

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO DE ANTENAS
DUPLO-REFLETORAS PARA COBERTURA
OMNIDIRECIONAL**

Rafaela Neves de Barros Carvalho

28 de Fevereiro de 2018



GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética
Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais

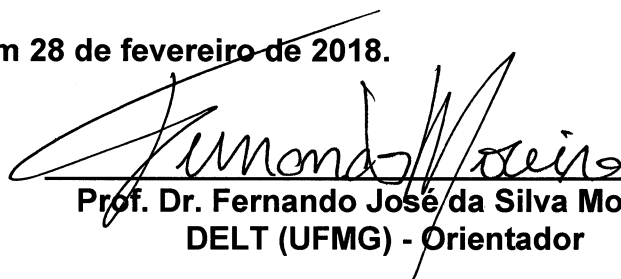
**"Análise no Domínio do Tempo de
Antenas Duplo-refletores para Cobertura Omnidirecional"**

Rafaela Neves de Barros Carvalho

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 28 de fevereiro de 2018.

Por:


Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira
DELT (UFMG) - Orientador


Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego
DELT (UFMG) - Coorientador


Prof. Dr. Sandro Trindade Mordente Gonçalves
BH2 DEPTO DE ENGENHARIA ELETRICA (CEFET-MG)


Prof. Dr. Gláucio Lopes Ramos
Depto. Engenharias de Telecomunicações e Mecatrônica (UFSJ)

Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Análise no Domínio do Tempo de Antenas Duplo-Refletoras
para Cobertura Omnidirecional**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Rafaela Neves de Barros Carvalho

Orientador: Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira

Coorientador: Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego

Belo Horizonte, 28 de Fevereiro de 2018

*Este trabalho é dedicado
à minha família.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por toda força, pelas bênçãos e por colocar pessoas em minha vida que tornam a caminhada mais leve.

Ao meu orientador Prof. Fernando J. S. Moreira, exemplo de profissional, por sua dedicação, disponibilidade e ensinamentos durante este mestrado.

Ao meu coorientador Prof. Cássio G. Rego pelo incentivo, por todos os esclarecimentos e pela fundamental contribuição neste trabalho.

Aos meus pais, Roberto e Ariane, pelo suporte, pela educação que me deram, por sempre apoiarem as minhas escolhas e pelo amor incondicional.

Às minhas irmãs, Roberta e Renata, por se preocuparem comigo, pelo apoio e por todos os momentos compartilhados. À minha irmã do coração, Jéssica, pelo carinho e pela cumplicidade. Agradeço a vocês por me proporcionarem o prazer da convivência em família e pela amizade.

Aos meus familiares por serem tão presentes, unidos e por acreditarem em mim.

Aos meus amigos do PPGEE pela agradável convivência, pela ajuda e por todos os momentos de descontração. Em especial ao Ruã e ao Vitor pela companhia em todas as disciplinas, ao Tcharles por compartilhar comigo seus conhecimentos sobre antenas, ao David e ao Paulo pelos momentos de prática de francês e espanhol e ao Diego pelas conversas.

Aos meus amigos pelo incentivo, especialmente ao Mauricio por sua ajuda com correções de textos.

Ao Spaik pela compreensão pelos longos momentos de ausência e ao Zeca pela companhia constante durante a escrita do texto desta dissertação.

Agradeço também a CAPES pelo importante apoio financeiro para a realização deste mestrado.

RESUMO

Neste trabalho é desenvolvida uma formulação para o cálculo do campo elétrico radiado no domínio do tempo por antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas alimentadas por uma corneta coaxial TEM. Estas antenas são capazes de operar nas bandas de ondas milimétricas e micro-ondas e têm sido amplamente investigadas no domínio da frequência. No entanto, a análise de antenas duplo-refletoras no domínio do tempo ainda é um tema bastante inexplorado.

As respostas temporais ao degrau e ao impulso do campo elétrico são determinadas por meio de uma inversão analítica da solução correspondente no domínio da frequência obtida através dos princípios da Ótica Geométrica (GO) e do Método da Abertura. As formulações desenvolvidas são válidas para as quatro configurações de antenas duplo-refletoras clássicas para cobertura omnidirecional com direção arbitrária do feixe principal no plano de elevação: omnidirectional axis-displaced Ellipse (OADE), Hyperbola (OADH), Cassegrain (OADC) e Gregorian (OADG).

Um algoritmo foi desenvolvido para sintetizar as quatro configurações clássicas e obter os diagramas de radiação destas antenas, além de fornecer resultados numéricos aproximados para a resposta ao degrau no domínio do tempo. São apresentados neste trabalho apenas resultados para configurações OADE e OADC, pois estas são mais compactas.

ABSTRACT

This work aims to develop a formulation to obtain the time-domain electric far field radiated by classical omnidirectional dual-reflector antennas fed by a TEM coaxial horn. These antennas are capable of operating in microwave and millimeter wave bands and they have been extensively investigated in frequency-domain. However, the time-domain analysis of dual-reflector antennas is still a rather unexplored topic.

The time-domain electric field impulse and step responses are determined by means of analytical inversion of the corresponding frequency-domain solution obtained using Geometrical Optics (GO) principles and the Aperture Method. The developed formulations are valid for the four configurations of classical dual-reflector antennas for omnidirectional coverage with arbitrary main-beam direction in the elevation plane: omnidirectional axis-displaced Ellipse (OADE), Hyperbola (OADH), Cassegrain (OADC) and Gregorian (OADG).

An algorithm was developed to synthesize the four classical configurations and obtain the radiation pattern of these antennas, as well as provide approximate numerical results for the step response in the time domain. In this work, only results for OADE and OADC configurations are presented because they are more compact.

SUMÁRIO

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	1
1.2 OBJETIVOS	3
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	5
Capítulo 2 – ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	6
2.1 INTRODUÇÃO.....	6
2.2 GEOMETRIA DAS ANTENAS.....	7
2.3 CAMPO DA GO NA ABERTURA.....	14
2.3.1 FATOR DE ATENUAÇÃO DA GO.....	16
2.4 CAMPO RADIADO VIA MÉTODO DA ABERTURA.....	19
2.5 ALIMENTADOR	26
2.6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	28
2.7 CONCLUSÕES PARCIAIS.....	37
Capítulo 3 – ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	38
3.1 INTRODUÇÃO.....	38
3.2 CAMPO ELÉTRICO NA REGIÃO DE CAMPO DISTANTE.....	39
3.2.1 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO	40
3.2.2 RESPOSTA AO IMPULSO UNITÁRIO	43
3.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
3.4 CONCLUSÕES PARCIAIS.....	53
Capítulo 4 – CONCLUSÕES.....	55
4.1 CONCLUSÕES SOBRE O TRABALHO	55
4.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	58

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Superfícies duplo-refletoras circularmente simétricas.	2
Figura 1.2 – Antenas duplo-refletoras clássicas: (a) OADE, (b) OADH, (c) OADC e (d) OADG.	4
Figura 2.1 – Parâmetros básicos de um sistema duplo-refletor omnidirecional para opção I.	8
Figura 2.2 – Parâmetros básicos de um sistema duplo-refletor omnidirecional para opção II.	8
Figura 2.3 – Trajetória dos raios para opção de mapeamento I.	13
Figura 2.4 – Parâmetros geométricos para a determinação do campo na abertura.	15
Figura 2.5 – Geometria para o cálculo do campo radiado: (a) ponto de observação arbitrário, (b) simplificação para ponto de observação na região de campo distante.	22
Figura 2.6 – Parâmetros para a caracterização da abertura.	23
Figura 2.7 – Corneta coaxial TEM.	27
Figura 2.8 – Diagrama de radiação do alimentador.	28
Figura 2.9 – Geometria da antena OADE com $\gamma = 102^\circ$	30
Figura 2.10 – Diagrama de radiação da antena OADE com $\gamma = 102^\circ$	31
Figura 2.11 – Geometria da antena OADE com $\gamma = 90^\circ$	32
Figura 2.12 – Diagrama de radiação da antena OADE com $\gamma = 90^\circ$	32
Figura 2.13 – Geometria da antena OADC com $\gamma = 102^\circ$	34
Figura 2.14 – Diagrama de radiação da antena OADC com $\gamma = 102^\circ$	34
Figura 2.15 – Geometria da antena OADC com $\gamma = 90^\circ$	35
Figura 2.16 – Diagrama de radiação da antena OADC com $\gamma = 90^\circ$	36

Figura 3.1 – Antena duplo-refletora omnidirecional alimentada por uma corneta coaxial.	38
Figura 3.2 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 102^\circ$ e $\phi = 0^\circ$	44
Figura 3.3 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 107^\circ$ e $\phi = 0^\circ$	45
Figura 3.4 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 112^\circ$ e $\phi = 0^\circ$	45
Figura 3.5 – Tempo gasto pela onda para percorrer a distância entre cada ponto da abertura da antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 102^\circ$ e $\phi = 0^\circ$	47
Figura 3.6 – Campo na abertura para configuração OADE com $\gamma = 102^\circ$ e $\theta_F = \theta_E/2$	49
Figura 3.7 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 45^\circ$	50
Figura 3.8 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 95^\circ$ e $\phi = 45^\circ$	50
Figura 3.9 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 100^\circ$ e $\phi = 45^\circ$	51

Figura 3.10 – Tempo gasto pela onda para percorrer a distância entre cada ponto da abertura da antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 45^\circ$ 52

Figura 3.11 – Campo na abertura para configuração OADC com $\gamma = 90^\circ$ e $\theta_F = \theta_E/2$ 53

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Alguns parâmetros geométricos e Ganho Máximo ($G_{\max}$) das antenas duplo-refletoras omnidirecionais analisadas com opção I de mapeamento.....	33
Tabela 2.2 – Alguns parâmetros geométricos e Ganho Máximo ($G_{\max}$) das antenas duplo-refletoras omnidirecionais analisadas com opção II de mapeamento.	36

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

O desenvolvimento e o crescimento de tecnologias sem fio na última década têm resultado na crescente popularização do uso de smartphones, notebooks, tablets e, mais recentemente, de dispositivos *wearables* voltados para a saúde e prática de esportes [1]. Com estas novas tecnologias, os consumidores estão cada vez mais acessando, transferindo, gravando e monitorando dados, aumentando a demanda por taxas de transmissão de dados mais elevadas. Isto tem impulsionado o desenvolvimento de sistemas que operam em frequências mais altas, como a banda de ondas milimétricas, onde o espectro é menos congestionado [2]. Atualmente, pesquisadores estão se empenhando no estudo das características de propagação em frequências dessa banda, sendo que pesquisas têm sugerido o uso das ondas milimétricas para a operação da próxima geração do sistema de comunicação móvel banda-larga (5G) [1], [3], [4].

Nas frequências de micro-ondas e de ondas milimétricas, as antenas refletoras omnidirecionais podem ser empregadas em estações centrais em enlaces radioelétricos ponto-multiponto e são capazes de fornecer a largura de banda necessária para transmitir sinais banda-larga [5]. Estas superfícies refletoras são corpos de revolução obtidos pela rotação de curvas geratrizes em torno de um eixo de simetria, sendo que a configuração com refletor duplo, conforme ilustrada na Figura 1.1, apresenta arranjo mais compacto que a antena com um único refletor [6].

As antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional têm sido amplamente analisadas no domínio da frequência. Em [7] foram discutidos a síntese e o desempenho de antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas, onde o sub-refletor e o refletor principal são gerados por seções cônicas com eixos deslocados. Em [6] foi apresentado um procedimento de síntese de antenas duplo-refletoras clássicas

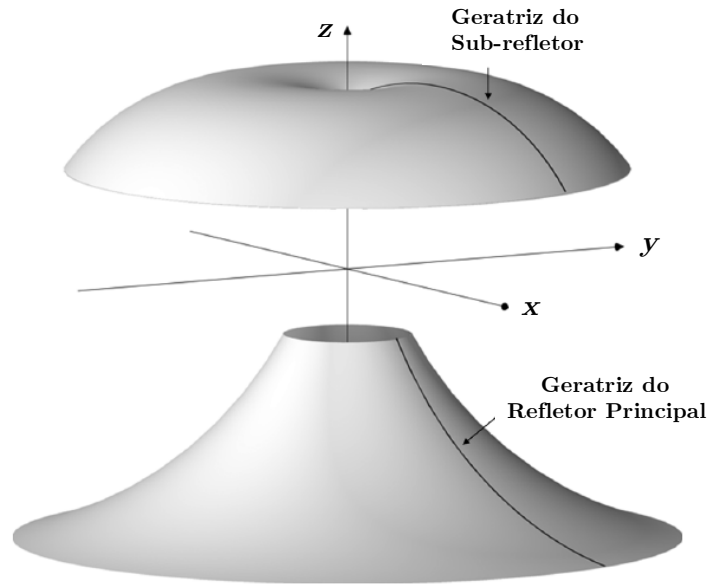


Figura 1.1 – Superfícies duplo-refletoras circularmente simétricas [5].

para a obtenção de uma cobertura omnidirecional com direção arbitrária do feixe principal no plano de elevação. A inclinação deste feixe principal pode fornecer uma iluminação adequada da área de cobertura, evitando interferência em sistemas adjacentes e, conseqüentemente, aumentando a eficiência espectral.

Diversos estudos que mostram a síntese e a análise de antenas duplo-refletoras omnidirecionais com refletores modelados também são encontrados. Por exemplo, em [8]–[11] foram investigados procedimentos de modelagem do refletor principal com o intuito de obter um determinado diagrama de radiação na região de campo distante. Em [2] foi apresentado um estudo do desempenho eletromagnético de antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas e modeladas em ondas milimétricas. Nas antenas modeladas, o sub-refletor e o refletor principal foram sintetizados a fim de fornecer distribuições de fase e amplitude uniformes na abertura.

Apesar da ampla investigação do desempenho de antenas refletoras no domínio da frequência, a análise transiente dos campos eletromagnéticos radiados por elas pode ser impraticável neste domínio para grandes larguras de banda de operação. É mais natural, eficiente e útil analisar a radiação transiente diretamente no domínio do tempo ao invés de aplicar um algoritmo numérico de transformada rápida inversa de

Fourier (IFFT) em um grande número de frequências para obter a resposta no domínio tempo [12]. Além disso, técnicas numéricas como Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) e Método dos Momentos (MoM) consomem muito tempo quando aplicadas em corpos de grandes dimensões elétricas, requerendo o uso de grandes quantidades de memória RAM ou algoritmos muito sofisticados para produzir respostas satisfatórias [13].

Pelas razões expostas no parágrafo anterior, formulações para a obtenção dos campos radiados por antenas refletoras diretamente no domínio do tempo têm sido desenvolvidas. Em [12] foi apresentada uma solução analítica de forma fechada baseada no Método da Abertura para se determinar a resposta ao degrau de antenas refletoras parabólicas alimentadas por uma fonte elementar de Huygen. Já em [13] foram introduzidas expressões para as respostas ao impulso e ao degrau obtidas a partir da radiação de antenas refletoras parabólicas excitadas por fontes genéricas, enquanto em [14] o modelo de alimentador utilizado foi um cosseno elevado modificado. Em [15] foi proposto um método para o cálculo do campo transiente radiado por aberturas circulares. Expressões para o cálculo das respostas ao impulso e ao degrau ao longo do eixo de antenas refletoras parabólicas baseadas neste método e em aproximações da ótica física no domínio do tempo também foram apresentadas em [16]. No entanto, não foi encontrada na literatura uma formulação para o cálculo do campo radiado por antenas duplo-refletoras no domínio do tempo.

1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma formulação para o cálculo do campo elétrico na região de campo distante radiado por antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas no domínio do tempo. As respostas temporais ao degrau e ao impulso unitários do campo radiado por este tipo de antena quando alimentada por uma corneta coaxial transversa eletromagnética (TEM) são obtidas por meio de uma inversão analítica da solução correspondente no domínio da

frequência. Uma vez que uma destas respostas é conhecida, é possível determinar a resposta devido a uma excitação arbitrária através de uma convolução temporal [13].

Os princípios da Ótica Geométrica (GO) e o Método da Abertura são utilizados para a determinação do campo radiado no domínio da frequência. As quatro configurações possíveis de antenas duplo-refletores clássicas para cobertura omnidirecional são consideradas: Omnidirectional Axis-displaced Ellipse (OADE), Hyperbola (OADH), Cassegrain (OADC) e Gregorian (OADG). A Figura 1.2 ilustra estas quatro configurações sintetizadas conforme procedimento apresentado em [6] para antenas com direção arbitrária do feixe principal no plano de elevação.

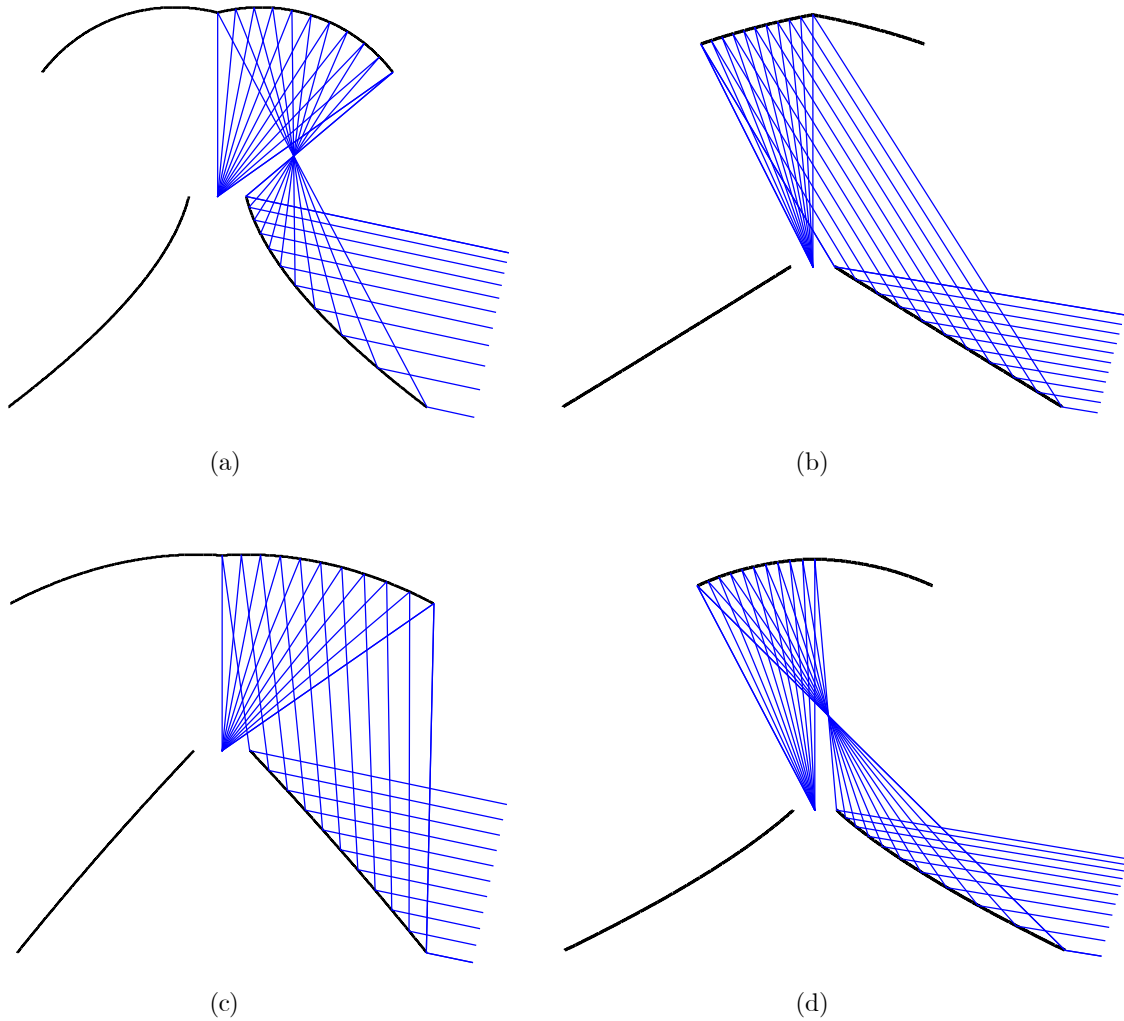


Figura 1.2 – Antenas duplo-refletores clássicas: (a) OADE, (b) OADH, (c) OADC e (d) OADG.

Um algoritmo, capaz de sintetizar as configurações clássicas, além de fornecer o diagrama de radiação destas antenas quando alimentadas por uma corneta coaxial TEM foi desenvolvido. Ele também fornece resultados numéricos aproximados para a resposta ao degrau no domínio do tempo. Este alimentador foi escolhido devido à sua ampla utilização na literatura para antenas duplo-refletores omnidirecionais [2], [5]–[11] e por também apresentar um modelo realístico.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O texto dessa dissertação está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2 as antenas duplo-refletores clássicas para cobertura omnidirecional são analisadas no domínio da frequência. O procedimento de síntese destas antenas clássicas com direção arbitrária do feixe principal no plano de elevação é apresentado na Seção 2.2. Em seguida, utilizando os princípios da GO, é determinado o campo na abertura. Na seção seguinte é desenvolvida uma formulação através do Método da Abertura para o cálculo do campo radiado na região de campo distante. Na Seção 2.5 é apresentado o modelo do alimentador utilizado para a obtenção dos resultados exibidos e discutidos na Seção 2.6.

No Capítulo 3 o estudo é realizado no domínio do tempo. A solução desenvolvida no domínio da frequência para o cálculo do campo radiado pela antena alimentada por uma corneta coaxial TEM é invertida analiticamente através da aplicação de uma transformada inversa de Fourier, sendo as respostas temporais ao degrau e ao impulso apresentadas na Seção 3.2. Na seção seguinte são mostrados alguns resultados numéricos obtidos para a resposta ao degrau e para o campo na abertura no domínio do tempo.

No final de cada um dos dois primeiros capítulos são feitas algumas conclusões parciais a respeito do desenvolvimento apresentado no capítulo correspondente. As conclusões finais do trabalho, ressaltando-se os principais aspectos da pesquisa, além de sugestões para trabalhos futuros, são apresentadas no Capítulo 4.

Capítulo 2

ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é desenvolvida uma formulação para o cálculo, no domínio da frequência, do campo elétrico na região de campo distante radiado por antenas duplo-refletoras clássicas para cobertura omnidirecional com direção arbitrária do feixe principal no plano de elevação. Para isto, são utilizados os princípios da GO e o Método da Abertura. Apesar deste procedimento não levar em conta efeitos de difração e de acoplamento mútuo, ele é importante na inicialização do projeto da antena, podendo fornecer bons resultados ao redor da direção do máximo de radiação, além de apresentar vantagens como a facilidade de implementação e o tempo de processamento.

Inicialmente, os parâmetros geométricos que definem de maneira única as antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas são determinados através do procedimento de síntese desenvolvido em [6] e apresentado na Seção 2.2. A fim de se utilizar o Método da Abertura para a determinação do campo radiado por essas antenas, é necessário que o campo na abertura seja conhecido. Dessa forma, a Seção 2.3 apresenta a formulação desenvolvida utilizando os princípios da GO para o cálculo do campo em uma abertura cônica. Na Seção 2.4 o campo elétrico na região de campo distante é determinado em função das coordenadas θ_F e ϕ_F dos raios que partem do foco e atingem o sub-refletor, considerando-se um alimentador arbitrário radiando uma onda esférica TEM.

Na Seção 2.5 é apresentado o modelo de alimentador utilizado neste trabalho tanto para a obtenção dos resultados no domínio da frequência quanto para o desenvolvimento da formulação no domínio do tempo. Tais resultados, obtidos a partir de configurações OADE e OADC, são apresentados na Seção 2.6, bem como a discussão destes. Por fim, na Seção 2.7 são feitas algumas conclusões parciais.

2.2 GEOMETRIA DAS ANTENAS

As antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas são compostas por dois refletores circularmente simétricos, onde o sub-refletor pode ser gerado a partir de qualquer seção cônica e o refletor principal é gerado por uma parábola (Figura 2.1 e Figura 2.2). A cônica geratriz do sub-refletor possui dois focos, localizados nos pontos O e P . O ponto O está sobre o eixo de simetria comum aos dois refletores (eixo z), definindo a origem do sistema de coordenadas e o foco principal da antena, enquanto P é posicionado de maneira que também seja o foco da parábola geratriz do refletor principal. O vértice do sub-refletor se encontra sobre o eixo de simetria e é representado pelo ponto Q . Os pontos P_1 e P_2 definem os limites interno e externo do refletor principal, respectivamente, sendo P_2 colocado fora do eixo de simetria para permitir o acesso do alimentador ao foco O [6].

De acordo com os princípios da GO, os raios que partem do foco O são refletidos pelo sub-refletor numa direção que passa pelo outro foco P , incidindo sobre o refletor principal e refletindo-se paralelamente ao eixo de sua parábola geratriz. Assim, após a rotação das cônicas geratrizes em torno do eixo de simetria, a onda esférica proveniente de O é transformada numa frente de onda cônica na abertura da antena e um anel cáustico da frente de onda astigmática refletida pelo sub-refletor é definido pelo ponto P . De acordo com o teorema de Malus [17], a distribuição de fase sobre esta abertura cônica é uniforme. Portanto, se as não uniformidades de amplitude e polarização na abertura forem suficientemente pequenas, a direção do feixe principal da antena no plano de elevação é aproximadamente dada pelo ângulo entre o eixo da parábola e o eixo de simetria da antena, representado por γ nas Figuras 2.1 e 2.2 [6].

Conforme discutido em [6], quatro configurações diferentes de antenas podem ser identificadas de acordo com as duas opções de mapeamento dos raios e pela localização do anel cáustico. Na primeira opção de mapeamento (opção I), o raio principal do alimentador ($\theta_F = 0$) é refletido em direção ao ponto P_1 após incidir

sobre o vértice do sub-refletor, como ilustrado na Figura 2.1. Na opção II, mostrada na Figura 2.2, o raio principal é direcionado ao ponto P_2 após sofrer a primeira reflexão. Se P estiver localizado entre o refletor principal e o sub-refletor, o anel cáustico é real, caso contrário, é virtual. Para a opção I, quando o anel cáustico é real, tem-se a configuração OADE (Figura 2.1) e, quando é virtual, a configuração OADH. Já para a opção II, tem-se a configuração OADG quando o anel cáustico é real e OADC quando é virtual (Figura 2.2).

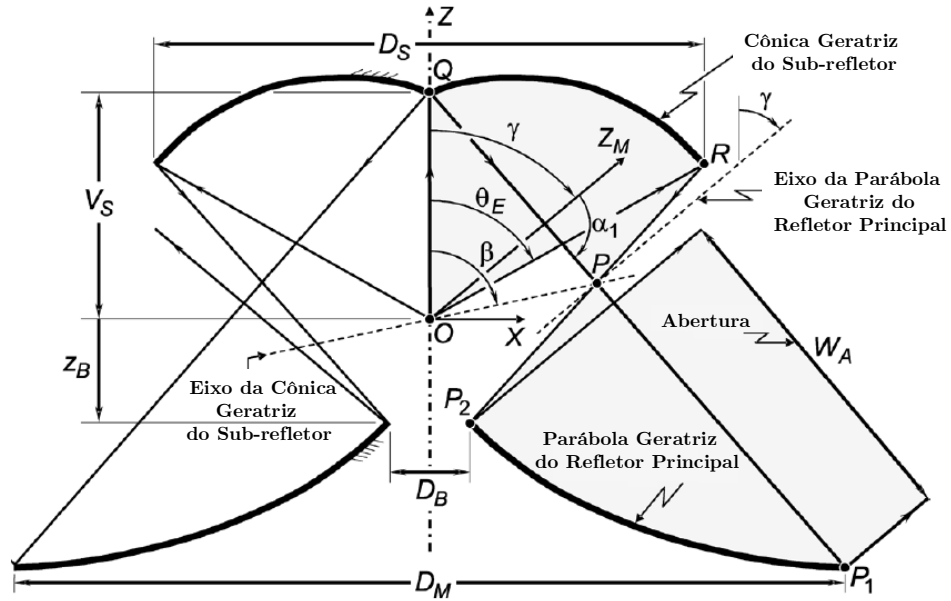


Figura 2.1 – Parâmetros básicos de um sistema duplo-refletor omnidirecional para opção I [6].

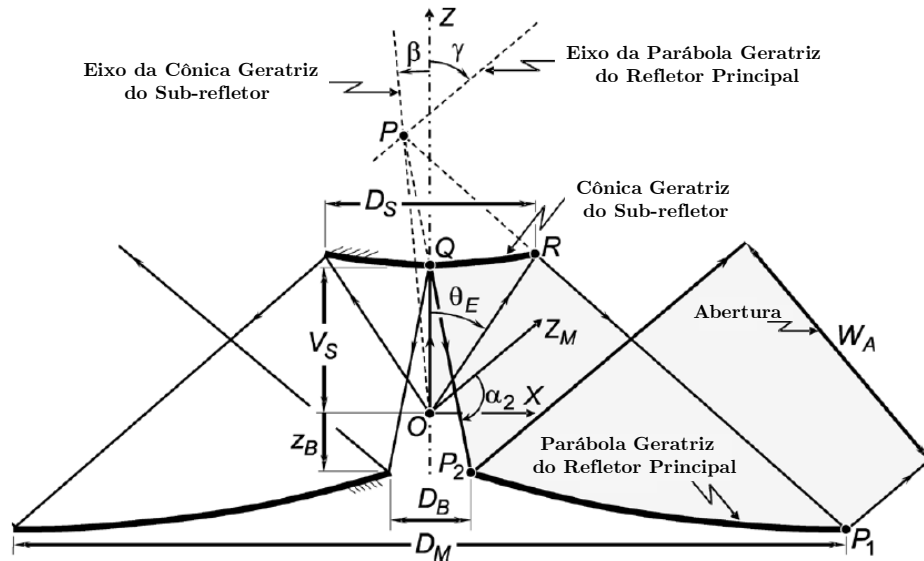


Figura 2.2 – Parâmetros básicos de um sistema duplo-refletor omnidirecional para opção II [6].

A fim de se definir unicamente as antenas duplo-refletoras clássicas para cobertura omnidirecional, é utilizado o procedimento de síntese apresentado em [6]. Além da opção de mapeamento, seis parâmetros de entrada devem ser definidos: a largura (W_A) da abertura cônica, o diâmetro (D_M) do refletor principal, o diâmetro (D_B) e a coordenada z (z_B) da abertura central do refletor principal, a distância (V_S) entre o foco principal O e o vértice Q , e o ângulo (γ) entre o eixo de simetria e o eixo da parábola geratriz, sendo sempre $\gamma \neq 0$. Tais parâmetros, ilustrados nas Figuras 2.1 e 2.2, especificam os vetores posição que localizam os pontos Q , P_1 e P_2 com relação à origem O do sistema de coordenadas. O vértice Q do sub-refletor é localizado por:

$$\vec{Q} = V_S \hat{z}, \quad (2.1)$$

enquanto os vetores que descrevem os extremos da parábola geratriz do refletor principal são dados por [6]:

$$\vec{P}_1 = \frac{D_M}{2} \hat{x} + \left[z_B + \left(\frac{D_M - D_B}{2} \right) \cot \gamma - W_A \csc \gamma \right] \hat{z}, \quad (2.2)$$

$$\vec{P}_2 = \frac{D_B}{2} \hat{x} + z_B \hat{z}. \quad (2.3)$$

Com a ajuda de um sistema de coordenadas auxiliar (x_M, z_M) , pode-se determinar as características geométricas da parábola. Este novo sistema, com origem também em O , é rotacionado de γ em relação ao sistema de coordenadas principal (x, z) , de modo que o eixo z_M seja paralelo ao eixo da parábola (Figuras 2.1 e 2.2). Dessa forma, os vetores unitários $\hat{x}_M$ e $\hat{z}_M$ são definidos como:

$$\hat{x}_M = \cos \gamma \hat{x} - \sin \gamma \hat{z}, \quad (2.4)$$

$$\hat{z}_M = \sin \gamma \hat{x} + \cos \gamma \hat{z}. \quad (2.5)$$

A partir da equação polar da parábola, pode-se mostrar que:

$$\vec{P}_1 - \vec{P} = 2F \left[\eta(\alpha_1) \hat{x}_M + \frac{\eta^2(\alpha_1) - 1}{2} \hat{z}_M \right], \quad (2.6)$$

$$\vec{P}_2 - \vec{P} = 2F \left[\eta(\alpha_2) \hat{x}_M + \frac{\eta^2(\alpha_2) - 1}{2} \hat{z}_M \right], \quad (2.7)$$

onde o vetor $\vec{P}$ localiza o foco P , F é a distância focal da parábola, α_1 e α_2 são os ângulos auxiliares mostrados nas Figuras 2.1 e 2.2, respectivamente, e $\eta(\alpha)$ é uma função muito utilizada neste trabalho, definida da seguinte forma:

$$\eta(\alpha) = \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right). \quad (2.8)$$

Subtraindo (2.7) de (2.6):

$$\vec{P}_1 - \vec{P}_2 = 2F \left[\eta(\alpha_1) - \eta(\alpha_2) \right] \left[\hat{x}_M + \frac{\eta(\alpha_1) + \eta(\alpha_2)}{2} \hat{z}_M \right]. \quad (2.9)$$

Como o vetor $\vec{P}_1 - \vec{P}_2$ é conhecido através de (2.2) e (2.3), obtém-se, de (2.9), uma expressão que relaciona α_1 e α_2 :

$$\eta(\alpha_1) + \eta(\alpha_2) = \frac{2\hat{z}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)}{\hat{x}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)}. \quad (2.10)$$

Além disso, determina-se um desses ângulos auxiliares a partir dos parâmetros de entrada. Observando as Figuras 2.1 e 2.2, tem-se:

$$\frac{(\vec{P}_i - \vec{Q})}{|\vec{P}_i - \vec{Q}|} = \sin \alpha_i \hat{x}_M + \cos \alpha_i \hat{z}_M, \quad (2.11)$$

onde $\alpha_i = \alpha_1$ ou α_2 para a opção de mapeamento I ou II, respectivamente. Assim:

$$\eta(\alpha_i) = \frac{\sin \alpha_i}{1 - \cos \alpha_i} = \frac{\hat{x}_M \cdot (\vec{P}_i - \vec{Q})}{|\vec{P}_i - \vec{Q}| - \hat{z}_M \cdot (\vec{P}_i - \vec{Q})}. \quad (2.12)$$

Obtidos os ângulos auxiliares de (2.12) e (2.10), define-se a distância focal da parábola através de (2.9):

$$F = \frac{\hat{x}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)}{2[\eta(\alpha_1) - \eta(\alpha_2)]} = \frac{\hat{z}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)}{\eta^2(\alpha_1) - \eta^2(\alpha_2)}. \quad (2.13)$$

Percebendo que agora é possível determinar $\vec{P}$ a partir de (2.6) ou (2.7), os parâmetros da cônica geratriz do sub-refletor podem ser estabelecidos. A distância inter-focal $2c$ é dada por:

$$2c = |\overline{OP}| = |\vec{P}|, \quad (2.14)$$

enquanto o ângulo β entre o eixo de simetria e o eixo da cônica (Figuras 2.1 e 2.2) é obtido de:

$$\vec{P} = 2c(\sin \beta \hat{x} + \cos \beta \hat{z}). \quad (2.15)$$

Por fim, determina-se a excentricidade e através da equação da cônica:

$$\frac{2c}{e} = \hat{z} \cdot \vec{Q} + (\vec{P} - \vec{Q}) \cdot \frac{(\vec{P}_i - \vec{Q})}{|\vec{P}_i - \vec{Q}|}, \quad (2.16)$$

onde $\vec{P}_i = \vec{P}_1$ ou $\vec{P}_2$ para opção I ou II, respectivamente. Nota-se que (2.16) pode fornecer valores negativos para a razão $2c/e$ dependendo da localização do anel cáustico P [6].

Outros dois parâmetros são úteis no projeto das antenas: o diâmetro (D_S) e o ângulo de borda (θ_E) do sub-refletor. Ambos são especificados pelo vetor $\vec{R}$ que localiza a borda do sub-refletor, identificada pelo ponto R nas Figuras 2.1 e 2.2. Da equação polar da cônica, mostra-se que:

$$\vec{R} = \vec{P} + \frac{(c/e)(e^2 - 1)[\sin(\alpha_j + \gamma)\hat{x} + \cos(\alpha_j + \gamma)\hat{z}]}{1 - e \cos(\alpha_j + \gamma - \beta)}, \quad (2.17)$$

onde $\alpha_j = \alpha_2$ ou α_1 para a opção I ou II, respectivamente. Analisando as Figuras 2.1 e 2.2, infere-se que θ_E e D_S podem ser obtidos de:

$$\tan \theta_E = \frac{\hat{x} \cdot \vec{R}}{\hat{z} \cdot \vec{R}}, \quad (2.18)$$

$$D_S = 2|\hat{x} \cdot \vec{R}|. \quad (2.19)$$

É importante salientar que (2.17) pode fornecer $\hat{x} \cdot \vec{R} < 0$ e, conseqüentemente, $\theta_E < 0$. Neste trabalho, ângulos positivos são ilustrados com orientação no sentido horário nas figuras, enquanto ângulos negativos são orientados no sentido anti-horário. No caso da opção de mapeamento I, tem-se uma configuração OADE para ângulo de borda positivo e uma configuração OADH para θ_E negativo. Na opção II, a configuração é OADC quando θ_E é positivo e OADG quando θ_E é negativo [6], [7].

Determinados os três parâmetros da cônica geratriz (e , $2c$ e β) e o ângulo de borda θ_E do sub-refletor, esta cônica pode ser descrita pelo seguinte vetor posição [8], [9]:

$$\vec{r}_S(\theta_F) = \frac{c(e^2 - 1)[2\eta_F \hat{x} + (\eta_F^2 - 1)\hat{z}]}{e[(e \cos \beta - 1)\eta_F^2 + 2\eta_F e \sin \beta - (e \cos \beta + 1)]}, \quad (2.20)$$

onde θ_F é o ângulo entre o raio do alimentador e o eixo de simetria z (Figura 2.3) e

$$\eta_F = \eta(\theta_F) = \cot\left(\frac{\theta_F}{2}\right). \quad (2.21)$$

Observe que, para $\theta_F = 0$, $\vec{r}_S$ é dado por $\vec{Q}$, definido em (2.1).

A relação entre o ângulo θ_F do raio incidente e o ângulo θ_S do raio correspondente refletido pelo sub-refletor, ilustrados na Figura 2.3, é expressa por [8]:

$$\eta_S = \cot\left(\frac{\theta_S}{2}\right) = \frac{(e \cos \beta + 1) - \eta_F e \sin \beta}{e \sin \beta + (e \cos \beta - 1)\eta_F}. \quad (2.22)$$

Conhecendo-se η_S , pode-se representar o refletor principal por uma função real $L(\eta_S)$, sendo sua geratriz descrita por [18], [19]:

$$\vec{r}_M(\theta_S) = \left\{x_P + 2\eta_S \exp[L(\eta_S)]\right\} \hat{x} + \left\{z_P + (\eta_S^2 - 1) \exp[L(\eta_S)]\right\} \hat{z}, \quad (2.23)$$

onde x_P e z_P são, respectivamente, as coordenadas x e z de P dadas por (2.15) e $\exp(\alpha)$ é a função exponencial natural. Conforme já dito, nas antenas duplo-refletoras clássicas, os raios que incidem no refletor principal são refletidos paralelamente ao eixo de sua parábola geratriz (Figura 2.3). Assim, da lei da reflexão,

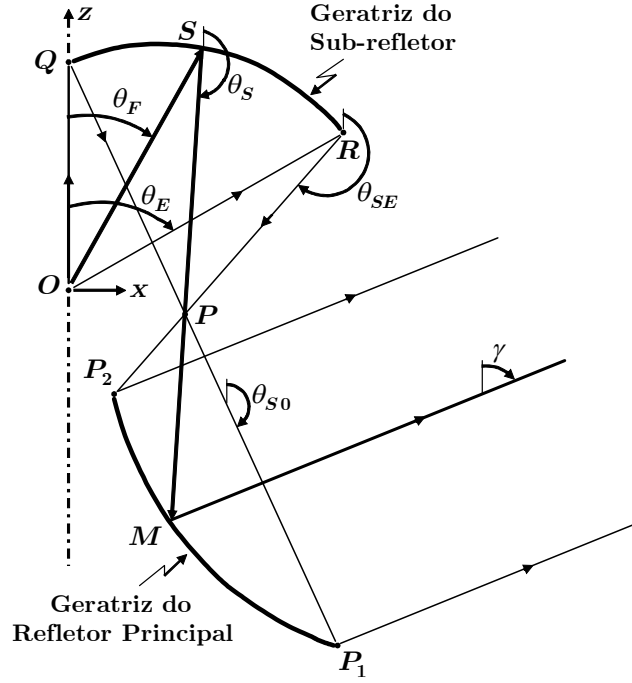


Figura 2.3 – Trajetória dos raios para opção de mapeamento I.

a relação entre as direções incidente (θ_S) e refletida (γ) na superfície do refletor principal, representadas por η_S e $\eta_\gamma = \cot(\gamma/2)$, respectivamente, é dada por [18]:

$$\frac{\partial L(\eta_S)}{\partial \eta_S} = \frac{2}{\eta_\gamma - \eta_S}. \quad (2.24)$$

Integrando (2.24):

$$L(\eta_S) = \ln \left[\frac{1}{(\eta_\gamma - \eta_S)^2} \right] + C, \quad (2.25)$$

onde C é a constante de integração. Substituindo (2.25) em (2.23):

$$\vec{r}_M(\theta_S) = \left[x_P + \exp(C) \frac{2\eta_S}{(\eta_\gamma - \eta_S)^2} \right] \hat{x} + \left[z_P + \exp(C) \frac{(\eta_S^2 - 1)}{(\eta_\gamma - \eta_S)^2} \right] \hat{z}. \quad (2.26)$$

Para se determinar o valor da exponencial de C , pode-se usar $\vec{P}_1$ ou $\vec{P}_2$, que são os vetores que localizam os dois pontos já conhecidos do refletor principal. Na opção de

mapeamento I, o raio que atinge o ponto $\vec{P}_2$ parte de O com um ângulo $\theta_F = \theta_E$ (Figura 2.1 e Figura 2.3), e, portanto, $\eta_S = \eta_{SE}$, enquanto na opção II (Figura 2.2), têm-se $\theta_F = 0$ e $\eta_S = \eta_{S0}$. Levando isto em consideração e igualando (2.26) e (2.3), que define $\vec{P}_2$, encontra-se:

$$\exp(C) = \left(\frac{D_B}{2} - x_P \right) \frac{(\eta_\gamma - \eta_{SE})^2}{2\eta_{SE}}, \text{ para opção I} \quad (2.27)$$

$$\exp(C) = \left(\frac{D_B}{2} - x_P \right) \frac{(\eta_\gamma - \eta_{S0})^2}{2\eta_{S0}}, \text{ para opção II} \quad (2.28)$$

onde, de (2.22) [8], [9]:

$$\eta_{SE} = \cot\left(\frac{\theta_{SE}}{2}\right) = \frac{(e \cos \beta + 1) - \eta_E e \sin \beta}{e \sin \beta + (e \cos \beta - 1)\eta_E}, \quad (2.29)$$

$$\eta_{S0} = \cot\left(\frac{\theta_{S0}}{2}\right) = \frac{-e \sin \beta}{e \cos \beta - 1}, \quad (2.30)$$

sendo $\eta_E = \eta(\theta_E)$.

2.3 CAMPO DA GO NA ABERTURA

A determinação do campo na abertura é feita utilizando os princípios da GO, de maneira similar ao procedimento apresentado em [7] para $\gamma = 90^\circ$. Contudo, a formulação desenvolvida nesta seção é válida para valores de γ arbitrários, sendo considerada uma abertura cônica, como ilustra a Figura 2.4.

A radiação esférica TEM emitida pelo alimentador, cujo centro de fase está no foco O , pode ser representada por [7]:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega) = \left[F(\theta_F) \hat{\theta}_F + P(\theta_F) \hat{\phi}_F \right] \frac{\exp(-jk r_F)}{r_F}, \quad (2.31)$$

onde $k = \omega/v$ é o número de onda do espaço livre, sendo ω a frequência angular e v a velocidade da luz no espaço livre, (r_F, θ_F, ϕ_F) são as coordenadas esféricas usuais que

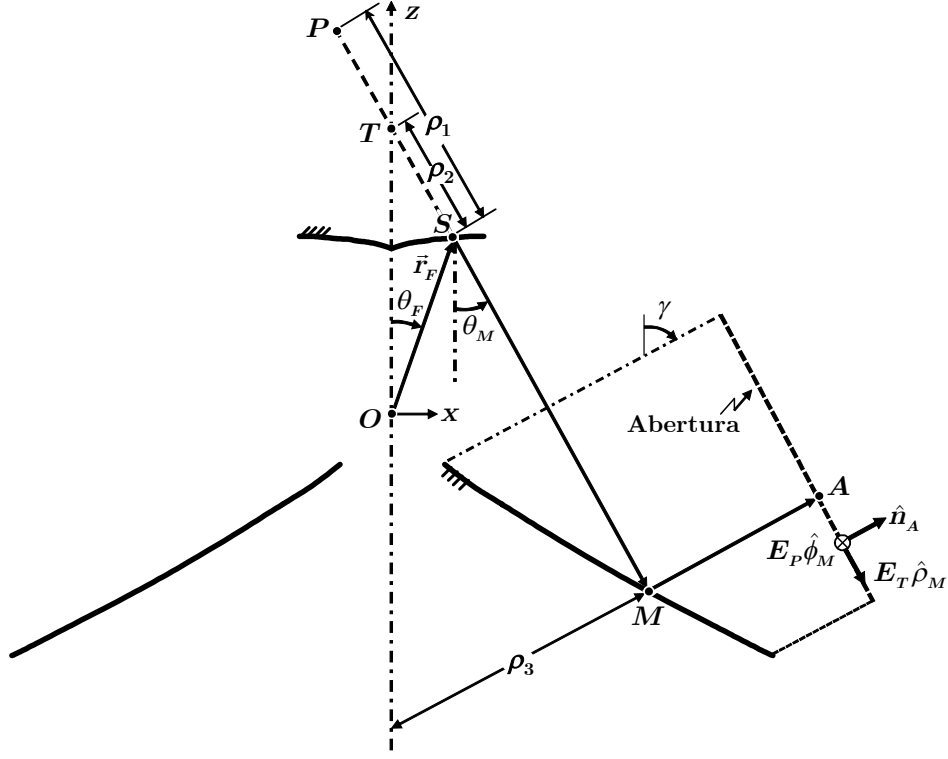


Figura 2.4 – Parâmetros geométricos para a determinação do campo na abertura.

localizam o ponto S do sub-refletor (Figura 2.4), enquanto $F(\theta_F)$ e $P(\theta_F)$ definem a radiação omnidirecional do alimentador.

Usando os princípios da GO [20], [21], após as reflexões no sub-refletor e no refletor principal, o campo elétrico da GO no ponto A da abertura cônica pode ser escrito como [7], [22]:

$$\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega) = \xi A_{GO}(\theta_F) [F(\theta_F) \hat{\rho}_M + P(\theta_F) \hat{\phi}_M] \exp(-jk\ell), \quad (2.32)$$

onde $\xi = 1$ para OADC e OADE ou $\xi = -1$ para OADG e OADH, A_{GO} é o fator de atenuação da GO, ℓ é o comprimento do caminho óptico constante de O até A e

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_M &= \cos \gamma \hat{\rho} - \sin \gamma \hat{z}, \\ \hat{\phi}_M &= \hat{\phi}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Pela Figura 2.4, observa-se que a direção de propagação dos raios na abertura é igual à direção normal à abertura, cujo vetor unitário é dado por:

$$\hat{n}_A = \sin \gamma \hat{\rho} + \cos \gamma \hat{z}. \quad (2.34)$$

Logo, o campo magnético na abertura é:

$$\begin{aligned} \vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega) &= \frac{1}{Z_0} \hat{n}_A \times \vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega) \\ &= \xi \frac{A_{GO}(\theta_F)}{Z_0} \left[F(\theta_F) \hat{\phi}_M - P(\theta_F) \hat{\rho}_M \right] \exp(-jk\ell), \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ é a impedância intrínseca do espaço livre, sendo μ_0 e ε_0 , respectivamente, a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do espaço livre. Para facilitar o uso das expressões dos campos elétrico e magnético na abertura, (2.32) e (2.35) são reescritas, respectivamente, como:

$$\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega) = E_T(\theta_F, \omega) (\cos \gamma \hat{\rho} - \sin \gamma \hat{z}) + E_P(\theta_F, \omega) \hat{\phi}, \quad (2.36)$$

$$\vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{Z_0} \left[E_T(\theta_F, \omega) \hat{\phi} - E_P(\theta_F, \omega) (\cos \gamma \hat{\rho} - \sin \gamma \hat{z}) \right], \quad (2.37)$$

onde:

$$E_T(\theta_F, \omega) = \xi A_{GO}(\theta_F) F(\theta_F) \exp(-jk\ell), \quad (2.38)$$

$$E_P(\theta_F, \omega) = \xi A_{GO}(\theta_F) P(\theta_F) \exp(-jk\ell). \quad (2.39)$$

2.3.1 FATOR DE ATENUAÇÃO DA GO

O fator de atenuação da GO foi determinado em [22] utilizando conservação de energia. No entanto, nesta subseção é apresentada uma nova formulação para o cálculo de A_{GO} usando rastreamento de raios. Este fator é resultado da multiplicação de três fatores associados ao percurso do feixe de raios desde o foco O até a abertura, ou seja,

$$A_{GO}(\theta_F) = A_1(\theta_F) A_2(\theta_F) A_3(\theta_F). \quad (2.40)$$

O fator A_1 corresponde à atenuação sofrida pela frente de onda esférica do alimentador durante sua trajetória de O até o ponto S (Figura 2.4), sendo dado por [7]:

$$A_1(\theta_F) = \frac{1}{|\overline{OS}|} = \frac{1}{r_F}. \quad (2.41)$$

Da equação polar da cônica geratriz do sub-refletor, pode-se reescrever (2.41) como:

$$A_1(\theta_F) = \frac{e[e \cos(\beta - \theta_F) - 1]}{c(e^2 - 1)}. \quad (2.42)$$

O fator de atenuação A_2 está associado à trajetória $\overline{SM}$ da frente de onda astigmática refletida pelo sub-refletor. Esta frente de onda possui uma cáustica anular, definida por P , e uma cáustica linear, definida pela interseção do raio refletido pelo sub-refletor com o eixo de simetria. Assim, A_2 é descrito por [7]:

$$A_2(\theta_F) = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_1 + |\overline{SM}|}} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_2 + |\overline{SM}|}}, \quad (2.43)$$

onde ρ_1 e ρ_2 são os raios principais de curvatura da frente de onda imediatamente após S , correspondendo às cáusticas anular em P e linear em T , respectivamente, como mostrado na Figura 2.4. Os raios ρ_1 e ρ_2 são positivos (onda divergente) ou negativos (onda convergente) se as cáusticas correspondentes estão localizadas acima ou abaixo do sub-refletor, respectivamente, e, portanto, A_2 pode ser um número imaginário. Com a ajuda da Figura 2.4 e da equação da cônica do sub-refletor, o raio de curvatura no plano de incidência é determinado por [23]:

$$\rho_1 = r_F - \frac{2c}{e}. \quad (2.44)$$

Pela equação polar da parábola geratriz do refletor principal, tem-se:

$$\rho_1 + |\overline{SM}| = \frac{2F}{1 + \cos(\theta_M - \gamma)}, \quad (2.45)$$

sendo θ_M um ângulo negativo entre o eixo de simetria e o raio refletido pelo sub-refletor, conforme ilustrado na Figura 2.4. Aplicando a lei dos senos no triângulo OTS , o raio de curvatura no plano perpendicular ao de incidência é dado por:

$$\rho_2 = \frac{-r_F \sin \theta_F}{\sin \theta_M}. \quad (2.46)$$

Note que as equações (2.44) e (2.46) fornecem o sinal correto de ρ_1 e de ρ_2 , respectivamente. A fim de se determinar θ_M , usa-se a seguinte relação, obtida a partir da cônica que descreve o sub-refletor [23]:

$$\tan\left(\frac{\beta - \theta_F}{2}\right) = \left(\frac{1 - e}{1 + e}\right) \tan\left(\frac{\beta - \theta_M}{2}\right). \quad (2.47)$$

Manipulando (2.47), encontra-se:

$$\eta_M = \cot\left(\frac{\theta_M}{2}\right) = \frac{\sin \beta + \eta_F \cos \beta - \eta_F/e}{\eta_F \sin \beta - \cos \beta - 1/e}. \quad (2.48)$$

Usando (2.44) – (2.46) e (2.48), mostra-se que:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\rho_1}{\rho_1 + |\overline{SM}|}\right) \left(\frac{\rho_2}{\rho_2 + |\overline{SM}|}\right) &= \left(\frac{c}{2eF}\right) \left[\frac{e^2 - 1}{e \cos(\beta - \theta_F) - 1} - 2\right] [1 + \cos(\theta_M - \gamma)] \\ &\quad \left[1 - \left(\frac{\sin \theta_M}{\sin \theta_F}\right) \left(\frac{|\overline{SM}|}{r_F}\right)\right]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde:

$$\frac{|\overline{SM}|}{r_F} = \left[\frac{e \cos(\beta - \theta_F) - 1}{e^2 - 1}\right] \left[\frac{(2eF)/c}{1 + \cos(\theta_M - \gamma)} + 2\right] - 1, \quad (2.50)$$

sendo:

$$\sin \theta_M = \frac{2\eta_M}{\eta_M^2 + 1}; \quad \cos \theta_M = \frac{\eta_M^2 - 1}{\eta_M^2 + 1}. \quad (2.51)$$

O terceiro fator de atenuação, A_3 , refere-se à frente de onda cônica após a reflexão no refletor principal até a abertura e é descrito por [7]:

$$A_3(\theta_F) = \sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_3 + |\overline{MA}|}}, \quad (2.52)$$

onde ρ_3 é o raio principal de curvatura e $|\overline{MA}|$ é a distância entre os pontos M e A , como mostrado na Figura 2.4, de onde se observa que:

$$\rho_3 = \frac{2c \sin \beta - \sin \theta_M (\rho_1 + |\overline{SM}|)}{\sin \gamma}. \quad (2.53)$$

Dado que $\ell = |\overline{OS}| + |\overline{SM}| + |\overline{MA}|$ e com o auxílio de (2.44), tem-se:

$$|\overline{MA}| = \ell - (\rho_1 + |\overline{SM}|) - \frac{2c}{e}. \quad (2.54)$$

Assim, de (2.53) e (2.54), encontra-se:

$$\frac{\rho_3}{\rho_3 + |\overline{MA}|} = \frac{1}{1 + \frac{|\overline{MA}|}{\rho_3}}, \quad (2.55)$$

onde:

$$\frac{|\overline{MA}|}{\rho_3} = \sin \gamma \left[\frac{l \left(\frac{e}{2c} \right) - (\rho_1 + |\overline{SM}|) \left(\frac{e}{2c} \right) - 1}{e \sin \beta - \sin \theta_M (\rho_1 + |\overline{SM}|) \left(\frac{e}{2c} \right)} \right], \quad (2.56)$$

sendo $(\rho_1 + |\overline{SM}|)$ dado por (2.45).

2.4 CAMPO RADIADO VIA MÉTODO DA ABERTURA

Nesta seção é desenvolvida uma formulação para o cálculo do campo elétrico, no domínio da frequência, radiado pelas antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas na região de campo distante. Para tal, é utilizado o Método da Abertura [24], sendo inicialmente as densidades superficiais de correntes elétrica e magnética na abertura determinadas através do princípio da equivalência. Em seguida, por meio da

integral de radiação, estas correntes são integradas sobre a abertura cônica, obtendo-se o campo elétrico radiado.

Uma vez que as expressões dos campos elétrico e magnético na abertura foram definidas na Seção 2.3, elas podem ser utilizadas para se determinar as densidades superficiais de correntes nesta abertura. Assim, de acordo com o princípio da equivalência [25], a densidade superficial de corrente elétrica equivalente na abertura, $\vec{J}_A$, pode ser dada por:

$$\vec{J}_A = \hat{n}_A \times \vec{H}_A, \quad (2.57)$$

lembrando que $\hat{n}_A$ é o vetor unitário normal à abertura cônica. Substituindo (2.34) e (2.37) em (2.57), encontra-se:

$$\vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega) = -\frac{1}{Z_0} \left[E_T(\theta_F, \omega) (\cos \gamma \hat{\rho} - \sin \gamma \hat{z}) + E_P(\theta_F, \omega) \hat{\phi} \right] = -\frac{\vec{E}_A(\vec{r}_A, \omega)}{Z_0}. \quad (2.58)$$

Reescrevendo (2.58) na base vetorial cartesiana:

$$\begin{aligned} \vec{J}_A(\vec{r}_A, \omega) = & -\frac{1}{Z_0} \left\{ E_T(\theta_F, \omega) \left[\cos \gamma (\cos \phi_A \hat{x} + \sin \phi_A \hat{y}) - \sin \gamma \hat{z} \right] \right. \\ & \left. + E_P(\theta_F, \omega) (\cos \phi_A \hat{y} - \sin \phi_A \hat{x}) \right\}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Aplicando o mesmo princípio, a densidade superficial de corrente magnética equivalente na abertura, $\vec{M}_A$, pode ser determinada através de:

$$\vec{M}_A = -\hat{n}_A \times \vec{E}_A. \quad (2.60)$$

Substituindo (2.34) e (2.36) em (2.60), tem-se:

$$\vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega) = -E_T(\theta_F, \omega) \hat{\phi} + E_P(\theta_F, \omega) (\cos \gamma \hat{\rho} - \sin \gamma \hat{z}) = -Z_0 \vec{H}_A(\vec{r}_A, \omega). \quad (2.61)$$

Na base cartesiana:

$$\begin{aligned} \vec{M}_A(\vec{r}_A, \omega) = & -E_T(\theta_F, \omega) (\cos \phi_A \hat{y} - \sin \phi_A \hat{x}) \\ & + E_P(\theta_F, \omega) [\cos \gamma (\cos \phi_A \hat{x} + \sin \phi_A \hat{y}) - \sin \gamma \hat{z}]. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Definidas as densidades de correntes equivalentes na abertura, o campo elétrico produzido por elas pode ser calculado como [17]:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = & \frac{-j}{\omega \epsilon_0} \int_{S_A} \left\{ \left[\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \nabla \right] \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) + k^2 \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \right. \\ & \left. - j\omega \epsilon_0 \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \right\} dS_A, \end{aligned} \quad (2.63)$$

onde $G(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$ é a função de Green do espaço livre dada por:

$$G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{\exp(-jk|\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (2.64)$$

sendo $\vec{r}$ o vetor que localiza o ponto de observação e $\vec{r}'$ o vetor que localiza a fonte, conforme ilustrado na Figura 2.5(a). Na região de campo distante, tem-se $|\vec{r}| \gg |\vec{r}'|_{\max}$ e, portanto, (2.64) pode ser aproximada da seguinte forma (Figura 2.5(b)) [25]:

$$G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \approx \frac{\exp[-jk(r - \vec{r}' \cdot \hat{r})]}{4\pi r}. \quad (2.65)$$

Substituindo (2.65) em (2.63) e eliminando os termos de ordem $(1/r^2)$, o campo elétrico na região de campo distante pode então ser calculado por meio da integral de radiação:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) \approx & -j \frac{kZ_0}{4\pi} \frac{\exp(-jkr)}{r} \int_{S_A} \left[\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) - (\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{r}) \hat{r} \right. \\ & \left. + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \hat{r} \right] \exp(jk\vec{r}' \cdot \hat{r}) dS_A. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Como as densidades de correntes estão na abertura, $\vec{r}'$ é igual ao vetor $\vec{r}_A$ que localiza o ponto A da abertura cônica. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{r}_A \cdot \hat{r} = & \left[\rho_A (\cos \phi_A \hat{x} + \sin \phi_A \hat{y}) + z_A \hat{z} \right] \cdot \left[\sin \theta (\cos \phi \hat{x} + \sin \phi \hat{y}) + \cos \theta \hat{z} \right] \\ = & \rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi_A) + z_A \cos \theta, \end{aligned} \quad (2.67)$$

onde ρ_A é a distância entre A e o eixo de simetria e z_A é a coordenada z de A , determinados, respectivamente, por:

$$\rho_A = x_{MA} \cos \gamma + z_{MA} \sin \gamma, \quad (2.68)$$

$$z_A = -x_{MA} \sin \gamma + z_{MA} \cos \gamma, \quad (2.69)$$

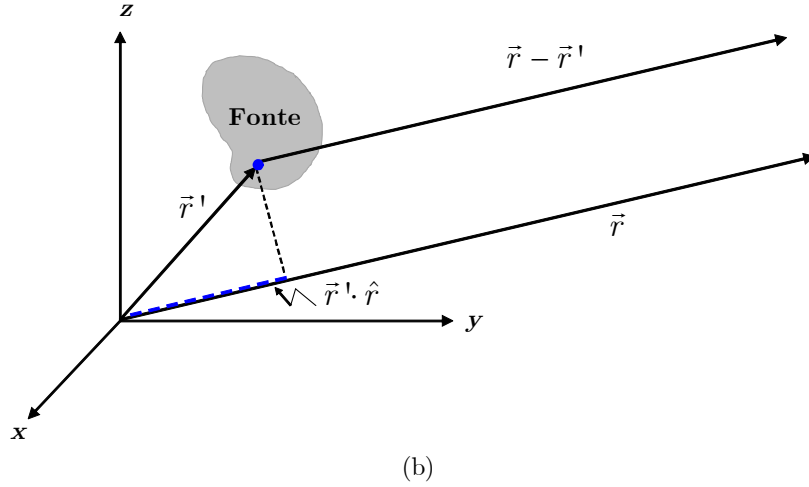
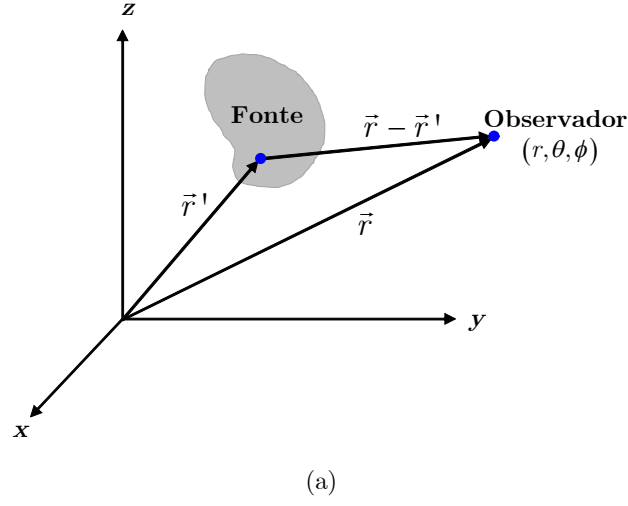


Figura 2.5 – Geometria para o cálculo do campo radiado: (a) ponto de observação arbitrário, (b) simplificação para ponto de observação na região de campo distante.

sendo x_{MA} e z_{MA} as componentes x_M e z_M de A , respectivamente, conforme ilustrado na Figura 2.6. Nota-se que z_{MA} define a localização da abertura e pode ser, em princípio, qualquer constante positiva [22]. O infinitesimal de área sobre a abertura é dado por:

$$dS_A = \rho_A dx_{MA} d\phi_A. \quad (2.70)$$

Conforme mostrado em [22], pode-se escrever x_{MA} em função de θ_F da seguinte forma:

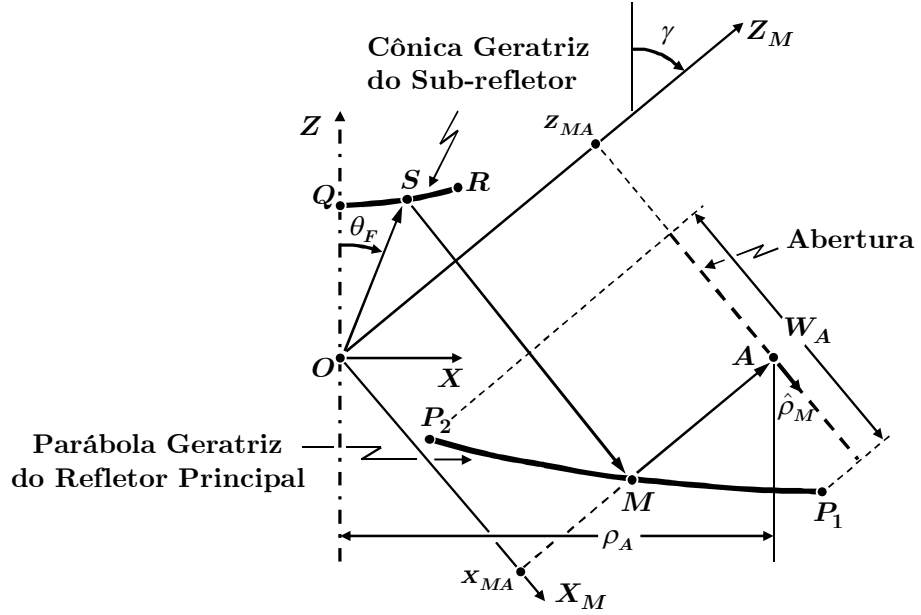


Figura 2.6 – Parâmetros para a caracterização da abertura.

$$x_{MA}(\theta_F) = \ell_0 \left[\frac{c_1 - c_2 \eta(\theta_F - \gamma)}{c_2 + d_2 \eta(\theta_F - \gamma)} \right], \quad (2.71)$$

onde:

$$\begin{aligned} c_1 &= 1 + e \cos(\beta - \gamma) - \left[2c(1 - e^2) \right] / (e\ell_0), \\ c_2 &= e \sin(\beta - \gamma), \\ d_2 &= e \cos(\beta - \gamma) - 1, \end{aligned} \quad (2.72)$$

sendo $\eta(\alpha)$ definida em (2.8) e ℓ_0 o comprimento do caminho ótico constante de O até o eixo x_M , que pode ser determinado através de:

$$\ell_0 = |\vec{Q}| + |\vec{P}_i - \vec{Q}| - \hat{z}_M \cdot \vec{P}_i, \quad (2.73)$$

com $\vec{P}_i = \vec{P}_1$ para OADE e OADH ou $\vec{P}_i = \vec{P}_2$ para OADC e OADG. Observa-se que o comprimento do caminho ótico de O até A , ℓ , pode ser escrito como a soma das constantes ℓ_0 e z_{MA} . Como ρ_A e z_A são definidos em função de x_{MA} em (2.68) e (2.69), respectivamente, eles também dependem de θ_F . Além disso, tem-se que a

outra variável de integração de (2.66), ϕ_A , é igual a ϕ_F . Portanto, é possível calcular a integral em função dos parâmetros θ_F e ϕ_F .

Com o intuito de se realizar a mudança das variáveis de integração, o elemento de integração, dS_A , definido em (2.70), é reescrito como:

$$dS_A = \rho_A(\theta_F) J(\theta_F) d\theta_F d\phi_F, \quad (2.74)$$

onde $\theta_F \in [0, \theta_E]$, $\phi_F \in [0, 2\pi]$ e

$$J(\theta_F) = \left| \frac{dx_{MA}(\theta_F)}{d\theta_F} \right|. \quad (2.75)$$

Derivando (2.71) em relação a θ_F , encontra-se:

$$\frac{dx_{MA}(\theta_F)}{d\theta_F} = \frac{\left[(-2c)/e + \ell_0 + 2c \cos(\beta - \gamma) \right] (e^2 - 1)}{2 \left[\cos\left(\frac{\gamma - \theta_F}{2}\right) - e \cos\left(\beta - \frac{\theta_F + \gamma}{2}\right) \right]^2}. \quad (2.76)$$

A partir das equações da cônica que descreve o sub-refletor e da parábola geratriz do refletor principal, mostra-se que:

$$2F = (-2c)/e + \ell_0 + 2c \cos(\beta - \gamma). \quad (2.77)$$

Assim, substituindo (2.77) em (2.76) e aplicando o resultado em (2.75), obtém-se:

$$J(\theta_F) = \left| \frac{F(e^2 - 1)}{\left[\cos\left(\frac{\gamma - \theta_F}{2}\right) - e \cos\left(\beta - \frac{\theta_F + \gamma}{2}\right) \right]^2} \right|. \quad (2.78)$$

Utilizando (2.59) e (2.62) e substituindo ϕ_A por ϕ_F , determina-se o termo entre colchetes do integrando de (2.66):

$$\vec{J}_A - (\vec{J}_A \cdot \hat{r}) \hat{r} + \frac{1}{Z_0} \vec{M}_A \times \hat{r} = -\frac{1}{Z_0} \left[(E_T I_1 + E_P I_2) \hat{\theta} + (E_P I_1 - E_T I_2) \hat{\phi} \right], \quad (2.79)$$

onde:

$$I_1(\phi_F) = (1 + \cos \gamma \cos \theta) \cos(\phi - \phi_F) + \sin \gamma \sin \theta, \quad (2.80)$$

$$I_2(\phi_F) = (\cos \gamma + \cos \theta) \sin(\phi - \phi_F). \quad (2.81)$$

Finalmente, as componentes do campo elétrico na região de campo distante podem ser encontradas por meio da substituição de (2.67), (2.74) e (2.79) em (2.66):

$$E_\theta(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk}{4\pi} \frac{\exp(-jkr)}{r} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_E} [E_T(\theta_F, \omega) I_1(\phi_F) + E_P(\theta_F, \omega) I_2(\phi_F)] I_3(\theta_F, \phi_F) d\theta_F d\phi_F, \quad (2.82)$$

$$E_\phi(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk}{4\pi} \frac{\exp(-jkr)}{r} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_E} [E_P(\theta_F, \omega) I_1(\phi_F) - E_T(\theta_F, \omega) I_2(\phi_F)] I_3(\theta_F, \phi_F) d\theta_F d\phi_F, \quad (2.83)$$

onde:

$$I_3(\theta_F, \phi_F) = J(\theta_F) \rho_A(\theta_F) \exp\{jk[\rho_A(\theta_F) \sin \theta \cos(\phi - \phi_F) + z_A(\theta_F) \cos \theta]\}. \quad (2.84)$$

Analisando (2.82) e (2.83), nota-se que, como $E_T(\theta_F, \omega)$ e $E_P(\theta_F, \omega)$ não variam com ϕ_F , as integrais em ϕ_F são do tipo:

$$\int_0^{2\pi} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \sin(\phi - \phi_F) \\ \cos(\phi - \phi_F) \end{array} \right\} \exp[jk\rho_A(\theta_F) \sin \theta \cos(\phi - \phi_F)] d\phi_F.$$

Da identidade [26]:

$$\begin{aligned} \exp[jk\rho_A(\theta_F) \sin \theta \cos(\phi - \phi_F)] &= J_0[k\rho_A(\theta_F) \sin \theta] \\ &+ 2 \sum_{m=1}^{\infty} j^m J_m[k\rho_A(\theta_F) \sin \theta] \cos[m(\phi - \phi_F)] \end{aligned} \quad (2.85)$$

e das ortogonalidades entre funções senoidais, tem-se:

$$\int_0^{2\pi} \exp[jk\rho_A(\theta_F) \sin \theta \cos(\phi - \phi_F)] d\phi_F = 2\pi J_0[k\rho_A(\theta_F) \sin \theta], \quad (2.86)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(\phi - \phi_F) \exp[jk\rho_A(\theta_F) \sin \theta \cos(\phi - \phi_F)] d\phi_F = 0, \quad (2.87)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(\phi - \phi_F) \exp[jk\rho_A(\theta_F) \sin \theta \cos(\phi - \phi_F)] d\phi_F = j2\pi J_1[k\rho_A(\theta_F) \sin \theta], \quad (2.88)$$

onde $J_0(\alpha)$ e $J_1(\alpha)$ são funções de Bessel de primeira espécie e ordem 0 e 1, respectivamente. Logo, substituindo (2.86)–(2.88) nas expressões de $E_\theta(\vec{r}, \omega)$ e $E_\phi(\vec{r}, \omega)$, encontra-se:

$$E_\theta(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk}{2} \frac{\exp(-jkr)}{r} \int_0^{\theta_F} E_T(\theta_F, \omega) \left\{ j(1 + \cos \gamma \cos \theta) J_1[k \rho_A(\theta_F) \sin \theta] \right. \\ \left. + \sin \gamma \sin \theta J_0[k \rho_A(\theta_F) \sin \theta] \right\} \exp[jkz_A(\theta_F) \cos \theta] J(\theta_F) \rho_A(\theta_F) d\theta_F, \quad (2.89)$$

$$E_\phi(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk}{2} \frac{\exp(-jkr)}{r} \int_0^{\theta_F} E_P(\theta_F, \omega) \left\{ j(1 + \cos \gamma \cos \theta) J_1[k \rho_A(\theta_F) \sin \theta] \right. \\ \left. + \sin \gamma \sin \theta J_0[k \rho_A(\theta_F) \sin \theta] \right\} \exp[jkz_A(\theta_F) \cos \theta] J(\theta_F) \rho_A(\theta_F) d\theta_F. \quad (2.90)$$

2.5 ALIMENTADOR

O alimentador a ser usado nas antenas duplo-refletoras omnidirecionais deve fornecer um diagrama de radiação circularmente simétrico [6]. Neste trabalho, para obter o diagrama desejado com uma polarização vertical, é utilizada uma corneta coaxial excitada pelo seu modo TEM. Considerando-se uma distribuição de fase uniforme sobre a abertura da corneta em um plano condutor elétrico perfeito, pode-se usar o princípio da equivalência para estabelecer o seguinte modelo para este alimentador [7]:

$$F(\theta_F) = \frac{[J_0(kR_i \sin \theta_F) - J_0(kR_e \sin \theta_F)]}{\sin \theta_F}, \quad (2.91) \\ P(\theta_F) = 0,$$

onde R_i e R_e são os raios interno e externo da abertura da corneta coaxial, respectivamente, conforme ilustrado na Figura 2.7. Substituindo (2.91) em (2.31), tem-se então:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F, \omega) = \left[\frac{J_0(kR_i \sin \theta_F) - J_0(kR_e \sin \theta_F)}{\sin \theta_F} \right] \frac{\exp(-jkr_F)}{r_F} \hat{\theta}_F. \quad (2.92)$$

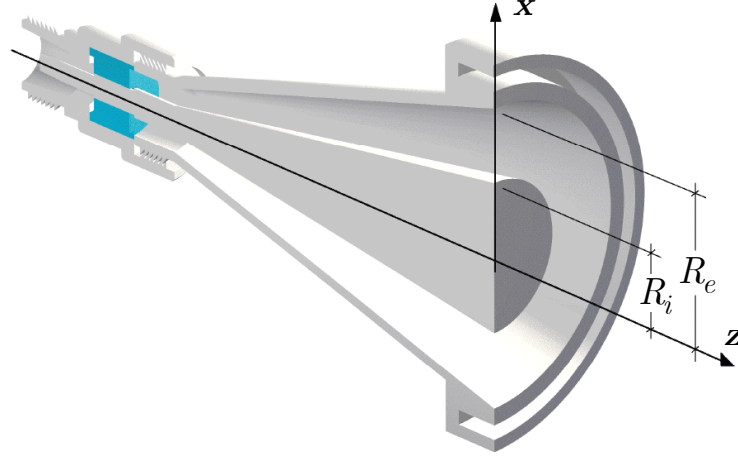


Figura 2.7 – Corneta coaxial TEM [10].

A Figura 2.8 apresenta o diagrama de radiação do modelo do alimentador para $R_i = 0,3\lambda$ e $R_e = 1,14\lambda$.

Através da substituição de (2.91) em (2.38) e (2.39), obtém-se, respectivamente:

$$E_T(\theta_F, \omega) = \xi A_{GO}(\theta_F) \left[\frac{J_0(kR_i \sin \theta_F) - J_0(kR_e \sin \theta_F)}{\sin \theta_F} \right] \exp[-jk(\ell_0 + z_{MA})], \quad (2.93)$$

$$E_P(\theta_F, \omega) = 0. \quad (2.94)$$

Portanto, o campo elétrico na abertura só possui componente na direção $\hat{\rho}_M$. Empregando estas duas equações em (2.82) e (2.90), encontra-se:

$$E_\theta(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk}{4\pi} \frac{\exp(-jkr)}{r} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_e} E_T(\theta_F, \omega) I_1(\phi_F) I_3(\theta_F, \phi_F) d\theta_F d\phi_F, \quad (2.95)$$

$$E_\phi(\vec{r}, \omega) \approx 0. \quad (2.96)$$

onde $I_1(\phi_F)$ e $I_3(\theta_F, \phi_F)$ são dados por (2.80) e (2.84), respectivamente. Dessa forma, como esperado, o campo elétrico distante radiado por uma antena omnidirecional duplo-refletores não possui componente na direção azimutal quando esta é alimentada por uma corneta coaxial TEM. Observa-se que $E_\theta(\vec{r}, \omega)$ também pode ser calculado por (2.89), sendo agora $E_T(\theta_F, \omega)$ definida por (2.93).

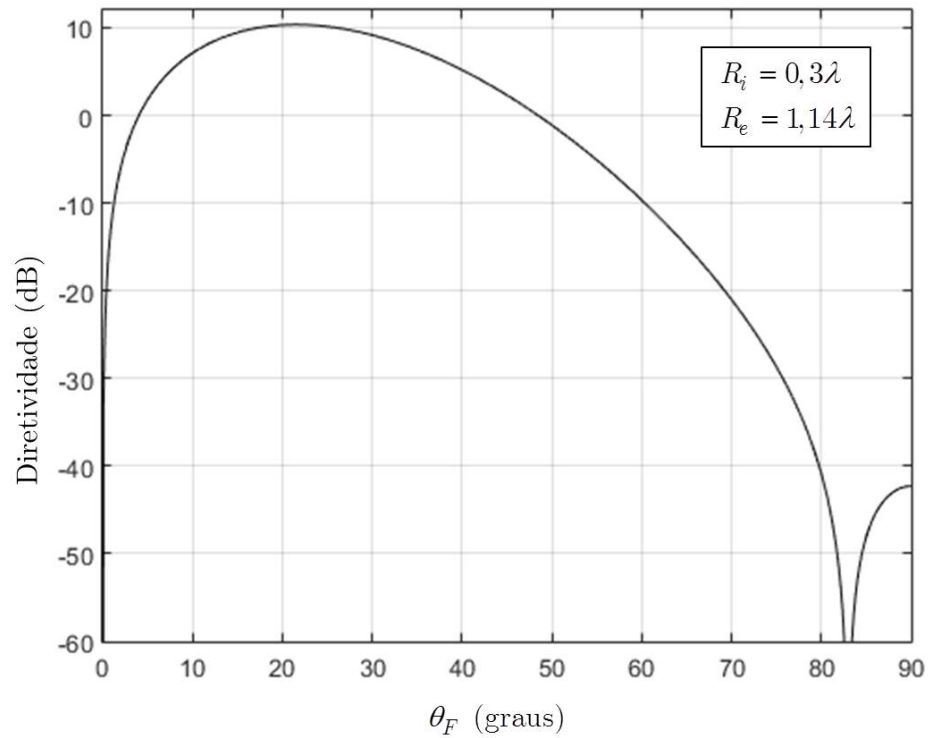


Figura 2.8 – Diagrama de radiação do alimentador.

2.6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados alguns resultados obtidos no domínio da frequência para quatro antenas clássicas distintas, sendo duas OADE e duas OADC. As configurações OADG e OADH não foram consideradas por serem geometricamente menos compactas que as configurações OADE e OADC para um mesmo valor de eficiência da abertura [7]. Inicialmente, os parâmetros geométricos destas antenas são determinados conforme procedimento descrito na Seção 2.2. Em seguida, utilizando a formulação desenvolvida através da GO e do Método da Abertura, é mostrado o diagrama de radiação dessas antenas. O algoritmo para a obtenção dos resultados foi desenvolvido no software MATLAB.

Todas as quatro antenas que são analisadas possuem o diâmetro do refletor principal $D_M = 32\lambda$ e largura da abertura $W_A = 15\lambda$, onde $\lambda = 0,01$ m. O modelo de

alimentador adotado é a corneta coaxial TEM descrita na seção anterior, com $R_i = 0,3\lambda$ e $R_e = 1,14\lambda$. Como estes raios são relativamente pequenos, o centro de fase da radiação na região de campo distante desse alimentador está praticamente localizado na abertura da corneta [6]. Por isto, $z_B = 0$, colocando a abertura da corneta no plano da abertura central do refletor principal. Além disso, têm-se $D_B = 2,4\lambda$, deixando espaço suficiente para a abertura do alimentador ($D_B > 2R_e$). De acordo com o procedimento descrito na Seção 2.2, além de se especificar D_M , W_A , z_B e D_B , deve-se definir também a distância V_S , o ângulo γ e a opção de mapeamento para que a antena seja definida de maneira única.

A fim de se determinar o campo elétrico radiado em cada caso e obter os diagramas de radiação, a integral presente em (2.89) foi calculada numericamente pelo método de Simpson composto [27]. A constante z_{MA} que define a localização da abertura foi estabelecida como a coordenada z_M do ponto da borda inferior do refletor principal, ou seja, $z_{MA} = \vec{P}_1 \cdot \hat{z}_M$. Para o cálculo dos ganhos que são apresentados nos diagramas de radiação, somente a eficiência de transbordamento (e_s) foi considerada. Esta eficiência leva em conta a perda de parte da potência radiada pelo alimentador que não intercepta o sub-refletor e, conseqüentemente, não chega à abertura, ou seja, depende do ângulo de borda θ_E do sub-refletor. Considerando-se a corneta coaxial TEM, e_s pode ser calculada da seguinte forma [24]:

$$e_s = \frac{\int_0^{\theta_E} |F(\theta_F)|^2 \sin \theta_F d\theta_F}{\int_0^{\pi/2} |F(\theta_F)|^2 \sin \theta_F d\theta_F}, \quad (2.97)$$

onde $F(\theta_F)$ é dado por (2.91).

A primeira antena a ser investigada corresponde à opção I de mapeamento e possui $\gamma = 102^\circ$ e $V_S = 16,6\lambda$. Com tais parâmetros de entrada, além dos definidos anteriormente, obtém-se um diâmetro do sub-refletor $D_S = 30,97\lambda$ e um ângulo de borda $\theta_E = 55^\circ$. A parábola geratriz do refletor principal possui distância focal

$F = 4,91\lambda$ e os parâmetros da cônica geratriz do sub-refletor são $e = 0,2245$, $2c = 6,94\lambda$ e $\beta = 58,81^\circ$, sendo então uma elipse. A cáustica anular P está localizada entre o sub-refletor e o refletor principal ($x_P = 5,93\lambda$, $z_P = 3,59\lambda$), ou seja, é uma cáustica real e, portanto, tem-se uma antena OADE. A geometria desta antena está ilustrada na Figura 2.9, além do traçado de raios ao longo do plano de elevação.

O diagrama de radiação dessa antena é mostrado na Figura 2.10. Para $\theta_E = 55^\circ$, a eficiência de transbordamento é igual a 98,86%. O ganho máximo encontrado é $G_{\max} = 13,57$ dB e ocorre na direção $\theta = \gamma = 102^\circ$. É importante salientar que o diagrama foi obtido utilizando a GO e o Método da Abertura e, portanto, efeitos de difração na borda dos refletores e no vértice do sub-refletor e de acoplamento eletromagnético entre os elementos da antena não foram levados em conta. No entanto, o Método da Abertura é capaz de fazer estimativas muito boas para o campo distante ao redor da direção do máximo de radiação para antenas com largura da abertura relativamente grande [7]. Por esta razão, escolheu-se $W_A > 10\lambda$.

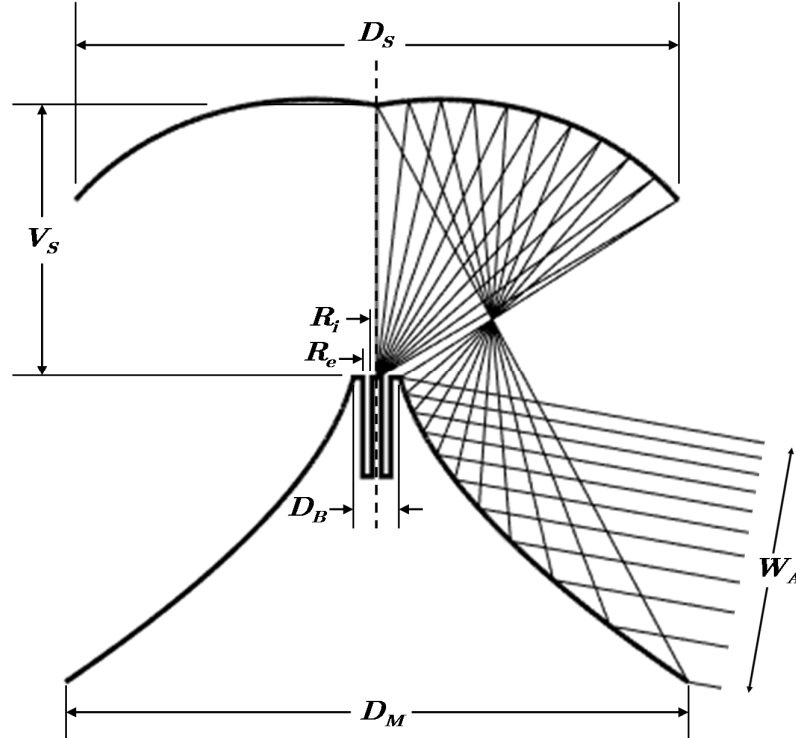


Figura 2.9 – Geometria da antena OADE com $\gamma = 102^\circ$.

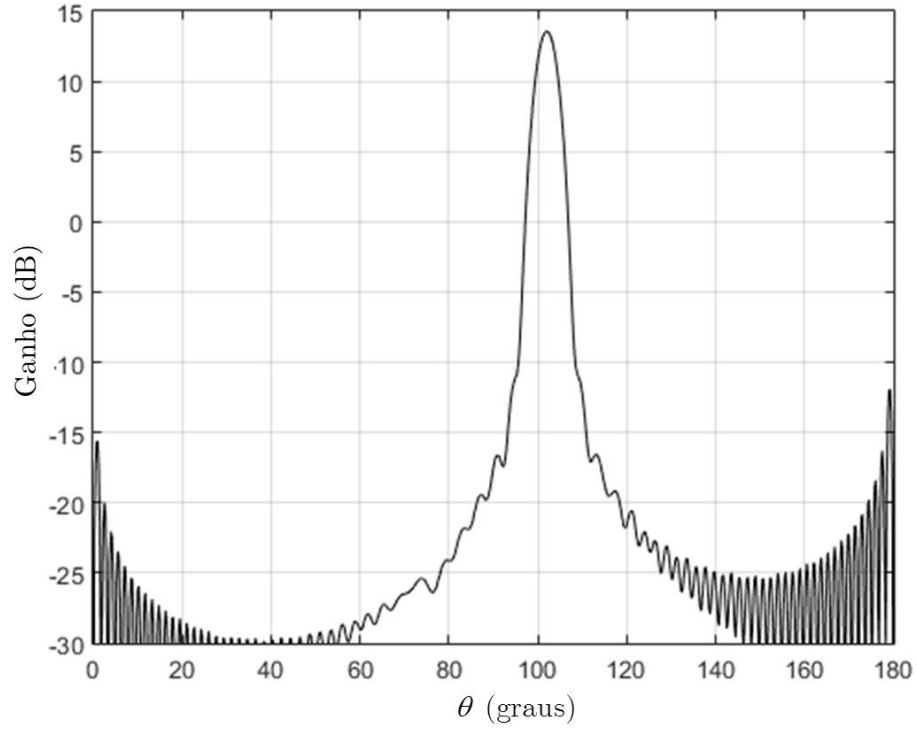


Figura 2.10 – Diagrama de radiação da antena OADE com $\gamma = 102^\circ$.

Continuando com a opção I de mapeamento, o valor do ângulo γ foi modificado para 90° . A fim de que nesta nova configuração a eficiência de transbordamento seja a mesma da antena anterior, ou seja, $\theta_E = 55^\circ$, definiu-se $V_S = 16,2\lambda$. Estes novos parâmetros fornecem $D_S = 30,67\lambda$ e $F = 5,77\lambda$. A cônica geratriz do sub-refletor é uma elipse com $e = 0,2468$, $2c = 7,41\lambda$ e $\beta = 58,40^\circ$, sendo a cáustica anular P real ($x_P = 6,32\lambda$, $z_P = 3,88\lambda$). A geometria desta antena OADE está ilustrada na Figura 2.11. A direção do máximo de radiação é $\theta = \gamma = 90^\circ$, com $G_{\max} = 13,56$ dB considerando-se apenas e_s , conforme mostrado na Figura 2.12.

Alguns parâmetros geométricos e o ganho máximo das duas antenas correspondentes à opção I estão listados na Tabela 2.1. Analisando esta tabela, observa-se que a configuração com $\gamma = 102^\circ$ possui um sub-refletor com diâmetro ligeiramente maior e um pouco mais distante do refletor principal do que a antena com $\gamma = 90^\circ$. Assim, esta última apresenta uma configuração um pouco mais compacta que a anterior.

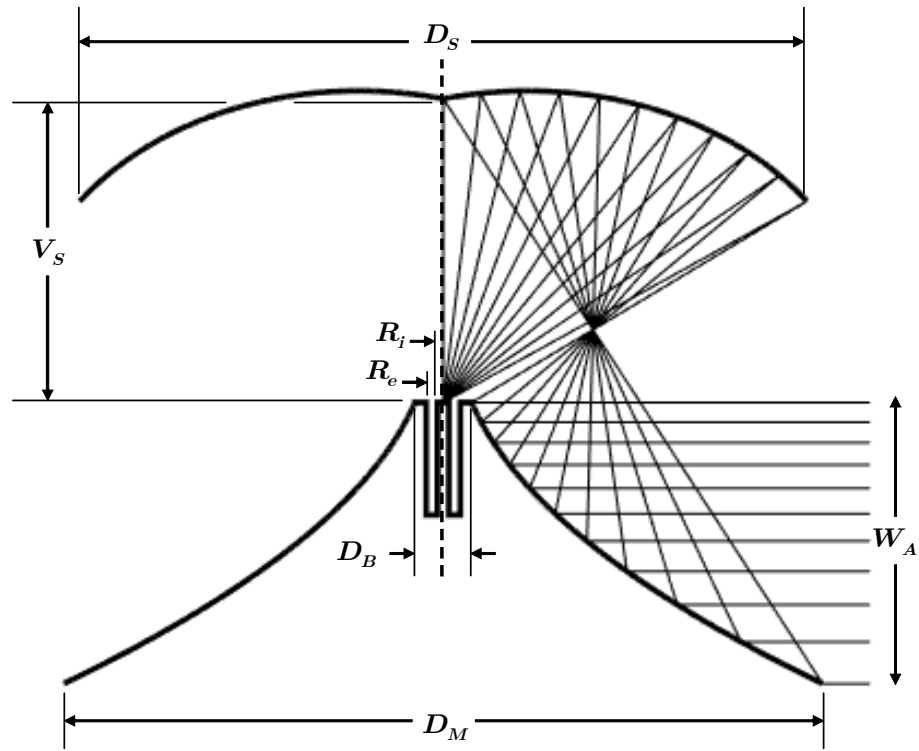


Figura 2.11 – Geometria da antena OADE com $\gamma = 90^\circ$.

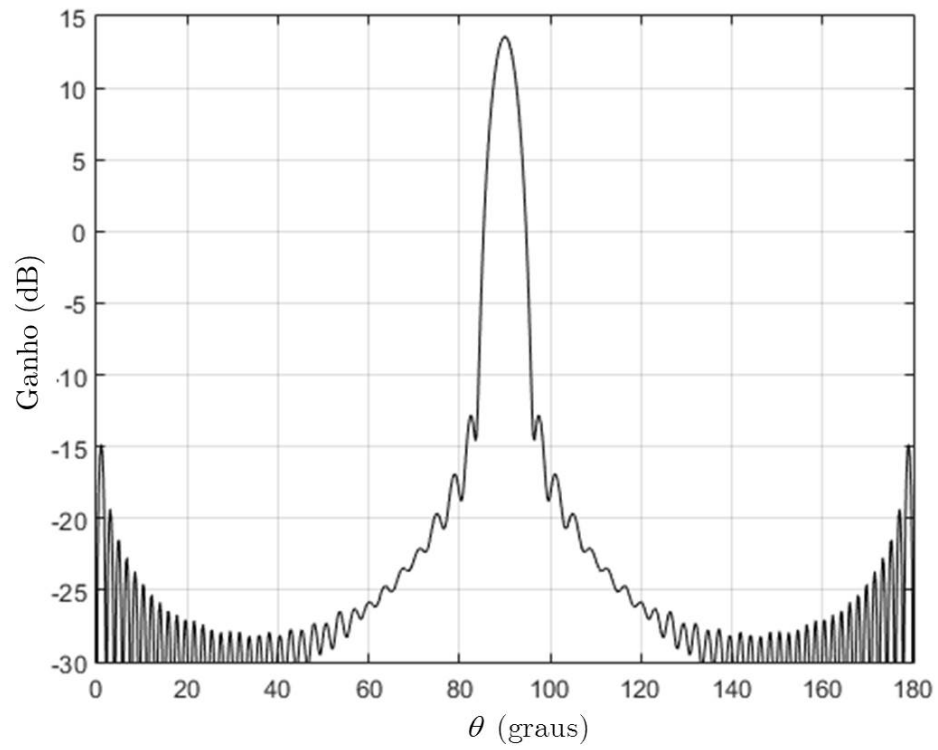


Figura 2.12 – Diagrama de radiação da antena OADE com $\gamma = 90^\circ$.

Tabela 2.1 – Alguns parâmetros geométricos e Ganho Máximo ($G_{\max}$) das antenas duplo-refletores omnidirecionais analisadas com opção I de mapeamento.

γ	102°	90°
$W_A(\lambda)$	15	15
$D_M(\lambda)$	32	32
$D_B(\lambda)$	2,4	2,4
$z_B(\lambda)$	0	0
$V_S(\lambda)$	16,6	16,2
$D_S(\lambda)$	30,97	30,67
θ_E	55°	55°
$F(\lambda)$	4,91	5,77
$2c(\lambda)$	6,94	7,41
e	0,2245	0,2468
β	58,81°	58,40°
$G_{\max}(\text{dB})$	13,57	13,56

As duas últimas configurações a serem analisadas correspondem à opção II de mapeamento. Para que se possa realizar uma comparação com as antenas OADE apresentadas anteriormente, os valores de $D_M = 32\lambda$, $W_A = 15\lambda$, $z_B = 0$, $D_B = 2,4\lambda$ e $\theta_E = 55^\circ$ são mantidos, assim como as escolhas de γ . A geometria com $\gamma = 102^\circ$ foi obtida definindo-se $V_S = 18,4\lambda$ e está ilustrada na Figura 2.13. O sub-refletor desta antena possui um diâmetro $D_S = 38,04\lambda$ e é gerado por uma elipse de excentricidade $e = 0,7383$. A cáustica anular P está localizada abaixo do refletor principal ($x_P = 7,94\lambda$, $z_P = -103,38\lambda$), ou seja, é uma cáustica virtual e, portanto, tem-se uma configuração OADC. O diagrama de radiação está ilustrado na Figura 2.14, com $G_{\max} = 13,89 \text{ dB}$ na direção $\theta = \gamma = 102^\circ$.

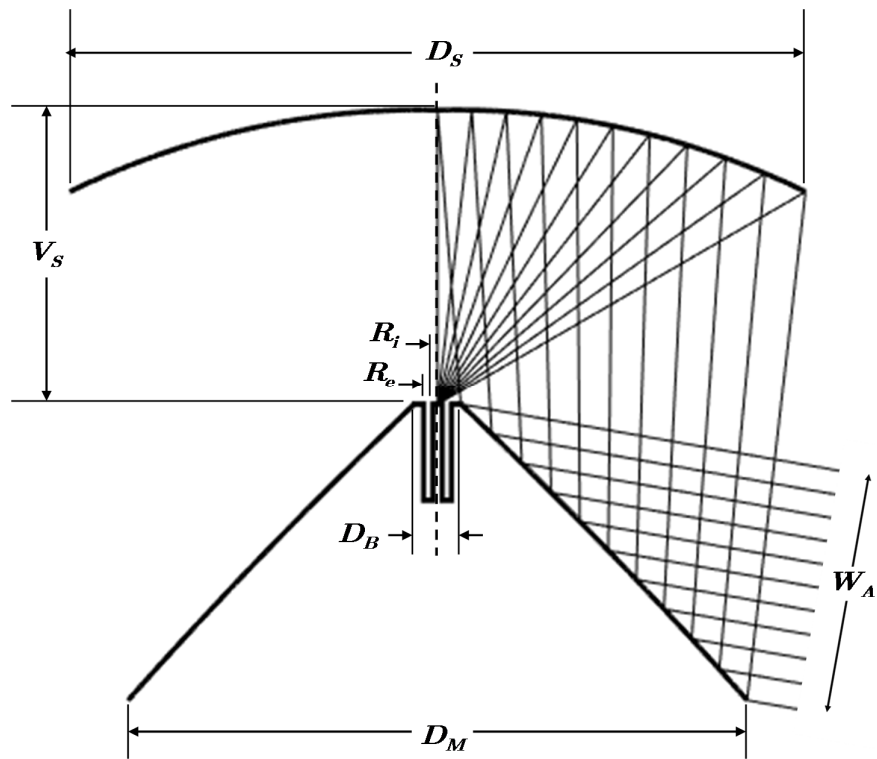


Figura 2.13 – Geometria da antena OADC com $\gamma = 102^\circ$.

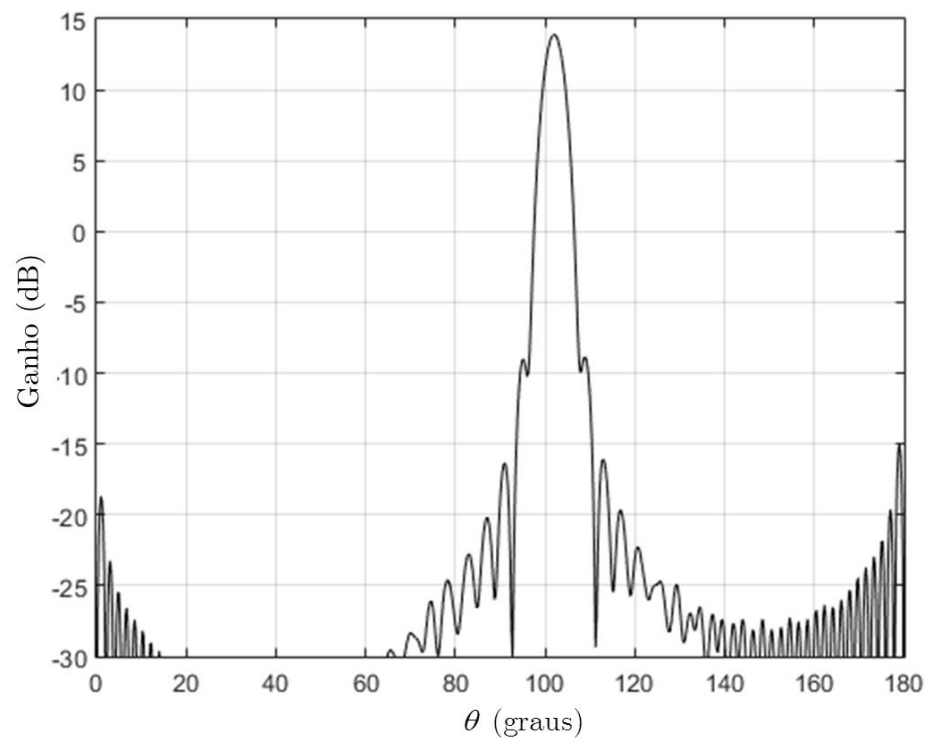


Figura 2.14 – Diagrama de radiação da antena OADC com $\gamma = 102^\circ$.

A segunda configuração da opção II, com $\gamma = 90^\circ$, foi obtida escolhendo-se $V_S = 18,21\lambda$. Esta antena possui um sub-refletor com diâmetro $D_S = 37,62\lambda$, cuja geratriz é uma elipse de excentricidade $e = 0,7307$, e uma cáustica anular P virtual ($x_P = 7,68\lambda$, $z_P = -98,41\lambda$). A geometria desta configuração OADC está ilustrada na Figura 2.15 e seu diagrama de radiação, com $G_{\max} = 13,77$ dB na direção $\theta = \gamma = 90^\circ$, é mostrado na Figura 2.16.

Alguns parâmetros geométricos e o ganho máximo das duas antenas correspondentes à opção II de mapeamento estão listados na Tabela 2.2. Analisando esta tabela, nota-se que, assim como ocorreu no caso das antenas OADE, a configuração com $\gamma = 90^\circ$ é um pouco mais compacta do que a com $\gamma = 102^\circ$. Comparando os dados das Tabelas 2.1 e 2.2, conclui-se que as configurações OADE são mais compactas que as OADC, mas estas últimas podem alcançar ganhos ligeiramente maiores. Resultados semelhantes foram observados em [6] e [7].

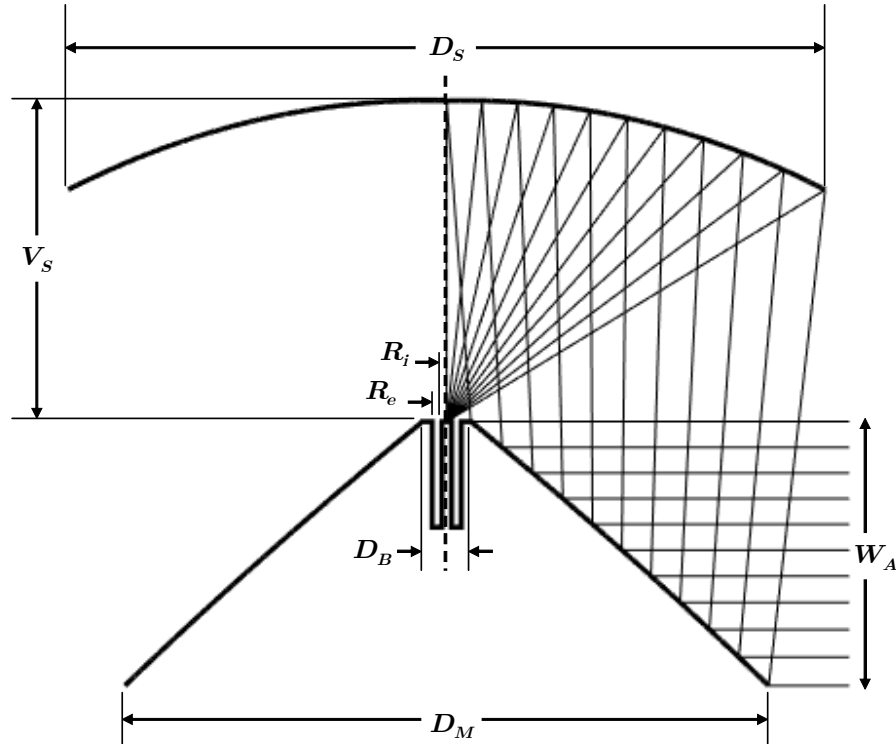


Figura 2.15 – Geometria da antena OADC com $\gamma = 90^\circ$.

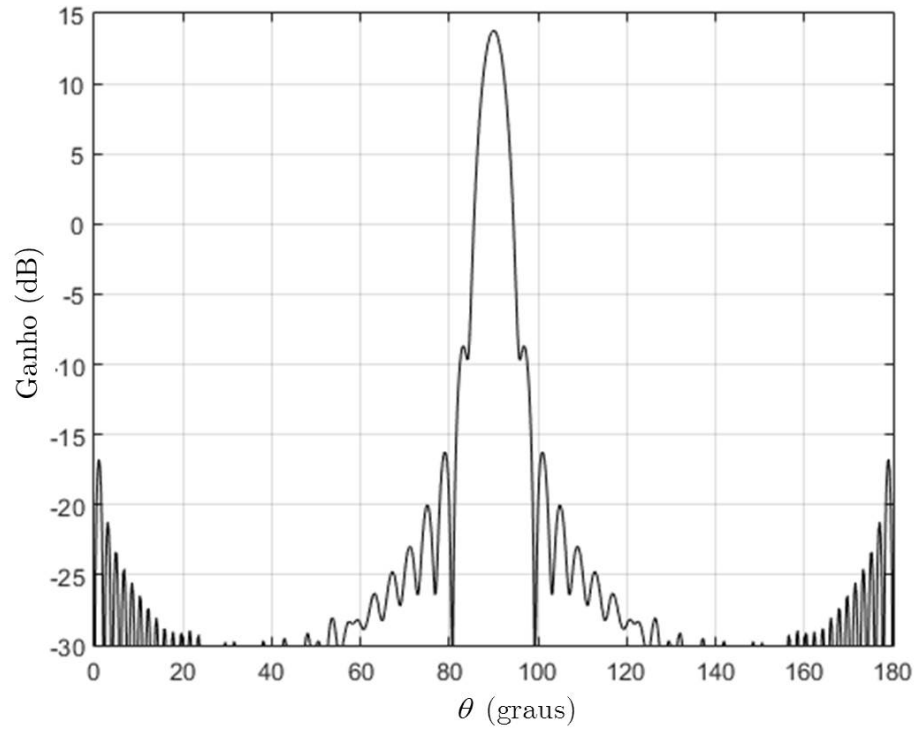


Figura 2.16 – Diagrama de radiação da antena OADC com $\gamma = 90^\circ$.

Tabela 2.2 – Alguns parâmetros geométricos e Ganho Máximo ($G_{\max}$) das antenas duplo-refletores omnidirecionais analisadas com opção II de mapeamento.

γ	102°	90°
$W_A(\lambda)$	15	15
$D_M(\lambda)$	32	32
$D_B(\lambda)$	2,4	2,4
$z_B(\lambda)$	0	0
$V_S(\lambda)$	18,4	18,21
$D_S(\lambda)$	38,04	37,62
θ_E	55°	55°
$F(\lambda)$	-37,75	-46,07
$2c(\lambda)$	103,68	98,71
e	0,7383	0,7307
β	$175,61^\circ$	$175,53^\circ$
$G_{\max}(\text{dB})$	13,89	13,77

Nota-se que a distância ρ_A entre a abertura e o eixo de simetria é constante nas Figuras 2.11 e 2.15 e, portanto, a abertura é cilíndrica quando $\gamma = 90^\circ$. Conforme apresentado em [7], a diretividade máxima em $\theta = 90^\circ$ de uma abertura cilíndrica uniforme com os mesmos valores de ρ_A e W_A é dada por:

$$D_o = \frac{k^2 \rho_A W_A}{2} \left[\left| J_0(k\rho_A) \right|^2 + \left| J_1(k\rho_A) \right|^2 \right]. \quad (2.98)$$

Dessa forma, pode-se calcular também a eficiência de iluminação (e_t) das duas antenas analisadas com $\gamma = 90^\circ$, sendo e_t dada pela razão entre a máxima diretividade da abertura e D_o . Para a configuração OADE da Figura 2.11, tem-se $e_t = 76,87\%$ e o ganho máximo, considerando-se esta eficiência e $e_s = 98,86\%$, é $G_{\max} = 12,42$ dB. Já para a configuração OADC da Figura 2.15, que também possui $e_s = 98,86\%$, tem-se $e_t = 80,70\%$ e $G_{\max} = 12,84$ dB. Novamente, observa-se que esta configuração OADC apresenta ganho mais elevado que a OADE.

2.7 CONCLUSÕES PARCIAIS

A primeira etapa deste trabalho consistiu no desenvolvimento de uma formulação para a determinação do campo elétrico na região de campo distante radiado por antenas duplo-refletores omnidirecionais clássicas no domínio da frequência. Para isto, foram utilizados os princípios da GO e o Método da Abertura, sendo a formulação desenvolvida válida para as quatro configurações possíveis destas antenas com um alimentador arbitrário radiando uma onda esférica TEM. Também foram apresentados e discutidos os resultados numéricos obtidos para configurações OADE e OADC alimentadas por uma corneta coaxial TEM, concluindo-se que as antenas OADE são um pouco mais compactas que as OADC, enquanto que estas últimas podem alcançar ganhos ligeiramente maiores.

Capítulo 3

ANÁLISE NO DOMÍNIO DO TEMPO

3.1 INTRODUÇÃO

O campo elétrico radiado por uma antena duplo-refletora omnidirecional clássica no domínio do tempo pode ser obtido por meio da aplicação de uma transformada inversa de Fourier na formulação correspondente no domínio da frequência determinada no capítulo anterior. Neste capítulo é desenvolvida uma formulação para o cálculo das respostas temporais ao degrau e ao impulso unitários do campo radiado por este tipo de antena quando alimentada por uma corneta coaxial TEM, como ilustra a Figura 3.1. Tal procedimento é apresentado na Seção 3.2.

Na Seção 3.3, considerando-se a formulação da resposta ao degrau, são apresentados e discutidos alguns resultados numéricos obtidos para duas das configurações OADE e OADC definidas no Capítulo 2. Por fim, na Seção 3.4 são feitas algumas conclusões parciais.

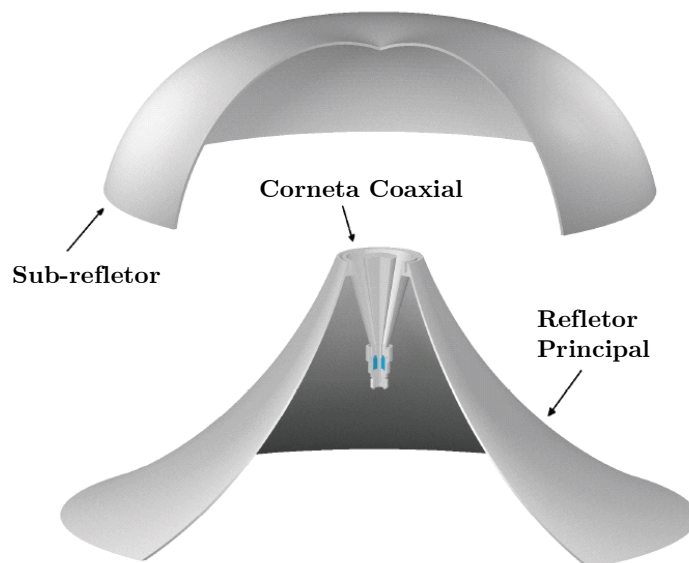


Figura 3.1 – Antena duplo-refletora omnidirecional alimentada por uma corneta coaxial [10].

3.2 CAMPO ELÉTRICO NA REGIÃO DE CAMPO DISTANTE

Nesta seção é desenvolvida uma formulação para o cálculo das respostas temporais ao degrau unitário e ao impulso unitário do campo elétrico na região de campo distante radiado por uma antena duplo-refletora omnidirecional clássica alimentada por uma corneta coaxial TEM. Uma vez conhecida uma destas respostas, o campo radiado por uma antena com uma excitação arbitrária pode ser determinado através de uma convolução temporal entre a resposta ao degrau e a derivada do sinal de entrada ou, de maneira equivalente, por meio da convolução entre a resposta ao impulso e o próprio sinal de entrada [16].

A fim de facilitar o desenvolvimento dos cálculos nesta seção, a equação do campo elétrico no domínio da frequência definida em (2.95) é reescrita como:

$$E_{\theta}(\vec{r}, \omega) \approx j\omega \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_E} E_T(\theta_F, \omega) Y(\theta_F, \phi_F, \omega) d\theta_F d\phi_F, \quad (3.1)$$

onde:

$$E_T(\theta_F, \omega) = \xi A_{GO}(\theta_F) \left[\frac{J_0(\omega R_i \sin \theta_F / v) - J_0(\omega R_e \sin \theta_F / v)}{\sin \theta_F} \right] \exp\left(\frac{-j\omega \ell}{v}\right), \quad (3.2)$$

$$Y(\theta_F, \phi_F, \omega) = \frac{J(\theta_F) \rho_A(\theta_F)}{4\pi r v} I_1(\phi_F) \exp[-j\omega a(\theta_F, \phi_F)], \quad (3.3)$$

sendo:

$$I_1(\phi_F) = (1 + \cos \gamma \cos \theta) \cos(\phi - \phi_F) + \sin \gamma \sin \theta, \quad (3.4)$$

$$a(\theta_F, \phi_F) = \frac{r - \rho_A(\theta_F) \sin \theta \cos(\phi - \phi_F) - z_A(\theta_F) \cos \theta}{v}. \quad (3.5)$$

Para o cálculo das respostas temporais é utilizada a transformada inversa de Fourier, que pode ser definida pelo seguinte par de transformadas [28]:

$$\mathcal{F}[\chi(t)] = X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(t) \exp(-j\omega t) dt, \quad (3.6)$$

$$\mathcal{F}^{-1}[X(\omega)] = \chi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega, \quad (3.7)$$

onde χ é uma função do tempo e X é a sua transformada de Fourier, função da frequência angular, ω .

3.2.1 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO

A função degrau unitário, representada no domínio do tempo por $u(t)$, que é igual a 0 para $t < 0$ e 1 para $t \geq 0$, possui a seguinte transformada de Fourier [29]:

$$\mathcal{F}[u(t)] = U(\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}, \quad (3.8)$$

onde $\delta(\omega)$ denota o impulso unitário. Assim, a resposta ao degrau unitário do campo elétrico dado por (3.1), no domínio da frequência, é:

$$E_{\theta}^u(\vec{r}, \omega) \approx \left(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right) j\omega \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_E} E_T(\theta_F, \omega) Y(\theta_F, \phi_F, \omega) d\theta_F d\phi_F. \quad (3.9)$$

Além disso, sabe-se que [28]:

$$X(\omega)\delta(\omega) = X(0)\delta(\omega). \quad (3.10)$$

Logo, aplicando (3.10) em (3.9) e tendo em conta que $J_0(0) = 1$, tem-se:

$$E_{\theta}^u(\vec{r}, \omega) \approx \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_E} E_T(\theta_F, \omega) Y(\theta_F, \phi_F, \omega) d\theta_F d\phi_F. \quad (3.11)$$

A resposta ao degrau no domínio do tempo pode agora ser obtida através da aplicação da transformada inversa de Fourier em (3.11), ou seja:

$$\varepsilon_{\theta}^u(\vec{r}, t) = \mathcal{F}^{-1}[E_{\theta}^u(\vec{r}, \omega)] \approx \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_E} \mathcal{F}^{-1}[E_T(\theta_F, \omega) Y(\theta_F, \phi_F, \omega)] d\theta_F d\phi_F. \quad (3.12)$$

Observa-se que o termo entre colchetes do integrando é formado pelo produto de duas funções no domínio da frequência. Dessa forma, de acordo com o teorema da

convolução [28], a transformada inversa de Fourier deste termo é igual à convolução das transformadas inversas destas funções:

$$\mathcal{F}^{-1}[E_T(\theta_F, \omega)Y(\theta_F, \phi_F, \omega)] = \mathcal{F}^{-1}[E_T(\theta_F, \omega)] * \mathcal{F}^{-1}[Y(\theta_F, \phi_F, \omega)], \quad (3.13)$$

onde $*$ denota uma convolução temporal.

A primeira transformada inversa do lado direito da igualdade anterior corresponde à componente $\hat{\rho}_M$ do campo elétrico na abertura no domínio do tempo. Utilizando o software *Mathematica 9* [®] para o cálculo da transformada inversa de (3.2), obtém-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon_T(\theta_F, t) &= \mathcal{F}^{-1}[E_T(\theta_F, \omega)] \\ &= \frac{\xi v A_{GO}(\theta_F)}{2\pi \sin \theta_F} \left[\frac{1}{\sqrt{(R_i \sin \theta_F)^2 - (\ell - vt)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(R_e \sin \theta_F)^2 - (\ell - vt)^2}} \right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

É importante salientar que ao se utilizar o comando *InverseFourierTransform* do *Mathematica 9* [®] para o cálculo da transformada inversa, deve-se usar a opção *FourierParameters* $\rightarrow \{1, -1\}$ para que o par de transformadas corresponda ao mesmo definido pelas equações (3.6) e (3.7).

A transformada inversa de $Y(\theta_F, \phi_F, \omega)$ é simples de ser calculada. De (3.3):

$$\begin{aligned} \psi(\theta_F, \phi_F, t) &= \mathcal{F}^{-1}[Y(\theta_F, \phi_F, \omega)] \\ &= \frac{J(\theta_F) \rho_A(\theta_F) I_1(\phi_F)}{4\pi r v} \mathcal{F}^{-1}\{\exp[-j\omega a(\theta_F, \phi_F)]\}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Sabendo-se que $\mathcal{F}^{-1}[1] = \delta(t)$ e aplicando a propriedade do deslocamento da transformada de Fourier [28], tem-se:

$$\mathcal{F}^{-1}\{\exp[-j\omega a(\theta_F, \phi_F)]\} = \delta[t - a(\theta_F, \phi_F)]. \quad (3.16)$$

Logo, substituindo (3.16) em (3.15):

$$\psi(\theta_F, \phi_F, t) = \mathcal{F}^{-1}[Y(\theta_F, \phi_F, \omega)] = \frac{J(\theta_F) \rho_A(\theta_F) I_1(\phi_F)}{4\pi r v} \delta[t - a(\theta_F, \phi_F)]. \quad (3.17)$$

Obtidas as transformadas inversas de $E_T(\theta_F, \omega)$ e $Y(\theta_F, \phi_F, \omega)$, deve-se então realizar a convolução temporal entre elas. Analisando (3.17), observa-se que o único termo dependente do tempo é o impulso. Dessa forma, para se calcular esta convolução, é utilizada a seguinte propriedade do impulso [29]:

$$\chi(t) * \delta(t - t_0) = \chi(t - t_0). \quad (3.18)$$

Aplicando (3.18) na convolução entre (3.14) e (3.17), encontra-se:

$$\varepsilon_T(\theta_F, t) * \psi(\theta_F, \phi_F, t) = B(\theta_F, \phi_F) \left[\frac{1}{\sqrt{(R_i \sin \theta_F)^2 - \{\ell - v[t - a(\theta_F, \phi_F)]\}^2}} - \frac{1}{\sqrt{(R_e \sin \theta_F)^2 - \{\ell - v[t - a(\theta_F, \phi_F)]\}^2}} \right], \quad (3.19)$$

onde:

$$B(\theta_F, \phi_F) = \frac{\xi A_{GO}(\theta_F) J(\theta_F) \rho_A(\theta_F) I_1(\phi_F)}{8\pi^2 r \sin \theta_F}. \quad (3.20)$$

Finalmente, utilizando (3.12), (3.13) e (3.19), a resposta temporal ao degrau unitário do campo elétrico radiado pela abertura cônica na região de campo distante poderá ser então calculada através da equação seguinte:

$$\varepsilon_\theta^u(\vec{r}, t) \approx \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_F} B(\theta_F, \phi_F) \left[\frac{1}{\sqrt{(R_i \sin \theta_F)^2 - \{\ell - v[t - a(\theta_F, \phi_F)]\}^2}} - \frac{1}{\sqrt{(R_e \sin \theta_F)^2 - \{\ell - v[t - a(\theta_F, \phi_F)]\}^2}} \right] d\theta_F d\phi_F, \quad (3.21)$$

onde $a(\theta_F, \phi_F)$ e $B(\theta_F, \phi_F)$ são dados por (3.5) e (3.20), respectivamente.

3.2.2 RESPOSTA AO IMPULSO UNITÁRIO

Conhecida a resposta ao degrau unitário, a resposta ao impulso pode ser facilmente determinada, uma vez que a derivada da função degrau unitário é o impulso unitário [28]:

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}, \quad (3.22)$$

implicando em [13]:

$$\varepsilon_{\theta}^{\delta}(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{\theta}^u(\vec{r}, t), \quad (3.23)$$

onde $\varepsilon_{\theta}^{\delta}(\vec{r}, t)$ e $\varepsilon_{\theta}^u(\vec{r}, t)$ são as respostas ao impulso e ao degrau do campo elétrico no domínio do tempo, respectivamente. Dessa forma, derivando (3.21) em relação ao tempo, a resposta temporal ao impulso do campo elétrico radiado pela antena na região de campo distante pode ser calculada através da seguinte equação:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\theta}^{\delta}(\vec{r}, t) \approx \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_E} B(\theta_F, \phi_F) & \left[\frac{v \{ \ell - v [t - a(\theta_F, \phi_F)] \}}{\left\{ (R_e \sin \theta_F)^2 - \{ \ell - v [t - a(\theta_F, \phi_F)] \}^2 \right\}^{3/2}} \right. \\ & \left. - \frac{v \{ \ell - v [t - a(\theta_F, \phi_F)] \}}{\left\{ (R_i \sin \theta_F)^2 - \{ \ell - v [t - a(\theta_F, \phi_F)] \}^2 \right\}^{3/2}} \right] d\theta_F d\phi_F, \end{aligned} \quad (3.24)$$

onde $a(\theta_F, \phi_F)$ e $B(\theta_F, \phi_F)$ são dados por (3.5) e (3.20), respectivamente.

3.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Usando a formulação discutida na Subseção 3.2.1, as respostas temporais ao degrau unitário dos campos elétricos radiados por duas das quatro antenas descritas no capítulo anterior foram calculadas e os resultados obtidos são apresentados nesta seção. O cálculo da integral dupla presente em (3.21) foi realizado numericamente

pelo método de Simpson composto, sendo o algoritmo utilizado para obtenção dos resultados desenvolvido no software MATLAB. Nos dois casos que são analisados, definiu-se $\lambda = 0,01$ m, ou seja, a frequência de operação das antenas é $f \approx 29,98$ GHz. Assim como no Capítulo 2, os raios interno e externo da abertura da corneta coaxial são $R_i = 0,3\lambda$ e $R_e = 1,14\lambda$, respectivamente.

Considerando-se a configuração OADE com $\gamma = 102^\circ$ cujas dimensões estão especificadas na Tabela 2.1 e cuja geometria está ilustrada na Figura 2.9, a magnitude da resposta ao degrau para um observador localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 102^\circ$ e $\phi = 0^\circ$, ou seja, na direção de máxima diretividade, é apresentada na Figura 3.2. Nas Figuras 3.3 e 3.4, a coordenada θ do observador foi modificada para $\theta = 107^\circ$ e $\theta = 112^\circ$, respectivamente.

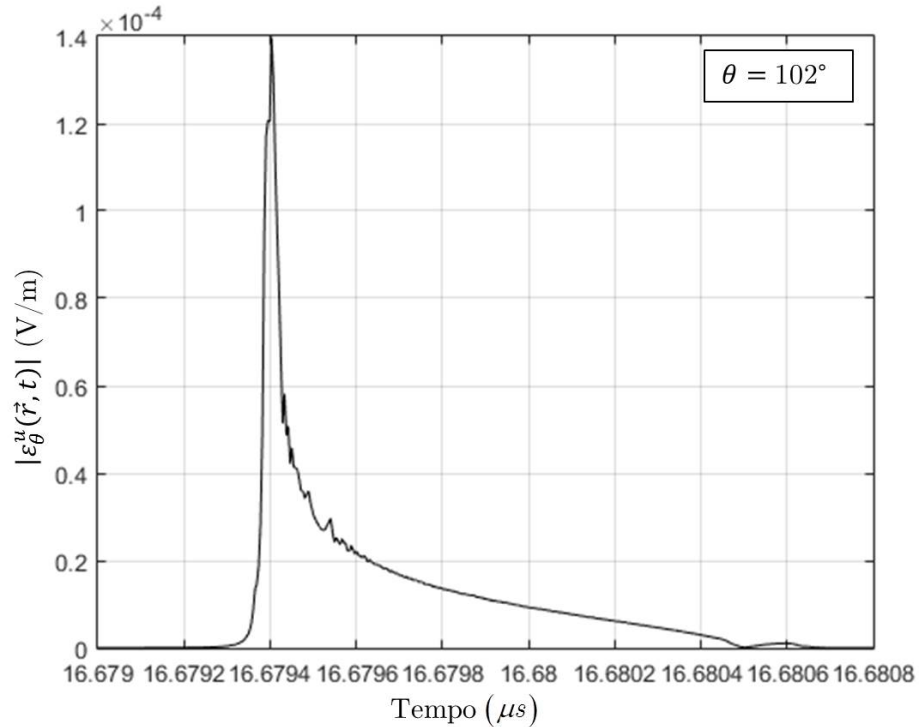


Figura 3.2 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 102^\circ$ e $\phi = 0^\circ$.

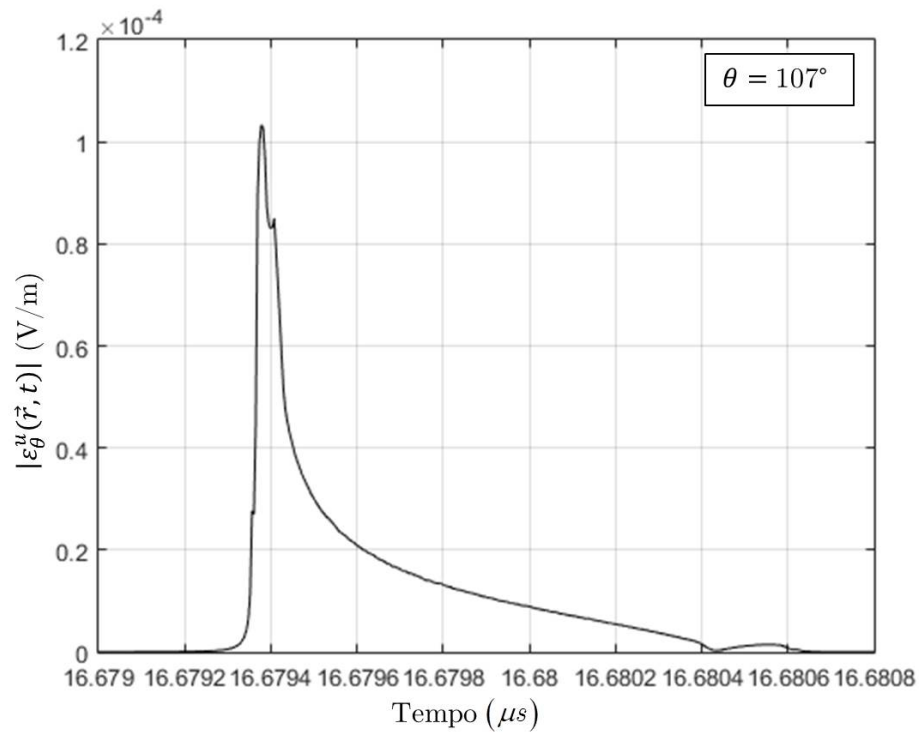


Figura 3.3 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 107^\circ$ e $\phi = 0^\circ$.

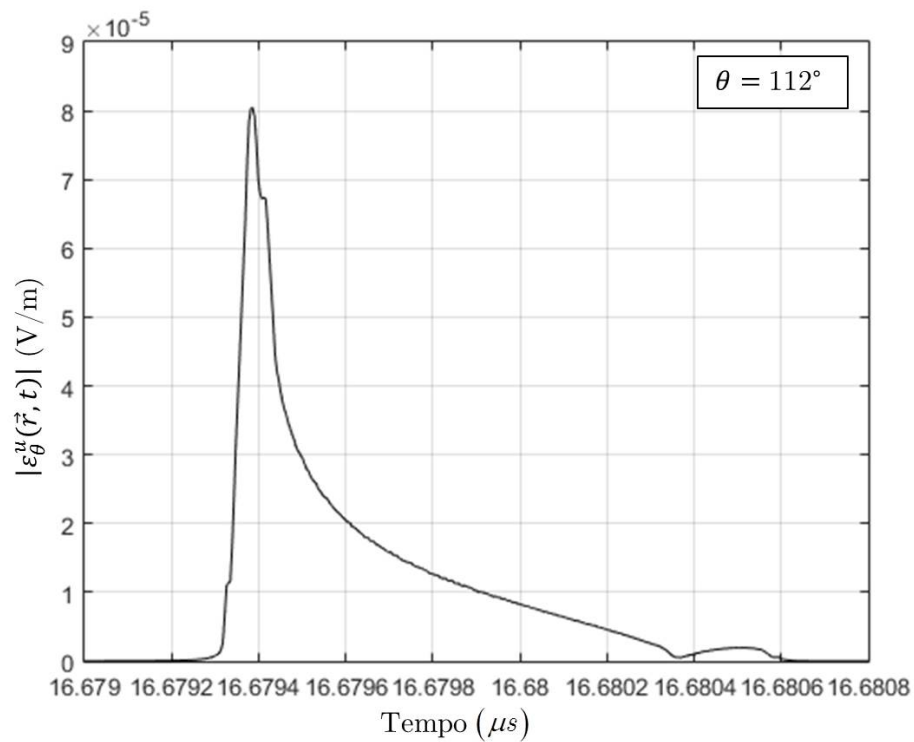


Figura 3.4 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 112^\circ$ e $\phi = 0^\circ$.

Em todas as três figuras, observa-se que o campo tem um comportamento pulsado. No entanto, nota-se que as curvas apresentam pequenas distorções. Para compreender os resultados, pode-se fazer uma análise da formulação desenvolvida para o cálculo do campo elétrico radiado no domínio do tempo.

Na equação da resposta temporal ao degrau, definida em (3.21), a expressão entre chaves dentro das raízes pode ser reescrita como:

$$\ell - v \left[t - a(\theta_F, \phi_F) \right] = -v \left\{ t - \left[\frac{\ell}{v} + a(\theta_F, \phi_F) \right] \right\}. \quad (3.25)$$

Analisando os termos entre colchetes do lado direito da igualdade em (3.25), tem-se que ℓ/v é o tempo gasto pela onda para percorrer o caminho ótico constante do foco O até a abertura. Com o auxílio de (2.67), pode-se também reescrever o termo $a(\theta_F, \phi_F)$, dado por (3.5):

$$a(\theta_F, \phi_F) = \frac{r - \vec{r}_A \cdot \hat{r}}{v}. \quad (3.26)$$

Observando o numerador de (3.26), vê-se que ele corresponde à aproximação feita na Seção 2.4 para o cálculo de $|\vec{r} - \vec{r}_A|$, ou seja, $a(\theta_F, \phi_F)$ representa o tempo gasto pela onda para percorrer a distância entre um ponto A da abertura e um ponto de observação localizado na região de campo distante.

Para essa configuração OADE, o comprimento ℓ_0 é igual a $35,664630\lambda$ e a constante z_{MA} , estabelecida como a coordenada z_M do ponto da borda inferior do refletor principal, igual a $19,492766\lambda$. Portanto, tem-se $\ell = 55,157396\lambda$. Considerando-se $\lambda = 0,01$ m e $v = 299792458$ m/s, o tempo gasto pela onda para percorrer esta distância é igual a $1,839853$ ns. Analisando (3.5), constata-se que para um ponto de observação localizado em $\phi = 0^\circ$, o menor valor de $a(\theta_F, \phi_F)$ ocorre quando $\cos(-\phi_F)$ é máximo, ou seja, em $\phi_F = 0^\circ$ (ou $\phi_F = 360^\circ$). Já o maior valor ocorre para $\cos(-\phi_F)$ mínimo, ou seja, em $\phi_F = 180^\circ$.

A Figura 3.5 apresenta os valores de $a(\theta_F, \phi_F)$ para o ponto de observação com $\theta = 102^\circ$, sendo o gráfico formado pela junção de todas as curvas obtidas para

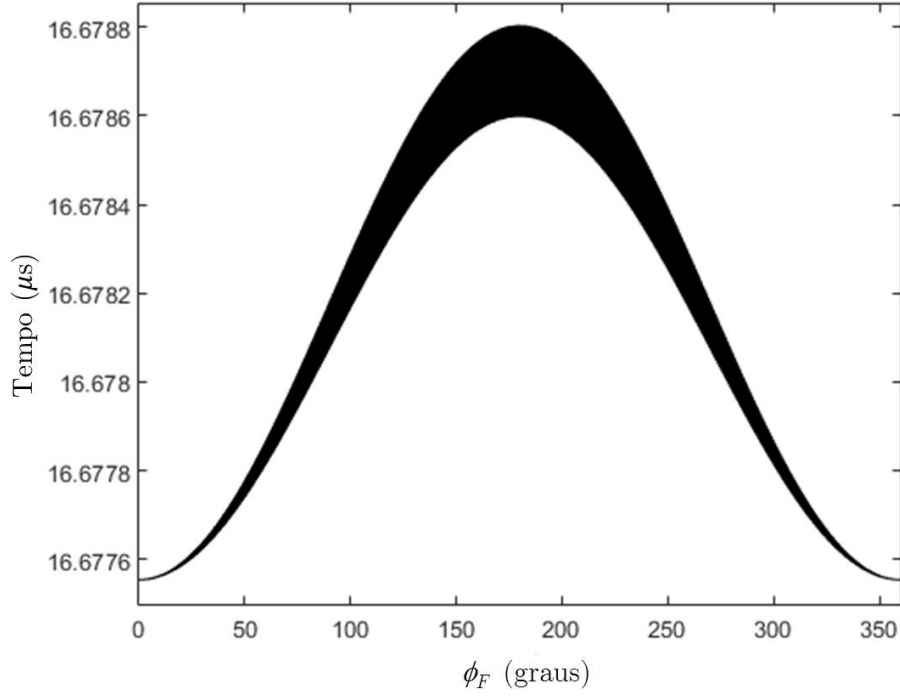


Figura 3.5 – Tempo gasto pela onda para percorrer a distância entre cada ponto da abertura da antena OADE com $\gamma = 102^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 102^\circ$ e $\phi = 0^\circ$.

cada θ_F entre 0 e θ_E . Como esperado, o menor tempo, ou seja, a menor distância entre a abertura e o observador, ocorre para um ponto da abertura localizado no mesmo semiplano do observador ($\phi = 0^\circ$ e $\phi_F = 0^\circ$) e o maior tempo acontece para um ponto no semiplano oposto ($\phi = 0^\circ$ e $\phi_F = 180^\circ$). Além disso, observa-se que, como $\theta = \gamma$, a projeção do vetor $\vec{r}_A$ sobre a direção do observador, dada por $\hat{r}$, será constante em $\phi_F = 0^\circ$ e, por isto, todas as curvas da Figura 3.5 coincidem nestes pontos, sendo $a(\theta_F, 0^\circ) = 16,677555 \mu s$. Assim, o tempo mínimo gasto pela onda de O até o ponto de observação é igual $16,679395 \mu s$. Em $\phi_F = 180^\circ$ tem-se $a(\theta_F, 180^\circ)_{\max} = 16,678802 \mu s$ e, portanto, o tempo máximo gasto pela onda de O até o ponto de observação é igual $16,680642 \mu s$.

Continuando com a análise de (3.21), verifica-se que, quando

$$t = \frac{\pm R_i \sin \theta_F}{v} + \frac{\ell}{v} + a(\theta_F, \phi_F) \text{ ou } t = \frac{\pm R_e \sin \theta_F}{v} + \frac{\ell}{v} + a(\theta_F, \phi_F), \quad (3.27)$$

a expressão dentro da primeira ou segunda raiz, respectivamente, é igual a zero. Ou

seja, os denominadores são nulos nestes casos, causando a existência de polos dependentes de θ_F , ϕ_F e do tempo no integrando. Os termos $\pm R_{i,e} \sin \theta_F$ estão associados ao modelo coaxial do alimentador e são iguais à $\pm R_{i,e} \hat{\rho} \cdot \hat{r}_F$, isto é, são as projeções dos vetores que localizam as paredes internas e externas da corneta coaxial sobre a direção do raio que parte de O e atinge o ponto S do sub-refletor. Observando (3.27), como para esta configuração OADE o valor de $\sin \theta_F$ é sempre positivo, uma vez que $\theta_E = 55^\circ$, o menor e o maior valor de t em que existe um polo são, respectivamente:

$$t_{\min} = \left[\frac{-R_e \sin \theta_F}{v} + \frac{\ell}{v} + a(\theta_F, \phi_F) \right]_{\min} \quad \text{e} \quad t_{\max} = \left[\frac{R_e \sin \theta_F}{v} + \frac{\ell}{v} + a(\theta_F, \phi_F) \right]_{\max}. \quad (3.28)$$

Para o caso apresentado em que o observador possui $\theta = 102^\circ$, tem-se $t_{\min} = 16,679363 \mu\text{s}$ e $t_{\max} = 16,680673 \mu\text{s}$. Estes valores correspondem, aproximadamente, ao tempo inicial e final do pulso mostrado na Figura 3.2.

Devido à existência destes polos, a integral dupla de (3.21) não foi calculada nos pontos bem próximos aos pares (θ_F, ϕ_F) onde ocorrem singularidades no integrando para cada instante de tempo. Por isto, os resultados apresentados nas Figuras 3.2 a 3.4 são aproximados.

Examinando a formulação apresentada na Subseção 3.2.1, percebe-se que a equação para o cálculo do campo na abertura no domínio do tempo, dado por (3.14), possui denominadores nulos quando

$$t = \frac{\pm R_i \sin \theta_F + \ell}{v} \quad \text{ou} \quad t = \frac{\pm R_e \sin \theta_F + \ell}{v}. \quad (3.29)$$

A Figura 3.6 mostra o campo em um ponto da abertura quando $\theta_F = \theta_E/2 = 27,5^\circ$. Para este valor de θ_F , (3.29) fornece $t_1 = 1,822294 \text{ ns}$, $t_2 = 1,835232 \text{ ns}$, $t_3 = 1,844473 \text{ ns}$ e $t_4 = 1,857411 \text{ ns}$, que são os instantes de tempo onde ocorrem os picos apresentados na Figura 3.6. Como a exponencial presente na equação do campo na abertura no domínio da frequência, dada por (3.2), provoca apenas um deslocamento no domínio do tempo, conclui-se que a existência de polos, tanto na

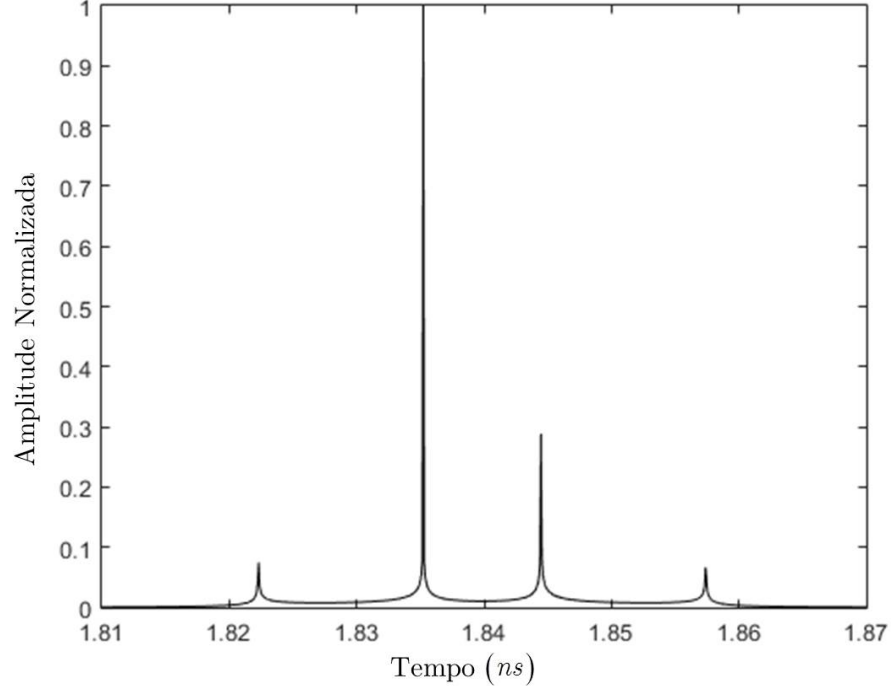


Figura 3.6 – Campo na abertura para configuração OADE com $\gamma = 102^\circ$ e $\theta_F = \theta_E/2$.

equação do campo na abertura quanto no integrando da equação do campo radiado no domínio do tempo, é causada por singularidades presentes na transformada inversa de Fourier do modelo do alimentador utilizado.

Os resultados que são apresentados a seguir foram obtidos considerando-se a configuração OADC com $\gamma = 90^\circ$ cujas dimensões estão especificadas na Tabela 2.2 e cuja geometria está ilustrada na Figura 2.15. A magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico distante para um observador localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 45^\circ$ é apresentada na Figura 3.7, enquanto a coordenada θ do observador nas Figuras 3.8 e 3.9 foi alterada para $\theta = 95^\circ$ e $\theta = 100^\circ$, respectivamente.

Assim como no caso da antena OADE, observa-se que em todas as três figuras a resposta ao degrau tem um comportamento pulsado, mas com pequenas distorções. Para essa configuração OADC, o comprimento ℓ_0 é igual a $35,259496\lambda$ e a constante z_{MA} igual a $16,0\lambda$. Portanto, o tempo gasto pela onda para percorrer a distância $\ell = 0,51259496$ m é igual a $1,709833$ ns.

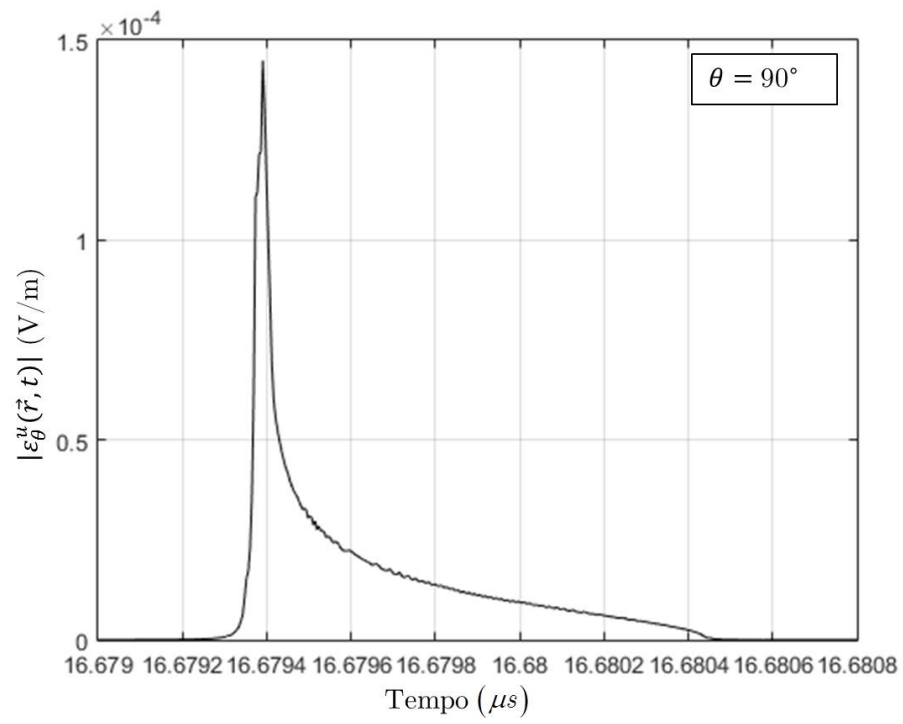


Figura 3.7 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 45^\circ$.

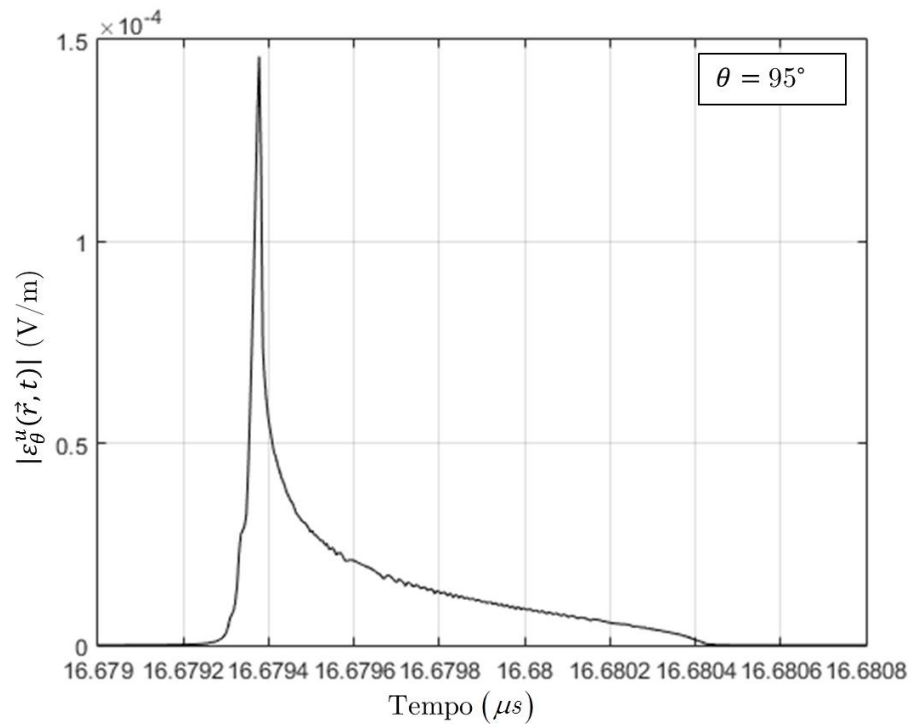


Figura 3.8 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 95^\circ$ e $\phi = 45^\circ$.

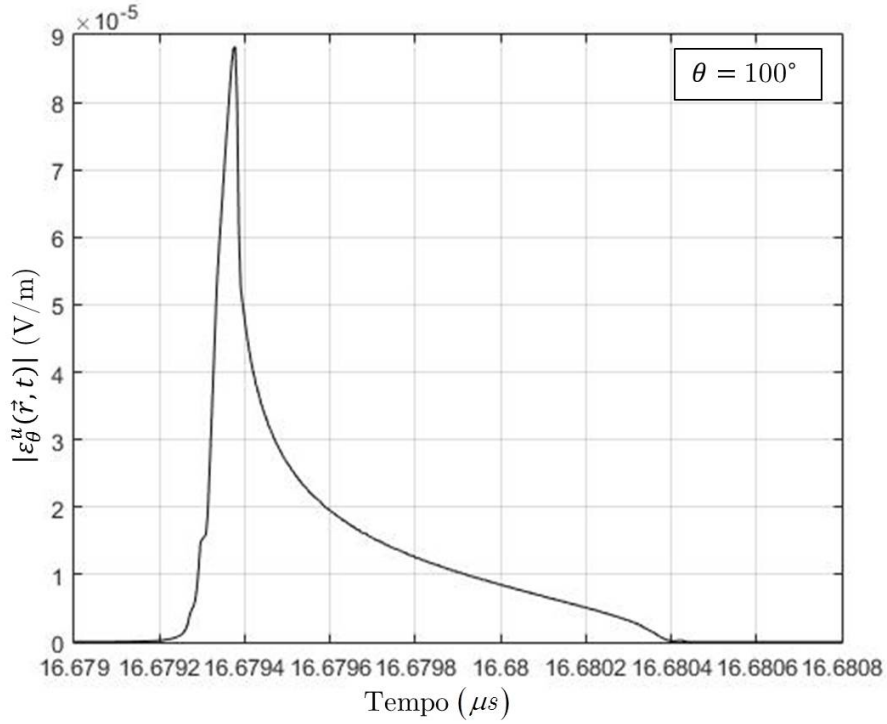


Figura 3.9 – Magnitude da resposta ao degrau do campo elétrico radiado por uma antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 100^\circ$ e $\phi = 45^\circ$.

De (3.5), verifica-se que para um observador com $\phi = 45^\circ$, a menor distância entre a abertura e o ponto de observação ocorre para $\phi_F = 45^\circ$ e a maior para $\phi_F = 225^\circ$. A Figura 3.10 apresenta os valores de $a(\theta_F, \phi_F)$ em função de ϕ_F para o ponto de observação com $\theta = 90^\circ$. Neste caso, como a abertura é cilíndrica e $\theta = \gamma = 90^\circ$, ρ_A é constante e $\vec{r}_A \cdot \hat{r} = \rho_A \cos(\phi - \phi_F)$. Portanto, o tempo gasto pela onda para percorrer a distância entre um ponto A da abertura e o ponto de observação não depende de θ_F , como pode ser observado na Figura 3.10, onde aparece apenas uma curva com valor mínimo $a(\phi_F = 45^\circ) = 16,677672 \mu s$ e valor máximo $a(\phi_F = 225^\circ) = 16,678738 \mu s$. Assim, o menor tempo gasto pela onda de O até o ponto de observação é igual $16,679381 \mu s$ e o maior é igual $16,680448 \mu s$.

Nesta configuração OADC, θ_E também é igual a 55° e, portanto, o valor de $\sin \theta_F$ é sempre positivo. Dessa forma, utilizando (3.28), encontra-se que o menor e o maior instante de tempo em que existe um polo para o observador com $\theta = 90^\circ$ são,

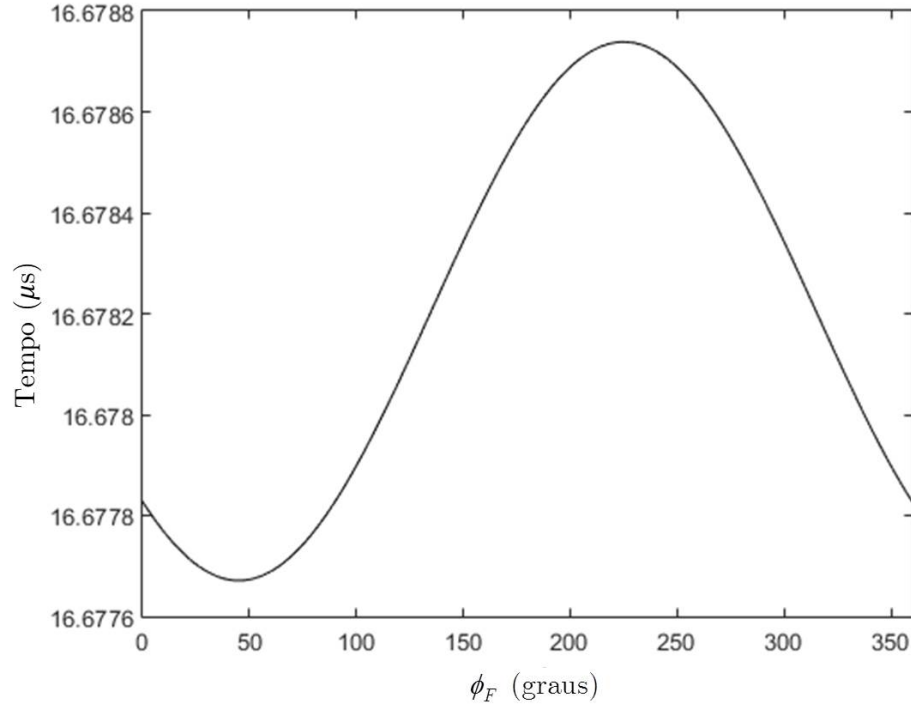


Figura 3.10 – Tempo gasto pela onda para percorrer a distância entre cada ponto da abertura da antena OADC com $\gamma = 90^\circ$ para um ponto de observação localizado em $r = 5000$ m, $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 45^\circ$.

respectivamente, $t_{\min} = 16,679350 \mu s$ e $t_{\max} = 16,680479 \mu s$, correspondendo, aproximadamente, ao tempo inicial e final do pulso mostrado na Figura 3.7. Novamente, a integral da resposta ao degrau foi calculada numericamente de forma aproximada, desconsiderando-se os pontos em torno de onde ocorrem polos no integrando. Assim, os resultados das Figuras 3.7 a 3.9 também são aproximados.

Para finalizar a apresentação de resultados, a Figura 3.11 mostra o campo na abertura quando $\theta_F = \theta_E/2 = 27,5^\circ$. Utilizando (3.29), encontram-se polos na equação deste campo em $t_1 = 1,692271$ ns, $t_2 = 1,705211$ ns, $t_3 = 1,714454$ ns e $t_4 = 1,727395$ ns, que são os instantes de tempo onde ocorrem os picos apresentados nesta figura.

Na tentativa de obter melhores resultados numéricos para a resposta ao degrau do campo elétrico radiado, alguns métodos foram utilizados, como expansão em série de Maclaurin nos pontos onde ocorrem singularidades no integrando ou o cálculo do

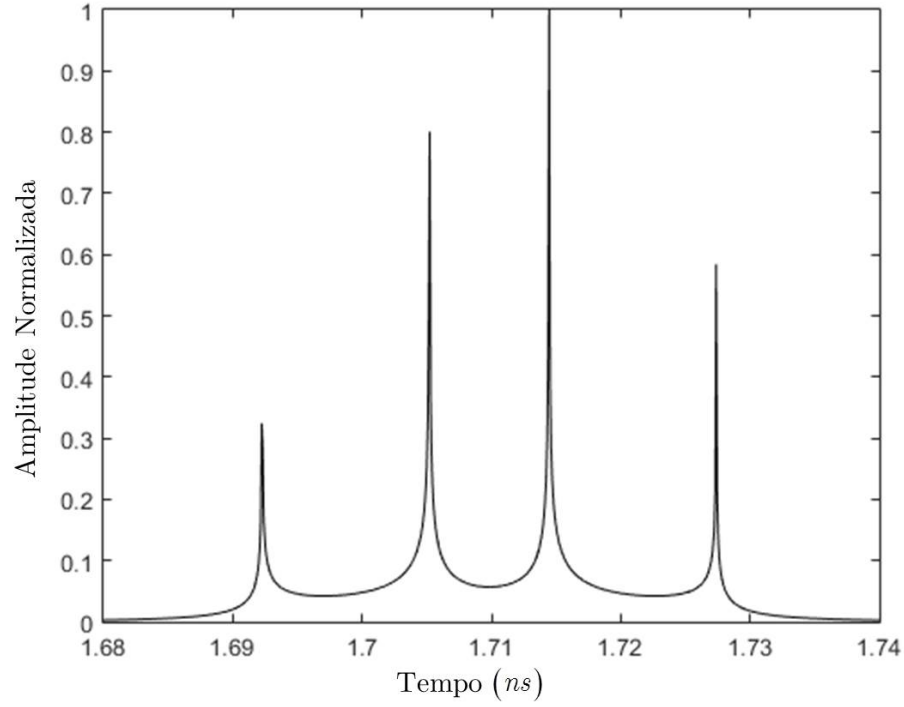


Figura 3.11 – Campo na abertura para configuração OADC com $\gamma = 90^\circ$ e $\theta_F = \theta_E/2$.

valor principal de Cauchy da integral em ϕ_F . No entanto, como os polos do integrando são variantes no tempo, estes testes não foram bem-sucedidas e por isso, os resultados obtidos não são apresentados aqui. Por último, também se experimentou utilizar a transformada inversa de Laplace para a obtenção da formulação no domínio do tempo. Contudo, mesmo com a utilização do software *Mathematica* com o pacote adicional de integração *Rubi*, não foi possível determinar a transformada inversa de Laplace do modelo do alimentador.

3.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

A segunda etapa deste trabalho consistiu no desenvolvimento de uma formulação para a determinação do campo elétrico no domínio do tempo radiado por antenas duplo-refletoras omnidirecionais clássicas alimentadas por uma corneta coaxial TEM. Foram apresentadas as respostas temporais ao degrau e ao impulso unitários obtidas por meio de uma inversão analítica da solução correspondente no

domínio da frequência. Também foram exibidos alguns resultados numéricos obtidos para duas configurações OADE e OADC, sendo os problemas apresentados nestes resultados identificados e discutidos.

Capítulo 4

CONCLUSÕES

4.1 CONCLUSÕES SOBRE O TRABALHO

Neste trabalho foi realizado o desenvolvimento de uma formulação para o cálculo do campo elétrico radiado por antenas duplo-refletores clássicas para cobertura omnidirecional no domínio do tempo considerando-se uma corneta coaxial TEM como o alimentador utilizado. Para isto, foi feita uma inversão analítica da solução correspondente desenvolvida no domínio da frequência.

Para a determinação do campo radiado na região de campo distante no domínio da frequência foram utilizados os princípios da GO e o Método da Abertura. Inicialmente, considerando-se uma abertura cônica e um alimentador arbitrário radiando uma onda esférica TEM, os campos na abertura foram determinados através dos princípios da GO. Os fatores de atenuação associados a este método foram definidos em função da direção θ_F dos raios que partem do foco e atingem o sub-refletor, sendo o fator de atenuação total um número complexo que leva em consideração a localização das cáusticas. Em seguida, as densidades superficiais de correntes equivalentes na abertura foram estabelecidas de acordo com o princípio da equivalência e o campo radiado por elas na região de campo distante foi determinado por meio da integral de radiação.

Utilizando a formulação desenvolvida, um algoritmo foi criado para o cálculo dos diagramas de radiação das antenas duplo-refletores clássicas para cobertura omnidirecional quando alimentadas por uma corneta coaxial TEM. As quatro configurações diferentes destas antenas foram consideradas, sendo a síntese realizada de acordo com o procedimento apresentado em [6] e exposto na Seção 2.2 para antenas com direção arbitrária do feixe principal no plano de elevação. No entanto, apenas resultados para as configurações OADE e OADC foram mostrados, pois estas apresentam geometrias mais compactas.

Na segunda etapa deste trabalho, foram utilizados o teorema da convolução e a transformada inversa de Fourier para a obtenção, a partir da solução no domínio da frequência, das respostas temporais ao degrau e ao impulso unitários do campo radiado pelas antenas duplo-refletoras alimentadas por uma corneta coaxial TEM. Alguns resultados numéricos das respostas ao degrau de configurações OADE e OADC foram apresentados e discutidos. Foi constatado que a formulação desenvolvida para o cálculo do campo no domínio do tempo não está bem definida para todos os instantes de tempo, pois os integrandos das equações das respostas temporais apresentam polos dependentes do tempo. Isto se deve às singularidades presentes na transformada inversa de Fourier do modelo do alimentador usado.

Apesar do método utilizado para se obter a formulação no domínio do tempo não ter se mostrado o mais adequado para antenas alimentadas por uma corneta coaxial, é válido ressaltar que o trabalho desenvolvido é uma contribuição inicial para um tema tão inexplorado como a análise no domínio do tempo de antenas duplo-refletoras. Também é importante destacar que como a corneta coaxial é amplamente utilizada na literatura em análises no domínio da frequência deste tipo antena para cobertura omnidirecional, optou-se por manter este alimentador ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

4.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesta seção são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros considerando-se que a análise no domínio do tempo de antenas duplo-refletoras é um tema que ainda não é muito estudado.

A primeira proposta é a utilização de algum outro método, como a representação analítica de sinais e a Teoria Espectral de Transientes [30], para a determinação do campo radiado no domínio do tempo por antenas duplo-refletoras clássicas omnidirecionais alimentadas por uma corneta coaxial TEM, comparando-se os resultados obtidos com os apresentados neste trabalho. Também podem ser

apresentadas as respostas devido a excitações arbitrárias obtidas por meio de uma convolução temporal com a resposta ao degrau ou ao impulso.

Outra sugestão é empregar o mesmo método apresentado nesta dissertação para a obtenção do campo radiado no domínio do tempo, mas utilizando outro modelo de alimentador. Também se propõe estender a análise no domínio do tempo para antenas duplo-refletoras omnidirecionais com refletores modelados e para antenas duplo-refletoras diretivas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] T. S. Rappaport, G. R. MacCartney, M. K. Samimi and S. Sun, “Wideband Millimeter-Wave Propagation Measurements and Channel Models for Future Wireless Communication System Design,” *IEEE Trans. on Communications*, vol. 63, no. 9, pp. 3029-3056, Sept. 2015.

- [2] Rafael A. Penchel, Sandro R. Zang, José R. Bergmann, and Fernando J. S. Moreira, “Omnidirectional Dual-Reflector Antennas for High Directivity over Wideband in Millimeter Waves,” 11th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2017), Paris, France, pp. 2113—2117, April 2017.

- [3] T. Rappaport, S. Sun, R. Mayzus, H. Zhao, Y. Azar, K. Wang, G. Wong, J. Schulz, M. Samimi, and F. Gutierrez, “Millimeter wave mobile communications for 5G cellular: It will work!,” *IEEE Access*, vol. 1, pp. 335–349, May 2013.

- [4] Z. Pi and F. Khan, “An introduction to millimeter-wave mobile broadband systems,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 49, pp. 101–107, Jun. 2011.

- [5] Rafael A. Penchel, José R. Bergmann, and Fernando J. S. Moreira, “Main-reflector shaping of omnidirectional dual reflectors using local conic sections,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 8, pp. 4379—4383, Aug. 2013.

- [6] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, “Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas for Omnidirectional Coverage with Arbitrary Main-Beam Direction in the Elevation Plane,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 10, pp. 2854—2861, Oct. 2006.

- [7] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, “Classical Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas for Omnidirectional Coverage,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 9, pp. 2799—2808, Sept. 2005.

- [8] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, “Omnidirectional ADE antenna with GO shaped main reflector for arbitrary far-field pattern in the elevation plane,” *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, vol. 3, no. 5, pp. 1028—1035, Oct. 2009.

- [9] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, "Omnidirectional dual-reflector antenna with GO shaped main reflector for pattern control in the elevation plane: OADC case," *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2012, Article ID 326925, 6 pages, 2012.
- [10] Rafael A. Penchel, Sandro R. Zang, José R. Bergmann, and Fernando J. S. Moreira, "Synthesis and Rigorous Analysis of Omnidirectional Dual-Reflector Antennas with Shaped Main Reflector Described by Local Conic Sections," 7th Loughborough Antennas & Propagation Conference (LAPC 2011), Loughborough, U.K., November 2011.
- [11] Rafael A. Penchel, Sandro R. Zang, José R. Bergmann, and Fernando J. S. Moreira, "Synthesis and Rigorous Analysis of Omnidirectional ADE Antenna with Shaped Main Reflector Described by Local Conic Sections," 6th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2012), Prague, Czech Republic, pp. 3110—3114, March 2012.
- [12] H-T. Chou, P. H. Pathak and P. R. Rosseau, "Analytical Solution for Early-Time Transient Radiation from Pulse-Excited Parabolic Reflector Antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 5, pp. 829836, May 1997.
- [13] C. G. Rego, "Closed-form solution for integral operators applied to the calculation of radiated fields from parabolic reflector antennas," *IEEE MTTS International Microwave & Optoelectronics Conference (IMOC)*, 2009.
- [14] Stefânia S. Faria, Cássio G. Rego, and Fernando J. S. Moreira, "Integral Operators Formulation for Transient Radiation from Parabolic Antennas Using Modified Raised Cosine Feeder," 2017 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium (ACES 2017), Firenze, Italia, April 2017.
- [15] S. P. Skulkin and V. I. Turchin, "Transient Field Calculation of Aperture Antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 47, no. 5, pp. 929-932, May 1999.
- [16] R. de Oliveira and M. Helier, "Closed-Form Expressions of the Axial Step and Impulse Responses of a Parabolic Reflector Antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 4, pp. 10301037, April 2007.
- [17] S. Silver, editor, *Microwave Antenna Theory and Design*, Mc-Graw Hill, New York, 1949.

- [18] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, “Bandwidth behavior of omnidirectional dual-reflector antennas synthesized for uniform coverage,” *Journal of Microwaves, Optoelectronics, and Electromagnetic Applications*, vol. 8, no. 1, pp. S1—S8, June 2009.
- [19] Rafael A. Penchel, “Modelagem Geométrica de Antenas Duplo-Refléticas para Cobertura Omnidirecional”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFMG, Dezembro 2009.
- [20] D. A. McNamara, C. W. I. Pistorius and J. A. G. Malherbe, *Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction*, Artech House, Boston, 1990.
- [21] G. A. Deschamps, “Ray techniques in electromagnetics,” *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 9, pp. 1022–1035, Sep. 1972.
- [22] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, “GO Aperture Field of Omnidirectional Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas,” 2007 IEEE AP-S International Symposium on Antennas and Propagation, Honolulu, HI, USA, pp. 5167—5170, June 2007.
- [23] F. J. S. Moreira and A. Prata Jr., “Generalized classical axially symmetric dual-reflector antennas,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 49, no. 4, pp. 547–554, April 2001.
- [24] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, Third Edition, John Wiley and Sons, New York, 2005.
- [25] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1961.
- [26] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, U. S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, N° 55, Washington, 1964.
- [27] J. S. Santos e Z. C. Silva, *Métodos Numéricos*, 3^a ed., Editora Universitária da UFPE, Recife, 2010.
- [28] R. N. Bracewell, *The Fourier Transform and its Applications*, Third Edition, McGraw-Hill, New York, 2000.

[29] B. Osgood, Lecture Notes for EE261 – The Fourier Transform and its Applications, Electrical Engineering Department, Stanford University, 2014.

[30] Cássio G. Rego, “Formulações Assintóticas para o Espalhamento por Superfícies Condutoras no Domínio do Tempo e Aplicações à Análise de Transientes em Antenas Refletoras”, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-RJ, Agosto 2001.