULTADOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

As formulações apresentadas na Seção 2.3 foram utilizadas para previsão de cobertura sobre um terreno em forma de cunha com uma extensão de 5000m e uma altura h de 50m, como mostrado na Figura 2.5. O transmissor foi posicionado no início do terreno a uma altura de 10m e o receptor posicionado a uma altura h_r de 3m acima do terreno, variando sua distância d_r de 2500m até 5000m. Resultados para 100MHz e 1GHz são apresentados.

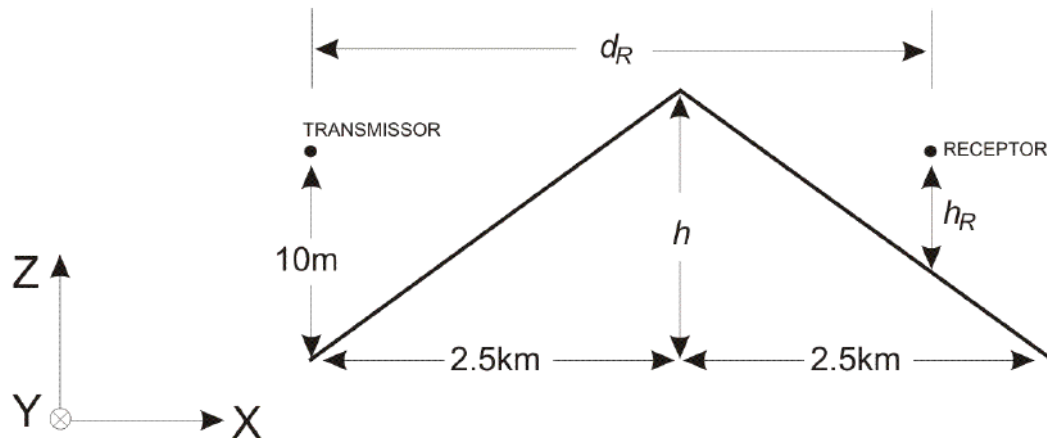


Figura 2.5: Perfil do terreno utilizado na simulação.

As antenas utilizadas na transmissão e recepção foram dipolos infinitesimais, ambos com ganho de 1,5 (eficiência de 100%). A potência radiada considerada na simulação foi de 1W. Foi calculado o campo elétrico ao longo do terreno, de 2500m a 5000m, e a componente z deste campo foi utilizada no cálculo da atenuação através de [30]:

$$A_{dB} = 10 \log\left(\frac{P_t}{P_r}\right) + 10 \log(G_t) + 10 \log(G_r) \quad (2.63)$$

$$P_r = \frac{|E_z|^2}{2\eta} \cdot \frac{D_r \lambda}{4\pi} \quad (2.64)$$

onde a atenuação A_{dB} é dada em decibéis, P_r é a potência no receptor, calculada através da densidade de potência e da área efetiva da antena receptora em (2.64), G_t e G_r são os ganhos das antenas transmissora e receptora, respectivamente, E_z é a componente z do campo elétrico no receptor e D_r é a diretividade da antena receptora.

O programa para a predição de cobertura foi desenvolvido em linguagem C. Foram realizados cálculos para a antena transmitindo ondas monocromáticas de 100MHz e de 1GHz. Em ambos os casos foi feita a previsão com o terreno segmentado em 0,5 e 5 segmentos por comprimento de onda. Como pode ser visto nas Figuras 2.6 e 2.7 os resultados da atenuação obtidos pela MFIE convergem melhor que os resultados obtidos pela EFIE. Mesmo com o terreno dividido com 0,5 segmentos por comprimento de onda, a MFIE apresentou um resultado muito próximo ao da UTD, tanto para 100MHz quanto para 1GHz. Já a EFIE apresentou resultados insatisfatórios para a frequência de 100MHz mesmo quando o terreno foi dividido em 5 segmentos por comprimento de onda. Mas, como pode-se observar na Figura 2.6, o aumento da quantidade de segmentos na divisão do terreno fez com que a curva da atenuação comesse a se aproximar da obtida pela MFIE e pela UTD. Com o aumento da frequência para 1GHz, como se vê na Figura 2.7, houve uma diminuição na diferença entre os resultados da EFIE e MFIE para os primeiros 100m e, com o aumento da divisão do terreno para 5 segmentos por comprimento de onda, a atenuação obtida pela EFIE convergiu para as obtidas pela MFIE e UTD.

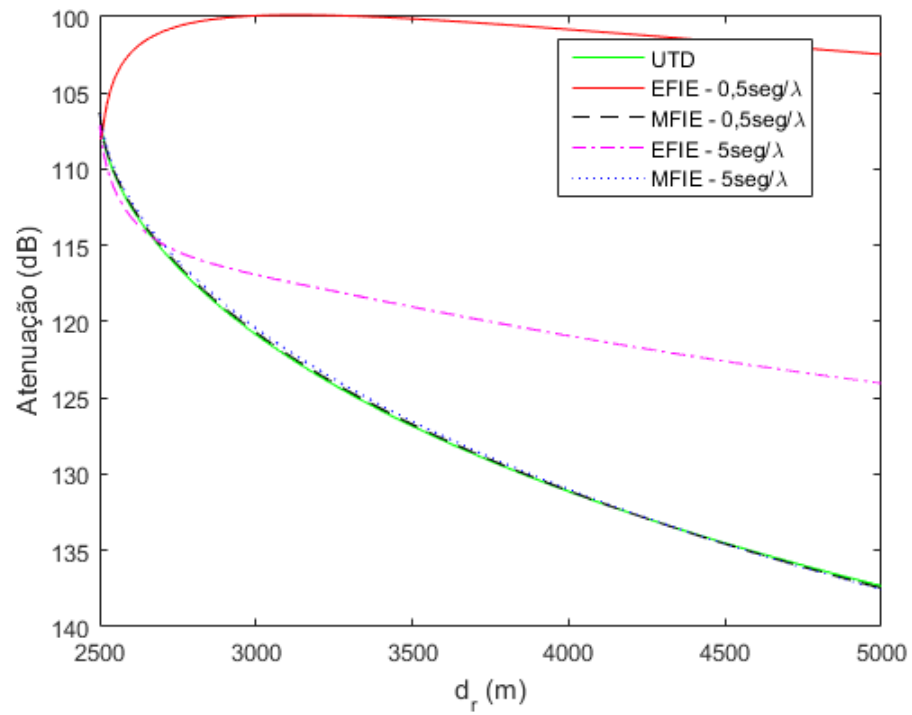


Figura 2.6: Atenuação no terreno para uma frequência de 100MHz.

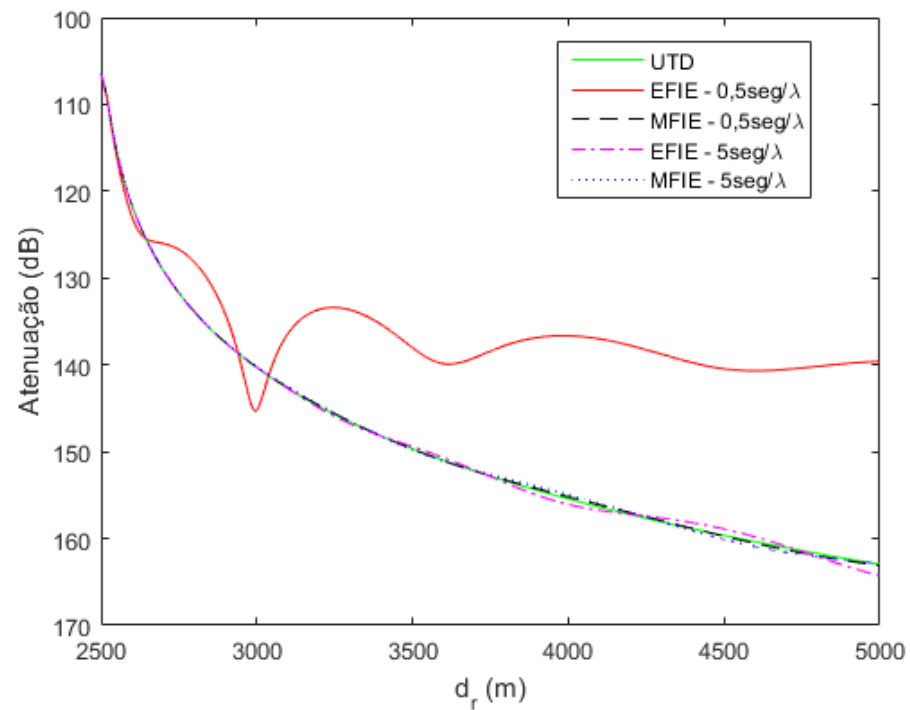


Figura 2.7: Atenuação no terreno para uma frequência de 1GHz.

Com o objetivo de analisar melhor as diferenças entre os resultados da EFIE e da MFIE, foi calculada a atenuação em todo o espaço acima da cunha até uma altura de 100m, desde o início até o fim da extensão do terreno. Os resultados da EFIE e da MFIE para 100MHz e 1GHz, com o terreno dividido em 0,5 e 5 segmentos por comprimento de onda são mostrados nas Figuras 2.8-2.11. Nelas, percebe-se que os resultados obtidos pela MFIE não se alteram com o aumento da segmentação do terreno para ambas as frequências. Já para a EFIE percebe-se que, com o aumento da segmentação, os resultados de pontos localizados na região de sombra se alteram e, apenas para a frequência de 1GHz, os resultados da região de sombra se aproximam aos obtidos pela MFIE. A diferença entre os dois métodos pode ser melhor vista nas Figuras 2.12-2.15, onde o módulo da diferença entre a EFIE e a MFIE é mostrado para a região acima do terreno até 100m de altura. Nessas figuras percebe-se que, para a região de visada direta, a diferença entre os dois métodos é próxima de zero. As maiores diferenças são obtidas nas regiões de sombra e, quanto mais próximo à superfície, maior a diferença. A diferença diminui com o aumento da frequência e com o aumento do número de segmentos em que o terreno é dividido, quando os resultados da EFIE se aproximam dos da MFIE.

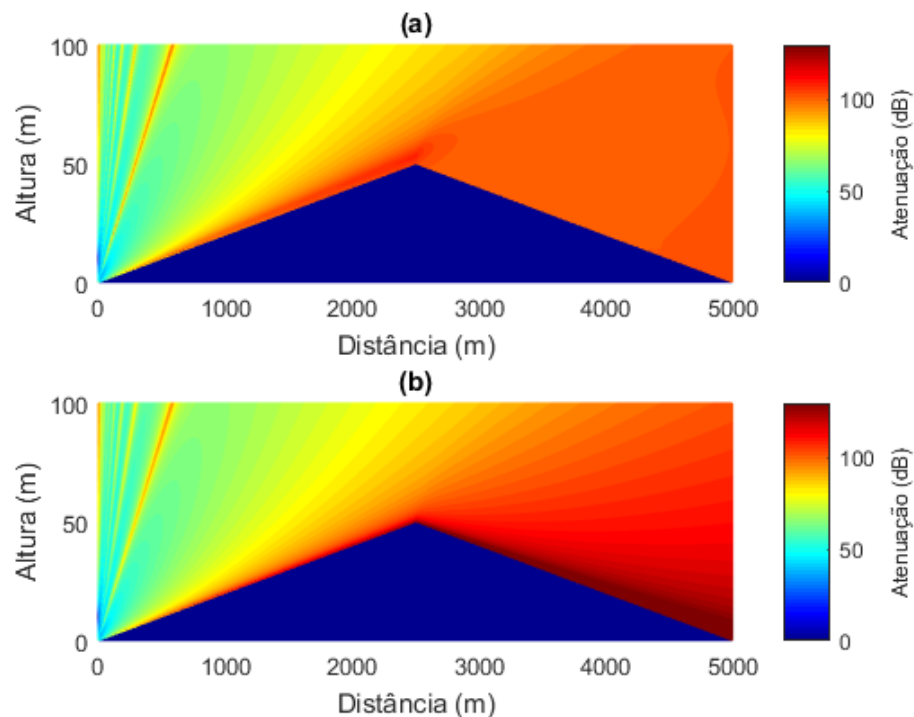


Figura 2.8: Atenuação espacial para 100MHz e 0,5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE.

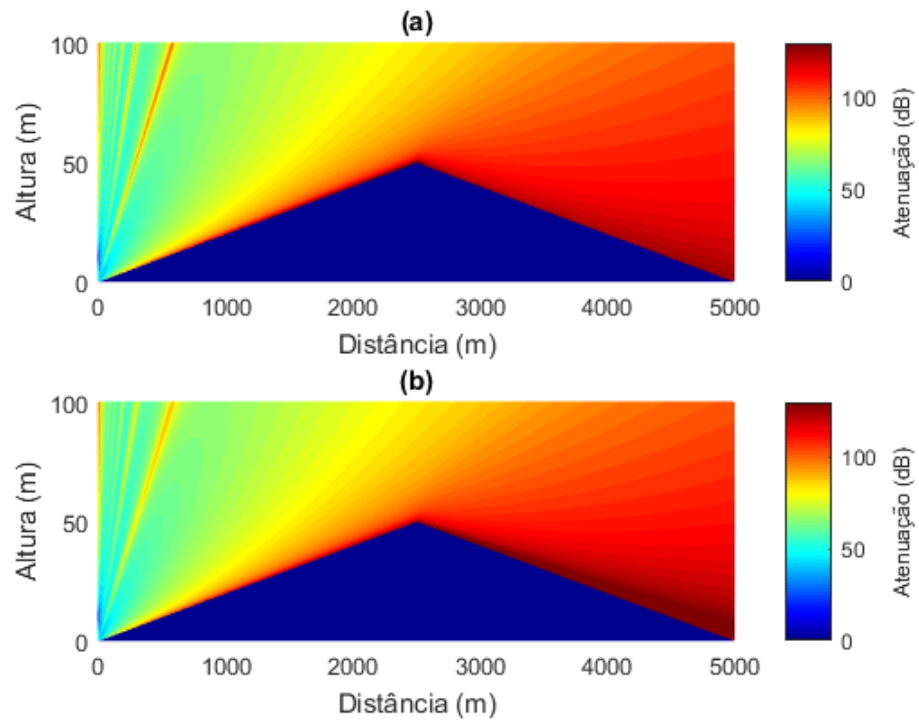


Figura 2.9: Atenuação espacial para 100MHz e 5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE.

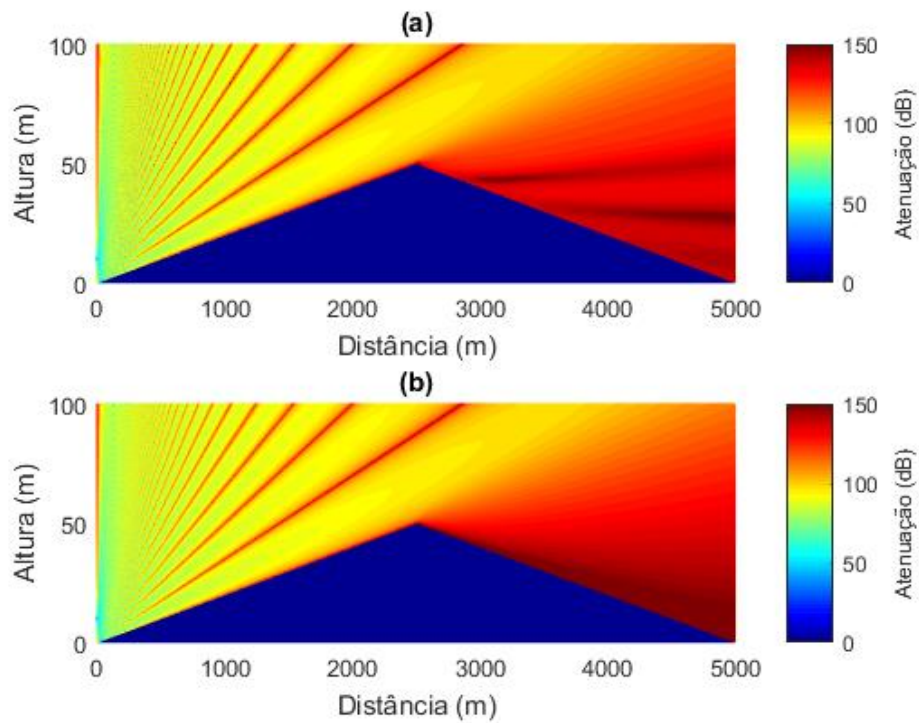


Figura 2.10: Atenuação espacial para 1GHz e 0,5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE.

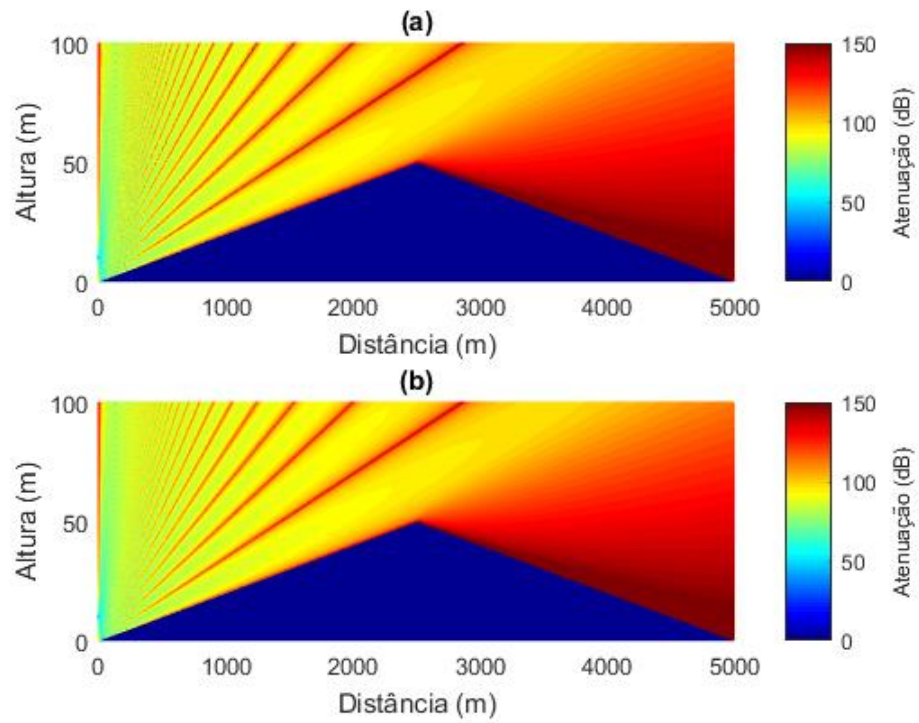


Figura 2.11: Atenuação espacial para 1GHz e 5 segmentos/ λ obtida pela a) EFIE e b) MFIE.

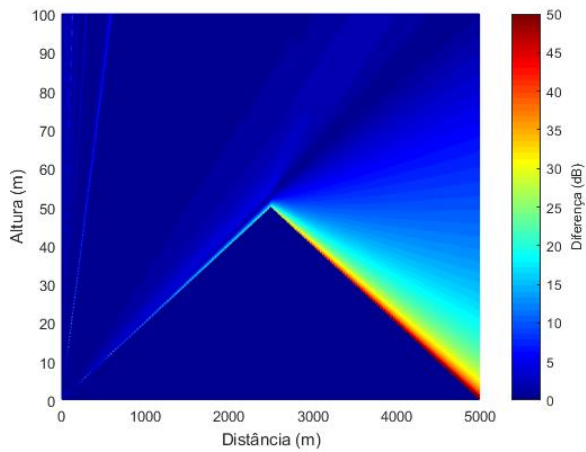


Figura 2.12: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 100MHz e 0,5 segmentos/ λ .

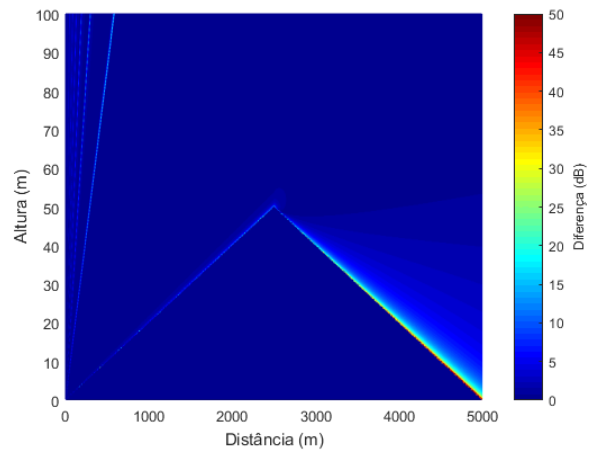


Figura 2.13: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 100MHz e 5 segmentos/ λ .

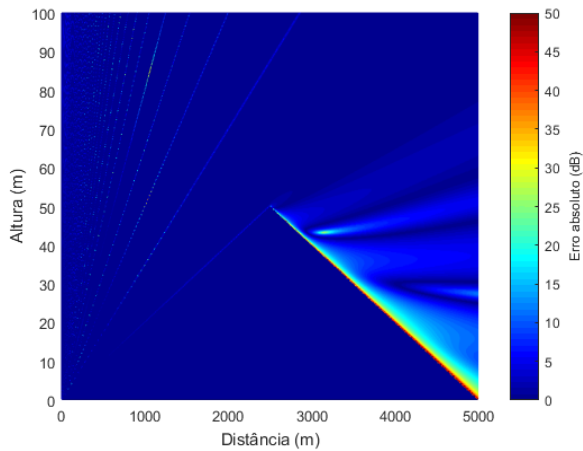


Figura 2.14: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 1GHz e 0,5 segmentos/ λ .

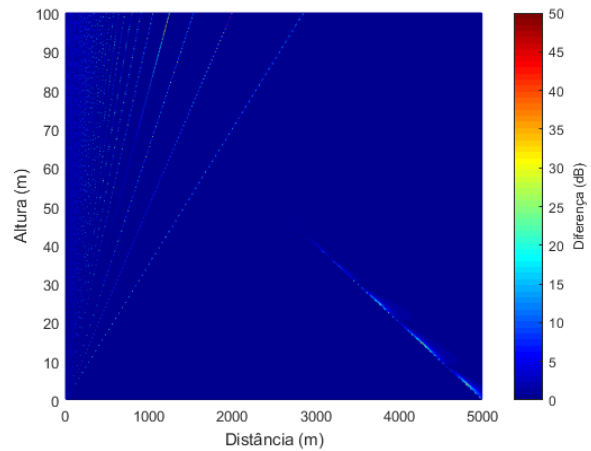


Figura 2.15: Módulo da diferença da atenuação obtida pela EFIE e MFIE para 1GHz e 5 segmentos/ λ .

2.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foi mostrado o desenvolvimento da formulação da EFIE e da MFIE, utilizadas para prever a propagação de uma onda eletromagnética em um terreno irregular e suave no domínio da frequência. Foi possível ver pelos gráficos de atenuação que é necessário que o terreno seja dividido em mais segmentos ou que se aumente a frequência da onda para que os resultados obtidos pela FD-EFIE se aproximem dos obtidos pela FD-MFIE.

As formulações apresentadas são importantes no desenvolvimento das respectivas formulações que se destinam a prever a propagação de uma onda eletromagnética diretamente no domínio do tempo desenvolvidas no Capítulo 3, a TD-MFIE e a TD-EFIE. Além disso, a FD-EFIE é utilizada no Capítulo 4 para comparação com resultados obtidos na previsão utilizando a TD-EFIE. A FD-EFIE é aplicada para o cálculo do campo espalhado para uma quantidade suficiente de frequências do espectro eletromagnético do pulso e, após obtido o campo espalhado em cada frequência, é aplicada a transformada inversa de Fourier para obter o pulso eletromagnético espalhado pelo terreno no domínio do tempo.

3. FORMULAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

A predição de cobertura no domínio da frequência é muito útil em comunicações faixa estreita. Nesse caso faz-se a análise para uma frequência e assume-se que em toda a faixa o comportamento é o mesmo, já que as frequências são muito próximas. Porém, quando a comunicação é feita em banda muito larga, não se pode dizer que o comportamento é o mesmo em todo o espectro do sinal, já que os fenômenos eletromagnéticos ocorrem de maneira diferente para cada frequência. Em casos assim, se faz necessário então o estudo da propagação para diversas frequências ou uma análise direta no domínio do tempo. O estudo no domínio da frequência permite uma análise em estado de regime permanente [31]. Em casos onde é importante se conhecer o comportamento de um sinal também em regime transiente é necessário o estudo diretamente no domínio do tempo.

O processo de desenvolvimento das formulações no domínio do tempo é como o feito para o domínio da frequência. O terreno analisado é considerado irregularmente suave, podendo ser desconsiderado o retroespalhamento. É assumida uma incidência rasante com polarização vertical, e mais uma vez o terreno é aproximadamente tratado como um condutor magnético perfeito. É utilizado o princípio da equivalência e então correntes magnéticas superficiais equivalentes são utilizadas para o cálculo do campo espalhado pelo terreno.

3.1. APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER

A transformada inversa de Fourier é definida como [32]:

$$\mathcal{F}^{-1}\{A(\omega)\} = \mathcal{A}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.1)$$

e pode ser aplicada nas equações integrais no domínio da frequência para encontrar suas respectivas formulações no domínio do tempo. Aqui, as letras cursivas são utilizadas para representar as grandezas no domínio do tempo enquanto as letras de forma as representam no domínio da frequência. Lembrando que, após a aplicação do Método da Fase Estacionária, tem-se que as equações integrais do campo magnético e elétrico aplicadas na superfície do terreno são dadas por (2.33) e (2.34), respectivamente. Reescrevendo-as aqui, tem-se:

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in} = \frac{k}{\eta} \int_{l'} \hat{n} \times \vec{M}_a \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+\frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} dl', \quad (3.2)$$

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in} = -\frac{\vec{M}_a}{2} e^{-jkR_1} + k \int_{l'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \vec{M}_a \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+\frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} dl'. \quad (3.3)$$

Lembrando que $\vec{M}(\vec{r}') = M_a(\vec{r}')e^{-jkR_1}\hat{y}$, em que $\vec{M}(\vec{r}')$ é a corrente magnética superficial equivalente e R_1 é a distância entre a antena transmissora e o ponto fonte, (3.2) e (3.3) são reescritas como:

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \vec{H}_{in} &= \frac{jk}{\eta} \int_{l'} [\hat{n} \times M(\vec{r}')\hat{y}] \frac{e^{-jkR_2-\frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} dl' \\ &= -\frac{\hat{l}}{\eta} \int_{l'} jkM(\vec{r}') \frac{e^{-jkR_2-\frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} dl', \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \vec{E}_{in} &= -\frac{M(\vec{r}')\hat{y}}{2} + jk \int_{l'} [(\hat{n} \cdot \hat{R}_2)M(\vec{r}')\hat{y}] \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) \frac{e^{-jkR_2-\frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} dl' \\ &= -\frac{M(\vec{r}')\hat{y}}{2} + \int_{l'} [(\hat{n} \cdot \hat{R}_2)\hat{y}] \left(jkM(\vec{r}') + \frac{M(\vec{r}')}{R_2}\right) \frac{e^{-jkR_2-\frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}} dl', \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde R_2 é a distância entre o ponto fonte e o ponto observador sobre a superfície. Como as considerações feitas para a aplicação do Método da Fase Estacionária (terreno invariante na direção perpendicular ao plano de incidência e valor de k muito alto) são invariantes no tempo, a transformada inversa de Fourier pode ser aplicada em (3.4) e (3.5) para encontrar as respectivas equações integrais do campo magnético e elétrico no domínio do tempo. Assim:

$$\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}', t) = -\frac{\hat{l}}{\eta} \int_{l'} \mathcal{F}^{-1}\{jkM(\vec{r}')\} * \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{e^{-jkR_2 - \frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}}\right\} dl', \quad (3.6)$$

$$\hat{n} \times \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}', t) = -\frac{\mathcal{M}(\vec{r}', t)\hat{y}}{2} +$$

$$\int_{l'} [(\hat{n} \cdot \hat{R}_2)\hat{y}] \left(\mathcal{F}^{-1}\{jkM(\vec{r}')\} + \frac{\mathcal{M}(\vec{r}', t)}{R_2} \right) * \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{e^{-jkR_2 - \frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}}\right\} dl'. \quad (3.7)$$

Aplicando a propriedade da derivada de uma transformada e lembrando que $k = \omega/c$, em que c é a velocidade da luz, tem-se:

$$\mathcal{F}^{-1}\{jkM(\vec{r}')\} = \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{j\omega}{c}M(\vec{r}')\right\} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t)}{\partial t}. \quad (3.8)$$

Utilizando a definição da transformada em (3.1), a segunda transformada que aparece nas integrais de linha em (3.6) e (3.7) pode ser calculada. Assim [11]:

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{e^{-jkR_2 - \frac{j\pi}{4}}}{4\pi\sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}}\right\} = \frac{\sqrt{2\pi c}}{8\pi^2\sqrt{R_2\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-jkR_2 + j\omega t}}{\sqrt{j\omega}} d\omega, \quad (3.9)$$

em que a integral em (3.9) é dada por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-jkR_2 + j\omega t}}{\sqrt{j\omega}} d\omega = \sqrt{\frac{\pi}{t - \frac{R_2}{c}}} \left[1 + \text{Sign}\left(t - \frac{R_2}{c}\right) \right] = 2 \sqrt{\frac{\pi}{t - \frac{R_2}{c}}}, \quad (3.10)$$

onde a função $\text{Sign}(x) = 1$ se $x > 0$, $\text{Sign}(x) = 0$ se $x = 0$ e $\text{Sign}(x) = -1$ se $x < 0$. Sendo t o instante de tempo no observador e $t - R_2/c$ o instante de tempo no segmento fonte, a uma distância R_2 do observador, $t - R_2/c$ é sempre positivo, já que não faz sentido uma análise em instantes de tempo negativo para um problema real, assim $\text{Sign}(t - R_2/c) = 1$.

A convolução de duas funções é dada por [32]:

$$\mathcal{A}(t) * \mathcal{B}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}(t')\mathcal{B}(t - t') dt'. \quad (3.11)$$

Assim, substituindo (3.8) e (3.9) em (3.6) e (3.7) e aplicando a convolução tem-se:

$$\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}, t) = -\frac{\hat{l}}{4\pi\eta} \int_{l'} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t')}{\partial t'} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' dl', \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}, t) &= -\frac{\vec{\mathcal{M}}(\vec{r}', t)}{2} \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int_{l'} [(\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \hat{y}] \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t)}{\partial t} + \frac{\mathcal{M}(\vec{r}', t)}{R_2} \right) * \frac{1}{\sqrt{t - \frac{R_2}{c}}} dl' \\ &= -\frac{\vec{\mathcal{M}}(\vec{r}', t)}{2} + \frac{1}{4\pi} \int_{l'} [(\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \hat{y}] \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} (\mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2) dl', \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde $\mathcal{J}_1$ e $\mathcal{J}_2$ são as integrais de convolução, dadas por:

$$\mathcal{J}_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{M}(\vec{r}', t')}{\partial t'} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt', \quad (3.14)$$

$$\mathcal{J}_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{M}(\vec{r}', t')}{R_2} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt', \quad (3.15)$$

em que τ é o retardo de tempo, definido como $\tau = t - R_2/c$.

3.2. APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS MOMENTOS E DA TÉCNICA MARCHING-ON-IN-TIME

Para avaliar (3.12) e (3.13) e encontrar a corrente magnética equivalente, é aplicado o MoM como feito para o domínio da frequência, com o pulso unitário sendo a função de base e a função impulso sendo a função de teste, sendo esta na direção $\hat{l}$ para a MFIE e na direção $\hat{y}$ para a EFIE. Assim, após o produto interno definido em (2.35) e (2.36), tem-se:

$$\left[\hat{l} \cdot (\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}, t)) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = - \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{4\pi\eta} \int_{l'} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \mathcal{I}_1 dl' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \left[\hat{y} \cdot (\hat{n} \times \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}, t)) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = \\ - \frac{[\mathcal{M}(\vec{r}', t)]_{\vec{r}=\vec{r}_i}}{2} + \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{4\pi} \int_{l'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} (\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2) dl' \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Para que as integrais de convolução em (3.14) e (3.15) sejam resolvidas numericamente, é preciso discretizar o tempo e resolvê-las utilizando a técnica *marching-on-in-time*, onde a corrente em determinado instante de tempo é encontrada utilizando a corrente em instantes de tempo anteriores [33]. Assim, considere t_{ini} o instante em que a antena transmissora inicia a transmissão do sinal e t_{fin} o instante final de transmissão. O intervalo de tempo em que surgem as correntes equivalentes em cada segmento do terreno é então determinado pelos instantes inicial e final de transmissão e pelo tempo de propagação desse sinal até o segmento analisado. O tempo inicial para o surgimento da corrente equivalente é dado pelo instante em que a antena começa a transmitir mais o tempo de atraso que o sinal leva para chegar até o segmento correspondente. Assim:

$$t_{ini,i} = t_{ini} + \frac{R_1}{c} \quad (3.18)$$

onde $t_{ini,i}$ é o instante inicial para o segmento i e R_1 é a distância do transmissor até o centro desse segmento. Por sua vez, o instante em que a corrente deixa de existir no segmento é dado pelo instante final que o segmento anterior deixa de emitir o sinal acrescido do tempo que esse sinal leva para chegar ao segmento em análise. Então:

$$t_{fin,i} = t_{fin} + \frac{R_{11}}{c}, \quad \text{se } i = 1, \quad (3.19)$$

$$t_{fin,i} = t_{fin,i-1} + \frac{1}{c} \left(\frac{\Delta_{i-1} + \Delta_i}{2} \right), \quad \text{se } i = 2, 3, \dots, N. \quad (3.20)$$

onde (3.19) calcula o instante final para o primeiro segmento do terreno, em que R_{11} é a distância do transmissor até o centro do mesmo e (3.20) calcula o instante final para o restante dos segmentos, em que Δ_i é o comprimento do segmento em análise e Δ_{i-1} é o comprimento do segmento anterior. Tendo então definido o intervalo de tempo para cada segmento, é feita a discretização do tempo para cada segmento e para o transmissor em intervalos de tempo Δt_i e Δt , respectivamente, onde $\Delta t_i \leq \Delta t$. Os instantes de tempo t_p de cada segmento são então dados por:

$$t_p = t_{ini,i} + (p - 1)\Delta t_i, \quad p = 1, 2, \dots, N_{t,i}, \quad (3.21)$$

onde $N_{t,i}$ é o número de instantes de tempo do segmento i .

Tendo sido feita a discretização temporal, (3.14) e (3.15) podem ser resolvidas para cada intervalo de tempo $[t_{p-1}, t_p]$, onde, dentro do intervalo, a variação da corrente com o tempo é considerada linear. Assim, para qualquer instante dentro desse intervalo, a corrente é dada por:

$$\mathcal{M}_i(\vec{r}', t') = \mathcal{M}_{i,p} \frac{(t' - t_p + \Delta t_i)}{\Delta t_i} - \mathcal{M}_{i,p-1} \frac{(t' - t_p)}{\Delta t_i}, \quad t_{p-1} \leq t' \leq t_p, \quad (3.22)$$

e sua derivada temporal é, consequentemente, dada por:

$$\frac{\partial \mathcal{M}_i(\vec{r}', t')}{\partial t'} = \frac{\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}}{\Delta t_i}, \quad (3.23)$$

onde $\mathcal{M}_{i,p}$ é a corrente magnética equivalente no instante de tempo t_p e $\mathcal{M}_{i,p-1}$ é a corrente no instante anterior. Com isso, pode-se calcular (3.14) e (3.15) em cada intervalo de duração Δt_i . Tem-se então:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_1(\vec{r} = \vec{r}_i) &= \int_{t_{p-1}}^{t_p} \frac{1}{c} \frac{\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}}{\Delta t_i} \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' \\ &= \frac{2}{c} \frac{\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}}{\Delta t_i} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}], \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}_2(\vec{r} = \vec{r}_i) &= \int_{t_{p-1}}^{t_p} \frac{1}{R_2} \left[\mathcal{M}_{i,p} \frac{(t' - t_p + \Delta t_i)}{\Delta t_i} - \mathcal{M}_{i,p-1} \frac{(t' - t_p)}{\Delta t_i} \right] \frac{1}{\sqrt{\tau - t'}} dt' \\
&= \frac{2}{3R_2 \Delta t_i} \left[(2\tau + t_{p-1} - 3t_p) \sqrt{\tau - t_{p-1}} - 2(\tau - t_p) \sqrt{\tau - t_p} \right] (\mathcal{M}_{i,p} \\
&\quad - \mathcal{M}_{i,p-1}) + \frac{2\mathcal{M}_{i,p}}{R_2} (\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}).
\end{aligned} \tag{3.25}$$

As equações (3.24) e (3.25) são aplicadas para cada intervalo de tempo desde o instante inicial $t_{ini,i}$ e o menor dos instantes entre $t_{fin,i}$ e $\tau = t - R_2/c$ de cada segmento.

3.3. CÁLCULO DAS CORRENTES E DO CAMPO ESPALHADO

Calculados $\mathcal{J}_1$ e $\mathcal{J}_2$, as integrais de linha em (3.12) e (3.13) podem ser calculadas utilizando o método dos retângulos, tomando cuidado para o caso singular quando $R_2 = 0$. Assim, (3.12) e (3.13) podem ser reescritas como, respectivamente:

$$[\mathcal{V}_{i,p}]_{MFIE} = [\mathcal{Z}_{ij,p}]_{MFIE} [\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}]_{MFIE}, \tag{3.26}$$

$$[\mathcal{V}_{i,p}]_{EFIE} = [\mathcal{Z}_{ij,p}^1]_{EFIE} [\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}]_{EFIE} + [\mathcal{Z}_{ij,p}^2]_{EFIE} [\mathcal{M}_{i,p}]_{EFIE}. \tag{3.27}$$

Para a TD-MFIE, tem-se, lembrando que para $i = j$, $R_2 \rightarrow 0$:

$$\mathcal{V}_{i,p}^{MFIE} = \eta \left[\hat{l}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r}', t_p)) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = -\eta [\vec{\mathcal{H}}_{in}(\vec{r} = \vec{r}_i, t_p) \cdot \hat{y}], \tag{3.28}$$

$$\mathcal{Z}_{ij,p}^{MFIE} = -\frac{1}{2\pi c} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \frac{\Delta_j}{\Delta t_j} (\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}), \quad se \ i \neq j, \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{Z}_{ii,p}^{MFIE} &= -\frac{\sqrt{2c}}{2\pi c \Delta t_i} \int_{l'} \frac{1}{\sqrt{R_2}} (\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}) dl' \\
&= -\frac{\sqrt{2c}}{2\pi c \Delta t_i} (\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}) 2\sqrt{2\Delta_i} \\
&= -\frac{2\sqrt{c\Delta_i}}{\pi c \Delta t_i} (\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}), \quad se \ i = j,
\end{aligned} \tag{3.30}$$

onde, em (3.30), R_2 foi considerado constante no cálculo de τ , sendo este retirado para fora da integral de linha, restando, então, apenas o termo que apresenta a singularidade $1/\sqrt{R_2}$, onde foi utilizada a mesma aproximação que em (2.52). Desconsiderando o retroespalhamento, o cálculo da corrente pode ser feito recursivamente, com a corrente em um segmento em determinado instante de tempo calculada em função da corrente em segmentos e instantes de tempo anteriores. Assim, para a MFIE:

$$\mathcal{V}_{i,p} = \sum_{j=1}^i \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i} (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}). \quad (3.31)$$

Manipulando (3.31) para isolar $\mathcal{M}_{i,p}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{i,p} &= \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ii,p_i} (\mathcal{M}_{i,p_i} - \mathcal{M}_{i,p_i-1}) + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i} (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) \\ &= \mathcal{Z}_{ii,p} (\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}) + \sum_{p_i=2}^{p-1} \mathcal{Z}_{ii,p_i} (\mathcal{M}_{i,p_i} - \mathcal{M}_{i,p_i-1}) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i} (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Assim:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{i,p} &= \frac{1}{\mathcal{Z}_{ii,p}} \left[\mathcal{V}_{i,p} + \mathcal{Z}_{ii,p} \mathcal{M}_{i,p-1} - \sum_{p_i=2}^{p-1} \mathcal{Z}_{ii,p_i} (\mathcal{M}_{i,p_i} - \mathcal{M}_{i,p_i-1}) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i} (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) \right], \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Fazendo o mesmo para a TD-EFIE encontra-se os valores das matrizes de tensão e impedância no sistema (3.27), dados por:

$$\mathcal{V}_{i,p}^{EFIE} = \left[\hat{\mathbf{y}} \cdot \left(\hat{\mathbf{n}}_i \times \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}, t_p) \right) \right]_{\vec{r}=\vec{r}_i} = \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r} = \vec{r}_i, t_p) \cdot \hat{\mathbf{l}}_i, \quad (3.34)$$

$$Z_{ij,p}^{1,EFIE} = \frac{1}{2\pi} (\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \frac{\Delta_j}{3R_2 \Delta t_i} \left[\left(2\tau + t_{p-1} - 3t_p + 3\frac{R_2}{c}\right) \sqrt{\tau - t_{p-1}} - \left(2\tau - 2t_p + 3\frac{R_2}{c}\right) \sqrt{\tau - t_p} \right], \quad se \ i \neq j, \quad (3.35)$$

$$Z_{ii,p}^{1,EFIE} = 0, \quad se \ i = j, \quad (3.36)$$

$$Z_{ij,p}^{2,EFIE} = \frac{1}{2\pi} (\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \frac{\Delta_j}{R_2} [\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p}], \quad se \ i \neq j, \quad (3.37)$$

$$Z_{ii,p}^{2,EFIE} = -\frac{1}{2}, \quad se \ i = j \ e \ p_i = p \quad (3.38)$$

$$Z_{ii,p}^{2,EFIE} = 0, \quad se \ i = j \ e \ p_i \neq p \quad (3.39)$$

em que Z^1 surge da integral de linha em (3.17) contendo o termo da diferença entre correntes em instantes consecutivos, $\mathcal{M}_{i,p} - \mathcal{M}_{i,p-1}$, contabilizando, portanto, a contribuição de todos os segmentos do terreno e em todos os instantes de tempo, por conter as integrais de convolução $\mathcal{J}_1$ e $\mathcal{J}_2$. Mas, como na integral em (3.17) aparece o termo $\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2$, seu resultado é nulo quando $i = j$, pois nesse caso $\hat{R}_2 = 0$. O termo Z^2 surge da integral de linha em (3.17) que contém apenas o valor de corrente no instante analisado, $\mathcal{M}_{i,p}$, e também do termo fora da integral. Para $i \neq j$, o termo fora da integral é nulo porque a função de base é definida apenas para o segmento analisado, naquele instante de interesse, restando apenas a contribuição da integral de linha. A integral de linha contabiliza a contribuição de todos os segmentos anteriores ao analisado e, por conter a integral de convolução, contabiliza para todos os instantes de tempo anteriores ao analisado, anulando para $i = j$, já que $\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2 = 0$. Para $i = j$, apenas o termo fora da integral de linha contribui para Z^2 e, como ele é definido apenas no segmento analisado e naquele instante de tempo analisado, ele vale apenas para $p_i = p$. Para $p_i < p$ ele é nulo. Assim, desprezando o retroespalhamento, tem-se:

$$\mathcal{V}_{i,p} = \sum_{j=1}^i \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^1 (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) + \sum_{j=1}^i \sum_{p_i=1}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^2 \mathcal{M}_{j,p_i}. \quad (3.40)$$

Tendo em vista as considerações feitas acima, simplificando (3.40):

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{i,p} &= \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ii,p_i}^1 (\mathcal{M}_{i,p_i} - \mathcal{M}_{i,p_i-1}) + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^1 (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) \\ &\quad + \sum_{p_i=1}^p \mathcal{Z}_{ii,p_i}^2 \mathcal{M}_{i,p_i} + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=1}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^2 \mathcal{M}_{j,p_i} \\ &= \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^1 (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) + \mathcal{Z}_{ii,p}^2 \mathcal{M}_{i,p} + \sum_{p_i=1}^{p-1} \mathcal{Z}_{ii,p_i}^2 \mathcal{M}_{i,p_i} \\ &\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=1}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^2 \mathcal{M}_{j,p_i}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Observando que $\mathcal{Z}_{ii,p_i}^2 = 0$ para $p_i < p$:

$$\mathcal{V}_{i,p} = \mathcal{Z}_{ii,p}^2 \mathcal{M}_{i,p} + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^1 (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) + \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=1}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^2 \mathcal{M}_{j,p_i}. \quad (3.42)$$

Isolando $\mathcal{M}_{i,p}$ encontra-se, para a TD-EFIE:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{i,p} &= \frac{1}{\mathcal{Z}_{ii,p}^2} \left[\mathcal{V}_{i,p} - \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^1 (\mathcal{M}_{j,p_i} - \mathcal{M}_{j,p_i-1}) - \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=1}^p \mathcal{Z}_{ij,p_i}^2 \mathcal{M}_{j,p_i} \right], \\ i &= 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Obtida a corrente magnética equivalente na superfície do terreno, pode-se usá-la para calcular o campo espalhado no domínio do tempo. Através da equação integral do campo elétrico com $T = 1$ no domínio da frequência, (2.60) e (2.61), tem-se:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) - k \int_{l'} \vec{M}_a \times \hat{R}_2 \left(1 - \frac{j}{kR_2} \right) \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+\frac{j\pi}{4}}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} dl'. \quad (3.44)$$

Lembrando que $\vec{M}(\vec{r}') = M_a(\vec{r}')e^{-jkR_1}\hat{y}$, (3.44) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) - jk \int_{l'} (\hat{y} \times \hat{R}_2) \vec{M}(\vec{r}') \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) \frac{e^{-jkR_2 - \frac{j\pi}{4}}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}} dl'. \quad (3.45)$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier em (3.45) como foi feito em (3.17), encontramos o campo espalhado no domínio do tempo, dado por:

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}, t) - \sum_{i=1}^N \sum_{p_i=2}^p (\hat{y} \times \hat{R}_2) \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{2c}{R_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \Delta_i(\mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2), \quad (3.46)$$

onde R_1 é a distância entre a antena transmissora e o centro do segmento fonte no terreno, R_2 é a distância entre o segmento fonte e a antena receptora e $\mathcal{J}_1$ e $\mathcal{J}_2$ são dados respectivamente por (3.24) e (3.25). $\vec{\mathcal{E}}_{in}(\vec{r}, t)$ é o campo elétrico incidente na antena receptora gerado diretamente pela antena transmissora.

3.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram desenvolvidas formulações que podem ser utilizadas na previsão de propagação de uma onda eletromagnética diretamente no domínio do tempo em terrenos irregularmente suaves. Com as aproximações e considerações feitas, foi possível encontrar equações para a montagem das matrizes de tensão e de impedância para que, então, se possa encontrar as correntes equivalentes na superfície do terreno e, a partir das correntes, encontrar o campo espalhado pelo mesmo.

A precisão dos resultados é maior quanto maior for a discretização do terreno e do intervalo de tempo, resultando, porém, em um maior tempo de simulação. A quantidade de cálculos a serem realizados também aumenta com o tamanho do terreno e do tamanho da janela temporal de interesse, já que, quanto maior o terreno e o intervalo de tempo em análise, maiores são as matrizes.

4. RESULTADOS NO DOMÍNIO DO TEMPO

As formulações apresentadas no Capítulo 3 para a TD-EFIE e TD-MFIE são utilizadas aqui na previsão de propagação de um pulso eletromagnético no domínio do tempo e comparadas com a TD-UTD desenvolvida em [7]. Além da análise feita diretamente no domínio do tempo utilizando a TD-EFIE, é feita também a previsão utilizando a transformada inversa de Fourier aplicada numericamente aos resultados obtidos no domínio da frequência pela EFIE para comparação com a TD-EFIE.

O pulso eletromagnético aqui utilizado é definido no domínio do tempo como [34]:

$$f(t) = \frac{C_0}{\pi} \sum_{n=1}^{N+1} \frac{A_n T_n}{(t - t_0)^2 + T_n^2}, \quad (4.1)$$

onde N é um número inteiro positivo, A_n depende de N e T_n depende de N e da frequência f_c , que é a frequência onde ocorre o maior valor no espectro de $f(t)$, e t_0 é o retardo temporal que desloca o pulso em relação à origem. No domínio da frequência, $f(t)$ é dada por [34]:

$$F(\omega) = C_0 e^{-j\omega t_0} \sum_{n=1}^{N+1} A_n e^{-|\omega| T_n}, \quad (4.2)$$

onde a constante C_0 é definida de modo que $|F(\omega_c)| = 1$, em que $\omega_c = 2\pi f_c$. A equação (4.2) pode ser também escrita na forma [34]:

$$F(\omega) = C_0 (1 - e^{-|\omega| T})^N e^{-\omega T} e^{-j\omega t_0}, \quad (4.3)$$

onde

$$T = \frac{\ln(1 + N)}{2\pi f_c}. \quad (4.4)$$

Fazendo $N = 2$ e $|F(\omega_c)| = 1$ em (4.3), encontra-se:

$$C_0 = (1 + N) \left(\frac{1 + N}{N} \right)^N = 6,75. \quad (4.5)$$

Com $N = 2$ e comparando (4.2) com (4.3), encontra-se $A_1 = 1$, $A_2 = -1$, $A_3 = 1$, $T_1 = T$, $T_2 = 2T$ e $T_3 = 3T$. Assim:

$$f(t) = \frac{6,75}{\pi} \left(\frac{T}{(t - t_0)^2 + T^2} - \frac{2T}{(t - t_0)^2 + (2T)^2} + \frac{3T}{(t - t_0)^2 + (3T)^2} \right). \quad (4.6)$$

Neste trabalho, assim como em [11], é considerado um atraso de tempo $t_0 = 4ns$ e $f_c = 850MHz$. Na Figura 4.1 é mostrado o pulso definido em (4.6) no domínio do tempo e em (4.3) no domínio da frequência.

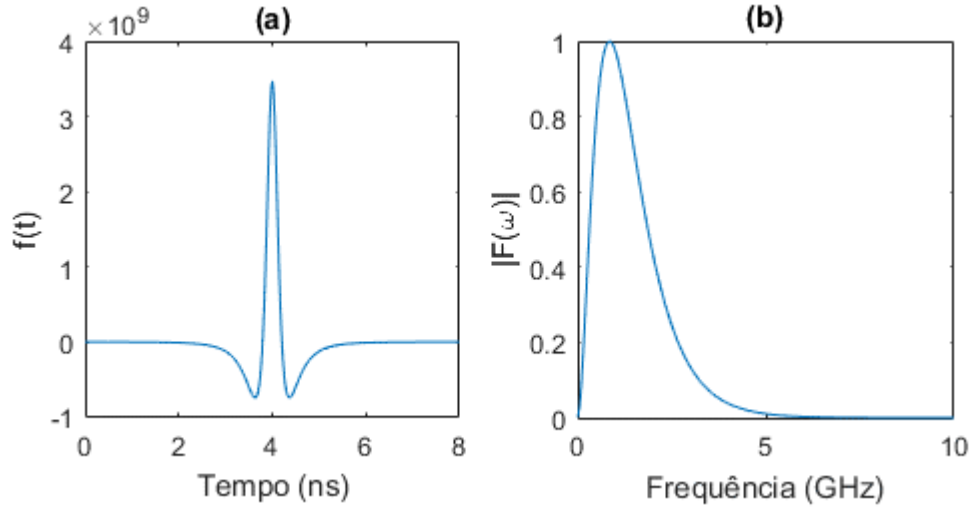


Figura 4.1: a) Pulso no domínio do tempo; b) Espectro do pulso.

Na análise temporal, o tempo foi discretizado adotando uma frequência de amostragem de $F_s = 40GHz$, resultando em um incremento temporal de $\Delta t = \frac{1}{F_s} = 0,025ns$. O terreno foi dividido em 0,5 segmentos por comprimento de onda, tomando como referência o comprimento de onda da maior frequência significativa do espectro, aproximadamente 7GHz, como percebe-se na Figura 4.1-b. O pulso mostrado na Figura 4.1-a é emitido pela antena transmissora durante o intervalo de tempo de $t_{ini} = 0ns$ a $t_{fin} = 8ns$.

Na análise no domínio da frequência, o campo elétrico na antena receptora é calculado para uma quantidade suficiente de frequências do espectro do pulso transmitido. Posteriormente, é calculada numericamente a transformada inversa de Fourier definida em (3.1) para encontrar o resultado no domínio do tempo (EFIE+IFT). No cálculo do campo para cada frequência o terreno é segmentado com 0,5 segmentos por comprimento de onda. Como a maior frequência significativa aqui é adotada como sendo 7GHz, o campo é calculado até essa frequência e de 7GHz até 40GHz ele é considerado nulo. O incremento na frequência é calculado a partir da janela temporal do sinal recebido. Assim, o incremento Δf é determinado por [32]:

$$\Delta f = \frac{1}{t_{fin,r} - t_{ini,r}} \quad (4.7)$$

onde $t_{ini,r}$ é o instante inicial do sinal no receptor e $t_{fin,r}$ o instante final.

4.1. CUNHA SIMPLES

Aqui, a previsão de propagação é feita sobre uma cunha simples com 200m de extensão e 2m de altura. A antena transmissora foi posicionada no início do terreno a uma altura de 5m do solo enquanto que a antena receptora foi posicionada no final do mesmo em alturas h_r de 5m, 15m, 30m e 90m, como mostrado na Figura 4.2.

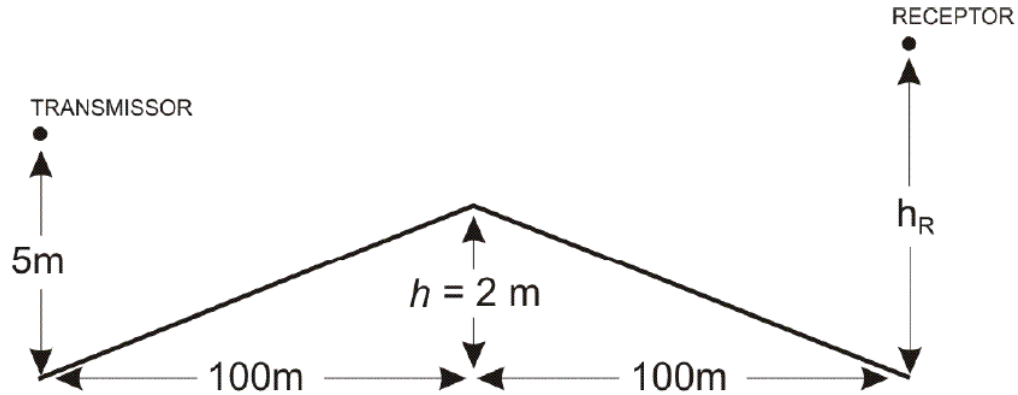


Figura 4.2: Cunha simples utilizada para previsão de propagação no domínio do tempo.

Os resultados da simulação utilizando a TD-EFIE para a cunha simples são mostrados nas Figuras 4.3-4.6, onde, para os casos onde o receptor é posicionado a partir de 15m, é possível distinguir dois pulsos, sendo um vindo diretamente do transmissor e o outro devido à reflexão no terreno. Para o receptor posicionado a 5m, os dois pulsos, direto e refletido, aparecem sobrepostos um ao outro. Nestas figuras percebe-se que os resultados obtidos pela formulação desenvolvida neste trabalho, TD-EFIE, são comparáveis aos obtidos pela TD-UTD e TD-MFIE, havendo apenas uma pequena diferença na amplitude do pulso refletido obtido pela TD-MFIE comparado com os obtidos pela TD-EFIE e TD-UTD, como é melhor observado nas Figuras 4.7-4.9, onde o pulso refletido é visto com mais detalhes para os casos em que a antena receptora é posicionada a 15m, 30m e 90m.

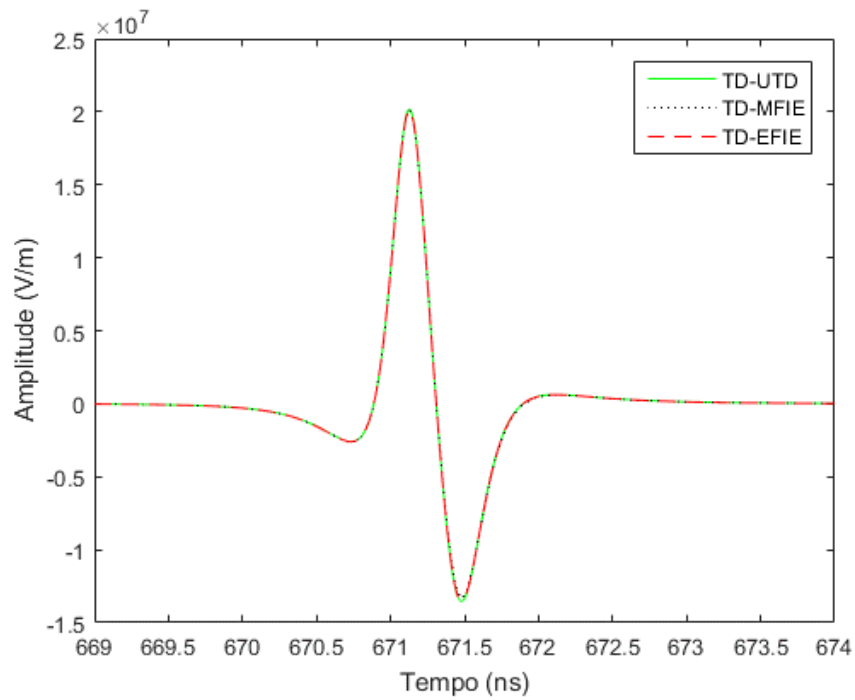


Figura 4.3: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.

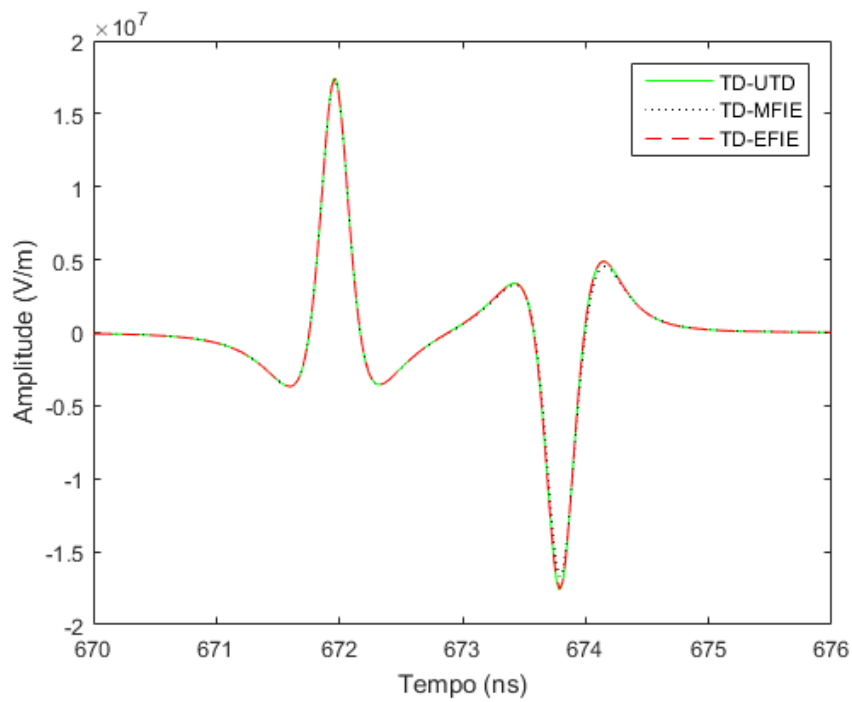


Figura 4.4: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.

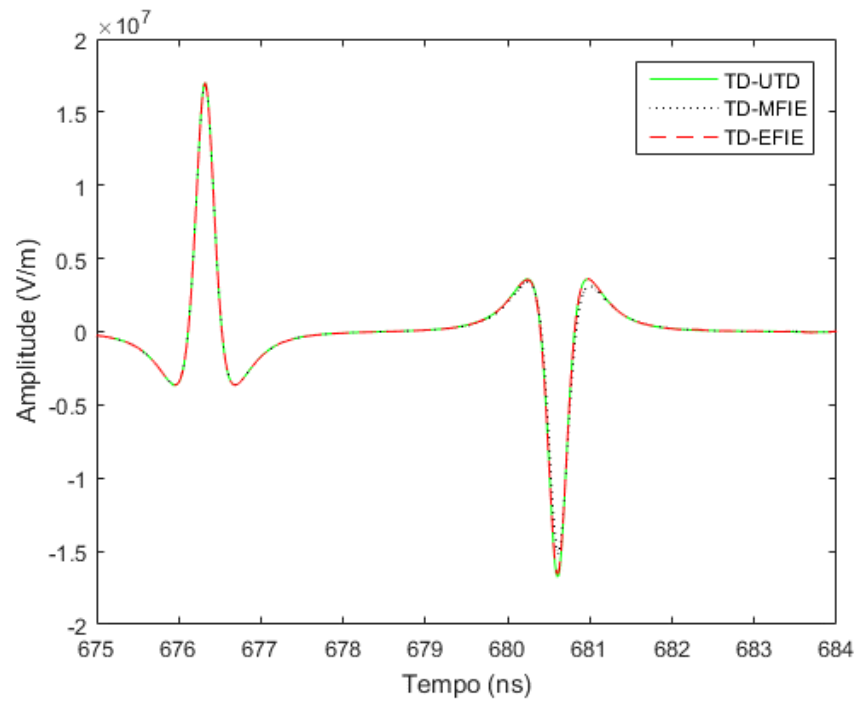


Figura 4.5: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.

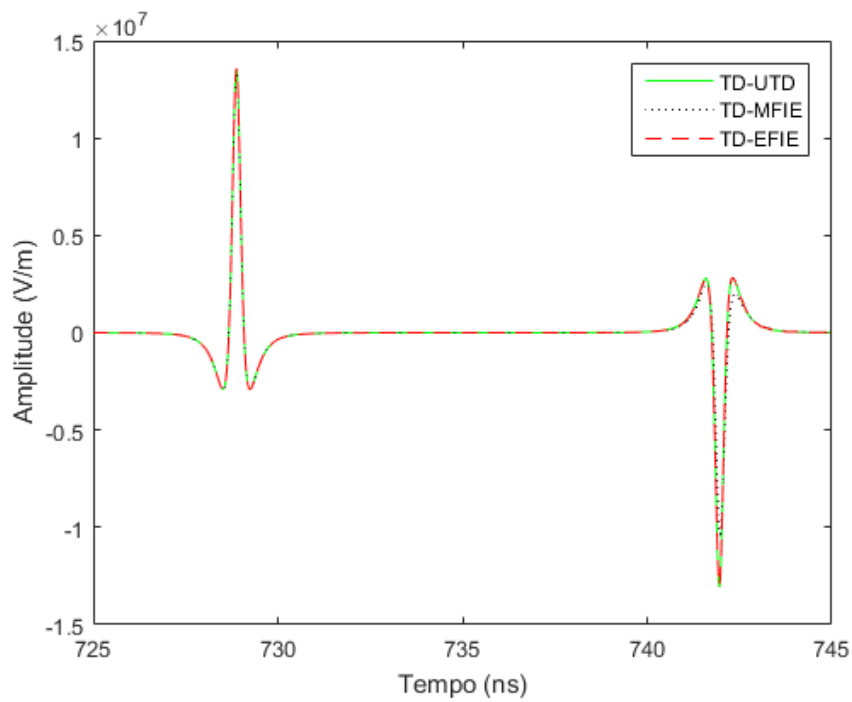


Figura 4.6: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha simples.

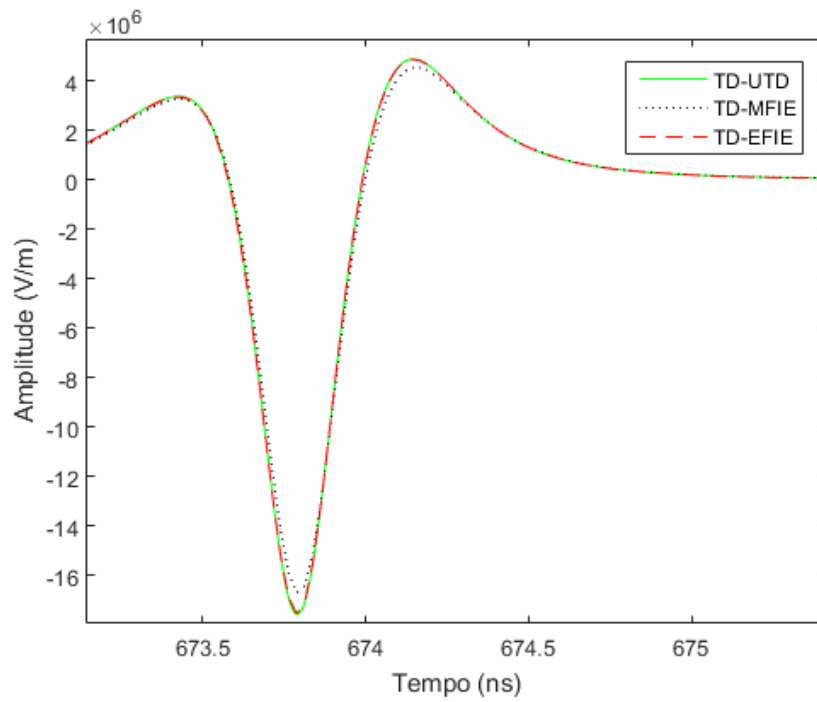


Figura 4.7: Zoom no pulso refletido, obtido pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para o receptor a 15m.

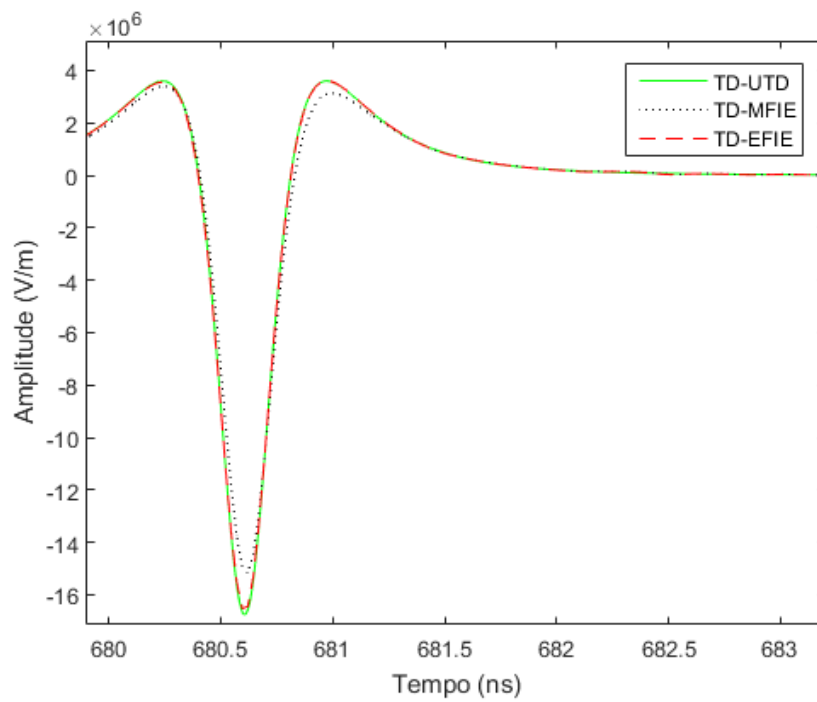


Figura 4.8: Zoom no pulso refletido, obtido pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para o receptor a 30m.

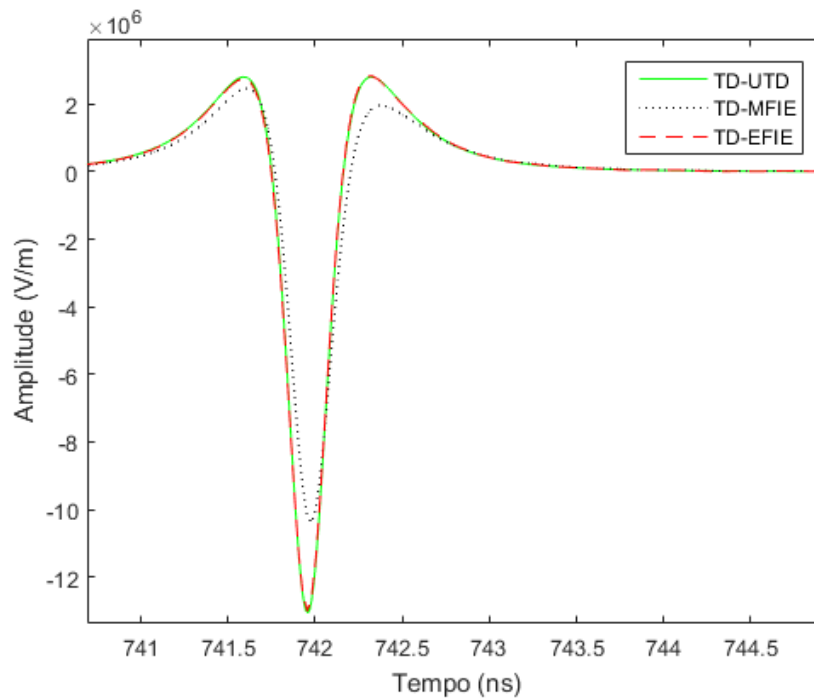


Figura 4.9: Zoom no pulso refletido, obtido pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para o receptor a 90m.

Nas Figuras 4.10-4.13 a TD-EFIE é comparada com os resultados obtidos após a aplicação da transformada inversa de Fourier nos resultados da EFIE no domínio da frequência (EFIE+IFT). Nelas pode-se ver que a EFIE+IFT apresenta resultados semelhantes aos obtidos pela TD-EFIE e TD-UTD. No entanto, enquanto que a EFIE+IFT requer entre 1 e 7 minutos para simular a TD-EFIE demora cerca de 21 horas. Um dos fatores que explica a diferença no tempo de simulação é a segmentação do terreno. No domínio do tempo, o terreno é segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda baseado no comprimento de onda da maior frequência significativa, que foi de 7GHz. Já no domínio da frequência o terreno foi dividido em 0,5 segmentos por comprimento de onda para cada frequência utilizada no cálculo. Assim, na análise de frequências menores do que 7GHz, o terreno terá menos segmentos, diminuindo, assim, o tempo de simulação. Além disso, no domínio do tempo, a corrente em cada segmento é calculada para cada instante de tempo e, devido à recursividade, é levado em consideração a corrente em segmentos e instantes anteriores, aumentando o número de cálculos necessários. Já no domínio da frequência, a corrente em cada segmento é calculada apenas uma vez em cada frequência, onde a recursividade aparece levando em conta apenas segmentos anteriores, não havendo recursividade temporal.

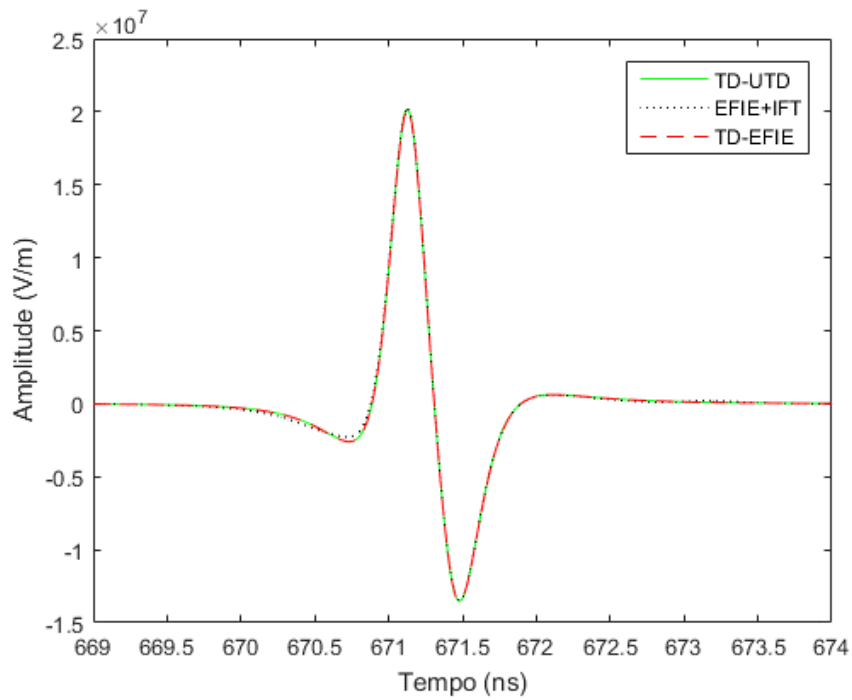


Figura 4.10: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-EFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.

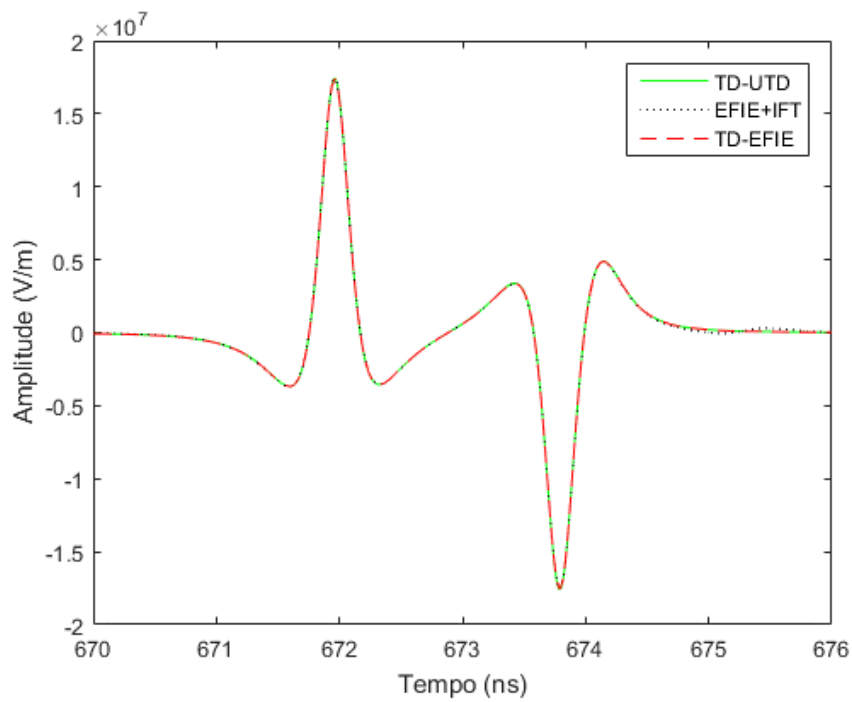


Figura 4.11: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.

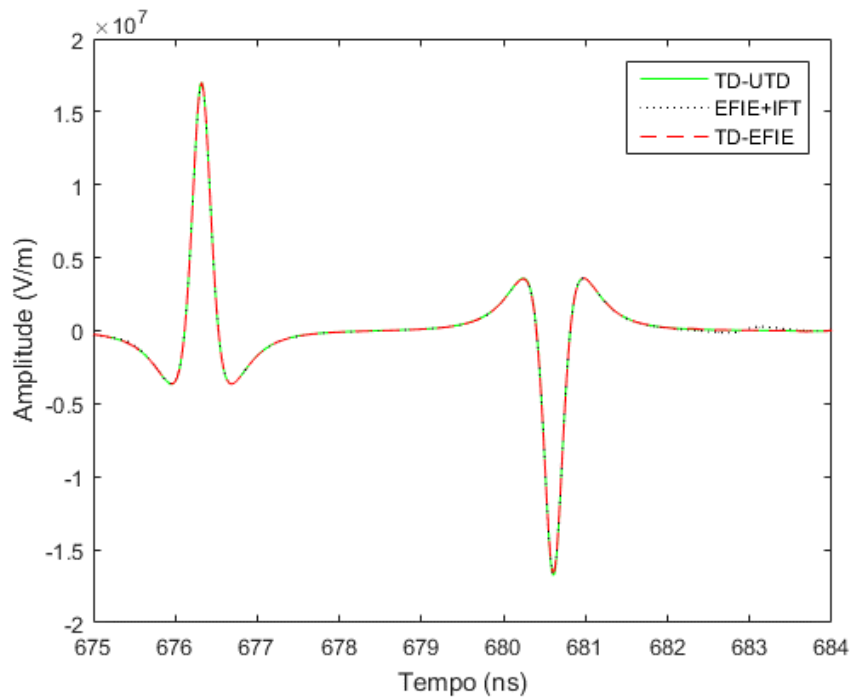


Figura 4.12: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.

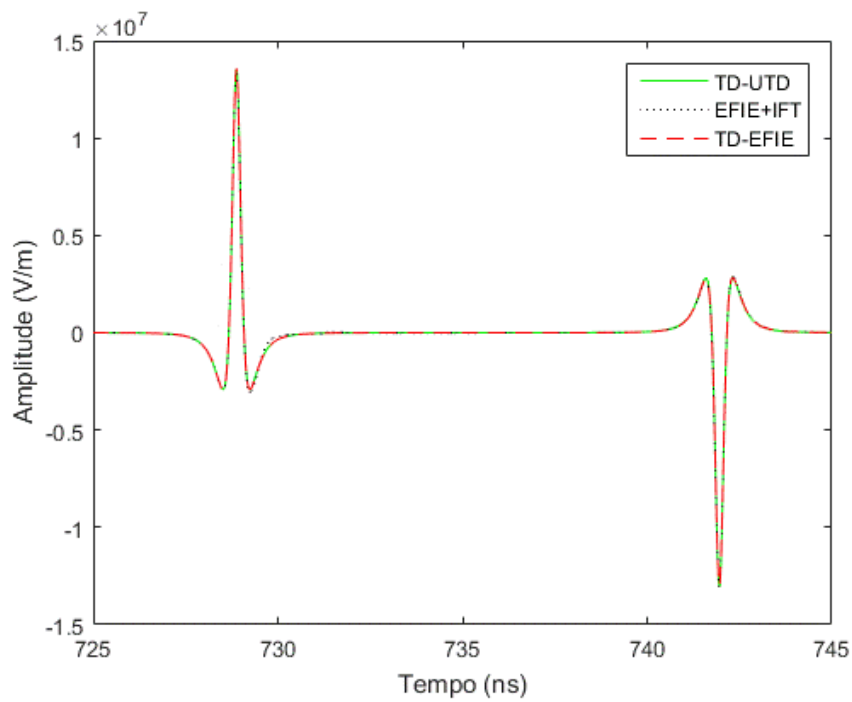


Figura 4.13: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha simples.

Embora o tempo de simulação diretamente no domínio do tempo tenha sido maior, a análise direta nesse domínio permite uma melhor caracterização do canal para bandas muito largas e, mesmo não apresentado neste trabalho, pode-se obter a função de transferência do canal a partir da resposta ao impulso.

Como apresentado na Seção 2.4, no domínio da frequência, houveram grandes diferenças entre os resultados da EFIE e MFIE para frequências abaixo de 1GHz e para o terreno dividido em poucos segmentos. Já no domínio do tempo, os resultados da TD-EFIE e TD-MFIE concordam entre si muito bem. Isso pode ser explicado pelo fato de o transmissor e o receptor estarem localizados em uma altura maior que a altura da cunha, evitando, assim, que o receptor se localize em uma região de sombra e também por este estar localizado mais afastado da superfície, que é onde a FD-EFIE e FD-MFIE apresentam uma maior diferença nos seus resultados, como pode ser visto nas Figuras 4.14 e 4.15. Nestas figuras é mostrado o módulo da diferença na atenuação entre a FD-EFIE e FD-MFIE para a cunha da Figura 4.2 nas frequências de 100MHz e 1GHz, respectivamente, com o terreno dividido em 0,5 segmentos por comprimento de onda.

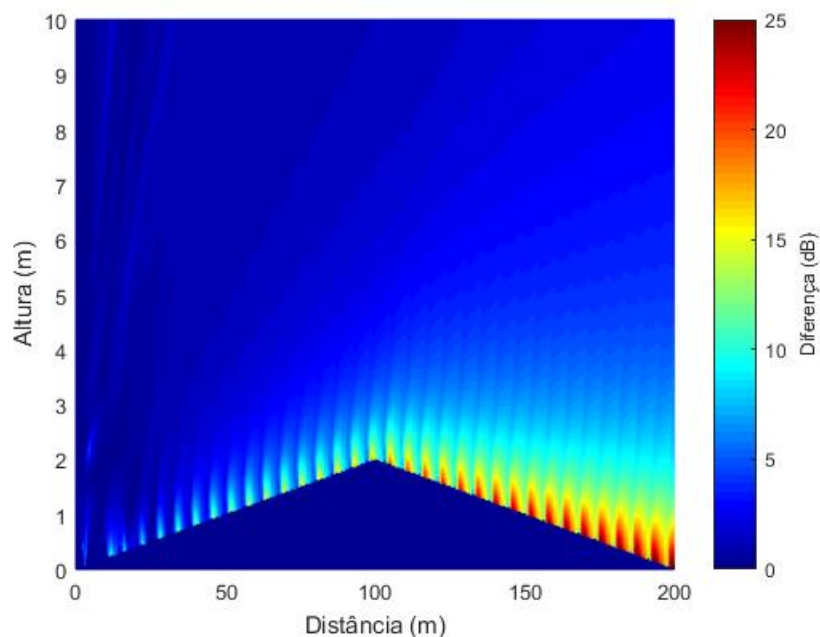


Figura 4.14: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha simples no domínio da frequência para uma frequência de 100MHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.

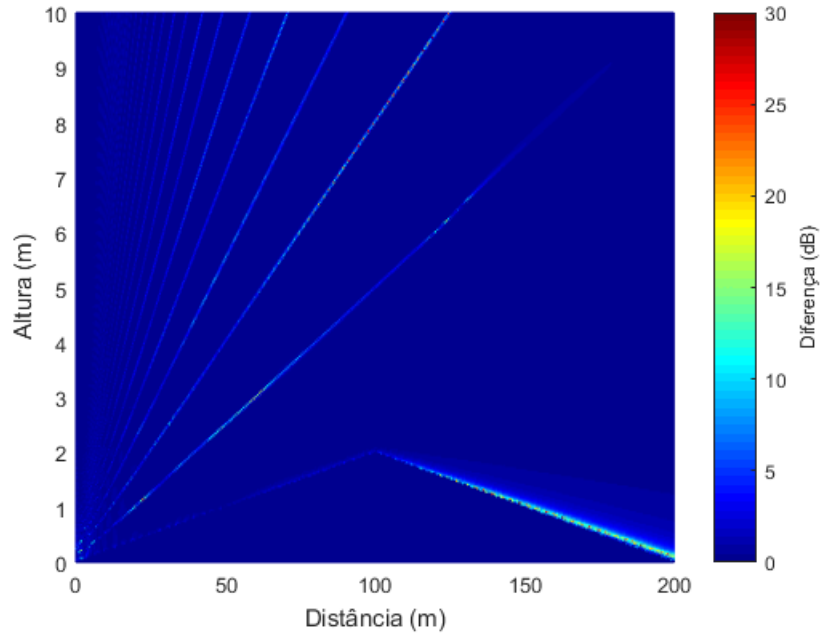


Figura 4.15: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha simples no domínio da frequência para uma frequência de 1GHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.

4.2. CUNHA DUPLA

Aqui é calculado o campo espalhado por duas cunhas consecutivas, cada uma de 100m de extensão e 2m de altura, como mostrado na Figura 4.16. O transmissor, também emitindo o pulso definido em (4.6), foi colocado a 5m de altura no início da primeira cunha e o receptor posicionado a alturas h_r de 5m, 15m, 30m e 90m, no final da segunda cunha.

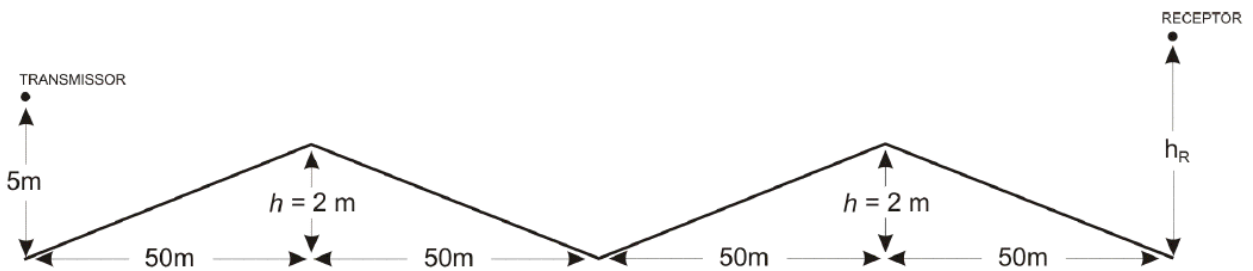


Figura 4.16: Cunhas consecutivas utilizadas na simulação.

Os resultados obtidos pela TD-EFIE são comparados com os da TD-UTD e da TD-MFIE nas Figuras 4.17-4.20. Nelas percebe-se que a TD-EFIE e a TD-MFIE apresentam resultados semelhantes para as quatro diferentes alturas do receptor. Porém, ambas divergem um pouco da TD-UTD para o receptor localizados a 5m de altura (Figura 4.17), o que pode ser explicado pelo fato de a TD-UTD não levar em consideração a difração dupla que ocorre nas cunhas consecutivas e também por não considerar a difração em arestas com ângulo interno maior que 180° , como ocorre na aresta entre as duas cunhas. Na Figura 4.18 é possível perceber que um pulso de pequena amplitude não é detectado pela TD-UTD quando o receptor está posicionado a 15m de altura, fato que também pode ser explicado pelas difrações não levadas em conta pela TD-UTD. Para o receptor posicionado nas alturas de 30m e 90m, a TD-MFIE e TD-EFIE apresentam resultados semelhantes à TD-UTD, já que, para alturas maiores, o receptor está mais longe da região onde os campos difratados são mais intensos. Análise semelhante é feita quando os resultados da EFIE+IFT são comparados com os da TD-EFIE e TD-UTD, mostrados nas Figuras 4.21-4.24, onde é possível ver que a EFIE+IFT apresenta resultados comparáveis à TD-EFIE. Como para o caso da cunha simples, o tempo de simulação da TD-EFIE é muito maior quando comparado com o da EFIE+IFT, onde este demorou entre 1 e 7 minutos para simular e a TD-EFIE demorou cerca de 21 horas.

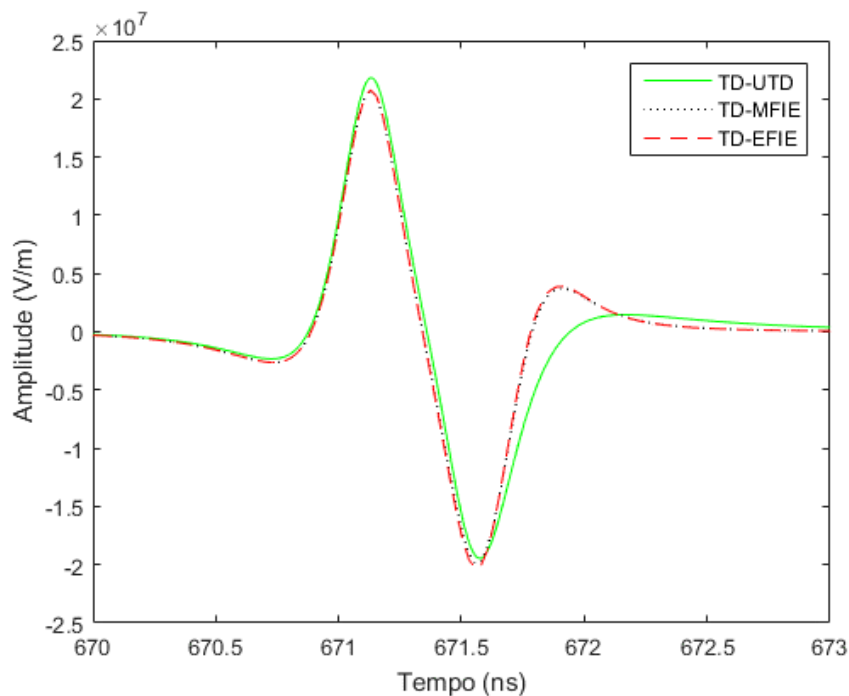


Figura 4.17: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.

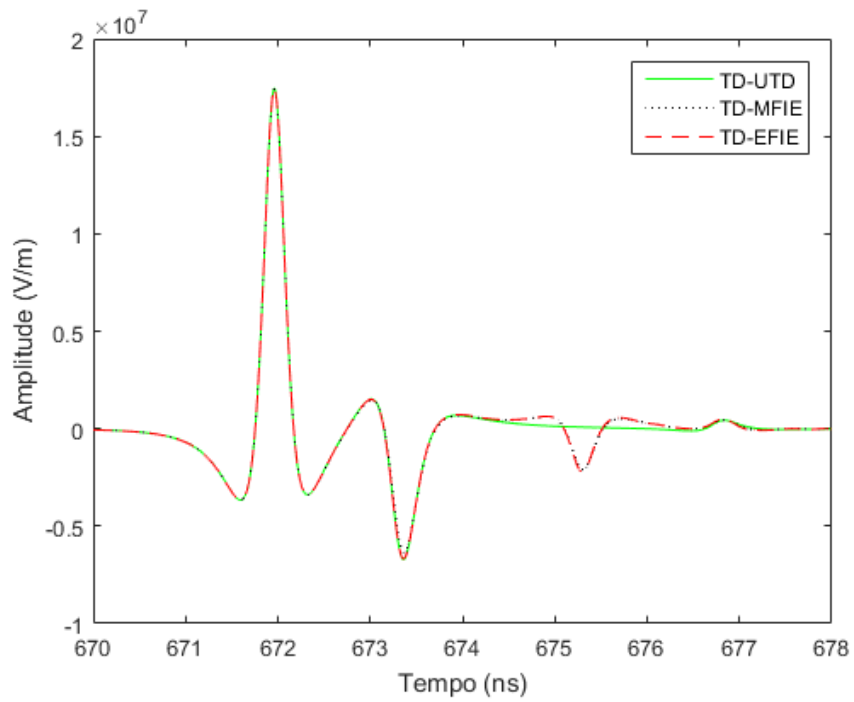


Figura 4.18: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.

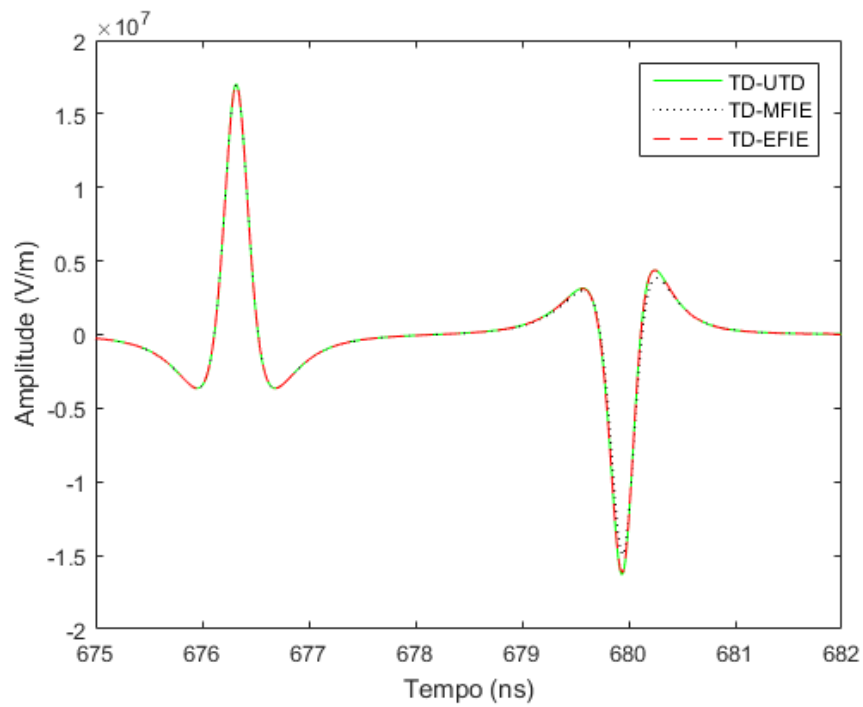


Figura 4.19: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.

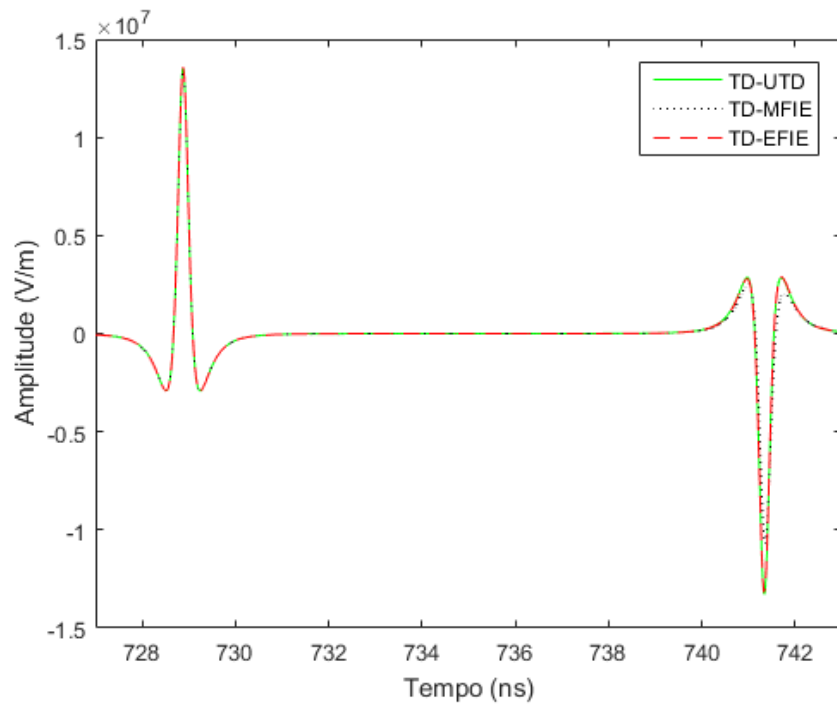


Figura 4.20: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e TD-EFIE para a cunha dupla.

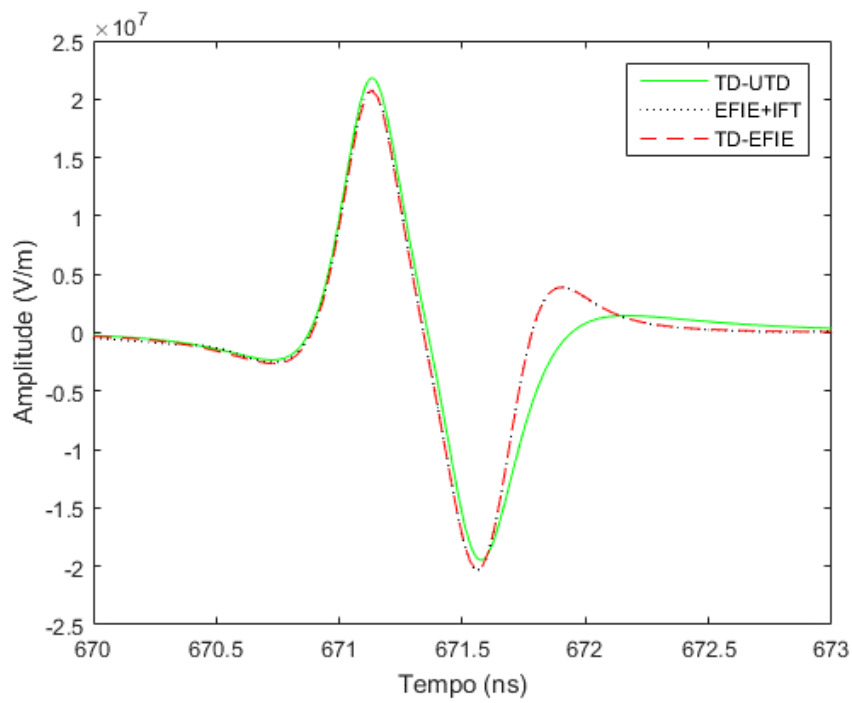


Figura 4.21: Pulso eletromagnético no receptor a 5m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.

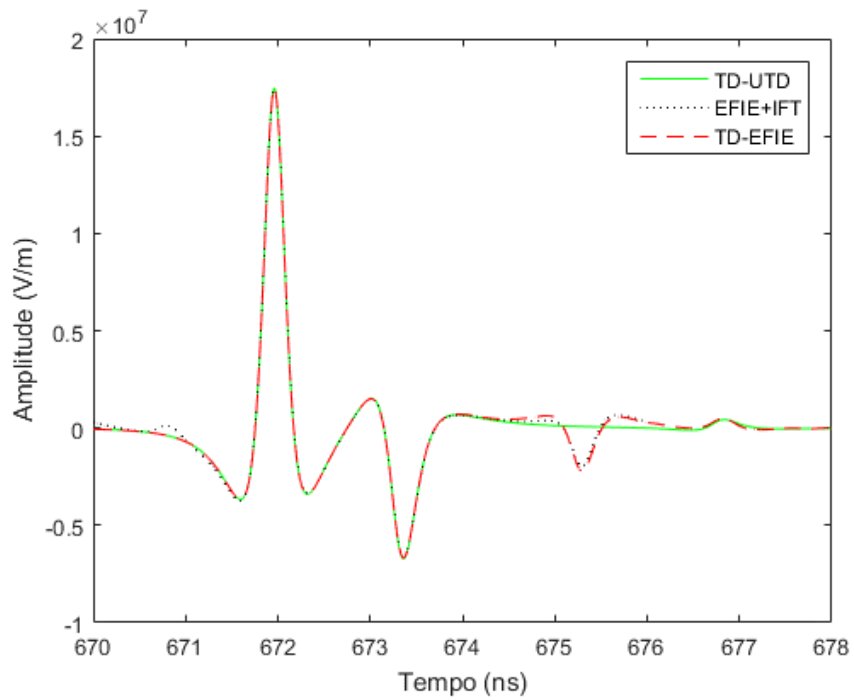


Figura 4.22: Pulso eletromagnético no receptor a 15m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.

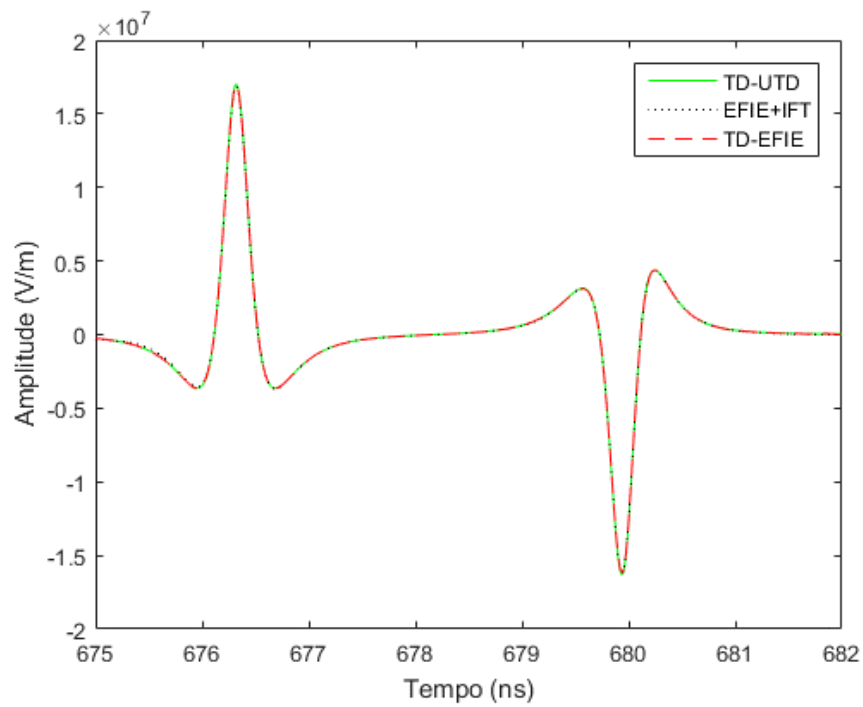


Figura 4.23: Pulso eletromagnético no receptor a 30m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.

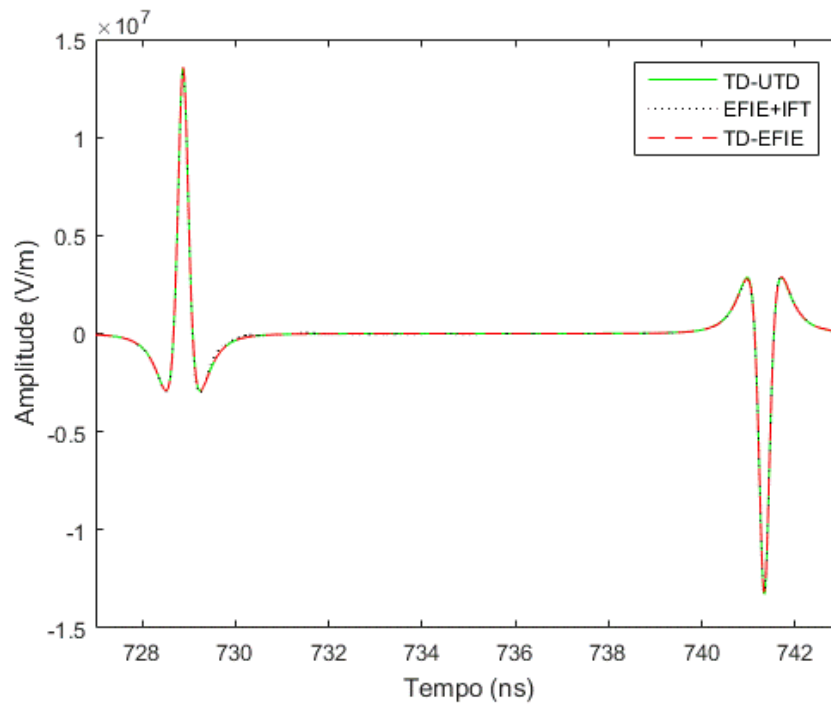


Figura 4.24: Pulso eletromagnético no receptor a 90m de altura, calculado pela TD-UTD, TD-MFIE e EFIE+IFT para a cunha dupla.

O módulo da diferença entre os resultados obtidos pela FD-EFIE e pela FD-MFIE para a cunha dupla (Figura 4.16) são mostradas nas Figuras 4.25 e 4.26 para as frequências de 100MHz e 1GHz, respectivamente, com o terreno dividido em 0,5 segmentos por comprimento de onda. Como pode ser visto nessas figuras, também para o caso da cunha dupla, o aumento da frequência diminui a diferença entre os resultados da FD-EFIE e FD-MFIE em regiões próximas à superfície do terreno. Observa-se também que a antena receptora foi posicionada a uma altura mais afastada da região onde a FD-EFIE e a FD-MFIE apresentaram maiores diferenças para frequências menores que 1GHz.

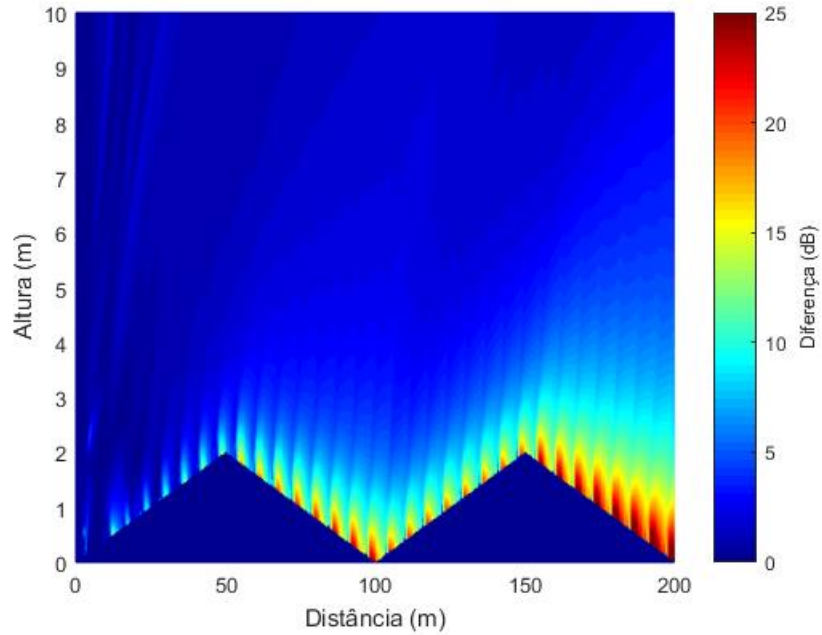


Figura 4.25: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha dupla no domínio da frequência para uma frequência de 100MHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.

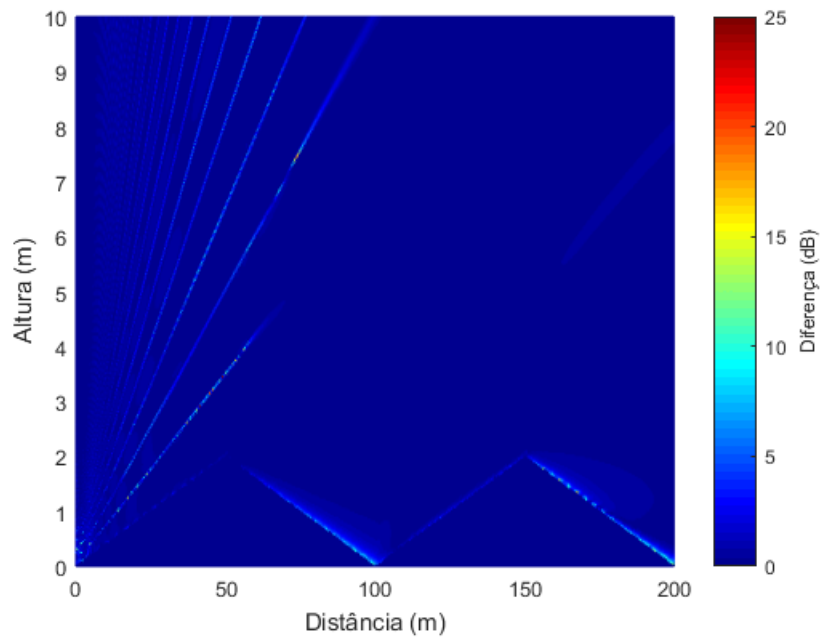


Figura 4.26: Módulo da diferença entre os resultados entre a EFIE e MFIE para a cunha dupla no domínio da frequência para uma frequência de 1GHz e com o terreno segmentado em 0,5 segmentos por comprimento de onda.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvida uma formulação para previsão de cobertura radioelétrica sobre um terreno irregularmente suave no domínio do tempo, utilizando a equação integral do campo elétrico. No Capítulo 2 foram apresentadas as formulações no domínio da frequência a partir das equações integrais do campo elétrico e do campo magnético desenvolvida em trabalhos anteriores e, no Capítulo 3, as formulações no domínio do tempo. Em ambos os domínios foram feitas as mesmas considerações: a incidência da onda foi considerada rasante com polarização vertical, permitindo que o terreno fosse tratado como um condutor magnético perfeito; o terreno foi considerado invariante na direção perpendicular ao plano de incidência, permitindo o uso do Método da Fase Estacionária para redução da integral de superfície a uma integral de linha; devido à suavidade do terreno, o retroespalhamento pôde ser desprezado, fazendo com que o cálculo das correntes equivalentes superficiais pudesse ser feito utilizando o Método dos Momento de maneira recursiva, diminuindo o custo computacional do mesmo.

Os resultados apresentados no Capítulo 2 mostraram que os resultados da MFIE no domínio da frequência convergem com menos funções de base que os da EFIE, quando comparados com a UTD. Foi possível ver que os resultados da FD-EFIE e FD-MFIE apresentaram maiores diferenças em regiões de sombra. Essa diferença entre os resultados tende a diminuir quando o receptor se afasta da região de sombra, quando se aumenta a segmentação do terreno ou quando se aumenta a frequência. Levando isso em consideração a MFIE seria uma melhor opção a ser utilizada no cálculo da atenuação do enlace no domínio da frequência, visto que, sendo necessário uma menor segmentação do terreno, os resultados podem ser obtidos com um menor custo computacional.

Os resultados apresentados no domínio do tempo para um pulso de banda ultra larga, Capítulo 4, mostraram que tanto a TD-EFIE quanto a TD-MFIE convergem para os resultados obtidos pela TD-UTD com o mesmo número de funções de base. Isso ocorreu pelo fato de, na análise feita no domínio do tempo, o receptor estar localizado mais afastado da superfície, que é onde a EFIE e MFIE apresentaram menores diferenças. Uma diferença entre a TD-UTD e a TD-EFIE e TD-MFIE foi observada apenas para o espalhamento na cunha dupla, onde a TD-UTD não leva em consideração a difração dupla e a difração em arestas com mais de 180° de ângulo interno, difrações essas que ocorrem nesse caso. Essas diferenças, no entanto, diminuem para o receptor

localizado mais distante da superfície do terreno, que é onde a difração ocorre de maneira menos intensa.

A TD-EFIE foi também comparada com os resultados obtidos após a aplicação da transformada inversa de Fourier aos resultados da EFIE no domínio da frequência. As simulações mostraram que ambos os métodos apresentaram resultados semelhantes. Porém a EFIE+IFT apresentou um custo computacional menor que pode ser explicado devido à segmentação do terreno ser dependente da frequência analisada. Assim, para menores frequências no espectro do sinal, o terreno terá menos segmentos e um menor tempo de simulação é necessário nos cálculos. Além disso, a quantidade de cálculos realizada no domínio do tempo é maior que no domínio da frequência, já que naquele domínio o cálculo da corrente em um segmento é feito para vários instantes de tempo e é levado em consideração a corrente em segmentos e instantes de tempo anteriores, enquanto que no domínio da frequência o cálculo da corrente é feito para cada frequência apenas uma vez e a recursividade leva em consideração apenas as correntes em segmentos anteriores, não havendo uma recursividade temporal. Mesmo com um maior tempo de simulação, a análise diretamente no domínio do tempo permite uma melhor caracterização do canal para sinais de banda muito larga.

Como proposta de continuação deste trabalho, pode ser estudada uma maneira de acelerar o cálculo da previsão no domínio do tempo. Aqui foram estudados casos onde o terreno não é muito grande e o terreno dividido em poucos segmentos para evitar que o tempo de simulação fosse muito grande. Para o tratamento de terrenos maiores e mais complexos seria interessante o desenvolvimento de um algoritmo onde os cálculos fossem acelerados. Uma maneira de acelerar a simulação no domínio do tempo pode ser obtida seguindo a mesma ideia desenvolvida em [11], [20], [21] e [22] para tornar a previsão no domínio da frequência mais rápida, onde o terreno foi dividido em grupos de segmentos e foram usadas aproximações no cálculo da influência dos segmentos localizados em grupos na região de campo distante, chamada de aproximação de campo distante (FAFFA, do inglês *Fast Far Field Approximation*). A paralelização também pode ser utilizada como uma alternativa para se tentar acelerar a realização dos cálculos.

É sugerido também um estudo para que se possa ter um melhor entendimento da melhor convergência da MFIE sobre a EFIE no domínio da frequência em regiões de sombra. Pode ser feita, por exemplo, uma análise das aproximações utilizadas nas simplificações da resolução do problema e das integrais para ver se essas aproximações favorecem a MFIE em detrimento da EFIE.

REFERÊNCIAS

- [1] J. D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*, John Wiley & Sons Ltd, 2000.
- [2] A. F. Molisch, *Wireless Communications*, 2^a ed., John Wiley & Sons Ltd., 2011.
- [3] A. E. Freitas, *Predição de cobertura em enlaces radioelétricos sobre terrenos irregulares através de equações integrais*, Belo Horizonte: PPGEE - UFMG, 2001.
- [4] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, Prentice Hall PTR, 1996.
- [5] R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, McGraw-Hill Book Company, 1985.
- [6] N. Pinel, J. T. Johnson e C. Bourlier, "A Geometrical Optics Model of Three Dimensional Scattering From a Rough Surface Over a Planar Surface," *IEEE Transactions on Antenna and Propagation*, Fevereiro 2009.
- [7] K. L. Borges, *Caracterização Banda Larga do Canal Rádio Utilizando a Teoria Uniforme da Difração*, Belo Horizonte: PPGEE - UFMG, 2003.
- [8] W. G. Facco, E. J. d. Silva, A. S. Moura e N.-s. Z. Lima, "Handling Material Discontinuities in the Generalized Finite Element Method to Solve Wave Propagation Problems," *IEEE Transactions on Magnetics*, pp. 607-610, Fevereiro 2012.
- [9] A. N. Belém, *Caracterização Bidimensiona de Canais de Rádio Através de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo*, Belo Horizonte: PPGEE - UFMG, 2001.
- [10] Ú. C. Resende, F. J. S. Moreira e O. M. C. Pereira-Filho, "Efficient Evaluation of Singular Integral Equations in Moment Method Analysis of Bodies of Revolution," *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Eletromagnetic Applications*, vol. 6, pp. 373-391, 2007.

- [11] R. B. V. Temperino, *Utilização de equações integrais no domínio do tempo na predição de propagação sobre terrenos irregulares*, Belo Horizonte: PPGEE - UFMG, 2003.
- [12] P. R. Rousseau e P. H. Pathak, "Time Domain Version of the Uniform Geometrical Theory of Diffraction," The Ohio State University, Columbus, 1996.
- [13] S. M. Rao e D. R. Wilton, "Transiente Scattering by Conducting Surfaces of Arbitrary Shape," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, nº 1, pp. 56-61, Janeiro 1991.
- [14] C. G. Rego, F. J. Hasselmann e F. J. d. S. Moreira, "Time-Domain Analysis of a Reflector Antenna Illuminated by a Gaussian Pulse," em *Microwave and Optoelectronics Conference*, Rio de Janeiro, RJ, 1999.
- [15] C. G. Rego e F. J. V. Hasselmann, "A Time-Domain Uniform Asymptotic Theory Applied to the Analysis of Pulse-Excited PEC Wedges," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 10, pp. 955-958, 2011.
- [16] R. B. V. Teperino e F. J. d. S. Moreira, "A TD-MFIE for a Vertically Polarized Pulse Propagation over Irregular Terrains," em *SBMO/IEEE MTT-S IMOC*, 2003.
- [17] J. Ding, G. Changqing, L. Zhuo e N. Zhenyi, "Analysis of Transient Electromagnetic Scattering Using Time Domain Fast Dipole Method," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 136, pp. 543-559, 2013.
- [18] J. T. Hviid, J. B. Andersen, J. Toftgard e J. Bojer, "Terrain-Based Propagation Model for Rural Area - An Integral Equation Approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, pp. 41-46, 1995.

- [19] F. J. S. Moreira, “Aplicação de equações integrais para a predição de propagação radioelétrica sobre solos suavemente irregulares e incidência rasante,” em *SBMO / IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC'01)*, 2001.
- [20] C. Brennan e P. Cullen, “A high speed adaptative methodology for calculating UHF propagation loss over terrain,” *The 8th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication*, pp. 14-17, 1997.
- [21] C. Brennan e P. Cullen, “A method to speed up iterative solutions of terrain scattering problems,” *10th International Conference on Antennas and Propagation*, vol. 2, pp. 629-634, 1997.
- [22] C. Brennan e P. Cullen, “Application of the fast far field approximation to the computation of UHF pathloss over irregular terrain,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, pp. 881-889, 1998.
- [23] C. Brennan, P. Cullen e L. Rossi, “An MFEI-based tabulated interaction method for UHF terrain propagation problems,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, pp. 1003-1005, 2000.
- [24] F. J. S. Moreira, “MFIE-based propagation prediction,” em *SBMO / IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC'01)*, Belém, 2001.
- [25] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [26] A. J. Poggio e E. K. Miller, *Computer Techniques for Electromagnetics*, Oxford: Pergamon Press Ltd., 1973, pp. 159-264.
- [27] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, Inc., 2012.

- [28] D. A. McNamara, C. W. I. Pistorius e J. A. G. Malherbe, Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction, Artech House, Inc, 1990.
- [29] M. Abramowitz e I. A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Dover Publications Inc, 1977.
- [30] C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, 3^a ed., John Wiley & Sons, 2005.
- [31] S. Haykin e M. Moher, Introdução aos Sistemas de Comunicação, Bookman, 2008.
- [32] R. N. Bracewell, The Fourier Transform ant Its Applications, McGraw-Hill, 1986.
- [33] G. Manara, A. Monorchio e R. Reggiannini, “A Space-Time Discretization Criterion for a Stable Time-Marching Solution of the Electric Field Integral Equation,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, pp. 527-532, 1997.
- [34] P. M. Johansen, “Time-domain analysis of electromagnetics scattering problems,” Ph. D. Thesis, Technical University of Denmark, 1996.