

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**MODELAGEM GEOMÉTRICA DE ANTENAS DUPLO-
REFLETORAS PARA COBERTURA OMNIDIRECIONAL**

Rafael Abrantes Penchel

18 de Dezembro de 2009



GAPTEM - Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética
Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais

Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Modelagem Geométrica de Antenas Duplo- Refletores Para Cobertura Omnidirecional

Texto da dissertação submetido à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Rafael Abrantes Penchel

Orientador: Prof. Fernando José da Silva Moreira

Co-Orientador: Prof. José Ricardo Bergmann (PUC-Rio)

Belo Horizonte, 18 de dezembro de 2009

Este trabalho é dedicado à
minha família.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho teve a contribuição de várias entidades e pessoas. Em especial gostaria de expressar meus agradecimentos a:

- Aos meus orientadores, Prof. Fernando José da Silva Moreira e Prof. José Ricardo Bergmann pelo apoio em todas as etapas do trabalho.
- Aos Professores do (DELT/UFMG), em especial Prof. Cássio Gonçalves do Rego pela contribuição indispensável em minha formação e também pelo incentivo.
- Aos meus pais Ripério e Solange pelo apoio, incentivo e amor incondicional.
- Ao meu irmão Eduardo, pelo incentivo, companheirismo e amizade.
- Aos familiares que estiveram presentes e incentivaram sempre, em especial Stella, Soraya e Antenor José.
- À minha namorada Amanda, pelo apoio carinho e compreensão.
- Aos amigos do GAPTEM, em especial Danielle Okamoto, pela amizade.
- Aos amigos do PAA pelo companheirismo e amizade.
- Aos amigos João Augusto e Carlos Augusto pela acolhida durante minha estadia no Rio de Janeiro.
- A CAPES pelo apoio financeiro imprescindível para realização deste trabalho.

RESUMO

Baseado nos Princípios da Ótica Geométrica (GO), este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional capaz de sintetizar antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional. Inicialmente o algoritmo de modelagem sintetiza uma das quatro configurações clássicas de refletores: OADC (*Omnidirectional Axially Displaced Cassegrain*), OADG (*Omnidirectional Axially Displaced Gregorian*), OADE (*Omnidirectional Axially Displaced Ellipse*), OADH (*Omnidirectional Axially Displaced Hyperbola*). Em seguida, utilizando o sub-refletor clássico, um novo refletor principal é modelado de forma a controlar o diagrama de radiação no plano de elevação, segundo os princípios de GO.

A segunda parte deste trabalho tratou da análise dos efeitos provocados pela modelagem do refletor principal no diagrama de radiação, utilizando para isto técnicas numericamente eficientes para aproximar o lobo principal do diagrama de radiação. Atendendo a tal premissa, foi adotado o Método da Abertura associado às aproximações da Ótica Geométrica para determinar os campos sobre esta abertura. Para comparação, foram utilizados dois tipos de abertura: cilíndrica e outra coincidente com a superfície do refletor sintetizado. Para avaliar os métodos adotados, foi utilizado como referência o resultado da análise eletromagnética fornecida pela solução da Equação Integral do Campo elétrico através do Método de Momentos.

As técnicas implementadas foram aplicadas para sintetizar e analisar antenas de duplo refletor onde o refletor principal foi modelado para gerar um diagrama co-secante ao quadrado no plano vertical. Nestes exemplos foram considerados sub-refletores clássicos provenientes dos sistemas OADE e OADC. Além disto, para cada tipo de sub-refletor, foram sintetizados refletores principais modelados para gerar o diagrama especificado através de uma estrutura de raios com uma cáustica real ou imaginária.

ABSTRACT

Based on Geometrical Optics (GO) principles, this work presents a computational tool for the synthesis of dual reflector antennas for omnidirectional coverage. Initially, the algorithm synthesizes one of four omnidirectional classical dual reflector configurations: OADC (Omnidirectional Axially Displaced Cassegrain), OADG (Omnidirectional Axially Displaced Gregorian), OADE (Omnidirectional Axially Displaced Ellipse), OADC (Omnidirectional Axially Displaced Hyperbola). Then, by using the classical sub-reflector, the main reflector is shaped to generate a cosecant squared radiation pattern in the elevation plane, according to the principles of GO.

To evaluate the synthesized antenna radiation pattern, Method of the Aperture associated with the GO Fields is employed. This analysis technique is numerically efficient and yields a good approximation for the radiation pattern calculation. For a comparative study, two types of aperture are employed: the first type is a cylindrical surface in front of main reflector, and the second type is a surface that coincides with the shaped main reflector. As a reference for the radiation pattern, the solution of Electrical Field Integral Equation via Method of Moments is employed.

To illustrate the technique, the work presents design examples of omnidirectional antennas where the main reflector is shaped to generate a cosecant squared radiation pattern in the elevation plane. These examples consider sub-reflector types derived from the OADE and OADC classical configurations. It also considers two types of ray structure emanating from the main reflector to generate the specified radiation pattern: with a real or virtual caustic.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação e Justificativa do Trabalho	1
1.2	Objetivos	5
1.3	Estrutura da Dissertação.....	8
2	MODELAGEM DO REFLETOR PRINCIPAL	10
2.1	Introdução.....	10
2.2	Geometria das Antenas Omnidirecionais Clássicas	11
2.3	Estudo de Configurações Clássicas	17
2.3.1	Antena OADE	17
2.3.2	Antena OADC.....	20
2.4	Modelagem do Refletor Principal.....	23
2.4.1	Síntese Óptica do Refletor Principal.....	24
2.4.2	Conservação da Energia	27
2.5	Equação de Mapeamento.....	30
2.5.1	Primeira Iteração	31
2.5.2	m-ésima Iteração.....	35
2.6	Modelo de Alimentador.....	39
2.7	Validação do Algoritmo de Modelagem	40
2.7.1	Validação do Ângulo de Reflexão	41
2.7.2	Antenas Clássicas.....	43
3	MÉTODOS DE ANÁLISE	48
3.1	Introdução.....	48
3.2	Campo na Abertura.....	49
3.2.1	Abertura Cilíndrica.....	49
3.2.2	Abertura Conformada.....	57
3.3	Campo Radiado via Método da Abertura	60
3.3.1	Abertura Cilíndrica.....	61
3.3.2	Abertura Conformada.....	65
3.3.3	Análise Comparativa dos Resultados	69

3.3.4	Antenas com o Dobro das Dimensões.....	76
4	MODELAGEM DE REFLETORES PARA COBERTURA UNIFORME	78
4.1	Introdução.....	78
4.2	Antena OADE Modelada	78
4.2.1	OADE com Cáustica Virtual.....	79
4.2.2	OADE com Cáustica Real	84
4.3	Antena OADC Modelada	88
4.3.1	OADC com Cáustica Virtual	88
4.3.2	OADC com Cáustica Real	90
4.4	Antenas com Dimensões Elétricas Grandes	93
4.4.1	OADE com Cáustica Virtual.....	94
4.4.2	OADC com Cáustica Real	94
4.5	Análise Comparativa	95
5	CONCLUSÕES.....	100
5.1	Considerações Finais.....	101
5.2	Proposta de Continuidade	102
6	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	103
	Apêndice A : Algoritmo Para as Antenas Clássicas.....	107
	Apêndice A.1 – Determinação dos Parâmetros das Antenas Clássicas.....	107
	Apêndice A.2 – Classe vetor	109
	Apêndice B: Algoritmo de Modelagem	111
	Apêndice B.1 – Algoritmo de Mapeamento.....	111
	Apêndice B.1 – Funções do Algoritmo de Modelagem	113
	Apêndice C: Algoritmo do Método da Abertura	115
	Apêndice C.1 – Determinação de Parâmetros Utilizados pelo Método da Abertura. .	115
	Apêndice C.2 – Determinação do Ganho pelo Método da Abertura.....	118

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1-1 CÉLULA OMNIDIRECIONAL LMDS.....	2
FIGURA 1-2 ARQUITETURA CELULAR.....	3
FIGURA 1-3 CÉLULA LMDS COM QUATRO SETORES DE 90°	4
FIGURA 1-4 REGIÃO DE COBERTURA DE UMA CÉLULA OMNIDIRECIONAL.....	5
FIGURA 1-5 (A) OADC, (B) OADG, (C) OADE, (D) OADH	6
FIGURA 1-6 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DE UMA ANTENA CLÁSSICA (OADC) [20].....	7
FIGURA 1-7 ABERTURA CILÍNDRICA.....	9
FIGURA 1-8 ABERTURA CONFORMADA.....	9
FIGURA 2-1 PARÂMETROS BÁSICOS DE UMA ANTENA DUPLO-REFLETORA OMNIDIRECIONAL CLÁSSICA PARA MAPEAMENTO OPÇÃO I [16]	12
FIGURA 2-2 PARÂMETROS BÁSICOS DE UMA ANTENA DUPLO-REFLETORA OMNIDIRECIONAL CLÁSSICA PARA MAPEAMENTO OPÇÃO II [16]	13
FIGURA 2-3 ANTENA OMNIDIRECIONAL DUPLO-REFLETORA COM MAPEAMENTO OPÇÃO I [16]	18
FIGURA 2-4 ANTENA OMNIDIRECIONAL DUPLO-REFLETORA COM MAPEAMENTO OPÇÃO II [2]	21
FIGURA 2-5 SÍNTESE ÓPTICA DO REFLETOR PRINCIPAL.....	25
FIGURA 2-6 TUBO DE RAIOS	27
FIGURA 2-7 OPÇÃO I DE MAPEAMENTO COM CÁUSTICA DO REFLETOR PRINCIPAL (A) VIRTUAL E (B) REAL	28
FIGURA 2-8 OPÇÃO II DE MAPEAMENTO COM CÁUSTICA DO REFLETOR PRINCIPAL (A) VIRTUAL E (B) REAL.....	29
FIGURA 2-9 ESTRUTURA QUANTITATIVA DO MAPEAMENTO	31
FIGURA 2-10 SEGMENTOS DE ÁREA DA PRIMEIRA ITERAÇÃO	34
FIGURA 2-11 SEGMENTOS DE ÁREA NA SEGUNDA ITERAÇÃO	36
FIGURA 2-12 SEGMENTOS DE ÁREA DA M-ÉSIMA ITERAÇÃO	37
FIGURA 2-13 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DO ALIMENTADOR	40
FIGURA 2-14 (A) GERATRIZ DO REFLETOR MODELADO, (B) VISÃO LOCAL DE UM SEGMENTO DO REFLETOR MODELADO	41
FIGURA 2-15 ERRO ABSOLUTO NA DIREÇÃO DO RAIOS REFLETIDO	43
FIGURA 2-16 OADE: REFLETOR PRINCIPAL CLÁSSICO E MODELADO.....	46
FIGURA 2-17 OADC: REFLETOR PRINCIPAL CLÁSSICO E MODELADO	47
FIGURA 3-1 (A) OADE COM CÁUSTICA REAL, (B) OADC COM CÁUSTICA REAL.....	49
FIGURA 3-2 LIMITES DA ABERTURA CILÍNDRICA	50
FIGURA 3-3 TUBO DE RAIOS DA GO	53
FIGURA 3-4 (A) CAMINHO ÓPTICO DA ABERTURA CILÍNDRICA, (B) CAMINHO ÓPTICO DA ABERTURA CONFORMADA.....	56
FIGURA 3-5 CÁUSTICA VIRTUAL ($\rho_1 > 0$ E $\rho_2 > 0$).....	58

FIGURA 3-6 ORIENTAÇÃO DO VETOR NORMAL NA ABERTURA	64
FIGURA 3-7 GEOMETRIA DA ANTENA OADE CLÁSSICA	69
FIGURA 3-8 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADE CLÁSSICA	70
FIGURA 3-9 PROBLEMA "EQUIVALENTE" PARA ABERTURA CILÍNDRICA	72
FIGURA 3-10 PROBLEMA "EQUIVALENTE" PARA ABERTURA CONFORMADA	72
FIGURA 3-11 GEOMETRIA DA ANTENA OADC CLÁSSICA	73
FIGURA 3-12 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADC CLÁSSICA	73
FIGURA 3-13 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADE CLÁSSICA COM DIFERENTES RAIOS	75
FIGURA 3-14 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADE CLÁSSICA COM O DOBRO DAS DIMENSÕES DA ANTENA ILUSTRADA FIGURA 3-7	77
FIGURA 3-15 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADC CLÁSSICA COM O DOBRO DAS DIMENSÕES DA ANTENA ILUSTRADA NA FIGURA 3-11	77
FIGURA 4-1 ESTRUTURA DE RAIOS PARA UMA OADE MODELADA COM CÁUSTICA VIRTUAL	79
FIGURA 4-2 REFLETOR PRINCIPAL DA ANTENA OADE COM CÁUSTICA VIRTUAL E REFLETOR PRINCIPAL CLÁSSICO.....	80
FIGURA 4-3 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADE MODELADA COM CÁUSTICA VIRTUAL	81
FIGURA 4-4 ABERTURAS CILÍNDRICAS COM DIFERENTES RAIOS PARA UMA ANTENA OADE CLÁSSICA	82
FIGURA 4-5 ABERTURAS CILÍNDRICAS COM DIFERENTES RAIOS PARA UMA ANTENA OADE MODELADA	83
FIGURA 4-6 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADE MODELADA COM DIFERENTES ABERTURAS...	83
FIGURA 4-7 ESTRUTURA DE RAIOS PARA UMA OADE MODELADA COM CÁUSTICA REAL	85
FIGURA 4-8 REFLETOR PRINCIPAL DA ANTENA OADE COM CÁUSTICA REAL E O REFLETOR PRINCIPAL CLÁSSICO.....	86
FIGURA 4-9 ANTENA OADE COM CÁUSTICA REAL COM RAIOS BLOQUEADO PELO REFLETOR PRINCIPAL..	87
FIGURA 4-10 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADE MODELADA COM CÁUSTICA REAL	87
FIGURA 4-11 ESTRUTURA DE RAIOS PARA UMA OADC MODELADA COM CÁUSTICA VIRTUAL	89
FIGURA 4-12 REFLETOR PRINCIPAL DA ANTENA OADC COM CÁUSTICA VIRTUAL E O REFLETOR PRINCIPAL CLÁSSICO.....	90
FIGURA 4-13 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADC MODELADA COM CÁUSTICA VIRTUAL	91
FIGURA 4-14 ESTRUTURA DE RAIOS PARA UMA OADC MODELADA COM CÁUSTICA REAL.....	91
FIGURA 4-15 REFLETOR PRINCIPAL DA ANTENA OADC COM CÁUSTICA REAL E O REFLETOR PRINCIPAL CLÁSSICO.....	92
FIGURA 4-16 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADC MODELADA COM CÁUSTICA REAL	93
FIGURA 4-17 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADE GRANDE COM CÁUSTICA VIRTUAL.....	94
FIGURA 4-18 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA OADC GRANDE COM CÁUSTICA REAL	95
FIGURA 4-19 CONE CIRCULAR QUE DEFINE O VOLUME DA ANTENA.....	96
FIGURA 4-20 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DAS QUATRO CONFIGURAÇÕES OBTIDO ATRAVÉS DE MOM	98

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e Justificativa do Trabalho

A constante busca por tecnologias de transmissão de sinais de comunicação cada vez mais rápidas sejam elas sem fio ou não, é motivada principalmente pela necessidade crescente de banda para tráfego de dados digitalizados. A popularização do acesso à Internet, a necessidade de conteúdos cada vez melhores (voz e vídeo) e a migração das redes de telefonia para sistemas com transmissão de voz sobre protocolo de internet (IP) têm elevado o desempenho das conexões requeridas e, consequentemente, a necessidade do mercado por banda.

Para transmissões em regiões densamente povoadas, as tecnologias com fio são frequentemente utilizadas por oferecer alto desempenho, disponibilidade e confiabilidade. A fibra óptica, por exemplo, é um dos meios mais utilizados para *links* dedicados, podendo cobrir grandes distâncias mantendo a qualidade da transmissão. Porém, as tecnologias sem fio oferecem uma série de vantagens, quando comparadas aos sistemas com fio, que justificam sua escolha. Entre elas podemos citar: pequeno investimento inicial e custo no desenvolvimento; facilidade e velocidade de implantação; curto prazo para retorno de investimento; arquitetura flexível e região de cobertura facilmente expansível; baixo custo de manutenção, gerenciamento e operação da rede [1, 2]

Atendendo a esse crescente interesse por conexões mais rápidas, requeridas principalmente por usuários residenciais e pequenas empresas, percebe-se o surgimento de uma demanda por acesso banda larga de última milha. Para provimento deste tipo de serviço, um sistema que é muito utilizado, em razão do exposto acima, é o LMDS (*Local Multipoint Distribution System*). O LMDS pode ser definido como uma tecnologia banda larga sem fio, usada para transmissões ponto-multiponto de voz, dados, Internet e vídeo na faixa do espectro acima de 25 GHz (dependendo da licença). Como resultado das características de propagação nesta faixa de frequência, o LMDS utiliza arquitetura de rede semelhante ao SMC (Serviço Móvel Celular) [3-6].

Na Figura 1-1 é apresentado o modelo de uma célula LMDS, onde no centro da célula encontra-se a ERB (Estação Rádio Base) ou BS (*Base Station*) provedora do sinal,

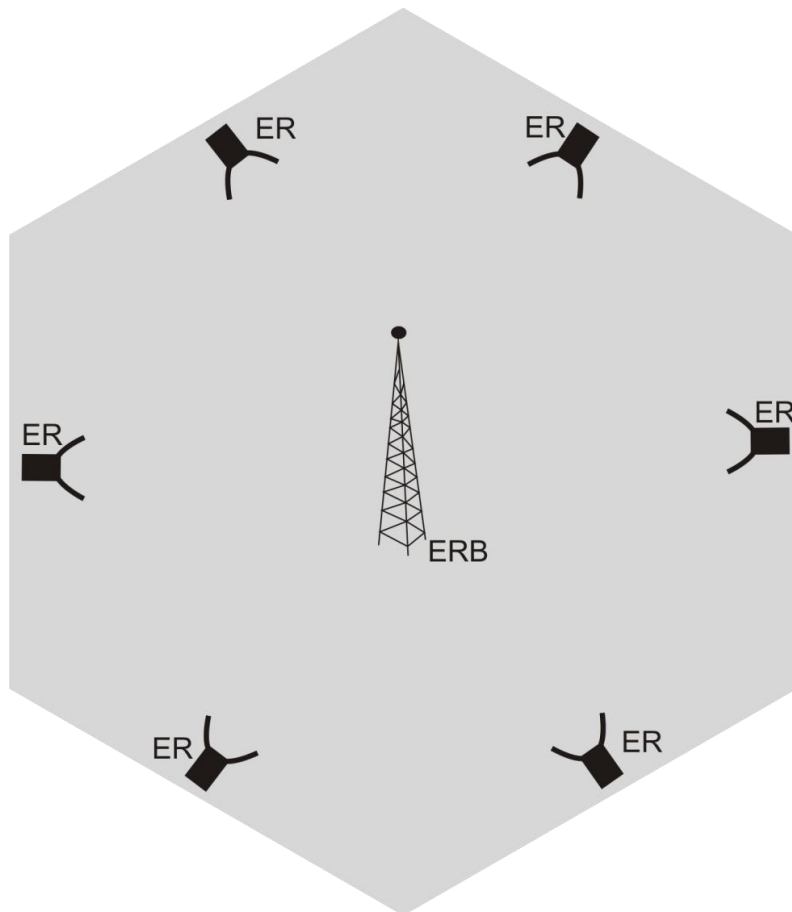


Figura 1-1 Célula Omnidirecional LMDS

e ligadas a ela as ER (Estações Remotas) ou CPE (*Customer Premises Equipment*). Na Figura 1-2 é apresentada a configuração das células LMDS, dispostas de forma a se tangenciarem e proporcionando uma região de cobertura contínua. As regiões diferentes mostradas na Figura 1-2 denotam as diferentes faixas do espectro ocupado por cada célula, objetivando a redução de problemas de interferência [5, 6].

A Figura 1-3 apresenta uma célula setorizada em regiões de 90°, sendo utilizadas quatro antenas setoriais para cobrir 360°. Pode-se usar também, neste tipo de configuração, uma quantidade maior de setores, por exemplo, seis ou doze antenas cobrindo cada uma delas 60° ou 30°, respectivamente. A maior dificuldade das células com configuração omnidirecional surge no planejamento do raio de cobertura, em que são necessários equipamentos com altas potências de transmissão para compensar o baixo ganho dos irradiadores, que nessa faixa de frequência (acima de 25GHz) apresentam baixa eficiência e, conseqüentemente, baixo ganho [7-9].

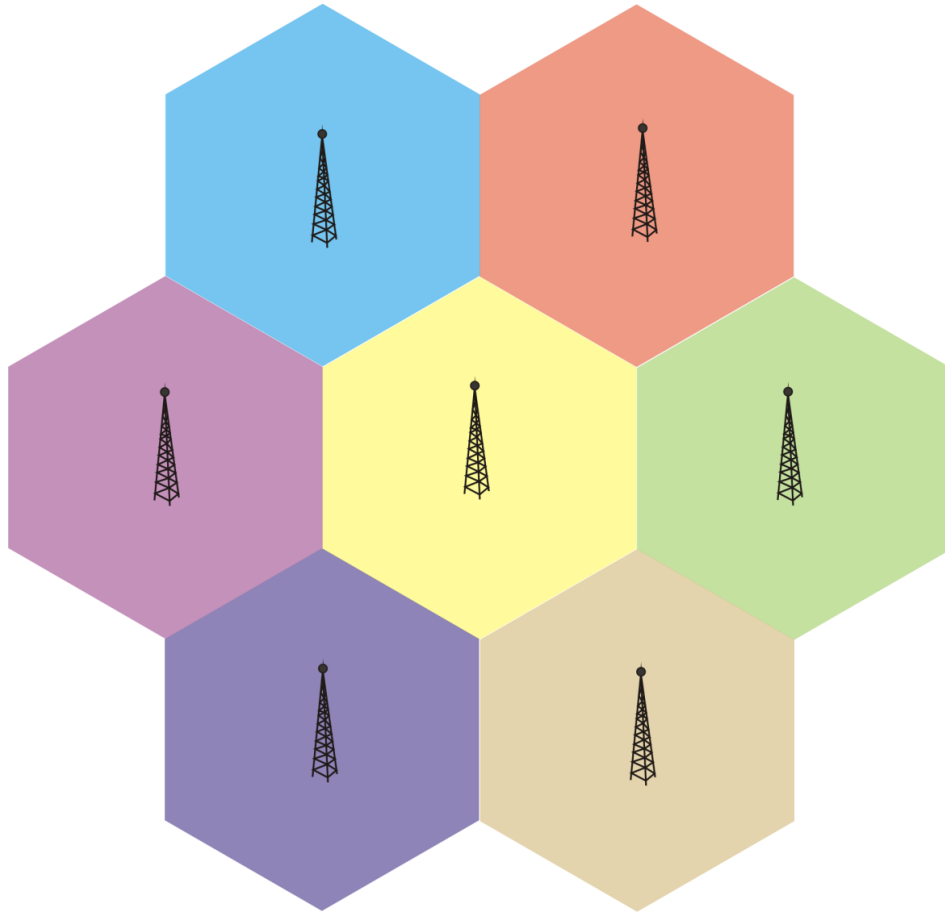


Figura 1-2 Arquitetura celular

Além da cobertura omnidirecional e maximização do ganho, os atuais sistemas de comunicação requerem certas características no plano de elevação para melhor aproveitamento da potência irradiada pela antena e redução de interferência. Uma característica que se tem buscado, e que é objeto de estudo deste trabalho, é o diagrama de co-secante no plano de elevação [10].

A razão pela qual se busca um diagrama de radiação co-secante pode ser melhor entendida observando-se Figura 1-4. Observe que a distância r_2 é maior do que r_1 e, conseqüentemente, a atenuação espacial será maior na posição b do que em a . Por inspeção, podemos expressar a distancia r em função do ângulo de elevação β [10]:

$$r = hcsc \beta \quad (1-1)$$

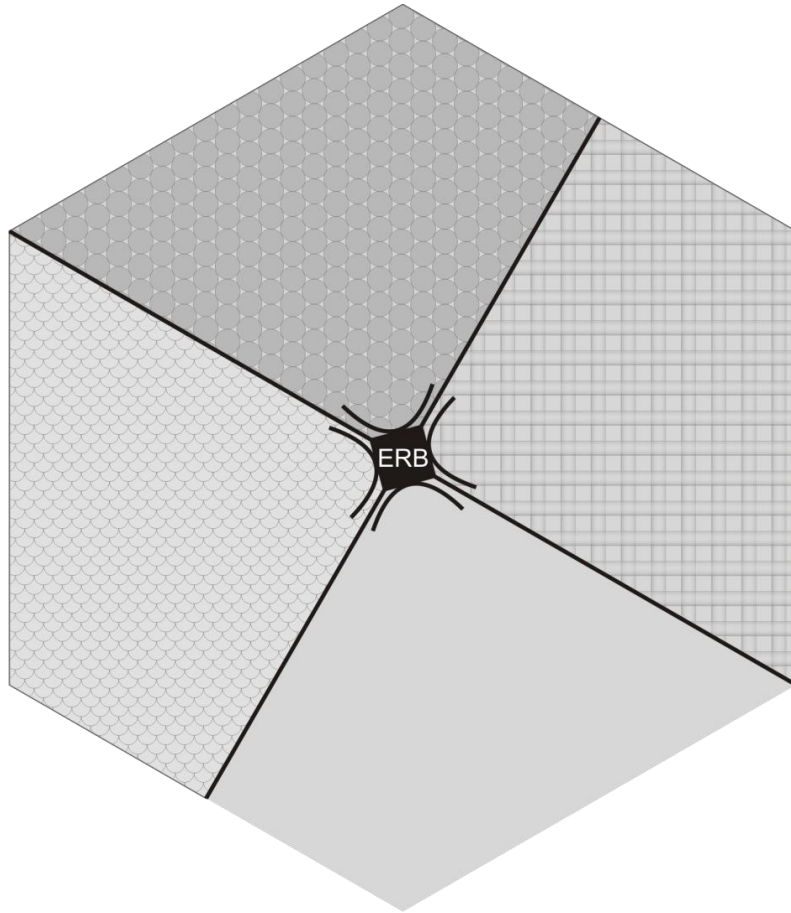


Figura 1-3 Célula LMDS com quatro setores de 90°

A relação entre a potência transmitida por uma antena e a potência recebida por outra pode ser expressa através da Equação de Transmissão de Friis [11-13]:

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 G_t G_r \quad (1-2)$$

onde P_r é a potência recebida, P_t é a potência transmitida, λ é o comprimento de onda, r é a distância entre a antena transmissora e a receptora, G_t é o ganho da antena transmissora e G_r é o ganho da antena receptora. Analisando a equação (1-2), percebe-se que P_r é inversamente proporcional ao quadrado da distância r . Logo, uma possível maneira de se compensar essa atenuação espacial é fazer com que G_t varie com o quadrado da distância, ou seja:

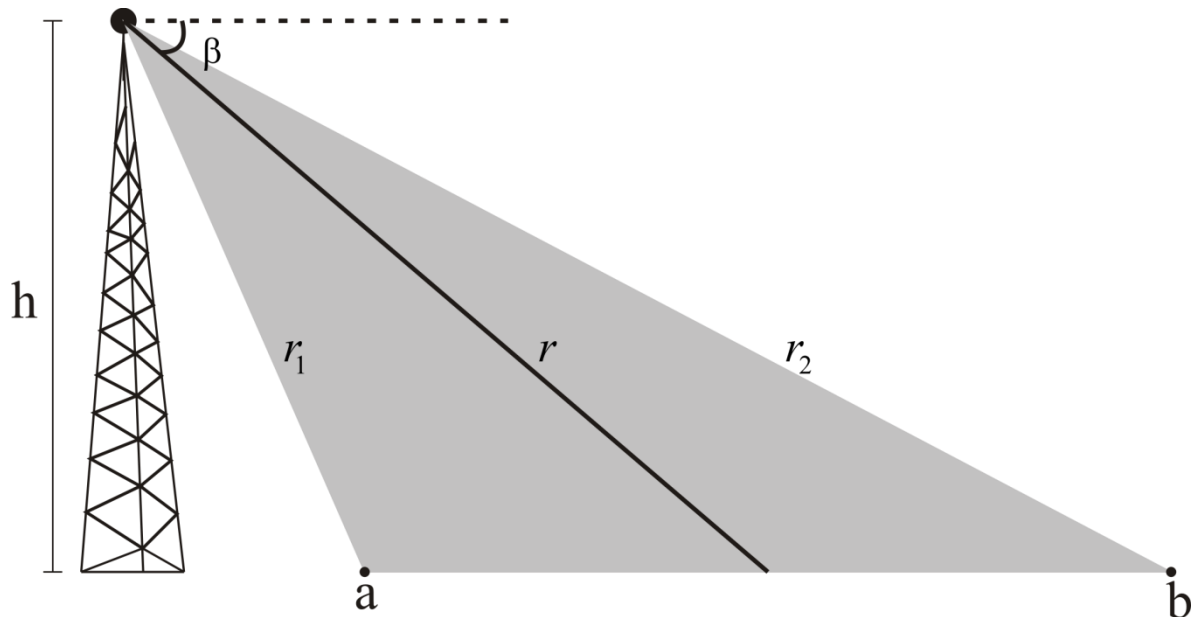


Figura 1-4 Região de cobertura de uma célula omnidirecional

$$G_t \propto r^2 \quad (1-3)$$

Substituindo (1-1) em (1-3) tem-se que:

$$G_t \propto \csc^2 \beta \quad (1-4)$$

para que G_t compense a variação da atenuação espacial e, conseqüentemente, a antena ilumine uniformemente a região entre as posições a e b na Figura 1-4. O diagrama de G_t em (1-4) é definido como o diagrama co-secante ao quadrado. Dessa forma, ao se trabalhar com um diagrama de radiação do tipo co-secante ao quadrado, a atenuação do espaço livre é compensada pela maior diretividade da antena na região mais afastada da fonte, conseguindo-se dessa forma uma distribuição uniforme de potência na região de interesse [10].

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional, utilizando os princípios da Óptica Geométrica (GO – *Geometrical Optics*) [14, 15], capaz de sintetizar antenas duplo-refletores para cobertura

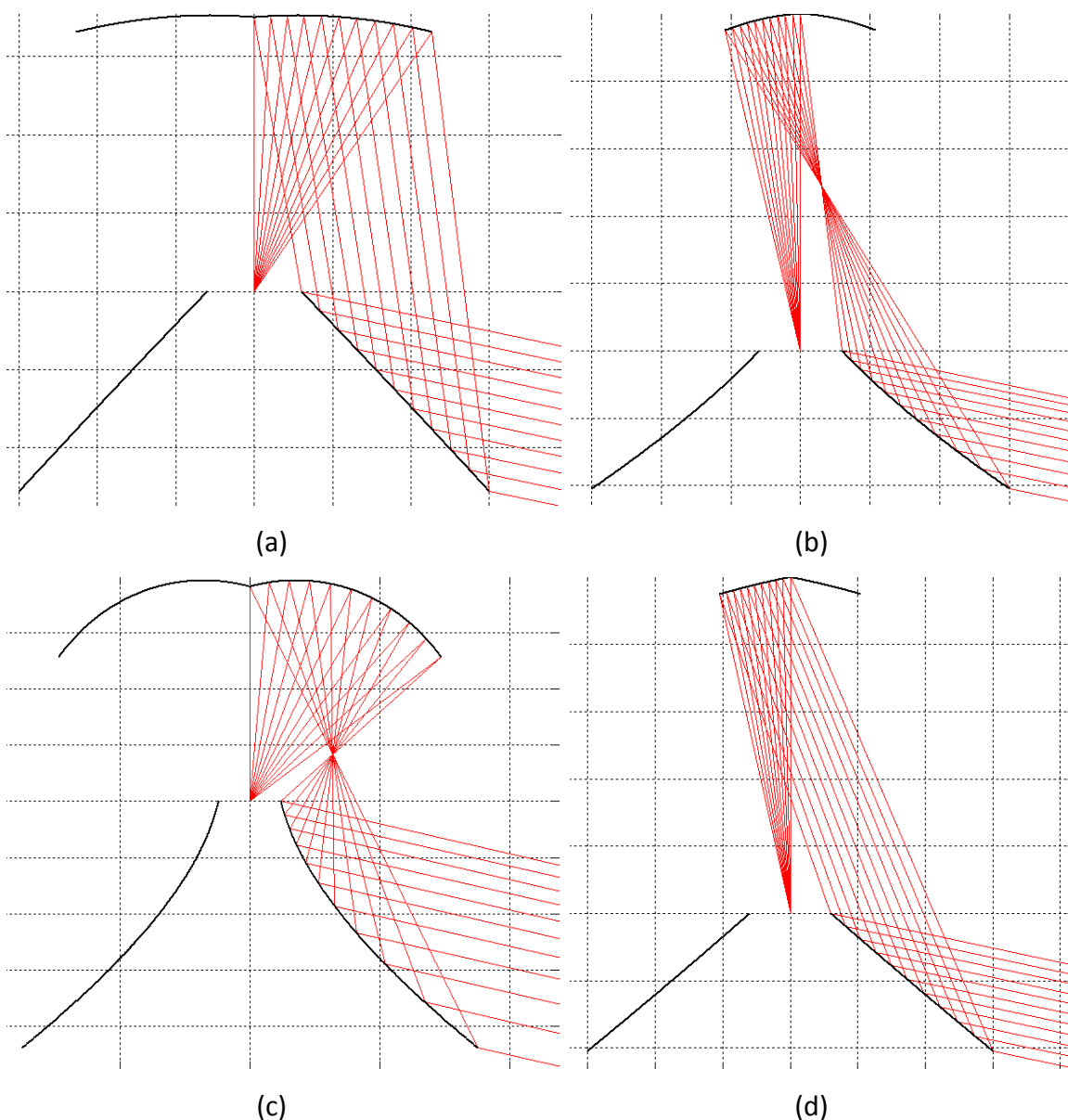


Figura 1-5 (a) OADC, (b) OADG, (c) OADE, (d) OADH

omnidirecional. Usando-se da formulação apresentada em [16], o algoritmo é capaz de sintetizar as quatro configurações clássicas de refletores: OADC (*Omnidirectional Axially Displaced Cassegrain*), OADG (*Omnidirectional Axially Displaced Gregorian*), OADE (*Omnidirectional Axially Displaced Ellipse*), OADC (*Omnidirectional Axially Displaced Hyperbola*). A Figura 1-5 mostra as quatro diferentes configurações sintetizadas pelo programa.

Analisando o diagrama de radiação gerado pelas configurações clássicas amplamente estudadas em [16-20], percebe-se que elas não apresentam o comportamento desejado no plano de elevação, ou seja, não possuem diagrama de

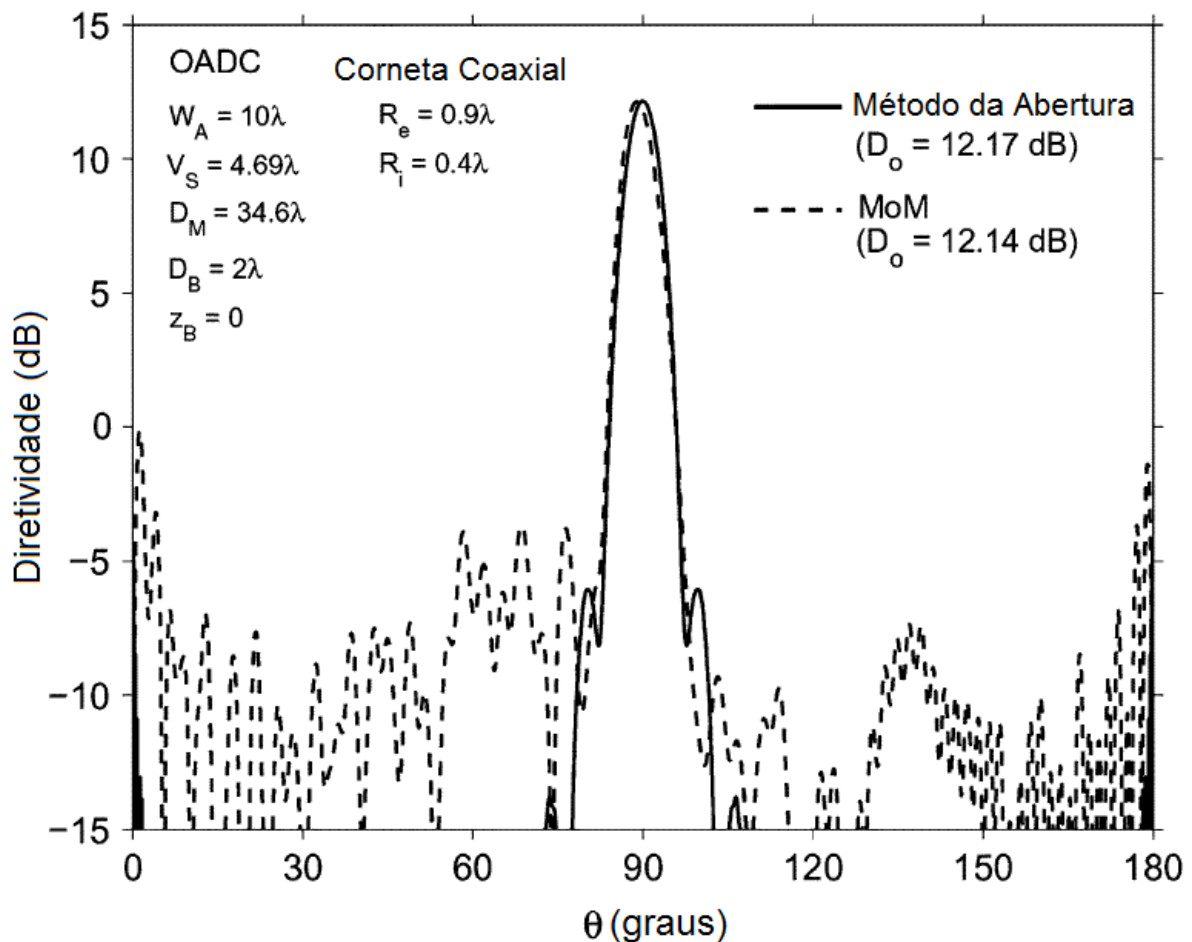


Figura 1-6 Diagrama de Radiação de uma antena clássica (OADC) [20].

radiação co-secante ao quadrado, como ilustrado na Figura 1-6. Desta forma estas antenas possuem aplicabilidade relativa. Em razão disto, é feita a modelagem do refletor principal utilizando novamente os princípios da GO, cuja formulação é apresentada em [21-24]. A síntese objetiva a obtenção de um diagrama de radiação co-secante ao quadrado para obtenção de cobertura uniforme.

Para solução da equação de mapeamento inerente ao método de síntese, foi desenvolvido um algoritmo iterativo, que apresentou resultados mais precisos, e cuja formulação é apresentada no Capítulo 2 deste texto. A síntese de antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional com refletor principal modelado inicia-se com a determinação das superfícies clássicas (sub-refletor e refletor principal), dadas as dimensões práticas de projeto. Em seguida é sintetizado um novo refletor principal, que irá substituir o clássico, sendo mantido o sub-refletor gerado inicialmente.

O algoritmo desenvolvido neste trabalho está preparado para sintetizar antenas com quaisquer umas das configurações de refletores. Entretanto, serão apresentados apenas os resultados das configurações OADC e OADE, por se mostrarem geometricamente mais compactas [18-20]. É também objetivo deste trabalho determinar o diagrama de radiação das antenas sintetizadas através de técnicas numéricas que exijam baixo custo computacional. Para tal, iremos utilizar o Método da Abertura (*ApM* - *Aperture Method*) sendo os campos na aberturada determinados através da GO [25, 26] e os resultados obtidos serão comparados aos gerados pelo Método de Momentos.

1.3 Estrutura da Dissertação

O texto desta dissertação está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2, em sua primeira seção, é apresentada uma formulação genérica utilizada para determinação dos parâmetros das antenas clássicas em suas quatro configurações de refletores. Utilizando como dados de entrada dimensões práticas da antena, são obtidos os parâmetros que definem as cônicas geratrizes, necessários para a síntese. Na seção seguinte, é apresentado o método de síntese desenvolvido em [27-30] para refletores *offset* e adaptado em [21, 22] para antenas duplo-refletores com cobertura omnidirecional. Posteriormente, é apresentado o algoritmo iterativo para solução da Equação de Mapeamento, inerente ao método de síntese do refletor principal das antenas duplo-refletores com cobertura omnidirecional. Na última seção são apresentados procedimentos para validação do algoritmo de modelagem.

No Capítulo 3, em sua primeira seção, é demonstrada a forma de obtenção do campo elétrico na abertura ou sobre a superfície condutora possibilitando a aplicação do ApM. Utilizando os princípios da GO o campo será determinado para uma abertura cilíndrica e para uma abertura conformada à superfície do refletor principal, conforme ilustrado nas Figuras 1-7 e 1-8, respectivamente. Na segunda seção, é apresentada a formulação, utilizando o Método da Abertura, para a determinação do diagrama de radiação adotando-se cada uma as duas aberturas citadas.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados da síntese de configurações OADE e OADC com duas diferentes configurações de cáustica do refletor principal (real

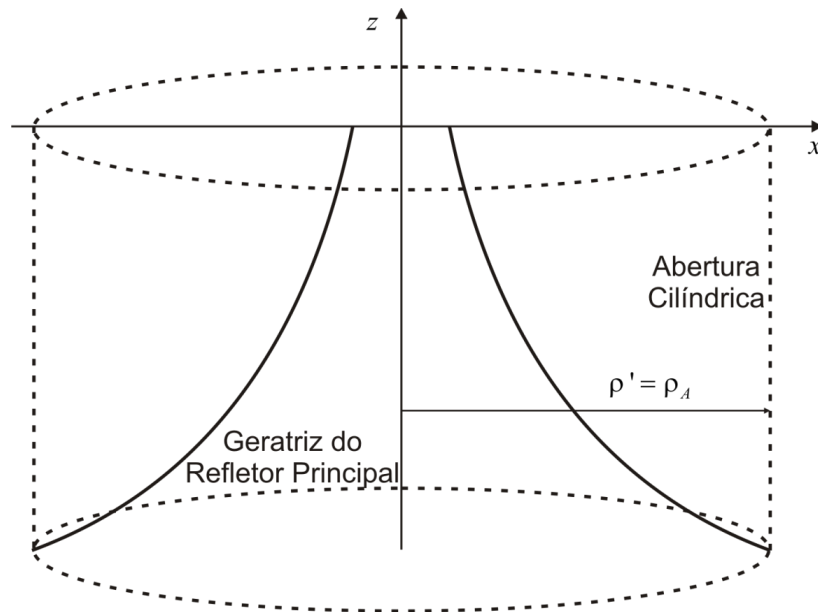


Figura 1-7 Abertura cilíndrica

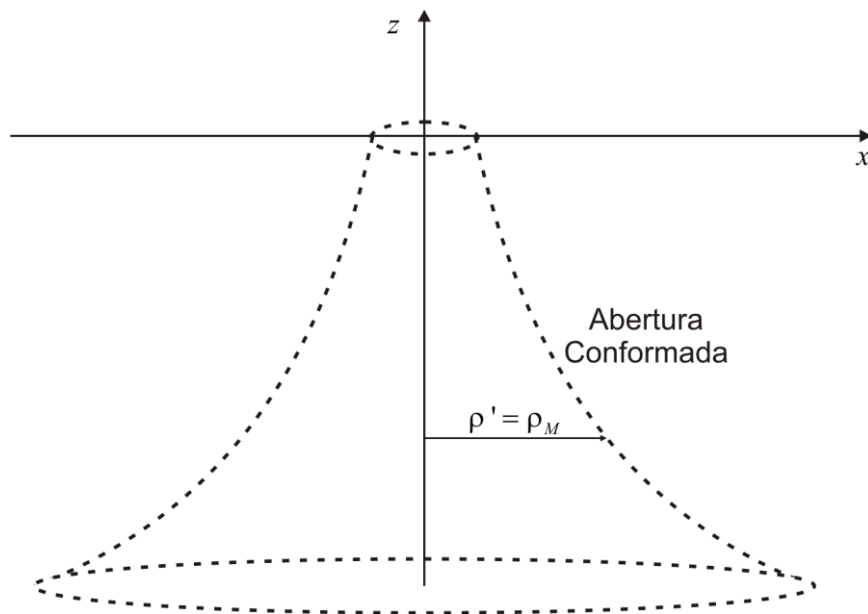


Figura 1-8 Abertura conformada

e virtual). Concomitantemente à apresentação das antenas, são expostos e comparados seus diagramas de radiação, obtidos das diferentes técnicas citadas anteriormente.

No Capítulo 5 conclui-se a dissertação explanando-se sobre os principais aspectos da pesquisa, destacando o ganho científico proporcionado, bem como as propostas para trabalhos futuros.

2 MODELAGEM DO REFLETOR PRINCIPAL

2.1 Introdução

Ao analisarmos o diagrama de radiação de antenas duplo-refletoras clássicas com cobertura omnidirecional (Figura 1-6), é possível constatar que o mesmo não atende ao objetivo principal deste trabalho, ou seja, um diagrama co-secante ao quadrado. Para obtenção de tal diagrama será feita a modelagem do refletor principal conforme os princípios da Óptica Geométrica (GO) [14, 15]. O objetivo deste capítulo é apresentar a formulação utilizada para implementar o algoritmo de síntese que fará a modelagem do refletor principal, sendo mantido o sub-refletor clássico.

O processo de modelagem tem início com a determinação das superfícies clássicas (sub-refletor e refletor principal) dadas as dimensões práticas de projeto, especificadas *a priori*. Através da formulação apresentada na Seção 2.2 deste capítulo são obtidos os parâmetros que definem de maneira única a antena clássica, bem como as coordenadas das geratrizes do sub-refletor e refletor principal [16]. É importante ressaltar que o processo de síntese do refletor principal para obtenção de um diagrama co-secante ao quadrado baseia-se na determinação de um conjunto de refletores (refletor principal e sub-refletor) clássicos, sendo o refletor principal substituído por outro modelado que proporcione tais características no diagrama de radiação [21].

Na Seção 2.3 serão estudadas duas antenas clássicas, sendo uma delas OADE e a outra OADC. O objetivo é demonstrar a utilização da formulação vista na Seção 2.2 para obtenção das cônicas que geram as superfícies refletoras (sub-refletor e refletor principal), dadas as dimensões práticas de projeto. Serão apresentados vários resultados parciais do processo, bem como as geometrias das antenas em questão, e na parte final uma tabela resumizando os parâmetros geométricos básicos de cada uma delas.

Na Seção 2.4 será apresentado o método utilizado para a síntese do refletor principal que substituirá o clássico gerado inicialmente. Para tal, serão utilizados os princípios da GO, as características da cônica que gera o sub-refletor (determinadas na Seção 2.2), a função do diagrama de radiação circularmente simétrico do alimentador

$[G_F(\theta_F)]$ e a função do diagrama de radiação circularmente simétrico do campo distante $[G_A(\theta)]$, que neste estudo é uma função co-secante ao quadrado [21]. Em seguida (Seção 2.5) será apresentado o algoritmo desenvolvido para solução da equação de mapeamento, que surge no processo de síntese (Seção 2.4). Nesta solução, foi proposto um procedimento iterativo fundamentado na comparação de valores de área, que se mostrou eficiente e preciso. Na Seção 2.6 será apresentado o modelo de alimentador utilizado no trabalho [21].

Por fim, na Seção 2.7 serão apresentados os procedimentos adotados para a validação do algoritmo desenvolvido. Inicialmente será utilizada a Lei de Snell [15] para avaliar a direção do raio refletido no refletor modelado, visto que a superfície e a direção dos raios incidentes são conhecidas. Os valores obtidos são comparados com os determinados pela equação de mapeamento. Em seguida utilizaremos o algoritmo de modelagem para obter superfícies clássicas (refletor principal). O objetivo é fornecer valores de entrada ao algoritmo, para que os raios refletidos na superfície modelada sejam paralelos entre si. Tal condição garante que a superfície seja gerada por uma parábola e, conseqüentemente, a superfície é clássica.

2.2 Geometria das Antenas Omnidirecionais Clássicas

As antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional são compostas por dois refletores circularmente simétricos, ambos em relação ao eixo z , sendo suas geratrizes cônicas clássicas (Figura 2-1 e Figura 2-2). Nas configurações clássicas, a superfície do sub-refletor pode ser gerada a partir de qualquer seção cônica, conectada ao eixo de simetria (eixo z) no ponto Q , onde é definido o vértice do sub-refletor. Os dois focos são localizados pelos pontos O e P , sendo o ponto O a origem do sistema de coordenadas e o ponto P posicionado de maneira que coincida com o foco do refletor principal. Tal refletor tem como cônica geratriz uma parábola delimitada pelos pontos P_1 e P_2 , que é localizado fora do eixo de simetria, disponibilizando espaço para o alimentador e facilitando acesso ao foco (O). De acordo com os princípios da GO, os raios partem do foco situado na origem, sofrem a primeira reflexão no sub-refletor, passam pelo outro foco da cônica que gera o subrefletor (ponto P), e são refletidos paralelos entre si, no caso do refletor principal

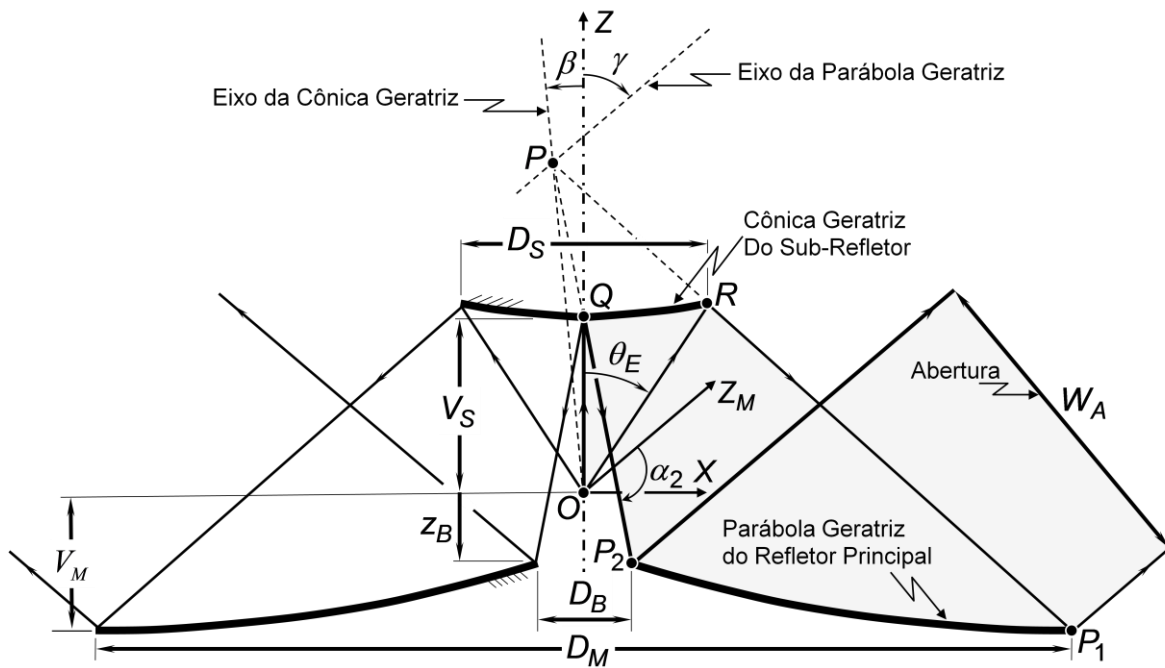


Figura 2-2 Parâmetros básicos de uma antena duplo-refletora omnidirecional clássica para mapeamento Opção II [16]

a OADG [16, 20].

As antenas duplo-refletoras clássicas para cobertura omnidirecional podem ser unicamente definidas pela opção de mapeamento e alguns parâmetros geométricos. São eles: a distância focal da parábola geratriz (F), o ângulo (γ) entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz, a excentricidade (e) e a distância inter-focal ($2c$) da cônica que gera o sub-refletor, o ângulo (β) entre o eixo da cônica do sub-refletor e o eixo de simetria (eixo z) e o ângulo de abertura do sub-refletor (θ_E). Apesar de apropriados para definição dos refletores, os parâmetros acima são pouco práticos no projeto de antenas, sendo mais usadas as dimensões (diâmetros, comprimentos, etc.) do conjunto sub-refletor e refletor principal. Em [16] foram definidos seis parâmetros apropriados ao projeto das antenas, onde as dimensões usadas apontam a localização dos pontos Q (vértice), P_1 (borda externa) e P_2 (borda interna) em relação à origem do sistema de coordenadas. Neste trabalho serão utilizadas tais dimensões já definidas, bem como sua notação.

Inicialmente é definido o vetor que localiza o vértice Q do sub-refletor em função das dimensões práticas, através da seguinte expressão:

$$\vec{Q} = V_s \hat{z} \quad (2-1)$$

onde V_s é a distância entre a origem (O) e o vértice (Q). Em seguida são definidos os vetores que localizam as bordas interna e externa da parábola geratriz [16]:

$$\vec{P}_1 = \frac{D_M}{2} \hat{x} + \left[z_B + \left(\frac{D_M - D_B}{2} \right) \cot \gamma - W_A \csc \gamma \right] \hat{z} \quad (2-2)$$

$$\vec{P}_2 = \frac{D_B}{2} \hat{x} + z_B \hat{z} \quad (2-3)$$

onde D_M é o diâmetro do refletor principal, z_B é a coordenada z da borda interna do refletor principal, D_B é o diâmetro da abertura central, W_A é a largura da abertura cônica e γ é o ângulo entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz que será aproximadamente a direção de máximo da antena no plano de elevação. Todos estes parâmetros são ilustrados nas Figuras 2-1 e 2-2 [16].

A formulação apresentada a seguir é baseada nos vetores definidos em (2-1), (2-2) e (2-3) e em um sistema de coordenadas auxiliar, com origem em (O) e rotacionado por γ (sentido horário) em relação ao sistema de coordenadas principal, de tal forma que seu eixo z_M fique paralelo ao eixo da parábola como ilustrado nas Figuras 2-1 e 2-2. Dessa forma, as expressões que definem as direções unitárias do novo sistema de coordenadas são dadas por:

$$\hat{x}_M = \cos \gamma \hat{x} - \sin \gamma \hat{z} \quad (2-4)$$

$$\hat{z}_M = \sin \gamma \hat{x} + \cos \gamma \hat{z} \quad (2-5)$$

Mostra-se que a equação polar da parábola, expressa em termos das direções unitárias propostas em (2-4) e (2-5), é:

$$\vec{P}_1 - \vec{P} = 2F \left[\eta(\alpha_1) \hat{x}_M + \frac{\eta^2(\alpha_1) - 1}{2} \hat{z}_M \right] \quad (2-6)$$

$$\vec{P}_2 - \vec{P} = 2F \left[\eta(\alpha_2) \hat{x}_M + \frac{\eta^2(\alpha_2) - 1}{2} \hat{z}_M \right] \quad (2-7)$$

onde $\vec{P}_1$ localiza a borda externa do refletor principal, $\vec{P}_2$ localiza a borda interna, $\vec{P}$ localiza o foco da parábola e

$$\eta(\alpha_i) = \cot\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \quad (2-8)$$

onde $i = 1$ ou 2 corresponde à direção do raio que parte em direção à borda externa ou interna do refletor principal, respectivamente. Subtraindo (2-7) de (2-6):

$$\vec{P}_1 - \vec{P}_2 = 2F \left[\eta(\alpha_1) - \eta(\alpha_2) \right] \left[\hat{x}_M + \frac{\eta(\alpha_1) + \eta(\alpha_2)}{2} \hat{z}_M \right] \quad (2-9)$$

Como os vetores $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$ são conhecidos [equações (2-2) e (2-3)], pode-se determinar α_1 através de (2-9) em função de α_2 , ou vice-versa. Desta forma tem-se:

$$\eta(\alpha_1) + \eta(\alpha_2) = \frac{2\hat{z}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)}{\hat{x}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)} \quad (2-10)$$

Entretanto ainda é necessário conhecer um dos ângulos α_i auxiliares, que pode ser obtido a partir dos parâmetros de entrada e da opção de mapeamento. Por inspeção, (observe as Figuras 2-1 e 2-2) tem-se:

$$\frac{\vec{P}_i - \vec{Q}}{|\vec{P}_i - \vec{Q}|} = \sin \alpha_i \hat{x}_M + \cos \alpha_i \hat{z}_M \quad (2-11)$$

onde $\alpha_i = \alpha_1$ ou α_2 para mapeamento Opção I ou II, respectivamente. Manipulando (2-11) pode-se obter de forma direta α_i , ou mais apropriadamente $\eta(\alpha_i)$:

$$\eta(\alpha_i) = \frac{\hat{x}_M \cdot (\vec{P}_i - \vec{Q})}{|\vec{P}_i - \vec{Q}| - \hat{z}_M \cdot (\vec{P}_i - \vec{Q})} \quad (2-12)$$

Determinados os ângulos auxiliares (α_1 e α_2) através de (2-12) e (2-10), pode-se determinar a distância focal da parábola de (2-9):

$$F = \frac{\hat{x}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)}{2[\eta(\alpha_1) - \eta(\alpha_2)]} = \frac{\hat{z}_M \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_2)}{\eta^2(\alpha_1) - \eta^2(\alpha_2)} \quad (2-13)$$

A distância inter-focal ($2c$) e o ângulo (β) do eixo da cônica que gera o sub-refletor são dados pelo segmento $\overline{OP}$, entre a origem (onde está um dos focos) e o foco P localizado pelo vetor

$$\vec{P} = 2c(\sin\beta\hat{x} + \cos\beta\hat{z}) \quad (2-14)$$

Os parâmetros $2c$ e β são calculados com auxílio de (2-6), (2-7) e (2-14). O próximo parâmetro a ser determinado é a excentricidade (e) do sub-refletor, que é obtida através da equação da cônica [16]:

$$\frac{2c}{e} = \hat{z} \cdot \vec{Q} + (\vec{P} - \vec{Q}) \cdot \frac{(\vec{P}_i - \vec{Q})}{|\vec{P}_i - \vec{Q}|} \quad (2-15)$$

onde $\vec{P}_i = \vec{P}_1$ ou $\vec{P}_2$ para mapeamento Opção I ou II, respectivamente. Repare em (2-15) que a razão $2c/e$ pode apresentar valores negativos. De fato isto é correto e pode ocorrer dependendo da localização da cáustica circular [16, 20].

Os dois últimos parâmetros necessários ao projeto das antenas, o ângulo de borda do sub-refletor (θ_E) e o diâmetro do sub-refletor (D_s), são obtidos através do vetor $\vec{R}$ que localiza a borda do sub-refletor. Através da equação polar da cônica, pode-se se mostrar que [16]:

$$\vec{R} = \vec{P} + \frac{\left(\frac{c}{e}\right)(e^2 - 1) \left[\sin(\alpha_j + \gamma) \hat{x} + \cos(\alpha_j + \gamma) \hat{z} \right]}{1 - e \cos(\alpha_j + \gamma - \beta)} \quad (2-16)$$

onde $\alpha_j = \alpha_2$ ou α_1 para mapeamento Opção I ou II, respectivamente. Definido $\vec{R}$, o ângulo de borda do sub-refletor é obtido através da tangente do ângulo θ_E , dada pela projeção do vetor $\vec{R}$ sobre o eixo x (cateto oposto), dividido pela projeção de $\vec{R}$ sobre o eixo z (cateto adjacente), como mostram as Figuras 2-1 e 2-2:

$$\tan \theta_E = \frac{\hat{x} \cdot \vec{R}}{\hat{z} \cdot \vec{R}} \quad (2-17)$$

O diâmetro do sub-refletor é dado pela projeção de $\vec{R}$ sobre o eixo x :

$$D_s = 2 |\hat{x} \cdot \vec{R}| \quad (2-18)$$

É importante enfatizar que a equação (2-16) pode prover $\hat{x} \cdot \vec{R} < 0$ e, consequentemente, $\theta_E < 0$ [16].

2.3 Estudo de Configurações Clássicas

O objetivo desta seção é ilustrar a aplicação da formulação, apresentada na Seção 2.2, para a obtenção dos parâmetros das cônicas que geram as superfícies refletoras. São apresentadas as configurações de refletores com mapeamento dos raios Opção I e II correspondentes a OADE e OADC, respectivamente [16].

2.3.1 Antena OADE

Sejam as dimensões práticas de projeto definidas em [16] e ilustradas na Figura 2-3: a distância entre a origem e o vértice $V_s = 7,64\lambda$, o diâmetro do refletor principal $D_M = 17,56\lambda$, a coordenada z da borda interna do refletor principal $z_B = 0$, o diâmetro da abertura central $D_B = 2,4\lambda$, a largura da abertura cônica $W_A = 7\lambda$ e o ângulo entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz $\gamma = 102^\circ$. Para a

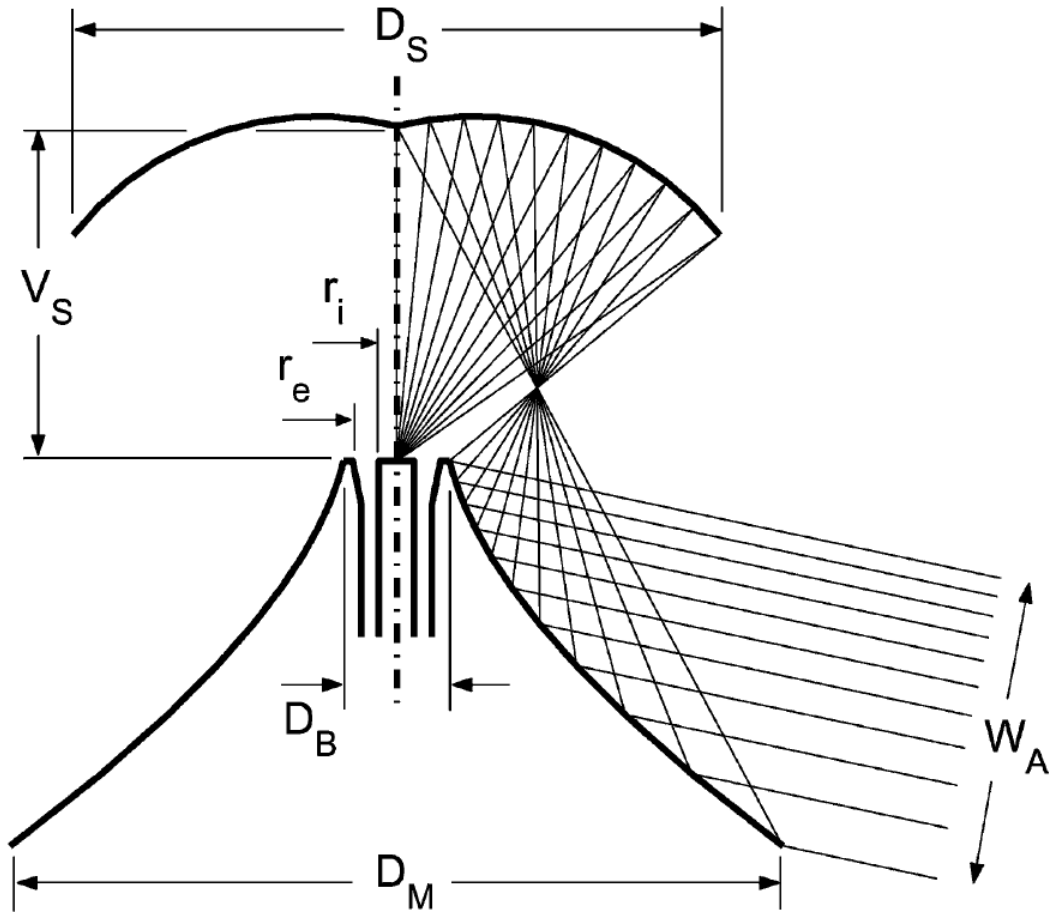


Figura 2-3 Antena omnidirecional duplo-refletora com mapeamento Opção I [16]

configuração OADE a opção de mapeamento dos raios é a Opção I. Substituindo as dimensões práticas de projeto em (2-1), (2-2) e (2-3) obtêm-se os vetores que localizam o vértice Q , a borda externa do refletor principal P_1 e a borda interna do refletor principal P_2 :

$$\vec{P}_1(\lambda) = 8,780\hat{x} - 8,768\hat{z} \quad (2-19)$$

$$\vec{P}_2(\lambda) = 1,200\hat{x} \quad (2-20)$$

$$\vec{Q}(\lambda) = 7,640\hat{z} \quad (2-21)$$

Em seguida determina-se α_1 , ou mais apropriadamente $\eta(\alpha_1)$ através da equação (2-12). Entretanto é necessário antes, determinar as direções unitárias do sistema de

posicionamento auxiliar dados pelas equações (2-4) e (2-5):

$$\hat{x}_M(\lambda) = -0,2079\hat{x} - 0,9781\hat{z} \quad (2-22)$$

$$\hat{z}_M(\lambda) = 0,9781\hat{x} - 0,2079\hat{z} \quad (2-23)$$

Através dos resultados obtidos em (2-19), (2-20), (2-21), (2-22) e (2-23) determina-se $\eta(\alpha_1)$:

$$\eta(\alpha_1) = 2,1520 \quad (2-24)$$

O $\eta(\alpha_2)$ é obtido de forma imediata através da equação (2-10) e dos resultados (2-19), (2-20), (2-21), (2-22), (2-23) e (2-24):

$$\eta(\alpha_2) = 0,4873 \quad (2-25)$$

Obtidos os valores de $\eta(\alpha_1)$ e $\eta(\alpha_2)$, a distância focal F , pode ser determinada através de (2-13):

$$F(\lambda) = 2,1024 \quad (2-26)$$

O próximo passo é determinar a localização foco P , isolando o vetor $\vec{P}$ na equação (2-6) ou (2-7):

$$\vec{P}(\lambda) = 3,194\hat{x} + 1,671\hat{z} \quad (2-27)$$

Extraindo o modulo do vetor $\vec{P}$ encontra-se a distância inter-focal $2c$:

$$2c(\lambda) = |\vec{P}| = 3,6048 \quad (2-28)$$

Através dos resultados anteriores é possível obter a excentricidade e aplicando a equação da cônica (2-15):

$$e = 0,250158 \quad (2-29)$$

Os dois últimos parâmetros necessários no projeto da antena ilustrada na Figura 2-3 obtidos através do vetor $\vec{R}$, dado pela equação (2-16):

$$\vec{R}(\lambda) = 7,355\hat{x} + 5,156\hat{z} \quad (2-30)$$

onde os ângulos β e α_2 são obtidos através de:

$$\beta = \arctan\left(\frac{\vec{P} \cdot \hat{x}}{\vec{P} \cdot \hat{z}}\right) = 62,39^\circ \quad (2-31)$$

$$\alpha_2 = 2 \arctan\left(\frac{1}{\eta(\alpha_2)}\right) = 128,04^\circ \quad (2-32)$$

É importante a correta escolha do quadrante na determinação dos ângulos auxiliares α_2 e β , sendo recomendável o uso da função $\text{atan2}(x, z)$ em um algoritmo computacional. Por fim, o ângulo de borda do sub-refletor θ_E e o diâmetro do sub-refletor D_S são obtidos através do resultado (2-32) e das equações (2-17) e (2-18):

$$\theta_E = 54,97^\circ \quad (2-33)$$

$$D_S(\lambda) = 14,7098 \quad (2-34)$$

Os principais parâmetros da antena estudada nesta seção estão listados na Tabela 2-1, e sua geometria é ilustrada em escala na Figura 2-3.

2.3.2 Antena OADC

Sejam as dimensões práticas de projeto definidas em [16] e ilustradas na Figura 2-4: a distância entre a origem e o vértice $V_S = 8,46\lambda$, o diâmetro do refletor principal $D_M = 17,56\lambda$, a coordenada z da borda interna do refletor principal $z_B = 0$, o

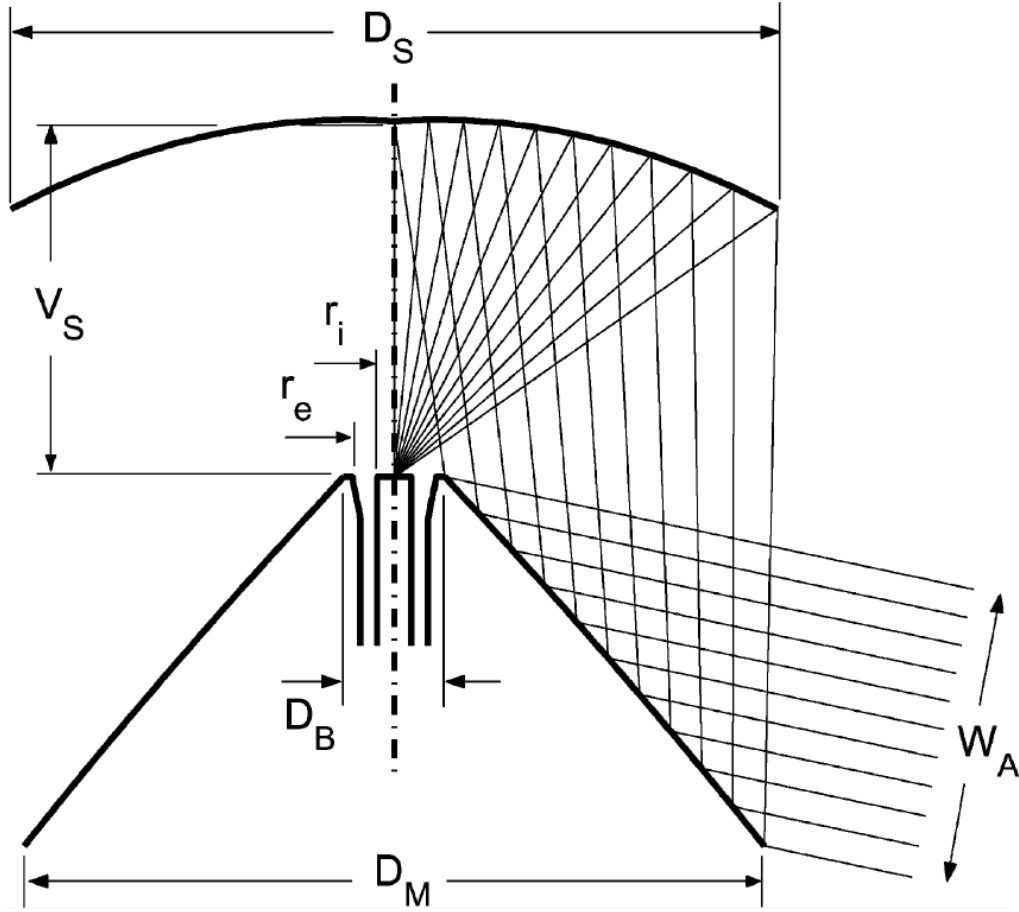


Figura 2-4 Antena omnidirecional duplo-refletora com mapeamento Opção II [2]

diâmetro da abertura central $D_B = 2,4\lambda$, a largura da abertura cônica $W_A = 7\lambda$ e o ângulo entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz $\gamma = 102^\circ$. Para a configuração OADC a opção de mapeamento dos raios é a Opção II. Utilizando os mesmos procedimentos da Seção 2.3.1 obtêm-se os vetores $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ e $\vec{Q}$:

$$\vec{P}_1(\lambda) = 8,780\hat{x} - 8,768\hat{z} \quad (2-35)$$

$$\vec{P}_2(\lambda) = 1,200\hat{x} \quad (2-36)$$

$$\vec{Q}(\lambda) = 8,460\hat{z} \quad (2-37)$$

Em seguida determina-se $\eta(\alpha_2)$ através da equação (2-12) e dos resultados obtidos em (2-22), (2-23), (2-35), (2-36) e (2-37):

$$\eta(\alpha_2) = 1,4301 \quad (2-38)$$

O $\eta(\alpha_1)$ é obtido de forma imediata através da equação (2-10) e dos resultados obtidos em (2-22), (2-23), (2-35), (2-36), (2-37) e (2-38):

$$\eta(\alpha_1) = 1,2091 \quad (2-39)$$

Obtidos os valores de $\eta(\alpha_1)$ e $\eta(\alpha_2)$, a distância focal F da parábola que gera o refletor principal pode ser determinada através de (2-13):

$$F(\lambda) = -15,8391 \quad (2-40)$$

Observe que a distância focal apresentou um valor negativo. De fato isso ocorre quando o foco P está localizado detrás do refletor principal e, conseqüentemente, a parábola que o gera tem curvatura convexa. Neste caso, o anel cáustico formado pelo foco P é virtual. Em seguida determina-se a localização foco P , isolando-se o vetor $\vec{P}$ nas equações (2-6) e (2-7):

$$\vec{P}(\lambda) = 7,974\hat{x} - 47,755\hat{z} \quad (2-41)$$

Extraindo o modulo do vetor $\vec{P}$ encontra-se a distância inter-focal $2c$:

$$2c(\lambda) = |\vec{P}| = 48,4157 \quad (2-42)$$

Através dos resultados anteriores é possível obter a excentricidade e aplicando a equação da cônica (2-15):

$$e = 0,742148 \quad (2-43)$$

Os dois últimos parâmetros necessários no projeto das antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional clássicas são obtidos através do vetor $\vec{R}$, dado por (2-16):

$$\vec{R}(\lambda) = 9,093\hat{x} + 6,369\hat{z} \quad (2-44)$$

onde os ângulos auxiliares β e α_1 são obtidos através de:

$$\beta = \arctan\left(\frac{\vec{P} \cdot \hat{x}}{\vec{P} \cdot \hat{z}}\right) = 170,52^\circ \quad (2-45)$$

$$\alpha_1 = 2 \arctan\left(\frac{1}{\eta(\alpha_1)}\right) = 79,18^\circ \quad (2-46)$$

Por fim, o ângulo de borda do sub-refletor θ_E e o diâmetro do sub-refletor D_s , são obtidos através do resultado (2-44) e das equações (2-17) e (2-18):

$$\theta_E = 54,99^\circ \quad (2-47)$$

$$D_s(\lambda) = 18,1861 \quad (2-48)$$

A Tabela 2-1 sumariza dos principais parâmetros das antenas estudada nesta seção, e sua geometria é apresentada na Figura 2-4.

Utilizando dos parâmetros geométricos básicos sumarizados na Tabela 2-1, será possível determinar o refletor modelado através dos procedimentos apresentados na próxima seção (Seção 2.4). O algoritmo desenvolvido para determinação do conjunto de refletores clássicos foi codificado em um programa de computador, utilizando a linguagem de programação C++, cuja listagem está no Apêndice A.

2.4 Modelagem do Refletor Principal

Relembrando que os diagramas de radiação gerados pelos refletores clássicos não são capazes de gerar a cobertura desejada, ou seja, um diagrama de radiação co-secante ao quadrado, faz-se necessário o processo de modelagem sobre o refletor principal, utilizando para isso os princípios da GO.

O algoritmo de modelagem desenvolvido neste trabalho é baseado no método proposto em [30] para síntese óptica de refletores *offset* e apropriadamente

Tabela 2-1 Parâmetros geométricos dos casos de estudo

Opção de Mapeamento	I (OADE)	II (OADC)
γ	102°	102°
$W_A(\lambda)$	7,00	7,00
$D_M(\lambda)$	17,56	17,56
$D_B(\lambda)$	2,40	2,40
$z_B(\lambda)$	0	0
$V_S(\lambda)$	7,64	8,46
$D_S(\lambda)$	14,7098	18,1861
$F(\lambda)$	2,1024	-15,8391
$2c(\lambda)$	3,6048	48,4157
θ_E	54,97°	54,99°
e	0,250158	0,742148
β	62,39°	170,52°

adaptados em [22] para a modelagem do refletor principal de antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional. O algoritmo tem como objetivo principal a síntese de uma superfície de reflexão, ou mais precisamente a síntese da geratriz, que proporcione características desejadas de radiação no campo distante dadas por uma função conhecida. Em especial, neste trabalho busca-se o diagrama co-secante ao quadrado no plano de elevação, de forma que a antena proporcione uma distribuição uniforme de potência na região de cobertura [21-24].

2.4.1 Síntese Óptica do Refletor Principal

Seja um ponto M sobre o refletor principal definido pelo vetor $\vec{r}_M$ com origem no ponto O e ilustrado na Figura 2-5:

$$\vec{r}_M = \vec{P} + R(\eta_s) \hat{p} \quad (2-49)$$

onde a função $R(\eta_s)$ (onde R representa a distância entre os pontos P e M) define a geratriz do refletor (Figura 2-5), η_s é dado por

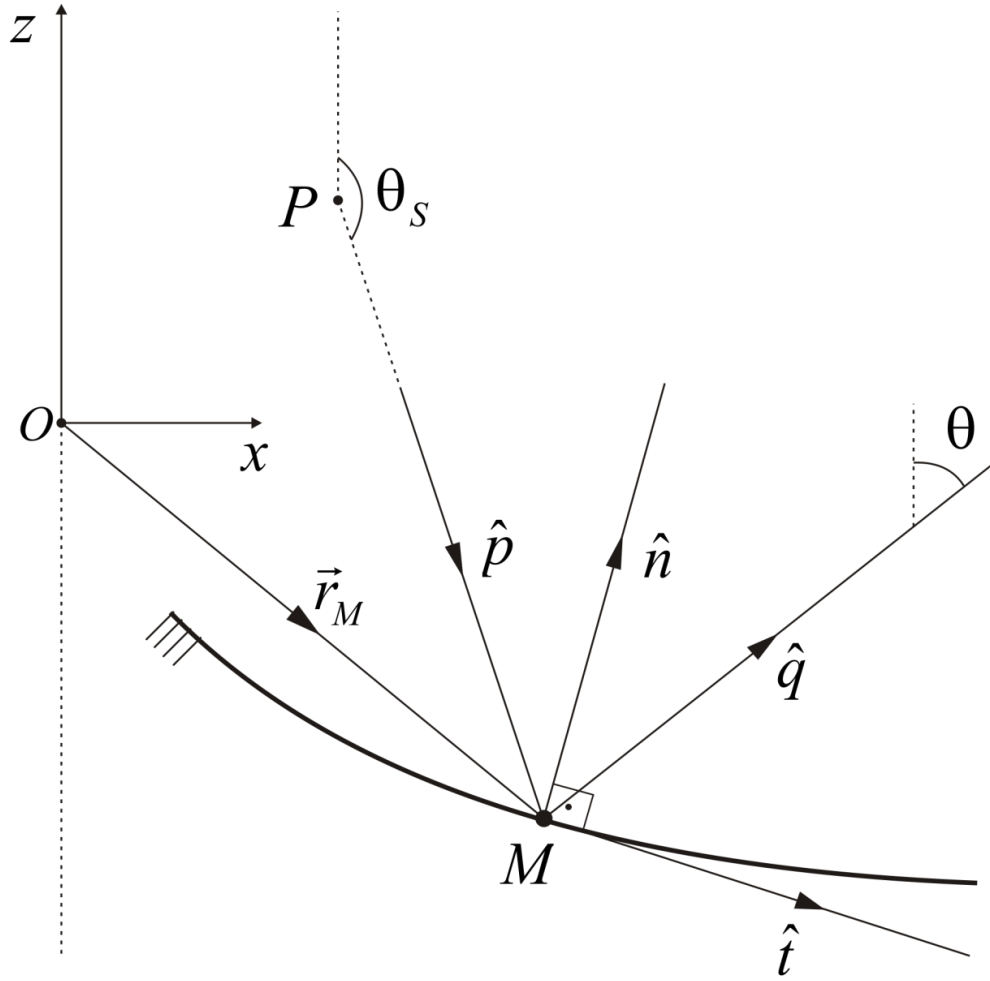


Figura 2-5 Síntese óptica do refletor principal

$$\eta_s = \eta(\theta_s) = \cot\left(\frac{\theta_s}{2}\right) \quad (2-50)$$

e a direção do raio incidente $\hat{p}$ é representada por

$$\hat{p} = \frac{1}{\eta_s^2 + 1} \left[2\eta_s \hat{x} + (\eta_s^2 - 1) \hat{z} \right] \quad (2-51)$$

Na Figura 2-5 é ilustrado um raio que parte de P , com direção unitária $\hat{p}$, e atinge a superfície do refletor principal (no ponto M), onde são definidos os vetores normal e tangente ($\hat{n}$ e $\hat{t}$, respectivamente) à superfície. Após a reflexão, o raio deixa a superfície com direção unitária $\hat{q}$, definida por:

$$\hat{q} = \frac{1}{\eta^2 + 1} \left[2\eta \hat{x} + (\eta^2 - 1) \hat{z} \right] \quad (2-52)$$

onde

$$\eta = \eta(\theta) = \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2-53)$$

Através do princípio generalizado de Fermat, mostra-se que a função $R(\eta_s)$ é dada por [14, 15]:

$$R(\eta_s) = (1 + \eta_s^2) e^{L(\eta_s)} \quad (2-54)$$

onde

$$\frac{\partial L(\eta_s)}{\partial \eta_s} = \frac{2}{\eta - \eta_s} \quad (2-55)$$

Substituindo (2-54) em (2-49), o vetor que descreve o refletor principal pode ser expresso em função de θ_s como [21, 22]:

$$\vec{r}_M(\theta_s) = \left[x_p + 2\eta_s e^{L(\eta_s)} \right] \hat{x} + \left[z_p + (\eta_s^2 - 1) e^{L(\eta_s)} \right] \hat{z} \quad (2-56)$$

onde x_p e z_p são as coordenadas de P dadas por (2-14):

$$x_p = 2c \sin \beta \quad (2-57)$$

$$z_p = 2c \cos \beta \quad (2-58)$$

Observe que (2-55) difere da equação apresentada em [30] por um fator 2 em razão da simetria circular presente no problema em questão [21]. Desta forma, o processo de síntese consiste em encontrar $L(\eta_s)$ por meio da integração numérica de (2-55) e, consequentemente, as coordenadas do refletor principal através de (2-56).

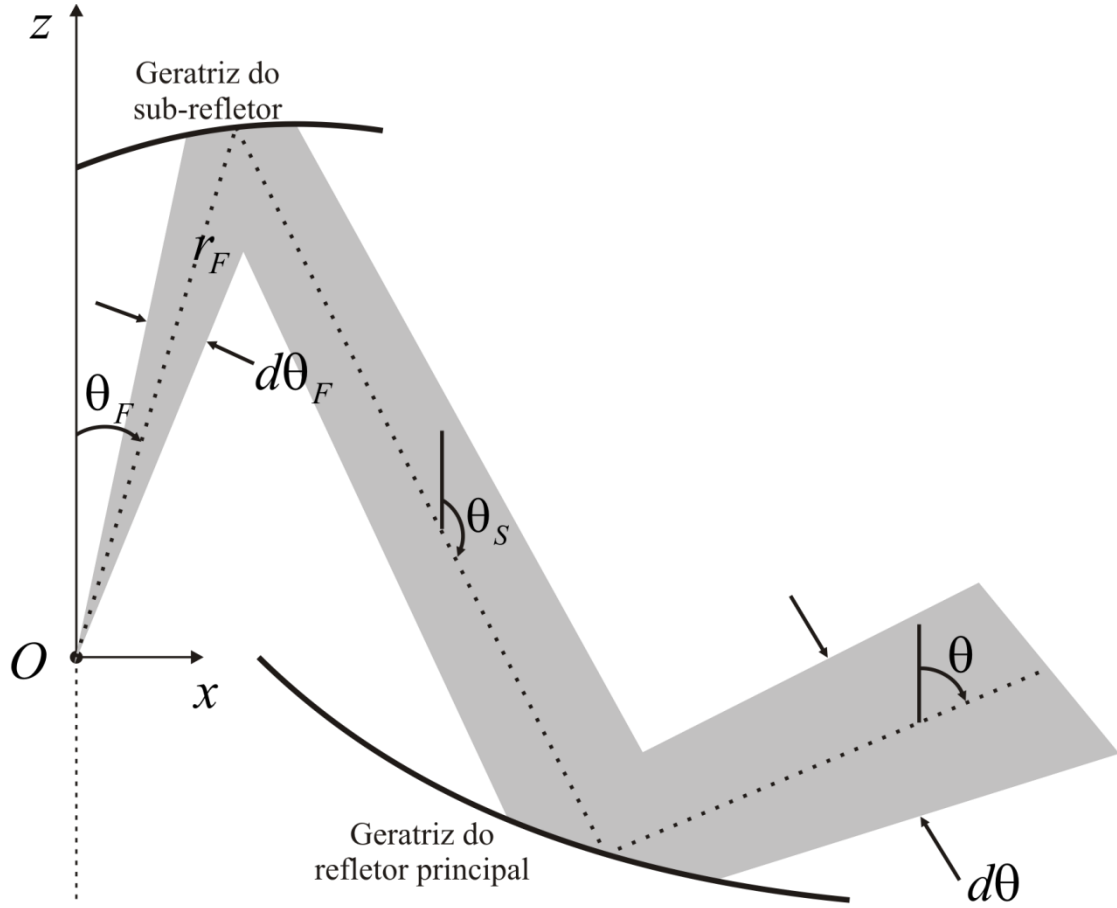


Figura 2-6 Tubo de raios

Entretanto, ainda é necessário encontrar a relação entre η e η_F , ou seja, a relação entre a direção θ_F do raio emitido pela fonte e sua direção após a reflexão no refletor principal θ . Tal relação é dada por conceitos de conservação da energia [21, 22].

2.4.2 Conservação da Energia

Sob os princípios da GO, a relação entre θ e θ_F pode ser obtida através da conservação da energia entre o tubo de raios provenientes do alimentador e o que deixa o refletor principal após a segunda reflexão. Em um tubo de raios de ângulo sólido infinitesimal (observe a Figura 2-6), a potência emitida pela fonte pode ser expressa como [21, 10]:

$$dP_{Feed} = \frac{|E_F|^2}{2Z_0} (r_F^2 \sin \theta_F d\theta_F d\phi) = G_F(\theta_F) \sin \theta_F d\theta_F d\phi \quad (2-59)$$

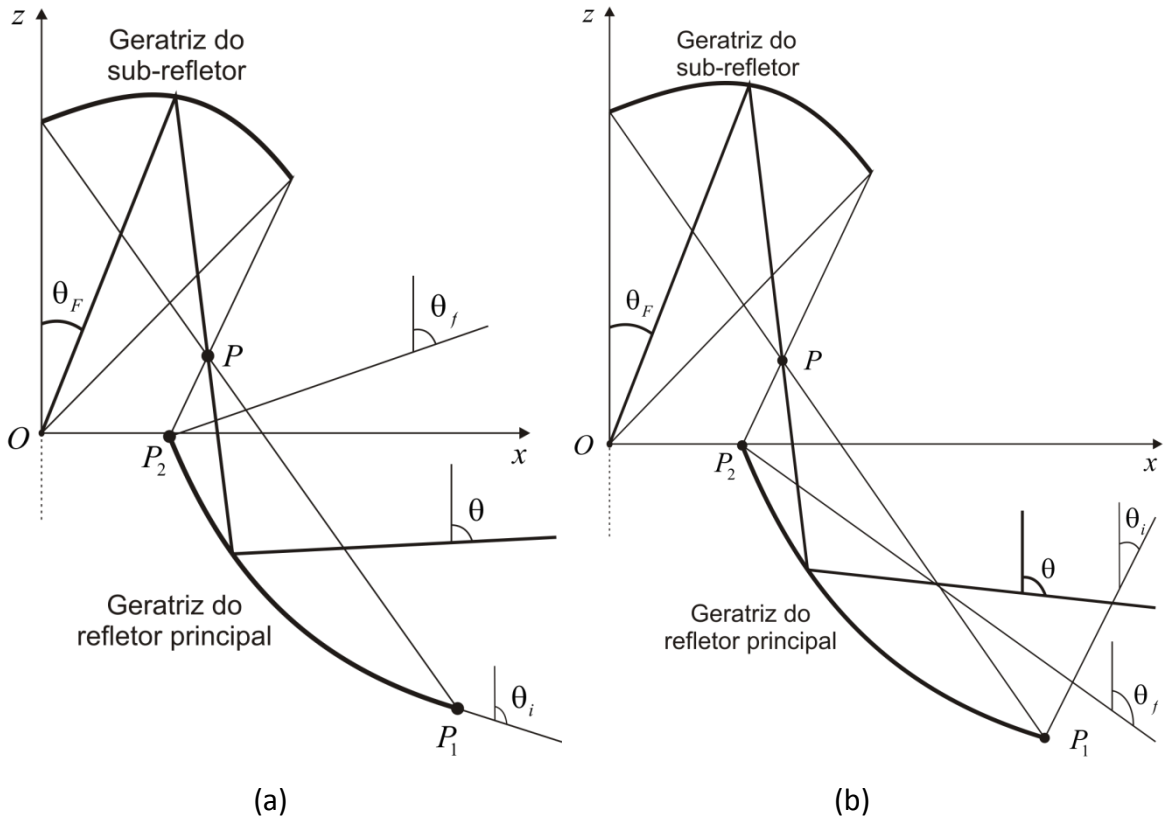


Figura 2-7 Opção I de mapeamento com cáustica do refletor principal (a) virtual e (b) real

onde Z_0 é a impedância intrínseca do meio (vácuo) e $G_F(\theta_F)$ representa o diagrama de radiação circularmente simétrico do alimentador. Na região de campo distante do refletor principal, a potência no tubo de raios correspondente é dada por:

$$dP_{rad} = \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} (r^2 \sin\theta d\theta d\phi) = G_A(\theta) \sin\theta d\theta d\phi \quad (2-60)$$

onde $G_A(\theta_A)$ é o diagrama de radiação circularmente simétrico que se deseja para a antena. Como a potência é conservada, (2-59) e (2-60) devem ser iguais. Logo:

$$\int_0^{\theta_F} G_F(\theta'_F) \sin\theta'_F d\theta'_F = N \int_{\theta_i}^{\theta} G_A(\theta') \sin\theta' d\theta' \quad (2-61)$$

onde o fator de normalização N é dado por

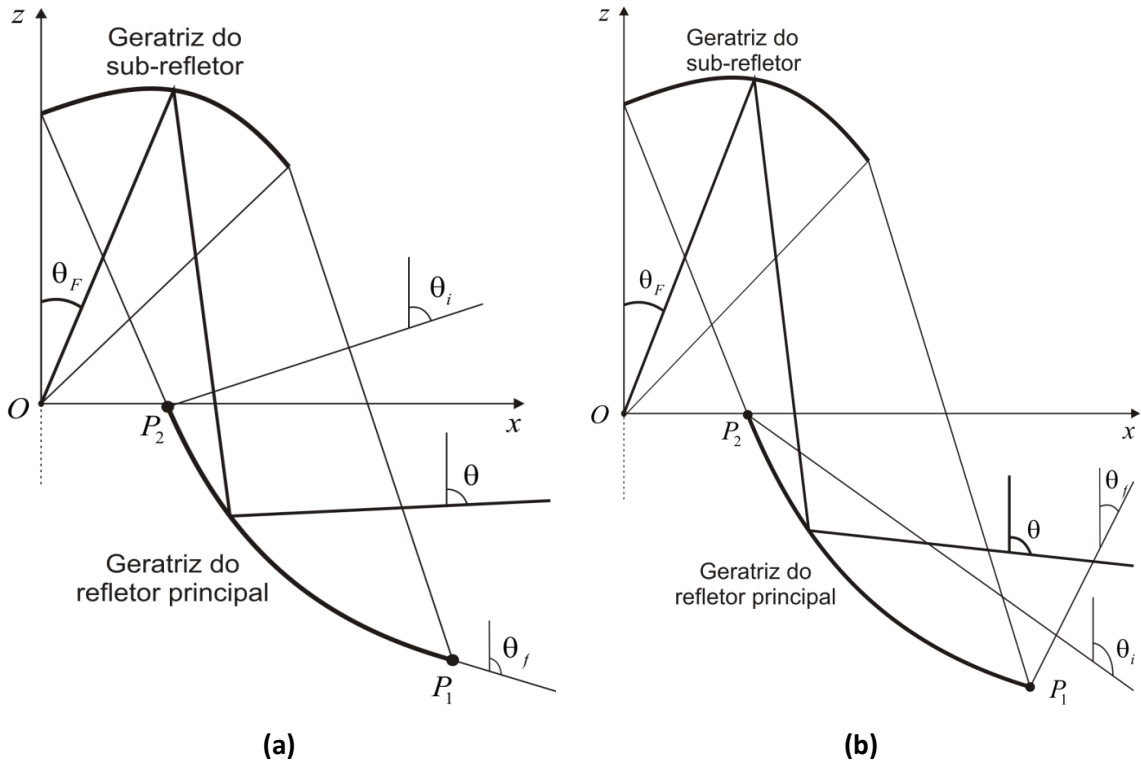


Figura 2-8 Opção II de mapeamento com cáustica do refletor principal (a) virtual e (b) real

$$N = \frac{\int_0^{\theta_E} G_F(\theta'_F) \sin \theta'_F d\theta'_F}{\int_{\theta_i}^{\theta_f} G_A(\theta') \sin \theta' d\theta'} \quad (2-62)$$

Em (2-61) e (2-62) os ângulos $\theta = \theta_i$ e θ_f são as direções na região de campo distante correspondentes a $\theta_F = 0$ e θ_E para mapeamento Opção I (OADE e OADH) ou θ_E e $\theta_F = 0$ para mapeamento Opção II (OADC e OADG), respectivamente. Caso $\theta_i > \theta_f$ e Opção I, o mapeamento será feito para caustica virtual [Figura 2-7(a)] se for Opção II será cáustica real [Figura 2-8 (b)]. Caso $\theta_f > \theta_i$ e Opção I cáustica será real [Figura 2-7(b)] se for Opção II será virtual [Figura 2-8 (a)]. Em ambas as situações, os valores limites θ_i e θ_f devem ser especificados *a priori*, bem como a opção de mapeamento [21, 22].

A integração numérica de (2-55) fornece um conjunto infinito de geratrizes do refletor principal. Desta forma, é necessário definir qual delas é a que esta sendo buscada neste procedimento. Para isso é assumido que o ponto P_2 é o primeiro ponto

fornecido pela síntese. Igualando o vetor que descreve o refletor principal (2-56) ao vetor que localiza o ponto P_2 (2-3):

$$\vec{r}_M(\theta_s) = \left[x_P + 2\eta_s e^{L(\eta_s)} \right] \hat{x} + \left[z_P + (\eta_s^2 - 1) e^{L(\eta_s)} \right] \hat{z} = \frac{D_B}{2} \hat{x} + z_B \hat{z} \quad (2-63)$$

A partir de (2-63) obtém-se o valor inicial de $L(\eta_s)$:

$$L(\eta_{SE}) = \ln \left(\frac{D_B - 2x_P}{4\eta_{SE}} \right) = \ln \left(\frac{z_B - z_P}{\eta_{SE}^2} \right) \quad (2-64)$$

onde

$$\eta_{SE} = \left(\frac{D_S \cot \theta_E - 2z_B}{D_S - D_B} \right) - \delta \sqrt{\left(\frac{D_S \cot \theta_E - 2z_B}{D_S - D_B} \right)^2 + 1} \quad (2-65)$$

e $\delta = +1$ ou -1 para $D_S > D_B$ ou $D_S < D_B$, respectivamente [11].

2.5 Equação de Mapeamento

Nesta seção será discutida solução da equação de mapeamento (2-61). O objetivo do algoritmo de mapeamento é a determinação da direção (θ) do raio após reflexão no refletor principal, dado que se conhece a função $G_A(\theta)$ que descreve o diagrama de radiação circularmente simétrico do campo na região de campo distante, função $G_F(\theta_F)$ que descreve o diagrama de radiação circularmente simétrico do alimentador e a direção θ_F do raio que parte dele.

No algoritmo de mapeamento o fundamento utilizado na avaliação numérica das integrais é a comparação entre valores discretos de áreas. A Figura 2-9 mostra as funções $h_F(\theta_F)$ e $h_A(\theta)$ segmentadas, definidas da seguinte forma:

$$h_F(\theta_F) = G_F(\theta_F) \sin(\theta_F) \quad (2-66)$$

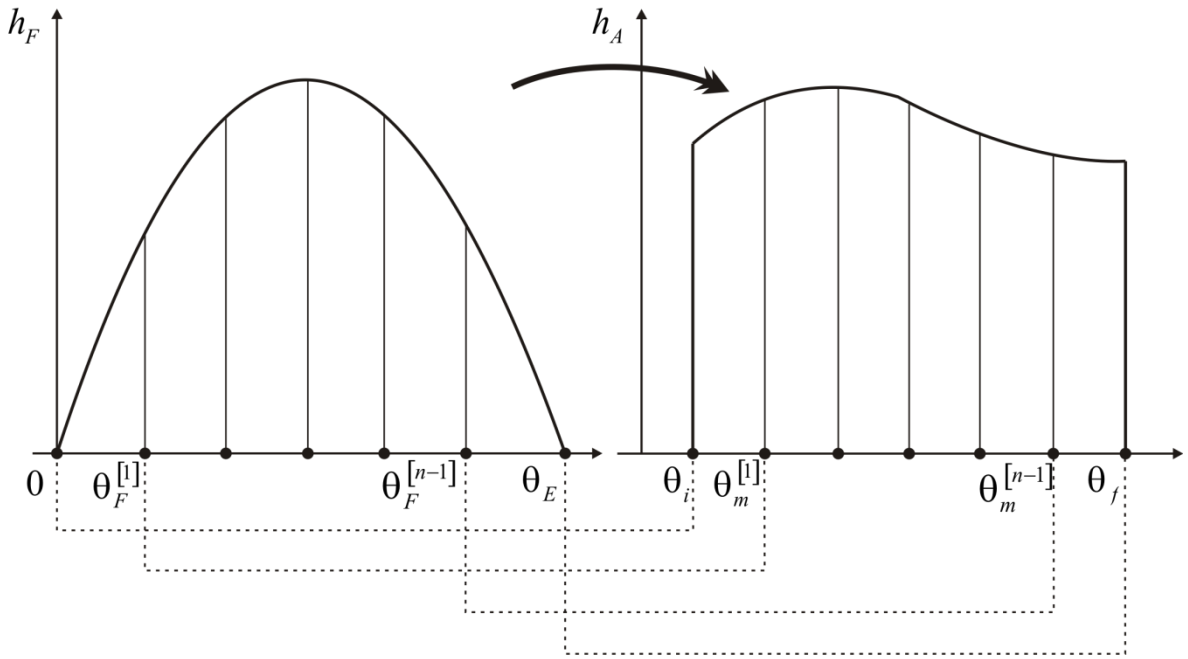


Figura 2-9 Estrutura quantitativa do mapeamento

$$h_A(\theta) = G_A(\theta) \sin(\theta) \quad (2-67)$$

A área de cada segmento é definida como a área sob a curva entre dois limites consecutivos. Por exemplo, a área do primeiro segmento da função $h_F(\theta_F)$ é área sob a curva entre os limites 0 (zero) e $\theta_F^{[1]}$. Tendo em vista que tanto a área como os limites de cada segmento da função $h_F(\theta_F)$ são conhecidos, é feita a comparação da área do primeiro segmento desta função com a área do primeiro segmento da função $h_A(\theta)$, cujo limite inicial é conhecido (θ_i) e o limite consecutivo será determinado. Tal limite será obtido obrigando o algoritmo a executar uma serie de operações de tal forma que a área do segmento da função $h_A(\theta)$ fique igual à área do segmento da função $h_F(\theta_F)$. Um dos principais aspectos positivos desse algoritmo é que se pode controlar a acurácia da solução executando-o sucessivas vezes até obter o nível de precisão desejado.

2.5.1 Primeira Iteração

Inicialmente o algoritmo faz a discretização da função em intervalos iguais definidos da seguinte forma:

$$\Delta\theta_F = \frac{\theta_E}{M-1} \quad (2-68)$$

onde θ_E é o ângulo de borda do sub-refletor e M é o número de pontos definidos no mapeamento. Ao definir o número de pontos do mapeamento (M) estaremos definindo também o número de raios mapeados e, conseqüentemente, a precisão dos resultados. Ao segmentar a função $h_F(\theta_F)$, os limites de cada domínio podem ser obtidos através de:

$$\theta_F^{[n]} = \theta_F^{[n-1]} + \Delta\theta_F \quad (2-69)$$

Em (2-69) o índice entre colchete e sobrescrito $[n]$ é referência do domínio de integração. Por exemplo, na equação (2-70), no termo $\theta_F^{[1]}$ ($n=1$) faz-se referência ao primeiro limite definido da função $h_F(\theta_F)$, como mostra a Figura 2-9. Conhecidos os limites, a área do primeiro intervalo $[0, \theta_F^{[1]}]$ é obtida através de:

$$I_F(\theta_F) = \int_0^{\theta_F^{[1]}} h_F(\theta_F) d\theta_F \quad (2-70)$$

onde $I_F(\theta_F)$ representa o valor da área do primeiro intervalo e $\theta_F^{[1]}$ é o limite superior do primeiro domínio de integração, como ilustrado na Figura 2-9. Substituindo (2-70) em (2-61):

$$I_F(\theta_F) = N \int_{\theta_i}^{\theta_m^{[1]}} h_A(\theta) d\theta \quad (2-71)$$

onde θ_i é o limite de integração inicial e $\theta_m^{[1]}$ o limite de integração final do primeiro intervalo da função $h_A(\theta)$ na m -ésima iteração (observe a Figura 2-9). Em (2-71) a integral $I_F(\theta_F)$ é conhecida, mas o limite de integração $\theta_m^{[1]}$ não. Se considerarmos um ângulo θ_0 muito próximo da solução $\theta_m^{[1]}$, define-se a integral $I_A(\theta_0)$ da seguinte forma:

$$I_A(\theta_0) = N \int_{\theta_i}^{\theta_0} h_A(\theta) d\theta \quad (2-72)$$

onde $\theta_m^{[1]}$ na primeira iteração ($m = 1$) é dado por

$$\theta_1^{[1]} = \theta_0 + \Delta\theta_1^{[1]} \quad (2-73)$$

onde $\theta_1^{[1]}$ é o limite de integração do primeiro intervalo da função $h_A(\theta)$ na primeira iteração do algoritmo e $\Delta\theta_1^{[1]}$ é a diferença entre o limite de integração anterior (θ_0) e o limite de integração da iteração atual ($\theta_1^{[1]}$). Substituindo (2-73) em (2-71) e expandindo tem-se que:

$$N \int_{\theta_i}^{\theta_0 + \Delta\theta_1^{[1]}} h_A(\theta) d\theta = N \int_{\theta_i}^{\theta_0} h_A(\theta) d\theta + N \int_{\theta_0}^{\theta_0 + \Delta\theta_1^{[1]}} h_A(\theta) d\theta \quad (2-74)$$

Substituindo (2-72) em (2-74)

$$I_F(\theta_F) = I_A(\theta_0) + N \int_{\theta_0}^{\theta_0 + \Delta\theta_1^{[1]}} h_A(\theta) d\theta \quad (2-75)$$

A equação (2-75) pode ser reescrita como:

$$\Delta I_1^{[1]} + N \int_{\theta_0}^{\theta_0 + \Delta\theta_1^{[1]}} h_A(\theta) d\theta = 0 \quad (2-76)$$

onde

$$\Delta I_1^{[1]} = I_A(\theta_0) - I_F(\theta_F) \quad (2-77)$$

Analisando a equação (2-77) pode-se notar que $\Delta I_1^{[1]}$ é a área resultante da diferença entre a área do primeiro segmento da função $h_F(\theta_F)$ e a área do primeiro intervalo da função $h_A(\theta)$, como mostrado na Figura 2-10. É possível perceber que a precisão da solução está relacionada ao valor de $\Delta I_1^{[1]}$, ou seja, quanto menor o seu valor, mais

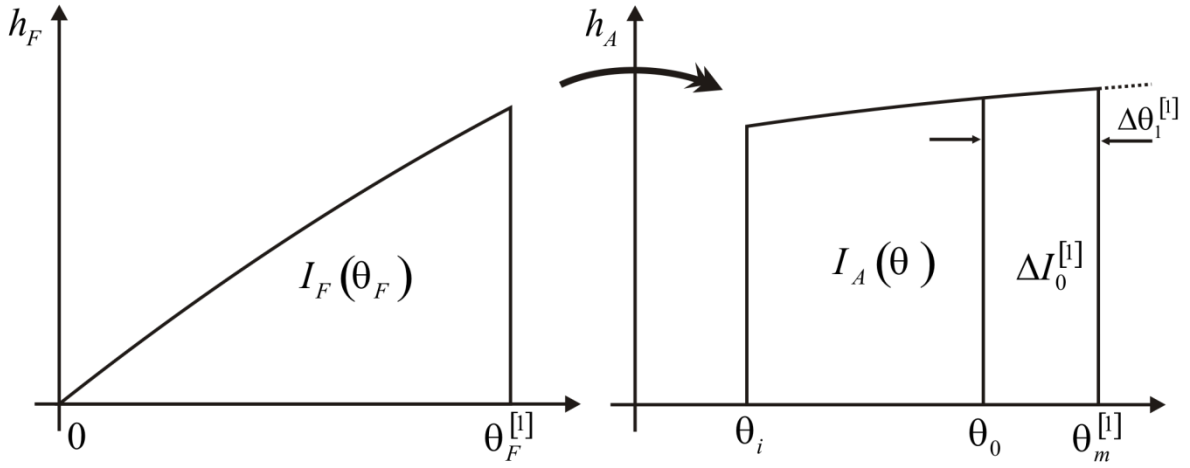


Figura 2-10 Segmentos de área da primeira iteração

próxima a solução proposta θ_0 estará da solução correta $\theta_m^{[1]}$. Se a diferença $\Delta\theta_1^{[1]}$ entre a solução correta e a aproximada for pequena, a integral em (2-76) pode ser expandida na seguinte série de Taylor [31]:

$$N \int_{\theta_0}^{\theta_0 + \Delta\theta_1^{[1]}} h_A(\theta) d\theta \approx F(\theta_0) + F'(\theta_0) \Delta\theta_1^{[1]} + F''(\theta_0) \frac{\Delta^2 \theta_1^{[1]}}{2} + \dots \quad (2-78)$$

onde

$$F(\theta_0) = 0 \quad (2-79)$$

$$F'(\theta_0) = N [G_A(\theta_0) \sin \theta_0] \quad (2-80)$$

$$F''(\theta_0) = N [G_A'(\theta_0) \sin \theta_0 + G_A(\theta_0) \cos \theta_0] \quad (2-81)$$

Substituindo (2-78) e (2-79) em (2-76)

$$\Delta I_1^{[1]} + F'(\theta_0) \Delta\theta_1^{[1]} + F''(\theta_0) \frac{\Delta^2 \theta_1^{[1]}}{2} = 0 \quad (2-82)$$

O valor de $\Delta\theta_1^{[1]}$, obtido extraíndo-se a raiz positiva da equação (2-82), é o incremento da solução $\theta_2^{[1]}$ na próxima iteração do algoritmo. Logo:

$$\Delta\theta_2^{[1]} = -\frac{F'(\theta_0)}{F''(\theta_0)} + \sqrt{\left(\frac{F'(\theta_0)}{F''(\theta_0)}\right)^2 - 2\left(\frac{\Delta I_1^{[1]}}{F''(\theta_0)}\right)} \quad (2-83)$$

A segunda iteração é iniciada com a determinação de $\theta_2^{[1]}$, utilizando para isso a solução anterior (neste caso $\theta_1^{[1]}$) e o $\Delta\theta_2^{[1]}$ obtido na primeira iteração:

$$\theta_2^{[1]} = \theta_1^{[1]} + \Delta\theta_2^{[1]} \quad (2-84)$$

Executados os mesmos procedimentos da primeira iteração, mostra-se que:

$$\Delta I_2^{[1]} + N \int_{\theta_1^{[1]}}^{\theta_1^{[1]} + \Delta\theta_2^{[1]}} h_A(\theta) d\theta = 0 \quad (2-85)$$

onde

$$\Delta I_2^{[1]} = I_A(\theta_0) + I_A(\theta_1^{[1]}) - I_F(\theta_F) \quad (2-86)$$

A diferença $\Delta I_2^{[1]}$ entre a área da solução aproximada e da solução correta, nesta iteração, é menor do que a anterior ($\Delta I_2^{[1]} \leq \Delta I_1^{[1]}$), uma vez que o ângulo θ_0 proposto como solução aproximada na primeira iteração sofreu um acréscimo de $\Delta\theta_2^{[1]}$ [equação (2-84)], ficando mais próximo da solução correta $\theta_m^{[1]}$, como mostrado na Figura 2-11. Mais uma vez, o acréscimo $\Delta\theta$ da iteração seguinte pode ser obtido executando-se os mesmos procedimentos.

$$\Delta\theta_3^{[1]} = -\frac{F'(\theta_1^{[1]})}{F''(\theta_1^{[1]})} + \sqrt{\left(\frac{F'(\theta_1^{[1]})}{F''(\theta_1^{[1]})}\right)^2 - 2\left(\frac{\Delta I_2^{[1]}}{F''(\theta_1^{[1]})}\right)} \quad (2-87)$$

2.5.2 m-ésima Iteração

A determinação de cada solução $\theta_m^{[n]}$ exige uma quantidade iterações executadas pelo algoritmo proporcional à precisão desejada, visto que, a cada ciclo

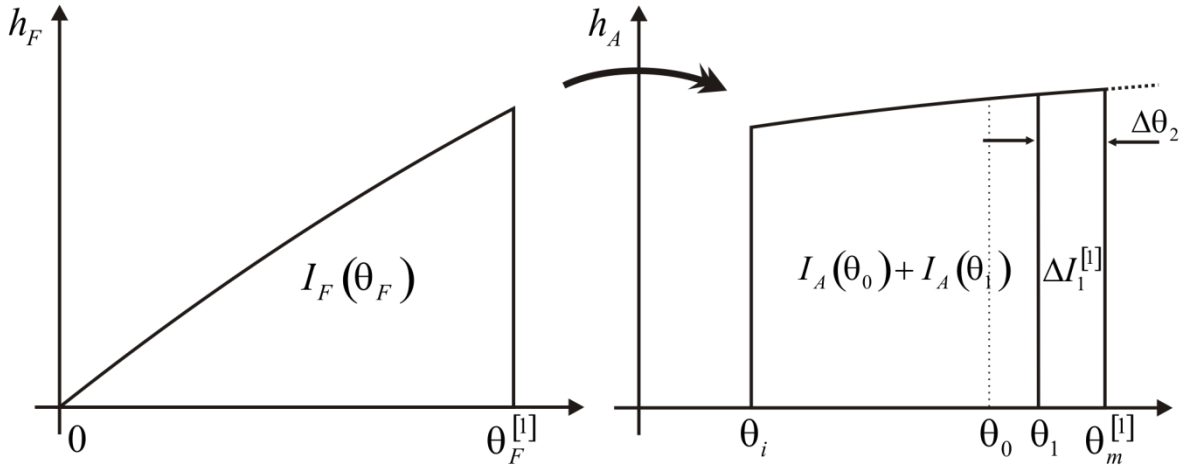


Figura 2-11 Segmentos de área na segunda iteração

executado, a solução proposta se aproxima da solução exata. A condição imposta para que o algoritmo consiga o nível de precisão deseja para solução $\theta_m^{[n-1]}$ e inicie a determinação da solução seguinte $\theta_m^{[n]}$ é dada pela diferença de áreas ΔI que se torna cada vez menor, sendo estabelecido um valor mínimo (neste trabalho utilizou-se 10^{-9}) para tal.

Seguindo os mesmos procedimentos apresentados na Seção 2.5.1 para o primeiro intervalo, o limite de integração para um segmento qualquer $\theta_m^{[n]}$ na m-ésima iteração é dado por:

$$\theta_m^{[n]} = \theta_{m-1}^{[n]} + \Delta \theta_m^{[n]} \quad (2-88)$$

A área de cada intervalo da função $h_F(\theta_F)$ é obtida através de (observe a Figura 2-12):

$$I_F(\theta_F) = \int_{\theta_F^{[n-1]}}^{\theta_F^{[n]}} h_F(\theta_F) d\theta_F \quad (2-89)$$

Aplicando (2-88) em (2-71)

$$I_F(\theta_F) = N \int_{\theta_m^{[n-1]}}^{\theta_{m-1}^{[n]} + \Delta \theta_m^{[n]}} h_A(\theta) d\theta \quad (2-90)$$

Expandindo (2-90), mostra-se que

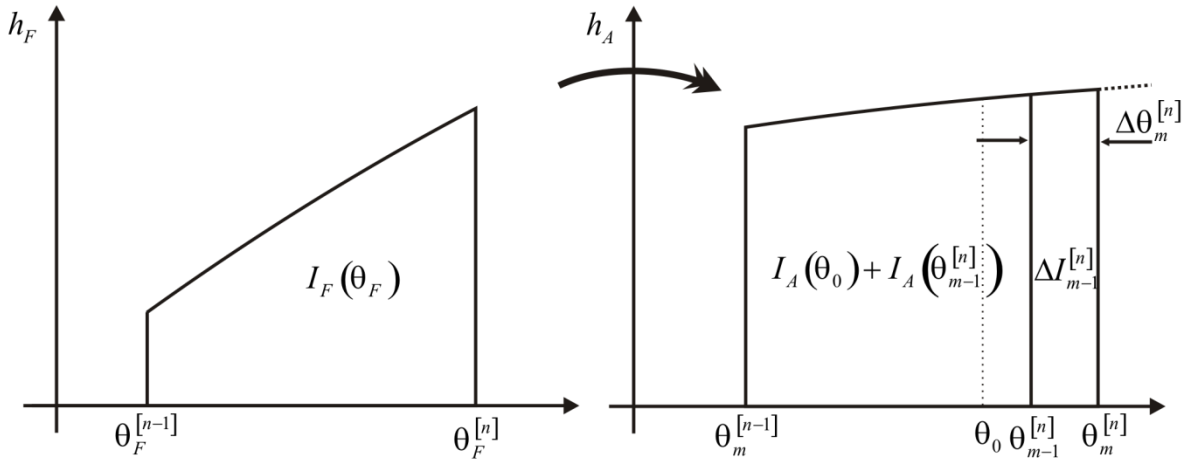


Figura 2-12 Segmentos de área da m-ésima iteração

$$\Delta I_{m-1}^{[n]} + N \int_{\theta_{m-1}^{[n]}}^{\theta_{m-1}^{[n]} + \Delta \theta_m^{[n]}} h_A(\theta) d\theta = 0 \quad (2-91)$$

onde

$$\Delta I_{m-1}^{[n]} = I_A(\theta_0) + I_A(\theta_{m-1}^{[n]}) - I_F(\theta_F) \quad (2-92)$$

Expandindo a integral em (2-91) em serie de Taylor

$$N \int_{\theta_{m-1}^{[n]}}^{\theta_{m-1}^{[n]} + \Delta \theta_m^{[n]}} h_A(\theta) d\theta \approx F(\theta_{m-1}^{[n]}) + F'(\theta_{m-1}^{[n]}) \Delta \theta_m^{[n]} + F''(\theta_{m-1}^{[n]}) \frac{\Delta^2 \theta_m^{[n]}}{2} + \dots \quad (2-93)$$

onde

$$F(\theta_{m-1}^{[n]}) = 0 \quad (2-94)$$

$$F'(\theta_{m-1}^{[n]}) = N \left[G_A(\theta_{m-1}^{[n]}) \text{sen } \theta_{m-1}^{[n]} \right] \quad (2-95)$$

$$F''(\theta_{m-1}^{[n]}) = N \left[G_A'(\theta_{m-1}^{[n]}) \text{sen } \theta_{m-1}^{[n]} + G_A(\theta_{m-1}^{[n]}) \cos \theta_{m-1}^{[n]} \right] \quad (2-96)$$

Substituindo a integral em (2-91) pela expansão em (2-93) e isolando $\Delta \theta_m^{[n]}$ tem-se:

$$\Delta\theta_m^{[n]} = -\frac{F'(\theta_{m-1}^{[n]})}{F''(\theta_{m-1}^{[n]})} + \sqrt{\left(\frac{F'(\theta_{m-1}^{[n]})}{F''(\theta_{m-1}^{[n]})}\right)^2 - 2\left(\frac{\Delta I_{m-1}^{[n]}}{F''(\theta_{m-1}^{[n]})}\right)} \quad (2-97)$$

É importante relatar duas possíveis situações em que o algoritmo não gera uma solução correta. A primeira delas é quando ΔI , que por definição [observe a equação (2-92)] deve ser um número real e negativo, torna-se positivo. Isso acontece quando a função $h_F(\theta_F)$ é estritamente crescente e a função $h_A(\theta_A)$ passa por um ponto de inversão, tornando-se estritamente decrescente. Nesta situação o acréscimo $\Delta\theta_m^{[n]}$ somado à solução anterior ($\theta_{m-1}^{[n]}$) é muito grande e o valor atual de $\theta_m^{[n]}$ torna-se maior do que a solução exata, impossibilitando a convergência da solução. A outra situação é quando a derivada segunda $[F''(\theta_{m-1}^{[n]})]$ torna-se negativa ou muito próxima de zero. A alternativa proposta para solução de ambos os problemas é uma redefinição na forma como é calculado o $\Delta\theta_m^{[n]}$ nas situações onde os esses problemas ocorrem. Nestas situações, utiliza-se

$$\Delta\theta_m^{[n]} = -\frac{\Delta I_{m-1}^{[n]}}{F'(\theta_{m-1}^{[n]})} \quad (2-98)$$

ao invés de (2-97). Em termos práticos, o que o algoritmo faz é identificar as situações onde $\Delta I < 0$ ou $F'' < 10^{-9}$ e, nestes casos, calcular $\Delta\theta_m^{[n]}$ utilizando (2-98), que garantirá que o acréscimo dado à solução anterior ($\theta_{m-1}^{[n]}$) seja pequeno suficiente para não gerar $\Delta I > 0$, garantindo a convergência.

Um aspecto positivo proporcionado por este algoritmo é o fato de ele já estar preparado para a solução da equação de mapeamento nas duas situações possíveis, ou seja, quando $\theta_i < \theta_f$, gerando uma cáustica real, e quando $\theta_i > \theta_f$, gerando uma cáustica virtual. Entretanto, é necessário que se leve em conta o sinal da constante de normalização N . Nos casos onde $\theta_i < \theta_f$ a constante de normalização será positiva ($N > 0$) e para $\theta_i > \theta_f$ será negativa ($N < 0$).

O algoritmo apresentado mostrou-se uma ótima ferramenta para a solução da Equação de Mapeamento (2-61), proporcionando um ótimo nível de precisão em poucas iterações (quatro iterações em média para ΔI mínimo de 10^{-9}). O único problema observado em usar este tipo de solução é a obrigatoriedade de se trabalhar com a forma analítica da função $G_A(\theta')$, uma vez que é necessária a derivada $G'_A(\theta')$ na determinação de $\Delta\theta_m^{[n]}$ [observe a equação (2-96)], fazendo com que o algoritmo de modelagem perca um pouco de sua generalidade. O código desenvolvido para solução da equação de mapeamento e as principais funções utilizadas por ele, estão listados no Apêndice B.

2.6 Modelo de Alimentador

No presente trabalho, o alimentador é representado por um diagrama de radiação circularmente simétrico correspondendo à radiação por uma abertura coaxial iluminada pelo modo TEM correspondente [20, 26]:

$$\vec{E}(\theta_F) = G_F(\theta_F) \frac{e^{-jkr_F}}{r_F} \hat{\theta}_F \quad (2-99)$$

onde

$$G_F(\theta) = G_0 \left[\frac{J_0(kr_i \sin \theta) - J_0(kr_e \sin \theta)}{\sin \theta} \right]^2 \quad \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (2-100)$$

e G_0 é um fator de normalização. A equação (2-100) representa a intensidade de radiação de uma abertura coaxial sobre um plano condutor elétrico perfeito onde r_i e r_e representam os raios interno e externo, respectivamente. Em todos os casos de estudo apresentados neste trabalho adota-se $r_i = 0,45\lambda$ e $r_e = 0,9\lambda$. A Figura 2-13 apresenta o diagrama de radiação do modelo de alimentador.

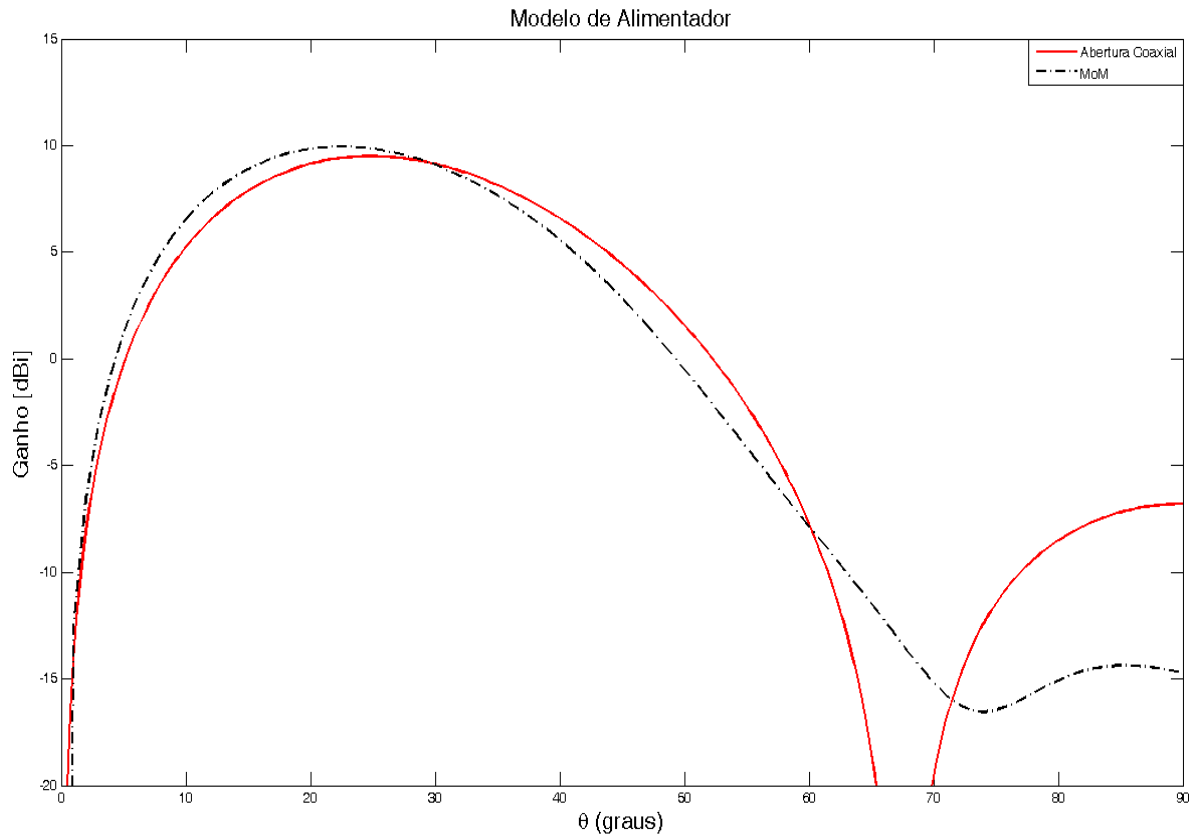


Figura 2-13 Diagrama de radiação do alimentador

2.7 Validação do Algoritmo de Modelagem

O objetivo desta seção é apresentar procedimentos para a validação do algoritmo de modelagem descrito na Seção 2.4. Inicialmente (Seção 2.7.1) será feita uma análise comparando a direção (θ') dos raios após reflexão no refletor modelado obtida através da equação de mapeamento (Seção 2.5) com a direção determinada pela Lei de Snell, dado que se conhece a direção dos raios incidentes θ_s e a superfície refletora.

Na Seção 2.7.2 iremos utilizar o algoritmo de modelagem para projetar antenas clássicas com as mesmas geometrias das antenas apresentadas na Seção 2.3 e posteriormente compará-las entre si. Será mostrado que ao fazermos o mapeamento dos raios com $\theta_i \approx \theta_f$ a superfície gerada é uma parábola com eixo deslocado e, conseqüentemente, os raios são refletidos paralelos entre si.

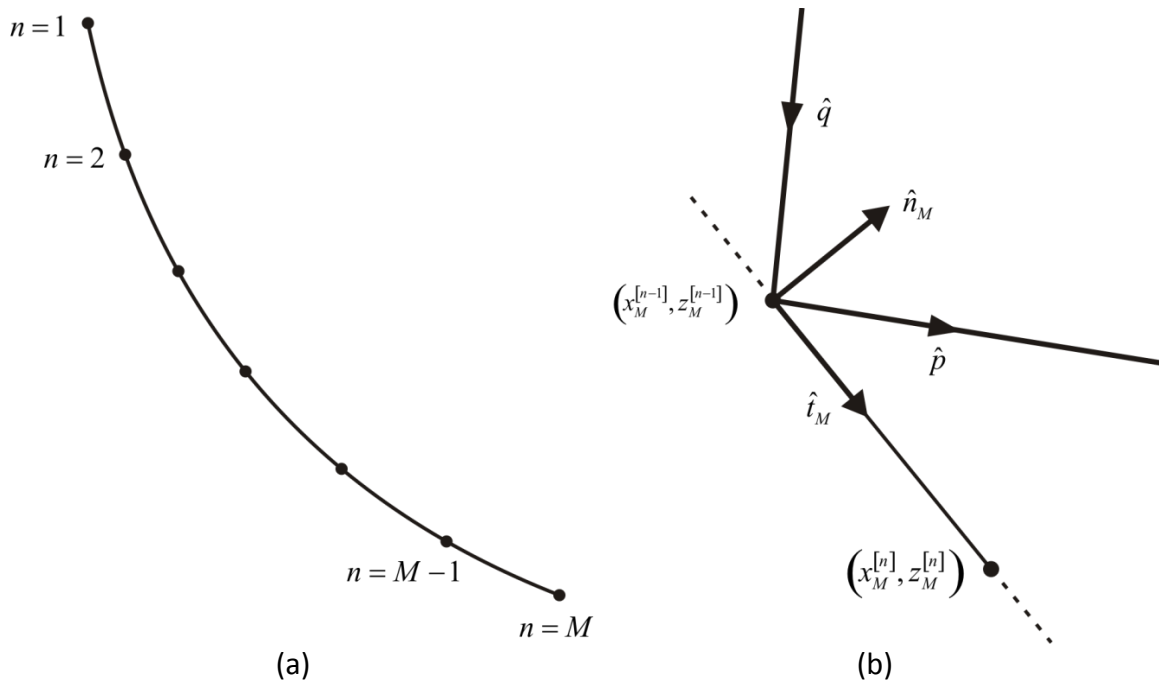


Figura 2-14 (a) Geratriz do refletor modelado, (b) Visão local de um segmento do refletor modelado

2.7.1 Validação do Ângulo de Reflexão

Na Seção 2.5 foi apresentado o algoritmo iterativo desenvolvido para solução da equação de mapeamento, que determina as direções dos raios após a reflexão no refletor modelado. Como forma de validar a solução proposta, iremos aplicar a Lei de Snell para determinar a direção raio refletido θ' uma vez que é conhecida a direção do raio incidente θ_s proveniente do sub-refletor e que a normal à superfície modelada $\hat{n}_M$ pode ser obtida através da geratriz do refletor principal [15].

Seja a superfície modelada formada por $M + 1$ pontos e M segmentos de reta, como pode ser observado na Figura 2-14(a). Localmente podemos considerar cada um dos segmentos como uma superfície condutora elétrica perfeita (i. e., sem perdas) plana [Figura 2-14(b)], permitindo desta forma aplicação da Lei de Snell a cada um dos raios mapeados. O processo tem início com a determinação do vetor normal à superfície modelada:

$$\hat{n}_M = \hat{t}_M \times \hat{\phi} \quad (2-101)$$

onde $\hat{t}_M$ é o vetor tangente à superfície modelada, como ilustrado na Figura 2-14(b). Através das coordenadas do refletor modelado podemos definir o vetor tangente como:

$$\hat{t}_M = t_{M\rho}\hat{\rho} + t_{Mz}\hat{z} \quad (2-102)$$

onde

$$t_{M\rho} = \frac{x_M^{[n]} - x_M^{[n-1]}}{\sqrt{\left(x_M^{[n]} - x_M^{[n-1]}\right)^2 + \left(z_M^{[n]} - z_M^{[n-1]}\right)^2}} \quad (2-103)$$

$$t_{Mz} = \frac{z_M^{[n]} - z_M^{[n-1]}}{\sqrt{\left(x_M^{[n]} - x_M^{[n-1]}\right)^2 + \left(z_M^{[n]} - z_M^{[n-1]}\right)^2}} \quad (2-104)$$

onde $x_M^{[n]}$, $z_M^{[n]}$ representam as coordenadas cartesianas x e z do refletor modelado no ponto correspondente ao n -ésimo raio mapeado e $x_M^{[n-1]}$ e $z_M^{[n-1]}$ são coordenadas cartesianas x e z do ponto anterior. A direção do raio incidente [observe a Figura 2-14(b)] é dada pelo ângulo θ_s e representada pelo seguinte vetor unitário:

$$\hat{q} = \sin \theta_s \hat{\rho} + \cos \theta_s \hat{z} \quad (2-105)$$

Através da Lei de Snell, pode-se determinar a direção do raio refletido $\hat{p}$ [15]:

$$\hat{p} = \hat{q} - 2(\hat{n}_M \cdot \hat{q})\hat{n}_M \quad (2-106)$$

O ângulo (θ) do raio refletido pode ser obtido através de:

$$\theta_{snell} = \arcsen(\hat{p} \cdot \hat{\rho}) = \arccos(\hat{p} \cdot \hat{z}) \quad (2-107)$$

O erro ($\Delta\theta$) será definido como o módulo da diferença entre o ângulo θ' dado pela

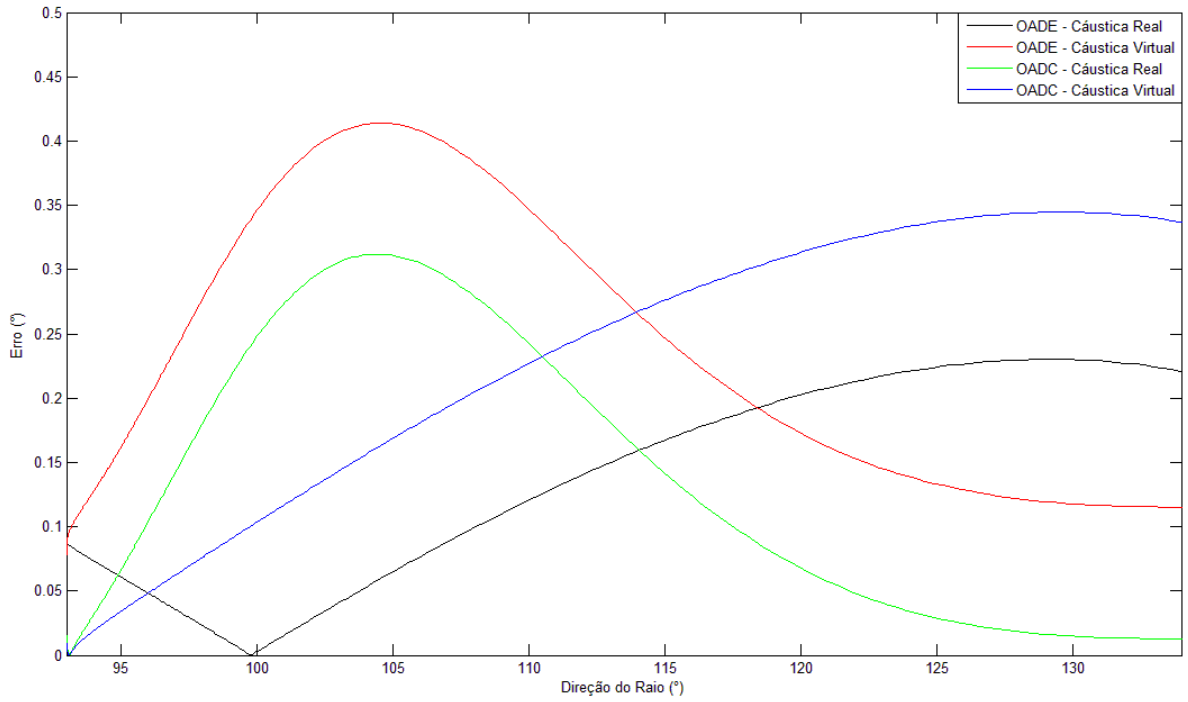


Figura 2-15 Erro absoluto na direção do raio refletido

equação de mapeamento e o ângulo θ_{snell} dado por (2-107):

$$\Delta\theta = |\theta' - \theta_{snell}| \quad (2-108)$$

A Figura 2-15 apresenta o erro observado na síntese dos quatro casos de estudo a serem apresentados e discutidos no Capítulo 4, onde foi utilizado $M = 500$. O erro $\Delta\theta$ diminui à medida que o número de raios mapeado M aumenta. A partir da análise desenvolvida na presente seção, foi possível validar a solução obtida através da equação de mapeamento e concluir que o erro apresentado no processo de síntese é muito pequeno.

2.7.2 Antenas Clássicas

O objetivo desta seção é validar o algoritmo de modelagem através de um caso particular, no qual a resposta é conhecida. A principal diferença entre um refletor gerado por uma parábola e um modelado é que no modelado os raios não são refletidos na mesma direção, ou seja, eles não são paralelos entre si. Entretanto, se modelarmos uma superfície na qual os raios refletidos sejam paralelos, essa superfície

obrigatoriamente deverá ser gerada por uma parábola. Para isso, basta que tenhamos os limites θ_i e θ_f aproximadamente iguais ($\theta_i \approx \theta_f$). Em termos práticos o que será feito é modelar uma superfície para a qual todos os raios refletidos tenham praticamente a mesma direção definida para o refletor clássico ($\theta_i \approx \theta_f = \gamma$).

Analisando a equação (2-55) percebe-se que o termo η dado pela conservação da energia determina o comportamento da direção dos raios refletidos no refletor modelado. Ao fazermos $\theta_i \approx \theta_f$ teremos:

$$\eta \approx \cot\left(\frac{\theta_f}{2}\right) \quad (2-109)$$

Como o objetivo é reproduzir exatamente as mesmas antenas da Seção 2.3, faz então $\theta_i \approx \theta_f = \gamma$ para obtermos o mesmo sub-refletor. Logo:

$$\eta \approx \eta_\gamma = \cot\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (2-110)$$

Substituindo (2-110) em (2-55)

$$\frac{\partial L(\eta_s)}{\partial \eta_s} = \frac{2}{\eta_\gamma - \eta_s} \quad (2-111)$$

onde η_γ tem valor constante. Integrando (2-111):

$$L(\eta_s) = \ln\left[\frac{1}{(\eta_\gamma - \eta_s)^2}\right] + C \quad (2-112)$$

onde a constante C define qual das soluções é a correta para o problema em questão. Substituindo (2-112) em (2-56):

$$\vec{r}_M(\theta_s) = \left[x_p + C \frac{2\eta_s}{(\eta_\gamma - \eta_s)^2} \right] \hat{x} + \left[z_p + C \frac{(\eta_s^2 - 1)}{(\eta_\gamma - \eta_s)^2} \right] \hat{z} \quad (2-113)$$

que pode ser reescrita como

$$\vec{r}_M(\theta_s) - \vec{P} = C \left[\frac{2\eta_s}{(\eta_\gamma - \eta_s)^2} \hat{x} + \frac{(\eta_s^2 - 1)}{(\eta_\gamma - \eta_s)^2} \hat{z} \right] \quad (2-114)$$

Para determinar qual das soluções é a desejada, iguala-se o vetor que descreve o refletor principal (2-56) ao vetor que localiza o ponto P_2 (2-3). Logo:

$$C = \left(\frac{D_B - 2x_p}{4\eta_s} \right) (\eta_\gamma - \eta_s)^2 = \left(\frac{z_B - z_p}{\eta_s^2 - 1} \right) (\eta_\gamma - \eta_s)^2 \quad (2-115)$$

Substituindo (2-115) em (2-114)

$$\vec{r}_M(\theta_s) - \vec{P} = \left(\frac{D_B - 2x_p}{2\eta_s} \right) \left[\eta_s \hat{x} + \frac{(\eta_s^2 - 1)}{2} \hat{z} \right] \quad (2-116)$$

Ao compararmos as equações (2-6) e (2-7) com (2-116) percebemos que esta representa um parabolóide com eixo deslocado correspondendo ao refletor principal clássico. As diferenças apresentadas ocorrem pelo fato de (2-6) e (2-7) estarem em sistemas de coordenadas diferentes (observe nas direções unitárias). Para avaliar os resultados fornecidos pelo do algoritmo de modelagem iremos estudar as antenas apresentadas na Seção 2.3 e comparar com os resultados obtidos através da formulação para configurações clássicas descrita na Seção 2.2.

Inicialmente será apresentado o refletor obtido a partir das dimensões definidas na Seção 2.3.1: a distância entre a origem e o vértice $V_s = 7,64\lambda$, o diâmetro do refletor principal $D_M = 17,56\lambda$, a coordenada z da borda interna do refletor principal $z_B = 0$, o diâmetro da abertura central $D_B = 2,4\lambda$, a largura da abertura cônica $W_A = 7\lambda$ e o ângulo entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz

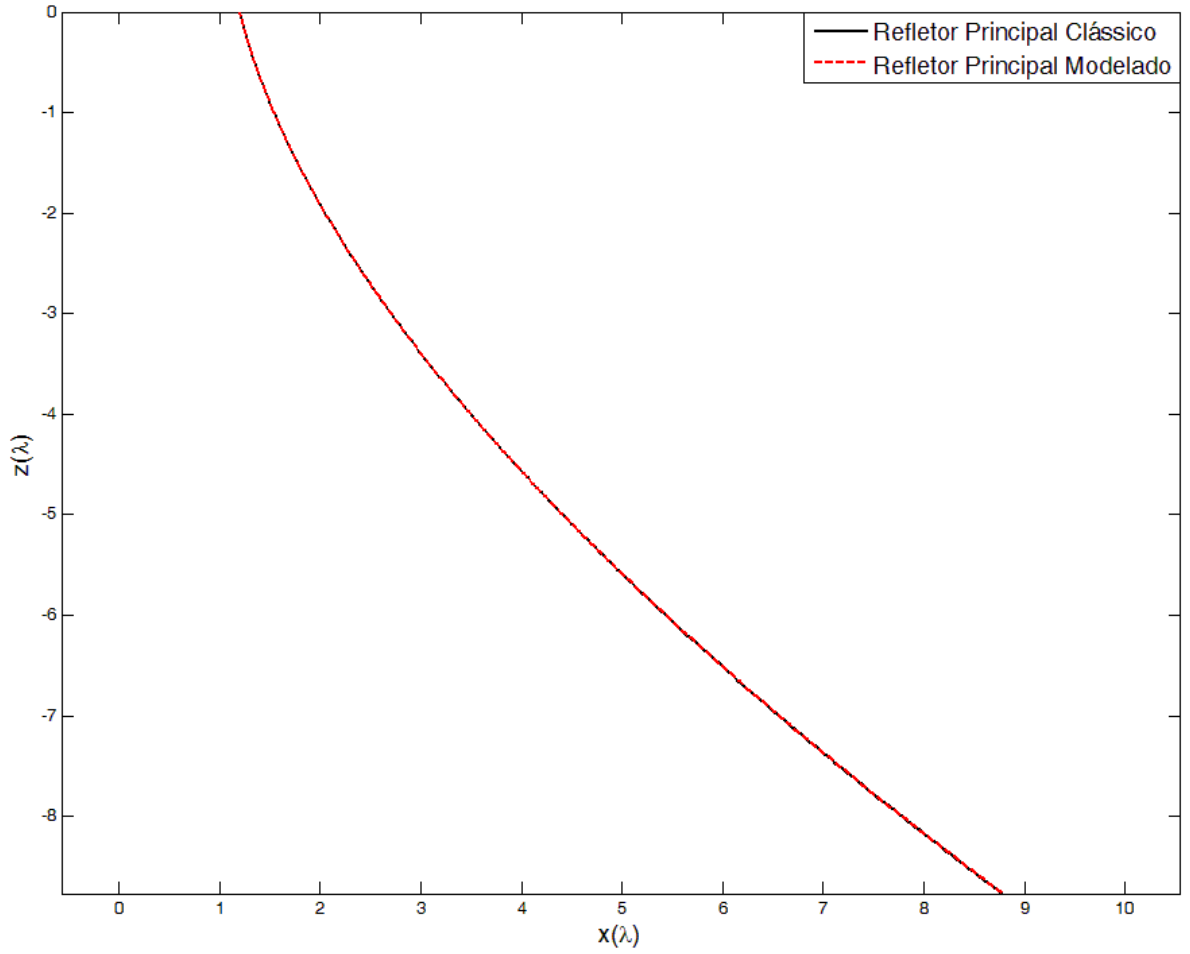


Figura 2-16 OADE: Refletor principal clássico e modelado

$\theta_i \approx \theta_f = \gamma = 102^\circ$. A Figura 2-16 mostra as geratrizes da superfície clássica e da modelada. Como esperado, as duas superfícies são praticamente iguais.

De forma análoga, iremos considerar agora as dimensões da antena estudada na Seção 2.3.2: a distância entre a origem e o vértice $V_s = 8,46\lambda$, o diâmetro do refletor principal $D_M = 17,56\lambda$, a coordenada z da borda interna do refletor principal $z_B = 0$, o diâmetro da abertura central $D_B = 2,4\lambda$, a largura da abertura cônica $W_A = 7\lambda$ e o ângulo entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz $\theta_i \approx \theta_f = \gamma = 102^\circ$. A Figura 2-17 mostra as geratrizes da superfície clássica e da modelada. Como esperado, as duas superfícies são praticamente iguais.

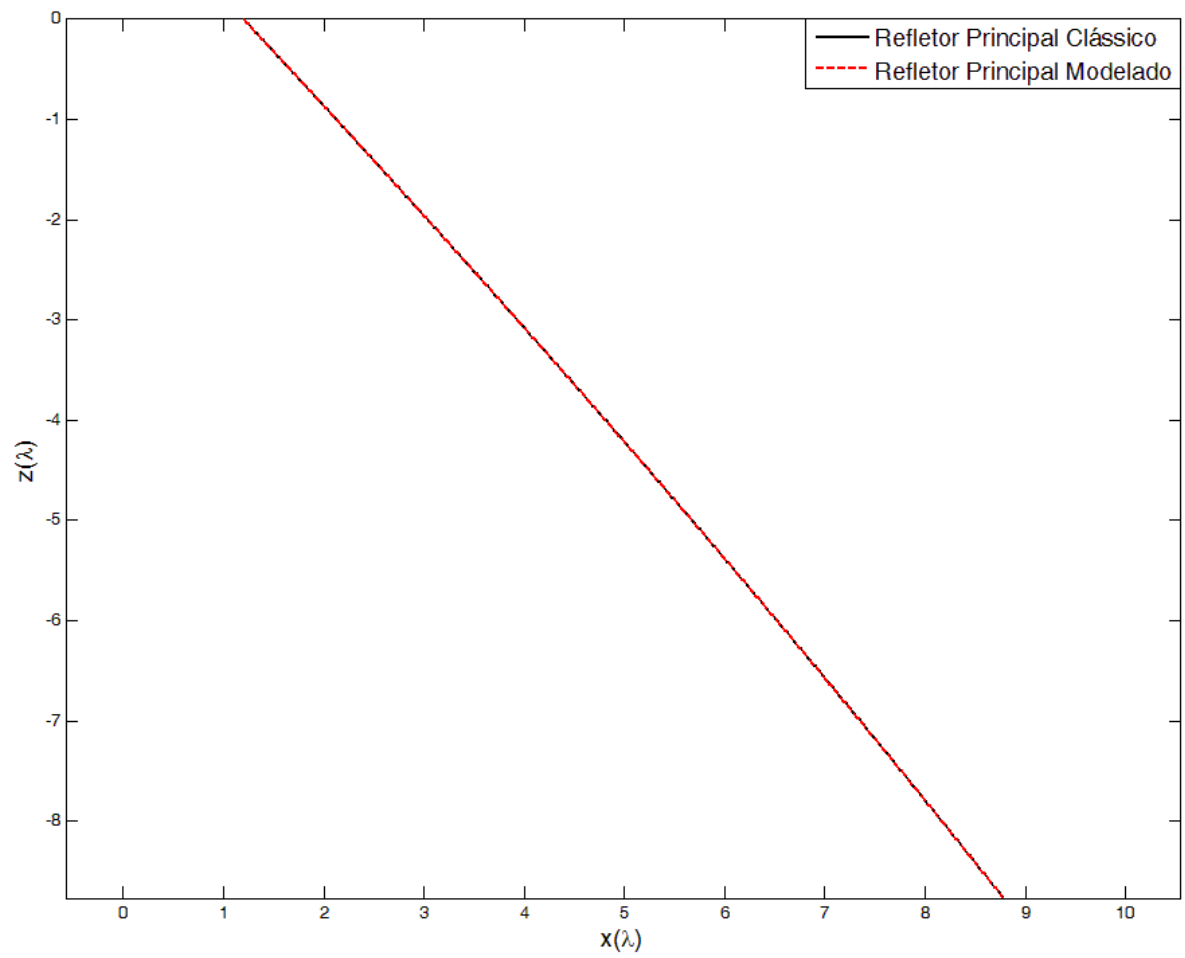


Figura 2-17 OADC: Refletor principal clássico e modelado

3 MÉTODOS DE ANÁLISE

3.1 Introdução

Após realizar a modelagem do refletor principal através do algoritmo apresentado no Capítulo 2, partiremos para análise do diagrama de radiação das antenas sintetizadas. Neste trabalho será adotado o Método da Abertura (*ApM - Aperture Method*) para determinação do campo elétrico na região de campo distante da antena. Entretanto devemos conhecer antes o campo na abertura, e para tal serão utilizados os princípios da Óptica Geométrica (*GO - Geometrical Optics*) e conceitos de conservação de energia. Para avaliar os resultados obtidos, iremos comparar os diagramas de radiação obtidos com os gerados pelo Método de Momentos (*MoM - Method of Moments*). Através dessa comparação será possível avaliar os efeitos que as aproximações inerentes às técnicas utilizadas causam no diagrama de radiação.

Neste trabalho, o método escolhido para a determinação do diagrama de radiação tem como principais vantagens a facilidade de implementação e o tempo de processamento. Entretanto, ao utilizarmos a GO para determinar o campo na abertura estaremos desprezando a parcela de campo gerada por fenômenos difrativos, efeitos de acoplamento eletromagnético e as contribuições do campo próximo. As consequências disto poderão ser observadas ao compararmos os resultados obtidos com os resultados gerados pelo MoM.

Na Seção 3.2 será apresentada a formulação desenvolvida para determinar o campo sobre a abertura. Inicialmente, será determinado o campo da GO para uma abertura cilíndrica (observe a Figura 1-7) e, posteriormente, para uma abertura conformada a superfície do refletor principal (observe a Figura 1-8). Será mostrado que o ApM com abertura cilíndrica (*ApM-CI*) só é válido para os casos onde o mapeamento dos raios gera uma cáustica virtual. Para os casos onde a cáustica é real, conforme ilustrado nas Figuras 3-1 (a) e (b), utilizaremos o Método da Abertura com abertura conformada (*ApM-CO*). Na Seção 3.3 serão apresentados os diagramas de radiação das antenas sintetizadas na Seção 2.3, comparando-os com os obtidos pelo MoM.

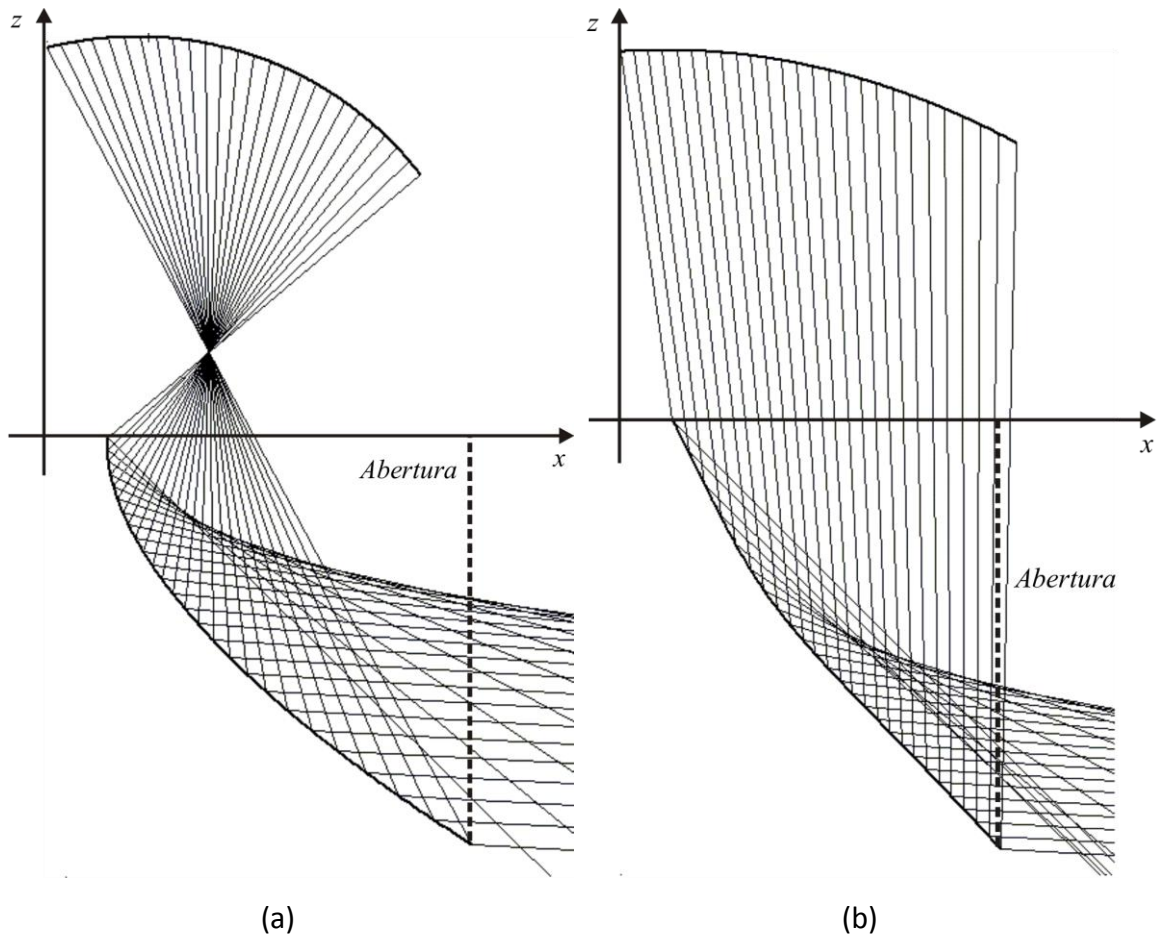


Figura 3-1 (a) OADE com cáustica real, (b) OADC com cáustica real

3.2 Campo na Abertura

A análise dos refletores sintetizados pelo algoritmo de modelagem será feita através do ApM, sendo adotada inicialmente uma abertura cilíndrica (ApM-CI) e posteriormente uma abertura conformada à superfície do refletor principal (ApM-CO). Entretanto, antes de aplicar estes métodos é necessário determinar o campo na abertura. A determinação de tal campo será feita utilizando princípios da GO e conceitos de conservação da energia, dado que se conhece o diagrama de radiação $G_A(\theta)$ sintetizado no campo distante e o diagrama $G_F(\theta_F)$ do alimentador [20].

3.2.1 Abertura Cilíndrica

É importante enfatizar que a determinação do campo elétrico na abertura, quando esta é cilíndrica, só é válida para a opção de mapeamento dos raios que gera uma cáustica virtual. Nos casos onde a cáustica é real não é possível, através da GO, a

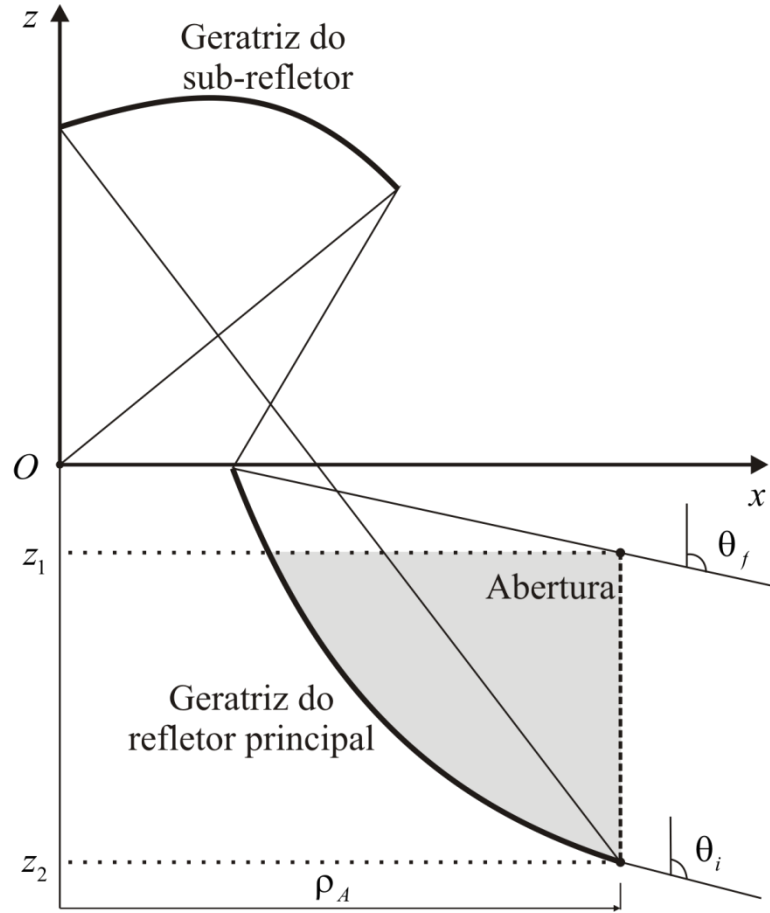


Figura 3-2 Limites da abertura cilíndrica

correta determinação do campo elétrico na abertura, uma vez que esta é cortada pela cáustica, como mostram as Figuras 3-1 (a) e (b). Consequentemente, nesta seção será abordado somente o caso onde a cáustica é virtual, deixando para a Seção 3.3.2 a análise dos casos onde o mapeamento gera uma cáustica real.

A determinação do campo elétrico na abertura tem início com a definição da abertura cilíndrica, sendo esta definida com raio ρ_A igual ao raio da borda externa do refletor principal, como ilustra a Figura 3-2. A potência total radiada pela fonte imediatamente antes da abertura é obtida pela integração de fluxo de potência através da superfície cilíndrica [11]:

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} \vec{W}_{rad} \cdot \hat{n} \, ds' \quad (3-1)$$

onde z_1 e z_2 são os limites de integração que definem o domínio da abertura, como

mostra a Figura 3-2. Tais limites de integração são obtidos através da projeção do primeiro e do último raio mapeados (dados pelos ângulos θ_i e θ_f , respectivamente) sobre a abertura cilíndrica. O vetor unitário $\hat{n}$ é a normal a superfície e ds' é o infinitésimo de área sobre a abertura (observe a Figura 3-3). A densidade de potência da frente de onda $\vec{W}_{rad}$ é dada por

$$\vec{W}_{rad} = \frac{1}{2Z_0} |E_A(\theta', \phi')|^2 \hat{k} \quad (3-2)$$

onde $|E_A(\theta', \phi')|$ é o módulo do campo elétrico na abertura, Z_0 é a impedância intrínseca do meio e $\hat{k}$ é a direção dos raios após a reflexão sobre o refletor principal. Para a abertura cilíndrica

$$\hat{n} = \hat{\rho}' \quad (3-3)$$

$$ds' = \rho' d\phi' dz' \quad (3-4)$$

onde

$$\rho' = \rho_A \quad (3-5)$$

Substituindo (3-2), (3-3) e (3-4) em (3-1):

$$P_{rad} = \frac{1}{2Z_0} \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} |E_A(\theta', \phi')|^2 (\hat{k} \cdot \hat{\rho}') \rho' d\phi' dz' \quad (3-6)$$

O vetor $\hat{k}$ pode ser expresso em componentes cilíndricas como

$$\hat{k} = \sin\theta' \hat{\rho}' + \cos\theta' \hat{z}' \quad (3-7)$$

Consequentemente, o produto escalar em (3-6) é:

$$\hat{k}' \cdot \hat{\rho}' = \text{sen } \theta' \quad (3-8)$$

Substituindo (3-8) em (3-6)

$$P_{rad} = \frac{\rho_A}{2Z_0} \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} |E_A(\theta', \phi')|^2 \text{sen } \theta' dz' d\phi' \quad (3-9)$$

No campo distante a potência é calculada através da intensidade de radiação da antena $G_A(\theta')$, onde

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} G_A(\theta') \text{sen } \theta' d\theta' d\phi' \quad (3-10)$$

Para aplicarmos a conservação da energia, igualando (3-9) a (3-10), é necessário encontrar a relação entre dz' e $d\theta'$. Seja o tubo de raios ilustrado na Figura 3-3. No limite em que $d\alpha$ tende a zero, o arco dl torna-se um segmento de reta que pode ser expresso como:

$$dl = r_c d\alpha \quad (3-11)$$

onde o raio r_c é definido como a distância entre abertura (ponto A) e cáustica (ponto C), que pode ser determinada através do prolongamento dos raios, como mostra a Figura 3-3. Observando a projeção do segmento dl sobre dz , tem-se que:

$$dl = dz' \cos \alpha \quad (3-12)$$

Logo, substituindo (3-12) em (3-11):

$$dz' \cos \alpha = r_c d\alpha \quad (3-13)$$

Como pode ser observado na Figura 3-3,

$$\alpha = \theta' + \pi/2 \quad (3-14)$$

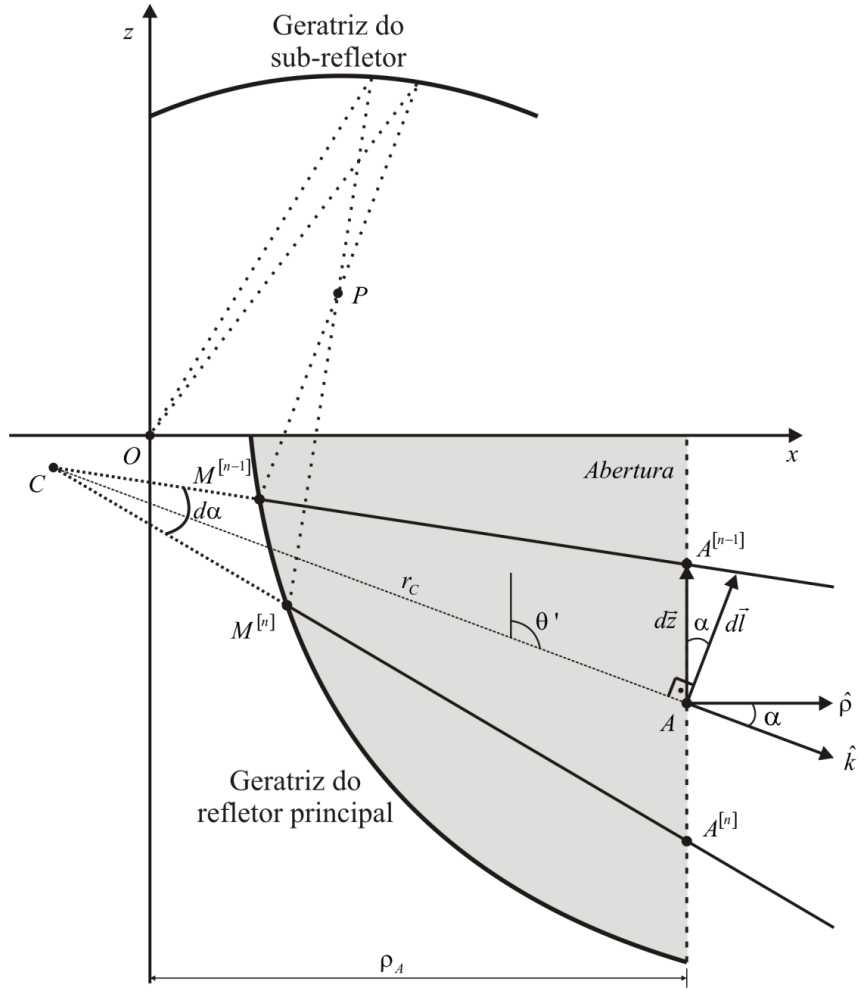


Figura 3-3 Tubo de raios da GO

Então

$$dz' = \frac{r_c}{\sin \theta'} d\theta' \quad (3-15)$$

Substituindo (3-15) em (3-9):

$$P_{rad} = \frac{\rho_A}{2Z_0} \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} |E_A(\theta', \phi')|^2 r_c d\theta' d\phi' \quad (3-16)$$

Igualando os integrandos de (3-16) e (3-10):

$$|E_A(\theta', \phi')|^2 = \frac{2Z_0}{\rho_A r_c} G_A(\theta') \sin \theta' \quad (3-17)$$

Para determinar o raio r_c é necessário conhecer a localização da cáustica (que neste caso é virtual). Determinaremos a localização dos pontos sobre a cáustica através do prolongamento dos raios “atrás” do refletor principal, como ilustrado na Figura 3-3. Cada ponto da cáustica é dado pela interseção de dois segmentos de retas prolongados a partir do refletor modelado e com a mesma direção do raio mapeado correspondente. Em razão disto, a inclinação do segmento de reta e a localização do ponto onde ela intercepta o refletor modelado são conhecidos. Com ajuda da Figura 3-3 pode-se obter as equações das retas $\overline{CM}^{[n-1]}$ e $\overline{CM}^{[n]}$:

$$x_M^{[n-1]} - x_C = \tan(\theta^{[n-1]})(z_M^{[n-1]} - z_C) \quad (3-18)$$

$$x_M^{[n]} - x_C = \tan(\theta^{[n]})(z_M^{[n]} - z_C) \quad (3-19)$$

onde $x_M^{[n]}$, $z_M^{[n]}$ representam as coordenadas cartesianas x e z do refletor modelado no ponto correspondente ao n -ésimo raio mapeado, $x_M^{[n-1]}$, $z_M^{[n-1]}$ representam as coordenadas cartesianas x e z do ponto anterior e $\theta^{[n-1]}$ e $\theta^{[n]}$ representam as direções dos raios consecutivos. Ainda nas equações (3-18) e (3-19) define-se x_C , z_C como as coordenadas cartesianas x e z da cáustica (observe a Figura 3-3). É importante ressaltar que o índice M subscrito [equações (3-18) e (3-19)] é indicação de que a coordenada em questão é do refletor modelado e o índice n sobrescrito é referente ao mapeamento dos raios. Subtraindo (3-18) de (3-19):

$$z_C = \frac{1}{\tan(\theta^{[n]}) - \tan(\theta^{[n-1]})} \left[(x_M^{[n-1]} - x_M^{[n]}) - z_M^{[n-1]} \tan(\theta^{[n-1]}) + z_M^{[n]} \tan(\theta^{[n]}) \right] \quad (3-20)$$

Obtida a coordena z da cáustica (z_C) através de (3-18) ou (3-19) pode-se obter de forma direta a coordena x_C :

$$x_C = -\tan(\theta^{[n]})(z_M^{[n]} - z_C) + x_M^{[n]} = -\tan(\theta^{[n-1]})(z_M^{[n-1]} - z_C) + x_M^{[n-1]} \quad (3-21)$$

O raio r_c é dado então pelo segmento $\overline{CA}$ (observe a Figura 3-3):

$$r_c^2 = (x_c - x_A)^2 + (z_c - z_A)^2 \quad (3-22)$$

Entretanto, o ponto A não é conhecido; apenas os pontos $A^{[m-1]}$ e $A^{[m]}$. Se considerarmos $d\alpha$ muito pequeno, a distância r_c pode ser aproximada por:

$$r_c^2 \approx (x_c - x_A^{[n]})^2 + (z_c - z_A^{[n]})^2 \approx (x_c - x_A^{[n-1]})^2 + (z_c - z_A^{[n-1]})^2 \quad (3-23)$$

onde

$$x_A^{[n]} = x_A^{[n-1]} = \rho_A \quad (3-24)$$

$$z_A^{[n]} = \frac{\rho_A - x_M^{[n]}}{\tan(\theta^{[n]})} + z_M^{[n]} \quad (3-25)$$

$$z_A^{[n-1]} = \frac{\rho_A - x_M^{[n-1]}}{\tan(\theta^{[n-1]})} + z_M^{[n-1]} \quad (3-26)$$

Através da formulação apresentada é possível determinar de forma aproximada o raio r_c e, conseqüentemente, o módulo do campo na abertura através de (3-17).

Considerando o modelo de alimentador descrito na Seção 2.6, na abertura cilíndrica o vetor campo magnético pode ser expresso com a seguinte polarização [20]:

$$\vec{H}_A(\theta', \phi') = \frac{f_A(z')}{Z_0} \hat{\phi}, \quad (3-27)$$

onde

$$f_A(z') = |E_A(\theta', \phi')| e^{-jkl_0} \quad (3-28)$$

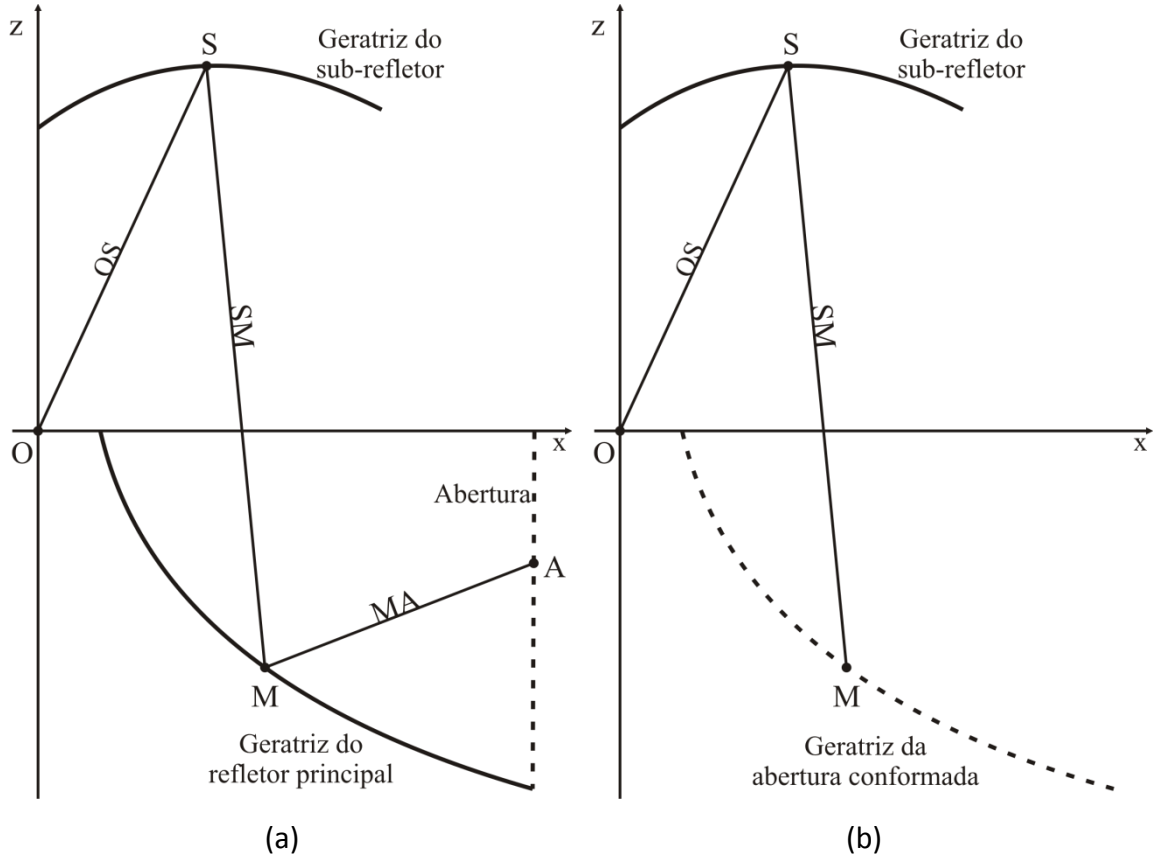


Figura 3-4 (a) Caminho óptico da abertura cilíndrica, (b) caminho óptico da abertura conformada

A amplitude do campo elétrico na abertura ($|E_A(\theta', \phi')|$) é dada por (3-17) e a distancia l_0 ($\overline{OS} + \overline{SM} + \overline{MA}$) é o caminho óptico percorrido pelo raio da fonte à abertura cilíndrica, como mostrado na Figura 3-4a. Pode-se determinar o campo elétrico da onda TEM de forma imediata através de:

$$\vec{E}_A(\theta', \phi') = -Z_0 \left[\hat{k} \times \vec{H}_A(\theta', \phi') \right] \quad (3-29)$$

onde a direção de propagação unitária do raio $\hat{k}$ após a reflexão no refletor principal é dada por (3-7). Substituindo (3-7) e (3-27) em (3-29):

$$\vec{E}_A(\theta', \phi') = f_A(z') \hat{\theta}' \quad (3-30)$$

Como esperado, o campo elétrico na abertura não a componente $\hat{\phi}'$, da mesma maneira que o campo gerado pelo alimentador.

3.2.2 Abertura Conformada

A determinação do diagrama de radiação através do ApM requer que se conheça o campo sobre a abertura. O modelo com abertura cilíndrica (ApM-CI) apresentado na seção anterior apresenta bons resultados nos casos onde o feixe proveniente do refletor principal é colimado, ou seja, para as antenas clássicas. Nos casos onde o refletor é modelado, a definição da abertura cilíndrica pode apresentar problemas, por exemplo, devido à presença de uma cáustica real na frente do refletor. A escolha do raio do cilindro deve ser feita com cuidado, pois pode influenciar nos resultados, como será mostrado. Em virtude disto, é proposta uma nova abertura (conformada) localizada imediatamente após a reflexão sobre o refletor principal. Ao definir esta nova abertura (abertura conformada), os problemas mencionados anteriormente serão solucionados. Nesta nova abordagem, a abertura não mais será cortada pela linha cáustica e, conseqüentemente, o campo elétrico e a abertura poderão ser definidos de forma única seja qual for a opção de mapeamento. O objetivo desta seção é determinar o campo elétrico sobre a abertura conformada (ApM-CO) através dos princípios da GO e, conseqüentemente, determinar do diagrama de radiação em ambas as opções de mapeamento dos raios.

Segundo os princípios da GO [14], o campo elétrico refletido pelo refletor principal corresponde a uma frente de onda astigmática, ou seja, seus raios de curvatura são diferentes nos dois planos principais ($\rho_1 \neq \rho_2$). Imediatamente após a reflexão, esta frente de onda possui raios de curvatura ρ_1 (relativo ao plano de elevação, onde θ' varia e ϕ' é constante) e ρ_2 (plano azimutal, perpendicular ao anterior, onde ϕ' varia e θ' é constante), como apresentado na Figura 3-5. Como ρ_2 é sempre positivo ($\rho_2 > 0$), se $\rho_1 > 0$ a cáustica é virtual e se $\rho_1 < 0$ a cáustica é real.

Seja a potência radiada no campo distante [11]:

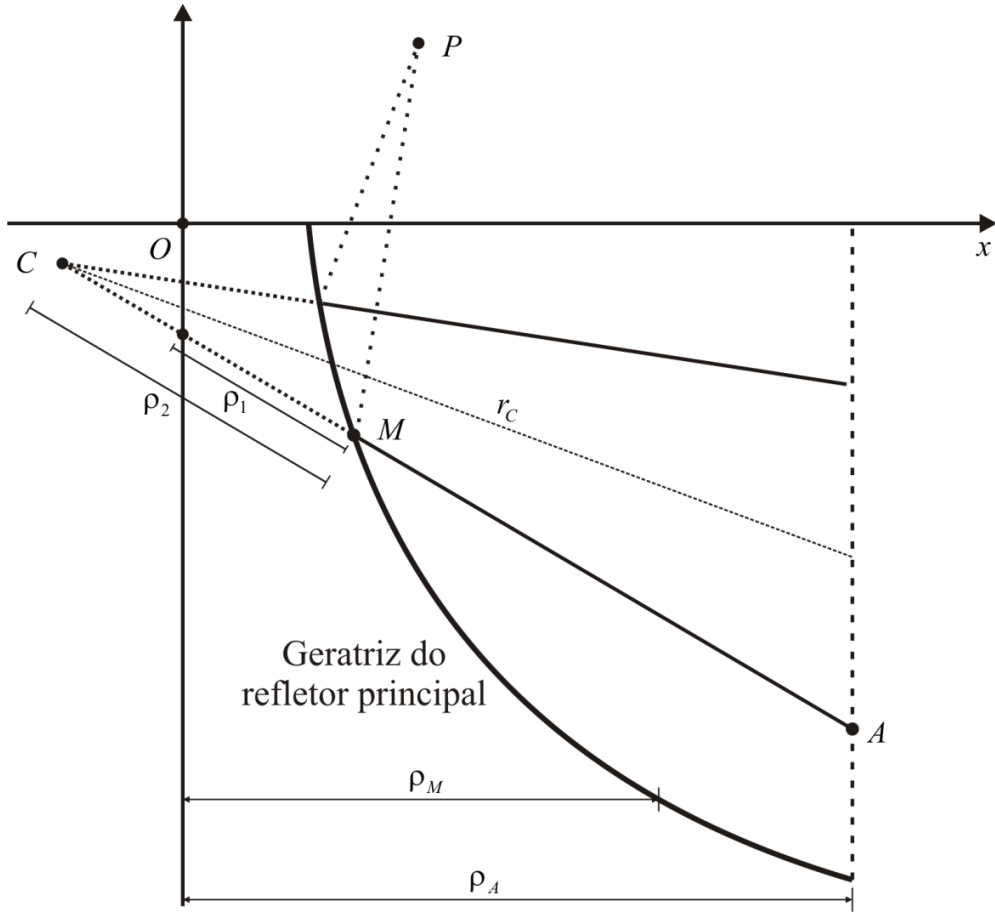


Figura 3-5 Cáustica virtual ($\rho_1 > 0$ e $\rho_2 > 0$)

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} G_A(\theta') \sin \theta' d\theta' d\phi' = \frac{1}{2Z_0} \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} |E(\theta', \phi')|^2 \sin \theta' d\theta' d\phi' \quad (3-31)$$

Igualando os integrandos temos:

$$|E(\theta', \phi')|^2 = 2Z_0 G_A(\theta') \quad (3-32)$$

onde $|E(\theta', \phi')|$ é a amplitude do campo elétrico na região de campo distante.

Segundo os princípios da GO [15]:

$$|E_M(\theta', \phi')| = |E(\theta', \phi')| \sqrt{\frac{s + \rho_1}{\rho_1}} \sqrt{\frac{s + \rho_2}{\rho_2}} \quad (3-33)$$

onde $|E_M(\theta', \phi')|$ é a amplitude do campo elétrico imediatamente após a reflexão no refletor principal, igual a intensidade do campo imediatamente antes da reflexão já que o refletor principal é assumido um condutor elétrico perfeito (i. e., sem perdas). A distância s é dada pelo segmento $\overline{MA}$, como pode ser observado na Figura 3-5. Os raios de curvatura ρ_1 e ρ_2 são dados por:

$$\rho_1 = \frac{\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})}{|\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})|} |\vec{C} - \vec{M}| = r_C - s \quad (3-34)$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_A}{\sin \theta'} - s \quad (3-35)$$

onde

$$\vec{C} = x_C \hat{x} + z_C \hat{z} \quad (3-36)$$

$$\vec{M} = x_M \hat{x} + z_M \hat{z} \quad (3-37)$$

Observe que na equação (3-34) a razão $\frac{\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})}{|\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})|}$ determina o sinal de ρ_1 . Caso a cáustica, localizada pelo vetor $\vec{C}$, se encontre detrás do refletor principal (cáustica virtual), $\frac{\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})}{|\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})|} = 1$ e, conseqüentemente, $\rho_1 > 0$. Caso ela se encontre na parte da frente (cáustica real), $\frac{\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})}{|\hat{n}_M \cdot (\vec{C} - \vec{M})|} = -1$ e $\rho_1 < 0$. Substituindo (3-32), (3-34) e (3-35) em (3-33) tem-se que:

$$|E_M(\theta', \phi')| = \frac{1}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} \sqrt{2Z_0 G_A(\theta')} \quad (3-38)$$

Analisando (3-38), observa-se que o termo $\frac{1}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}$ pode ser imaginário puro caso $\rho_1 < 0$. Isto ocorre quando a cáustica real está entre o refletor principal e a abertura.

Nesta situação ocorre um desvio de fase de $\pi/2$ conhecido como *Gouy phase-shift*, que surge naturalmente ao tratarmos a raiz $\frac{1}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}}$ como uma grandeza complexa. Além do desvio de fase, deve-se considerar a variação na fase gerada pelo percurso s ($s = \overline{MA}$) [32].

Novamente, será considerado o modelo de alimentador descrito na Seção 2.6, sendo o campo magnético na abertura conformada é expresso da seguinte forma [20]:

$$\vec{H}_M(\theta', \phi') = \frac{f_M(l')}{Z_0} \hat{\phi}' \quad (3-39)$$

onde

$$f_M(l') = |E_M(\theta', \phi')| e^{-jkl_1} \quad (3-40)$$

Na equação (3-40) o módulo do campo elétrico ($|E_M(\theta', \phi')|$) é dado por (3-38) e a distância $l_1 = |\overline{OS}| + |\overline{SM}|$ é o caminho óptico percorrido pelo raio da fonte à abertura conformada, como ilustrado na Figura 3-4b. O campo elétrico pode ser determinado de forma direta substituindo (3-39) e (3-7) em (3-29):

$$\vec{E}_M(\theta', \phi') = f_M(l') \hat{\theta}' \quad (3-41)$$

Após determinarmos os campos elétrico e magnético incidentes nas aberturas cilíndrica e conformada, iremos determinar o campo elétrico na região de campo distante das antenas sintetizadas na Seção 2.3.

3.3 Campo Radiado via Método da Abertura

Nesta seção será apresentada a formulação desenvolvida para determinação do campo elétrico radiado na região de campo distante, aplicando o método da abertura às antenas sintetizadas conforme procedimentos apresentados no Capítulo 2, sendo inicialmente adotada a abertura cilíndrica (Figura 1-7) e posteriormente uma abertura

conformada (Figura 1-8). Inicialmente, iremos utilizar o princípio da equivalência para determinar as densidades superficiais de corrente elétrica e magnética sobre a abertura, utilizando as expressões para os campos elétrico e magnético incidentes descritas na Seção 3.2. Em seguida será utilizada a integral de radiação para integrar as correntes e determinar o campo.

Nas Seções 3.3.1 e 3.3.2 serão apresentadas as formulações para a determinação do campo elétrico radiado para os casos das aberturas cilíndrica e conformada, respectivamente. Na seção 3.3.3 os dois tipos de abertura serão utilizados na análise antenas omnidirecionais com geratrizes convencionais descritas em [16] e os resultados comparados com os fornecidos pela aplicação de Método dos Momentos (MoM).

3.3.1 Abertura Cilíndrica

Aplicando o princípio da equivalência [33], a densidade superficial de corrente elétrica equivalente na abertura pode ser determinada através de:

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}^i \quad (3-42)$$

onde $\vec{H}^i = \vec{H}_A$ é o campo magnético incidente [equação (3-27)] e a normal à superfície é

$$\hat{n} = \hat{n}_A = \hat{\rho}' = \sin \theta \hat{r}' + \cos \theta \hat{\theta}' \quad (3-43)$$

Substituindo (3-43) e (3-30) em (3-42) tem-se que:

$$\vec{J}_s(\theta', \phi') = \frac{f_A(z')}{Z_0} \hat{z}' \quad (3-44)$$

Em coordenadas esféricas:

$$\vec{J}_s(\theta', \phi') = \frac{f_A(z')}{Z_0} (\cos \theta \hat{r} - \sin \theta \hat{\theta}) \quad (3-45)$$

Aplicando o princípio da equivalência, a densidade superficial de corrente magnética na abertura pode ser determinada através de:

$$\vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E}^i \quad (3-46)$$

onde $\hat{n} = \hat{n}_A$ é a normal [equação (3-43)] e $\vec{E}^i = \vec{E}_A$ é o campo elétrico incidente [equação (3-30)]. Substituindo (3-30) e (3-43) em (3-46):

$$\vec{M}_s(\theta', \phi') = -f_A(z') \sin \theta' \hat{\phi}' \quad (3-47)$$

Em componentes cartesianas:

$$\vec{M}_s(\theta', \phi') = -f_A(z') \sin \theta' (-\sin \phi' \hat{x} + \cos \phi' \hat{y}) \quad (3-48)$$

Em coordenadas esféricas:

$$\begin{aligned} \vec{M}_s(\theta', \phi') = -f_A(z') \sin \theta' \{ & [\sin \theta \sin(\phi - \phi')] \hat{r} + [\cos \theta \sin(\phi - \phi')] \hat{\theta} \\ & + [\cos(\phi - \phi')] \hat{\phi} \} \end{aligned} \quad (3-49)$$

Determinadas as densidades superficiais de correntes, pode-se obter o campo elétrico na região de campo distante através da integral de radiação [10]:

$$\vec{E}(\theta', \phi') = -j \frac{kZ_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \left[\vec{J}_s - (\vec{J}_s \cdot \hat{r}) \hat{r} + \frac{1}{Z_0} (\vec{M}_s \times \hat{r}) \right] e^{jk(r' \cdot \hat{r})} \rho' d\phi' dz' \quad (3-50)$$

onde

$$\rho' = \rho_A \quad (3-51)$$

é o raio da abertura cilíndrica e

$$\vec{r}' \cdot \hat{r} = \rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi') + z_A(z') \cos \theta \quad (3-52)$$

onde z_A é a coordenada cartesiana z da abertura cilíndrica dada por (3-26). Substituindo (3-44) e (3-47) em (3-50), determinam-se as componentes esféricas E_ϕ e E_θ do campo elétrico na região de campo distante da antena. A componente E_θ é dada por:

$$E_\theta = \frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} f_A(z') \left\{ \sin \theta + \sin \theta' \cos(\phi - \phi') \right\} e^{jk\rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi')} e^{jkz_A(z') \cos \theta} \rho_A d\phi' dz' \quad (3-53)$$

Manipulando (3-53):

$$E_\theta = \rho_A \frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{z_1}^{z_2} f_A(z') e^{jkz_A(z') \cos \theta} \left\{ \sin \theta + \sin \theta' \int_0^{2\pi} \cos(\phi - \phi') e^{jk\rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' \right\} dz' \quad (3-54)$$

Observando as formas integrais das funções de Bessel em (3-54), tem-se que [31]:

$$\int_0^{2\pi} e^{jk\rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' = 2\pi J_0(k\rho_A \sin \theta) \quad (3-55)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(\phi - \phi') e^{jk\rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' = j2\pi J_1(k\rho_A \sin \theta) \quad (3-56)$$

Substituindo (3-55) e (3-56) em (3-54)

$$E_\theta = \rho_A \frac{jk}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{z_1}^{z_2} f_A(z') e^{jkz' \cos \theta} \left\{ \sin \theta J_0(k\rho_A \sin \theta) + \sin \theta' j J_1(k\rho_A \sin \theta) \right\} dz' \quad (3-57)$$

Reescrevendo (3-57):

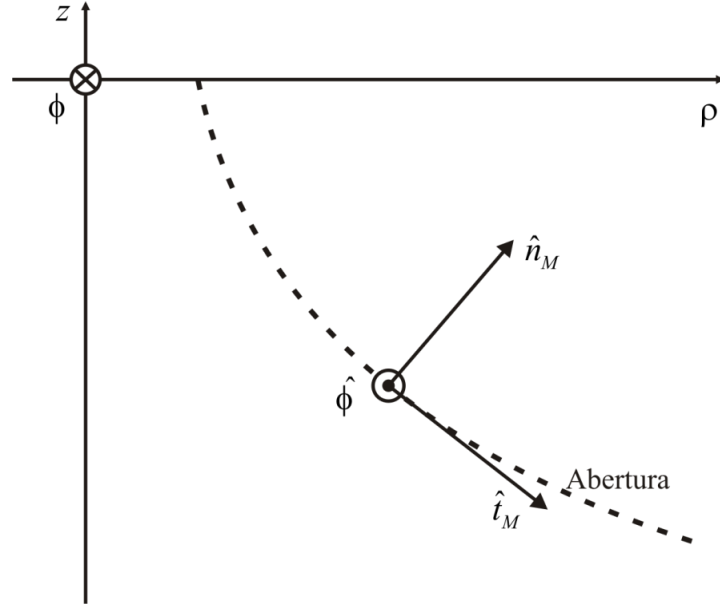


Figura 3-6 Orientação do vetor normal na abertura

$$E_{\theta} = \rho_A \frac{jk}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} (\sin \theta I_0 + I_1) \quad (3-58)$$

onde

$$I_0 = J_0(k\rho_A \sin \theta) \int_{z_1}^{z_2} f_A(z') e^{jkz_A(z') \cos \theta} dz' \quad (3-59)$$

$$I_1 = jJ_1(k\rho_A \sin \theta) \int_{z_1}^{z_2} f_A(z') \sin \theta' e^{jkz_A(z') \cos \theta} dz' \quad (3-60)$$

Para a componente E_{ϕ} :

$$E_{\phi} = -\frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} f_A(z') [\cos \theta \sin(\phi - \phi')] e^{jk\rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi')} e^{jkz_A(z') \cos \theta} \rho_A d\phi' dz' \quad (3-61)$$

que pode ser reescrita como:

$$E_{\phi} = -\rho_A \frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta \int_{z_1}^{z_2} f_A(z') e^{jkz_A(z') \cos \theta} \int_0^{2\pi} \sin(\phi - \phi') e^{jk\rho_A \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' dz' \quad (3-62)$$

onde

$$\int_0^{2\pi} \sin(\phi - \phi') e^{jk\rho_A \sin\theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' = 0 \quad (3-63)$$

de forma que a componente azimutal de campo elétrico na região de campo distante é nula, como esperado.

3.3.2 Abertura Conformada

Aplicando o princípio da equivalência [33], pode-se determinar a densidade superficial de corrente elétrica substituindo (3-39) em (3-42):

$$\vec{J}_s(\theta', \phi') = \frac{f_M(l')}{Z_0} [\hat{n}_M \times \hat{\phi}'] \quad (3-64)$$

onde $\hat{n}_M$ é a normal à superfície do refletor principal. Por inspeção (observe a Figura 3-6) pode-se obter a seguinte relação para a normal:

$$\hat{n}_M = \hat{t}_M \times \hat{\phi}' \quad (3-65)$$

onde $\hat{t}_M$ é a direção tangente a superfície dada pela equação (2-102). Substituindo (3-65) em (3-64)

$$\vec{J}_s(\theta', \phi') = \frac{f_M(l')}{Z_0} [(\hat{t}_M \times \hat{\phi}') \times \hat{\phi}'] \quad (3-66)$$

que pode ser reescrita como

$$\vec{J}_s(\theta', \phi') = -\frac{f_M(l')}{Z_0} \hat{t}_M \quad (3-67)$$

Em componentes cartesianas (3-67) é dada por

$$\hat{t}_M = t_{M\rho} (\cos \phi' \hat{x} + \sin \phi' \hat{y}) + t_{Mz} \hat{z} \quad (3-68)$$

Logo:

$$\vec{J}_S(\theta', \phi') = -\frac{f_M(l')}{Z_0} [t_{M\rho} \cos \phi' \hat{x} + t_{M\rho} \sin \phi' \hat{y} + t_{Mz} \hat{z}] \quad (3-69)$$

ou

$$\vec{J}_S(\theta', \phi') = -\frac{f_M(l')}{Z_0} [t_{M\rho} \hat{\rho}' + t_{Mz} \hat{z}] \quad (3-70)$$

Observe que, diferentemente da abertura cilíndrica, a representação das correntes elétricas na abertura conformada tem componente na direção radial. Como será mostrado, tal componente terá influência direta no diagrama de radiação nas direções próximas à $\hat{z}$. Em coordenadas esféricas (3-69) é dada por:

$$\begin{aligned} \vec{J}_S(\theta', \phi') = -\frac{f_M(l')}{Z_0} \{ [t_{M\rho} \sin \theta \cos(\phi - \phi') + t_{Mz} \cos \theta] \hat{r} \\ + [t_{M\rho} \cos \theta \cos(\phi - \phi') - t_{Mz} \sin \theta] \hat{\theta} - [t_{M\rho} \sin(\phi - \phi')] \hat{\phi} \} \end{aligned} \quad (3-71)$$

A densidade de corrente magnética na abertura pode ser encontrada substituindo (3-39) em (3-46):

$$\vec{M}_S(\theta', \phi') = -f_M(l') [\hat{n}_M \times \hat{\theta}'] \quad (3-72)$$

Substituindo (3-65) em (3-72):

$$\vec{M}_S(\theta', \phi') = -f_M(l') [(\hat{t}_M \times \hat{\phi}') \times \hat{\theta}'] \quad (3-73)$$

Fazendo o produto vetorial em (3-73), esta pode ser reescrita como

$$\vec{M}_s(\theta', \phi') = -f_M(l') (t_{M\rho} \cos \theta' - t_{Mz} \sin \theta') \hat{\phi}' \quad (3-74)$$

Em componentes cartesianas:

$$\vec{M}_s(\theta', \phi') = -f_M(l') (t_{M\rho} \cos \theta' - t_{Mz} \sin \theta') (-\sin \phi' \hat{x} + \cos \phi' \hat{y}) \quad (3-75)$$

Em coordenadas esféricas:

$$\begin{aligned} \vec{M}_s(\theta', \phi') = -f_M(l') (t_{M\rho} \cos \theta' - t_{Mz} \sin \theta') \{ [\sin \theta \sin(\phi - \phi')] \hat{r} \\ + [\cos \theta \sin(\phi - \phi')] \hat{\theta} + [\cos(\phi - \phi')] \hat{\phi} \} \end{aligned} \quad (3-76)$$

Determinadas as densidades superficiais de correntes, pode-se obter o campo elétrico na região de campo distante através da seguinte integral de radiação [10]:

$$\vec{E}(\theta', \phi') = -j \frac{kZ_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{l_1}^{l_2} \int_0^{2\pi} \left[\vec{J}_s - (\vec{J}_s \cdot \hat{r}) \hat{r} + \frac{1}{Z_0} (\vec{M}_s \times \hat{r}) \right] e^{jk(r' \cdot \hat{r})} \rho(l') d\phi' dl' \quad (3-77)$$

onde

$$\rho(l') = \rho_M(l') \quad (3-78)$$

é o raio variável da abertura conformada e

$$\vec{r}' \cdot \hat{r} = \rho_M(l') \sin \theta \cos(\phi - \phi') + z_M(l') \cos \theta \quad (3-79)$$

onde $z_M(l')$ é a coordenada cartesiana z da abertura conformada. Substituindo (3-71) e (3-76) em (3-77), a componente E_θ é dada por:

$$\begin{aligned} E_\theta = \frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{l_1}^{l_2} \int_0^{2\pi} f_M(l') \{ A_M(l') \cos(\phi - \phi') \\ - t_{Mz} \sin \theta \} e^{jk\rho_M(l') \sin \theta \cos(\phi - \phi')} e^{jkz_M(l') \cos \theta} \rho_M(l') d\phi' dl' \end{aligned} \quad (3-80)$$

onde a função auxiliar $A_M(l')$ é dada por:

$$A_M(l') = t_{M\rho} (\cos \theta' + \cos \theta) - t_{Mz} \sin \theta' \quad (3-81)$$

Manipulando (3-80) tem-se que:

$$E_\theta = j \frac{k}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} (I_1 - \sin \theta I_0) \quad (3-82)$$

onde

$$I_0 = \int_{l_1}^{l_2} t_{Mz} f_M(l') J_0(k\rho_M(l') \sin \theta) e^{jkz' \cos \theta} \rho_M(l') dl' \quad (3-83)$$

$$I_1 = j \int_{l_1}^{l_2} A_M(l') f_M(l') J_1(k\rho_M(l') \sin \theta) e^{jkz' \cos \theta} \rho_M(l') dl' \quad (3-84)$$

A componente E_ϕ é dada por:

$$E_\phi = -\frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{l_1}^{l_2} \int_0^{2\pi} \{ f_M(l') B_M(l') \sin(\phi - \phi') \} e^{jk\rho_M(l') \sin \theta \cos(\phi - \phi')} e^{jkz_M(l') \cos \theta} \rho_M(l') d\phi' dl' \quad (3-85)$$

onde

$$B_M(l') = t_{M\rho} + (t_{M\rho} \cos \theta' - t_{Mz} \sin \theta') \cos \theta \quad (3-86)$$

Manipulando (3-85):

$$E_\phi = -\frac{jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{l_1}^{l_2} f_M(l') B_M(l') e^{jkz_M(l') \cos \theta} \rho_M(l') \left\{ \int_0^{2\pi} \sin(\phi - \phi') e^{jk\rho_M(l') \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' \right\} dl' \quad (3-87)$$

Logo:

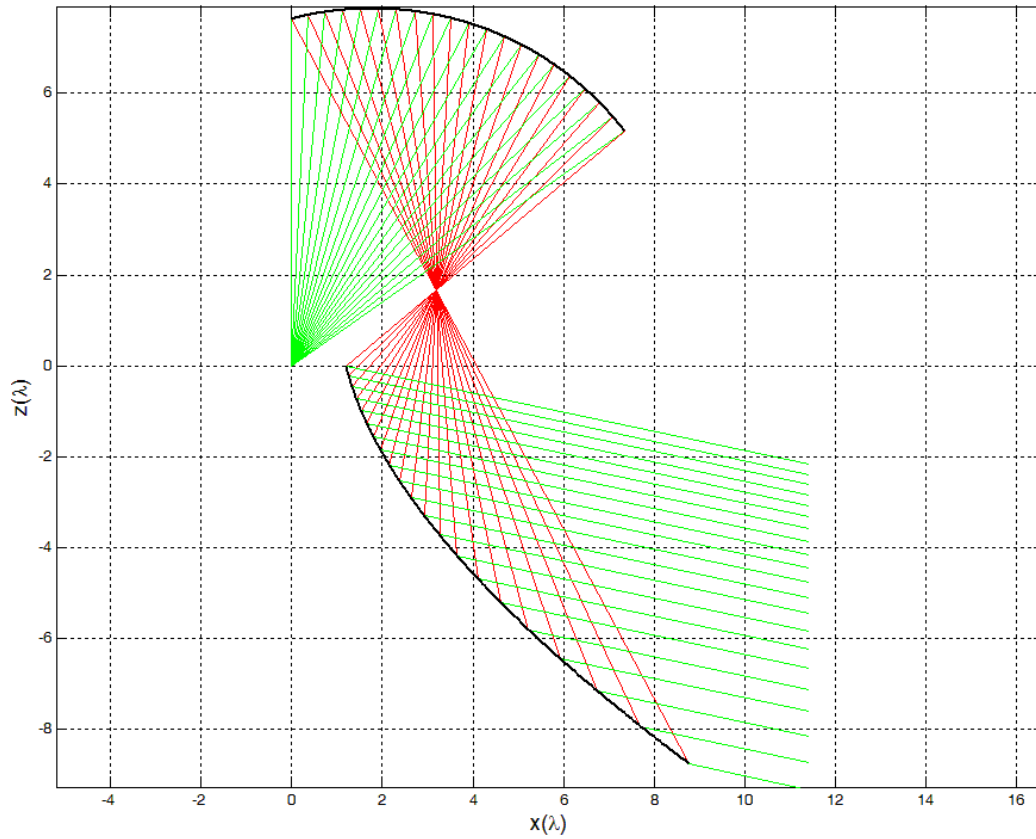


Figura 3-7 Geometria da antena OADE Clássica

$$E_{\phi} = 0 \quad (3-88)$$

Como esperado, a componente azimutal do campo elétrico é nula na região de campo distante.

3.3.3 Análise Comparativa dos Resultados

Para avaliar os resultados fornecidos pelos métodos de análise propostos nesta seção, vamos considerar inicialmente as antenas sintetizadas na Seção 2.3. Em seguida será feita uma análise de antenas com o dobro das dimensões e na parte final da seção serão mostrados os resultados do ApM-CI para diferentes raios. Em todos os casos o modelo de alimentador utilizado é o modelo de alimentador descrito na Seção 2.6.

3.3.3.1 OADE Clássica

A primeira antena que vamos analisar é uma OADE clássica com feixe deslocado, cujas dimensões estão especificadas na Tabela 2-1. Na Figura 3-7 são

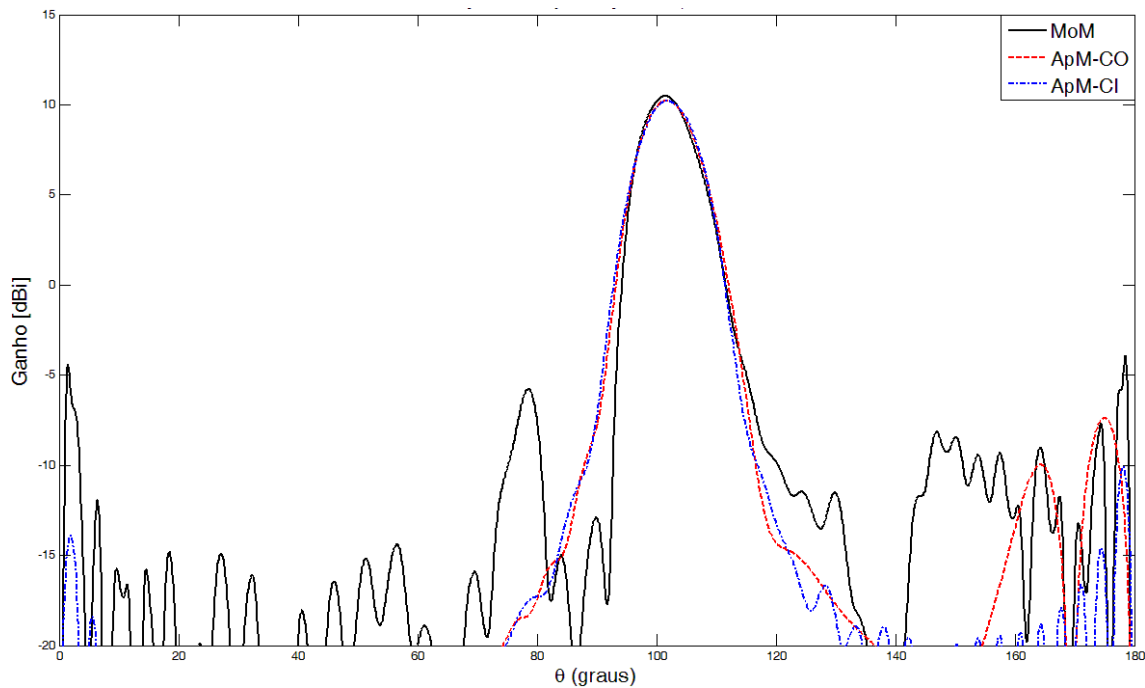


Figura 3-8 Diagrama de radiação da antena OADE clássica

ilustradas as geratrizes e o traçado de raios ao longo do plano de elevação. Note que os raios refletidos pelo refletor principal são paralelos entre si e apontam na direção de máximo de radiação $\theta = \gamma = 102^\circ$.

A determinação do campo na abertura para as antenas clássicas é feita de forma aproximada. Nestes casos, o refletor principal foi modelado com um feixe muito estreito ($\theta_i = 101,99^\circ$ e $\theta_f = 102,01^\circ$) de forma que os raios refletidos no refletor modelado ficassem praticamente paralelos entre si e, conseqüentemente, a geratriz modelada fosse praticamente uma parábola. Em razão desta aproximação, a cáustica que rigorosamente deveria estar no infinito, está em um ponto muito afastado do refletor principal. Numericamente essa aproximação foi feita fazendo a coordenada cartesiana da cáustica z_c assumir um valor limite muito grande ($z_c = 10^9 \lambda$). Note na expressão (3-20) que z_c tende a infinito caso os raios sejam rigorosamente paralelos.

A Figura 3-8 mostra os diagramas de radiação da antena da Figura 3-7 determinados através do Método da Abertura com abertura cilíndrica (ApM-CI), com a abertura conformada (ApM-CO) e através de Método dos Momentos (MoM). Analisando estes diagramas é possível observar que na direção de máximo os métodos apresentam ótima convergência. Todos eles apresentaram máximo de radiação na

direção $\gamma \approx 102^\circ$ e as diferenças no ganho são inferiores a 0,2 dB. Nas direções em torno do máximo ($95^\circ \leq \theta \leq 115^\circ$) os métodos apresentam boa convergência na medida em que a observação se aproxima da direção $\theta = \gamma$ e divergem quando a observação se afasta dessa direção. As diferenças observadas entre os resultados podem ser atribuídas às diversas aproximações utilizadas nos métodos de análise. Por exemplo, o alimentador é suposto ser uma fonte pontual emitindo uma frente de onda esférica, onde são desconsiderados os efeitos de campo próximo. Na determinação das correntes sobre o refletor principal são desconsideradas as difrações nas bordas dos refletores (refletor principal e sub-refletor) e no vértice $\bar{Q}$ do sub-refletor. Além disto, existem os efeitos de acoplamento eletromagnético entre os elementos da antena (alimentador, sub-refletor e refletor principal) que também não são levados em conta.

Analisando os diagramas de radiação na Figura 3-8, observa-se que nas regiões $0 \leq \theta \leq 95^\circ$ e $115^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ os diagramas obtidos através do método da abertura, como esperado, divergem acentuadamente do MoM devido às aproximações inerentes àqueles métodos. A primeira delas ocorre na determinação do problema equivalente (neste caso a região de interesse é $\rho > \rho_A$ para o ApM-CI e $\rho > \rho_M$ para o ApM-CO), que considera um campo conhecido na região $z_1 \leq z \leq z_2$ (ApM-CI) ou $l_1 \leq l \leq l_2$ (ApM-CO) e campo nulo em $-\infty \leq z \leq z_2$ e $z_1 \leq z \leq +\infty$, como ilustram as Figuras 3-9 e 3-10, respectivamente. É importante ressaltar que neste modelo consideramos somente o fluxo de energia que cruza a abertura, e ao fazermos tal aproximação estamos desprezando a radiação direta emitida pelo alimentador e o transbordamento no sub-refletor.

3.3.3.2 OADC Clássica

A Figura 3-11 ilustra as geratrizes e o traçado de raios ao longo do plano de elevação de uma antena OADC clássica com feixe deslocado, cujas dimensões estão especificadas na Tabela 2-1. A Figura 3-12 apresenta os diagramas de radiação determinados através do ApM-CI, ApM-CO e de MoM. Analisando estes diagramas (Figura 3-12), podemos observar que houve excelente convergência dos métodos na região do lóbulo principal. O MoM apresenta máximo de radiação na direção $\gamma = 101^\circ$

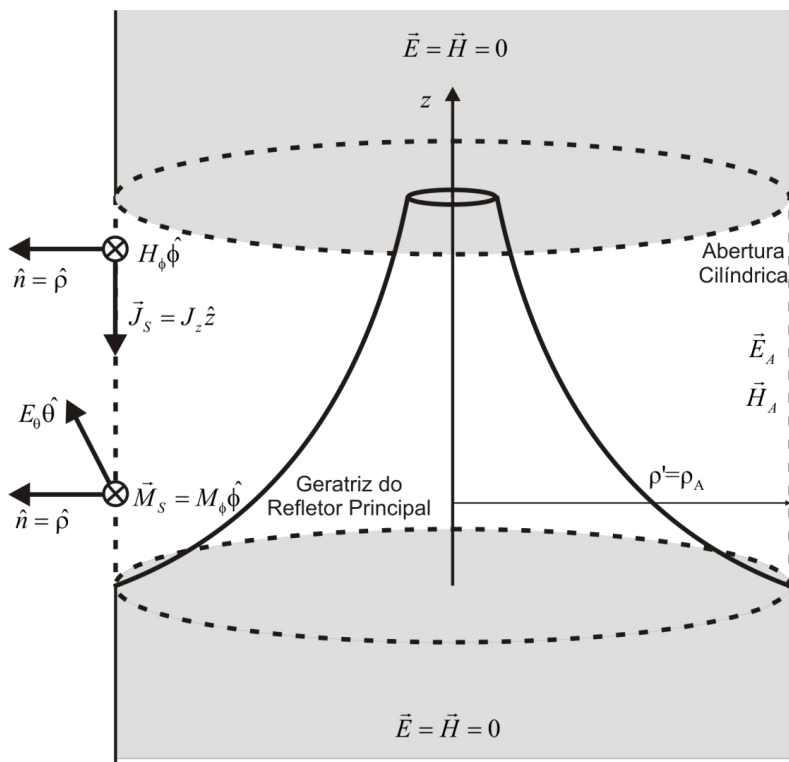


Figura 3-9 Problema "equivalente" para abertura cilíndrica

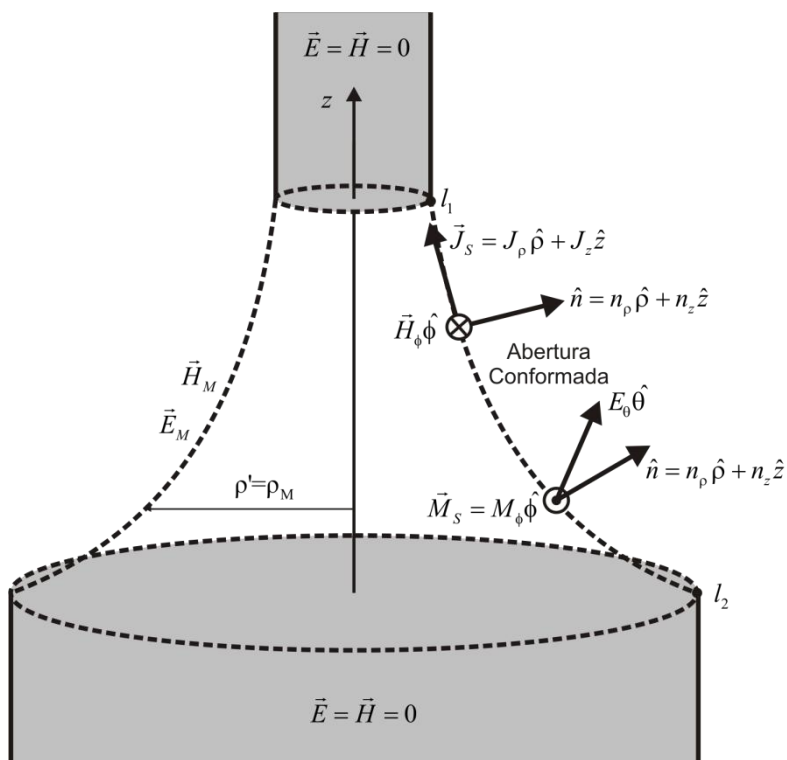


Figura 3-10 Problema "equivalente" para abertura conformada

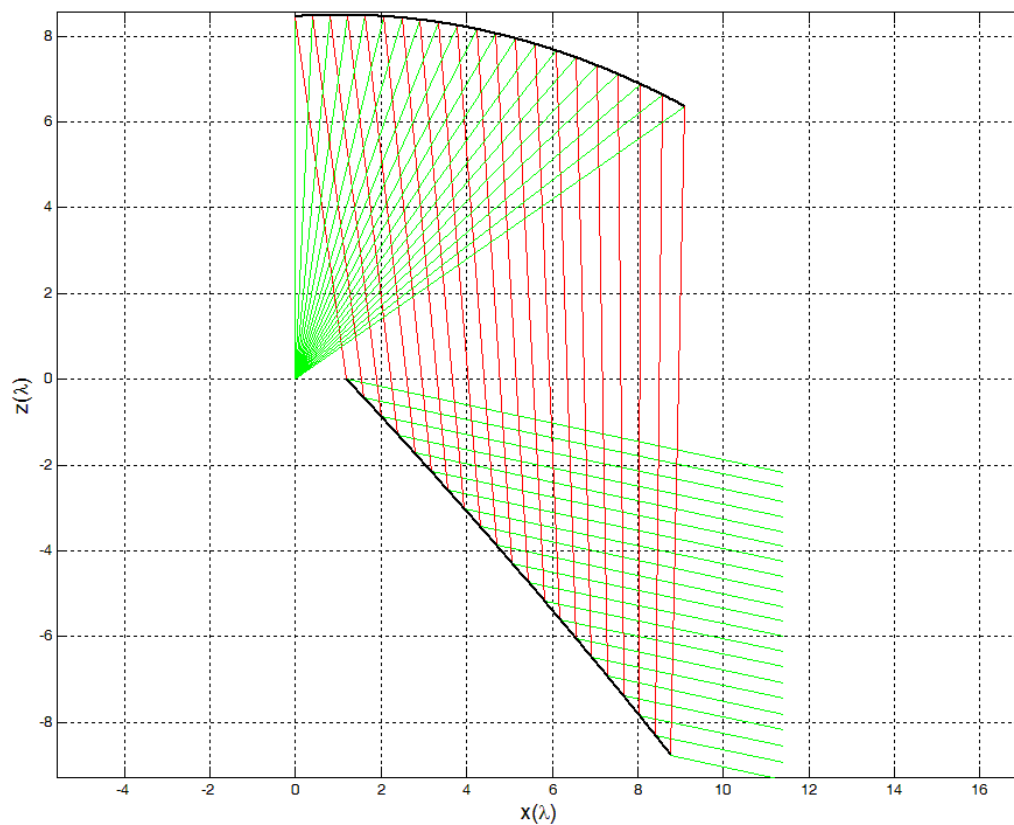


Figura 3-11 Geometria da antena OADC clássica

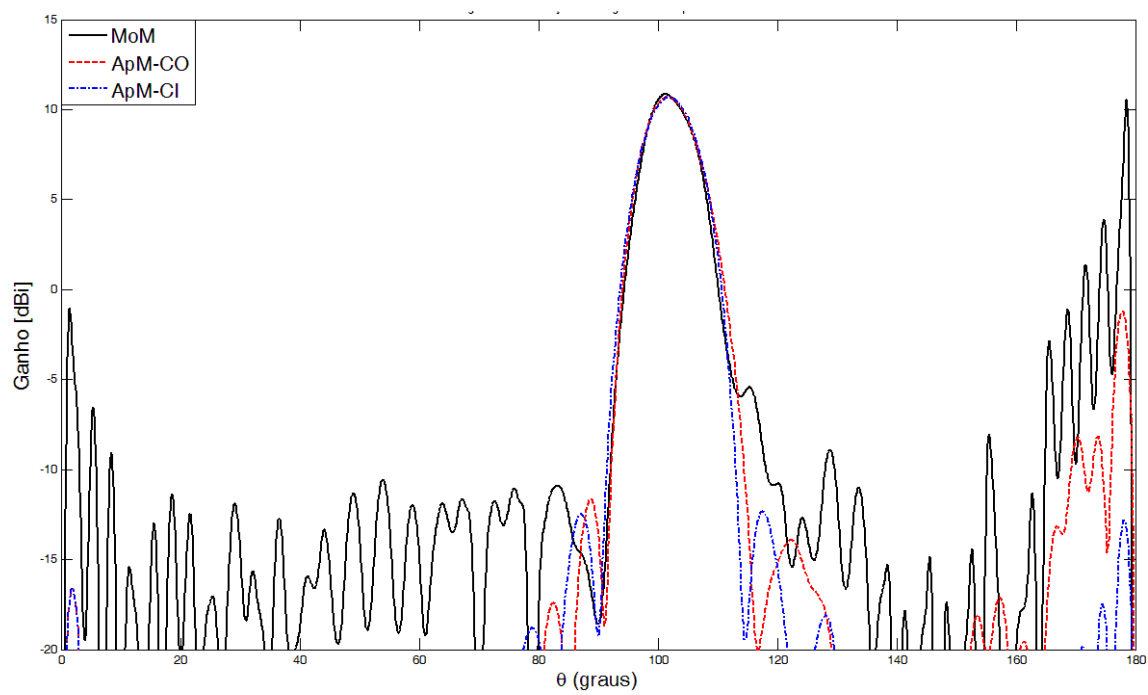


Figura 3-12 Diagrama de radiação da antena OADC clássica

com ganho de 10,84 dBi. Os dois modelos (ApM-CI e ApM-CO) têm direção de máximo em $\gamma \approx 102^\circ$ e discrepâncias no ganho inferiores a 0,2 dB. Em torno da direção de máximo de radiação ($90^\circ \leq \theta \leq 115^\circ$), os métodos apresentam melhor convergência que para a OADE Clássica (Seção 3.3.3.1) e nas direções $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ e $115^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ os métodos divergem pelos motivos já explicados na Seção 3.3.3.1.

A razão para a OADC clássica apresentar melhor convergência no lóbulo principal que a OADE pode ser entendida através das Figuras 3-7 e 3-11. Note que os raios que partem do alimentador em direção ao sub-refletor são igualmente espaçados, ou seja, a diferença $\Delta\theta_F$ entre o ângulo θ_F de dois raios consecutivos é constante. Entretanto, ao observarmos a distribuição dos raios na abertura percebemos que na OADC clássica (Figura 3-11) o espaçamento é aproximadamente constante e na OADE clássica eles concentram-se na parte superior da abertura. Isto ocorre porque o arco de parábola, geratriz do refletor principal da OADC, tem distância focal maior que o da OADE (observe na Tabela 2-1), fazendo com que a curvatura do segmento seja menor, aproximando-se de uma reta. Além disto, na OADE clássica o foco da parábola está localizado entre os refletores, de forma que a região superior do refletor principal está mais próxima deste foco, ocasionando uma focalização dos raios nesta região onde os efeitos de acoplamento entre o alimentador e o refletor principal e os efeitos difrativos são mais intensos. Desta forma as imprecisões cometidas na determinação do campo na abertura através da GO, e por consequência no diagrama de radiação, serão maiores para a antenna OADE clássica.

Restringindo a análise dos diagramas de radiação (Figuras 3-8 e 3-12) nas direções $160^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ podemos perceber que quando adotamos uma abertura conformada os níveis de radiação obtidos através do ApM são maiores do que os dados pelo ApM-CI. Isto ocorre porque ao definirmos a abertura cilíndrica os elementos de corrente elétrica ($\vec{J}_s$) na abertura têm somente componentes na direção $\hat{z}$ e os elementos de corrente magnética ($\vec{M}_s$) somente em $\hat{\phi}$, como pode ser observado na Figura 3-9. Por outro lado, a representação dos elementos de corrente elétrica na abertura conformada têm componentes na direção $\hat{z}$ e direção radial $\hat{\rho}$ (observe Figura 3-10). A consequência disto é que a intensidade de radiação nas direções próximas $\theta = 180^\circ$ será maior, como ilustrado nas Figuras 3-8 e 3-12.

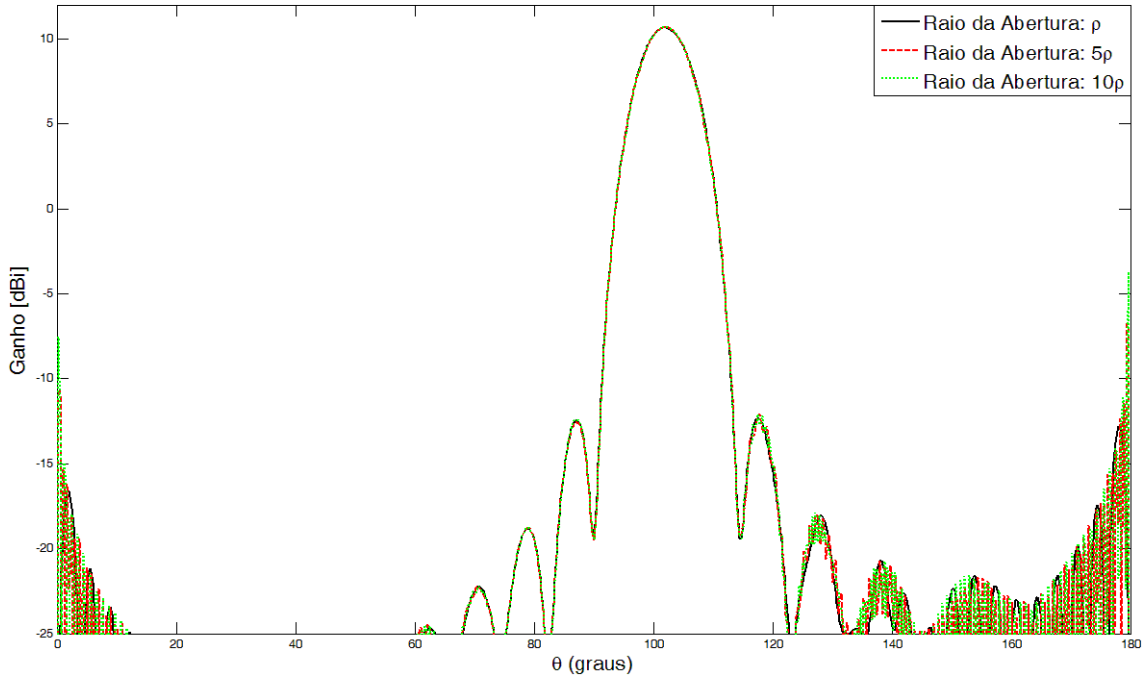


Figura 3-13 Diagrama de radiação da antena OADE clássica com diferentes raios

Para os exemplos de antenas apresentados a abertura cilíndrica do ApM-CI foi definida pelo cilindro que engloba a superfície do refletor principal, com raio idêntico ao ponto da borda inferior do refletor principal ($\rho_A = \rho_M$). Para ilustrar o efeito no diagrama de radiação da escolha do raio, a Figura 3-13 apresenta os diagramas de radiação obtidos através do ApM-CI para aberturas com mesma dimensão W_A e diferentes raios de cilindro. Como esperado, no lóbulo principal as diferenças são muito pequenas, inferiores a 0,01 dB, mas aumentam na medida em que a observação se afasta desta. Conforme mostrado em [34], o diagrama de radiação para abertura com fase uniforme é dado por:

$$E_\theta = -j \frac{\pi \rho_A}{\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} B(\theta) U(\theta) \quad (3-89)$$

onde

$$B(\theta) = \sin\theta J_0(k\rho_A \sin\theta) + iJ_1(k\rho_A \sin\theta) \quad (3-90)$$

$$U(\theta) = \int_{z_1}^{z_2} f_A(z') e^{-jkz' \cos\theta} dz' \quad (3-91)$$

sendo $f_A(z')$ expresso em **Erro! Fonte de referência não encontrada..** Note que a escolha do raio da abertura cilíndrica influencia a função $B(\theta)$ e na medida em que ρ_A cresce a função tende a uma constante descrita por

$$|B(\theta = 90)| = |J_0(k\rho_A) + iJ_1(k\rho_A)| = \left[\frac{2}{\pi k\rho_A} \right]^{1/2} \quad (3-92)$$

3.3.4 Antenas com o Dobro das Dimensões

Nas duas antenas analisadas na Seção 3.3.3, foi possível observar que em torno do lóbulo principal os métodos convergem de forma satisfatória. Entretanto ocorreram pequenas diferenças nos dois casos apresentados e as suas razões foram explicadas em parágrafos anteriores. É esperado, porém, que na medida em que aumentarmos as dimensões elétricas dos refletores, as contribuições de campo geradas por fenômenos de difração e acoplamento eletromagnético tornem-se menos intensas e, conseqüentemente, os métodos apresentem melhor convergência. Para confirmar isto, vamos analisar antenas com o dobro das dimensões das antenas ilustradas nas Figuras 3-7 e 3-11.

Na Figura 3-14 são apresentados os diagramas de radiação da antena OADE com o dobro das dimensões da antena na Figura 3-7 determinados através do ApM-CI, ApM-CO e de MoM. Observando este diagrama é possível constatar que houve uma melhor convergência em torno da direção de máximo ($95^\circ \leq \theta \leq 110^\circ$). O MoM apresenta máximo de radiação na direção $\gamma = 101^\circ$ com ganho de 13,25 dB enquanto que para o ApM-CO e ApM-CI, o máximo ocorre em $\gamma = 102^\circ$ e as diferenças para o pico do diagrama são menores que 0,01 dB quando comparados ao MoM.

No caso da configuração OADC o diagrama mostrado na Figura 3-15 indica que os picos de radiação ocorrem em $\gamma = 102^\circ$ e as diferenças são inferiores a 0,1 dB. Novamente, nos dois casos (ApM-CO e ApM-CI) o aumento das dimensões trouxe uma melhor descrição do lóbulo principal, mas fora desta região permanecem as discrepâncias que são inerentes ao método da abertura. O algoritmo desenvolvido para determinação do diagrama de radiação através do ApM está listado no Apêndice C.

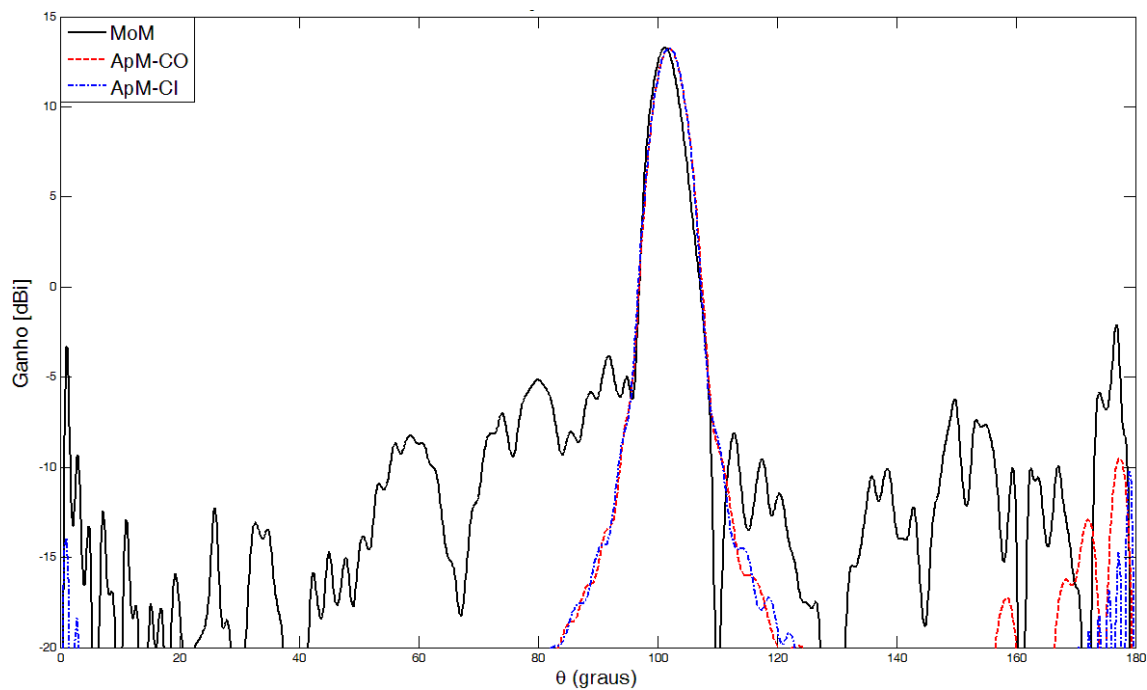


Figura 3-14 Diagrama de radiação da antena OADE clássica com o dobro das dimensões da antena ilustrada Figura 3-7

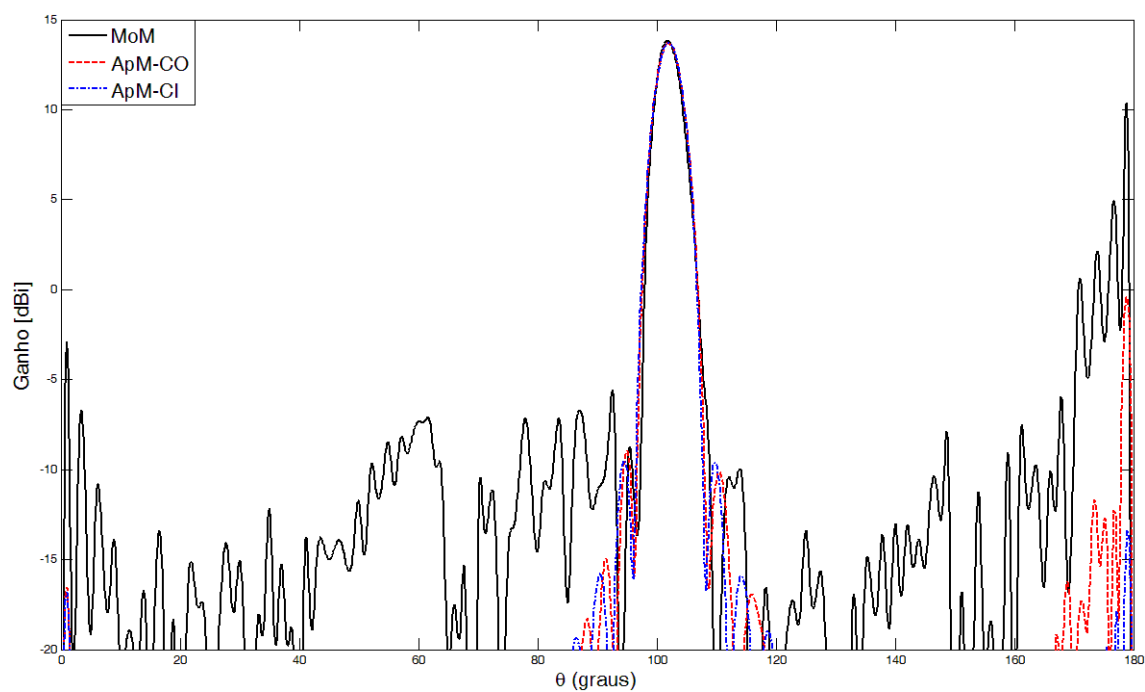


Figura 3-15 Diagrama de radiação da antena OADC clássica com o dobro das dimensões da antena ilustrada na Figura 3-11

4 MODELAGEM DE REFLETORES PARA COBERTURA UNIFORME

4.1 Introdução

Após desenvolver todo o ferramental teórico e computacional para a síntese e análise de antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional, iremos apresentar algumas das antenas projetadas e analisadas com estas técnicas. Como dito no primeiro capítulo, o objetivo deste trabalho é modelar o refletor principal para gerar um diagrama de radiação co-secante ao quadrado no plano de elevação. Nesta análise serão utilizadas como referência as configurações clássicas OADE e OADC descritas na Seção 2.3.

Na Seção 4.2 serão apresentadas as geometrias de antenas OADE modeladas com duas formas diferentes de mapeamento dos raios refletidos pelo refletor principal. No primeiro estudo de caso foi escolhido o mapeamento que gera uma cáustica virtual, e no caso seguinte uma cáustica real. Além das geometrias, serão apresentados também os respectivos diagramas de radiação, sendo estes determinados através dos métodos discutidos no Capítulo 3 e do MoM. De forma análoga à Seção 4.2, na Seção 4.3 iremos estudar as antenas OADC com refletor principal modelado, sendo inicialmente apresentado o caso onde a opção de mapeamento gera uma cáustica virtual, e em seguida o caso onde a cáustica é real.

Por fim, na Seção 4.4 é feita uma análise comparativa entre os quatro casos de estudos discutidos neste capítulo, sendo apontada a configuração que apresentou melhores resultados.

4.2 Antena OADE Modelada

Obedecendo a sequência de procedimentos previstos para a síntese definida no Capítulo 2, inicialmente devemos determinar os parâmetros geométricos básicos da antena clássica que será usada como parâmetro de comparação, especificando suas dimensões práticas. Para os dois casos de estudo (OADE com cáustica real e virtual)

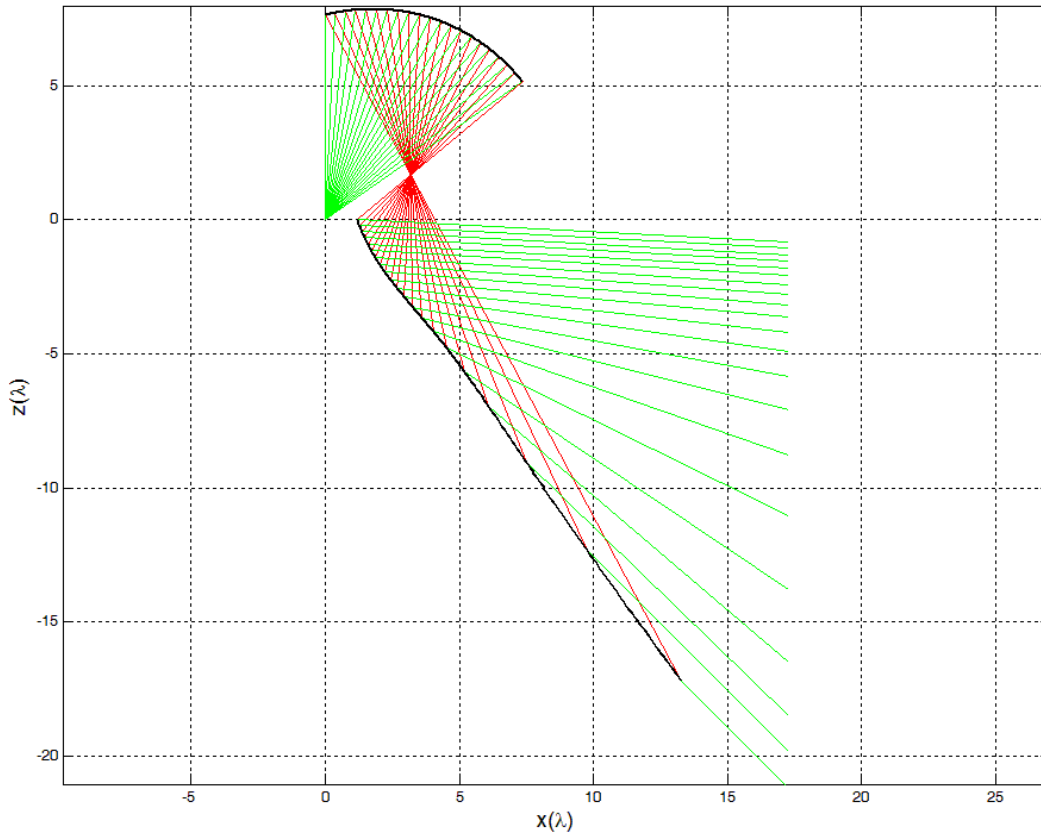


Figura 4-1 Estrutura de raios para uma OADE modelada com cáustica virtual

abordados nesta seção iremos usar o sub-refletor clássico da antena apresentada na Seção 2.3.1, cujas dimensões estão descritas na Tabela 2-1. Além da imposição do diagrama co-secante ao quadrado, o refletor modelado deverá passar pelo ponto P_2 que define a borda interna do refletor modelado. Como alimentador, foi utilizado o modelo de alimentador descrito na Seção 2.6.

4.2.1 OADE com Cáustica Virtual

No primeiro estudo de caso, o refletor principal foi modelado para apresentar um diagrama co-secante ao quadrado no plano de elevação entre $\theta_f = 93^\circ$ e $\theta_i = 135^\circ$ com cáustica virtual $\theta_i > \theta_f$, como ilustrado na Figura 4-1. Para descrever a superfície foram utilizados 500 pontos, e o maior erro apresentado na síntese, segundo definição descrita na Seção 2.7.1, foi de $\Delta\theta = 0,42^\circ$.

A Figura 4-2 apresenta as geratrizes dos refletores principais clássico e modelado. Nota-se que neste primeiro exemplo houve um considerável aumento dos

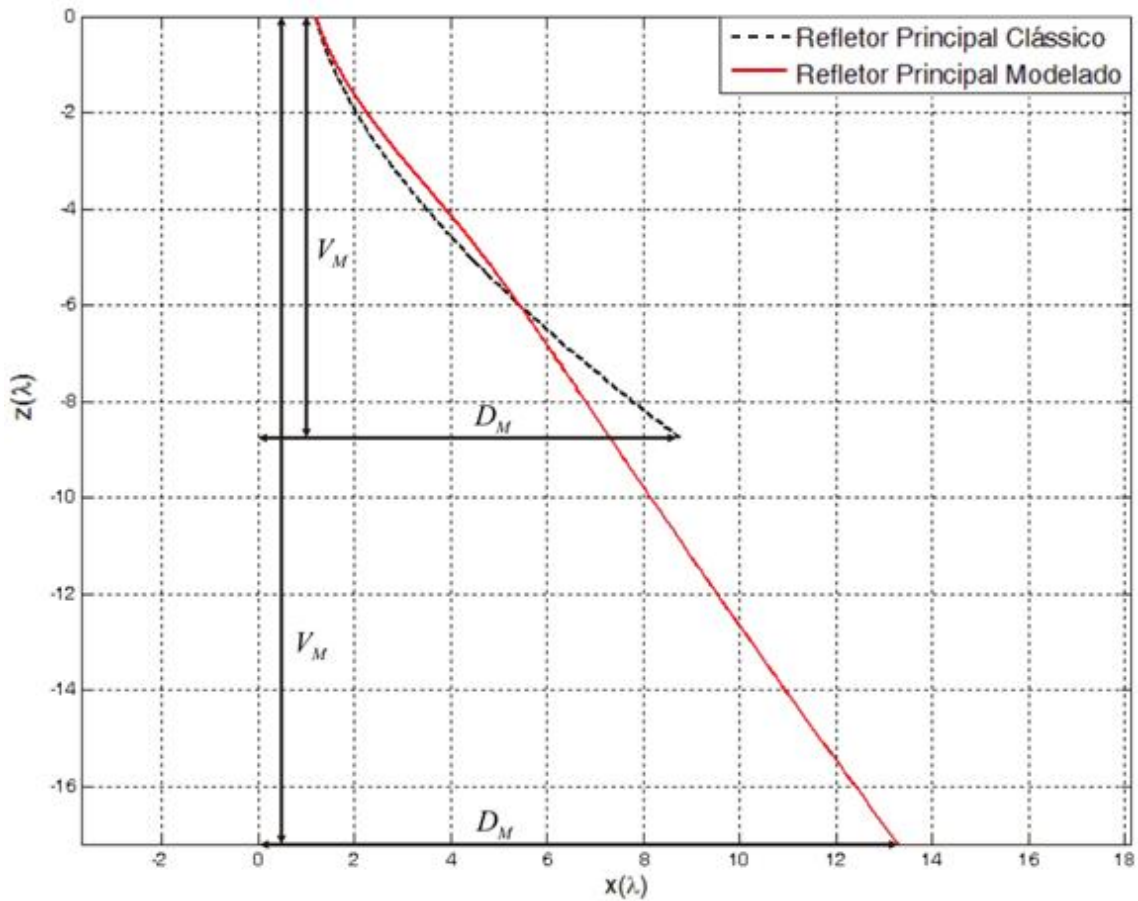


Figura 4-2 Refletor principal da antena OADE com cáustica virtual e refletor principal clássico

valores de D_M e V_M devido à necessidade da parte inferior do refletor modelado ter de espalhar os raios para formar o diagrama co-secante ao quadrado. Se escolhermos valores menores para $\theta_i = 135^\circ$, a incidência será menos rasante e, consequentemente, a borda externa do refletor principal P_1 será deslocada para cima. Por outro lado, é importante notar que a utilização de valores maiores para θ_i será limitada pela tangência do raio incidente sobre o refletor. Outro fator importante a ser observado na modelagem é que o processo de síntese não leva em conta os efeitos difrativos proporcionados pelas bordas das superfícies refletoras com a consequente perda de controle do diagrama na borda da cobertura.

A Figura 4-3 apresenta os diagramas de radiação da antena ilustrada na Figura 4-1, determinados através do ApM-CI, ApM-CO e MoM. Além dos diagramas de radiação, pode-se observar o perfil co-secante ao quadrado, seus limites $\pm 3\text{dB}$ e os limites (θ_i e θ_f) definidos pelas linhas tracejadas. A abertura cilíndrica adotada pelo

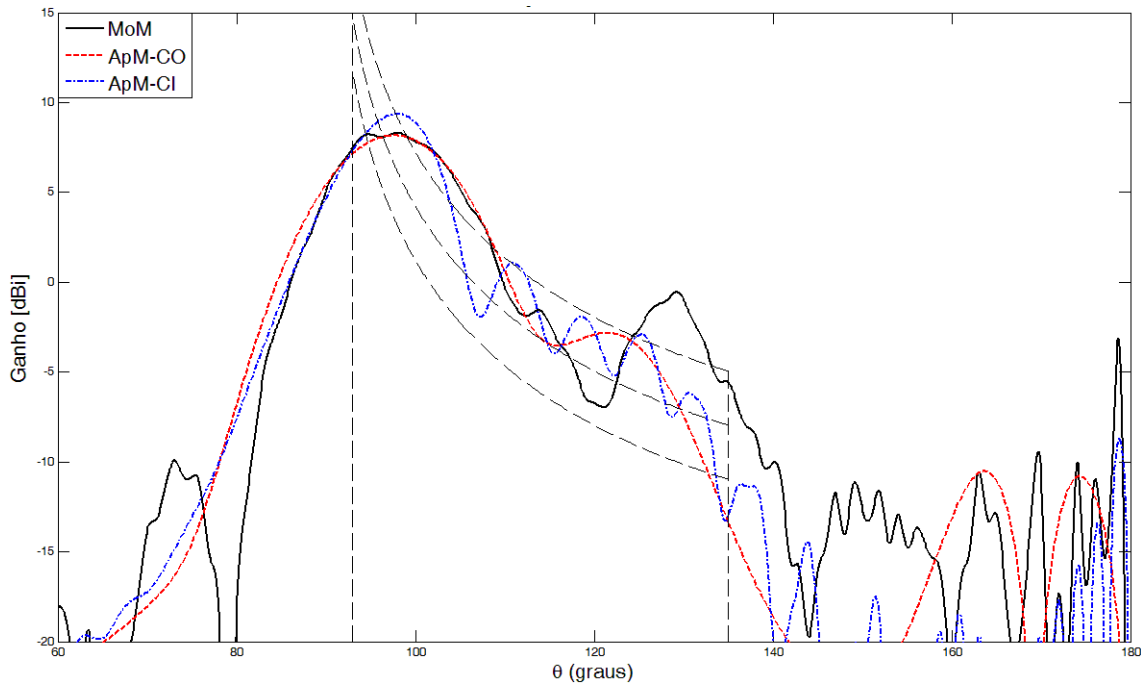


Figura 4-3 Diagrama de radiação da antena OADE modelada com cáustica virtual

ApM-CI foi definida com raio idêntico ao do ponto da borda inferior do refletor principal ($\rho_M = \rho_A$). Analisando os diagramas de radiação (Figura 4-3), é possível observar que na região onde a intensidade de radiação é maior ($90^\circ \leq \theta \leq 110^\circ$) as diferenças entre o ApM-CO e MoM são inferiores a 1 dB. Para $\theta > 110^\circ$, os diagramas começam a divergir na medida em que a intensidade da cobertura diminui, e tornam-se mais intensos o transbordamento, os efeitos difrativos, e a radiação direta do alimentador. Nas direções $60^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ e $110^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ podemos perceber que os métodos divergem, e as razões dessa divergência são atribuídas ao ApM, como visto na Seção 3.3.2.

Na região mais intensa do diagrama de radiação (Figura 4-3), observa-se também que os resultados do ApM-CO aproximam melhor aos obtidos pelo MoM, quando comparados com os do ApM-CI. Enquanto o primeiro apresenta diferenças da ordem de 1 dB, o segundo apresenta diferenças superiores a 6 dB.

É importante ressaltar que a determinação da abertura no ApM-CI é diferente para as antenas clássicas e modeladas. Nas antenas clássicas a largura da abertura independe do raio, como mostra a Figura 4-4. Nesta figura uma das aberturas tem o dobro do raio da outra e mesmo tamanho $W_A = 7,15\lambda$. Entretanto, quando o refletor é

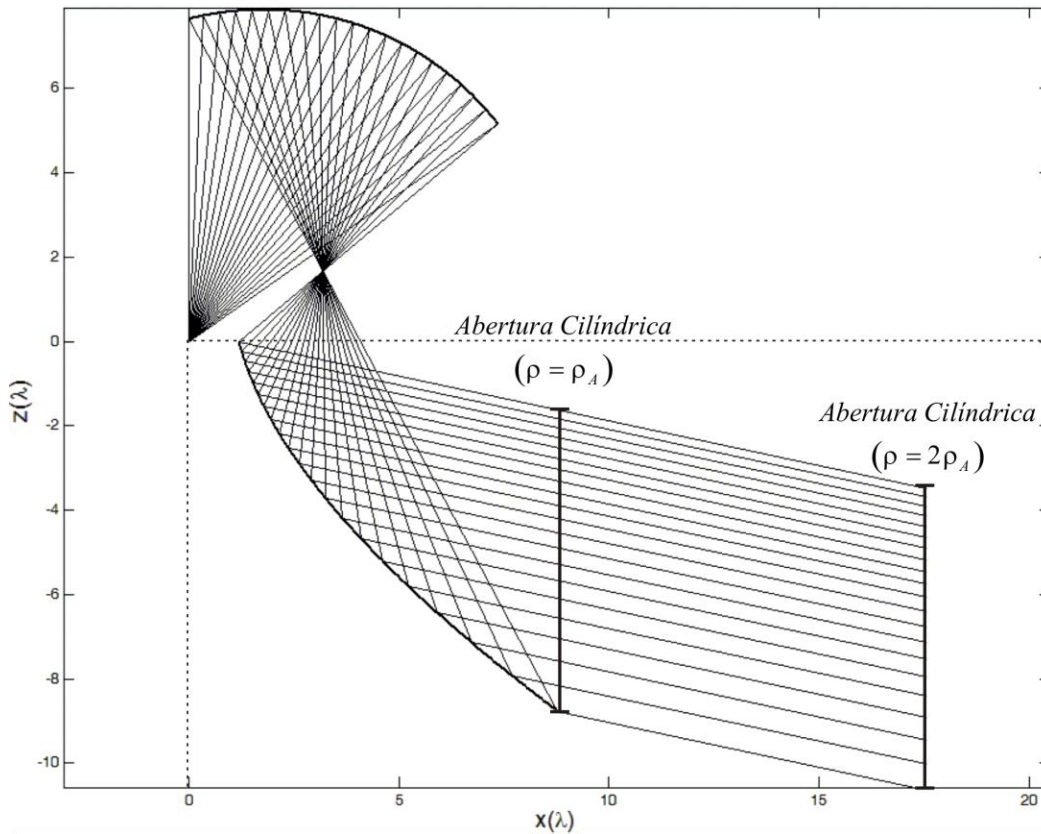


Figura 4-4 Aberturas cilíndricas com diferentes raios para uma antena OADE clássica

modelado o tamanho da abertura muda em função do raio, como ilustrado na Figura 4-5. Note que as duas aberturas nesta figura são diferentes: a localizada imediatamente após o refletor principal tem $W_A = 16,56\lambda$, e outra com o dobro do raio tem $W_A = 29,16\lambda$. Diferente do caso clássico, o fluxo de potência na abertura não é somente na direção ao longo do horizonte, pois a fase do campo varia ao longo da abertura.

Além das diferenças encontradas nas proximidades do eixo z devido à ausência das componentes radiais de corrente elétrica sobre a abertura, outro problema que ocorre no ApM-CI é que o diagrama de radiação muda acentuadamente com a escolha do raio da abertura cilíndrica, como mostra a Figura 4-6. Nesta figura são apresentados os diagramas de radiação para aberturas com raios $\rho_M = \rho_A$, $\rho_M = 5\rho_A$ e $\rho_M = 10\rho_A$. Observe que na medida em que o raio aumenta, aumenta o tamanho da abertura e o diagrama tende para a curva ideal (secante ao quadrado). Aumentam a definição do “roll-off” do diagrama nas regiões de transição e a frequência das oscilações sobre a região de cobertura, e diminui a largura dos lóbulos laterais, como se a frente de onda

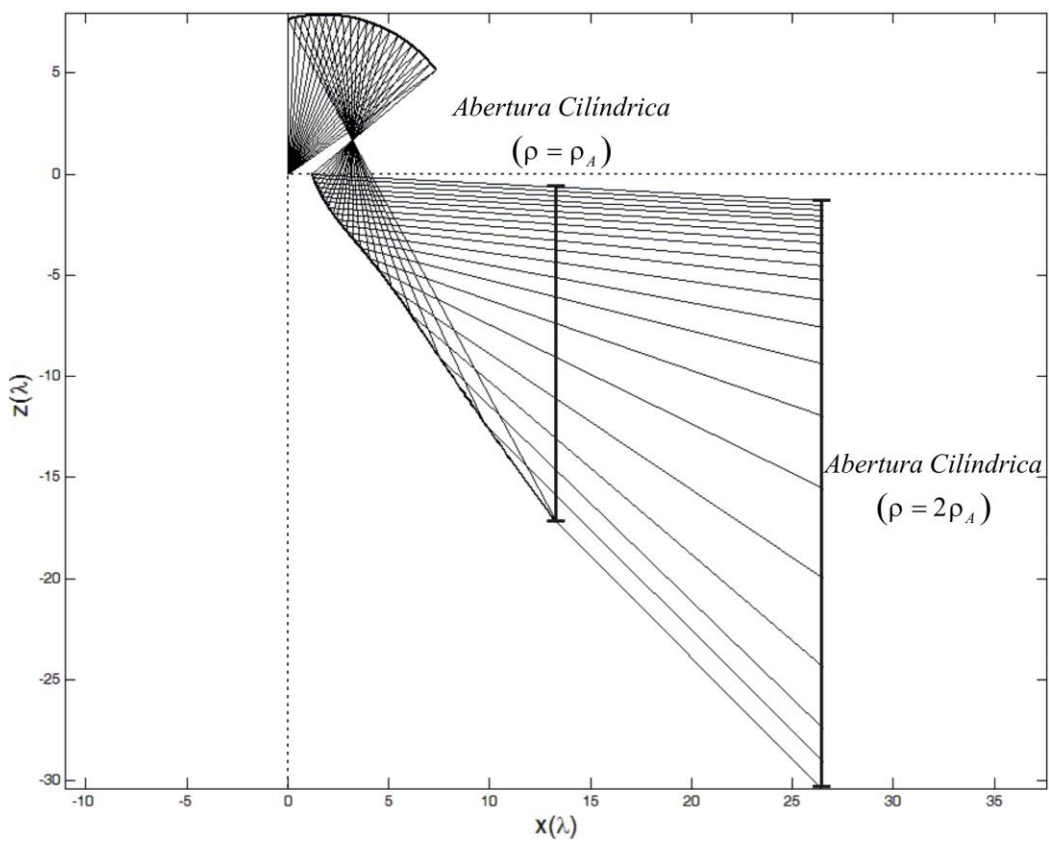


Figura 4-5 Aberturas cilíndricas com diferentes raios para uma antena OADE modelada

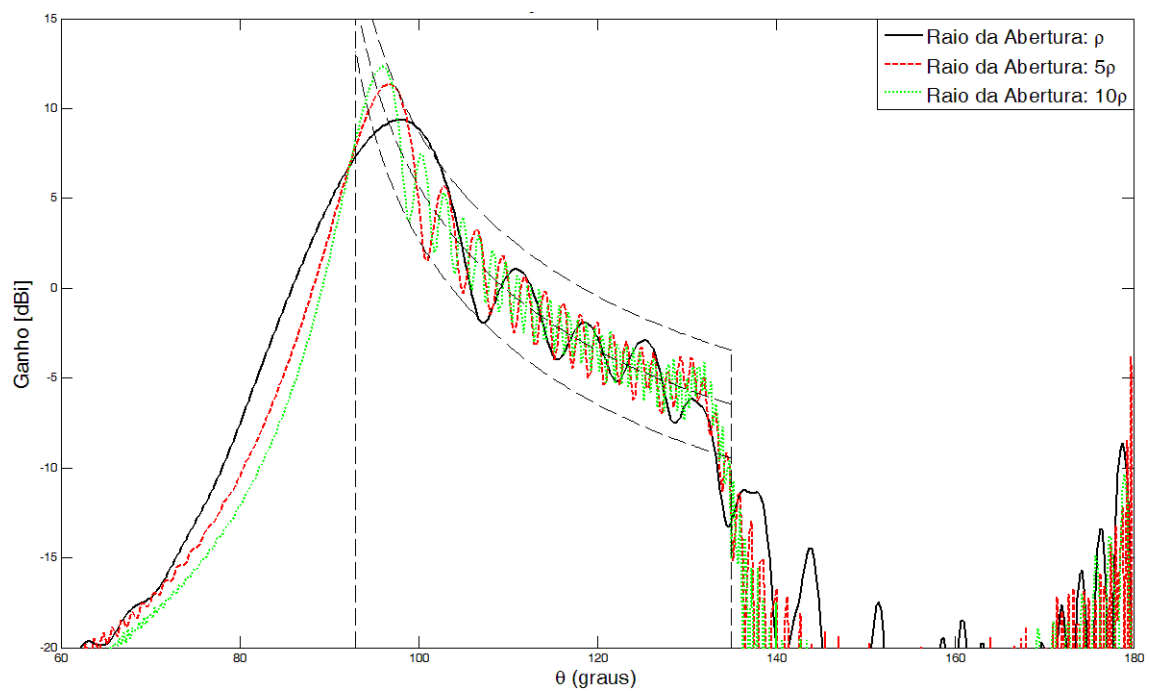


Figura 4-6 Diagrama de radiação da antena OADE modelada com diferentes aberturas

fosse originária de um refletor maior. Desta forma, o resultado fornecido pelo ApM-CI depende da escolha da abertura, o que limita sua aplicação à análise de antenas com diagrama colimado no plano vertical. Portanto, é possível concluir que para a análise de antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional e com refletor principal modelado deve-se utilizar apenas a abertura conformada (ApM-CO).

Para entender os diagramas de radiação na Figura 4-3 é conveniente observar o comportamento dos raios na Figura 4-1. Analisando com maior atenção a parte superior do refletor principal, nota-se que essa região se assemelha a uma parábola refletindo os raios em uma mesma direção e desta forma definindo o máximo no diagrama de radiação. A partir da região central da geratriz percebe-se o espalhamento da energia refletida definindo a forma de co-secante ao quadrado no diagrama de radiação. Na parte inferior do refletor principal, a incidência dos raios é mais rasante, fazendo com que a superfície modelada se prolongue, efeito que se torna mais intenso na medida em que θ_f aumenta. O limite da região de cobertura é definido pela direção do raio originário do vértice do sub-refletor, quando este passaria tangente ao refletor.

É possível perceber ainda que a região quase-parabólica é eletricamente pequena (Figura 4-1), determinando o ângulo de meia potência da direção de máximo do diagrama (aproximadamente 15°). Para melhor definição do pico é desejável que se tenha na parte superior da geratriz uma região quase-parabólica maior, de forma a focalizar os raios nas direções próximas a $\theta_f = 93^\circ$. Entretanto, o foco da elipse que gera o sub-refletor está localizado próximo à região superior da geratriz onde está concentrada a maior parte da energia, e em virtude disto um pequeno acréscimo na região quase-parabólica ocasiona um grande incremento na região inferior da geratriz. Em outras palavras, para aumentar o ganho nas direções próximas a θ_f é necessário aumentar excessivamente o tamanho do refletor principal [21,22].

4.2.2 OADE com Cáustica Real

No estudo de caso desta seção, o refletor principal foi modelado para apresentar o mesmo diagrama, segundo a GO, do caso estudado na seção anterior, porém com uma cáustica real imposta por $\theta_f = 135^\circ$ e $\theta_i = 93^\circ$, como mostra a estrutura de raios

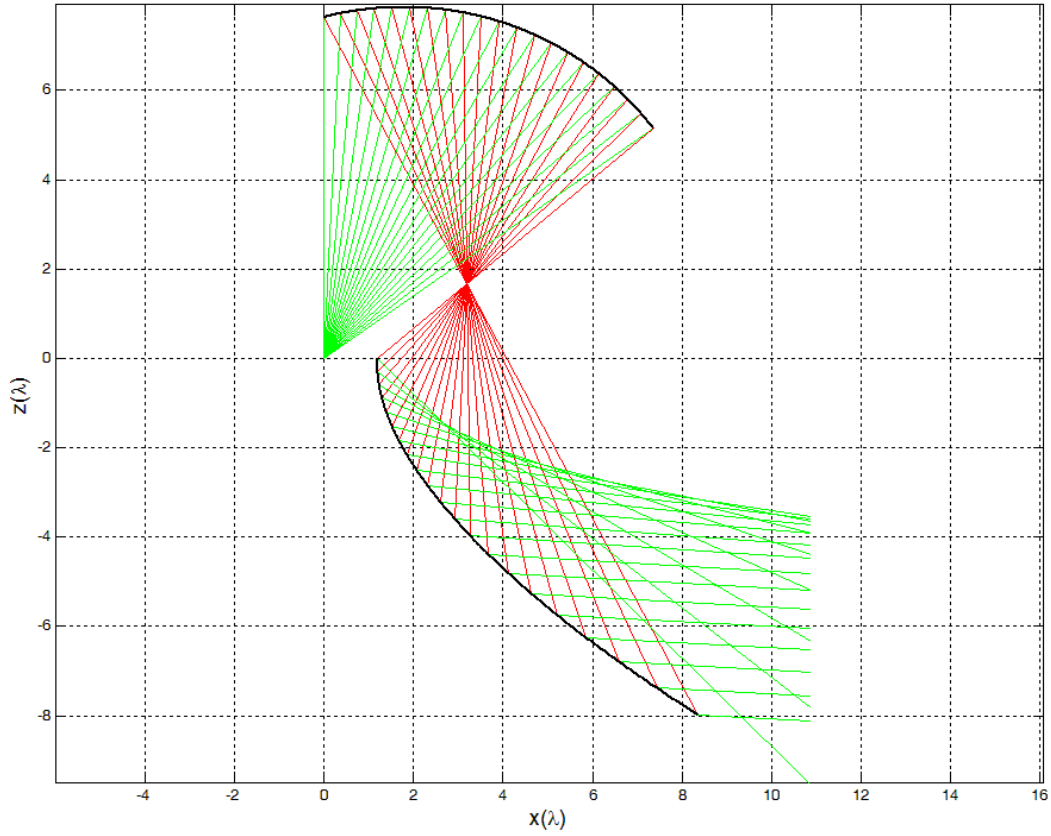


Figura 4-7 Estrutura de raios para uma OADE modelada com cáustica real

na Figura 4-7. A superfície modelada foi descrita por 500 pontos e o maior erro apresentado na síntese foi de $\Delta\theta = 0,18^\circ$.

Observando a Figura 4-8 note-se, ao contrário do caso de estudo na Seção 4.2.1, as dimensões V_M e D_M do refletor principal modelado são menores que as do refletor clássico utilizado como referência. Tal característica é de fundamental importância no projeto de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional, uma vez ser desejável utilizar antenas com o menor volume possível. Neste tipo de configuração é importante observar duas restrições que não são levadas em conta pela síntese. A primeira delas trata da curvatura na parte superior refletor principal modelado que pode ocupar o espaço reservado para o alimentador próximo ao ponto P_2 , especialmente quando [21]

$$\theta_f > \pi - \theta_E \quad (4-1)$$

A outra restrição ocorre quando a curvatura do refletor modelado é muito acentuada e

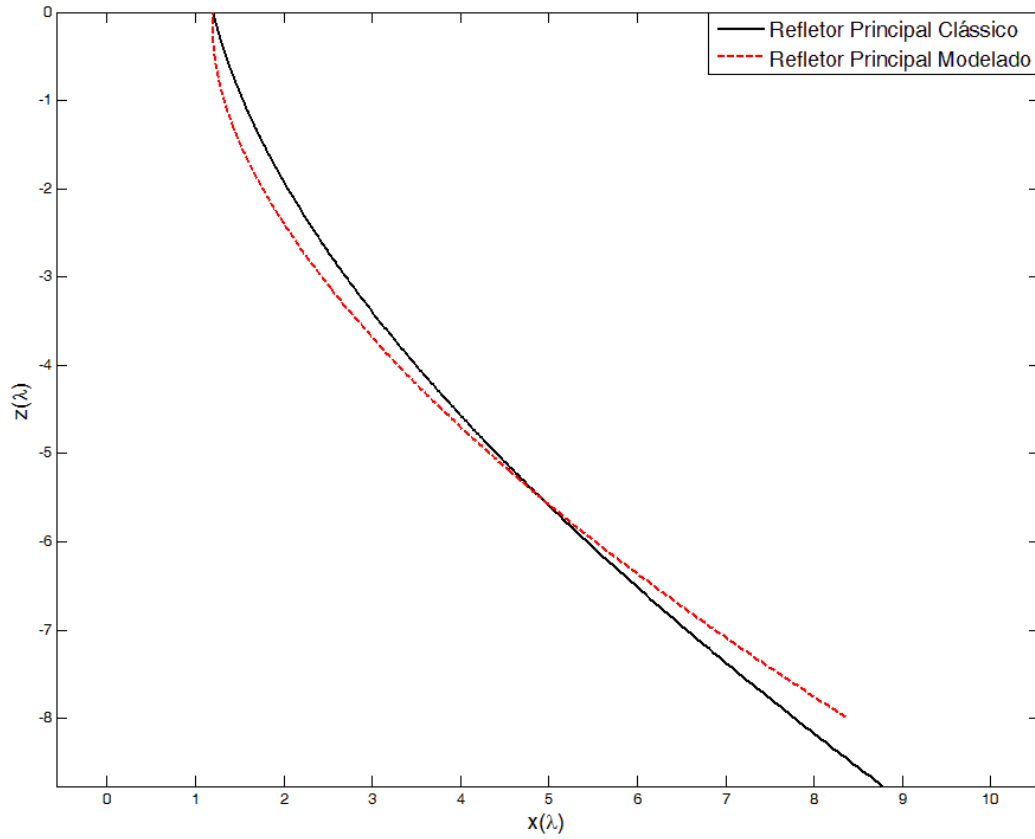


Figura 4-8 Refletor principal da antena OADE com cáustica real e o refletor principal clássico

raios refletidos nas regiões próximas a P_2 podem ser bloqueados pelas regiões do refletor próximas a P_1 , causando uma área de sombra (segundo a GO), como mostra a Figura 4-9 [21]. Tal situação ocorre principalmente quando

$$\theta_f > \tan^{-1} \left[\frac{(D_M - D_B)}{2V_M} \right] \quad (4-2)$$

Analisando o diagrama de radiação obtido pelo MoM na Figura 4-10, é possível observar que nas direções $\theta > 120^\circ$ ocorre uma rápida redução da intensidade de radiação. Análises numéricas feitas em [21] através de MoM de cada elemento (alimentador, sub-refletor, refletor principal) separado e combinado sugerem que correntes induzidas no refletor principal próximo ao ponto P_2 são significativamente afetadas pelo efeito de acoplamento entre o alimentador e o refletor principal. Tal fenômeno não é levado em conta pela GO e, conseqüentemente, pelo procedimento de modelagem.

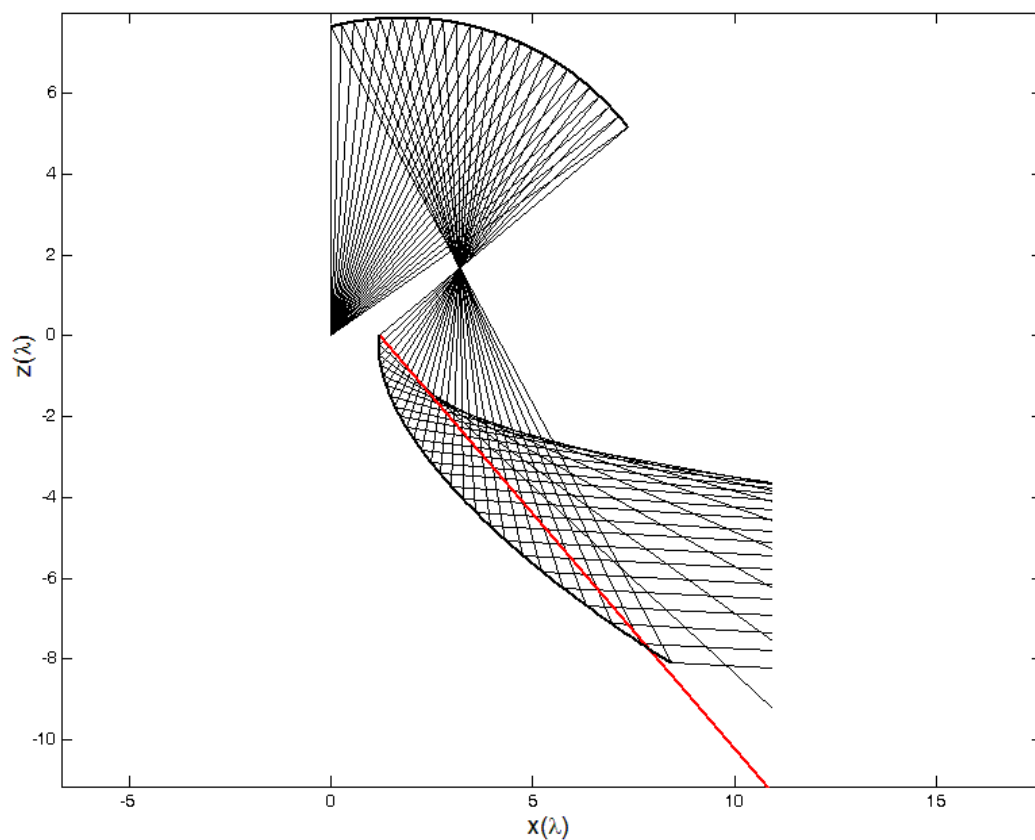


Figura 4-9 Antena OADE com cáustica real com raio bloqueado pelo refletor principal

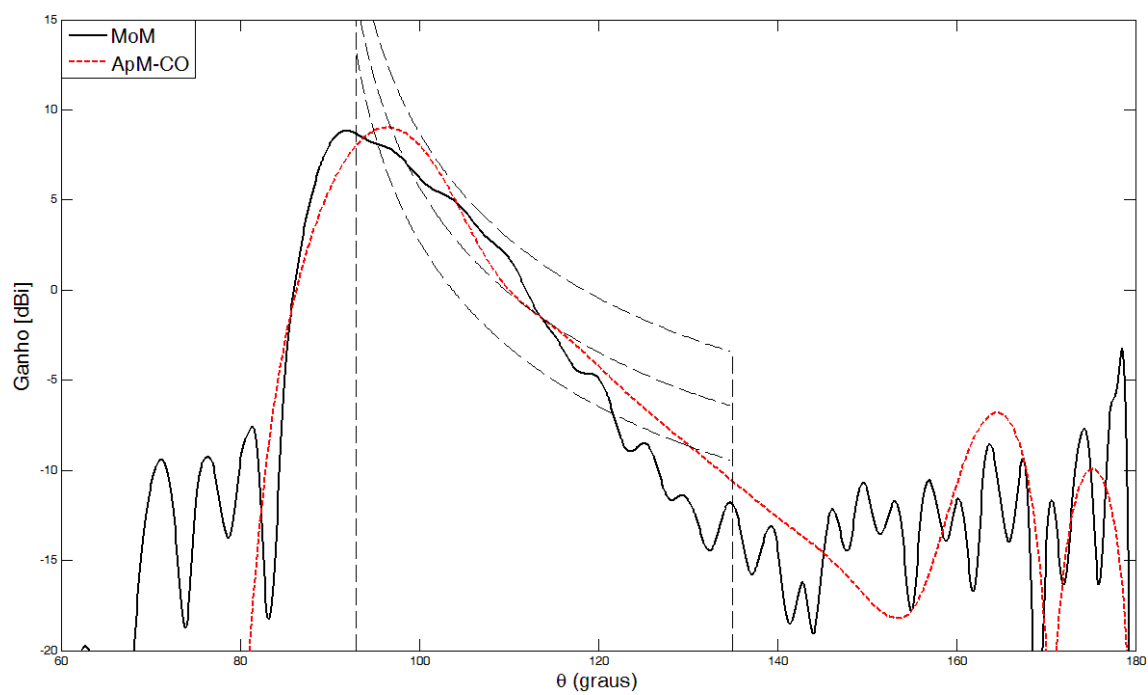


Figura 4-10 Diagrama de radiação da antena OADE modelada com cáustica real

Comparando os diagramas de radiação obtidos através do ApM e MoM, nota-se que existem diferenças na amplitude e na direção de máximo. Analisando o resultado fornecido pelo ApM-CO verifica-se que não há boa convergência com MoM, como ocorreu no estudo de caso da Seção 4.2.1. O MoM tem direção de máximo de radiação em $\theta = 92^\circ$ e ganho de 8,83 dBi nesta direção e o ApM-CO tem máximo na direção $\theta = 96,5^\circ$ e ganho de 9,02 dBi. A razão de tal divergência entre os métodos é atribuída a efeitos de acoplamento entre o alimentador e o refletor principal na região próxima superior do refletor principal (próximo a P_2). Nas regiões $60^\circ \leq \theta \leq 95^\circ$ e $115^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ os métodos divergem em razão das limitações do ApM.

4.3 Antena OADC Modelada

Nesta seção iremos abordar a modelagem de antenas OADC. Da mesma forma como feito para a configuração OADE na Seção 4.2, iremos modelar o refletor principal, mantendo o sub-refletor clássico, para um diagrama de radiação co-secante ao quadrado no plano de elevação. Inicialmente será tratado o caso onde a opção de mapeamento dos raios gera uma cáustica virtual e, posteriormente, o caso onde a cáustica é real em frente ao refletor principal. Nos dois casos de estudo (OADC com cáustica real e virtual) abordados nesta seção iremos usar o sub-refletor clássico da antena apresentada na Seção 2.3.2, cujas dimensões estão descritas na Tabela 2-1. Mais uma vez o diagrama co-secante ao quadrado será imposto e o refletor modelado deverá passar pelo ponto P_2 . Como alimentador, foi utilizado o modelo de alimentador descrito na Seção 2.6.

4.3.1 OADC com Cáustica Virtual

No primeiro estudo de caso, o refletor principal foi modelado para apresentar um diagrama co-secante ao quadrado no plano de elevação entre $\theta_i = 93^\circ$ e $\theta_f = 135^\circ$ com cáustica virtual $\theta_f > \theta_i$, como ilustrado na Figura 4-11. Para descrever a superfície modelada foram utilizados 500 pontos e o maior erro apresentado na síntese foi de $\Delta\theta = 0,29^\circ$.

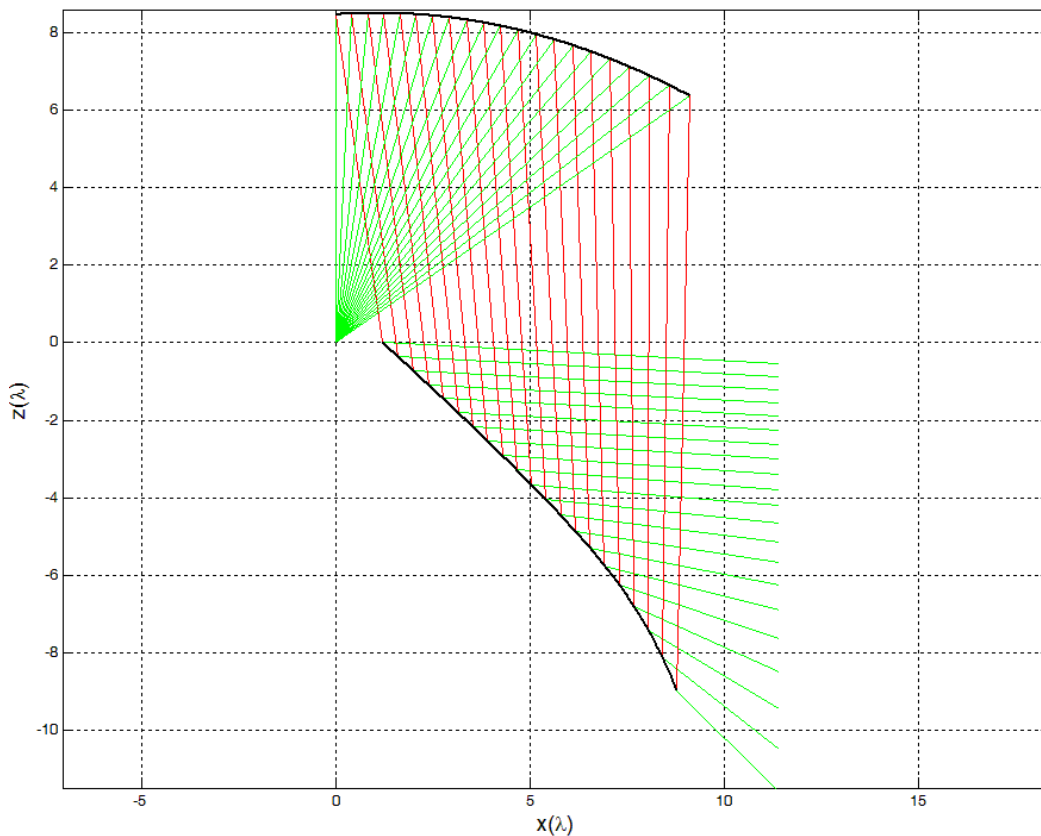


Figura 4-11 Estrutura de raios para uma OADC modelada com cáustica virtual

Observando a Figura 4-12, nota-se que não ocorreram grandes variações nas dimensões do refletor modelado, pois o diâmetro do refletor modelado variou muito pouco e houve um pequeno acréscimo em V_M . Como dito na Seção 4.2.2, tal particularidade é de fundamental importância no projeto desta classe de antenas, uma vez que se busca antenas com o menor volume possível.

Para compreendermos o comportamento dos diagramas de radiação na Figura 4-13, vamos analisar o comportamento dos raios na Figura 4-11. Observando a parte superior do refletor modelado, nota-se que essa região assemelha-se a uma seção de uma parábola refletindo os raios em uma mesma direção e, desta forma, definindo o máximo no diagrama de radiação. Na parte inferior da geratriz, percebe-se o espalhamento da energia refletida definindo a forma de co-secante ao quadrado no diagrama de radiação. Nota-se que nesta configuração (OADC) o transbordamento no refletor principal é maior e, conseqüentemente, os lóbulos de radiação nas direções $\theta > 160^\circ$ são mais proeminentes.

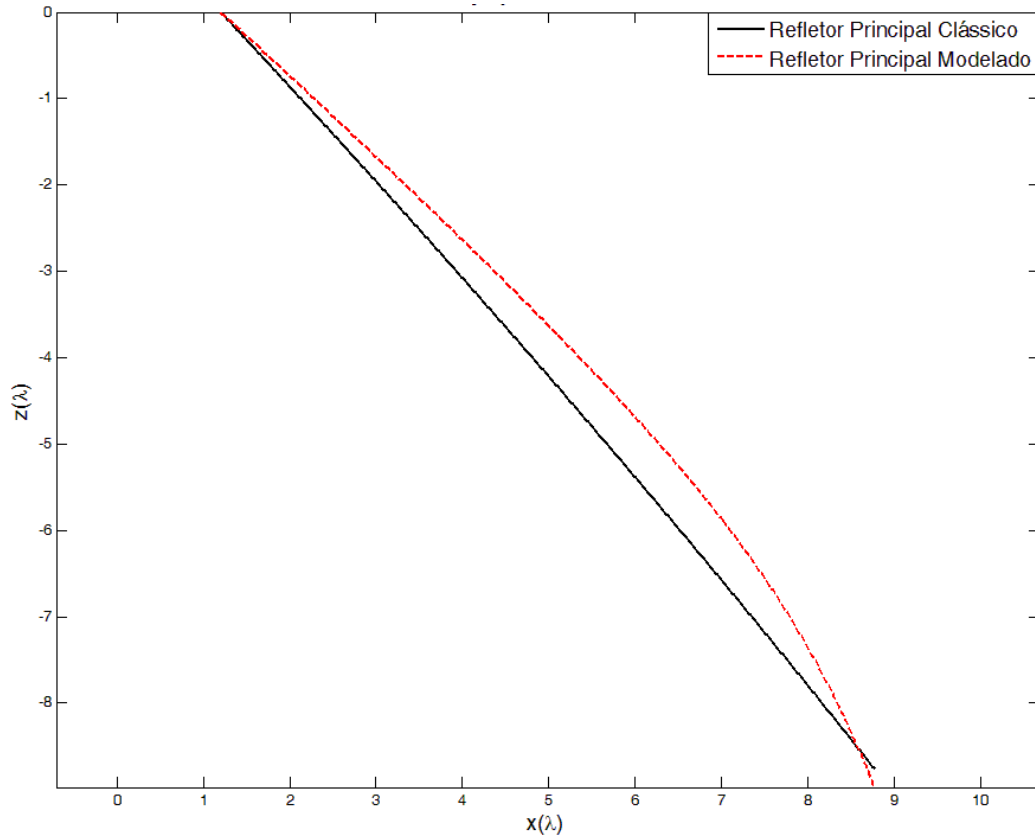


Figura 4-12 Refletor principal da antena OADC com cáustica virtual e o refletor principal clássico

Os diagramas de radiação obtidos pelo ApM-CO e pelo MoM são apresentados na Figura 4-13. O MoM apresenta máximo de radiação na direção $\theta = 96^\circ$ e ganho de 9,48 dBi, o ApM-CI tem máximo em $\theta = 96,5^\circ$, e ganho de 9,25 dBi e o ApM-CO tem máximo em $\theta = 96,25^\circ$ e ganho de 8,84 dBi. Nas direções em torno do máximo ($80^\circ \leq \theta \leq 100^\circ$) as divergências entre os métodos são pequenas, e tornam-se mais acentuadas para ângulos $\theta > 100^\circ$.

4.3.2 OADC com Cáustica Real

No estudo de caso desta seção, o refletor principal foi modelado para apresentar o mesmo diagrama de radiação do caso estudado na seção anterior, porém com uma cáustica real em frente ao refletor principal, imposta pelos limites $\theta_i = 135^\circ$ e $\theta_f = 93^\circ$, como mostra a Figura 4-14. O refletor modelado foi descrito por 500 pontos e o maior erro apresentado na síntese foi de $\Delta\theta = 0,32^\circ$.

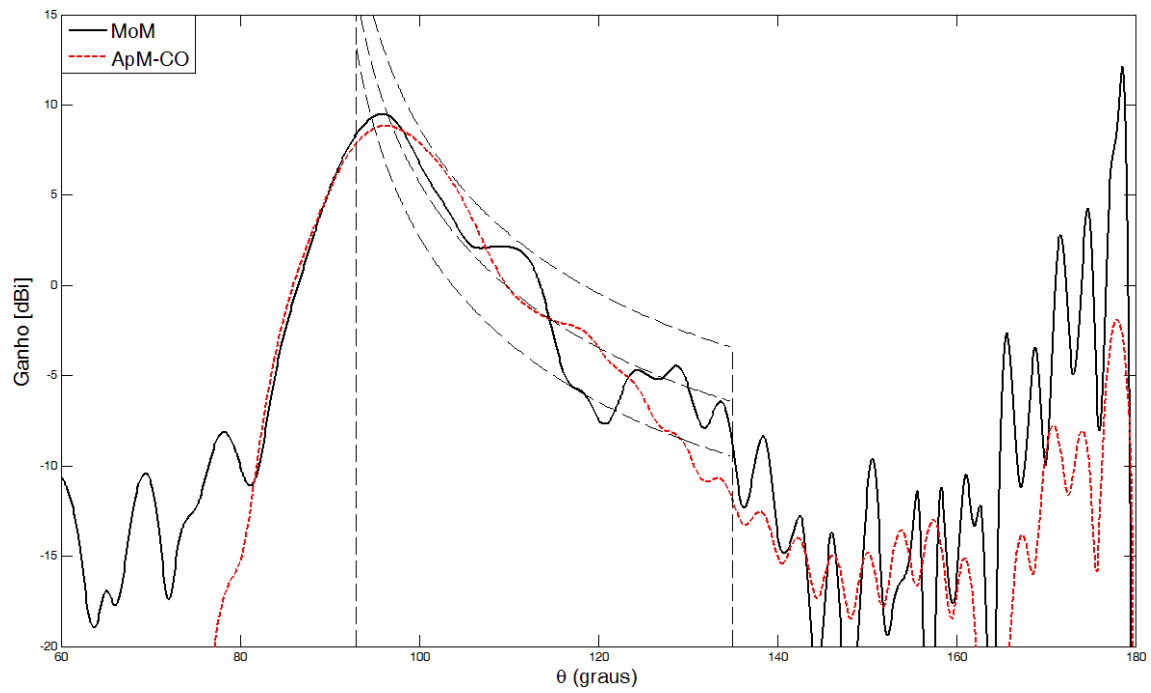


Figura 4-13 Diagrama de radiação da antena OADC modelada com cáustica virtual

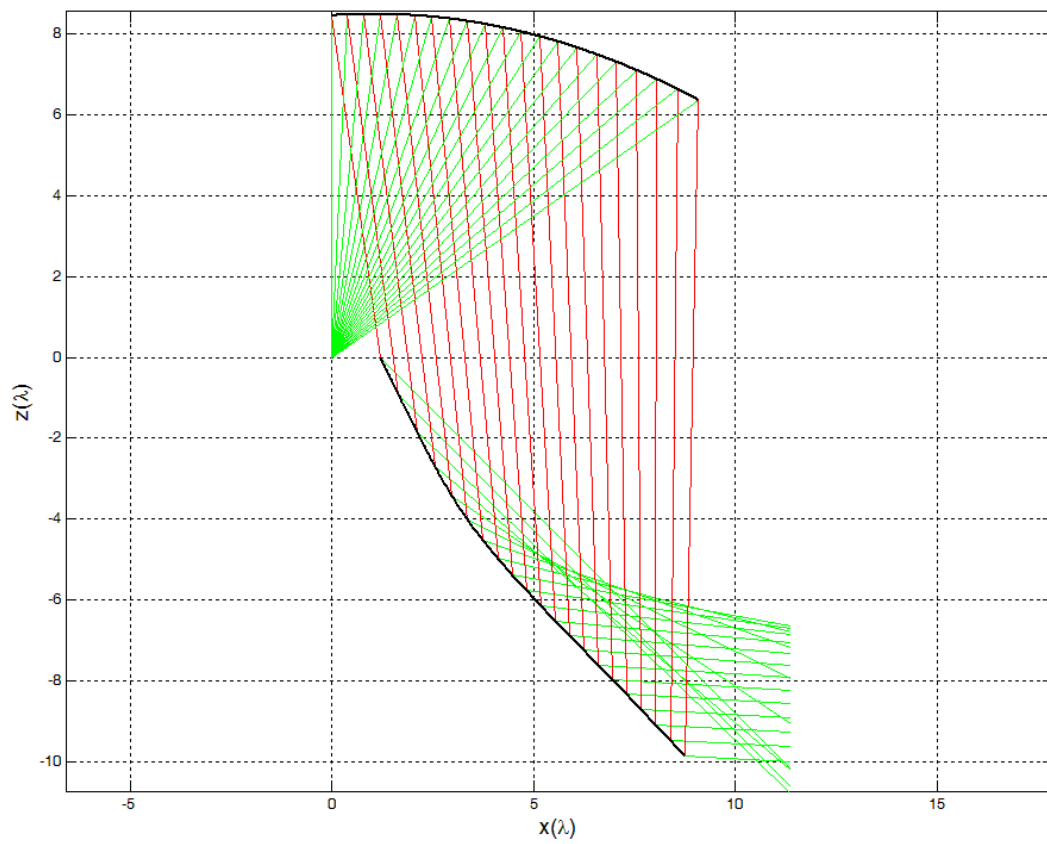


Figura 4-14 Estrutura de raios para uma OADC modelada com cáustica real

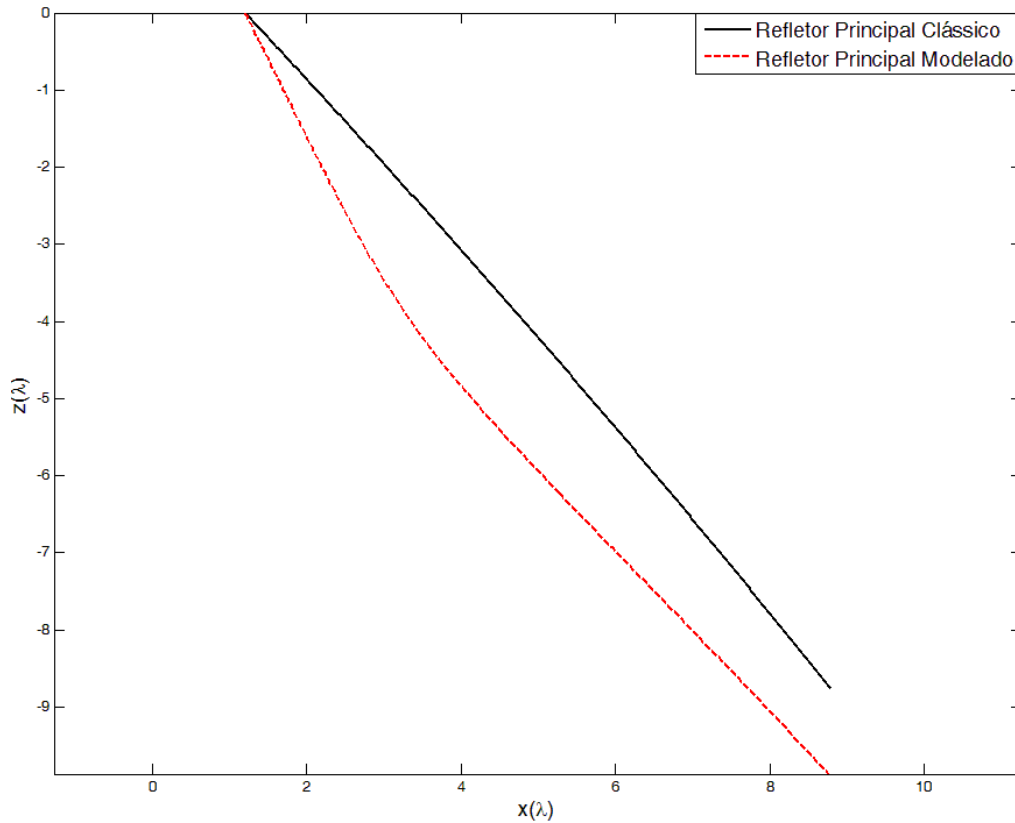


Figura 4-15 Refletor principal da antena OADC com cáustica real e o refletor principal clássico

Observando a Figura 4-15, nota-se que não ocorreram grandes variações nas dimensões do refletor modelado quando comparado ao refletor parabólico, pois o diâmetro do refletor modelado ficou praticamente inalterado e houve um pequeno aumento em V_M . Assim como dito para a antena OADE com cáustica real na Seção 4.2.2, na modelagem de antenas OADC com cáustica real deve-se observar se a curvatura na parte superior do refletor modelado é muito acentuada e se os raios refletidos nas regiões próximas a P_2 são bloqueados pelas regiões do refletor próximas a P_1 , causando uma área de sombra.

Observando os diagramas de radiação da Figura 4-16 obtidos através do ApM-CO e MoM, nota-se que os métodos preveem a mesma direção de máximo em $\theta = 96^\circ$ e as discrepâncias no ganho são inferiores a 0,1 dB. Nas direções em torno do máximo ($90^\circ \leq \theta \leq 110^\circ$) os métodos apresentam discrepâncias maiores e divergem para $\theta > 110^\circ$. Note em particular que a região do diagrama $\theta > 160^\circ$ é muito parecida com a do caso de estudo anterior (Figura 4-13), ficando evidente que nesta região a maior parte da radiação é proveniente do sub-refletor, que é idêntico para as duas antenas.

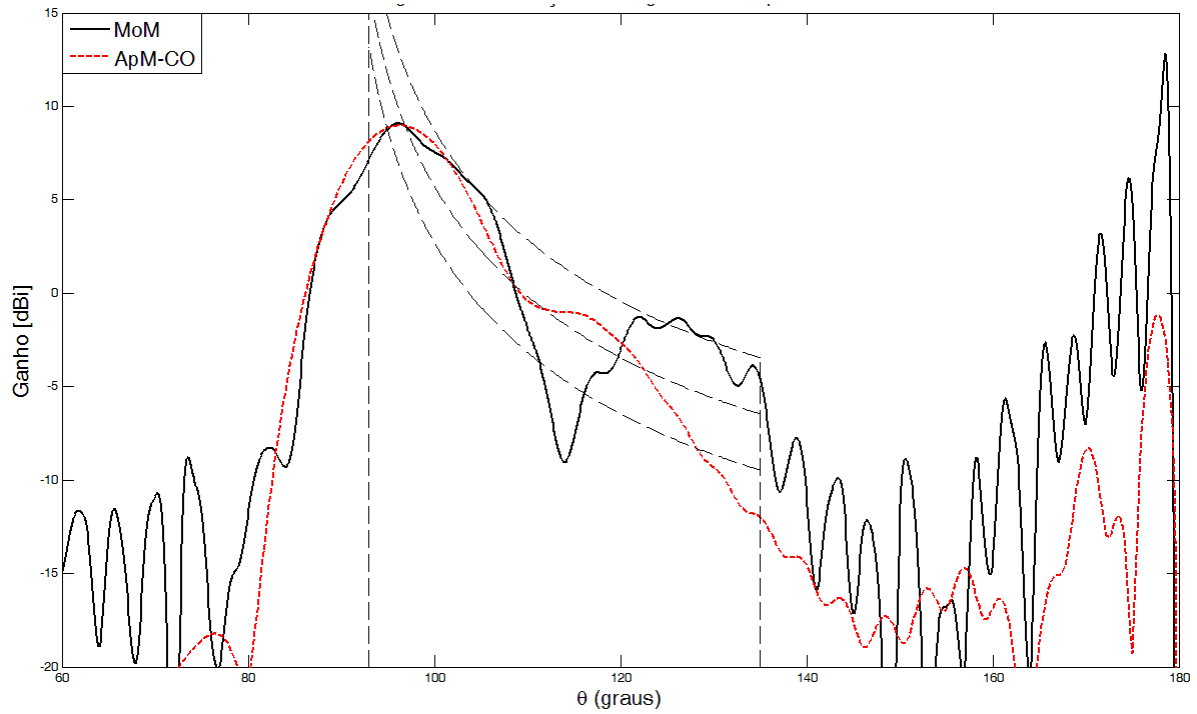


Figura 4-16 Diagrama de radiação da antena OADC modelada com cáustica real

4.4 Antenas com Dimensões Elétricas Grandes

É esperado que na medida em que aumentarmos as dimensões elétricas dos refletores, as contribuições de campo geradas por fenômenos de difração e acoplamento eletromagnético tornem-se menos significativos e, conseqüentemente, a síntese fundamentada na GO e os métodos adotados para determinação dos diagramas de radiação apresentem melhores resultados. Nesta seção iremos estudar antenas com o dobro das dimensões das apresentadas nas Seções 4.2 e 4.3. Entretanto é necessário que primeiro determinemos as antenas clássicas com o dobro das dimensões. Para tal utilizamos a distância entre a origem e o vértice $V_s = 15,28\lambda$ (no caso da OADE - Seção 4.4.1) ou $V_s = 16,92\lambda$ (no caso da OADC - Seção 4.4.2), o diâmetro do refletor principal $D_M = 32,12\lambda$, a coordenada z da borda interna do refletor principal $z_B = 0$, o diâmetro da abertura central $D_B = 4,8\lambda$, a largura da abertura cônica $W_A = 14\lambda$ e o ângulo entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz $\gamma = 102^\circ$.

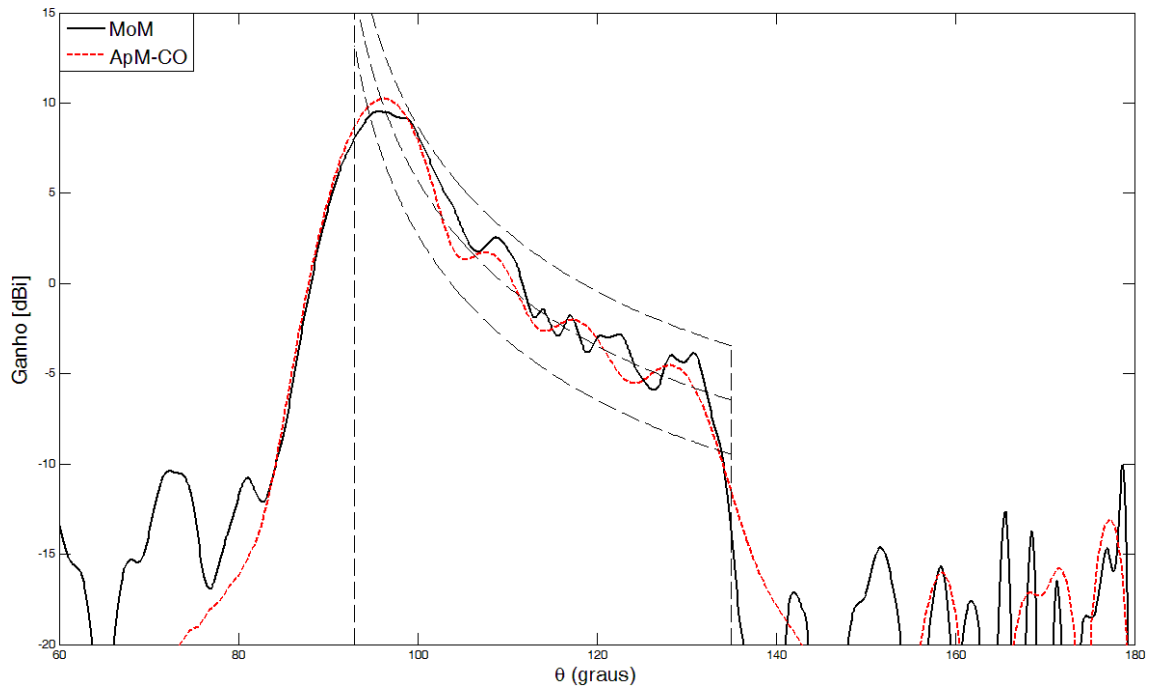


Figura 4-17 Diagrama de radiação da antena OADE grande com cáustica virtual

4.4.1 OADE com Cáustica Virtual

De forma análoga a Seção 4.2.1 o refletor principal foi modelado para apresentar um diagrama co-secante ao quadrado no plano de elevação entre $\theta_f = 93^\circ$ e $\theta_i = 135^\circ$ com cáustica virtual $\theta_i > \theta_f$.

Observando os diagramas de radiação (Figura 4-17) obtidos através do ApM-CO e MoM, nota-se que a síntese apresentou melhores resultados quando comparados aos resultados fornecidos pelas antenas duas vezes menores. Além disto, nas direções $85^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ o ApM-CO apresentou resultados mais próximos aos do MoM, quando comparado aos estudos de caso anteriores. As diferenças observadas entre os resultados são menores que nos casos apresentados nas Seções 4.2 e 4.3, haja vista a menor representatividade dos efeitos difrativos e do acoplamento eletromagnético. Nas direções $0 \leq \theta \leq 85^\circ$ e $135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ os métodos divergem em função das limitações do ApM nestas regiões.

4.4.2 OADC com Cáustica Real

Mais uma vez, utilizamos o dobro das dimensões das antenas estudadas anteriormente e modelamos o refletor principal para apresentar um diagrama co-

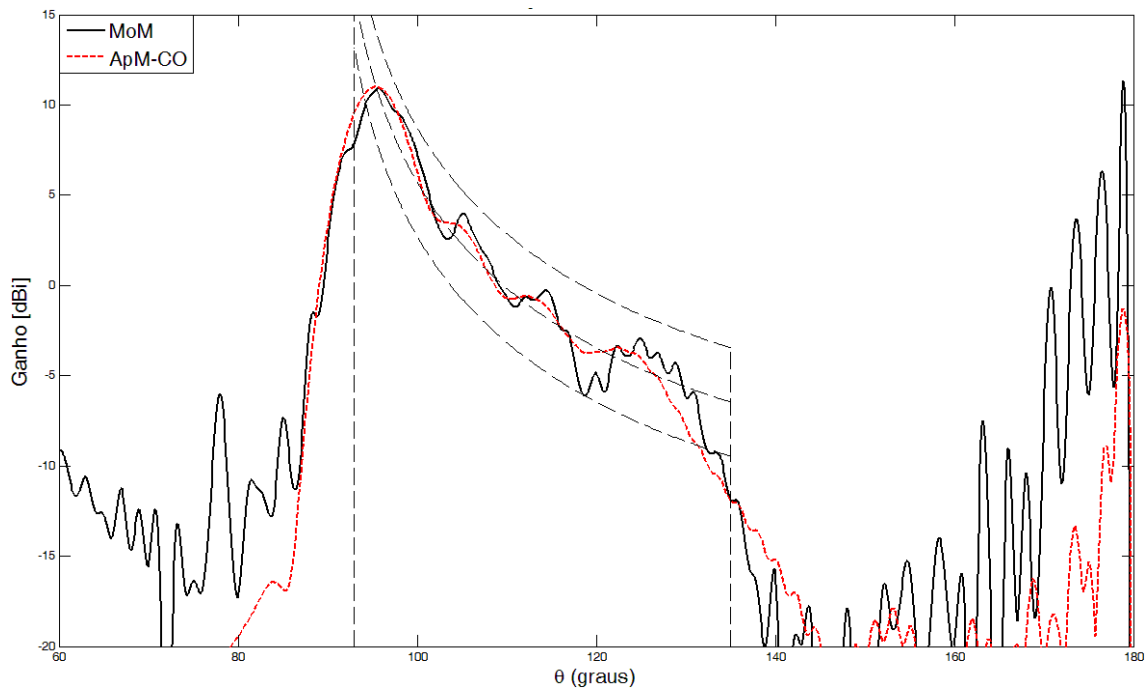


Figura 4-18 Diagrama de radiação da antena OADC grande com cáustica real

secante ao quadrado no plano de elevação, porém com cáustica real. Assim como na Seção 4.3.2 os limites adotados para a síntese são $\theta_f = 93^\circ$ e $\theta_i = 135^\circ$.

Observando os diagramas de radiação (Figura 4-18) obtidos através do ApM-CO e MoM, nota-se que nas direções $85^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ a síntese apresentou bons resultados, assim como o método adotado para determinação do diagrama de radiação. As diferenças observadas entre os resultados são menores que nos casos apresentados nas Seções 4.2 e 4.3. Nas regiões externas à região objetivada pela síntese ($93^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$) os métodos divergem.

4.5 Análise Comparativa

Nesta seção será feito um estudo comparativo entre as quatro configurações de antenas duplo-refletores com cobertura omnidirecional apresentadas nas Seções 4.2 e 4.3. O objetivo é analisar as geometrias e o comportamento dos diagramas de radiação obtidos e indicar a configuração que apresentou os melhores resultados, ou seja, dimensões mais compactas, maior ganho na direção de máximo, comportamento de co-secante ao quadrado no diagrama e nível de lóbulos laterais baixo.

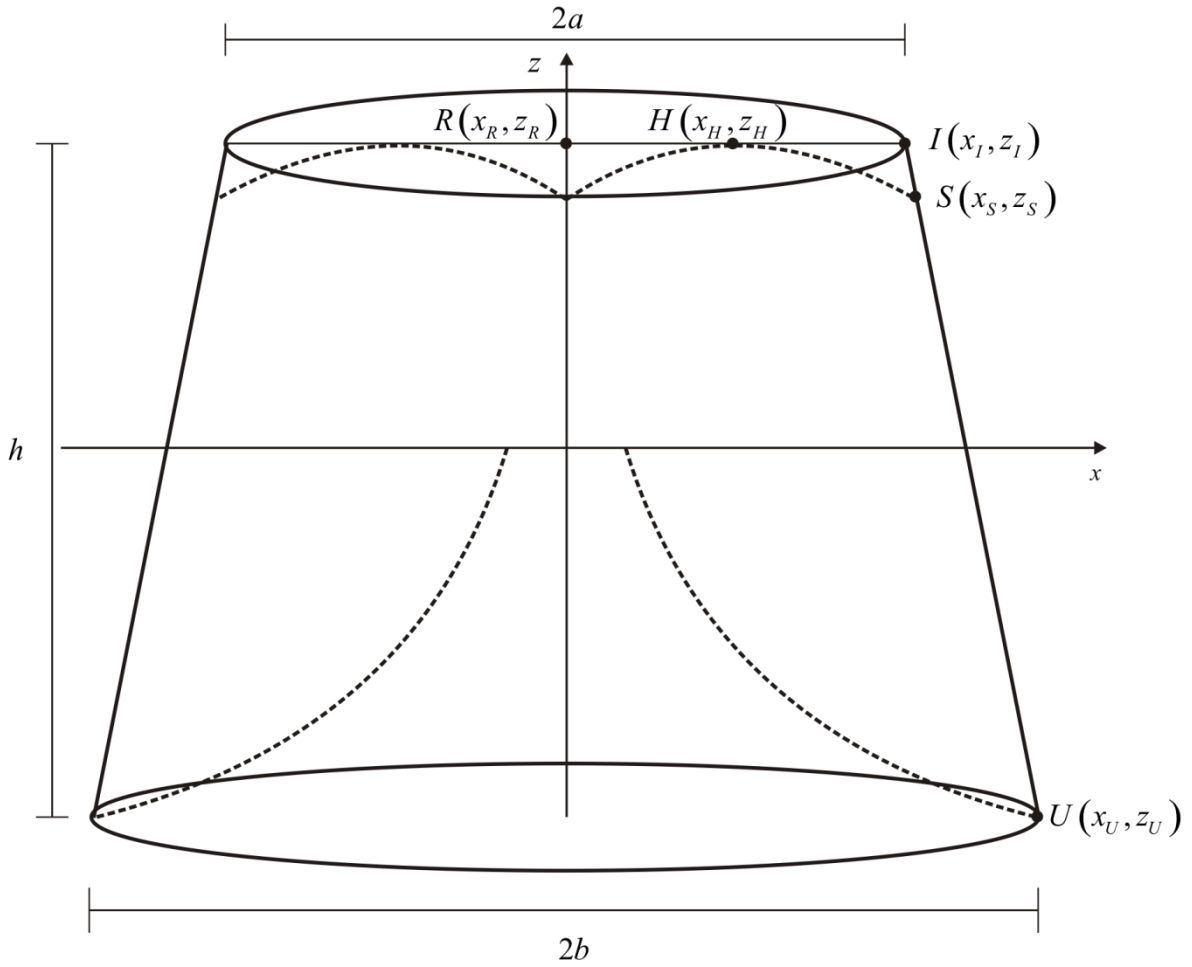


Figura 4-19 Cone circular que define o volume da antena

O primeiro ponto que iremos abordar neste estudo comparativo é a geometria das antenas sintetizadas. A finalidade de tal estudo é determinar a antena que apresentou menores dimensões e conseqüentemente menor volume. O volume será aqui definido como o cone circular com raios a , b e altura h , como ilustrado na Figura 4-19. O raio maior (b) é definido como a metade do diâmetro do refletor modelado D_M . O raio menor (a) e a altura (h) são obtidos através da intercessão das retas $\overline{US}$ e $\overline{RH}$. Por inspeção, obtém-se que a reta $\overline{US}$ é descrita por:

$$z = mx + (z_S - mx_S) \quad (4-3)$$

onde

$$m = \frac{z_U - z_S}{x_U - x_S} \quad (4-4)$$

enquanto a reta $\overline{RH}$ é descrita por

$$z = z_H \quad (4-5)$$

onde z_H é o maior valor da coordenada z do sub-refletor, obtido numericamente.

Igualando (4-3) a (4-5) obtém as coordenada x do ponto I :

$$x_I = \frac{z_H - z_S}{m} + x_S \quad (4-6)$$

Desta forma, tem-se que

$$a = \left| (x_U - x_S) \left(\frac{z_H - z_S}{z_U - z_S} \right) + x_S \right| \quad (4-7)$$

$$b = |x_U| \quad (4-8)$$

$$h = |z_U - z_I| \quad (4-9)$$

e o volume é obtido através de [34]

$$V = \frac{1}{3} \pi h (a^2 + ab + b^2) \quad (4-10)$$

Analisando os dados apresentados na Tabela 4-1 percebemos que o diâmetro sub-refletor (D_S) e a distância da origem ao vértice (V_S) para a configuração OADE são menores. Observando o diâmetro do refletor modelado (D_M) e a distância (V_M) nota-se que OADE com cáustica real têm as menores dimensões. Para todas as configurações o diâmetro da abertura (D_B) manteve-se constante. Por fim, analisando o volume, pode-se concluir que a antena que apresentou dimensões mais compactas foi a OADE com cáustica real.

A Figura 4-20 apresenta o diagrama de radiação das antenas estudadas nas Seções 4.2 e 4.3 dado pelo MoM. Analisando estes diagramas percebemos que a

Tabela 4-1 Parâmetros geométricos das antenas modeladas

	OADE		OADC	
Cáustica	Virtual	Real	Virtual	Real
$D_s(\lambda)$	14,71	14,71	18,17	18,17
$V_s(\lambda)$	7,64	7,64	8,46	8,46
$D_M(\lambda)$	26,59	16,71	17,55	17,51
$V_M(\lambda)$	17,20	7,98	8,97	9,87
$D_B(\lambda)$	2,40	2,40	2,40	2,40
$z_B(\lambda)$	0,00	0,00	0,00	0,00
θ_E	54,97°	54,97°	54,99°	54,99°
Volume ($10^3 \lambda^3$)	8,109	2,998	4,403	4,619

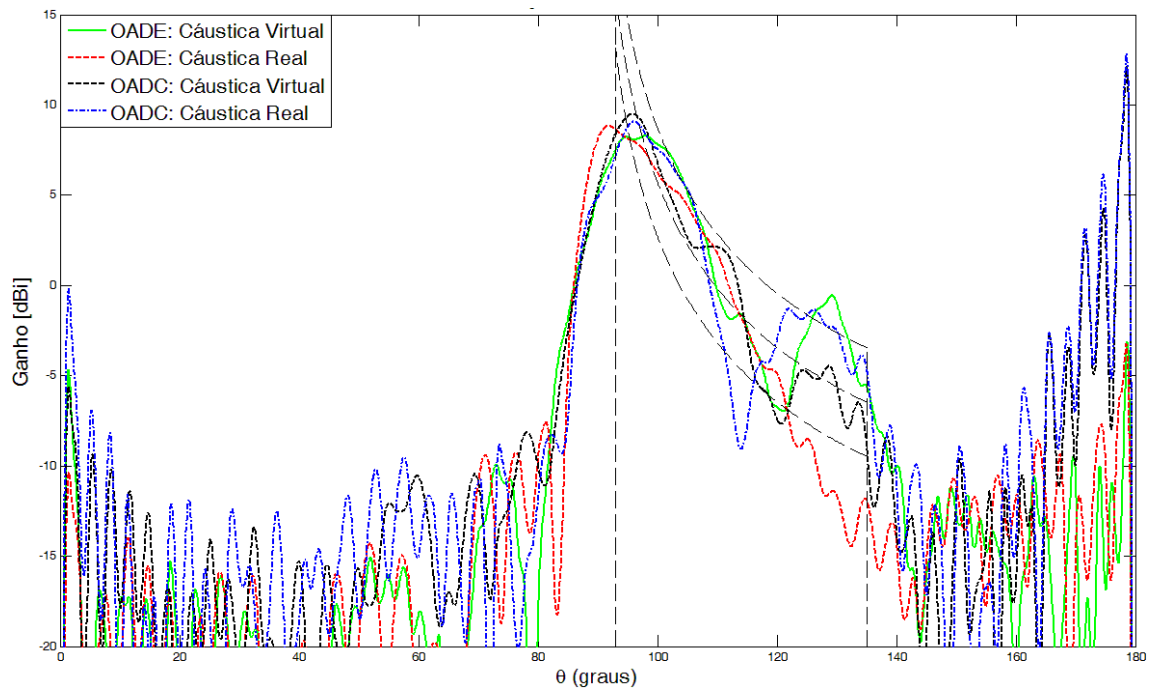


Figura 4-20 Diagrama de radiação das quatro configurações obtido através de MoM

configuração que apresenta maior ganho na direção de máximo é a OADC com cáustica virtual, com ganho de 9,48 dBi em $\theta = 96^\circ$. Avaliando o comportamento de co-secante ao quadrado dos diagramas na região $93^\circ < \theta < 125^\circ$, todas as configurações, com exceção da OADC com cáustica real, apresentaram diagrama

próximo da curva ideal, com diferenças menores do que 3 dB. Nas regiões $\theta > 125^\circ$ a síntese perde o controle do diagrama. Observando as regiões $0^\circ < \theta < 80^\circ$ e $135^\circ < \theta < 180^\circ$, percebemos que as configurações OADC apresentam maior nível de lóbulos laterais.

Através da análise feita nesta seção foi possível concluir que a antena que apresentou melhores resultados foi a OADE com cáustica real. Tal configuração apresentou as menores dimensões com acentuadas diferenças no volume, quando comparada às demais, ganho de 8,84 dBi na direção de máximo e portanto diferença de 0,64 dB da antena que teve maior ganho e também baixo nível de lóbulo lateral, quando comparada as antenas OADC.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho consistiu-se no estudo e desenvolvimento de um software capaz de projetar e analisar antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional. O objetivo no qual se fundamentou a pesquisa foi o desenvolvimento de antenas que apresentassem um diagrama de radiação co-secante ao quadrado no plano de elevação e a aplicação de técnicas numéricas de baixo custo computacional para análise dos respectivos diagramas de radiação.

O software para síntese de análise das antenas foi fundamentado nos princípios da GO e adotou a formulação fechada apresentada em [16] para a obtenção do conjunto de refletores (refletor principal e sub-refletor) clássicos em quaisquer umas de suas configurações (OADE, OADC, OADH, OADG). Mantendo o sub-refletor clássico, um novo refletor principal foi modelado através do método discutido em [21] de forma a apresentar um diagrama co-secante ao quadrado. Para a solução da equação de mapeamento, inerente ao método de modelagem, foi desenvolvido um algoritmo iterativo com controle de precisão que apresentou excelentes resultados. Como forma de validação do algoritmo de modelagem, utilizamos casos particulares onde os resultados esperados eram superfícies clássicas e os comparamos com os resultados obtidos através da formulação fechada para antenas clássicas. As diferenças entre os dois métodos são imperceptíveis nos casos analisados, como pôde ser observado nas Figura 2-16 e 2-17.

A determinação do diagrama de radiação produzido pelas antenas sintetizadas foi feita através do método da abertura em virtude de apresentar baixo custo computacional. Foram escolhidas duas diferentes aberturas, visto que uma delas (abertura cilíndrica) só pode ser aplicada nos caso onde o mapeamento gera cáustica virtual. O campo na abertura cilíndrica foi determinado através da GO e conceitos de conservação da energia, onde relacionamos o campo na região de campo distante da antena com o campo na abertura. Entretanto, percebemos que o método não pode ser aplicado nos casos onde a opção de mapeamento dos raios escolhida para a modelagem gera a uma cáustica real. Como a cáustica real “corta” a abertura cilíndrica e pela GO o campo não pode ser definido em regiões de cáustica, foi necessário adotar outra abertura numa região “livre” de cáustica. Definimos então uma abertura

conformada localizada imediatamente após a superfície do refletor principal, e só então relacionamos o campo distante com o campo na abertura. Em seguida, utilizando as expressões para o campo na abertura e o princípio da equivalência, determinou-se as densidades superficiais de correntes elétrica e magnética equivalentes, e só então, através da integral de radiação, o campo na região de campo distante é calculado. Para avaliar os resultados fornecidos pelos métodos propostos, foram estudadas as antenas clássicas discutidas na Seção 2.3, sendo utilizado o MoM como solução de referência.

Por fim, utilizando as ferramentas desenvolvidas, sintetizamos e analisamos duas possíveis configurações de refletores (OADE e OADC) e duas diferentes formas de mapeamento dos raios em cada configuração. Após análise dos diagramas de radiação e da geometria das antenas foi possível concluir que a antena OADE com cáustica real apresentou os melhores resultados, quando comparada as demais.

5.1 Considerações Finais

Foi possível observar que o método da abertura, tanto para abertura cilíndrica como para abertura conformada, apresenta bons resultados nas direções próximas à direção de máximo quando as antenas analisadas são clássicas. Entretanto, para as antenas modeladas a região de interesse não se restringe ao lóbulo principal, e na medida em que nos afastamos da direção de máximo o campo gerado por efeitos difrativos e de acoplamento eletromagnético entre os refletores tem maior relevância e, conseqüentemente, o método apresenta maior erro.

O programa de síntese e análise de antenas duplo-refletores com cobertura omnidirecional foi desenvolvido em Linguagem C++. A implementação do algoritmo procurou, além de modelar superfícies refletoras e determinar campo produzido por elas, fazê-lo da forma mais eficiente e geral (para antenas com diagrama co-secante ao quadrado) possível, possibilitando a síntese e determinação do diagrama de radiação em sistemas interativos.

5.2 Proposta de Continuidade

Nesta seção serão apresentadas algumas propostas para continuidade do presente trabalho tanto para a modelagem geométrica de antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional como para determinação do diagrama de radiação.

A primeira proposta é o desenvolvimento de uma formulação para a modelagem do sub-refletor, mantendo o refletor principal clássico. O objetivo é aplicar a técnica apresentada em [30], da mesma forma como feito em [21] e neste trabalho, porém mantendo o refletor principal clássico e fazendo a modelagem do sub-refletor de forma que na região de campo distante o diagrama apresente a forma de co-secante ao quadrado no plano de elevação. Outra opção, na mesma linha da primeira, é o desenvolvimento de uma formulação para a modelagem simultânea do sub-refletor e refletor principal buscando o mesmo tipo de diagrama de radiação.

A respeito da determinação do diagrama de radiação, fica como proposta para trabalhos futuros o desenvolvimento de formulação utilizando técnicas numéricas ou assintóticas para a determinação do campo na abertura e, conseqüentemente, proporcionar melhores resultados na obtenção do diagrama de radiação pelo método da abertura.

Como última proposta de continuidade, é sugerida a aplicação de técnicas numéricas mais eficientes na determinação do diagrama de radiação. Possíveis opções seriam a Óptica Física e o método de indução imagem, proposto em [36].

6 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- [01] Bannister J., Mather P. and Coope S., Convergence Technologies For 3g Networks: Ip, Umts, Egprs And Atm, John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [02] H. Izadpanah et al., "MM-Wave Wireless Access Technology For The Wideband Wireless Local Loop Applications," IEEE RAWCON '98, Colorado Springs, CO, Aug. 1998.
- [03] D. Gray, "A Broadband Wireless Access System at 28 GHz" IEEE Radio and Wireless Conference, Boulder, CO, pp. 1-7, Aug. 1997.
- [04] Hossein Izadpanah, "A Millimeter-wave Broadband Wireless Access Technology Demonstrator for the Next-Generation Internet Network Reach Extension," IEEE Communications Magazine, September 2001.
- [05] Seidel S., "Radio Propagation and Planning at 28 GHz for Local Multipoint Distribution Service (LMDS)" IEEE Antenna And Propagation Society International Symposium, 1998, New York. Proceedings v. 2, p. 622-625, 1998.
- [06] A. Norbotten, "LMDS Systems and their Application", IEEE Communication Magazine, June 2000, pp. 150-154.
- [07] Freeman, R. L., Telecommunication System Engineering, 3rd ed., New York, John Wiley & Sons, 1996.
- [08] PARSONS, J. D. The Mobile Radio Propagation Channel. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2000. 418 p.
- [09] Rappaport, T. S., Wireless Communications: Principles and Practice, second edition, Prentice Hall, New York, 2002.

- [10] S. Silver (Editor); Microwave Antenna Theory and Design; IEE Electromagnetic Wave Series Vol. 19, Peter Peregrinus (on behalf of the IEE), London, 1984.
- [11] C.A. Balanis; Antenna Theory: Analysis and Design; Third Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2005.
- [12] Thomas A. Milligan. Modern Antenna Design. John Wiley & Sons Inc., Second edition, 2005.
- [13] Collin, R. E. Antennas and radiowave propagation. McGraw-Hill, International student edition, 1985.
- [14] Georges A. Deschamps, "Ray techniques in electromagnetics.," Proceeding of the. IEEE, vol. 60, no. 9, pp. 1022–1035, 1972.
- [15] D.A. McNamara, C.W.I. Pistorius and J.A.G. Malherbe, "Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction", Boston: Artech House, 1990.
- [16] Fernando J. S. Moreira and J. R. Bergmann, "Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas for Omnidirectional Coverage with Arbitrary Main-Beam Direction in the Elevation Plane," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 54, no. 10, pp. 2854–2861, Oct. 2006.
- [17] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, "An Omni Directional ADE Reflector Antenna," Microwave and Optical Technology Letters, vol. 40, no. 3, pp. 250—254, Feb. 2004.
- [18] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, "Simple Design Equations for Omnidirectional Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas," Microwave and Optical Technology Letters, vol. 45, no. 2, pp. 159—163, April 2005.

- [19] Fernando J. S. Moreira e José R. Bergmann, "Estudo do Desempenho de Antenas Refletoras ADC e ADE Clássicas Omnidirecionais," (MOMAG 2004), São Paulo, Agosto 2004.
- [20] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, "Classical Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas for Omnidirectional Coverage," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 53, no. 9, pp. 2799—2808, Sept. 2005.
- [21] José R. José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, "Omnidirectional ADE antenna with GO shaped main reflector for arbitrary far-field pattern in the elevation plane," IET Microwaves, Antennas & Propagation, vol. 3, no. 5, pp. 1028—1035, Oct. 2009.
- [22] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, "Bandwidth behavior of omnidirectional dual-reflector antennas synthesized for uniform coverage," Journal of Microwaves, Optoelectronics, and Electromagnetic Applications, vol. 8, no. 1, pp. S1—S8, June 2009.
- [23] Sandro R. Zang, José R. Bergmann, and Fernando J. S. Moreira, "Omnidirectional Dual-reflector Antenna with a GO Shaped Main Reflector for an Arbitrary Far-Field Pattern in the Elevation Plane," (EuCAP), Berlin, pp. 3347—3050, 2009.
- [24] José R. Bergmann e Fernando J. S. Moreira, "Antena Duplo-Refletora Omnidirecional ADE Modelada para Cobertura Uniforme," MOMAG 2008, Florianópolis, SC, pp. 593—596, Setembro 2008.
- [25] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, "GO Aperture Field of Omnidirectional Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas," 2007 IEEE AP-S, Honolulu, HI, USA, pp. 5167—5170, June 2007.
- [26] Pino, A. G., Acuña, A. M. A., and Lopez, J. O. R.: 'An omnidirectional dual-shaped reflector antenna,' Microw. Opt. Tech. Lett., 2000, 27, (5), pp. 371—374

- [27] Westcott B.S. and Norris A.P., "Reflector synthesis for generalized far-fields", J. Phys. A: Math. Gen., 8, 521-532, 1975
- [28] Brickell, F., Marder, L., and Westcott, B. S., "The Geometric optics design of reflectors using complex coordinates", J. Phys. A, Vol. 10, N° 2, pp. 245-260, 1977.
- [29] Westcott, B. S. and Brickell, F., "Go Synthesis of Reflectors using Complex Coordinates", IEE Proc., pp. 353-359, 1977.
- [30] Westcott, B. S., Stevens, F. A., and Brickell, F., "GO synthesis of offset dual reflectors", IEE Proc., 128, Pt. H, (1), pp. 11-18, 1981.
- [31] Abramowitz, M., and I. A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions, U. S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, N° 55, 1964.
- [32] S. Feng and H. G. Winful. "Physical origin of the Gouy phase shift", Optics Letters, 26(8):485–487, 2001.
- [33] R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill Book Co., New York, 1961.
- [34] A. G. Pino, A. M. A. Acuña, and J. O. R. Lopez, "An omnidirectional dual-shaped reflector antenna," Microw. Opt. Tech. Lett., vol. 27, no. 5, pp. 371–374, Dec. 5, 2000.
- [35] Spiegel, M.R., and Liu, J., Mathematical Handbook of Formulas and Tables, McGraw-Hill, New York, 1999.
- [36] R. F. Harrington, "On scattering by large conducting bodies," IRE Trans. Antennas Propag., vol. AP-6, no. 2, pp. 150–153, Apr. 1957.

Apêndice A : Algoritmo Para as Antenas Clássicas

Apêndice A.1 – Determinação dos Parâmetros das Antenas Clássicas

Neste apêndice está listado o código desenvolvido para a determinação dos parâmetros das antenas clássicas a partir das dimensões de projeto. A linguagem no qual se encontra é C++.

```

/***** PARAMETROS DE ENTRADA *****/
*****

    Wa - Abertura efetiva;
    Dm - Diametro do refletor principal;
    Db - Diametro do bloqueio;
    Zb - Coordenada z da abertura;
    Vs - Distância da origem ao vértice do subrefletor;
    gama_deg - angulo entre o eixo principal e o eixo de simetria da
parabola;
    itype - 1-OADC, 2-OADG, 3-OADE, 4-OADH.

*****
**/
double lb = 1;
double lb1 = lb / 0.95;
double lb2 = lb / 1.10;

double k = (2 * pi)/lb;

double Neta = 120*pi;
double Wa, Dm, Db, Zb, Vs, gama_deg ;
double theta_ini = 0, theta_end = 0;

int itype ;

    // CASO 01 - OADE VIRTUAL (1x)

    Wa = 7 * lb;    Dm = 17.56 * lb;    Db = 2.4 * lb;
    Zb = 0*lb;    Vs = 7.64*lb;    gama_deg = 102;    itype = 3;
    theta_ini = 135;    theta_end = 93;

    // Ponteiros para sin e cos de gama
    double singama = sin(gama);
    double cosgama = cos(gama);

    // Extremidade do refletor principal (vP1 , vP2)
    vetor *vP1 = new vetor;
    vP1 -> x = (Dm/2);
    vP1 -> z = (Zb + (((Dm - Db)/2)*(cosgama/singama)) -
(Wa*(1/singama)));

    vetor *vP2 = new vetor;
```

```

vP2 -> x = (Db/2);
vP2 -> z = Zb;

// Localização do vértice do sub-refletor
vetor *vQ = new vetor;
vQ -> x = 0;
vQ -> z = Vs;

// Vetor unitário das direções do sistema de posicionamento
auxiliar;
vetor *uXm = new vetor;
uXm -> x = cosgama;
uXm -> z = -singama;

vetor *uZm = new vetor;
uZm -> x = singama;
uZm -> z = cosgama;

// Vetor distancia entre as extremidade do refletor principal
(P1 - P2)
vetor * vP1P2 = new vetor;
vP1P2 = vetor::sub(vP1,vP2);

// Vetor (P1 - P2) no sistema de posicionamento auxiliar
vetor * vP1P2m = new vetor;
vP1P2m = vetor::auxsist(vP1P2,gama);

/*****Determinação de Parametros intermediários *****/
vPiQ - Distancia da extremidade do refletor principal ao
        vertice;
eta_one = cot(alpha_one/2);
eta_two = cot(alpha_two/2);
uPiQm - vetor unitário de vPiQ;
*****/

double eta_one = 0, eta_two = 0, alpha_one = 0, alpha_two = 0;
vetor * vPi = new vetor;
vetor * vPiQ = new vetor;
vetor * uPiQm = new vetor;

if ( (itype == 1) || (itype == 2) ) // option II
{
    vPi -> x = vP2 -> x;
    vPi -> z = vP2 -> z;
    vPiQ = vetor::sub(vP2, vQ);
    eta_two = vetor::dot(uXm,vPiQ)/(vetor::mod(vPiQ) -
vetor::dot(uZm,vPiQ));
    eta_one = ((2 * vP1P2m->z)/vP1P2m->x) - eta_two;
    uPiQm -> x = (2 * eta_two)/(1 + eta_two*eta_two);
    uPiQm -> z = (eta_two*eta_two - 1)/(1 + eta_two*eta_two);
}

if ( (itype == 3) || (itype == 4) ) // option I
{
    vPi -> x = vP1 -> x;
    vPi -> z = vP1 -> z;
    vPiQ = vetor::sub(vP1, vQ);

```

```

        eta_one = vetor::dot(uXm,vPiQ)/(vetor::mod(vPiQ) -
vetor::dot(uZm,vPiQ));
        eta_two = ((2 * vP1P2m->z)/vP1P2m->x) - eta_one;
        uPiQm -> x = (2 * eta_one)/(1 + eta_one*eta_one);
        uPiQm -> z = (eta_one*eta_one - 1)/(1 + eta_one*eta_one);
    }

    // Determinação de Alpha 1 e Alpha 2;
    alpha_one = 2 * atan(1/eta_one);
    alpha_two = 2 * atan(1/eta_two);

    vetor * uPiQ = new vetor;
    uPiQ = vetor::mainsist(uPiQm,gama);
    double distfocal = (vP1P2m->x)/(2 * (eta_one - eta_two));

    cout << distfocal << endl;

    vetor * vP = new vetor;
    vetor * vPaux = new vetor;

    vPaux -> x = - 2 * distfocal * eta_one;
    vPaux -> z = - distfocal * ((eta_one * eta_one) - 1);

    vP = vetor::add(vP1,vetor::mainsist(vPaux,gama));

    double twoc = vetor::mod(vP);
    double eccent = twoc/(vQ->z +
vetor::dot(vetor::sub(vP,vQ),uPiQ));
    double beta = atan2(vP->x,vP->z);
    vetor * vRaux = new vetor;
    vetor * vR = new vetor;
    double alpha ;

    if ( (itype == 1) || (itype == 2) ) // option II
    {
        alpha = alpha_one;
    }
    if ( (itype == 3) || (itype == 4) ) // option I
    {
        alpha = alpha_two;
    }

    double cRaux = ((twoc/(2*eccent))*(eccent * eccent - 1))/(1 -
eccent * cos(alpha + gama - beta));
    vRaux -> x = cRaux * sin(alpha + gama);
    vRaux -> z = cRaux * cos(alpha + gama);

    vR = vetor::add(vP,vRaux);

    double thE = atan2(vR->x,vR->z);
    double Ds = 2 * abs(vR->x);

```

Apêndice A.2 – Classe vetor

Neste apêndice estão listadas as funções da classe vetor, utilizada na determinação dos parâmetros das antenas clássicas.

```

vetor * vetor :: add(vetor *v1, vetor *v2)
{
    vetor * v = new vetor;
    v->x = v1->x + v2->x;
    v->y = v1->y + v2->y;
    v->z = v1->z + v2->z;
    return v;
}

vetor * vetor :: sub(vetor *v1, vetor *v2)
{
    vetor * v = new vetor;
    v->x = v1->x - v2->x;
    v->y = v1->y - v2->y;
    v->z = v1->z - v2->z;
    return v;
}

vetor * vetor :: cross(vetor * v1, vetor * v2)
{
    vetor * vout = new vetor;
    vout -> x = (v1->y * v2->z) - (v1->z * v2->y);
    vout -> y = (v1->z * v2->x) - (v1->x * v2->z);
    vout -> z = (v1->x * v2->y) - (v1->y * v2->x);
    return vout;
}

vetor * vetor :: auxsist(vetor * vin, double angle)
{
    vetor * vout = new vetor;
    vout -> x = vin->x * cos(angle) - vin->z * sin(angle);
    vout -> z = vin->x * sin(angle) + vin->z * cos(angle);
    return vout;
}

vetor * vetor :: mainsist(vetor * vin, double angle)
{
    vetor * vout = new vetor;
    vout -> x = vin->x * cos(angle) + vin->z * sin(angle);
    vout -> z = -vin->x * sin(angle) + vin->z * cos(angle);
    return vout;
}

double vetor::dot(vetor *v1, vetor *v2)
{
    return ((v1->x * v2->x) + (v1->y * v2->y) + (v1->z * v2->z));
}

double vetor::mod(vetor * vin)
{
    return (sqrt((vin->x * vin->x) + (vin->y * vin->y) + (vin->z *
    vin->z)));
}

```

Apêndice B: Algoritmo de Modelagem

Apêndice B.1 – Algoritmo de Mapeamento

Neste apêndice estão listados os códigos das principais sub-rotinas desenvolvidas para a solução da equação de mapeamento.

```
double mapping(double thF, double dthF, double thA, double lb, double
Goa, double Gof, double Ri, double Re, double N)

{
    double thAi = thA, dtheta = 0, dI = 1, d1F = 0, d2F = 0, d3F =
0, integGa = 0, integGf = 0;
    int i = 0;
    integGf = quadratureGf(thF, thF+dthF, lb, Ri, Re, Gof, 10);
    while (abs(dI) > 0.0000001)
    {
        i++;
        dI = integGa - integGf;

        d1F = funGa(thA, Goa) * sin(thA);
        d2F = dev1Ga(thA, Goa) * sin(thA) + funGa(thA, Goa) *
cos(thA);

        if ((dI > 0) || (d2F < 0.000000001))
        {
            dtheta = -dI/d1F;
        }
        else
        {
            dtheta = (-d1F/d2F)+ sqrt((d1F/d2F)*(d1F/d2F) -
2*(dI/d2F));
        }

        if (N > 0)
        {
            thA += dtheta;
        }
        if (N < 0)
        {
            thA -= dtheta;
        }

        integGa = N * quadratureGa(thAi, thA, Goa, 10);
    }

    return thA;
}

double quadratureGa(double x1, double x2, double Goa, int n)
{
    int i, j, m;
```

```

    double r, r1, p1, p2 , p3, dp3, xM, xL, integral1 = 0, integral2 =
0, integral = 0;
    double (*pQg)[2] = new double [n][2];

    m = ((n+1)/2) - 1 ;
    xM = 0.5 * (x2+x1) ;
    xL = 0.5 * (x2-x1) ;

    for(i = 0; i <= m; i++)
    {
        r = cos(pi*(4*i+3)/(4*n+2));
        do
        {
            p2 = 0;
            p3 = 1;
            for(j = 0; j <= n-1; j++)
            {
                p1 = p2;
                p2 = p3;
                p3 = ((2*j+1)*r*p2-j*p1)/(j+1);
            }
            dp3 = n*(r*p3-p2)/(r*r-1);
            r1 = r;
            r = r-p3/dp3;
        }
        while(fabs(r-r1) >= eps);

        pQg[i][1] = xM - xL * r;
        pQg[n-1-i][1] = xM + xL * r;
        pQg[i][2] = 2/((1-r*r)*dp3*dp3);
        pQg[n-1-i][2] = pQg[i][2];

        integral1+= pQg[i][2] * funGa(pQg[i][1],Goa) *
sin(pQg[i][1]);
        if (i != (n-1-i))
        {
            integral2+= pQg[n-1-i][2] * funGa(pQg[n-1-i][1], Goa)
* sin(pQg[n-1-i][1]);
        }
        integral = ((x2-x1)/2)*(integral1 + integral2);

        return integral;
    }

double quadratureGf(double x1, double x2, double lb, double Ri, double
Re, double Gof, int n)
{
    int i, j, m;
    double r, r1, p1, p2 , p3, dp3, xM, xL, integral1 = 0, integral2 =
0, integral = 0;
    double (*pQg)[2] = new double [n][2];

    m = ((n+1)/2) - 1;
    xM = 0.5 * (x2+x1);
    xL = 0.5 * (x2-x1);

    for(i = 0; i <= m; i++)
    {

```

```

    r = cos(pi*(4*i+3)/(4*n+2));
    do
    {
        p2 = 0;
        p3 = 1;
        for(j = 0; j <= n-1; j++)
        {
            p1 = p2;
            p2 = p3;
            p3 = ((2*j+1)*r*p2-j*p1)/(j+1);
        }
        dp3 = n*(r*p3-p2)/(r*r-1);
        r1 = r;
        r = r-p3/dp3;
    }
    while(fabs(r-r1) >= eps);

    pQg[i][1] = xM - xL * r;
    pQg[n-1-i][1] = xM + xL * r;
    pQg[i][2] = 2/((1-r*r)*dp3*dp3);
    pQg[n-1-i][2] = pQg[i][2];

    integral1+= pQg[i][2] * funGf(pQg[i][1],lb, Ri, Re, Gof) *
sin(pQg[i][1]);
    if (i != (n-1-i))
    {
        integral2+= pQg[n-1-i][2] * funGf(pQg[n-1-i][1], lb,
Ri, Re, Gof) * sin(pQg[n-1-i][1]);
    }
}
integral = ((x2-x1)/2)*(integral1 + integral2);

return integral;

}

```

Apêndice B.1 – Funções do Algoritmo de Modelagem

Abaixo estão listadas as principais funções utilizadas pelo algoritmo de modelagem.

```

double funGf(double thF, double lb, double Ri, double Re, double Gof)
{
    double fGf = source (thF,lb, Ri, Re, Gof);
    return fGf;
}

double funGa(double x, double Goa)
{
    double fGa = Goa/(sin(x-(pi/2))*sin(x-(pi/2))) ;
    return fGa;
}

double dev1Ga(double x, double Goa)
{
    double fGa = (-2*Goa)/(sin(x-(pi/2))*sin(x-(pi/2))*sin(x-
(pi/2)));
    return fGa;
}

```

```

}

double funH(double thF, double theta, double lb, double Ri, double Re,
double Gof, double Goa)
{
    double fH = funGa(theta,Goa)/funGf(thF,lb, Ri, Re, Gof);
    return fH;
}

double * funD(double thF, double theta, double lb,double lb1,double
lb2, double Ri, double Re, double Gof, double Goa)
{
    double * fD = new double [3];
    fD[0] = funGa(theta,Goa);
    fD[1] = funGf(thF,lb1, Ri, Re, Gof)*funH(thF, theta, lb, Ri, Re,
Gof, Goa);
    fD[2] = funGf(thF,lb2, Ri, Re, Gof)*funH(thF, theta, lb, Ri, Re,
Gof, Goa);
    return fD;
}

double source (double thF, double lb, double Ri, double Re, double
Gof)
{
    double k = (2*pi)/lb;
    double Eth = 0;

    if (thF < 0.002555)
    {
        Eth = pi*pi*sin(thF)*(Re*Re - Ri*Ri);
    }
    else
    {
        Eth = ((besselj0(k*Ri*sin(thF)) -
besselj0(k*Re*sin(thF)))/sin(thF));
    }

    return (Gof*Eth*Eth);
}

```

Apêndice C: Algoritmo do Método da Abertura

Apêndice C.1 – Determinação de Parâmetros Utilizados pelo Método da Abertura.

Neste apêndice está listada a sub-rotina que determina vários parâmetros utilizados na determinação do ganho através do método da abertura.

```
double ** raio(double * xSub, double * zSub, double * xShap, double *
zShap, double rP,
               double zP, double AC, double * thetaline, double *
ths, double rholine, int itype, int npa)
{
    vetor * vM0 = new vetor;           vetor * vM = new vetor;
    vetor * vA0 = new vetor;           vetor * vA = new vetor;
    vetor * vS0 = new vetor;           vetor * vS = new vetor;
    vetor * vNs = new vetor;           vetor * vN = new vetor;
    vetor * vTs = new vetor;           vetor * vT = new vetor;
    vetor * vC = new vetor;             vetor * vR = new vetor;
    vetor * vY = new vetor;

    double tth0, tth, os, sm, ma, l0, l1, l2, dz, aux1, aux2, aux3,
aux4, dl, ds,
           rC, sign, rho1, rho2;

    double ** raio = new double * [npa];
    for (int cnpa = 1; cnpa < npa; cnpa++)
    {

        raio[cnpa] = new double [19];

        // tangente theta
        tth0 = tan(thetaline[cnpa - 1]);
        tth = tan(thetaline[cnpa]);

        // coordenadas do sub-refletor;
        vS0 -> x = xSub[cnpa-1];
        vS0 -> z = zSub[cnpa-1];
        vS -> x = xSub[cnpa];
        vS -> z = zSub[cnpa];

        // coordenadas do refletor modelado;
        vM0 -> x = rP + AC * xShap[cnpa-1];
        vM0 -> z = zP + AC * zShap[cnpa-1];
        vM -> x = rP + AC * xShap[cnpa];
        vM -> z = zP + AC * zShap[cnpa];

        // coordenadas da abertura cilindrica;
        vA0 -> x = rholine;
        vA0 -> z = (vA0->x - vM0->x)/tth0 + vM0->z;
        vA -> x = rholine;
        vA -> z = (vA->x - vM->x)/tth + vM->z;

        os = vetor::mod(vS);
```

```

sm = vetor::mod(vetor::sub(vM,vS));
ma = vetor::mod(vetor::sub(vA,vM));

// distancia optica percorrida
l0 = os + sm + ma;
l1 = os + sm ;
l2 = os;

// diferencial dz' da abertura cilindrica
dz = (vA->z - vA0->z);
test<< vA->z << " " << vA0->z << " " << dz << endl;
dl = vetor::mod(vetor::sub(vM,vM0));
ds = vetor::mod(vetor::sub(vS,vS0));

// localização da cáustica
aux1 = 1/(tth - tth0);
if (abs(aux1) >= 10e9)
{
    if (tth >= tth0)
    {
        aux1 = 10e9;
    }
    if (tth< tth0)
    {
        aux1 = -10e9;
    }
}
aux2 = vM0 -> x - vM -> x;
aux3 = vM0 -> z * tth0;
aux4 = vM -> z * tth;

//datatest << scientific << aux1 << " " << tth << " " <<
tth0 << endl;
vC -> z = aux1 * (aux2 - aux3 + aux4);
vC -> x = -tth * (vM->z - vC->z) + vM -> x;

// raio de curvatura da frente de onda (rC)
rC = vetor::mod(vetor::sub(vA,vC));
if (rC >=10e9)
{
    rC = 10e9;
}

// vetor tangente a superficie
vT -> x = (vM->x - vM0->x)/dl;
vT -> z = (vM->z - vM0->z)/dl;

vTs -> x = (vS->x - vS0->x)/ds;
vTs -> z = (vS->z - vS0->z)/ds;

//cout << thetaline[0]*180/pi << " " << thetaline[npa-
1]*180/pi << endl;

if (thetaline[0] > thetaline[npa-1])
{
    vY -> y = 1;
}

if (thetaline[0] < thetaline[npa-1])
{

```

```

        vY -> y = -1;
    }

    // vetor normal
    if ( (itype == 3) || (itype == 4) )
    {
        vN = vetor::cross(vY,vT);
    }
    if ( (itype == 1) || (itype == 2) )
    {
        vN = vetor::cross(vT,vY);
    }

    vNs = vetor::cross(vTs,vY);

    vR = vetor::sub(vC,vM);

    sign =  vetor::dot(vN,vR)/abs(vetor::dot(vN,vR));

    rho1 = sign * vetor::mod(vR);
    rho2 = vA->x/sin(thetaline[cnpa]) - ma;

    raio[cnpa][0]    = 10;
    raio[cnpa][1]    = 11;
    raio[cnpa][2]    = 12;

    raio[cnpa][3]    = vA -> z;
    raio[cnpa][4]    = vM -> z;
    raio[cnpa][5]    = vS -> z;

    raio[cnpa][6]    = dz;
    raio[cnpa][7]    = dl;
    raio[cnpa][8]    = ds;

    raio[cnpa][9]    = vM -> x;
    raio[cnpa][10]   = vS -> x;
    raio[cnpa][11]   = rho1;
    raio[cnpa][12]   = rho2;
    raio[cnpa][13]   = rC;

    raio[cnpa][14]   = vT -> x;
    raio[cnpa][15]   = vT -> z;
    raio[cnpa][16]   = vTs -> x;
    raio[cnpa][17]   = vTs -> z;

    raio[cnpa][18]   = abs(vN->x*sin(thetaline[cnpa]) + vN-
>z*cos(thetaline[cnpa]));
    raio[cnpa][19]   = abs(vNs->x*sin(thetaline[cnpa]) + vNs-
>z*cos(thetaline[cnpa]));
    }
    return raio;
}

```

Apêndice C.2 – Determinação do Ganho pelo Método da Abertura.

```

void Gain(double * thetaline, double * thetaS, double * thetaF, double
**lзраio, double k, double lb, double Goa, double Gof,
        double eft, double rhoA, double Ri, double Re, int itype,
int npt, int npa)
{
    std::complex <double> sum2, Et, Ga, expjкzA, expjкzM, expjкzS;
    std::complex <double> I0CIMA, I0COSU, I0COMA, I0POSU, I0POMA,
I1CIMA, I1COSU, I1COMA, I1POSU, I1POMA;
    std::complex <double> EtCIMA, EtCOSU, EtCOMA, EtPOSU, EtPOMA,
EtCI, EtCO, EtPO1, EtPO2, EtAL;
    std::complex <double> * Ea = new std::complex <double> [npa];
    std::complex <double> * Em = new std::complex <double> [npa];
    std::complex <double> * Es = new std::complex <double> [npa];
    std::complex <double> * Jt = new std::complex <double> [npa];
    double GtCOSU, GtPOSU, GtCI, GtCO, GtPO1, GtPO2, GtAL;
    double thetaobs, krhoA, krhoM, krhoS, dtheta = pi/npt;
    double l0, l1, l2, tx, tsx, tz, tsz, dz, dl, ds, az, asz, rC,
nr, nsr, rho1, rho2, rhoM, rhoS,
        za, zm, zs, modEa, modEs, ths, thl, thf, aux1 = 0, sign
= 0;
    std::complex <double> aux2, modEm , expjpi;
    double real_Em = 0, imag_Em = 0, mode_Em;
    double Prad = eft * 4*pi;
    expjpi = exp(-j*(pi/2));
    for (int cnpt = 0; cnpt <= npt ; cnpt++)
    {
        // coordenada theta de observação
        thetaobs = cnpt * dtheta;

        // Zerando vairável de integração
        I0CIMA = 0; I1CIMA = 0; I0COSU = 0; I1COSU = 0; I0COMA = 0;
I1COMA = 0;
        I0POSU = 0; I1POSU = 0; I0POMA = 0; I1POMA = 0; sum2 = 0;
        for (int cnpz = 1; cnpz < npa ; cnpz++)
        {

            l0    = lзраio[cnpz][0];
            l1    = lзраio[cnpz][1];
            l2    = lзраio[cnpz][2];
            za    = lзраio[cnpz][3];
            zm    = lзраio[cnpz][4];
            zs    = lзраio[cnpz][5];
            dz    = lзраio[cnpz][6];

            dl    = lзраio[cnpz][7];
            ds    = lзраio[cnpz][8];

            rhoM  = lзраio[cnpz][9];
            rhoS  = lзраio[cnpz][10];
            rho1  = lзраio[cnpz][11];
            rho2  = lзраio[cnpz][12];
            rC    = lзраio[cnpz][13];

            tx    = lзраio[cnpz][14];
            tz    = lзраio[cnpz][15];

```

```

tsx    = lзраio[cnpz][16];
tsz    = lзраio[cnpz][17];

nr      = lзраio[cnpz][18];
nsr     = lзраio[cnpz][19];
ths     = thetaS[cnpz];
thf     = thetaF[cnpz];
thl     = thetaline[cnpz];

// Módulo do Campo Elétrico (Abertura Cilindrica);
modEa = sqrt(240*pi*sin(thl)*funGa(thl,Goa)/(rC*rhoA));

// Módulo do Campo Elétrico no Sub-Refletor;
aux1 = funGf(thf,lb,Ri,Re,Gof)*240*pi;
modEs = sqrt(aux1/(l2*l2));

// Módulo do Campo Elétrico (Abertura Cônica);
aux2 = funGa(thl,Goa)*240*pi;
modEm = sqrt(aux2/(rho1*rho2));

// Campo na Abertura com a componente de fase
Ea[cnpz] = modEa * exp(-j*k*l0);
Em[cnpz] = modEm * exp(-j*k*l1) * expjpi;
Es[cnpz] = modEs * exp(-j*k*l2);

if (cnpt == 0)
{
    real_Em = real(Em[cnpz]);
    imag_Em = imag(Em[cnpz]);
    mode_Em = sqrt(real_Em*real_Em + imag_Em*imag_Em);
    diagrama_correntes_abertura << fixed << zm << " "
<< (2/(120*pi))* mode_Em << " " << atan2(imag_Em,real_Em) * (180/pi)
<< endl;

}

// termo exponencial da integral;
expjkzA = exp(j*k*za*cos(thetaobs));
expjkzM = exp(j*k*zm*cos(thetaobs));

// argumento da função de bessel
krhoA = k * rhoA * sin(thetaobs);
krhoM = k * rhoM * sin(thetaobs);

// Campo Elétrico do Refletor Principal (Abertura
Cilindrica)
I0CIMA += Ea[cnpz] * besselj0(krhoA) * expjkzA * dz;
I1CIMA += j*sin(thl) * Ea[cnpz]*besselj1(krhoA)*expjkzA
*dz;

// Campo Elétrico do Refletor Principal (Abertura Cônica)
az = tz * sin(thl) - tx * cos(thl) - tx *
cos(thetaobs);
I0COMA += tz*Em[cnpz]* besselj0(krhoM) * expjkzM * rhoM *
dl;
I1COMA += j*az*Em[cnpz]*besselj1(krhoM)*expjkzM * rhoM *
dl;
}

```

```

EtAL = sqrt(funGf(thetaobs,lb,Ri,Re,Gof)*240*pi);

// Campo Elétrico do Refletor Principal (Abertura
Cilindrica)
EtCIMA = j*(k/2) * rhoA * (sin(thetaobs)*I0CIMA + I1CIMA);

// Campo Elétrico do Refletor Principal (Abertura Cônica)
EtCOMA = - j * (k/2) * (sin(thetaobs)*I0COMA + I1COMA);

// Campo Elétrico Total (Abertura Cilindrica)
EtCI = EtCIMA;

// Campo Elétrico Total (Abertura Cônica)
EtCO = EtCOMA;

// Ganho Total (Abertura Cilindrica)

GtCI = 10*log10(4*pi*(abs(EtCI)*abs(EtCI))/(240*pi));

// Ganho Total (Abertura Cônica)
GtCO = 10*log10(4*pi*(abs(EtCO)*abs(EtCO))/(240*pi));

// Ganho do Alimentador
GtAL = 10*log10(4*pi*(abs(EtAL)*abs(EtAL))/(240*pi));

if ( (cnpt ==0) || (cnpt == npt))
{
    GtCI = -80; GtCO = -80; GtAL = -80;
}

diagrama_alimentador_abertura_cosseno << fixed <<
thetaobs*180/pi << " " << GtAL << endl;

diagrama_metodo_abertura << fixed << " " << GtCI << " "
<< GtCO << endl;

}
}

```