

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**SÍNTESE DE FASE NÃO UNIFORME PARA ABERTURAS CIRCULARES E
CILÍNDRICAS**

Pedro Arthur Bessa Leão

8 de fevereiro de 2024



GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética

**Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais**

Pedro Arthur Bessa Leão

**SÍNTESE DE FASE NÃO UNIFORME PARA ABERTURAS
CIRCULARES E CILÍNDRICAS**

Versão final

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Fernando José da Silva Moreira

Belo Horizonte
2024

L437s	Leão, Pedro Arthur Bessa. Síntese de fase nao uniforme para aberturas circulares e cilíndricas [recurso eletrônico] / Pedro Arthur Bessa Leão. - 2024. 1 recurso online (111 f. : il., color.) : pdf. Orientador: Fernando J. S. Moreira. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia. Apêndices: f. 108-111. Bibliografia: f. 105-107. Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader. 1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Antenas refletoras - Teses. 3. Método dos momentos (Estatística) - Teses. I. Moreira, Fernando José da Silva. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.
	CDU: 621.3(043)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

"SÍNTESE DE FASE NÃO UNIFORME PARA ABERTURAS CIRCULARES E CILÍNDRICAS"

PEDRO ARTHUR BESSA LEÃO

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica. Aprovada em 08 de fevereiro de 2024. Por:

Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira
DELT (UFMG) - Orientador

Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego
DELT (UFMG)

Prof. Dr. José Ricardo Bergmann
Engenharia Elétrica (PUC-Rio)



Documento assinado eletronicamente por **Fernando Jose da Silva Moreira, Professor do Magistério Superior**, em 08/02/2024, às 16:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **José Ricardo Bergmann, Usuário Externo**, em 14/02/2024, às 23:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Cassio Goncalves do Rego, Professor do Magistério Superior**, em 15/02/2024, às 09:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 5º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufmg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3020215** e o código CRC **5329C929**.

Agradecimentos

A Deus, por me permitir concluir este trabalho.

À minha mãe, pelos conselhos, incentivo e apoio. Ao meu pai, pelo apoio e compreensão. Aos meus irmãos pelo companheirismo e carinho. Às minhas sobrinhas por serem fontes de esperança e alegria.

Ao meu orientador, Prof. Fernando por conduzir as orientações com maestria e excelência. Ao Prof. Cássio pelos ensinamentos e apoio.

Aos meus amigos e colegas Reinaldo, Felipe, Fábio, Willian, Paulo, Andrés, José, Tcharles e Helvécio por todo apoio.

Ao GAPTEM, Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética e ao LEA, Laboratório de Eletromagnetismo Aplicado.

À CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, PPGEE/UFMG.

Resumo

As técnicas de síntese de campo sobre aberturas permitem definir distribuições de amplitude e fase sobre aberturas que atendem especificações de diagramas de radiação. O objetivo deste trabalho é apresentar formulações para síntese de fase não uniforme de aberturas circulares e cilíndricas. Partindo de uma formulação que considera distribuição de amplitude uniforme, investiga-se aqui a influência de distribuições de amplitudes não uniformes sobre aberturas com o objetivo de reduzir os níveis de lóbulos secundários dos diagramas de radiação. Para aberturas circulares, investiga-se seis distribuições de amplitude, considerando diagramas topo plano e Isoflux. Já para aberturas cilíndricas, investiga-se quatro distribuições de amplitudes, considerando o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado. Uma vez definidas as distribuições de amplitude e fase, emprega-se o Método da Abertura para calcular os respectivos diagramas de radiação. Estes resultados são comparados com diretividades teóricas. Então, o Método da Abertura é empregado neste trabalho como forma de validação das distribuições de amplitude e fase propostas. Também é apresentado o emprego de distribuições de amplitude e fase não uniformes no projeto de antenas duplo-refletoras de aberturas circular e cilíndrica. Os refletores das antenas são sintetizados com base nos princípios da Óptica Geométrica. Já a análise dos refletores é feita por meio do Método dos Momentos e do *software* ANSYS HFSS. Como principal contribuição deste trabalho, destaca-se distribuições de amplitude e fase não uniformes que atendem às especificações de diagramas de radiação predefinidas. Além disso, foi verificado que algumas das distribuições investigadas apresentaram redução dos níveis de lóbulos secundários nos diagramas de radiação, alcançando o objetivo inicial do trabalho. Paralelo ao estudo de síntese de fase, desenvolveu-se neste trabalho a solução analítica para diretividade teórica Isoflux.

Palavras-chave: Antenas duplo-refletoras; Método da Abertura; Método dos Momentos; Diagramas de radiação; Síntese de campo.

Abstract

Field synthesis techniques over apertures allow the definition of amplitude and phase distributions over openings that comply with radiation pattern specifications. The goal of this study is to present formulations for the non-uniform phase synthesis of circular and cylindrical apertures. Starting with a formulation that assumes a uniform amplitude distribution, we explore the impact of non-uniform amplitude distributions over apertures with the objective of minimizing the levels of secondary lobes in the radiation patterns. For circular apertures, six amplitude distributions are examined, considering flat-top and Isoflux patterns. For cylindrical apertures, four amplitude distributions are explored, taking into account the cosecant-squared radiation pattern. Once the amplitude and phase distributions are established, the Aperture Method is employed to compute the corresponding radiation patterns. These results are compared with theoretical directivities. Subsequently, the Aperture Method is utilized in this work to validate the proposed amplitude and phase distributions. The utilization of non-uniform amplitude and phase distributions in the design of dual-reflector antennas with circular and cylindrical apertures is also outlined. The reflectors of these antennas are synthesized based on the principles of Geometric Optics. The analysis of the reflectors is conducted using the Method of Moments and the ANSYS HFSS software. As the primary contribution of this work, non-uniform amplitude and phase distributions that meet predefined radiation pattern specifications are emphasized. Furthermore, it was observed that some of the investigated distributions exhibited a reduction in the levels of secondary lobes in the radiation patterns, achieving the initial goal of the work. In parallel with the phase synthesis study, the analytical solution for the Isoflux theoretical directivity was developed in this research.

Keywords: Dual-reflector antennas; Aperture Method; Method of Moments; Radiation patterns; Field synthesis.

Lista de Figuras

Figura 1 – Representação esquemática de comunicação sem fio.	15
Figura 2 – Representação de uma abertura circular e o diagrama de radiação Isoflux e topo plano.	16
Figura 3 – Representação de uma abertura cilíndrica e do diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado.	17
Figura 4 – Visão geral da classificação de antenas refletoras.	18
Figura 5 – Geratrizes de antenas do tipo duplo-refletor clássico circularmente simétrico com eixo deslocado.	19
Figura 6 – Geratrizes de antenas do tipo duplo-refletor omnidirecional.	20
Figura 7 – Fluxograma representando análise e síntese de antenas.	22
Figura 8 – Visão geral do trabalho.	23
Figura 9 – Fluxograma da síntese de fase não uniforme.	29
Figura 10 – Abertura circular bloqueada com sistema de coordenadas.	30
Figura 11 – Fluxograma do método para síntese de fase $\psi(\xi)$ considerando um diagrama de radiação Isoflux.	31
Figura 12 – Posição do satélite em relação à Terra.	32
Figura 13 – Abertura cilíndrica com sistema de coordenadas.	35
Figura 14 – Distribuições de amplitude avaliadas para uma abertura circular.	41
Figura 15 – Código para cálculo de fase.	45
Figura 16 – Representação de amplitudes para OADC e OADE.	47
Figura 17 – Distribuições de amplitude avaliadas para uma abertura cilíndrica.	48
Figura 18 – Código para cálculo de fase.	50
Figura 19 – Visão geral dos estudos de caso.	52
Figura 20 – Distribuições de fase para $\theta_0 = 5^\circ$, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ	53
Figura 21 – Distribuições de fase para $\theta_0 = 20^\circ$, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ	54
Figura 22 – Distribuições de fase para $\theta_0 = 35^\circ$, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ	54
Figura 23 – Distribuições de fase para $D_M = 20\lambda$, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e $D_B/D_M = 5\%$	55
Figura 24 – Distribuições de fase para $D_M = 200\lambda$, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e $D_B/D_M = 5\%$	56
Figura 25 – Distribuições de fase para abertura sem bloqueio, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e diâmetro da abertura de 100λ	57

Figura 26 – Distribuições de fase para $D_B/D_M = 15\%$, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e diâmetro da abertura de 100λ	57
Figura 27 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A1}	59
Figura 28 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A2}	59
Figura 29 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A3}	60
Figura 30 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A4}	60
Figura 31 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A5}	61
Figura 32 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A6}	62
Figura 33 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A1}	63
Figura 34 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A2}	63
Figura 35 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A3}	64
Figura 36 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A4}	64
Figura 37 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A5}	65
Figura 38 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A6}	66
Figura 39 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A1}	66
Figura 40 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A2}	67
Figura 41 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A3}	68
Figura 42 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A4}	68
Figura 43 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A5}	69
Figura 44 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A6}	69

Figura 45 – Geratrizes de uma antena duplo-refletora ADC para diagrama de radiação topo plano.	70
Figura 46 – Resultados de Diretividade por meio do Método dos Momentos.	71
Figura 47 – Comparação entre Método da Abertura e Método dos Momentos.	72
Figura 48 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 15^\circ$ e $H = 1500$ km, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ	73
Figura 49 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$ e $H = 500$ km, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ	73
Figura 50 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 20λ	74
Figura 51 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 200λ	75
Figura 52 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 0% e diâmetro da abertura de 100λ	76
Figura 53 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 15% e diâmetro da abertura de 100λ	76
Figura 54 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A1}	77
Figura 55 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A2}	78
Figura 56 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A3}	78
Figura 57 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A4}	79
Figura 58 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A5}	80
Figura 59 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A6}	80
Figura 60 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A1}	81
Figura 61 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A2}	82
Figura 62 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A3}	82
Figura 63 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A4}	83
Figura 64 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A5}	83

Figura 65 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A6}	84
Figura 66 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A1}	84
Figura 67 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A2}	85
Figura 68 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A3}	85
Figura 69 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A4}	86
Figura 70 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A5}	87
Figura 71 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A6}	87
Figura 72 – Geratrizes de uma Antena Duplo-Refletora ADC para Diagrama Isoflux.	88
Figura 73 – Resultados do Método dos Momentos para Antena Duplo-refletora ADC.	89
Figura 74 – Comparação entre Método dos Momentos e Método da Abertura. . . .	90
Figura 75 – Distribuições de fase considerando $W_A = 50\lambda$, $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$. . .	90
Figura 76 – Distribuições de fase considerando $W_A = 50\lambda$, $\theta_1 = 112^\circ$ e $\theta_2 = 150^\circ$. .	91
Figura 77 – Distribuições de fase considerando $W_A = 10\lambda$, $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$. . .	92
Figura 78 – Distribuições de fase considerando $W_A = 100\lambda$, $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$. .	92
Figura 79 – Método da Abertura para G_{A1} , considerando $W_A = 50\lambda$	93
Figura 80 – Método da Abertura para G_{A2} , considerando $W_A = 50\lambda$	94
Figura 81 – Método da Abertura para G_{A3} , considerando $W_A = 50\lambda$	94
Figura 82 – Método da Abertura para G_{A4} , considerando $W_A = 50\lambda$	95
Figura 83 – Método da Abertura para G_{A1} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$	95
Figura 84 – Método da Abertura para G_{A2} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$	96
Figura 85 – Método da Abertura para G_{A3} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$	96
Figura 86 – Método da Abertura para G_{A4} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$	97
Figura 87 – Geratrizes da antena OADC sintetizada.	99
Figura 88 – Alimentador implementado no <i>software</i> ANSYS HFSS.	100
Figura 89 – Perda de retorno do alimentador sem refletores implementado no <i>software</i> ANSYS HFSS.	100
Figura 90 – Ganho do alimentador sem refletores implementado no <i>software</i> ANSYS HFSS.	101
Figura 91 – Representação da antena projetada e seu respectivo diagrama de radiação.	101
Figura 92 – Comparação de Diretividade utilizando Método da Abertura, Método dos Momentos e ANSYS HFSS.	102

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2 = 50\lambda$ considerando diferentes valores de θ_0	55
Tabela 2 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando variação de D_M	56
Tabela 3 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando abertura sem e com bloqueio.	58
Tabela 4 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2 = 50\lambda$ considerando dois valores de θ_0	74
Tabela 5 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando variação de D_M	75
Tabela 6 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando abertura sem e com bloqueio.	77
Tabela 7 – Diretividade máxima para o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado para $\theta_1 = 92^\circ$	97

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Contextualização	15
1.2	Antenas Refletoras	17
1.2.1	Antenas refletoras de abertura circular	18
1.2.2	Antenas refletoras de abertura cilíndrica	19
1.2.3	Simulações de antenas refletoras	21
1.3	Visão geral	22
1.4	Objetivos	23
1.5	Contribuições	24
1.6	Organização do trabalho	25
2	FORMULAÇÕES BÁSICAS	26
2.1	Técnicas de síntese de campo na abertura	26
2.2	Síntese de fase não uniforme	27
2.2.1	Diagrama de radiação topo plano	28
2.2.2	Diagrama de radiação Isoflux	31
2.2.3	Diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado	34
2.3	Método da Abertura	36
2.3.1	Aberturas circulares	37
2.3.2	Aberturas cilíndricas	37
2.3.3	Diretividade	38
2.4	Conclusões Parciais	38
3	SÍNTESE DE AMPLITUDE E FASE NÃO UNIFORMES	39
3.1	Abertura Circular	39
3.1.1	Distribuições de Amplitude	40
3.1.2	Soluções analíticas de $g(\xi)$	41
3.1.3	Soluções analíticas de $h(u)$ para diagramas topo plano e Isoflux	44
3.1.4	Código de síntese de fase	45
3.2	Abertura Cilíndrica	46
3.2.1	Distribuições de Amplitude	46
3.2.2	Soluções analíticas de $g(\xi)$	47
3.2.3	Solução analítica de $h(u)$ para diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado	49
3.2.4	Código de síntese de fase para abertura cilíndrica	50
3.3	Conclusões Parciais	50

4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	51
4.1	Diagrama de radiação topo plano	52
4.1.1	Distribuições de fase na abertura circular	53
4.1.1.1	Estudo de caso: Variação de θ_0	53
4.1.1.2	Estudo de caso: Variação de D_M	55
4.1.1.3	Estudo de caso: Variação de D_B/D_M	56
4.1.2	Método da Abertura	57
4.1.2.1	Estudo de caso: Variação de θ_0	58
4.1.2.2	Estudo de caso: Variação de D_M	62
4.1.2.3	Estudo de caso: Variação de D_B/D_M	66
4.1.3	Aplicação do método na síntese de antenas refletoras	70
4.2	Diagrama de radiação Isoflux	71
4.2.1	Distribuições de fase	72
4.2.1.1	Estudo de caso: Variação de θ_0	72
4.2.1.2	Estudo de caso: Variação de D_M	74
4.2.1.3	Estudo de caso: Variação de D_B/D_M	75
4.2.2	Método da Abertura	76
4.2.2.1	Estudo de caso: Variação de θ_0	77
4.2.2.2	Estudo de caso: Variação de D_M	80
4.2.2.3	Estudo de caso: Variação de D_B/D_M	84
4.2.3	Aplicação do método na síntese de antenas refletoras	87
4.3	Diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado	89
4.3.1	Distribuições de fase	89
4.3.1.1	Estudo de caso: Variação de θ_1 e θ_2	89
4.3.1.2	Estudo de caso: Variação de W_A	91
4.3.2	Método da Abertura	93
4.3.2.1	Estudo de caso: Variação de θ_1 e θ_2	93
4.3.2.2	Estudo de caso: Variação de W_A	94
4.3.3	Aplicação do método na síntese de antenas refletoras	98
5	CONCLUSÕES	103
5.1	Propostas de Trabalhos Futuros	103
	REFERÊNCIAS	105
	APÊNDICE A – SÍNTESE DE FASE PARA ABERTURAS CIRCULARES	108

1 Introdução

Neste capítulo é apresentada a contextualização do tema proposto, destacando-se os principais conceitos e aplicações. Também são apresentados os objetivos deste trabalho, assim como as principais contribuições. Por fim, é mostrada a organização da dissertação.

1.1 Contextualização

Antenas são dispositivos que permitem transmitir e receber ondas eletromagnéticas, fundamentais para sistemas de comunicação sem fio, podendo atuar como transmissores e receptores. Na transmissão, as antenas são dispositivos que permitem a conversão de um sinal que se propaga por um guia de onda em um sinal que se propaga pelo espaço livre. Já na recepção, elas permitem que o sinal seja convertido do espaço livre em um sinal guiado (Balanis, 2016). A Figura 1 mostra, de forma esquemática, as antenas atuando na transmissão e recepção do sinal que propaga pelo ar, caracterizando uma comunicação sem fio.

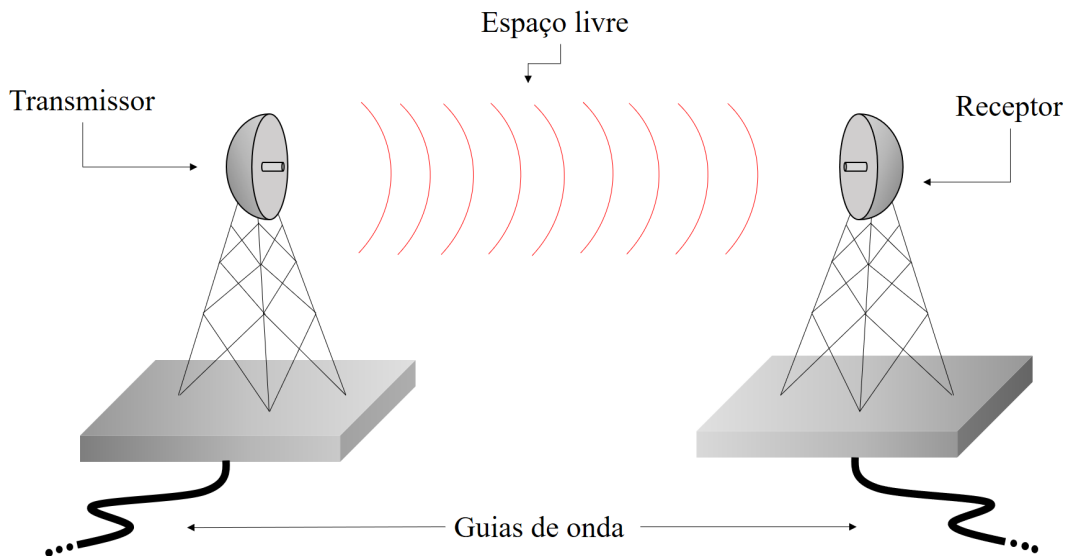


Figura 1 – Representação esquemática de comunicação sem fio.

Para representar as propriedades de radiação de uma antena em função das coordenadas espaciais, tem-se o diagrama de radiação, que é a representação gráfica da densidade de potência radiada. Pode-se destacar três tipos de diagramas de radiação: topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado.

O diagrama de radiação topo plano possui um perfil de intensidade uniforme sobre uma região angular de interesse. Este tipo de diagrama de radiação pode ser aplicado, por

exemplo, em radares de reconhecimento e busca e sistemas de comunicação de transmissão em áreas amplas (Angeletti P.; Buttazzoni, 2021), (Zadeh; Komjani, 2023).

Já o diagrama de radiação Isoflux é útil para aplicações satelitais. É caracterizado por garantir que a Terra seja iluminada de forma uniforme, compensando as atenuações do campo devido às diferenças de percursos entre o satélite e a superfície da Terra (Ibarra et al., 2015).

Por último, o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado é aplicado frequentemente nas estações rádio base de sistemas de comunicações móveis e em sistemas de radar de vigilância. De forma análoga ao Isoflux, o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado permite compensar as atenuações devido à distância percorrida pelo sinal, ou seja, deve garantir maior intensidade de campo nas direções de maior percurso (Hao; He, 2017).

Para gerar esses diagramas de radiação, pode-se destacar as antenas refletoras de aberturas circular e cilíndrica. A Figura 2 representa, de forma esquemática, uma antena refletora de abertura circular e dois diagramas de radiação (topo plano e Isoflux). Neste trabalho, as aberturas circulares estarão associadas aos diagramas de radiação do tipo topo plano e Isoflux. Por outro lado, a Figura 3 representa uma antena duplo-refletora omnidirecional, uma abertura cilíndrica e seu respectivo diagrama de radiação. Neste trabalho, as aberturas cilíndricas estarão associadas ao diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado. A seguir é feita uma contextualização sobre antenas refletoras.

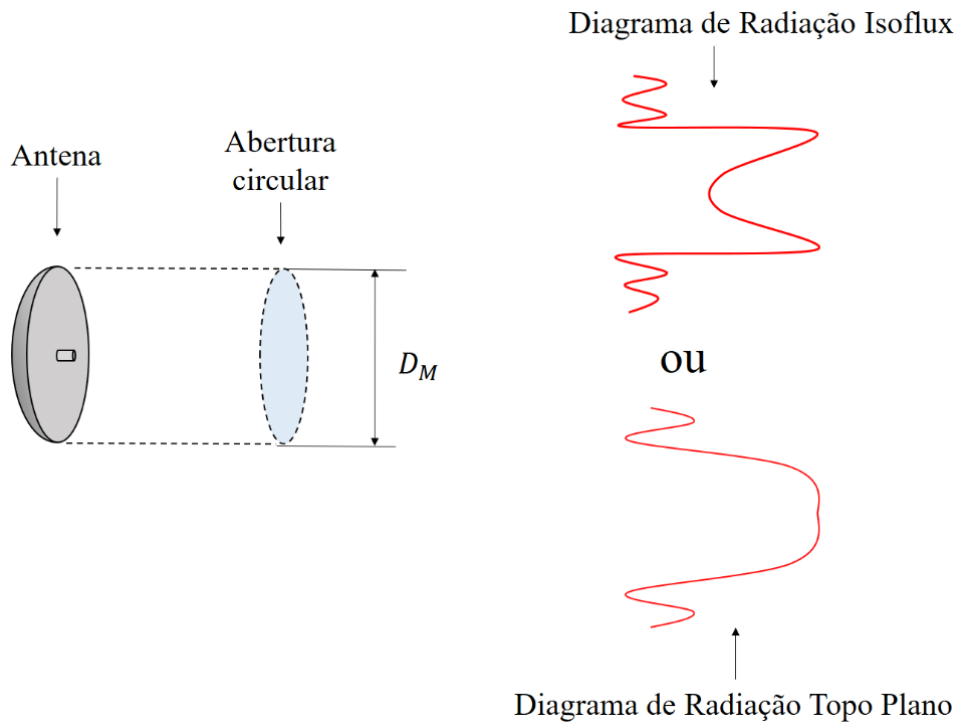


Figura 2 – Representação de uma abertura circular e o diagrama de radiação Isoflux e topo plano.

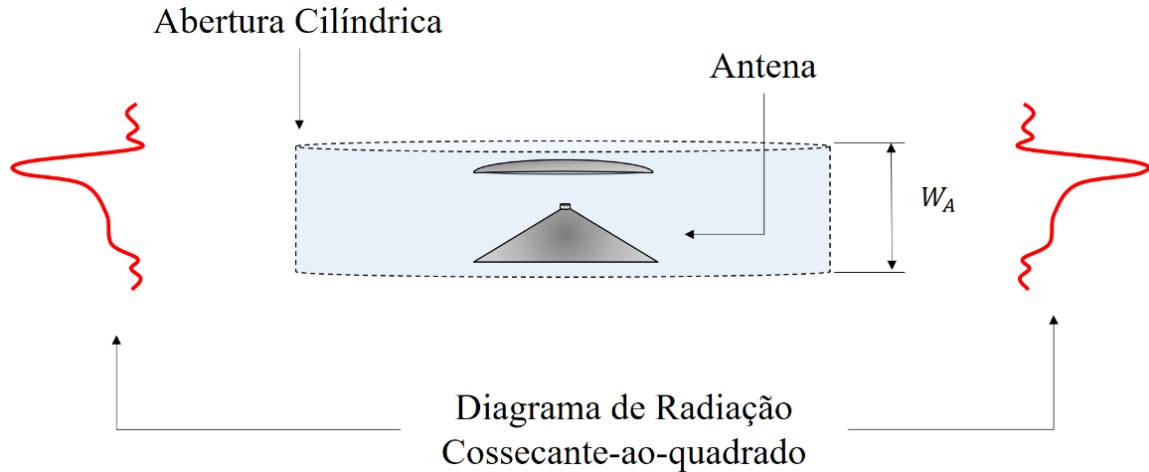


Figura 3 – Representação de uma abertura cilíndrica e do diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado.

1.2 Antenas Refletoras

As antenas refletoras podem ser classificadas de acordo com o número de refletores, com a forma dos refletores e com a posição dos refletores em relação ao alimentador. A Figura 4 mostra de forma simplificada alguns dos principais tipos de antenas refletoras. Com um único refletor, as antenas mais usuais são os refletores parabólicos simétricos e os refletores parabólicos *offset*. Com dois refletores, existe maior variedade de configurações, podendo ser: duplo-refletor clássico circularmente simétrico, duplo-refletor clássico circularmente simétrico com eixo deslocado, duplo-refletor clássico *offset* e duplo-refletor omnidirecional.

Dentre as vantagens das antenas duplo-refletoras, destaca-se o maior controle do campo sobre abertura desta antena. Antenas com dois refletores modelados permitem realizar o controle de amplitude e fase do campo sobre a abertura (Faria, 2023), (Almeida Jr.; Moreira, 2021). Como o objetivo deste trabalho é propor distribuições de amplitude e fase na abertura das antenas que promovam diagramas de radiação com menores oscilações e menores níveis de lóbulos secundários, torna-se necessário que as antenas que promovem esse campo na abertura possuam dois refletores modelados.

As antenas modeladas apresentadas a seguir são baseadas em antenas do tipo duplo-refletor clássico circularmente simétrico com eixo deslocado. Portanto, serão mostradas as configurações clássicas dessas antenas para abertura circular e cilíndrica. Também serão apresentados métodos numéricos de simulação de antenas refletoras, assim como alguns *softwares* comerciais de antenas e propagação.

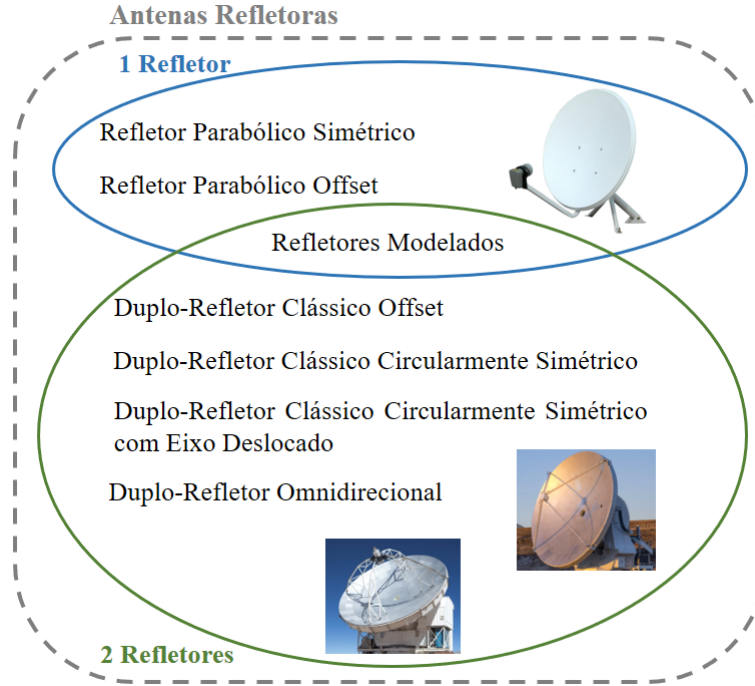


Figura 4 – Visão geral da classificação de antenas refletoras.

1.2.1 Antenas refletoras de abertura circular

Das antenas refletoras de abertura circular, destaca-se as antenas do tipo duplo-refletor clássico circularmente simétrico com eixo deslocado. Estas antenas podem ser classificadas em quatro tipos, sendo: *Axially-Displaced Cassegrain* (ADC), *Axially-Displaced Gregorian* (ADG), *Axially-Displaced Ellipse* (ADE) e *Axially-Displaced Hyperbola* (ADH) (Moreira; Prata, 1997).

A Figura 5 mostra de forma esquemática as geratrizes desses quatro tipos de configurações. Nessas configurações clássicas, percebe-se diferença na forma da geratriz do sub-refletor (Elipse ou Hipérbole) e na posição da geratriz do sub-refletor em relação ao eixo de simetria. É mostrado o percurso óptico de dois raios que saem do alimentador, representado como uma fonte pontual em O. Em todas as configurações destacou-se em vermelho o raio óptico mapeado na borda do sub-refletor, com ângulo θ_E em relação ao eixo de simetria.

Os parâmetros D_M , D_B e D_S representam, respectivamente, os diâmetros do refletor principal, o diâmetro do bloqueio da abertura e o diâmetro do sub-refletor. Na Figura 5, como estão sendo representadas apenas as geratrizes, estes parâmetros são divididos por dois. O diâmetro D_M também representa o diâmetro da abertura circular.

Vale destacar que as antenas do tipo duplo-refletor clássico circularmente simétrico com eixo deslocado possuem uma diferença entre o diâmetro do bloqueio e o diâmetro do sub-refletor.

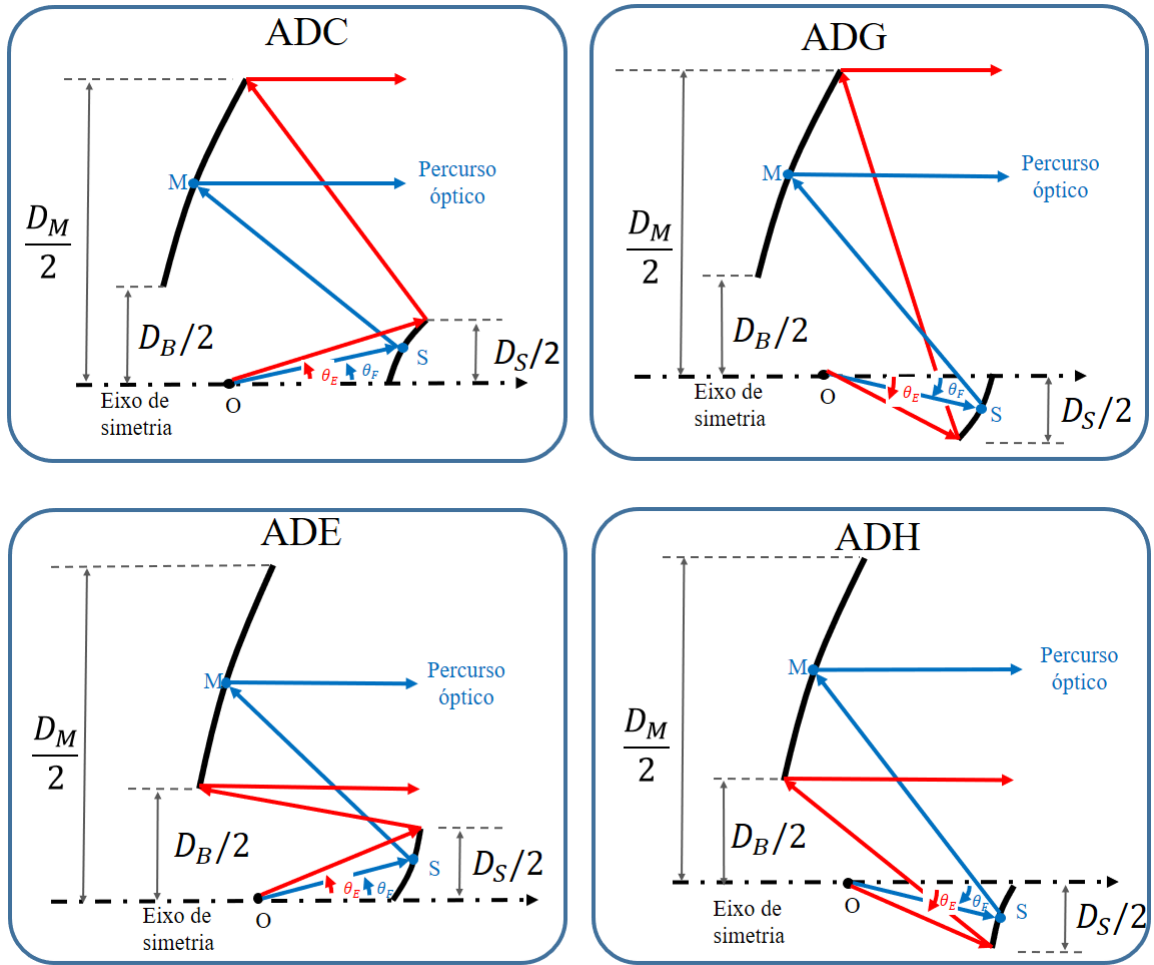


Figura 5 – Geratrizes de antenas do tipo duplo-refletor clássico circularmente simétrico com eixo deslocado.

A partir dessas antenas clássicas, pode-se aplicar técnicas de síntese de refletores, com o objetivo de realizar o controle de campo elétrico na abertura da antena (Galindo, 1964). Existem trabalhos que realizam o estudo apenas de um dos refletores, mas também existem trabalhos que avaliam a síntese dos dois refletores da antena, como apresentado por (Faria, 2023) e (Almeida Jr.; Moreira, 2021), resultando em um maior controle de campo sobre a abertura da antena. Destes trabalhos, destaca-se (Faria, 2023), que apresenta uma técnica de síntese de refletores modelados para os diagramas de radiação do tipo topo plano e Isoflux. Focou-se em estudos de caso envolvendo síntese de antenas baseadas nas geometrias ADE e ADC.

1.2.2 Antenas refletoras de abertura cilíndrica

Das antenas refletoras que podem ser descritas por abertura cilíndrica, destaca-se as antenas do tipo duplo-refletor omnidirecional. Pode-se entender as antenas duplo-refletoras omnidirecionais como uma extensão das antenas do tipo duplo-refletor clássico circular-

mente simétrico com eixo deslocado. As antenas omnidirecionais seguem uma classificação semelhante, sendo: *Omnidirectional Axis-Displaced Cassegrain* (OADC), *Omnidirectional Axis-Displaced Gregorian* (OADG), *Omnidirectional Axis-Displaced Ellipse* (OADE) e *Omnidirectional Axis-Displaced Hyperbola* (OADH) (Moreira; Bergmann, 2005).

Na Figura 6 estão representadas de forma esquemática as quatro configurações clássicas das antenas omnidirecionais. Percebe-se semelhança entre as antenas de abertura cilíndrica e de abertura circular, como por exemplo, o percurso óptico do raio mapeado na borda do sub-refletor, representado em vermelho. Este raio, segue para o refletor principal de forma análoga ao que acontece nas antenas de abertura circular. Na Figura 6 também está destacada a largura da abertura W_A , na qual não existe a presença de bloqueios.

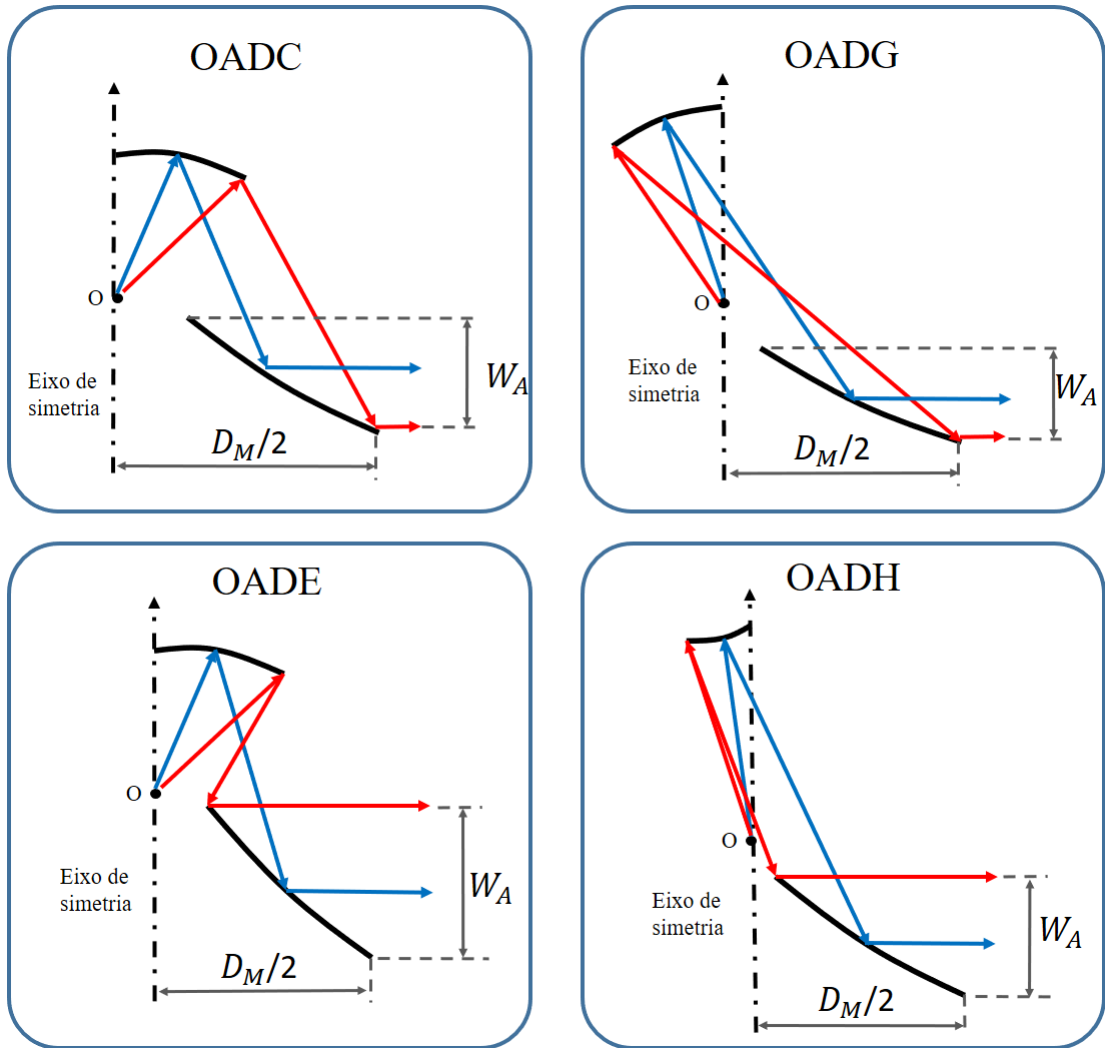


Figura 6 – Geratrizes de antenas do tipo duplo-refletor omnidirecional.

De forma semelhante ao que foi apresentado anteriormente, estas antenas podem ser modeladas. Na literatura existem trabalhos que mostram técnicas de síntese de apenas um dos refletores (Moreira; Bergmann, 2006), mas também existem trabalhos que avaliam a síntese dos dois refletores, promovendo maior controle do campo sobre a abertura.

Para definir a forma dos refletores dessas antenas, existem diferentes técnicas. Pode-se, por exemplo, aplicar os princípios da Óptica Geométrica para que, a partir do campo na abertura da antena, seja possível estimar a forma dos refletores. Baseado nesse princípio, destaca-se o Método de Concatenação Consecutiva de Seções Cônicas Locais (Faria T. V. B.; Moreira, 2020), (Faria, 2023) (Moreira; Prata; Bergmann, 2007). Diante disso, torna-se necessário o estudo de técnicas que estimem o campo na abertura a partir do diagrama de radiação necessário.

1.2.3 Simulações de antenas refletoras

Uma forma de analisar as geometrias das antenas é por meio de *softwares* comerciais como, por exemplo, ANSYS HFSS, CST Studio Suite e Altair Feko. Basicamente, a geometria e as características elétricas da antena são implementadas nestes *softwares* de simulação, e então, estas estruturas são avaliadas por modelos numéricos, como Método de Elementos Finitos ou Método dos Momentos. Nos *softwares* também é permitida uma análise híbrida, envolvendo combinações de mais de um método numérico clássico.

Basicamente, os métodos numéricos podem ser classificados de acordo com o tipo de equação que rege o problema (equação integral ou equação diferencial) e de acordo com o domínio da solução (domínio da frequência ou domínio do tempo).

O Método dos Momentos é baseado em equações integrais. É um método recorrentemente usado em problemas de antenas e é geralmente utilizado no domínio da frequência (Harrington, 1993). Vale destacar que as funções desconhecidas nesses métodos geralmente são as fontes que geram os campos, ou seja, correntes e/ou cargas.

Por outro lado, baseado em equações diferenciais parciais, pode-se destacar o Método de Elementos Finitos. É um método que busca solução aproximada de problemas de valor de contorno. Este método é usualmente avaliado no domínio da frequência, mas sua versão no domínio do tempo (*Finite Element Time Domain* - FETD) também é empregada. É um método bastante flexível para lidar com qualquer tipo de geometria e inomogeneidade de material (Özgün; Kuzuoğlu, 2018). O Método de Elementos Finitos é empregado em ferramentas como ANSYS HFSS e COMSOL.

Além dos métodos numéricos clássicos de simulação eletromagnética, pode-se destacar o Método da Abertura. O campo na abertura de uma antena pode ser definido por meio dos princípios da óptica geométrica, rastreando-se o campo desde o alimentador. Então, a partir do campo na abertura, pode-se calcular o diagrama de radiação da antena. Por outro lado, o Método da Abertura também é interessante pois permite validar a síntese de campo sobre a abertura, sem a necessidade de aplicar as distribuições de campo na síntese de antenas. É um método, do ponto de vista computacional, consideravelmente simples.

A Figura 7 mostra de forma esquemática uma antena refletora, a respectiva abertura e uma ilustração do diagrama de radiação Isoflux. Destaca-se nesta Figura o processo de síntese de campo na abertura (principal objetivo da dissertação) e Método da Abertura. A princípio, o Método da Abertura é suficiente para validar as distribuições de amplitude e fase propostas aqui. Estendendo a análise, as distribuições de campo sobre a abertura podem ser utilizadas para síntese de antenas refletoras considerando os princípios da óptica geométrica.

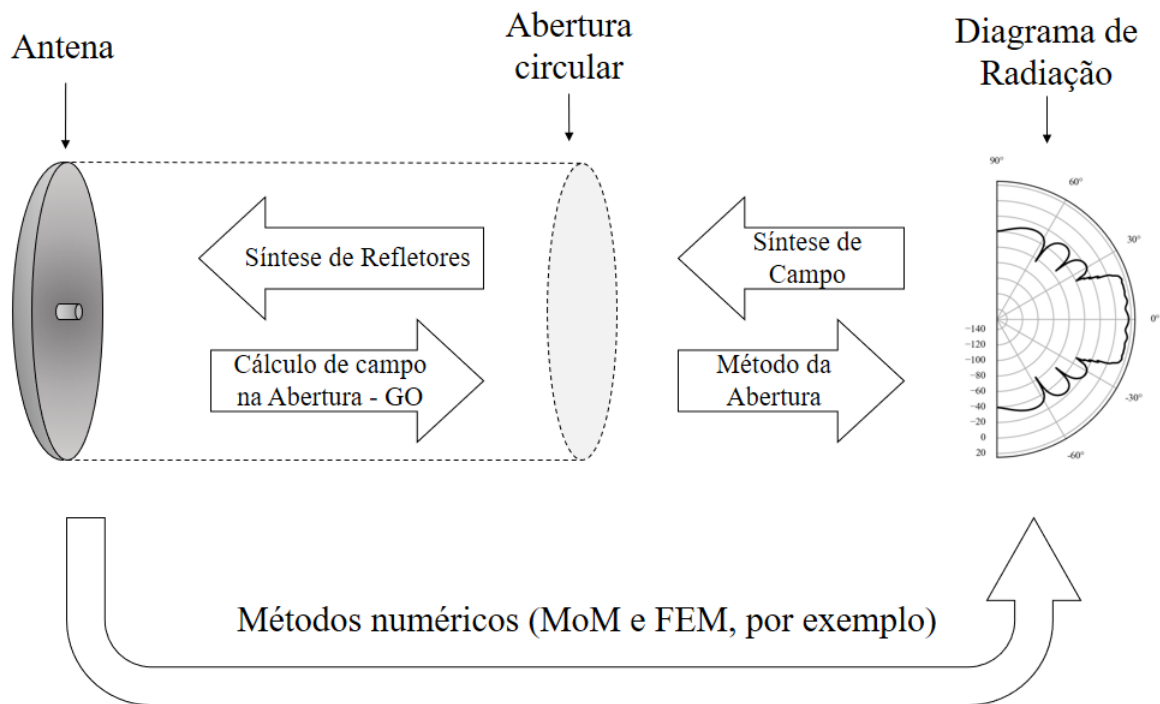


Figura 7 – Fluxograma representando análise e síntese de antenas.

Na Figura 7 ilustra-se o emprego dos métodos numéricos diretamente na geometria da antena, que fornece o diagrama de radiação a partir das condições de contorno do problema. Vale destacar que estes métodos levam em consideração fenômenos como, por exemplo: acoplamento entre alimentador e refletor; efeitos difrativos nas bordas dos refletores.

1.3 Visão geral

Diante da importância de se conhecer o campo eletromagnético na abertura da antena para a síntese de refletores, este trabalho tem como foco desenvolver uma técnica de síntese de campo para aberturas circulares e cilíndricas, sendo apresentadas aplicações para diagramas de radiação de topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado. É mostrado na Figura 8 de forma esquemática o objetivo deste trabalho, assim como duas formas de validação da técnica apresentada para síntese de campo. A primeira forma de validação do

método desenvolvido será por meio do Método da Abertura. Este método permite calcular o diagrama de radiação gerado a partir das distribuições de campo sobre a abertura da antena. A segunda forma de validação destacada aqui é a aplicação da técnica na síntese de antenas duplo-refletores. As antenas resultantes serão analisadas pelo Método dos Momentos e pelo software de simulação ANSYS HFSS.

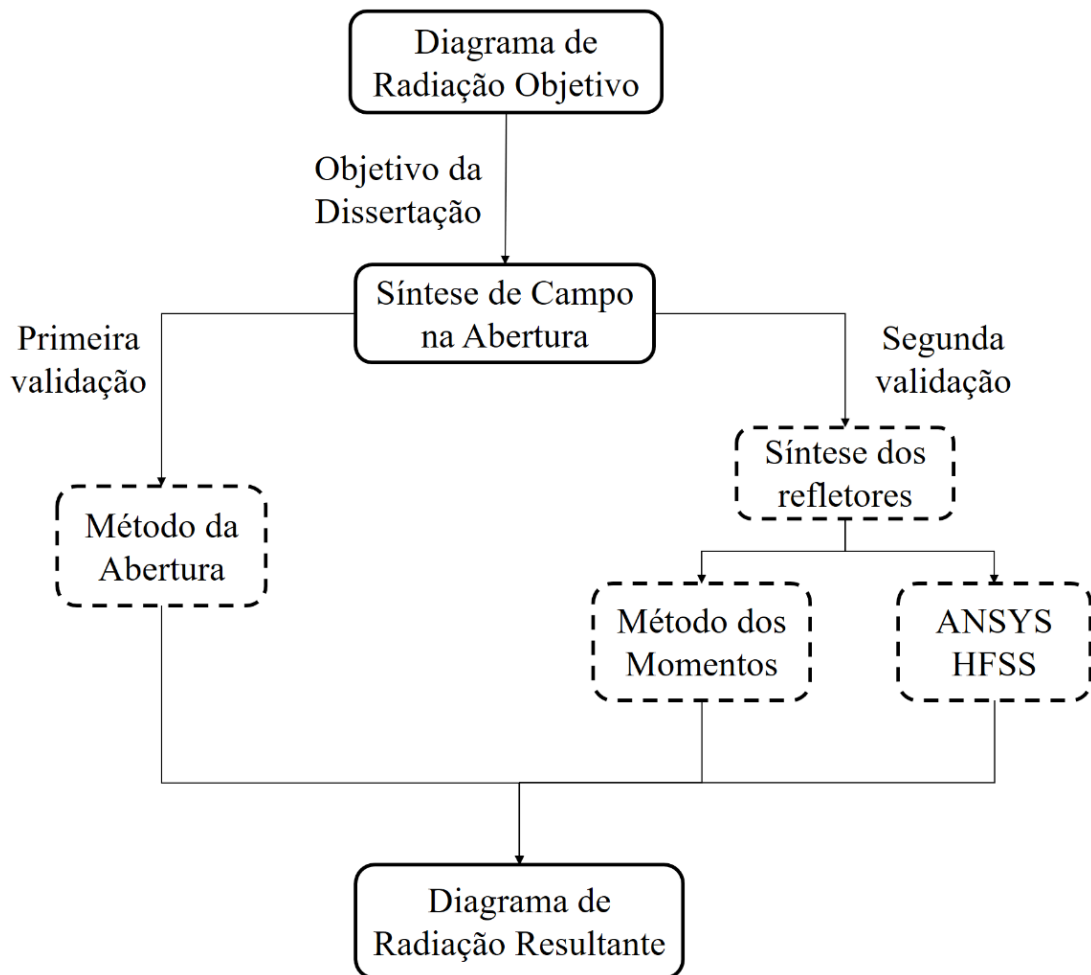


Figura 8 – Visão geral do trabalho.

1.4 Objetivos

Os principais objetivos deste trabalho estão relacionados à síntese de campo eletromagnético em aberturas circulares e cilíndricas. Destaca-se:

- Realizar a síntese de fase não uniforme de uma abertura circular considerando diferentes distribuições de amplitude. Serão considerados os diagramas de radiação de topo plano e Isoflux.
- Realizar a síntese de fase não uniforme de uma abertura cilíndrica considerando diferentes distribuições de amplitude. Será considerado o diagrama de radiação

cossecante-ao-quadrado.

Para validar a síntese de campo na abertura, são realizados estudos pelo Método da Abertura, Método dos Momentos e também pelo software de simulação ANSYS HFSS. Então, pode-se destacar também os objetivos secundários deste trabalho:

- Avaliar pelo Método da Abertura as distribuições de fase e amplitude da abertura circular sintetizadas.
- Avaliar pelo Método da Abertura as distribuições de fase e amplitude da abertura cilíndrica sintetizadas.
- Aplicar distribuições de campo na abertura na síntese de antenas refletoras.
- Simular, utilizando o software ANSYS HFSS, antenas sintetizadas.
- Simular, utilizando o Método dos Momentos, as antenas sintetizadas.

1.5 Contribuições

A principal contribuição deste trabalho é apresentar um estudo de distribuições de amplitudes para a síntese de fase não uniforme, com a contribuição de redução de níveis de lóbulos secundários.

- Apresentar síntese de amplitude e fase para aberturas circulares com simetria circular.
- Apresentar síntese de amplitude e fase para aberturas cilíndricas com simetria circular.
- Apresentar distribuições de amplitude que forneçam menores níveis de lóbulos secundários para aberturas circulares.
- Apresentar distribuições de amplitude que forneçam menores níveis de lóbulos secundários para aberturas cilíndricas.
- Desenvolvimento de soluções analíticas para síntese de campo não uniforme na abertura.
- Algoritmos desenvolvidos em Python, linguagem de programação de código aberto.

Foram publicados trabalhos relacionados a esta dissertação em congressos:

- *20th SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2023)*

- *XLI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT 2023)*

1.6 Organização do trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma. No capítulo 2, é feita uma revisão bibliográfica sobre as técnicas de síntese de campo em aberturas. Também são apresentadas as formulações do Método da Abertura, considerando aberturas circulares e cilíndricas. Além disso, são mostrados modelos de antenas refletoras que fornecem aberturas circulares e cilíndricas.

No capítulo 3, destaca-se a formulação para síntese de fase a partir de distribuições não uniformes de amplitudes, considerando aberturas circulares e cilíndricas.

No capítulo 4, serão apresentados os resultados de fase e diagramas de radiação. Também será mostrado resultados de síntese de refletores a partir das amplitudes e fases definidas. No capítulo 5, serão apresentadas as conclusões finais do trabalho.

2 Formulações Básicas

Neste capítulo será apresentada uma revisão bibliográfica das técnicas de síntese de campo em aberturas. Após a contextualização, será apresentada a técnica de referência dessa dissertação, sendo desenvolvida a formulação para diagramas de radiação do tipo topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado. Também será mostrado o Método da Abertura, enfatizando as formulações para cálculo de diagramas de radiação para aberturas circulares e cilíndricas.

2.1 Técnicas de síntese de campo na abertura

As técnicas de síntese de campo na abertura têm sido estudadas e aplicadas em diversos contextos. Aqui serão mostrados exemplos de métodos de síntese para, basicamente, duas vertentes: Métodos de síntese relacionados a antenas refletoras e à antenas com lentes (Balanis, 2016).

Reflectarrays são antenas compostas por uma superfície refletora com diversos elementos radiantes e uma antena de alimentação (Huang; Encinar, 2007). A antena de alimentação ilumina esses elementos do reflectarray e estes são projetados para irradiar uma determinada amplitude e fase de campo na abertura desta antena.

Para exemplificar o estudo de síntese envolvendo este tipo de antenas, pode-se destacar o método proposto por (Xu et al., 2022), em que apresentaram a síntese de fase para reflectarrays em aplicações de micro-ondas de alta potência. Nesse trabalho foi feita uma otimização utilizando o método de síntese de fase, proporcionando uma melhora significativa no desempenho do reflectarray.

Destaca-se também o trabalho (Chi; Yang, 2020), onde foi proposta uma antena reflectarray de banda larga baseada em um método de síntese de fase de múltiplas frequências. Nesse trabalho, as distribuições de fase necessárias nos elementos do reflectarray foram adequadamente sintetizadas em múltiplas frequências dentro da banda de operação.

O trabalho (Mao et al., 2015) também realizou a síntese de fase para projetos de reflectarrays de banda larga. Nesse estudo, foi apresentado um processo de otimização das fases de referência. Os reflectarrays foram projetados, simulados, fabricados e medidos para validação da abordagem proposta.

Também é importante ressaltar técnicas de síntese de fase aplicadas a antenas refletoras. É recorrente na literatura sintetizar antenas refletoras com base no campo eletromagnético na abertura da antena. O trabalho apresentado por (Manohar; Rahmat-Samii, 2018) mostra duas abordagens distintas para síntese de refletores escalonados com

deslocamento. A técnica é baseada na óptica geométrica, onde a abertura do refletor é sintetizada usando uma família de seções parabólicas confocais.

Com o objetivo de melhorar a performance do arranjo de antenas aplicado ao sensoriamento remoto, foi proposto por (H. Dou et al., 2022) uma técnica de síntese de abertura espelhada. Nesse trabalho são apresentadas equações relacionadas ao tamanho dos refletores. Simulações e experimentos também foram realizados para demonstrar a eficiência do método. Os resultados mostram que o método proposto pode alcançar significativa melhora na resolução espacial.

Por outro lado, também existem trabalhos que abordam a síntese de transmitarray (Papathanasopoulos; Rahmat-Samii, 2022). Nesse trabalho é proposto um transmitarray capaz de alcançar a varredura de feixe cônico. É apresentado um algoritmo de síntese inovador com base na otimização da localização do alimentador e uma compensação de fase do transmitarray modificada. Para validar a abordagem, um transmitarray foi projetado, simulado, prototipado e medido.

De forma geral, na literatura são apresentadas técnicas de síntese de abertura que variam de acordo com as aplicações. Ou seja, existe uma tendência de especialização de técnicas de síntese de abertura com o objetivo de tornar as antenas mais eficientes.

É importante também destacar os trabalhos (Almeida Jr.; Moreira, 2021) e (Faria, 2023). O trabalho (Almeida Jr.; Moreira, 2021) apresenta a síntese de antenas duplo refletoras de abertura circular. De forma análoga, o trabalho apresentado por (Faria, 2023) mostra a síntese de antenas omnidirecionais duplo refletoras, com abertura cilíndrica. Ambos os trabalhos são baseados na síntese de fase proposta por (Biswas, 2013). O objetivo desta dissertação é adaptar a síntese de fase proposta por (Biswas, 2013) para uma síntese de fase e amplitude, com o objetivo de reduzir os níveis de lóbulos secundários das antenas sintetizadas.

Na próxima seção será apresentada com detalhes a formulação da síntese de fase para os diagramas de radiação de topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado, para que no capítulo 3 seja introduzida a síntese de amplitude e fase, objetivo desta dissertação.

2.2 Síntese de fase não uniforme

Em 1981 foi apresentada por (Chakraborty; Sanyal, 1981) uma técnica de síntese de fase não uniforme para aberturas circulares. Destaca-se nesse artigo que a fase do campo na abertura circular, representada no plano xy (coordenadas Cartesianas), não apresenta variações na direção y, mas variações de fase apenas na direção x. Em 1982 (Chakraborty; Sanyal, 1982), os autores aplicaram a metodologia em um arranjo linear de elementos. Essa abordagem foi revisitada em 2013 por (Biswas, 2013), aplicando-a

na síntese de um transmitarray planar. Uma extensão dessa formulação é desenvolvida para aberturas circulares e aberturas cilíndricas nas sínteses apresentadas em (Faria, 2023), sendo mostrada a formulação de síntese considerando a simetria das aberturas, em coordenadas cilíndricas. Então, o objetivo nesta seção é retomar os conceitos já discutidos nesses trabalhos, uma vez que serão úteis no desenvolvimento desta dissertação.

O método proposto por (Chakraborty; Sanyal, 1981) consiste em avaliar assintoticamente, a partir do Método de Fase Estacionária, a equação integral de campo na região de campo distante. Em (Biswas, 2013) este método é apresentado de forma simplificada, estruturando os passos para a síntese da fase.

A técnica de síntese aplicada consiste, basicamente, na definição de duas funções. A primeira representa o diagrama de radiação de interesse, denominado aqui de $F_{norm}(u)$, representando os perfis de topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado. A segunda função representa a amplitude $|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|$ de campo elétrico na abertura. Inicialmente, $|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|$ é considerada constante na região não bloqueada da abertura. No capítulo 3, a formulação será estendida para $|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|$ não uniforme.

A partir da definição de $F_{norm}(u)$, pode-se definir a densidade de potência radiada $h(u)$, onde u representa a direção do observador. Por outro lado, a partir da amplitude de campo na abertura $|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|$, pode-se definir a função $g(\xi)$ que representa a densidade de potência requerida na abertura, onde ξ representa a posição normalizada na abertura.

Por meio da conservação de energia, pode-se igualar estas funções de potência $h(u)$ e $g(\xi)$, definindo então a função de mapeamento $u(\xi)$. A função $u(\xi)$ é empregada em uma equação diferencial que tem como solução a variação da fase ψ em função da posição ξ sobre a abertura. É mostrado na Figura 9 o procedimento da síntese de fase não uniforme discutido aqui.

Vale destacar que esta equação diferencial está relacionada à avaliação assintótica da integral de radiação, apresentada nos trabalhos (Chakraborty; Sanyal, 1981) e (Chakraborty; Sanyal, 1982), baseada no Método de Fase Estacionária.

Para os diagramas de radiação do tipo topo plano e Isoflux, considera-se uma abertura circular. Já para o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado, a análise será relacionada a uma abertura cilíndrica.

2.2.1 Diagrama de radiação topo plano

O diagrama de radiação topo plano é caracterizado por apresentar uma cobertura uniforme de energia dentro de uma determinada região angular. Pode ser útil, por exemplo, em aplicações de comunicações indoor, como em estações, locais esportivos, salas de conferência, etc. (Ran X. H. Wang; Wang, 2022).

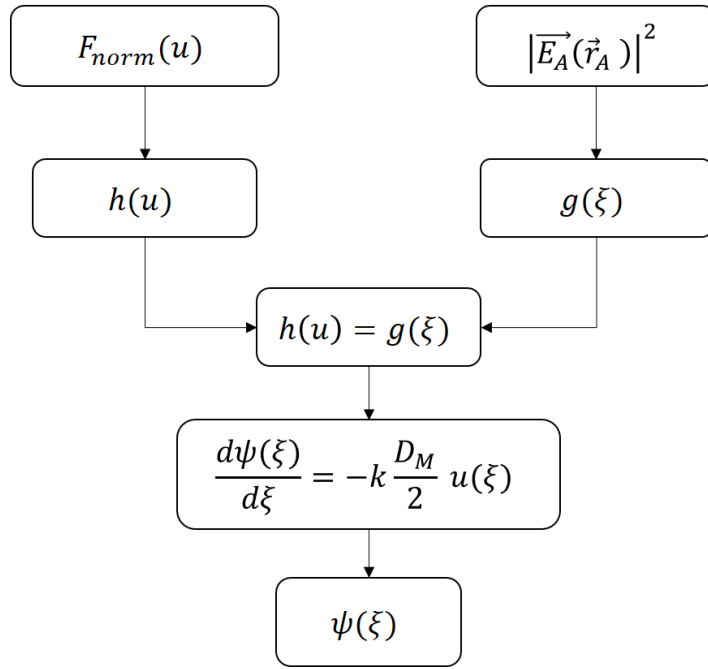


Figura 9 – Fluxograma da síntese de fase não uniforme.

Levando em consideração o método apresentado por (Biswas, 2013), deve-se inicialmente definir a função de distribuição de potência desejada na região de campo distante, $h(u)$:

$$h(u) = \frac{\int_0^u |F_{norm}(\tau)|^2 \tau d\tau}{\int_0^{u_0} |F_{norm}(\tau)|^2 \tau d\tau} \quad (2.1)$$

onde $u = \sin\theta$ e $u_0 = \sin\theta_0$, onde θ_0 representa o ângulo que define o setor de cobertura. Para o diagrama de radiação topo plano, $F_{norm}(u)$ é aproximado como uma função constante na região angular de interesse e nula na região além da região de interesse, podendo ser expressa da seguinte forma:

$$F_{norm}(u) = \begin{cases} 1, & 0 < u < u_0 \\ 0, & u_0 \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

Consequentemente, $h(u)$ é dado por:

$$h(u) = \frac{\int_0^u \tau d\tau}{\int_0^{u_0} \tau d\tau} = \frac{u^2}{u_0^2} \quad (2.3)$$

Por outro lado, a função $g(\xi)$ representa a densidade de potência requerida na abertura bloqueada, sendo expressa por:

$$g(\xi) = \frac{\int_{\xi_B}^{\xi} |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 \eta d\eta}{\int_{\xi_B}^1 |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 \eta d\eta} \quad (2.4)$$

sendo $\vec{E}_A(\vec{r}_A)$ o campo elétrico na abertura, $\xi = 2\rho/D_M$ e $\xi_B = D_B/D_M$, onde D_B é o diâmetro do bloqueio e D_M o diâmetro da abertura.

Seguindo (Biswas, 2013), o módulo ao quadrado do campo na abertura é definido como

$$|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = \begin{cases} 0, & 0 < \xi < \xi_B \\ 1, & \xi_B \leq \xi \leq 1 \end{cases} \quad (2.5)$$

Da Eq. (2.5) entende-se que o módulo ao quadrado do campo elétrico na abertura é igual a zero para a região com bloqueio e igual a 1 para a região sem bloqueio. Consequentemente, $g(\xi)$ é dado por:

$$g(\xi) = \frac{\int_{\xi_B}^{\xi} \eta d\eta}{\int_{\xi_B}^1 \eta d\eta} = \frac{\xi^2 - \xi_B^2}{1 - \xi_B^2} \quad (2.6)$$

A Figura 10 representa de forma esquemática a função $h(u)$, a abertura bloqueada e o sistema de coordenadas.

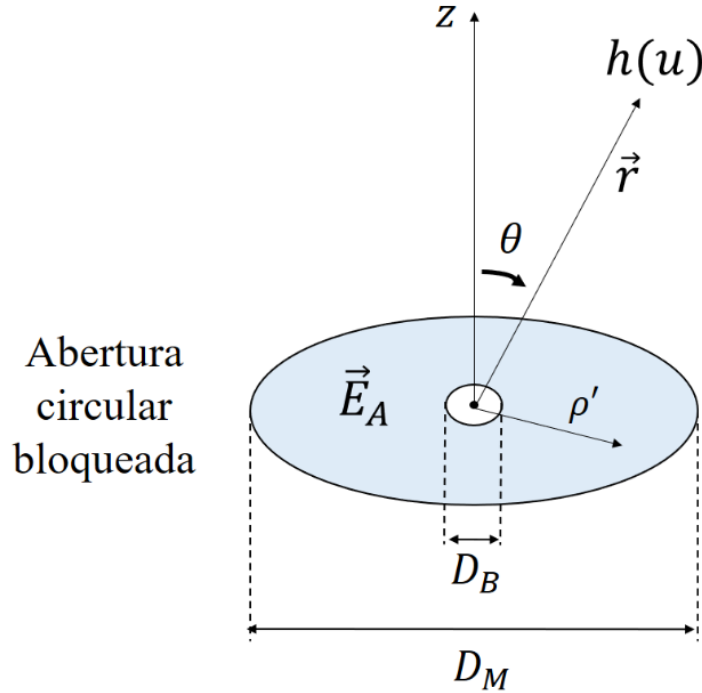


Figura 10 – Abertura circular bloqueada com sistema de coordenadas.

Impondo a conservação de energia, ou seja, igualando as funções $g(\xi)$ e $h(u)$ uma à outra, pode-se determinar a função de mapeamento $u(\xi)$. Por fim, a última etapa desta metodologia de síntese é empregar a função $u(\xi)$ na Eq. (2.7):

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{D_M}{2} u(\xi) \quad (2.7)$$

sendo $k = 2\pi/\lambda$ e λ o comprimento de onda. A Eq. (2.7) é baseada no Método de Fase Estacionária e a sua solução define a distribuição de fase não uniforme $\psi(\xi)$ sobre a abertura.

2.2.2 Diagrama de radiação Isoflux

O diagrama de radiação Isoflux é importante para aplicações satelitais com o objetivo de fornecer intensidade de campo sobre a superfície da Terra de forma uniforme, levando em consideração as perdas devido às diferenças de percurso entre o satélite e a superfície da Terra. No trabalho (Biswas, 2013) é apresentado o cálculo da diretividade Isoflux baseado em parâmetros geométricos, como o raio da Terra e altura do satélite. Com a diretividade Isoflux calculada, pode-se definir os parâmetros A e α_s e utilizá-los para aproximar a diretividade Isoflux ideal por uma função secante ($F_{norm}(u)$). Esta aproximação simplifica consideravelmente a formulação.

O fluxograma apresentado na Figura 11 mostra o método empregado para cálculo da distribuição de fase não uniforme. Vale destacar que uma contribuição desta dissertação foi desenvolver a solução analítica para a diretividade ideal Isoflux, permitindo o cálculo eficiente dos parâmetros A e α_s necessários (Leão; Faria; Moreira, 2023b).

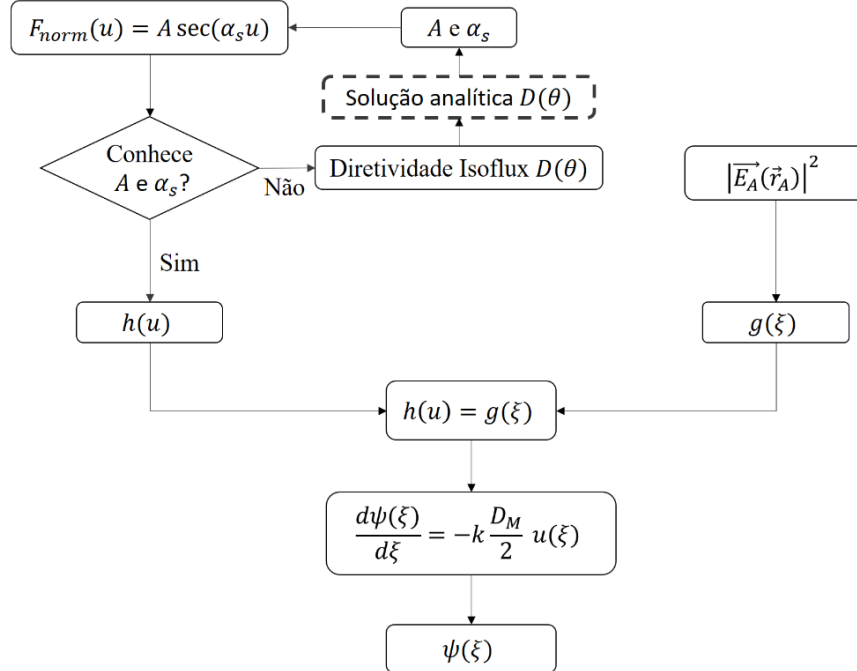


Figura 11 – Fluxograma do método para síntese de fase $\psi(\xi)$ considerando um diagrama de radiação Isoflux.

Então, seguindo procedimentos análogos aos da seção anterior, a função que representa a distribuição de potência desejada na região de campo distante para o diagrama

de radiação Isoflux é dada pela Eq. (2.1), com $F_{norm}(u)$ aproximado por uma função secante para a região angular de interesse:

$$F_{norm}(u) = \begin{cases} A \sec(\alpha_s u), & 0 < u < u_0 \\ 0, & u_0 \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

sendo A o menor valor da diretividade teórica (ideal) e α_s um ângulo expresso por:

$$\alpha_s = \frac{1}{u_0} \sec^{-1}(1/A) = \frac{1}{u_0} \cos^{-1}(A) \quad (2.9)$$

Embora seja possível calcular a diretividade teórica Isoflux de forma analítica, não é conveniente utilizá-la na definição de F_{norm} , já que na síntese de fase não uniforme é preciso determinar as soluções das funções $h(u)$, $u(\xi)$ e, por fim, $\psi(\xi)$. Então, utiliza-se os parâmetros A e α_s , definidos a partir da diretividade teórica Isoflux, em uma aproximação de F_{norm} por uma função secante.

Considerando a geometria apresentada na Figura 12, a diretividade teórica pode ser expressa em função da distância $R(\theta)$. Nesta figura, a distância R_E representa o raio da Terra e H representa a menor distância do satélite em relação à Terra. Já a distância máxima do satélite em relação à superfície da Terra é definida por $R(\theta_0)$. Os ângulos α , β_E e θ também estão representados na Figura 12.

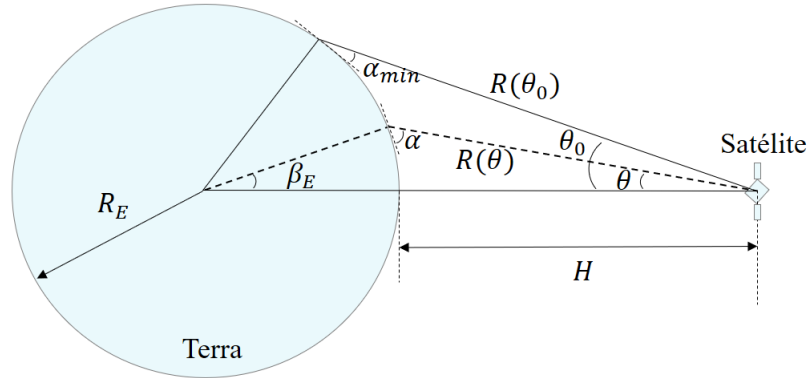


Figura 12 – Posição do satélite em relação à Terra.

Então, a distância $R(\theta)$ pode ser expressa por:

$$R(\theta) = H \sqrt{1 + 4 \left[\left(\frac{R_E}{H} \right)^2 + \frac{R_E}{H} \right] \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right)} \quad (2.10)$$

por meio da lei dos cossenos, sendo β_E definido por:

$$\beta_E = \frac{\pi}{2} - \theta - \alpha \quad (2.11)$$

O ângulo α pode ser definido a partir das distâncias R_E , H e θ , como:

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{R_E + H}{R_E} \sin \theta \right) = \cos^{-1} (B \sin \theta) \quad (2.12)$$

A diretividade pode ser calculada a partir de $R(\theta)$:

$$D(\theta) = \frac{2R^2(\theta)}{\int_0^{\theta_0} R^2(\theta) \sin \theta d\theta} \quad (2.13)$$

onde θ_0 representa o limite do cone de cobertura, dado por:

$$\theta_0 = \sin^{-1} \left[\frac{R_E \cos \alpha_{min}}{R_E + H} \right] = \sin^{-1} \left[\frac{\cos \alpha_{min}}{B} \right] \quad (2.14)$$

A integração do denominador da Eq. (2.13) tem sido resolvida numericamente na literatura. A partir da Eq. (2.10), pode-se definir $R^2(\theta)$ como:

$$R^2(\theta) = H^2 + C \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right) \quad (2.15)$$

onde

$$C = 4(R_E^2 + R_E H) = 4 B R_E^2 \quad (2.16)$$

A integração na Eq. (2.13) pode ser reescrita como mostrado abaixo:

$$\int_0^{\theta_0} R^2(\theta) \sin \theta d\theta = \int_0^{\theta_0} H^2 \sin \theta d\theta + \int_0^{\theta_0} C \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right) \sin \theta d\theta \quad (2.17)$$

A solução da primeira integral é trivial:

$$\int_0^{\theta_0} H^2 \sin \theta d\theta = H^2 (1 - \cos \theta_0) \quad (2.18)$$

Já a solução da segunda integral é dada por:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\theta_0} C \sin^2 \left(\frac{\beta_E}{2} \right) \sin \theta d\theta \\ &= \frac{C}{6} \left[3 - 2B - S + \frac{S-1}{B^2} - \cos \theta_0 (3 - 3B - S \cos \theta_0 + B \cos^2 \theta_0) \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

sendo

$$S = \sqrt{1 - B^2 \sin^2 \theta_0} \quad (2.20)$$

Vale destacar que a solução analítica desta integração está expressa em função de H , R_E e θ_0 , com θ_0 calculado pela Eq. (2.14). Portanto, como o raio da Terra R_E é considerado constante, a solução da integração depende da distância H e do ângulo α_{min} . A partir da solução analítica da diretividade teórica Isoflux $D(\theta)$, pode-se determinar o menor valor da diretividade A e o ângulo α_s . Conhecendo esses parâmetros e lembrando das Eqs. (2.1) e (2.8), pode-se determinar a solução para $h(u)$, que representa a densidade de potência radiada desejada.

De forma análoga ao diagrama de radiação topo plano, o diagrama de radiação Isoflux possui a mesma distribuição de potência sobre a abertura, ou seja, a amplitude do campo elétrico equivale a 1 para a região sem bloqueio e 0 para a região com bloqueio. Nesse caso, $g(\xi)$ também é dado pela Eq. (2.6).

Como próximo passo, deve-se igualar as funções $g(\xi)$ e $h(u)$, impondo-se a conservação da energia:

$$h(u) = g(\xi) \quad (2.21)$$

Desta igualdade, tem-se então uma função de mapeamento $u(\xi)$. Por fim, a última etapa é empregar a função $u(\xi)$ na Eq. (2.7).

2.2.3 Diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado

Na síntese do diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado, considerou-se uma abertura cilíndrica sem bloqueio (Leão; Faria; Moreira, 2023a). Neste caso, a potência requerida na abertura $g(\xi)$ pode ser definida por:

$$g(\xi) = \frac{\int_{-1}^{\xi} |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 d\eta}{\int_{-1}^1 |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 d\eta} \quad (2.22)$$

onde $\vec{E}_A(\vec{r}_A)$ é o campo na abertura, inicialmente expresso por (Biswas, 2013):

$$|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = 1, -1 \leq \xi \leq 1 \quad (2.23)$$

onde $\xi = 2z/W_A$ e W_A é a largura da abertura. Assim como nos casos anteriores, a amplitude do campo na abertura é considerada uniforme e igual a 1. A solução analítica de $g(\xi)$ é dada por:

$$g(\xi) = \frac{1 + \xi}{2} \quad (2.24)$$

para $-1 \leq \xi \leq 1$. Por outro lado, é necessária a determinação da densidade de potência desejada no campo distante $h(u)$, considerando o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado:

$$h(u) = \frac{\int_{-1}^u |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau}{\int_{-1}^1 |F_{norm}(\tau)|^2 d\tau} \quad (2.25)$$

onde $F_{norm}(u)$ é expresso por:

$$F_{norm}(u) = \begin{cases} 0, & -1 \leq u \leq u_1 \\ A/u, & u_1 < u < u_2 \\ 0, & u_2 \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (2.26)$$

sendo $u_1 = \sin(\theta_1 - 3\pi/2)$, $u_2 = \sin(\theta_2 - 3\pi/2)$ e $u = \sin(\theta - 3\pi/2)$. As variáveis θ_1 e θ_2 são os ângulos de início e fim do feixe cossecante ao quadrado, respectivamente. A solução analítica de $h(u)$ é dada por:

$$h(u) = \frac{u_2(u - u_1)}{u(u_2 - u_1)} \quad (2.27)$$

A Figura 13 representa de forma esquemática uma abertura cilíndrica de largura W_A , o campo $\vec{E}_A$ e a função $h(u)$.

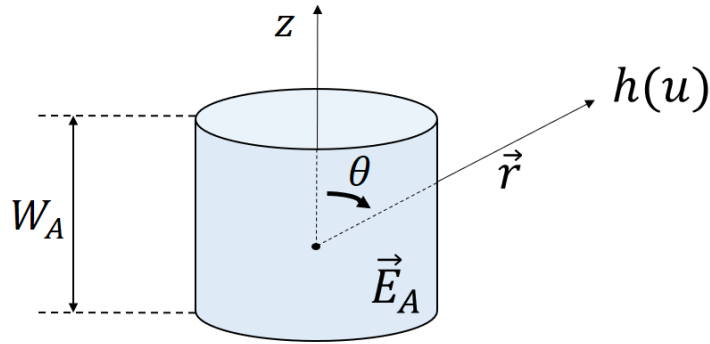


Figura 13 – Abertura cilíndrica com sistema de coordenadas.

O próximo passo é impor a conservação de energia, igualando as funções $g(\xi)$ e $h(u)$ para determinação da função $u(\xi)$:

$$u(\xi) = \frac{2u_1u_2}{u_2 + u_1 - \xi(u_2 - u_1)} \quad (2.28)$$

Finalmente, pode-se então avaliar a Eq. (2.29) para determinação da fase não uniforme $\psi(\xi)$:

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{W_A}{2} u(\xi) \quad (2.29)$$

Avaliando analiticamente as Eqs. (2.28) e (2.29), tem-se:

$$\psi(\xi) = \left(\frac{kW_A u_1 u_2}{u_2 - u_1} \right) \ln [u_2 + u_1 - \xi(u_2 - u_1)] \quad (2.30)$$

2.3 Método da Abertura

O Método da Abertura permite avaliar o diagrama de radiação de uma antena refletora a partir da distribuição de campo sobre a respectiva abertura. Esse método é uma forma de avaliar se as distribuições de campo investigadas neste trabalho atendem às especificações de diagrama de radiação. O Método da Abertura tem como base a integral de radiação (Silver, 1984):

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = & -\frac{j}{\omega\epsilon_0} \int_{S_A} [\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) \cdot \nabla] \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) + k^2 \vec{J}_A(\vec{r}', \omega) G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) \\ & - j\omega\epsilon_0 \vec{M}_A(\vec{r}', \omega) \times \nabla G(\vec{r}, \vec{r}', \omega) dS_A \end{aligned} \quad (2.31)$$

onde ω é a frequência angular, ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo, S_A é a área da abertura e $G(\vec{r}, \vec{r}', \omega)$ é a função de Green do espaço livre. Por meio do Princípio da Equivalência, a densidade superficial de corrente elétrica ($\vec{J}_A(\vec{r}', \omega)$) e a densidade superficial de corrente magnética ($\vec{M}_A(\vec{r}', \omega)$) estão relacionadas aos campos magnético e elétrico, respectivamente, na forma:

$$\vec{J}_A(\vec{r}', \omega) = \hat{n}_A \times \vec{H}_A(\vec{r}', \omega) \quad (2.32)$$

$$\vec{M}_A(\vec{r}', \omega) = -\hat{n}_A \times \vec{E}_A(\vec{r}', \omega) \quad (2.33)$$

onde $\vec{H}_A(\vec{r}', \omega)$ é o campo magnético na abertura, $\vec{E}_A(\vec{r}', \omega)$ é o campo elétrico na abertura e $\hat{n}_A$ o vetor unitário normal à abertura. Por sua vez, os campos podem ser definidos como:

$$\vec{E}_A(\vec{r}', \omega) = |\vec{E}_A(\vec{r}', \omega)| e^{j\psi(\vec{r}', \omega)} \hat{e}_A \quad (2.34)$$

$$\vec{H}_A(\vec{r}', \omega) = \frac{1}{Z_0} \hat{n}_A \times \vec{E}_A(\vec{r}', \omega) \quad (2.35)$$

onde $|\vec{E}_A(\vec{r}', \omega)|$ representa a amplitude do campo elétrico na abertura, $\psi(\vec{r}', \omega)$ representa a função de fase na abertura, $\hat{e}_A$ é a polarização do campo e Z_0 representa a impedância intrínseca do vácuo ($Z_0 \approx 377\Omega$). A seguir é apresentado o Método da Abertura especificamente para aberturas com geometrias circulares e cilíndricas.

2.3.1 Aberturas circulares

Para a abertura circular, o campo na abertura é representado por:

$$\vec{E}_A(\vec{r}', \omega) = |\vec{E}_A(\xi)| e^{j\psi(\xi)} \hat{x} \quad (2.36)$$

$$\vec{H}_A(\vec{r}', \omega) = \frac{|\vec{E}_A(\xi)| e^{j\psi(\xi)}}{Z_0} \hat{y} \quad (2.37)$$

Por meio do Princípio da Equivalência, pode-se obter as densidades de corrente elétrica e magnética. Posteriormente, levando em consideração a geometria circular da abertura, as componentes θ e ϕ campo elétrico na região de campo distante são dadas pelas Eqs. (2.38) e (2.39), respectivamente:

$$E_\theta(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{2r} (1 + \cos \theta) \cos \phi \int_{D_B/2}^{D_M/2} |\vec{E}_A(\xi)| J_0(k\rho' \sin \theta) \exp(j\psi(\xi)) \rho' d\rho' \quad (2.38)$$

$$E_\phi(\vec{r}, \omega) \approx \frac{jk \exp(-jkr)}{2r} (1 + \cos \theta) (-\sin \phi) \int_{D_B/2}^{D_M/2} |\vec{E}_A(\xi)| J_0(k\rho' \sin \theta) \exp(j\psi(\xi)) \rho' d\rho' \quad (2.39)$$

onde J_0 é a função de Bessel de ordem zero.

2.3.2 Aberturas cilíndricas

De forma análoga, tem-se o Método da Abertura considerando uma abertura cilíndrica. Neste caso, os campos na abertura são:

$$\vec{E}_A(\vec{r}', \omega) = |\vec{E}_A(\xi)| e^{j\psi(\xi)} \hat{z} \quad (2.40)$$

$$\vec{H}_A(\vec{r}', \omega) = -\frac{|\vec{E}_A(\xi)| e^{j\psi(\xi)}}{Z_0} \hat{\phi} \quad (2.41)$$

A abertura cilíndrica não irradia componente ϕ do campo elétrico ($E_\phi(\vec{r}, \omega) = 0$). Já a componente θ do campo elétrico é dada por:

$$E_\theta(\vec{r}, \omega) \approx -\frac{jk\rho_A \exp(-jkr)}{2r} [\sin \theta J_0(k\rho_A \sin \theta) + jJ_1(k\rho_A \sin \theta)] \times \int_{-W_A/2}^{W_A/2} |\vec{E}_A(\xi)| \exp[jkz' \cos \theta] \exp[j\psi(\xi)] dz' \quad (2.42)$$

onde J_0 e J_1 são funções de Bessel de ordem zero e um, respectivamente. O raio da abertura cilíndrica é dado por ρ_A .

2.3.3 Diretividade

Uma vez definido o campo elétrico por meio do Método da Abertura, pode-se calcular a diretividade:

$$D(\theta, \phi) = \frac{2\pi |r \vec{E}(\vec{r}, \omega)|^2}{\eta P_{rad}} \quad (2.43)$$

onde P_{rad} é a potência radiada pela abertura, dada por:

$$P_{rad} = \frac{1}{2\eta} \oint\oint |\vec{E}(\vec{r}, \omega)|^2 r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (2.44)$$

2.4 Conclusões Parciais

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos necessários para o desenvolvimento desta dissertação. Inicialmente, focou-se em apresentar diferentes estudos que avaliam sínteses de campo em abertura como forma de motivação à pesquisa do tema.

Posteriormente, o método de síntese de fase, objetivo desta dissertação, foi apresentado com detalhes para os diagramas de radiação topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado, inicialmente assumindo um campo com amplitude uniforme sobre a porção não bloqueada da abertura. Por último, destaca-se o Método da Abertura, considerando geometria circular e cilíndrica da abertura, método este que será usado para validar a síntese de campo na abertura.

3 Síntese de Amplitude e Fase Não Uniformes

Neste capítulo serão mostradas as distribuições de amplitude implementadas na síntese de fase não uniforme, para aberturas circulares e cilíndricas, considerando os diagramas de radiação topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado. Também serão apresentadas as densidades de potência $g(\xi)$ e $h(u)$ para os casos investigados.

3.1 Abertura Circular

A principal referência deste trabalho (Biswas, 2013) desenvolve um estudo considerando amplitude uniforme na abertura. Contudo, pensando em antenas refletoras, sabe-se que altos níveis de campo nas bordas dos refletores intensificam os níveis de lóbulos secundários. Então, neste trabalho investigou-se distribuições de amplitudes não uniformes com o objetivo de minimizar esses efeitos. As aberturas circulares bloqueadas possuem duas descontinuidades, uma descontinuidade interna e outra externa, indicadas na Figura 10.

A borda interna, no centro da abertura, está relacionada ao bloqueio do sub-refletor; já a borda externa está relacionada ao diâmetro do refletor principal. Pensando nisso, as distribuições de amplitudes investigadas visam a redução dos níveis de campo sobre a abertura em três situações: atenuação na borda interna da abertura; atenuação na borda externa da abertura; ou atenuação simultânea na borda interna e externa. Assumiu-se, para aberturas circulares, 6 distribuições de amplitude, sendo elas:

- G_{A1} : amplitude uniforme (Biswas, 2013);
- G_{A2} : amplitude proposta por (Chakraborty; Sanyal, 1981);
- G_{A3} : amplitude proposta por (Moreira; Prata; Bergmann, 2007);
- G_{A4} : amplitude senoidal com máximo no centro da abertura;
- G_{A5} : amplitude senoidal com máximo na borda externa abertura;
- G_{A6} : amplitude senoidal com nulos no centro e borda externa da abertura circular.

Estas amplitudes estão associadas à função $g(\xi)$, apresentada no capítulo anterior. A seguir, serão apresentadas as distribuições de amplitude, assim como as funções $g(\xi)$ correspondentes.

3.1.1 Distribuições de Amplitude

A função de amplitude uniforme, apresentada por (Biswas, 2013) é dada por:

$$G_{A1} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = 1 \quad (3.1)$$

sobre a região não bloqueada da abertura.

A segunda função de amplitude, proposta por (Chakraborty; Sanyal, 1981), é dada por:

$$G_{A2} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = (1 + 0.25 \cos(\pi \xi))^2 \quad (3.2)$$

também sobre a parte não bloqueada.

A terceira função, proposta por (Moreira; Prata; Bergmann, 2007) para minimizar os lóbulos secundários, é dada por:

$$G_{A3} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = \begin{cases} (\Delta_1)^{\alpha_1} \left[1 + \frac{\alpha_1}{\beta_1} (1 - \Delta_1) \right]^{\beta_1}, & \xi_L \leq \xi \leq \xi_1 \\ 1, & \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ (\Delta_2)^{\alpha_2} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\beta_2} (1 - \Delta_2) \right]^{\beta_2}, & \xi_2 \leq \xi \leq \xi_U \end{cases} \quad (3.3)$$

onde,

$$\Delta_1 = \chi_1 + (1 - \chi_1) \frac{(\xi_L - \xi)}{(\xi_L - \xi_1)} \quad (3.4)$$

e

$$\Delta_2 = \chi_2 + (1 - \chi_2) \frac{(\xi_U - \xi)}{(\xi_U - \xi_2)} \quad (3.5)$$

com $\xi = 2\rho / D_M$. Os parâmetros χ_i , α_i , β_i e ξ_i (para $i = 1, 2$) controlam a forma da distribuição de amplitude. A quarta função de amplitude proposta é dada por:

$$G_{A4} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = (0,5 + 0,5 \cos(\pi \xi))^2 \quad (3.6)$$

sobre a área não bloqueada da abertura. A quinta função de amplitude proposta é dada por:

$$G_{A5} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = (0,5 - 0,5 \cos(\pi \xi))^2 \quad (3.7)$$

sobre a área não bloqueada da abertura. A sexta função de amplitude proposta é dada por:

$$G_{A6} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = (0,5 - 0,5 \cos(2\pi\xi))^2 \quad (3.8)$$

sobre a área não bloqueada da abertura. Esta distribuição de amplitude é empregada em projetos de filtros, sendo chamada de distribuição de Hann ([Oppenheim; Schafer, 2013](#)).

A Figura 14 apresenta exemplos das distribuições de amplitude G_{Ai} em função da coordenada da abertura ρ (de 0 a 100λ), avaliadas neste trabalho.

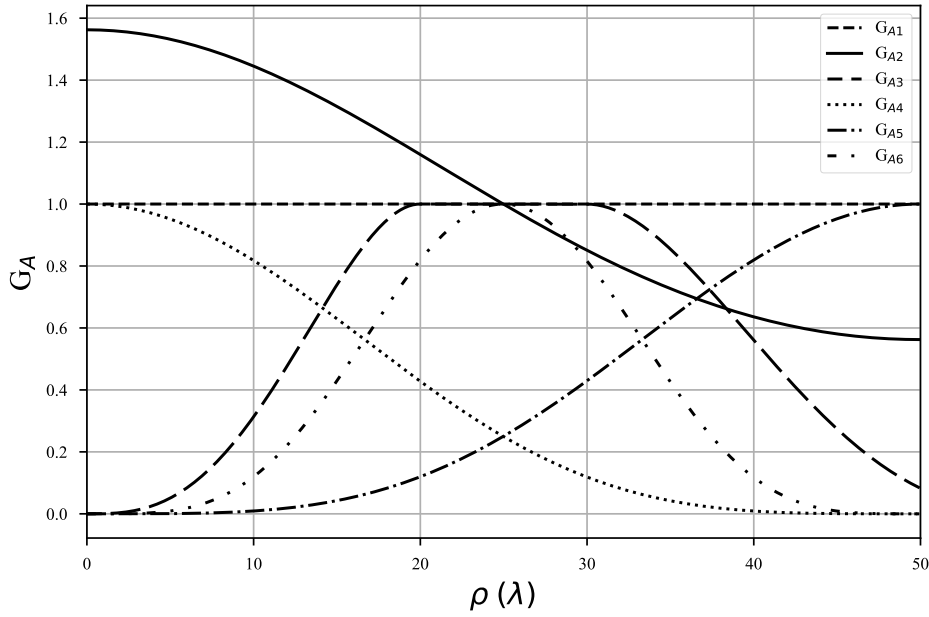


Figura 14 – Distribuições de amplitude avaliadas para uma abertura circular.

As distribuições G_{A2} e G_{A4} apresentam atenuação na borda externa da abertura. A distribuição G_{A5} é caracterizada pela redução de amplitude na borda interna da abertura. Já as distribuições de amplitude G_{A3} e G_{A6} apresentam atenuações nas bordas interna e externa.

3.1.2 Soluções analíticas de $g(\xi)$

Dadas as funções de amplitude sobre a abertura, calcula-se a função $g(\xi)$:

$$g(\xi) = \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} G_A \eta d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} G_A \eta d\eta} \quad (3.9)$$

onde $\xi_L = D_B/D_M$ e $\xi_U = D_M/D_M = 1$. A Figura 10 mostra, de forma esquemática, os diâmetros D_B e D_M da abertura circular. Para amplitude constante G_{A1} , a solução analítica é dada por:

$$g_{G_{A1}}(\xi) = \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} \eta d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} \eta d\eta} = \frac{\xi^2 - \xi_L^2}{\xi_U^2 - \xi_L^2} \quad (3.10)$$

Para a segunda, quarta, quinta e sexta distribuições de amplitude G_{A2} , G_{A4} , G_{A5} e G_{A6} , temos as seguintes soluções analíticas:

$$g_{G_{A2,A4,A5,A6}}(\xi) = \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} (m + n \cos(p\pi\eta))^2 \eta d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} (m + n \cos(p\pi\eta))^2 \eta d\eta} \quad (3.11)$$

onde:

$$\begin{aligned} \int (m + n \cos(p\pi\eta))^2 \eta d\eta = & \frac{1}{8\pi^2 p^2} (2\pi p \eta (\pi p \eta (2m^2 + n^2) + 8mn \sin(\pi p \eta) \\ & + n^2 \sin(2\pi p \eta)) + 16mn \cos(\pi p \eta) + n^2 \cos(2\pi p \eta)) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Utilizando tais relações, a densidade de potência requerida na abertura para a distribuição de amplitude G_{A2} é dada por:

$$g_{G_{A2}}(\xi) = \frac{T_{G_{A2}} - V_{G_{A2}}}{N_{G_{A2}}} \quad (3.13)$$

em que,

$$T_{G_{A2}} = \frac{1}{8\pi^2} (2\pi \xi (2,0625\pi\xi + 2\sin(\pi\xi) + 0,0625\sin(2\pi\xi)) + 4\cos(\pi\xi) + 0,0625\cos(2\pi\xi))$$

$$V_{G_{A2}} = \frac{1}{8\pi^2} (2\pi \xi_L (2,0625\pi\xi_L + 2\sin(\pi\xi_L) + 0,0625\sin(2\pi\xi_L)) + 4\cos(\pi\xi_L) + 0,0625\cos(2\pi\xi_L))$$

$$N_{G_{A2}} = -(66\pi^2(\xi_L^2 - 1) + 2\pi\xi_L(32\sin(\pi\xi_L) + \sin(2\pi\xi_L)) + 64\cos(\pi\xi_L) + \cos(2\pi\xi_L) + 63)/(128\pi^2) \quad (3.14)$$

Para a distribuição de amplitude G_{A4} , tem-se a densidade de potência $g_{G_{A4}}(\xi)$ correspondente:

$$g_{G_{A4}}(\xi) = \frac{T_{G_{A4}} - V_{G_{A4}}}{N_{G_{A4}}} \quad (3.15)$$

em que,

$$T_{G_{A4}} = \frac{1}{8\pi^2} (2\pi\xi(0, 75\pi\xi + 2\sin(\pi\xi) + 0, 25\sin(2\pi\xi)) + 4\cos(\pi\xi) + 0, 25\cos(2\pi\xi))$$

$$V_{G_{A4}} = \frac{1}{8\pi^2} (2\pi\xi_L(0, 75\pi\xi_L + 2\sin(\pi\xi_L) + 0, 25\sin(2\pi\xi_L)) + 4\cos(\pi\xi_L) + 0, 25\cos(2\pi\xi_L))$$

$$N_{G_{A4}} = -(2\pi\xi_L(3\pi\xi_L + 8\sin(\pi\xi_L) + \sin(2\pi\xi_L)) + 16\cos(\pi\xi_L) + \cos(2\pi\xi_L) - 6\pi^2 + 15)/(32\pi^2) \quad (3.16)$$

Para a distribuição de amplitude G_{A5} , a densidade de potência correspondente é dada por:

$$g_{G_{A5}}(\xi) = \frac{T_{G_{A5}} - V_{G_{A5}}}{N_{G_{A5}}} \quad (3.17)$$

em que,

$$T_{G_{A5}} = \frac{1}{8\pi^2} (2\pi\xi(0, 75\pi\xi - 2\sin(\pi\xi) + 0, 25\sin(2\pi\xi)) - 4\cos(\pi\xi) + 0, 25\cos(2\pi\xi)) \quad (3.18)$$

$$V_{G_{A5}} = \frac{1}{8\pi^2} (2\pi\xi_L(0, 75\pi\xi_L - 2\sin(\pi\xi_L) + 0, 25\sin(2\pi\xi_L)) - 4\cos(\pi\xi_L) + 0, 25\cos(2\pi\xi_L)) \quad (3.19)$$

$$N_{G_{A5}} = -(6\pi^2(\xi_L^2 - 1) + 2\pi\xi_L(\sin(2\pi\xi_L) - 8\sin(\pi\xi_L)) - 16\cos(\pi\xi_L) + \cos(2\pi\xi_L) - 17)/(32\pi^2) \quad (3.20)$$

De forma análoga, para a distribuição de amplitude G_{A6} , a densidade de potência correspondente é dada por:

$$g_{G_{A6}}(\xi) = \frac{T_{G_{A6}} - V_{G_{A6}}}{N_{G_{A6}}} \quad (3.21)$$

em que,

$$T_{G_{A6}} = \frac{1}{32\pi^2} (4\pi\xi(1, 5\pi\xi - 2\sin(2\pi\xi) + 0, 25\sin(4\pi\xi)) - 4\cos(2\pi\xi) + 0, 25\cos(4\pi\xi)) \quad (3.22)$$

$$V_{G_{A6}} = \frac{1}{32\pi^2} (4\pi\xi_L(1, 5\pi\xi_L - 2\sin(2\pi\xi_L) + 0, 25\sin(4\pi\xi_L)) - 4\cos(2\pi\xi_L) + 0, 25\cos(4\pi\xi_L)) \quad (3.23)$$

$$N_{G_{A6}} = -0,1875\xi_L^2 + 0,0795775\xi_L\sin(2\pi\xi_L) - 0,00994718\xi_L\sin(4\pi\xi_L) \\ + 0,0126651\cos(2\pi\xi_L) - 0,000791572\cos(4\pi\xi_L) + 0,175626 \quad (3.24)$$

Por fim, a função $g(\xi)$ relacionada à terceira distribuição de amplitude G_{A3} é expressa por:

$$g_{G_{A3}}(\xi) = \begin{cases} \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} (\Delta_1)^{\alpha_1} \left[1 + \frac{\alpha_1}{\beta_1}(1-\Delta_1)\right]^{\beta_1} \eta d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} (\Delta_1)^{\alpha_1} \left[1 + \frac{\alpha_1}{\beta_1}(1-\Delta_1)\right]^{\beta_1} \eta d\eta}, & \xi_L \leq \xi \leq \xi_1 \\ \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} \eta d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} \eta d\eta} + C_1, & \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} (\Delta_2)^{\alpha_2} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\beta_2}(1-\Delta_2)\right]^{\beta_2} \eta d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} (\Delta_2)^{\alpha_2} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\beta_2}(1-\Delta_2)\right]^{\beta_2} \eta d\eta} + C_2, & \xi_2 \leq \xi \leq \xi_U \end{cases} \quad (3.25)$$

sendo C_1 o resultado do primeiro termo para $\xi = \xi_1$ e C_2 o resultado do segundo termo para $\xi = \xi_2$, garantindo a continuidade da função $g(\xi)$. Neste caso, as integrações têm que ser avaliadas numericamente.

3.1.3 Soluções analíticas de $h(u)$ para diagramas topo plano e Isoflux

É importante destacar que para a abertura com diagrama de radiação topo plano, considera-se que a distribuição ideal F_{norm} é dada pela Eq. (2.2) de forma que a Eq. (2.1) possui a seguinte solução analítica:

$$h(u) = \frac{\int_0^u |F_{norm}(\tau)|^2 \tau d\tau}{\int_0^{u_0} |F_{norm}(\tau)|^2 \tau d\tau} = \frac{u^2}{u_0^2} \quad (3.26)$$

Para o diagrama de radiação Isoflux, considera-se a distribuição de amplitude dada pela Eq. (2.8), de forma que agora a Eq. (2.1) possui a seguinte solução:

$$h(u) = \frac{\int_0^u |A \sec(\alpha_s \tau)|^2 \tau d\tau}{\int_0^{u_0} |A \sec(\alpha_s \tau)|^2 \tau d\tau} = \frac{\alpha_s u \tan(\alpha_s u) + \log(\cos(\alpha_s u))}{\alpha_s u_0 \tan(\alpha_s u_0) + \log(\cos(\alpha_s u_0))} \quad (3.27)$$

Após definir as funções $h(u)$ e $g(\xi)$, a relação de mapeamento entre a coordenada ξ da abertura e a coordenada u na região de campo distante é dada pela imposição da conservação de energia:

$$h(u) = g(\xi) \quad (3.28)$$

Uma vez determinada $u(\xi)$, analiticamente ou numericamente, a distribuição de fase $\psi(\xi)$ é dada pela solução da equação diferencial:

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{D_M}{2} u(\xi) \quad (3.29)$$

3.1.4 Código de síntese de fase

Também é importante destacar a forma como estas equações foram implementadas computacionalmente, utilizando a linguagem de programação Python. O código lógico para aberturas circulares está indicado na Figura 15.

```

Inicializa variáveis ( $D_B$ ,  $D_M$ ,  $k$ ,  $G_A$ , por exemplo)
Cálculo do denominador de  $g(\xi)$ 
Função cálculo_fase( $\psi$ ,  $\xi$ )
    Função igualdade( $u$ )
        Cálculo de  $g(\xi)$ 
        Cálculo de  $h(u)$ 
        Retorna  $g(\xi) = h(u)$ 
     $u = \text{fsolve}(\text{igualdade})$ 
    Retorna  $-\frac{k D_M}{2} u$ 
condição_inicial = 0
 $\psi = \text{odeint}(\text{cálculo\_fase}, \text{condição\_inicial}, \xi)$ 

```

Figura 15 – Código para cálculo de fase.

Nesta implementação, utilizou-se duas funções pré-programadas em Python. A primeira, *fsolve*, é utilizada para soluções de equações não lineares. A segunda função, *odeint*, é utilizada para solução de equações diferenciais. Existem funções equivalentes a essas em outras linguagens de programação.

Sabendo disso, o código lógico consiste em, inicialmente, inicializar os parâmetros de entrada como D_B , D_M e k . Também é importante definir qual a distribuição G_A está sendo considerada na análise. Dadas essas informações, pode-se calcular o denominador da função $g(\xi)$.

Para calcular a distribuição de fase ψ , foram criadas duas funções. A primeira função, chamada de *igualdade* é responsável por igualar $g(\xi)$ a $h(u)$. Com a igualdade

definida, pode-se então aplicar a função *fsolve* para determinar a função $u(\xi)$. Com $u(\xi)$ calculado, implementou-se uma segunda função, chamada de *cálculo_fase*, que retorna o lado direito da Eq. (2.7). Pode-se então aplicar a função *odeint* na solução da equação diferencial da fase ψ em relação a ξ (coordenada da abertura normalizada).

3.2 Abertura Cilíndrica

De forma análoga ao que foi apresentado na seção sobre aberturas circulares, o objetivo aqui é desenvolver uma extensão da técnica apresentada por (Biswas, 2013), com o objetivo de reduzir os níveis de lóbulos secundários dos diagramas de radiação. Pensando na aplicação deste método em antenas duplo-refletores omnidirecionais, desenvolveu-se o estudo para aberturas cilíndricas considerando 4 distribuições de amplitude, sendo elas:

- G_{A1} : amplitude uniforme (Biswas, 2013);
- G_{A2} : amplitude proposta por (Chakraborty; Sanyal, 1981);
- G_{A3} : amplitude proposta por (Moreira; Prata; Bergmann, 2007);
- G_{A4} : amplitude não uniforme com máximo no centro da abertura e atenuação nas bordas.

Diferentemente das aberturas circulares, as aberturas cilíndricas de antenas duplo-refletores omnidirecionais não possuem bloqueio. Então, como o centro da abertura não é bloqueado, as distribuições de amplitudes investigadas não apresentam atenuações no centro da abertura. Porém, sabe-se que a redução de amplitude nas bordas da abertura permite uma redução nos níveis de lóbulos secundários das antenas (Moreira; Prata; Bergmann, 2007). A Figura 17 ilustra exemplos destas 4 distribuições.

3.2.1 Distribuições de Amplitude

Para a função de amplitude uniforme considerada por (Biswas, 2013):

$$G_{A1} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = 1 \quad (3.30)$$

A segunda função de amplitude proposta por (Chakraborty; Sanyal, 1981), é dada por:

$$G_{A2} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = (1 + 0.25 \cos(\pi \xi))^2 \quad (3.31)$$

A terceira função, proposta por (Moreira; Prata; Bergmann, 2007) é dada por:

$$G_{A3} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = \begin{cases} (\Delta_1)^{\alpha_1} \left[1 + \frac{\alpha_1}{\beta_1}(1 - \Delta_1)\right]^{\beta_1}, & \xi_L \leq \xi \leq \xi_1 \\ 1, & \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ (\Delta_2)^{\alpha_2} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\beta_2}(1 - \Delta_2)\right]^{\beta_2}, & \xi_2 \leq \xi \leq \xi_U \end{cases} \quad (3.32)$$

onde,

$$\Delta_1 = \chi_1 + (1 - \chi_1) \frac{(\xi_L - \xi)}{(\xi_L - \xi_1)} \quad (3.33)$$

e

$$\Delta_2 = \chi_2 + (1 - \chi_2) \frac{(\xi_U - \xi)}{(\xi_U - \xi_2)} \quad (3.34)$$

com $\xi = 2z/W_A$, sendo W_A a largura da abertura e $-1 \leq \xi \leq 1$, como ilustrado na Figura 13. Vale destacar que as antenas OADC tem como característica $G_A = 0$ para $\xi = 1$. Já a antena OADE tem como característica $G_A = 0$ para $\xi = -1$. A Figura 16 ilustra a diferença entre as amplitudes de acordo com os tipos OADC e OADE. Os parâmetros χ_i , α_i , β_i e ξ_i (para $i = 1, 2$) controlam a forma da distribuição de amplitude.

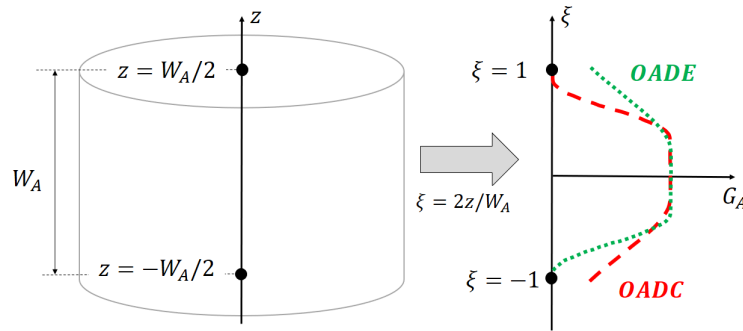


Figura 16 – Representação de amplitudes para OADC e OADE.

A quarta função de amplitude proposta é dada por:

$$G_{A4} = |\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2 = (0,5 + 0,5 \cos(\pi \xi))^2 \quad (3.35)$$

As distribuições de amplitude G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} e G_{A4} estão representadas na Figura 17. Representou-se as amplitudes em função da coordenada z , considerando uma largura $W_A = 50\lambda$.

3.2.2 Soluções analíticas de $g(\xi)$

A função $g(\xi)$ representa a potência requerida na abertura cilíndrica, ou seja,

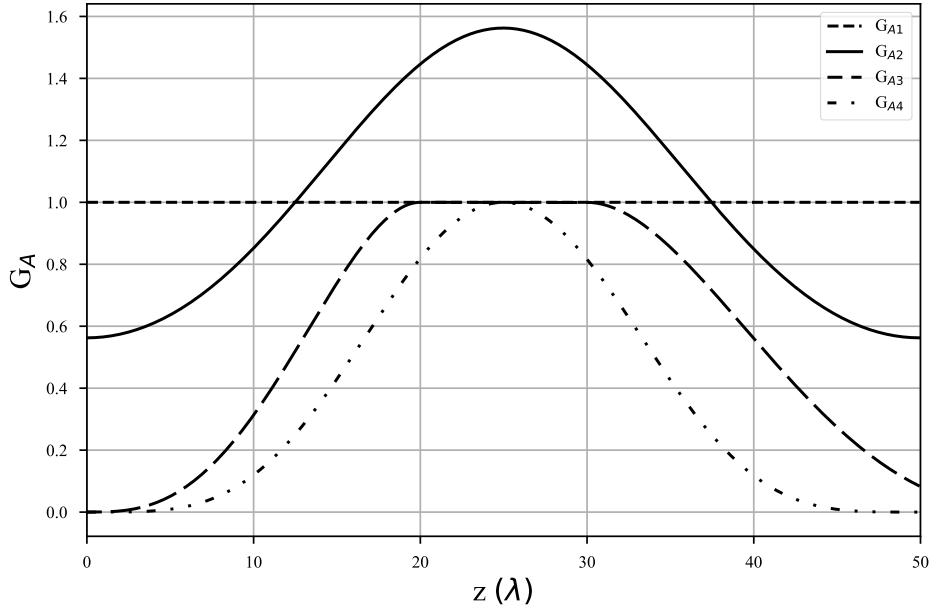


Figura 17 – Distribuições de amplitude avaliadas para uma abertura cilíndrica.

$$g(\xi) = \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} G_A d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} G_A d\eta} \quad (3.36)$$

sendo G_A o módulo ao quadrado do campo elétrico na abertura.

Para amplitude uniforme (Biswas, 2013) G_{A1} , a solução analítica é dada por:

$$g_{G_{A1}}(\xi) = \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} d\eta} = \frac{\xi + 1}{2} \quad (3.37)$$

Para a segunda e quarta distribuições de amplitude, G_{A2} e G_{A4} , temos a solução analítica do tipo:

$$g_{G_{A2,A4}}(\xi) = \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} (m + n \cos(\pi\eta))^2 d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} (m + n \cos(\pi\eta))^2 d\eta} \quad (3.38)$$

sendo:

$$\int_{-1}^{\xi} (m + n \cos(\pi\eta))^2 d\eta = \frac{2\pi(\xi + 1)(2m^2 + n^2) + 8mn \sin(\pi\xi) + n^2 \sin(2\pi\xi)}{4\pi} \quad (3.39)$$

e

$$\int_{-1}^1 (m + n \cos(\pi\eta))^2 d\eta = 2m^2 + n^2 \quad (3.40)$$

Usando as relações anteriores, a densidade de potência requerida na abertura para a distribuição de amplitude G_{A2} é dada por:

$$g_{G_{A2}}(\xi) = \frac{4,125\pi(\xi + 1) + 2 \sin(\pi\xi) + 0,0625 \sin(2\pi\xi)}{8,25\pi} \quad (3.41)$$

e para a distribuição de amplitude G_{A4} , tem-se a densidade de potência $g_{G_{A4}}(\xi)$ correspondente:

$$g_{G_{A4}}(\xi) = \frac{1,5\pi(\xi + 1) + 2 \sin(\pi\xi) + 0,25 \sin(2\pi\xi)}{3\pi} \quad (3.42)$$

Por último, a função $g(\xi)$ relacionada à terceira distribuição de amplitude G_{A3} é expressa por:

$$g_{G_{A3}}(\xi) = \begin{cases} \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} (\Delta_1)^{\alpha_1} \left[1 + \frac{\alpha_1}{\beta_1}(1 - \Delta_1)\right]^{\beta_1} d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} (\Delta_1)^{\alpha_1} \left[1 + \frac{\alpha_1}{\beta_1}(1 - \Delta_1)\right]^{\beta_1} d\eta}, & \xi_L \leq \xi \leq \xi_1 \\ \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} d\eta} + C_1, & \xi_1 < \xi < \xi_2 \\ \frac{\int_{\xi_L}^{\xi} (\Delta_2)^{\alpha_2} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\beta_2}(1 - \Delta_2)\right]^{\beta_2} d\eta}{\int_{\xi_L}^{\xi_U} (\Delta_2)^{\alpha_2} \left[1 + \frac{\alpha_2}{\beta_2}(1 - \Delta_2)\right]^{\beta_2} d\eta} + C_2, & \xi_2 \leq \xi \leq \xi_U \end{cases} \quad (3.43)$$

sendo C_1 o resultado do primeiro termo para $\xi = \xi_1$ e C_2 o resultado do segundo termo para $\xi = \xi_2$, garantindo a continuidade da função $g(\xi)$. Neste caso, as integrações têm que ser avaliadas numericamente.

3.2.3 Solução analítica de $h(u)$ para diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado

A função $h(u)$ para abertura cilíndrica é expressa pela Eq. (2.25) com $F_{norm}(u)$ dado pela Eq. (2.26) para o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado. Das Eqs. (2.25) e (2.26) é possível calcular $h(u)$ analiticamente:

$$h(u) = \frac{u_2(u - u_1)}{u(u_2 - u_1)} \quad (3.44)$$

onde $u_1 = \sin(\theta_1 - 3\pi/2)$, $u_2 = \sin(\theta_2 - 3\pi/2)$ e $u = \sin(\theta - 3\pi/2)$. Os ângulos θ_1 and θ_2 definem o início e fim do feixe do diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado.

Após definir as funções $h(u)$ e $g(\xi)$, por meio da conservação de energia:

$$h(u) = g(\xi) \quad (3.45)$$

Pode-se, então, determinar numericamente a função de mapeamento $u(\xi)$. Por fim, pode-se determinar a função de fase $\psi(\xi)$ resolvendo numericamente a equação diferencial:

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = -k \frac{W_A}{2} u(\xi) \quad (3.46)$$

3.2.4 Código de síntese de fase para abertura cilíndrica

Para ilustrar a implementação computacional da síntese de fase em aberturas cilíndricas, destaca-se o código lógico indicado na Figura 18. Este algoritmo é semelhante ao desenvolvido para aberturas circulares, já ilustrado na Figura 15. Contudo, aqui não é necessária a utilização da função *fsolve* para determinar a função $u(\xi)$. Pela simplicidade da função $h(u)$, dada na Eq. (3.44), pode-se representar u em função de $g(\xi)$ (calculado numericamente ou analiticamente).

Sabendo disso, utiliza-se a função *calculo_fase* para retornar o cálculo do lado direito da equação diferencial (3.46). Por último a fase ψ é calculada sobre a abertura em função de ξ com o comando *odeint*.

Inicializa variáveis (W_A , θ_1 , θ_2 , k , G_A , por exemplo)

Cálculo do denominador de $g(\xi)$

Função cálculo_fase (ψ, ξ)

Cálculo de $g(\xi)$

Retorna $-\frac{k (W_A/2) u_1 u_2}{u_2 - g(\xi)(u_2 - u_1)}$

condição_inicial = 0

$\psi = \text{odeint}(\text{cálculo_fase}, \text{condição_inicial}, \xi)$

Figura 18 – Código para cálculo de fase.

3.3 Conclusões Parciais

Neste capítulo foram apresentadas as distribuições de amplitude utilizadas na síntese de fase para aberturas circulares e cilíndricas. Destaca-se que, diferentemente do capítulo 2, as distribuições de amplitude investigadas aqui não são uniformes. Destaca-se também que foram desenvolvidas as formulações de síntese de fase para os diagramas de radiação topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado.

4 Resultados e Discussões

Neste capítulo serão apresentados os resultados e discussões de síntese de campo na abertura para os diagramas de radiação topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado.

Para a abertura circular (diagramas de radiação topo plano e Isoflux) serão desenvolvidos três estudos de caso para cada uma das seis amplitudes propostas no capítulo anterior. Um estudo de caso para avaliar a variação de θ_0 , outro envolvendo a influência do diâmetro da abertura D_M e outro estudo de caso mostrando a influência do diâmetro do bloqueio D_B .

O primeiro estudo de caso, que envolve a variação de θ_0 , foi definido para avaliar a capacidade da técnica em atender diferentes larguras de feixe do diagrama de radiação. Aqui nessa dissertação, por simplicidade, pode-se entender a largura de feixe como aproximadamente $2\theta_0$, já que as antenas são diretivas e a diretividade além da região de interesse ($2\theta_0$) cai rapidamente para diâmetros D_M suficientemente grandes.

Em relação ao diagrama de radiação topo plano, pode ser interessante variar a largura de feixe de acordo com a aplicação da antena. Já em relação ao diagrama de radiação Isoflux, basta alterar a altura H do satélite em relação a Terra para que seja necessária uma nova largura de feixe, ou seja, um novo ângulo θ_0 . Portanto, é de extrema importância que a técnica permita controlar este parâmetro. Na formulação apresentada, o ângulo θ_0 está representado de forma implícita nos limites das integrais de $h(u)$, pela relação $u_0 = \text{sen}\theta_0$.

Em sequência, é proposto o estudo envolvendo o diâmetro da abertura D_M . Espera-se com essa análise avaliar a influência das dimensões da abertura no diagrama de radiação. Por último, avalia-se a influência do bloqueio nos diagramas de radiação. Sabe-se que antenas duplo-refletoras de abertura circular possuem um bloqueio devido à presença do sub-refletor, tornando então a análise da influência do bloqueio importante.

Para cada distribuição de campo na abertura, será empregado o Método da Abertura. Posteriormente, com base nos resultados do Método da Abertura, é definido um par de distribuições de amplitude e fase para ser aplicado na síntese de antenas duplo-refletoras.

Para a abertura cilíndrica (diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado) serão desenvolvidos dois estudos de caso para cada uma das quatro distribuições de amplitudes propostas no capítulo anterior. Um estudo de caso mostrará as consequências da variação de θ_1 e θ_2 e outro estudo de caso avaliará a largura da abertura W_A .

O estudo de caso que envolve a variação dos ângulos θ_1 e θ_2 permite validar a capacidade da técnica em atender a diferentes regiões angulares de θ . Já o estudo de caso

envolvendo W_A deverá mostrar a influência da largura da abertura na diretividade. É importante destacar que, para a aplicação de antenas duplo-refletoras omnidirecionais, as aberturas cilíndricas não possuem bloqueio.

De forma análoga à abertura circular, na análise envolvendo abertura cilíndrica também será empregado o Método da Abertura para cada par de distribuição de amplitude e fase. Posteriormente, com base nos resultados do Método da Abertura, é definido um par de distribuições de amplitude e fase para ser aplicado na síntese de refletores. A Figura 19 mostra, de forma esquemática, os estudos de caso investigados neste trabalho.

Vale destacar que os algoritmos de síntese de antenas que permitem o controle de amplitude e fase de campo em aberturas foram desenvolvidos em trabalhos anteriores do Grupo de Antenas, Propagação e Eletromagnetismo Aplicado - GAPTEM/UFMG (Faria, 2023), (Almeida Jr.; Moreira, 2021).

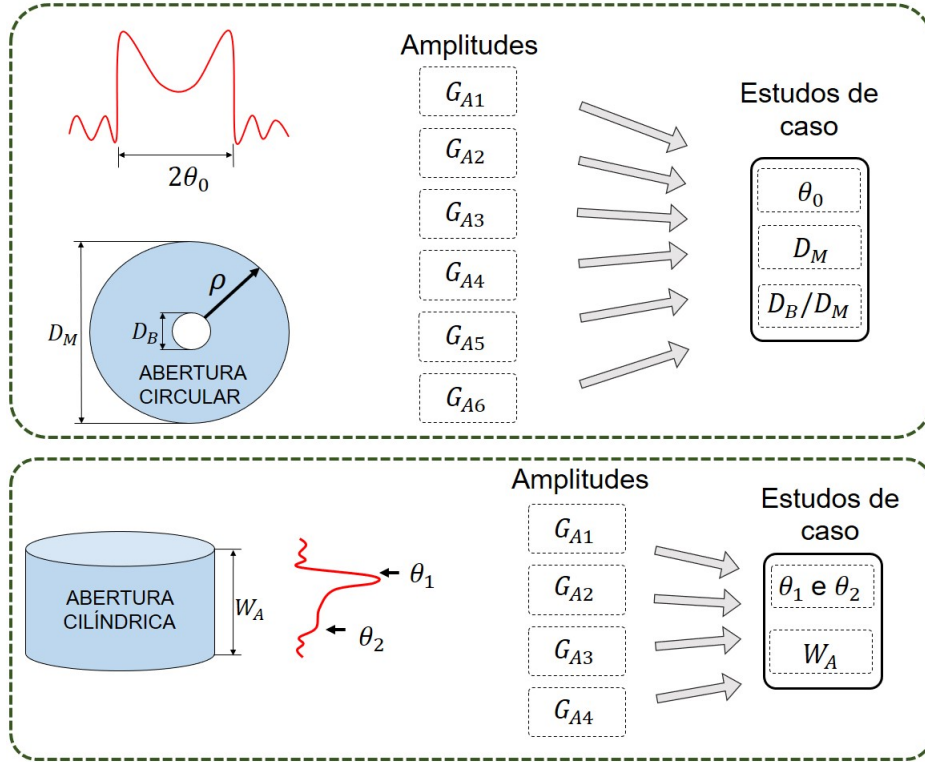


Figura 19 – Visão geral dos estudos de caso.

4.1 Diagrama de radiação topo plano

Esta seção apresenta três estudos de caso para o diagrama de radiação topo plano. Estes são:

1. Variação do ângulo θ_0 de 5° , 20° e 35° para $D_M = 100\lambda$ e $D_B/D_M = 5\%$.

2. Variação do diâmetro da abertura D_M de 20λ e 200λ para $\theta_0 = 20^\circ$ e $D_B/D_M = 5\%$.
3. Variação do bloqueio percentual de 0% e 15%, para $\theta_0 = 20^\circ$ e $D_M = 100\lambda$.

Serão mostradas as distribuições de fase, os respectivos diagramas de radiação pelo Método da Abertura, e por fim, a aplicação do método na síntese de antenas refletoras.

4.1.1 Distribuições de fase na abertura circular

Aqui serão apresentadas as distribuições de fase para as respectivas distribuições de amplitude.

4.1.1.1 Estudo de caso: Variação de θ_0

Levando em consideração as seis distribuições de amplitudes propostas na seção 3.1.1, obteve-se as Figuras 20, 21 e 22. Os gráficos apresentam a variação da fase ψ (em graus) em relação à coordenada ρ da abertura. Os valores de fase ψ foram obtidos da solução da Eq. 3.29.

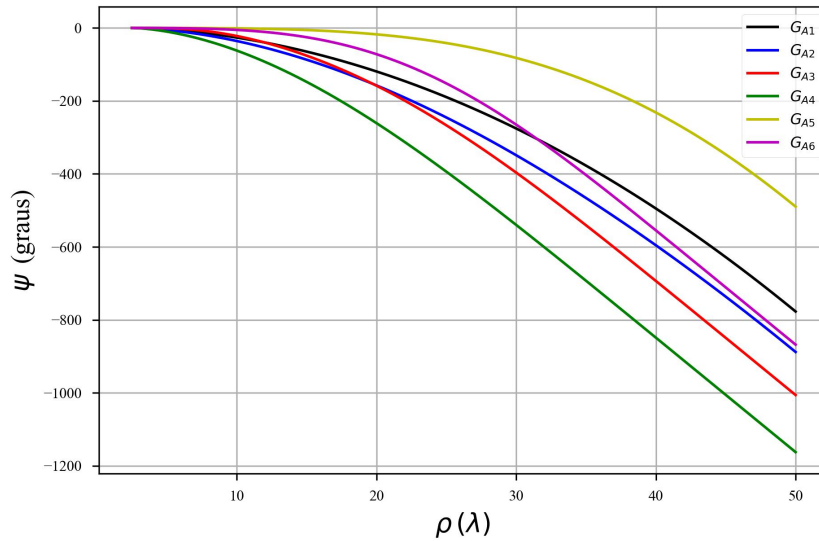


Figura 20 – Distribuições de fase para $\theta_0 = 5^\circ$, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ .

Aqui considerou-se um bloqueio com diâmetro de 5λ e uma abertura com diâmetro de 100λ . As Figuras 20, 21 e 22 mostram as distribuições de fase considerando os ângulos $\theta_0 = 5^\circ$, 20° e 35° , respectivamente. Todas as distribuições de fase iniciam em $\psi(\rho = D_B/2) = 0^\circ$.

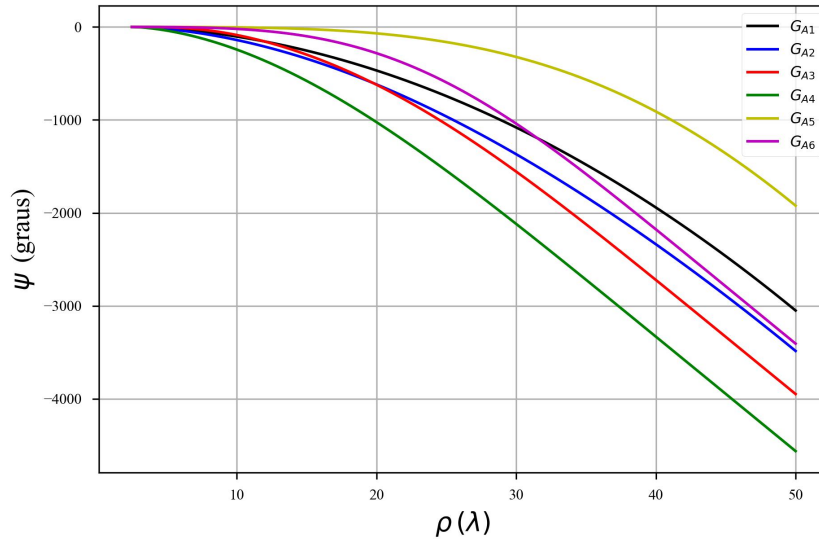


Figura 21 – Distribuições de fase para $\theta_0 = 20^\circ$, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ .

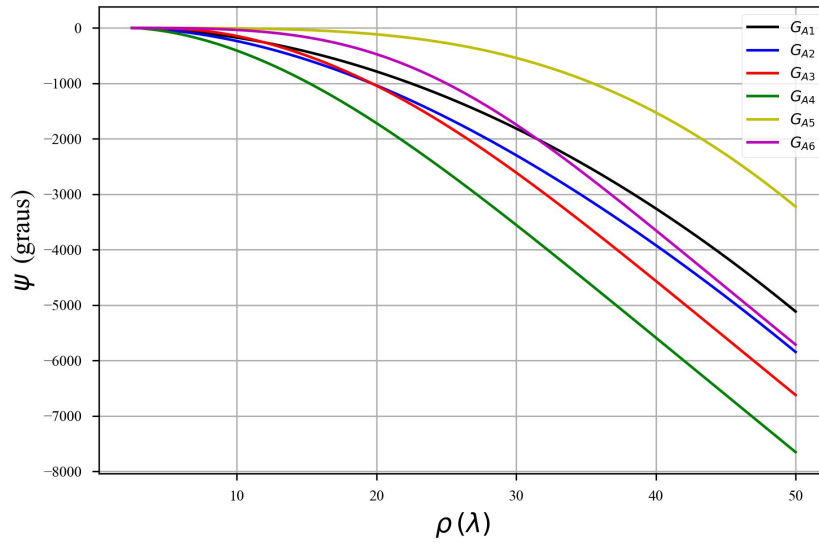


Figura 22 – Distribuições de fase para $\theta_0 = 35^\circ$, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ .

Dos gráficos apresentados, destaca-se que, quanto maior o ângulo θ_0 , maior a variação da fase ψ ao longo da abertura. Para evidenciar esse comportamento, observa-se, por meio da Tabela 1, os valores de fase ψ para $\rho = D_M/2$.

A amplitude G_{A4} apresentou maior variação de fase sobre a abertura para todos os valores de θ_0 investigados. O valor máximo de fase para o ângulo $\theta_0 = 5^\circ$ é $\psi = -1162,44^\circ$ e para o ângulo $\theta_0 = 35^\circ$ é $\psi = -7650,09^\circ$. Por outro lado, a amplitude G_{A5} apresentou

menor variação de fase para todos os valores de θ_0 investigados. O menor valor de fase para $\theta_0 = 5^\circ$ é $\psi = -498,77^\circ$ e para $\theta_0 = 35^\circ$ é $\psi = -3223,21^\circ$. De forma geral, pela Tabela 1 fica evidente que o aumento do ângulo θ_0 gera maiores variações de fase, já que o ponto inicial de todas as fases investigadas é o mesmo ($\psi = 0^\circ$).

Tabela 1 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2 = 50\lambda$ considerando diferentes valores de θ_0 .

Amplitude	ψ para $\theta_0 = 5^\circ$	ψ para $\theta_0 = 20^\circ$	ψ para $\theta_0 = 35^\circ$
G_{A1}	-777,15	-3049,76	-5114,52
G_{A2}	-887,97	-3484,63	-5843,82
G_{A3}	-1005,99	-3947,78	-6620,53
G_{A4}	-1162,44	-4561,70	-7650,09
G_{A5}	-489,77	-1921,98	-3223,21
G_{A6}	-867,87	-3405,73	-5711,50

4.1.1.2 Estudo de caso: Variação de D_M

Considerando o estudo de caso envolvendo a influência de D_M , avaliou-se os diâmetros de 20λ e 200λ . As Figuras 24 e 23 apresentam as distribuições de fase para as respectivas distribuições de amplitude na abertura.

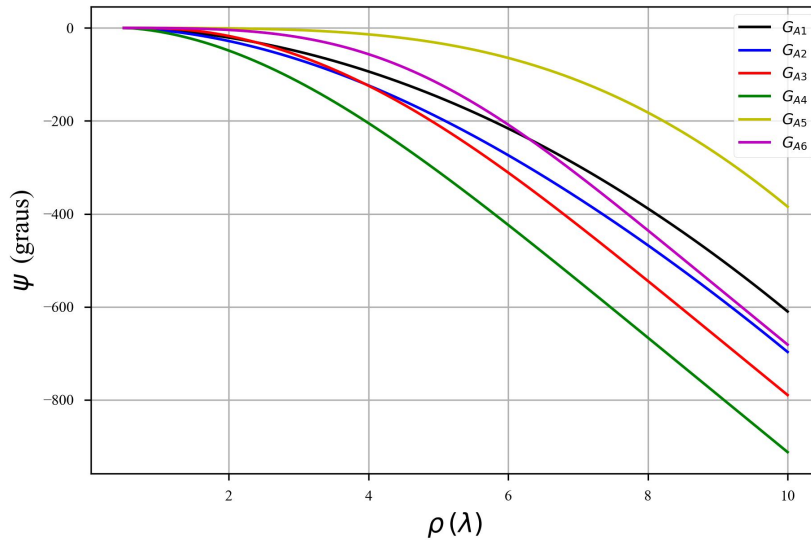


Figura 23 – Distribuições de fase para $D_M = 20\lambda$, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e $D_B/D_M = 5\%$.

Percebe-se que a fase ψ é proporcional ao diâmetro da abertura D_M , ou seja, para maior diâmetro D_M , obtém-se maior variação angular ψ . Por exemplo, considerando G_{A3} , o valor mínimo da fase é $\psi = -789,55^\circ$ para $D_M = 20\lambda$. Já para $D_M = 200\lambda$, o valor mínimo da fase é $\psi = -7895,5^\circ$. Ou seja, um diâmetro 10 vezes maior, gerou uma variação de fase sobre a abertura 10 vezes maior. Pode-se destacar que para os dois valores de

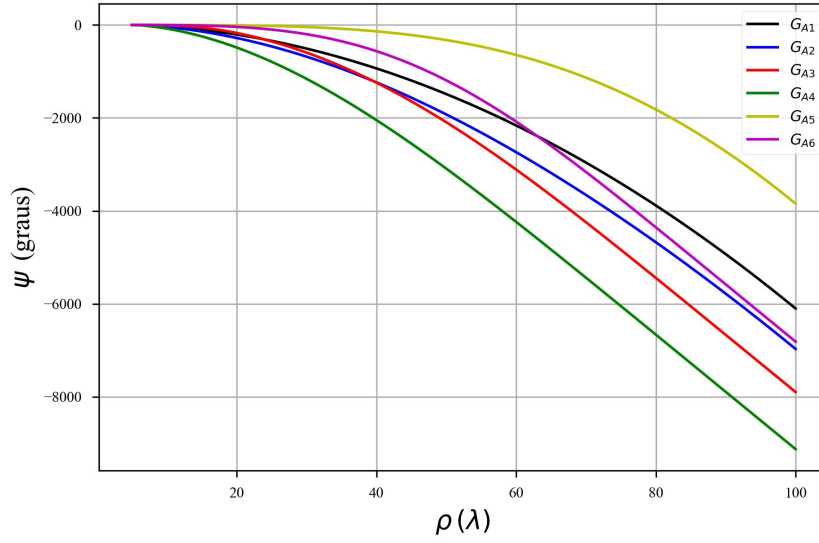


Figura 24 – Distribuições de fase para $D_M = 200\lambda$, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e $D_B/D_M = 5\%$.

D_M , G_{A5} apresenta menor variação de fase na abertura, enquanto G_{A4} apresenta maior variação de fase. De forma geral, dada a variação do diâmetro D_M , as distribuições de fase são semelhantes, exceto pela mudança de escala. A Tabela 2 apresenta os valores máximos de fase para $D_M = 20\lambda$ e 200λ .

Tabela 2 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando variação de D_M .

Amplitude	ψ para $D_M = 20\lambda$	ψ para $D_M = 200\lambda$
G_{A1}	-609,95	-6099,52
G_{A2}	-696,92	-6969,27
G_{A3}	-789,55	-7895,56
G_{A4}	-912,34	-9123,41
G_{A5}	-384,39	-3843,96
G_{A6}	-681,14	-6811,46

4.1.1.3 Estudo de caso: Variação de D_B/D_M

No terceiro estudo de caso, avalia-se a variação do bloqueio percentual. Assumiu-se inicialmente uma abertura sem bloqueio ($D_B/D_M = 0\%$) e posteriormente um bloqueio percentual de 15%. Neste estudo, fixou-se o raio da abertura em 50λ e $\theta_0 = 20^\circ$. Os resultados das fases estão apresentados nas Figuras 25 e 26.

Percebe-se que o bloqueio interfere nos perfis das distribuições de fase. A Tabela 3 indica os valores mínimos de fase para cada caso investigado. Considerando as Figuras 25 e 26, e a Tabela 3, pode-se destacar que o bloqueio influencia de forma diferente cada distribuição de amplitude/fase investigada. Por exemplo, o valor mínimo de fase

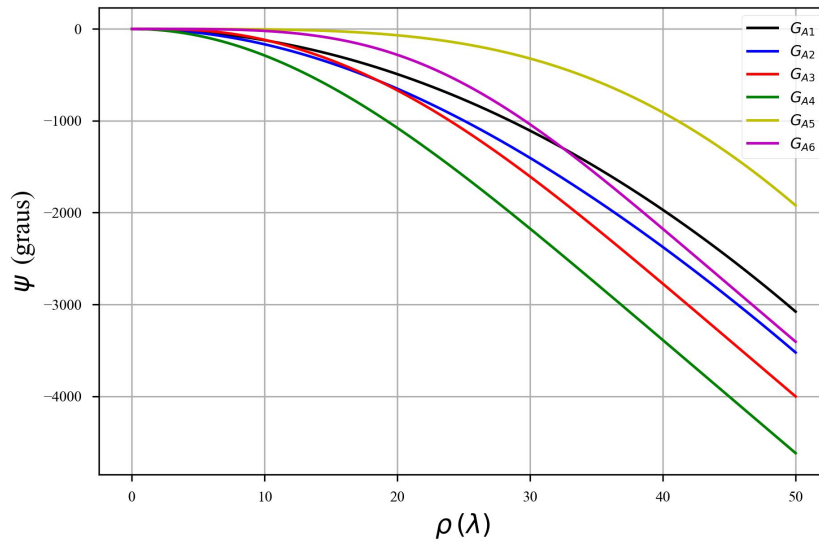


Figura 25 – Distribuições de fase para abertura sem bloqueio, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e diâmetro da abertura de 100λ .

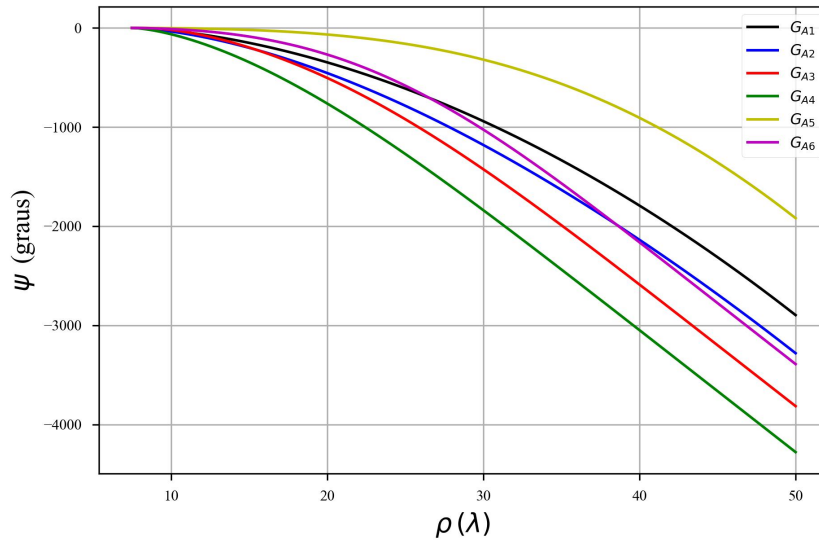


Figura 26 – Distribuições de fase para $D_B/D_M = 15\%$, considerando $\theta_0 = 20^\circ$ e diâmetro da abertura de 100λ .

relacionado à amplitude G_{A5} apresentou uma variação de $3,04^\circ$, enquanto o valor mínimo de fase considerando G_{A4} apresentou uma variação de $339,57^\circ$.

4.1.2 Método da Abertura

Por meio do Método da Abertura, pode-se determinar a diretividade gerada pelas distribuições de amplitude e fase, e então comparar os resultados obtidos com os resultados

Tabela 3 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando abertura sem e com bloqueio.

Amplitude	ψ para $D_B/D_M = 0\%$	ψ para $D_B/D_M = 15\%$
G_{A1}	-3078,18	-2897,12
G_{A2}	-3522,95	-3281,38
G_{A3}	-4001,91	-3815,54
G_{A4}	-4618,99	-4279,42
G_{A5}	-1922,02	-1918,98
G_{A6}	-3405,92	-3391,27

esperados. Em relação aos resultados do Método da Abertura, os gráficos para abertura circular são gerados considerando o plano $\phi = 0$ na teoria apresentada na seção 2.3.1.

4.1.2.1 Estudo de caso: Variação de θ_0

A partir das distribuições de amplitudes (seção 3.1.1) e fases (seção 4.1.1.1), pode-se aplicar o Método da Abertura para cálculo de diretividade. A seguir, são apresentados os resultados dos diagramas de radiação considerando a variação de θ_0 . Assumiu-se valores de θ_0 iguais a 5° , 20° e 35° . Nestes estudos, $D_M = 100\lambda$ e $D_B = 5\lambda$, como explicado na seção 4.1.1.1.

As Figuras 27, 28, 29, 30, 31, 32 apresentam, respectivamente, os resultados para as distribuições de amplitudes G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} , G_{A4} , G_{A5} e G_{A6} . Além dos resultados obtidos pelo Método da Abertura, estão indicados nas figuras os objetivos, ou seja, os valores esperados em linhas tracejadas. As linhas tracejadas indicam os diagramas de radiação topo plano, ou seja, diretividade uniforme para a largura de feixe $2\theta_0$. As diretividades uniformes são de 10 dB, 15 dB e 27 dB para os ângulos $\theta_0 = 35^\circ$, $\theta_0 = 20^\circ$ e $\theta_0 = 5^\circ$, respectivamente.

A Figura 27 mostra o comportamento do diagrama de radiação topo plano para a fase calculada a partir da amplitude G_{A1} (amplitude uniforme) ilustradas nas Figuras 20, 21 e 22.

Pode-se perceber que o diagrama de radiação atende às especificações de θ_0 . Entretanto, o Método da Abertura apresenta oscilações para toda a região avaliada $-90^\circ < \theta < 90^\circ$. Além disso, para $\theta_0 = 20^\circ$ e $\theta_0 = 35^\circ$, para ângulos $\theta \approx 0^\circ$ os diagramas apresentam maior divergência entre os resultados obtidos e os resultados esperados.

Pode-se perceber também que a diretividade é superior a -30 dB para todos os valores de θ , ou seja, $-90^\circ < \theta < 90^\circ$, para todos os três valores de θ_0 avaliados.

Considerando a amplitude de campo G_{A2} para a síntese de fase, obteve-se diagramas de radiação com pouca diferença em relação à amplitude G_{A1} . Os resultados estão apresentados na Figura 28. Neste caso, os três diagramas de radiação (para os três valores

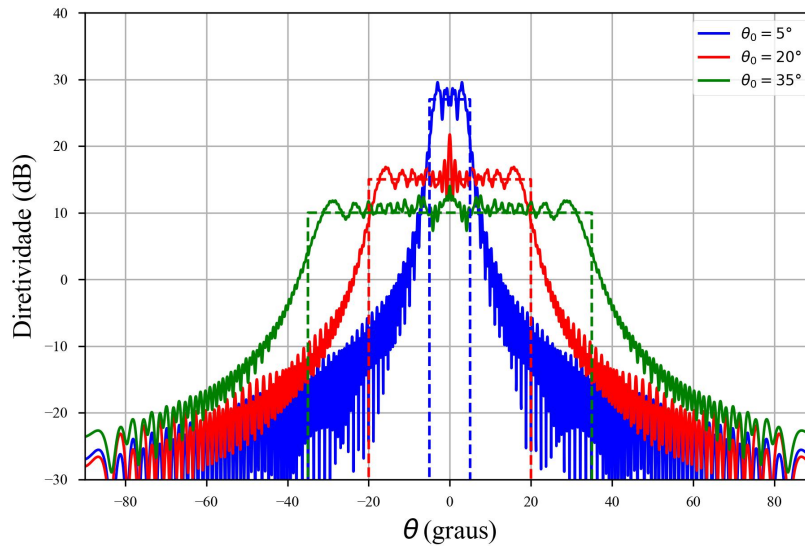


Figura 27 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A1} .

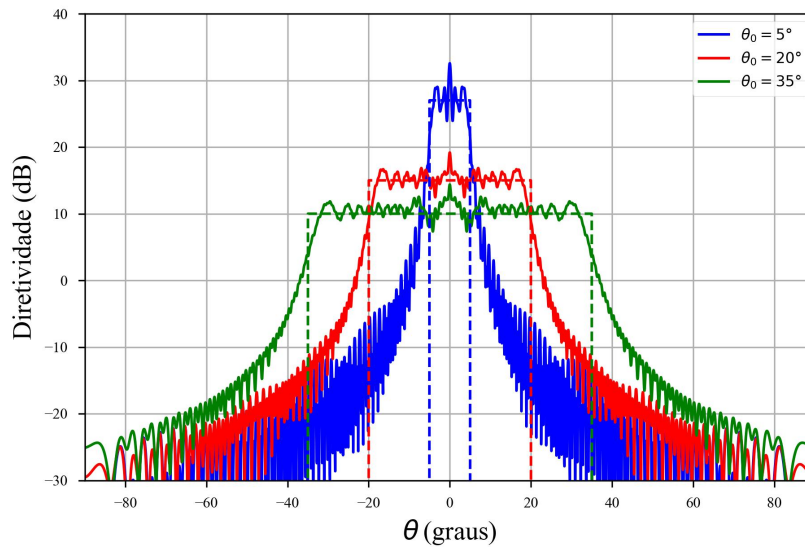


Figura 28 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A2} .

de θ_0 avaliados) apresentaram divergência para $\theta \approx 0^\circ$. Os níveis de lóbulos secundários estão relativamente altos e o diagrama apresenta oscilações em todo domínio θ .

A Figura 29 mostra os resultados dos diagramas de radiação pelo Método da Abertura envolvendo a amplitude de campo G_{A3} . Pode-se destacar duas melhorias em relação às duas primeiras distribuições de amplitude. O primeiro avanço está nos níveis de lóbulos secundários. Basicamente, para valores de θ fora da região de interesse $\theta < -\theta_0$

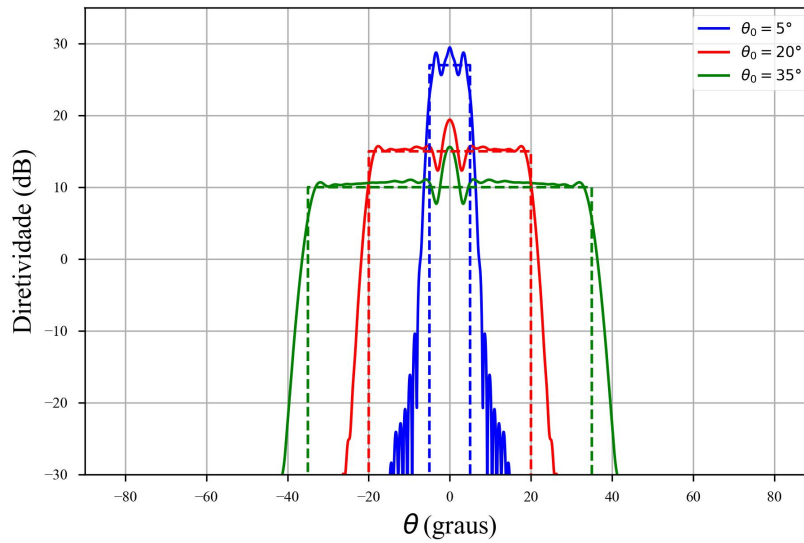


Figura 29 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A3} .

e $\theta > \theta_0$ a diretividade está abaixo de -30 dB. Além da redução dos níveis de lóbulos secundários, percebe-se também um resultado mais estável de diretividade, com menores oscilações. Apesar das melhorias, a diretividade para $\theta \approx 0^\circ$ ainda apresenta alguma divergência entre os resultados obtidos e os resultados esperados.

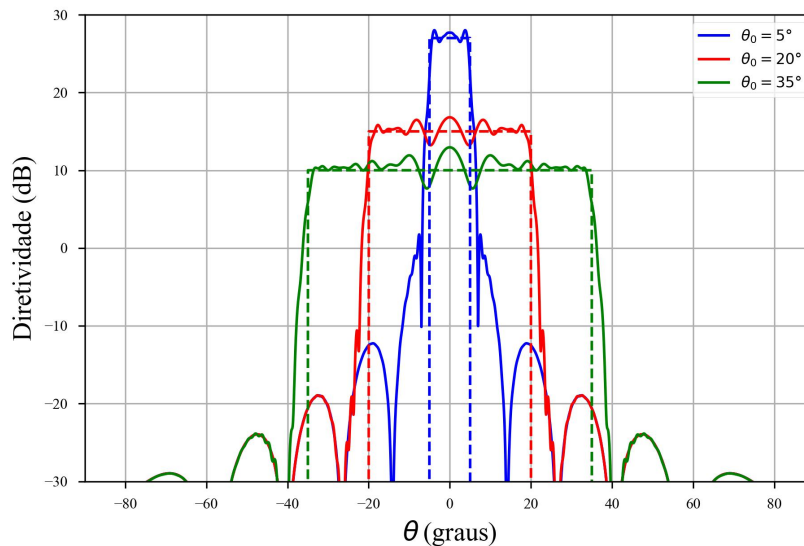


Figura 30 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A4} .

A Figura 30 apresenta os resultados do Método da Abertura para a distribuição de amplitude G_{A4} . Estes resultados apresentam uma redução nas oscilações e nos níveis

de lóbulos secundários, quando comparados aos resultados relacionados às distribuições de amplitude G_{A1} e G_{A2} . Em relação à G_{A3} , houve melhora em relação aos valores de diretividade para $\theta \approx 0^\circ$. Entretanto, os níveis de lóbulos secundários para a amplitude G_{A4} foram maiores do que para G_{A3} .

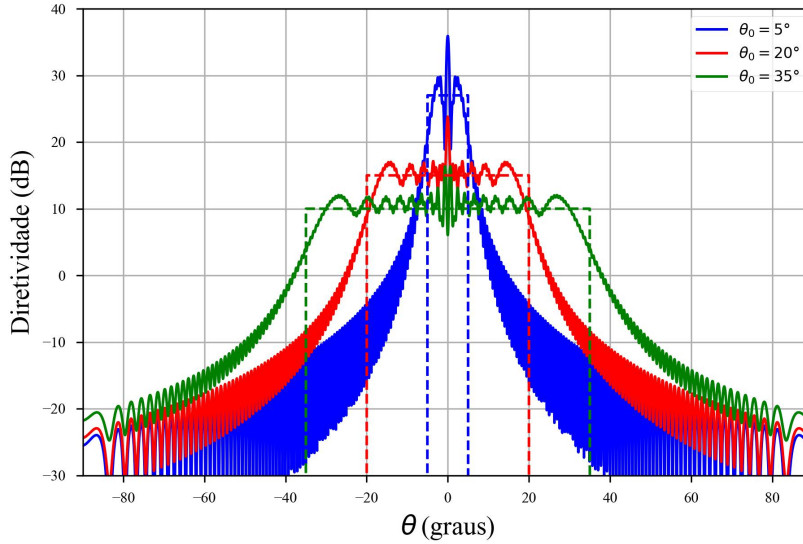


Figura 31 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A5} .

A Figura 31 mostra os resultados de diagrama de radiação para a amplitude G_{A5} . A utilização desta amplitude na síntese de fase gerou uma piora em relação aos níveis de lóbulos secundários, piora nas oscilações e piora na divergência entre valores esperados e obtidos em $\theta \approx 0^\circ$.

Por fim, na Figura 32 são mostrados os resultados dos diagrama de radiação pelo Método da Abertura para a distribuição de amplitude G_{A6} . Os resultados desta amplitude foram análogos aos resultados considerando a amplitude G_{A3} . Destacando-se pouca oscilação de diretividade, baixos níveis de lóbulos secundários, mas divergência entre valores obtidos e esperados em $\theta \approx 0^\circ$.

Resumidamente, pode-se perceber por meio dos resultados apresentados nas Figuras 27, 28, 29, 30, 31 e 32 o seguinte:

- Todos os resultados apresentaram boa convergência entre os resultados obtidos e os resultados esperados, exceto para $\theta \approx 0^\circ$.
- Para uma mesma distribuição de amplitude, variando o θ_0 , pode-se perceber uma melhora ou piora da oscilação para ângulos pequenos de θ . No caso de G_{A1} , a discrepância é maior para $\theta_0 = 20^\circ$.

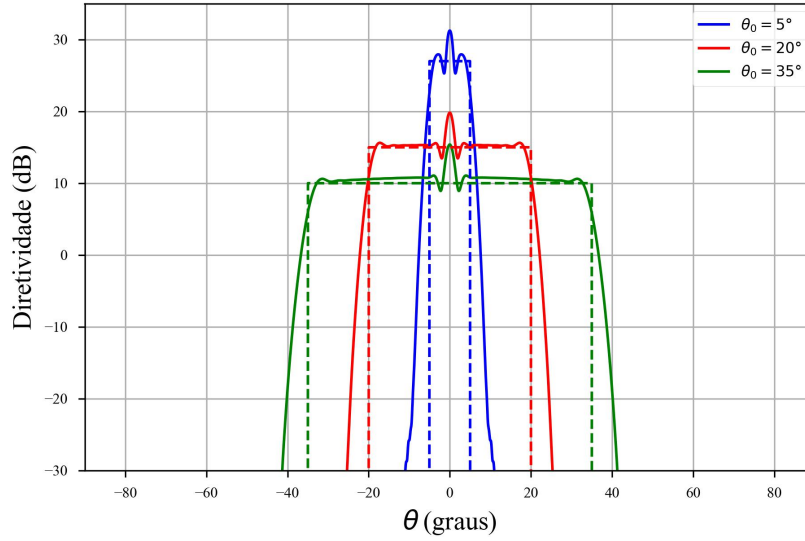


Figura 32 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A6} .

- Maiores níveis de lóbulos secundários ocorrem para G_{A1} , G_{A2} e G_{A5} .
- Menores níveis de lóbulos secundários ocorrem para G_{A3} , G_{A4} e G_{A6} .
- Menor oscilação para valores pequenos de θ ocorre para G_{A4} .
- Maior oscilação para valores pequenos de θ ocorre para G_{A5} .

4.1.2.2 Estudo de caso: Variação de D_M

Por meio das distribuições de amplitudes (seção 3.1.1) e fases (seção 4.1.1.1) definidas anteriormente, e empregando o Método da Abertura, avalia-se nesse estudo de caso a variação do diâmetro da abertura D_M . Considerou-se um bloqueio percentual fixo de 5% e um ângulo $\theta_0 = 20^\circ$.

As Figuras 33, 34, 35, 36, 37 e 38 apresentam os resultados para as distribuições de amplitudes G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} , G_{A4} , G_{A5} e G_{A6} , respectivamente. Foram assumidas aberturas com diâmetros D_M de 20λ e 200λ .

Na Figura 33 é mostrado o resultado do Método da Abertura considerando a amplitude G_{A1} . Pode-se perceber que, com o aumento da abertura, o diagrama de radiação se aproxima do objetivo com topo plano. Os níveis de lóbulos secundários para uma abertura menor (em relação a λ) são maiores que os níveis de lóbulos secundários de uma abertura maior (também em relação a λ). Vale destacar também que para os dois valores escolhidos de D_M , o diagrama de radiação resultante apresenta divergência para $\theta \approx 0^\circ$.

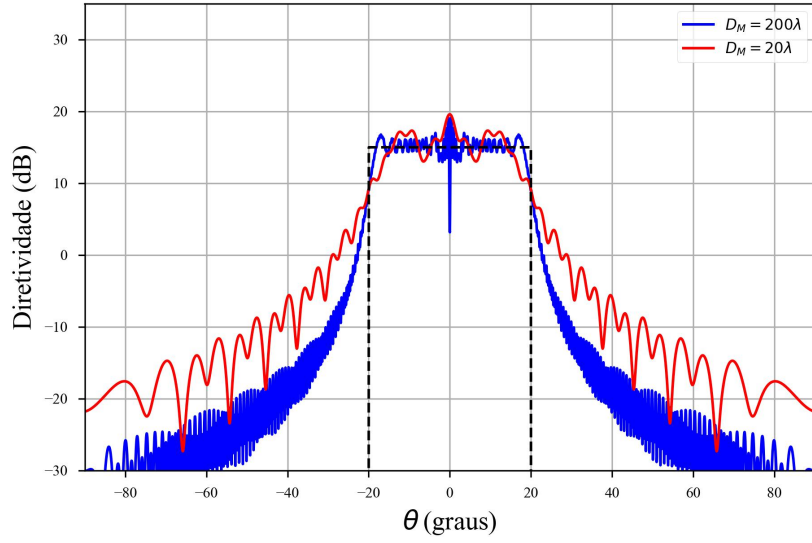


Figura 33 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A1} .

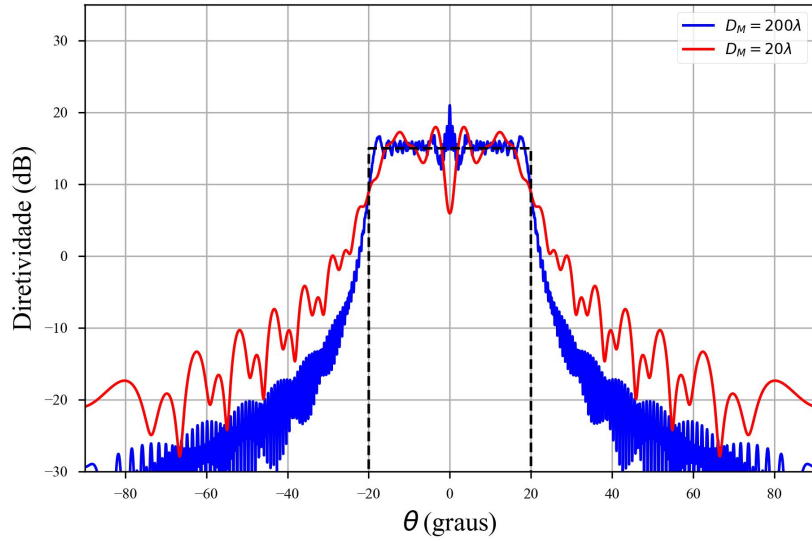


Figura 34 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A2} .

Seguindo a análise para a amplitude G_{A2} , obteve-se os diagramas de radiação apresentados na Figura 34. Os resultados relacionados à amplitude G_{A2} são análogos aos resultados relacionados à amplitude G_{A1} da Figura 33.

Considerando a distribuição de amplitude G_{A3} , obteve-se os diagramas de radiação apresentados na Figura 35. De forma geral, esta amplitude proporciona um diagrama de radiação bem comportado. Para a abertura de 200λ , o diagrama obtido pelo Método da

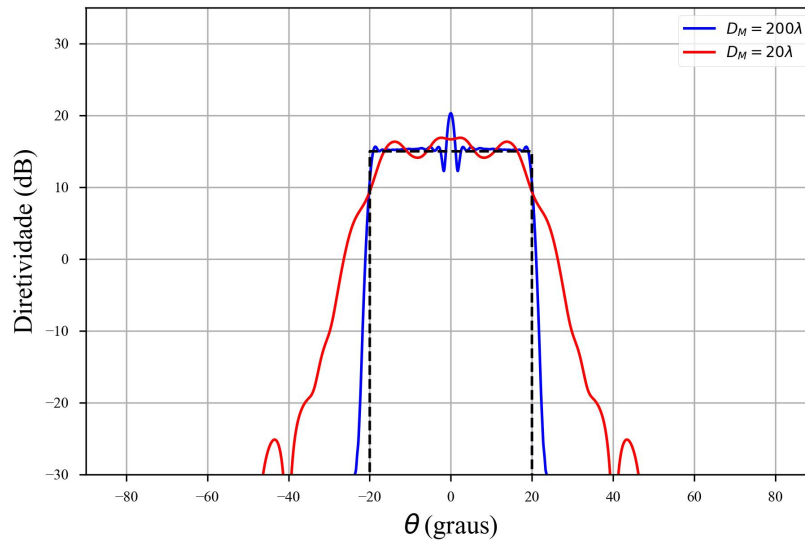


Figura 35 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A3} .

Abertura é muito próximo do perfil topo plano, havendo divergência apenas para $\theta \approx 0^\circ$. Por outro lado, para uma abertura de 20λ , o diagrama de radiação apresenta maiores níveis de lóbulos secundários, mas diretividade mais uniforme na região $-\theta_0 < \theta < \theta_0$.

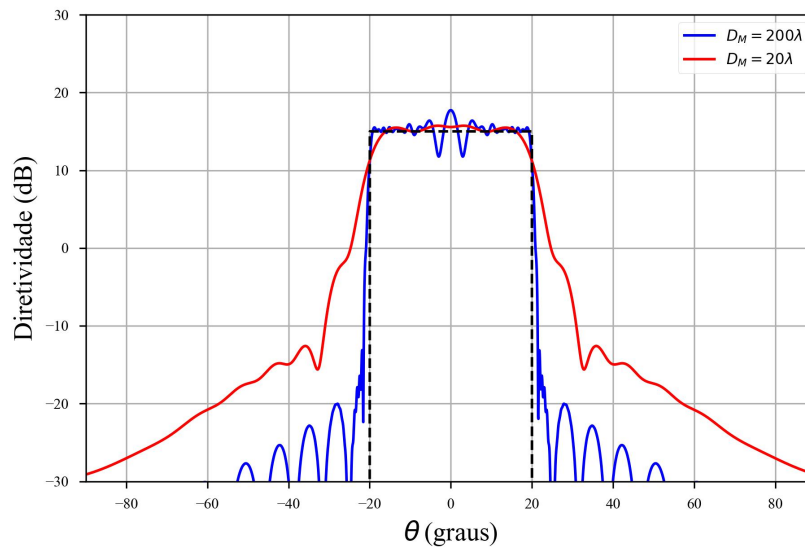


Figura 36 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A4} .

Considerando a distribuição de amplitude G_{A4} , obteve-se os diagramas de radiação apresentados na Figura 36. Considerando a abertura de diâmetro de 20λ , o diagrama de radiação apresentou diretividade quase uniforme para a região $-\theta_0 < \theta < \theta_0$, se adequando

bem ao perfil topo plano. Entretanto, os níveis de lóbulos secundários são maiores, quando comparados à abertura de 20λ da amplitude G_{A3} . Já para a abertura de 200λ , o resultado foi bem comportado, com baixas oscilações e baixos níveis de lóbulos secundários. Quando comparados aos resultados da amplitude G_{A3} percebe-se menores oscilações na região de interesse; porém, maiores níveis de lóbulos secundários.

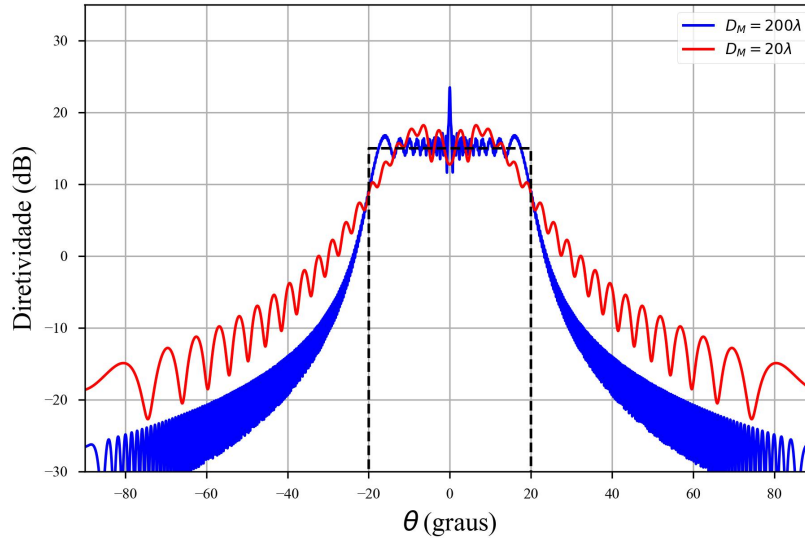


Figura 37 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A5} .

Os resultados do Método da Abertura para a amplitude G_{A5} estão apresentados na Figura 37. Os diagramas para esta distribuição de amplitude apresentam altos níveis de lóbulos secundários e oscilações indesejadas na região de interesse $-\theta_0 < \theta < \theta_0$.

Por fim, os resultados relacionados aos diagramas de radiação da amplitude G_{A6} estão representados na Figura 38. Para os dois diâmetros de abertura avaliados, os resultados apresentam baixas oscilações e baixos níveis de lóbulos secundários. Contudo, para $\theta \approx 0^\circ$, pode-se perceber oscilação indesejada, mesmo para a abertura com $D_M = 200\lambda$.

De forma resumida, pode-se destacar as seguintes observações em relação ao estudo avaliando a influência de D_M :

- Em todos os casos, pode-se perceber que quanto menor for o diâmetro da abertura, menor a diretividade, como esperado.
- Para diâmetros de 20λ , os resultados relacionados às distribuições G_{A3} e G_{A4} apresentaram bons resultados para $\theta \approx 0^\circ$.

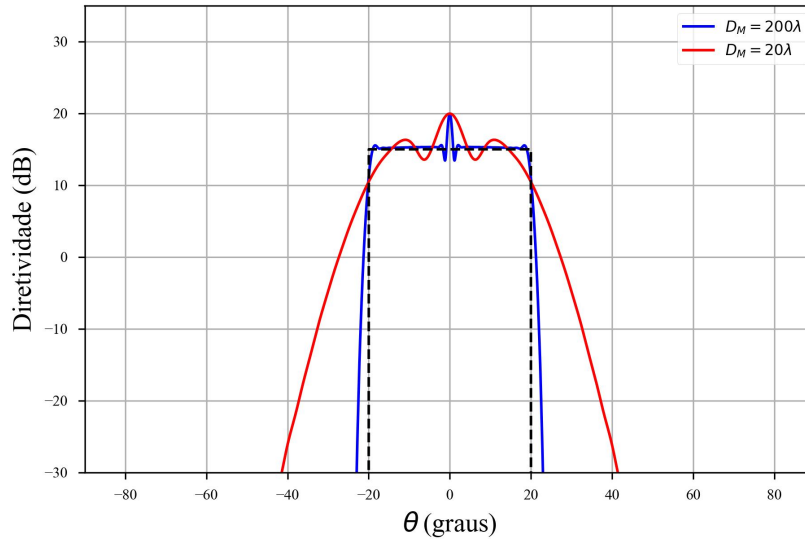


Figura 38 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A6} .

- Os diagramas relacionados às distribuições G_{A3} e G_{A4} apresentaram melhores resultados.

4.1.2.3 Estudo de caso: Variação de D_B/D_M

Neste estudo de caso é feita a variação do bloqueio. Assumiu-se uma abertura sem bloqueio e uma abertura com bloqueio $D_B/D_M = 15\%$. Fixou-se $\theta_0 = 20^\circ$ e $D_M = 100\lambda$.

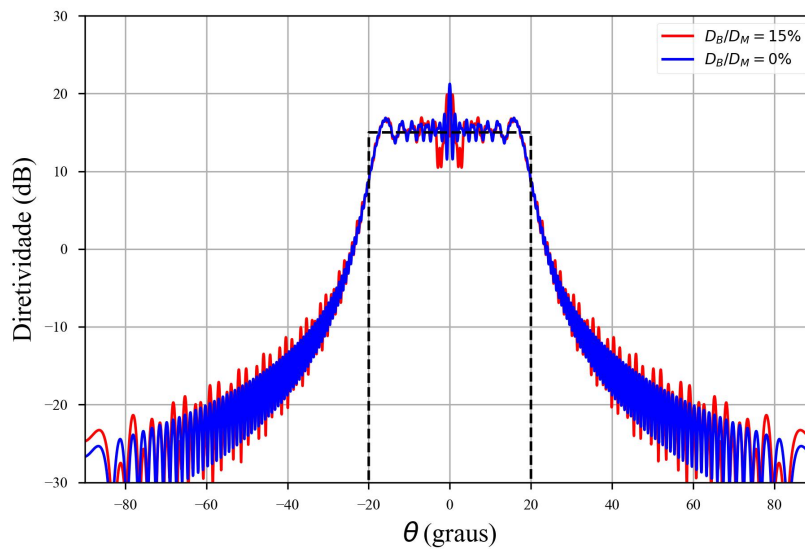


Figura 39 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A1} .

Considerando a distribuição de amplitude G_{A1} , obteve-se os diagramas de radiação apresentados na Figura 39. Pode-se perceber pouca influência do bloqueio para a amplitude G_{A1} , já que os resultados de um bloqueio percentual de 15% estão basicamente sobrepostos aos resultados sem bloqueio.

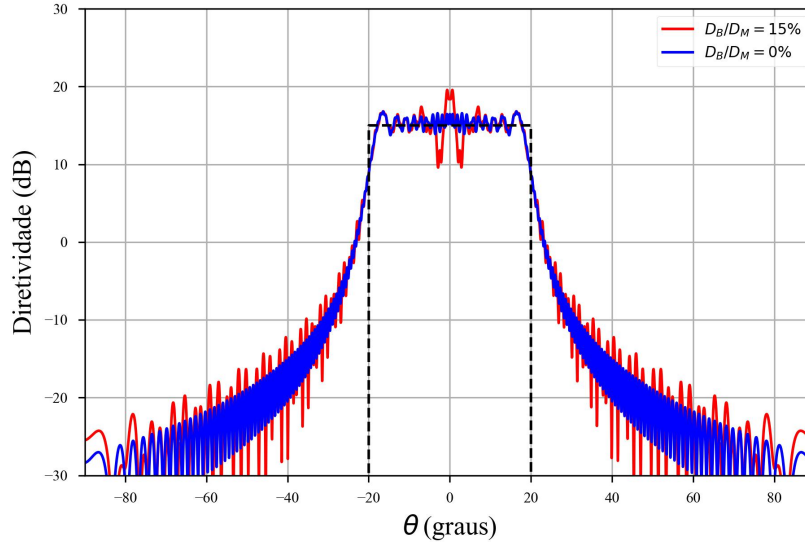


Figura 40 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A2} .

Para a amplitude G_{A2} , obteve-se os resultados apresentados na Figura 40. Para essa configuração, obteve-se melhora para $\theta \approx 0^\circ$ considerando uma abertura sem bloqueio. Contudo, para abertura com bloqueio de 15% as oscilações para $\theta \approx 0^\circ$ ainda estão presentes.

Avaliando a influência do bloqueio para a distribuição de amplitude G_{A3} , obteve-se os diagramas de radiação apresentados na Figura 41. Para esta distribuição de amplitude, pode-se perceber que a ausência de bloqueio gerou uma redução na variação de diretividade indesejada para $\theta \approx 0^\circ$, entretanto, esta variação ainda está presente.

Para a distribuição de amplitude G_{A4} , obteve-se os resultados de diagrama apresentados na Figura 42. O resultado para a distribuição de amplitude G_{A4} sem bloqueio apresentou baixos níveis de lóbulos secundários, baixíssimas oscilações e diretividade estável para toda a faixa de interesse $-\theta_0 < \theta < \theta_0$, incluindo $\theta \approx 0^\circ$. Entretanto, o bloqueio para essa distribuição de amplitude provoca maior perturbação no diagrama de radiação resultante, elevando os níveis de lóbulos secundários e gerando distorções para $\theta \approx 0^\circ$. Possivelmente isso ocorre porque a distribuição de amplitude G_{A4} é caracterizada por ter seu máximo no centro da abertura, justamente a região que é bloqueada.

A partir da distribuição de amplitude G_{A5} , obteve-se os diagramas de radiação apresentados na Figura 43. Para esta configuração, não houve variações perceptíveis nos

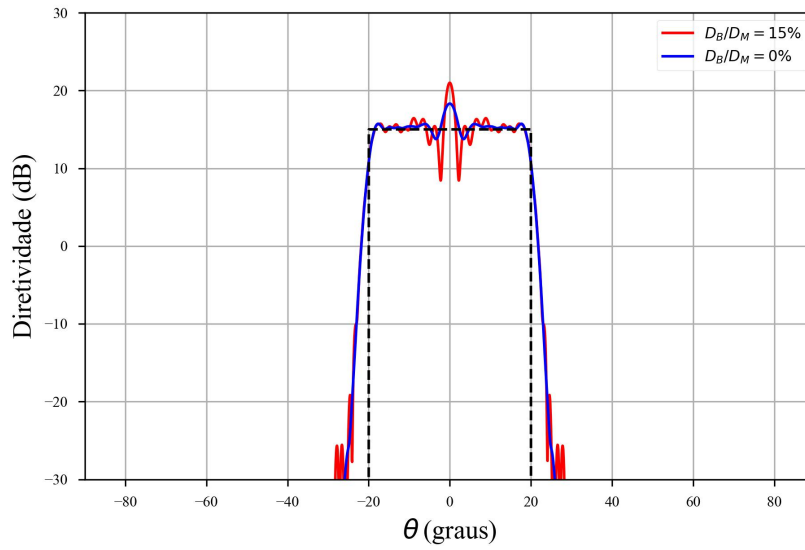


Figura 41 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A3} .

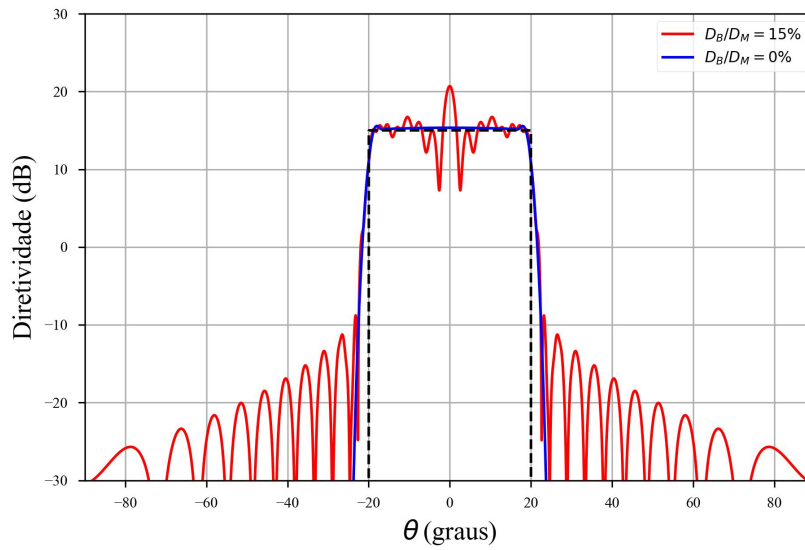


Figura 42 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A4} .

diagramas para uma abertura sem bloqueio e com bloqueio de 15%. Provavelmente, este comportamento está associado ao fato de que a amplitude tem um nulo no centro da abertura, região onde ocorre o bloqueio.

Por último, foram obtidos os diagramas de radiação associados à amplitude G_{A6} , representados na Figura 44. Pode-se observar baixa influência do bloqueio, já que os resultados para uma abertura sem bloqueio e para uma abertura com bloqueio de 15% são

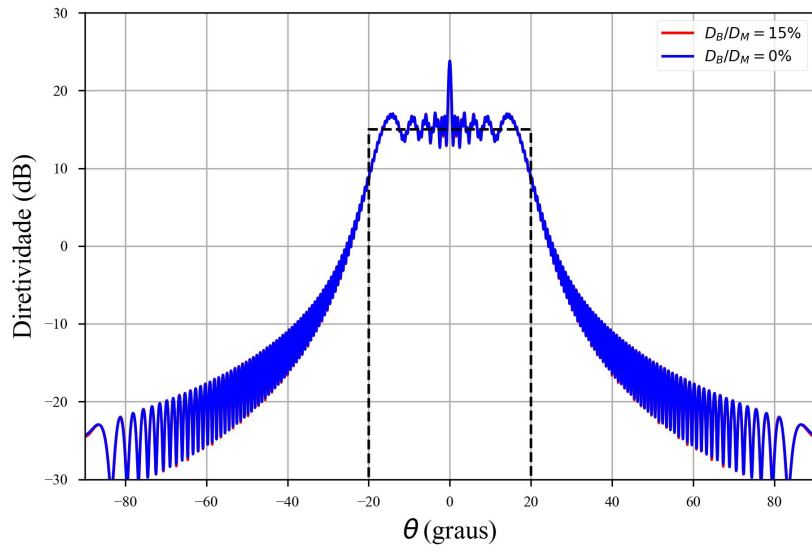


Figura 43 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A5} .

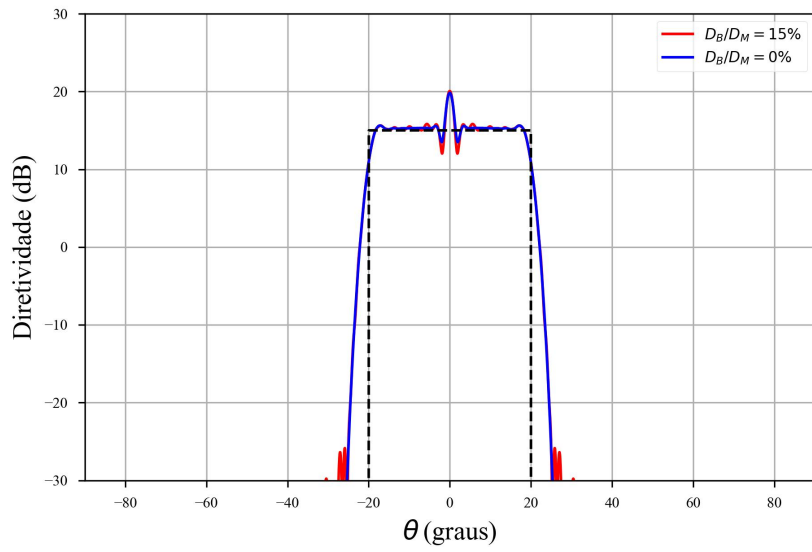


Figura 44 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A6} .

praticamente os mesmos.

De forma resumida, podemos destacar as seguintes observações:

- Melhor resultado sem bloqueio ocorre para a distribuição G_{A4} .
- Melhores resultados para aberturas com bloqueio ocorrem para as distribuições G_{A3} e G_{A6} .

- Pouca variação nos diagramas relacionados às amplitudes G_{A1} , G_{A5} e G_{A6} .
- Abertura sem bloqueio apresentou melhora nos diagramas relacionados às amplitudes G_{A2} , G_{A3} e G_{A4} .

4.1.3 Aplicação do método na síntese de antenas refletoras

Nesta seção é mostrada a síntese de antenas refletoras envolvendo a amplitude G_{A6} e a respectiva fase para um diagrama de radiação topo plano. Escolheu-se a distribuição de campo associada à amplitude G_{A6} pois apresentou bom comportamento, exceto para $\theta \approx 0^\circ$.

Utilizando o código de síntese de refletores desenvolvido e disponibilizado por (Almeida Jr.; Moreira, 2021), definiu-se as geratrizes de uma antena ADC, mostrada na Figura 45. A antena sintetizada possui diâmetro de abertura de 200λ e de bloqueio de 20λ . Adotou-se o ângulo $\theta_0 = 20^\circ$.

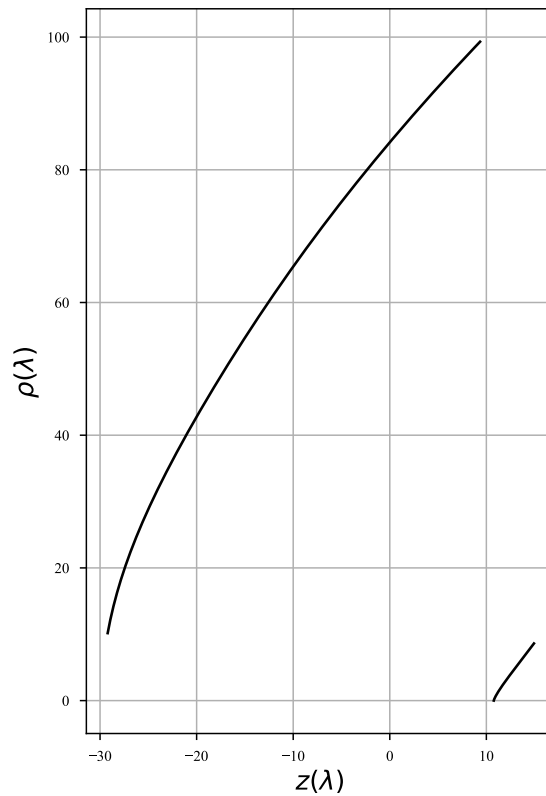


Figura 45 – Geratrizes de uma antena duplo-refletora ADC para diagrama de radiação topo plano.

Os diagramas de radiação obtidos pelo Método dos Momentos, são mostrados na

Figura 46. São mostrados resultados de polarização principal e cruzada para os planos $\phi = 0^\circ$, $\phi = 45^\circ$ e $\phi = 90^\circ$. Percebe-se que o diagrama de radiação obtido se aproxima do diagrama de radiação esperado (linha tracejada), havendo diretividade quase contante para $-20^\circ < \theta < 20^\circ$, exceto para $\theta \approx 0^\circ$. Além disso, os resultados mostram baixa polarização cruzada.

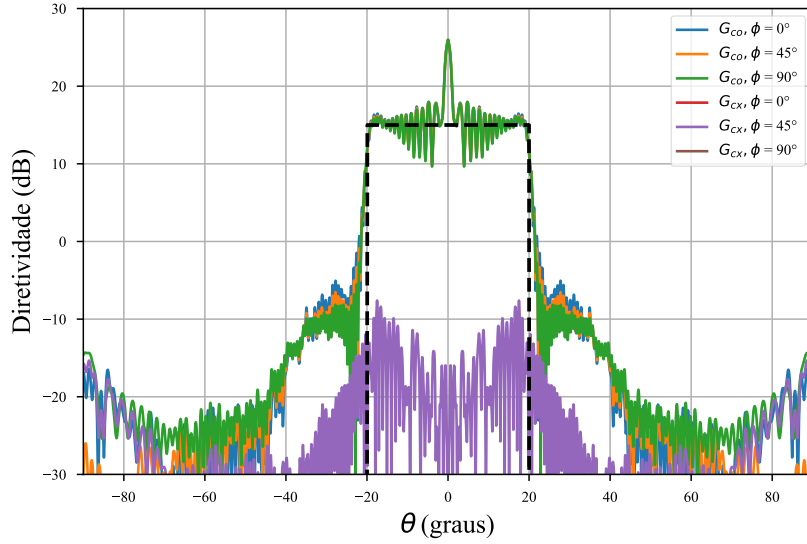


Figura 46 – Resultados de Diretividade por meio do Método dos Momentos.

Por último, foi feita a comparação do resultado de ganho para $\phi = 0^\circ$ utilizando o Método da Abertura e o Método dos Momentos. Pode-se destacar que os diagramas apresentam boa concordância, até mesmo em relação a oscilação para $\theta \approx 0^\circ$. Destaca-se também que os lóbulos secundários obtidos por meio do Método dos Momentos são mais elevados. Isso acontece principalmente devido aos efeitos de difrações simulados mais precisamente por esse método numérico. Esta comparação é mostrada na Figura 47.

4.2 Diagrama de radiação Isoflux

Esta seção apresenta três estudos de caso para o diagrama de radiação Isoflux:

1. Variação do ângulo α_{min} e da altura H . Consequentemente, variação do ângulo θ_0
2. Variação do diâmetro da abertura D_M de 20λ e 200λ .
3. Variação do bloqueio percentual de 0% e 15%.

Em relação ao primeiro estudo de caso, ou seja, variação do ângulo θ_0 , vale destacar que o ângulo θ_0 é calculado com base nos parâmetros de altura do satélite H e no ângulo α_{min} (Equação 2.14).

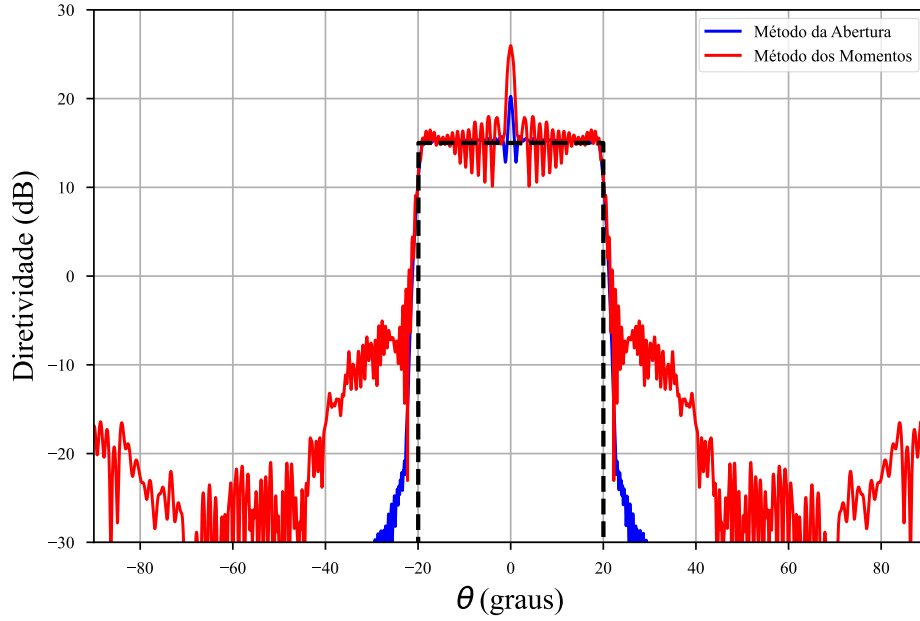


Figura 47 – Comparação entre Método da Abertura e Método dos Momentos.

4.2.1 Distribuições de fase

4.2.1.1 Estudo de caso: Variação de θ_0

Neste estudo de caso são consideradas duas combinações de H e α_{min} , consequentemente, dois ângulos θ_0 . Considerando as seis amplitudes propostas na seção 3.1.1, obteve-se as Figuras 48 e 49. Considerou-se nesta análise uma abertura com diâmetro de 100λ e bloqueio de 5%.

É mostrado na Figura 48 os gráficos de fase considerando as seis distribuições de amplitude para uma altura $H = 1500$ km e ângulo $\alpha_{min} = 15^\circ$, fornecendo $\theta_0 = 51,44^\circ$. Já na Figura 49, estão representadas as fases para uma altura $H = 500$ km e ângulo $\alpha_{min} = 5^\circ$, correspondendo a $\theta_0 = 67,48^\circ$. Intuitivamente pode-se entender que ao reduzir a altura H e mantendo os outros parâmetros constantes, a largura de feixe (ou ângulo θ_0) deve ser maior, para que a abertura seja capaz de iluminar a mesma região da Terra. Portanto, quanto maior a altura H , menor o ângulo θ_0 . De forma análoga, quanto menor o ângulo α_{min} , maior o ângulo θ_0 . A Figura 12 ilustra esses parâmetros.

Com base nos resultados de fase apresentados, percebe-se que o aumento do ângulo θ_0 gera maiores variações de fase ao longo da abertura. Por exemplo, para a distribuição de fase G_{A4} os valores mínimos são de $-11190,63^\circ$ e $-13853,13^\circ$, para $\theta_0 = 51,44^\circ$ e $\theta_0 = 67,48^\circ$, respectivamente. Os valores mínimos de todas as distribuições de amplitudes são mostrados na Tabela 4. Vale destacar que o ponto inicial para todas as distribuições de fase é zero ($\psi(\rho = D_B/2) = 0^\circ$).

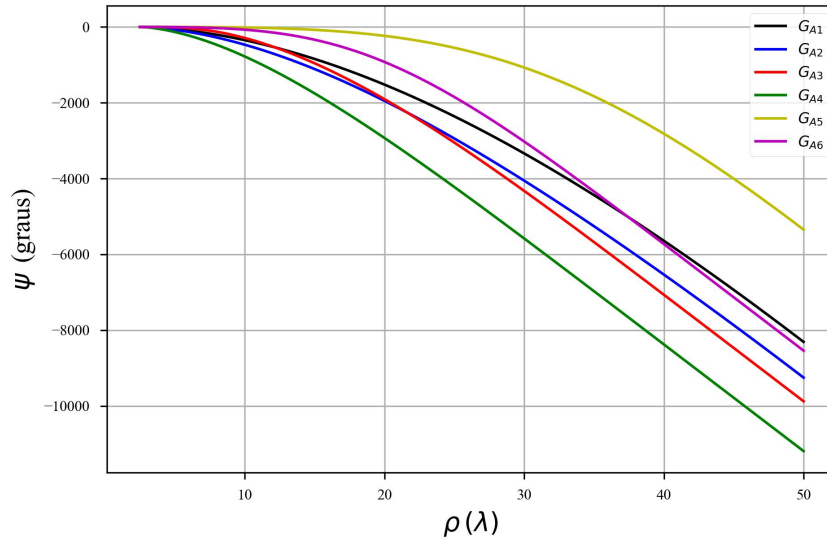


Figura 48 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 15^\circ$ e $H = 1500$ km, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ .

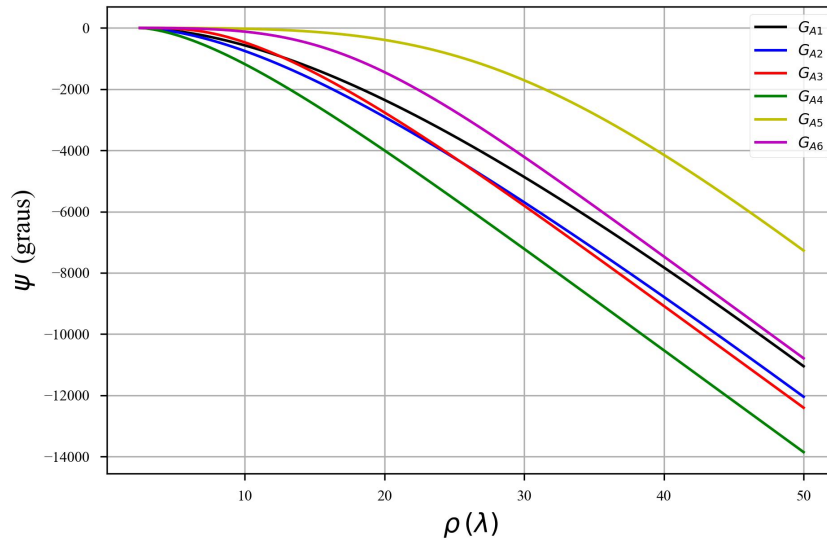


Figura 49 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$ e $H = 500$ km, considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 100λ .

Tanto para o diagrama de radiação topo plano, como para o Isoflux, destaca-se que o aumento do ângulo θ_0 provoca distribuições de fase com maiores variações ao longo da abertura. Do ponto de vista prático, aumentar o ângulo θ_0 pode ser um desafio na síntese de antenas, já que é necessário garantir uma grande variação de fase sobre a abertura de forma progressiva.

Tabela 4 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2 = 50\lambda$ considerando dois valores de θ_0 .

Amplitude	ψ para $\theta_0 = 51,44^\circ$	ψ para $\theta_0 = 67,48^\circ$
G_{A1}	-8309,87	-11048,44
G_{A2}	-9251,62	-12045,10
G_{A3}	-9876,10	-12403,25
G_{A4}	-11190,63	-13853,13
G_{A5}	-5348,27	-7271,16
G_{A6}	-8539,83	-10788,13

4.2.1.2 Estudo de caso: Variação de D_M

No segundo estudo de caso considerou-se a variação do diâmetro da abertura D_M . Fixou-se $\alpha_{min} = 5^\circ$ e $H = 500$ km, correspondendo a $\theta_0 = 67,48^\circ$. Na Figura 50 estão representadas as distribuições de fase para uma abertura com $D_M = 20\lambda$, enquanto que na Figura 51 temos resultados para $D_M = 200\lambda$.

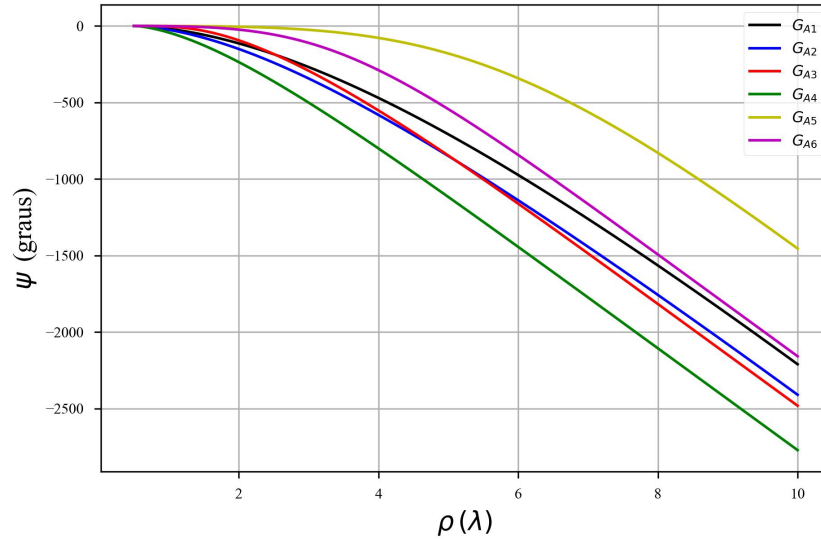


Figura 50 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 20λ .

Percebe-se que as distribuições de fase são proporcionais ao diâmetro D_M . Basicamente, com o aumento do diâmetro da abertura em 10 vezes, a fase também foi multiplicada por 10. Para ilustrar esse comportamento, na Tabela 5 são mostrados os valores mínimos de fase, que acontecem em $\rho = D_M/2$. Estes resultados são esperados, já que o método de síntese de fase leva em consideração a coordenada da abertura normalizada ξ .

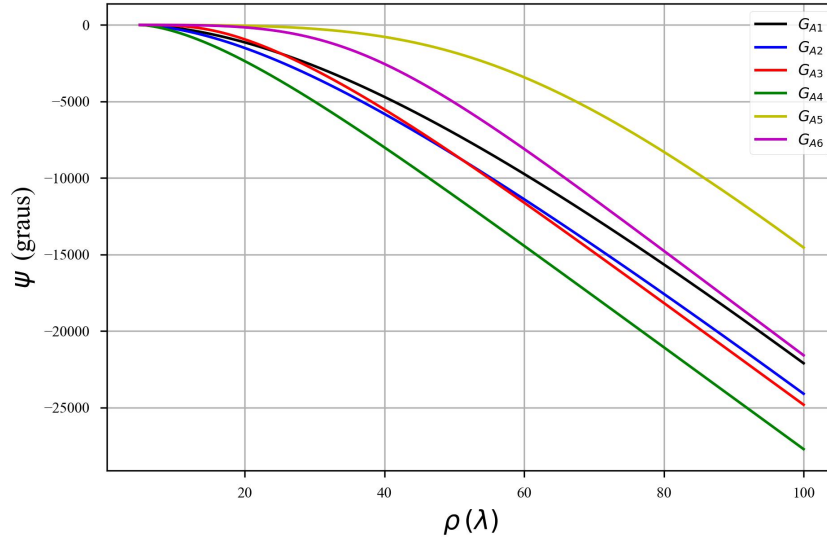


Figura 51 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 5% e diâmetro da abertura de 200λ .

Tabela 5 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando variação de D_M .

Amplitude	ψ para $D_M = 20\lambda$	ψ para $D_M = 200\lambda$
G_{A1}	-2209,68	-22096,88
G_{A2}	-2409,02	-24090,20
G_{A3}	-2480,65	-24806,51
G_{A4}	-2770,62	-27706,26
G_{A5}	-1454,23	-14542,33
G_{A6}	-2157,62	-21578,26

4.2.1.3 Estudo de caso: Variação de D_B/D_M

Por fim, no terceiro estudo de caso é avaliada a variação do bloqueio percentual. Neste estudo considerou-se $\alpha_{min} = 5^\circ$ e $H = 500$ km, com $\theta_0 = 67,48^\circ$. Na Figura 52 estão representados os resultados de fase para cada uma das seis amplitudes propostas. Neste caso considerou-se uma abertura sem bloqueio. Na Figura 53 são mostrados os gráficos de fase para uma abertura com 15% de bloqueio.

De forma análoga aos comentários para o estudo de caso envolvendo o diagrama de radiação topo plano, pode-se identificar, por meio das Figuras 52 e 53, que o bloqueio interfere de forma diferente em cada uma das distribuições de fase. A distribuição de fase de G_{A5} sofre pouca alteração com a presença do bloqueio. Contudo, a distribuição de fase relacionada à G_{A4} sofre grande alteração com a presença do bloqueio. Por meio da Tabela 6 temos que as variações de fase, considerando $\rho = D_M/2$, para as distribuições G_{A5} e G_{A4} foram de $16,95^\circ$ e $1281,13^\circ$, respectivamente.

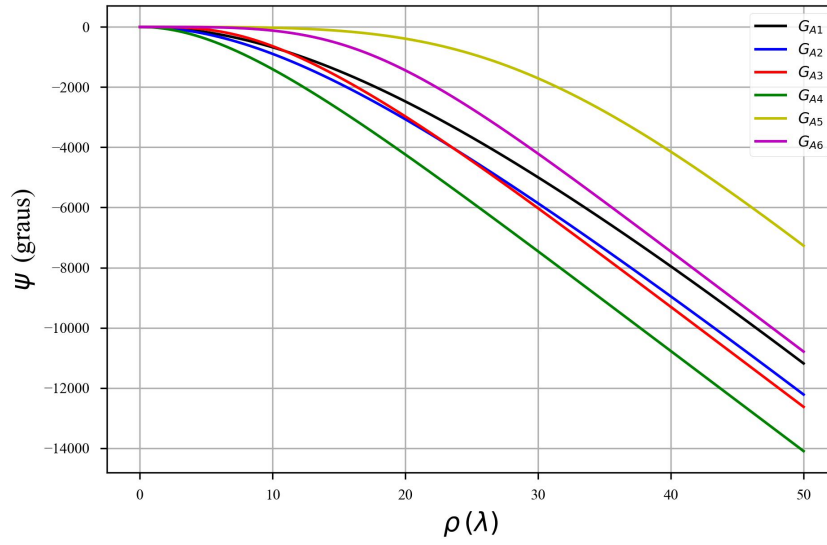


Figura 52 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 0% e diâmetro da abertura de 100λ .

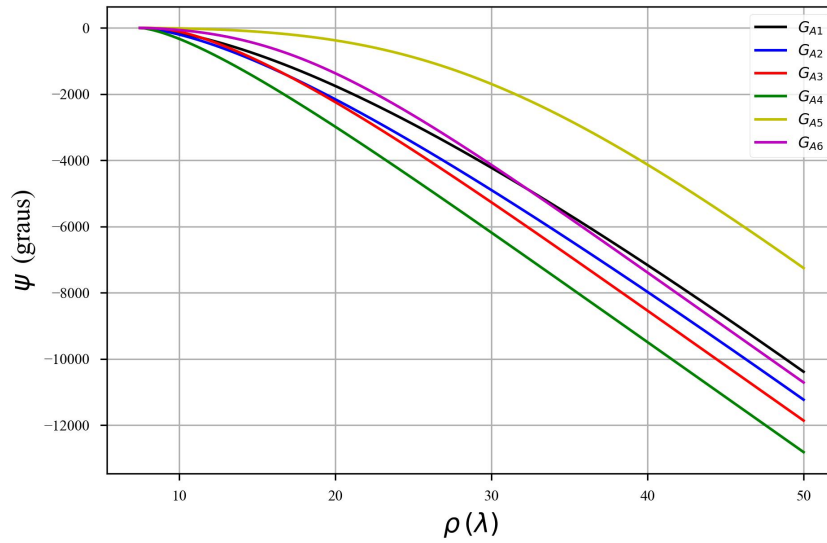


Figura 53 – Distribuições de fase para $\alpha_{min} = 5^\circ$, $H = 500$ km considerando bloqueio de 15% e diâmetro da abertura de 100λ .

4.2.2 Método da Abertura

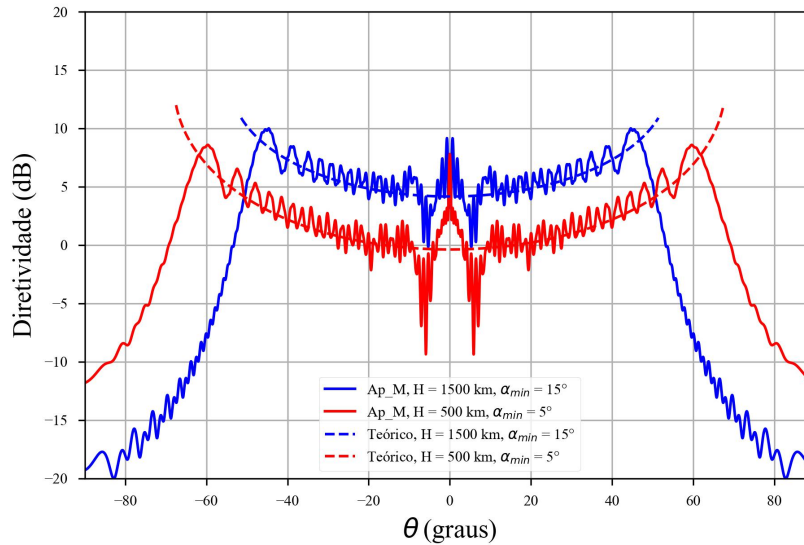
Dadas as distribuições de amplitude (seção 3.1.1) e fase (seção 4.2.1), pode-se empregar o Método da Abertura para validar a síntese utilizada. Em cada estudo de caso, serão apresentados os resultados para cada uma das seis distribuições de amplitude (G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} , G_{A4} , G_{A5} e G_{A6}).

Tabela 6 – Valores de fase ψ (em graus) para $\rho = D_M/2$ considerando abertura sem e com bloqueio.

Amplitude	ψ para $D_B/D_M = 0\%$	ψ para $D_B/D_M = 15\%$
G_{A1}	-11182,77	-10386,89
G_{A2}	-12216,56	-11231,57
G_{A3}	-12626,09	-11862,28
G_{A4}	-14096,47	-12815,34
G_{A5}	-7271,38	-7254,43
G_{A6}	-10789,20	-10711,11

4.2.2.1 Estudo de caso: Variação de θ_0

No primeiro estudo de caso, considera-se a variação do ângulo θ_0 . Fixou-se o bloqueio percentual de 5% e diâmetro da abertura de 100λ , como discutido na seção 4.2.1.1. As Figuras 54, 55, 56, 57, 58 e 59 apresentam os resultados da diretividade calculada a partir do Método da Abertura para as distribuições de amplitude G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} , G_{A4} , G_{A5} e G_{A6} , respectivamente, com as respectivas distribuições de fase apresentadas na seção 4.2.1.1. Nos resultados, a diretividade teórica está indicada em linhas tracejadas.

Figura 54 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A1} .

Na Figura 54 estão representados os resultados de Diretividade pelo Método da Abertura para a distribuição de amplitude G_{A1} . Pode-se perceber que menores valores de H e α_{min} geraram diagramas de radiação com maior ângulo θ_0 , como era esperado. Semelhante aos resultados de topo plano, o diagrama de radiação se aproxima do resultado teórico, exceto para $\theta \approx 0^\circ$.

Na Figura 55 estão representados os resultados considerando a distribuição de

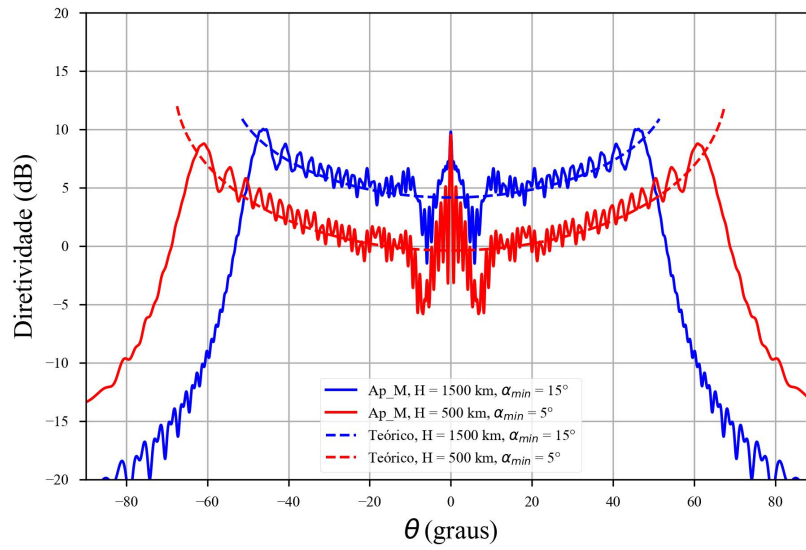


Figura 55 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A2} .

amplitude G_{A2} . Este resultado também se aproxima da diretividade desejada. Entretanto, com divergência para $\theta \approx 0^\circ$. Os resultados considerando a amplitude G_{A2} apresentam uma pequena redução nos níveis de lóbulos secundários.

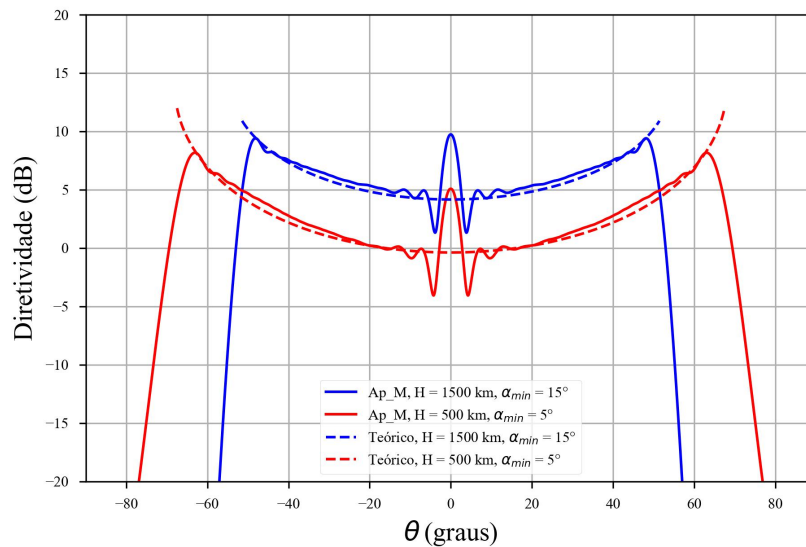


Figura 56 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A3} .

Na Figura 56 estão apresentados os resultados considerando a distribuição de amplitude G_{A3} . Neste caso, percebe-se nitidamente uma redução nas oscilações de diretividade, ou seja, os valores de diretividade calculados por meio do Método da Abertura se

aproximam, de forma mais precisa, dos valores esperados de diretividade teórica. Além disso, houve uma redução nos níveis de lóbulos secundários. Apesar desses avanços, ainda está presente a divergência para $\theta \approx 0^\circ$.

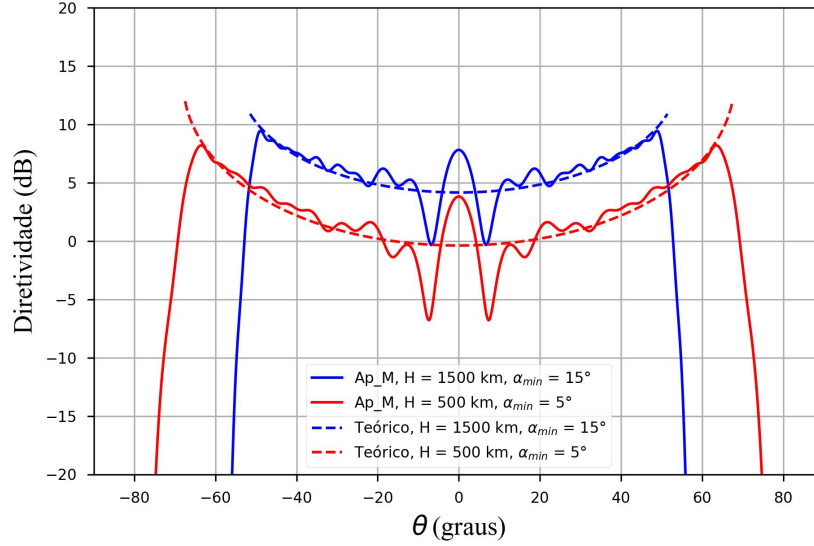


Figura 57 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A4} .

Na Figura 57 estão representados os resultados considerando a amplitude G_{A4} . Os resultados para essa amplitude são bem semelhantes aos resultados obtidos por meio da função G_{A3} (Figura 56). Vale ressaltar que o método de síntese de fase envolvendo a distribuição G_{A4} pode ser considerado mais simples, já que a densidade de potência $g(\xi)$ é calculada de forma analítica para essa distribuição, enquanto para G_{A3} é calculada de forma numérica, conforme explicado na seção 3.1.2.

Na Figura 58 estão representados os resultados obtidos a partir da distribuição de amplitude G_{A5} . Neste gráfico, percebe-se que houve uma piora nos níveis de lóbulos secundários, quando comparados com as outras distribuições de amplitude. Também apresenta oscilações indesejadas para $\theta \approx 0^\circ$.

Por fim, na Figura 59 estão representados os resultados referentes ao Método da Abertura para G_{A6} . Este resultado apresenta baixas oscilações e baixos níveis de lóbulos secundários, se adequando bem ao diagrama objetivo.

De forma resumida, pode-se destacar o seguinte:

- As amplitudes G_{A3} , G_{A4} e G_{A6} apresentaram melhores resultados.
- Todas os casos apresentaram divergência para $\theta \approx 0^\circ$.

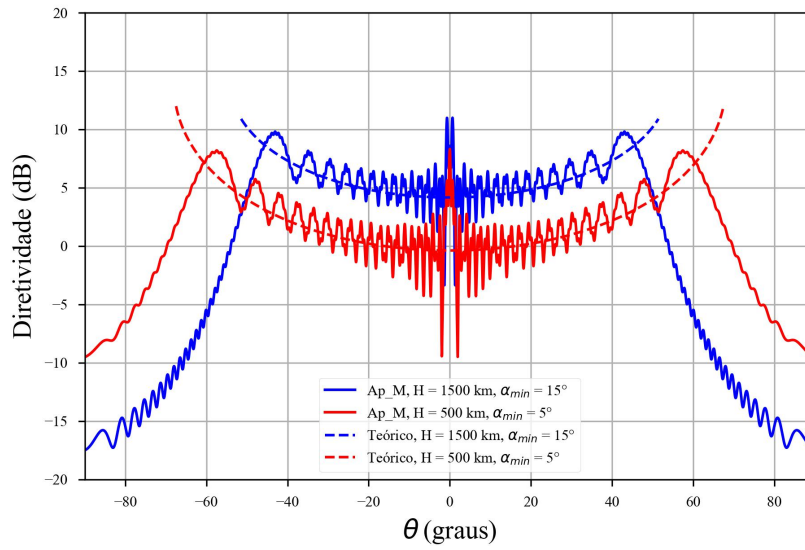


Figura 58 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A5} .

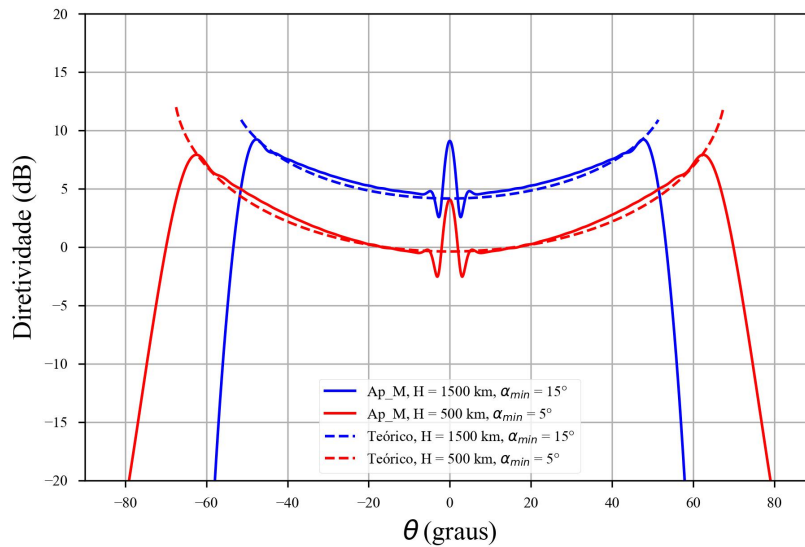


Figura 59 – Resultados para a variação de θ_0 considerando a distribuição de amplitude G_{A6} .

4.2.2.2 Estudo de caso: Variação de D_M

No segundo estudo de caso, pretende-se avaliar a influência do diâmetro da abertura no diagrama de radiação. Considerou-se nesta análise aberturas com diâmetros de 20λ e 200λ . Fixou-se a altura $H = 500$ km, $\alpha_{min} = 5^\circ$, $\theta_0 = 67,48^\circ$ e bloqueio de 5%. As Figuras 60, 61, 62, 63, 64, 65 representam os diagramas de radiação para as amplitudes G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} , G_{A4} , G_{A5} e G_{A6} , respectivamente.

É apresentada também, em linhas tracejadas, uma máscara de diagrama Isoflux, proposta pela Agência Espacial Europeia (Ravanelli et al., 2010). Para que o diagrama de radiação se adeque nessa máscara, é necessário que o ângulo θ_0 seja em torno de 65° . Por isso a configuração de $H = 500$ km, $\alpha_{min} = 5^\circ$ e $\theta_0 = 67,48^\circ$ foi escolhida. Para essa aplicação, é interessante que os valores de diretividade calculados pelo Método da Abertura não ultrapassem os limites estabelecidos.

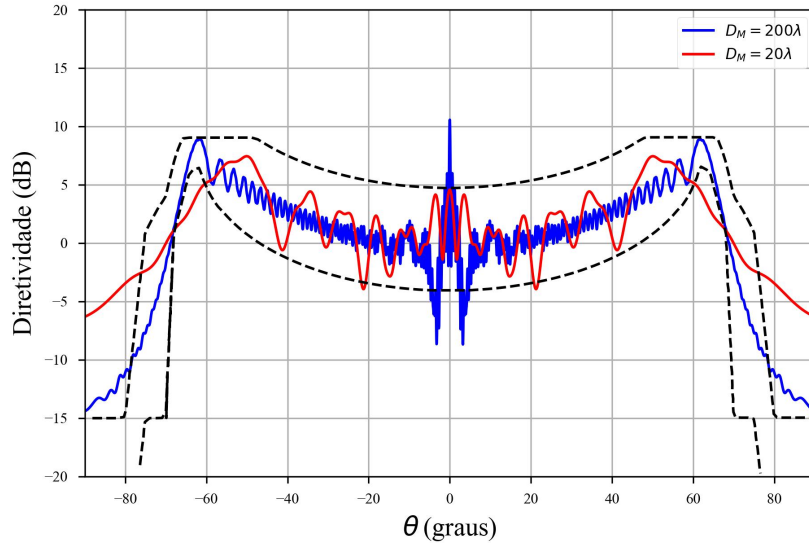


Figura 60 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A1} .

É mostrado na Figura 60 os resultados obtidos considerando a amplitude G_{A1} . Pode-se considerar que o diâmetro da abertura $D_M = 20\lambda$ atende às especificações da máscara para os valores $-\theta_0 < \theta < \theta_0$, com $\theta_0 = 67,48^\circ$. Entretanto, a queda de diretividade para $|\theta| > \theta_0$ não é tão acentuada como deveria, já que D_M não é suficientemente grande. Considerando o diâmetro de 200λ , percebe-se que o diagrama de radiação atende melhor às especificações, contudo, os resultados ultrapassam os limites para $\theta \approx 0^\circ$.

Na Figura 61 são mostrados os resultados para amplitude G_{A2} . Em comparação com G_{A1} (Figura 60), os resultados de G_{A2} apresentam uma queda de diretividade levemente mais acentuada para valores de $|\theta| > \theta_0$.

Na Figura 62 estão indicados os resultados para a amplitude G_{A3} . Basicamente, essa distribuição de amplitude atende aos limites especificados pela máscara, exceto em algumas direções θ . Essa distribuição de amplitude, mesmo com oscilações indesejadas, pode ser interessante para atender aos limites prescritos pela máscara Isoflux.

Em seguida, são apresentados na Figura 63 os resultados de diretividade para a amplitude G_{A4} . Os resultados são semelhantes aos obtidos por meio de G_{A3} . Contudo, os resultados associados à G_{A4} possuem maiores oscilações.

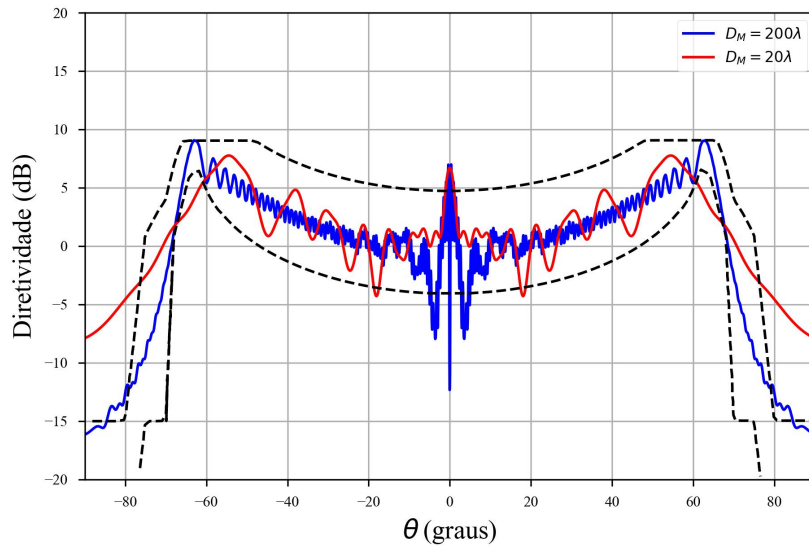


Figura 61 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A2} .

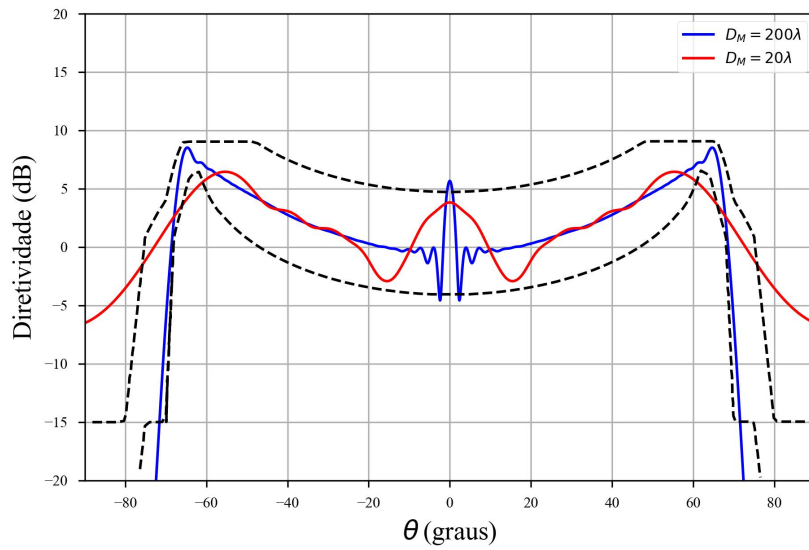


Figura 62 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A3} .

Na Figura 64 são mostradas as diretividades para a amplitude G_{A5} . Este resultado mostra altos níveis de oscilações, ultrapassando a máscara em alguns pontos.

Finalmente, na Figura 65 estão representados os resultados referente à amplitude G_{A6} . Considerando o diâmetro de 200λ , a máscara foi atendida para toda a região $|\theta| < \theta_0$. As oscilações estão dentro dos limites estabelecidos

Resumidamente, destaca-se o seguinte:

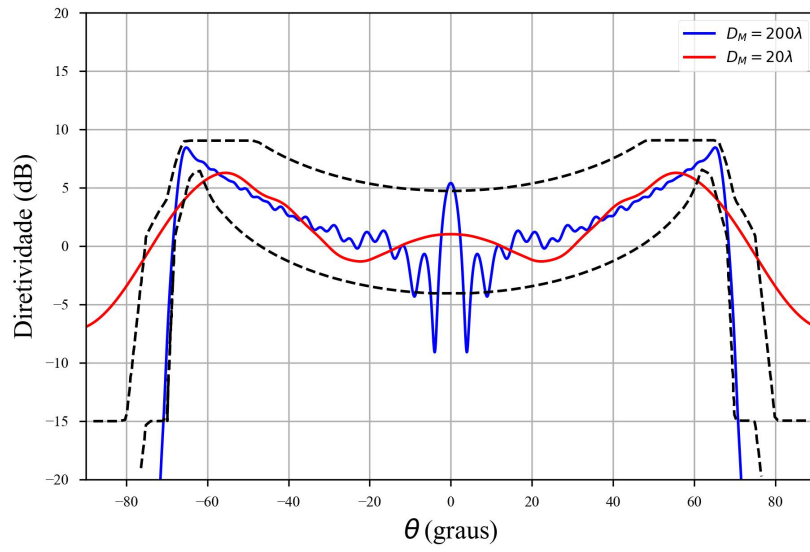


Figura 63 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A4} .

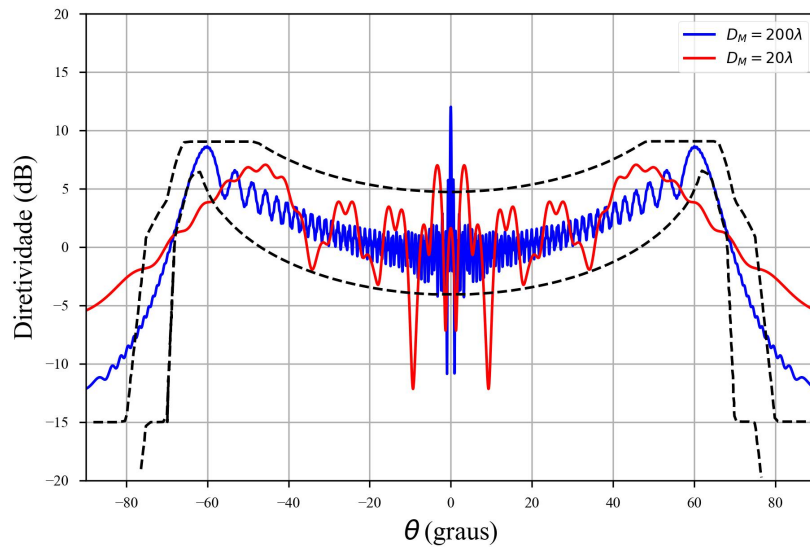


Figura 64 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A5} .

- Os resultados relacionados às amplitudes G_{A3} , G_{A4} e G_{A6} apresentaram melhores resultados, ou seja, adequaram-se à máscara com baixas oscilações.
- A divergência para $\theta \approx 0^\circ$ persiste.
- Abertura com amplitude G_{A6} e diâmetro de 200λ atendeu às especificações

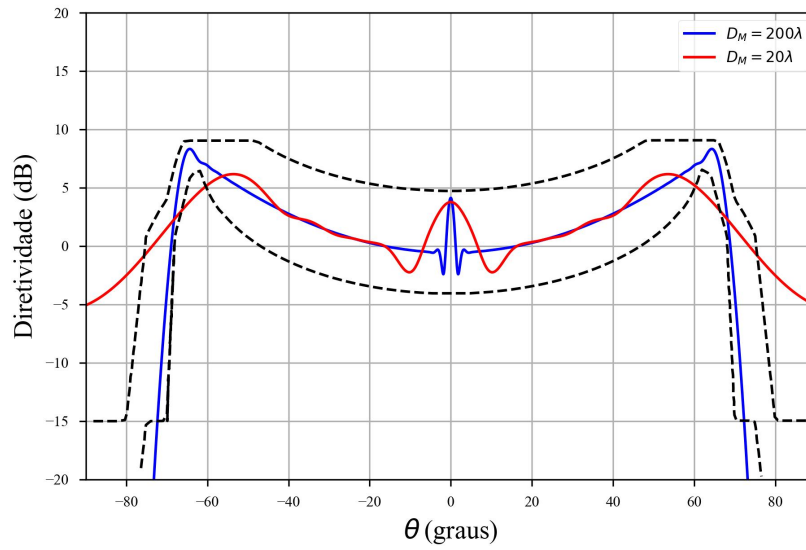


Figura 65 – Resultados para a variação de D_M considerando a distribuição de amplitude G_{A6} .

4.2.2.3 Estudo de caso: Variação de D_B/D_M

O último estudo de caso envolvendo o diagrama de radiação Isoflux está relacionado à análise da influência do bloqueio. Neste estudo, fixou-se o diâmetro da abertura em 100λ , $H = 500$ km e $\alpha_{min} = 5^\circ$, fazendo com que $\theta_0 = 67,48^\circ$.

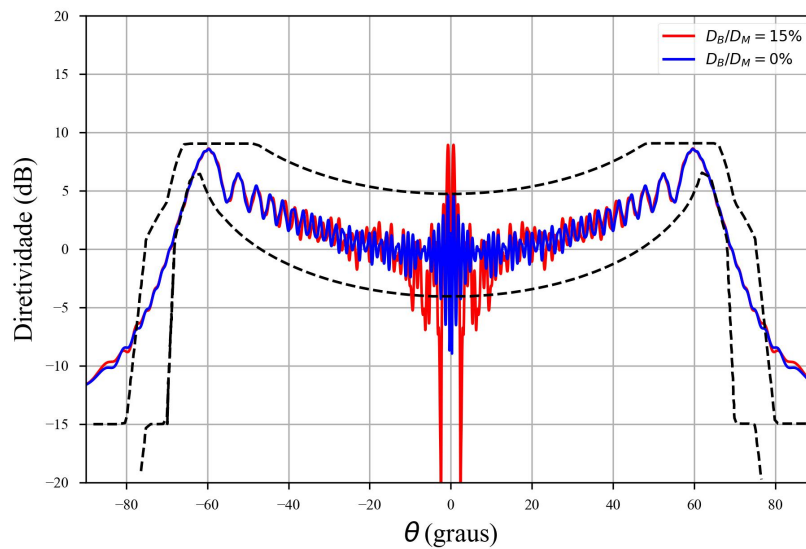


Figura 66 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A1} .

A Figura 66 mostra o resultado de diretividade obtido a partir da distribuição de amplitude G_{A1} . Pode-se perceber que o bloqueio de 15% gerou maiores oscilações

no diagrama de radiação quando comparado com a abertura sem bloqueio. A região de maior influência do bloqueio foi para $\theta \approx 0^\circ$. A Figura 67 mostra o diagrama para a amplitude G_{A2} . Assim como no resultado anterior, as oscilações cresceram com o aumento do bloqueio.

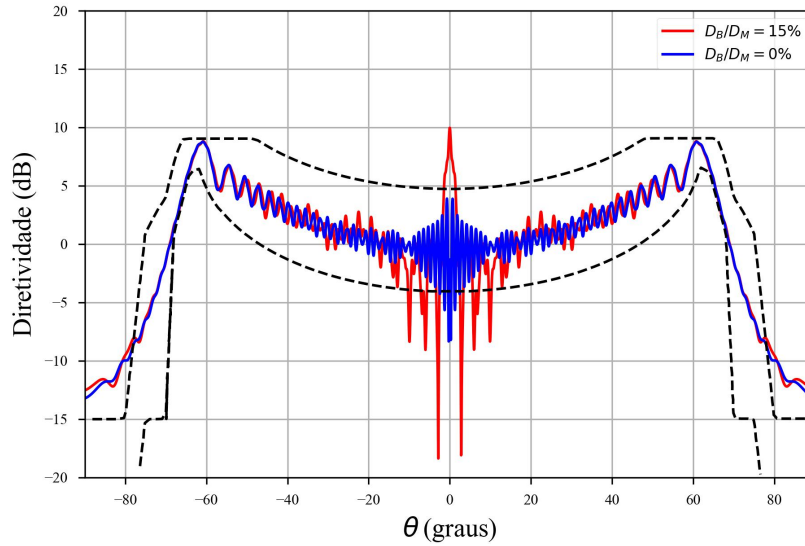


Figura 67 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A2} .

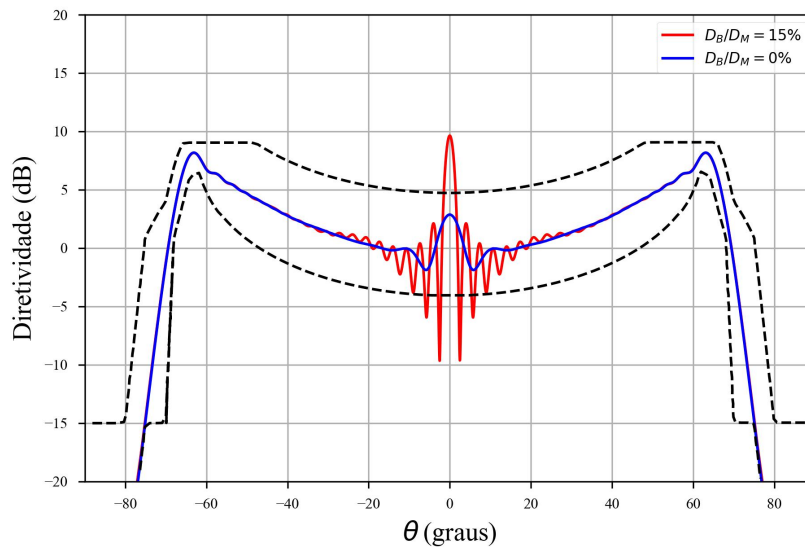


Figura 68 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A3} .

Na Figura 68 estão representados os resultados obtidos a partir da amplitude G_{A3} . Pode-se destacar que a ausência de bloqueio para essa distribuição de amplitude gerou

uma redução considerável nas oscilações para $\theta \approx 0^\circ$. A síntese envolvendo a distribuição G_{A3} para uma abertura sem bloqueio atende às especificações preestabelecidas. Para um bloqueio de 15%, a diretividade ultrapassou os limites em algumas direções θ .

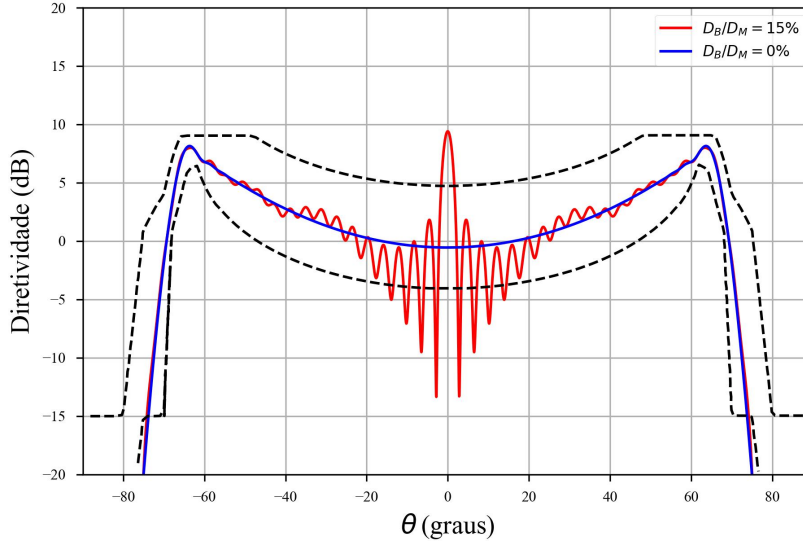


Figura 69 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A4} .

Na Figura 69 estão indicados os resultados relacionados à amplitude G_{A4} . Esta amplitude é promissora para uma abertura sem bloqueio, já que permitiu reduzir satisfatoriamente as oscilações indesejadas para $\theta \approx 0^\circ$. Por outro lado, as oscilações no diagrama com bloqueio percentual de 15% aumentaram consideravelmente.

Na Figura 70 estão representados os resultados envolvendo a amplitude G_{A5} . Os diagramas de radiação estão basicamente sobrepostos, ou seja, a influência do bloqueio é mínima para essa configuração.

Finalmente, na Figura 71 estão representados os resultados da amplitude G_{A6} . Pode-se destacar a redução das oscilações no diagrama. Para abertura sem bloqueio, o resultado atende perfeitamente aos limites especificados. Já para uma abertura com bloqueio de 15%, a diretividade obtida ultrapassa os limites em algumas direções θ .

De forma resumida, pode-se destacar:

- Os resultados relacionados às amplitudes G_{A3} , G_{A4} e G_{A6} adequaram-se à máscara com baixas oscilações.
- As amplitudes G_{A3} , G_{A4} e G_{A6} , considerando uma abertura sem bloqueio, atenderam aos limites especificados.

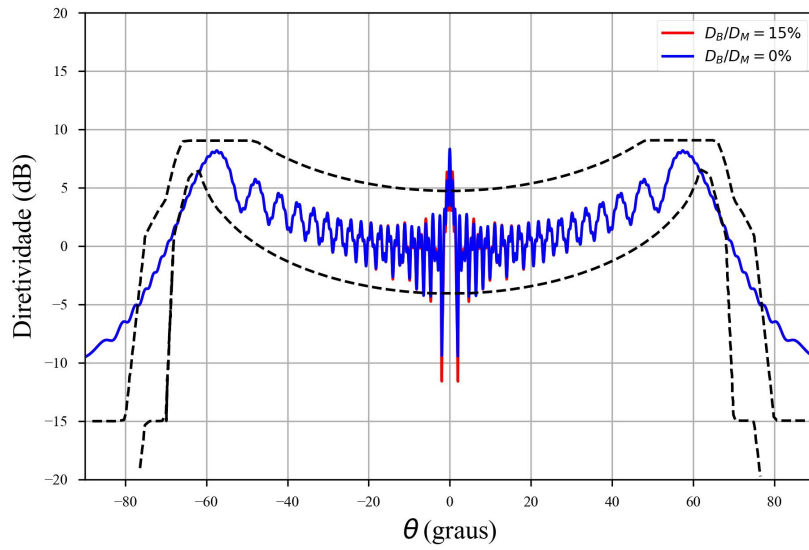


Figura 70 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A5} .

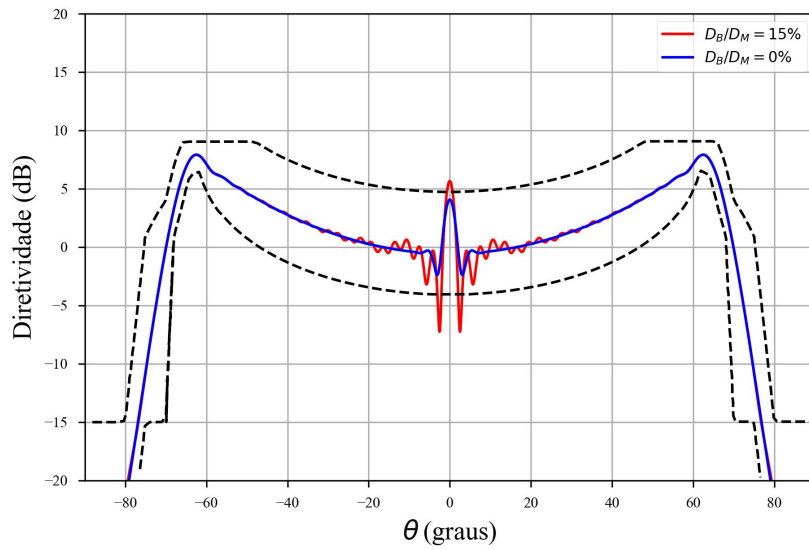


Figura 71 – Resultados para a variação de bloqueio considerando a distribuição de amplitude G_{A6} .

- A amplitude G_{A4} em uma abertura sem bloqueio reduziu totalmente as oscilações para $\theta \approx 0^\circ$.

4.2.3 Aplicação do método na síntese de antenas refletoras

O objetivo desta seção é aplicar o método proposto nesta dissertação na síntese de antenas duplo-refletoras ADC (Almeida Jr.; Moreira, 2021) para diagramas Isoflux.

Semelhante ao estudo envolvendo diagramas topo plano, escolheu-se a fase obtida por meio de G_{A6} . Essa distribuição apresentou bons resultados pelo Método da Abertura. A antena projetada possui diâmetro de abertura de 200λ , bloqueio de 20λ e $\theta_0 = 67,48^\circ$. As geratrizes dos refletores são mostradas na Figura 72.

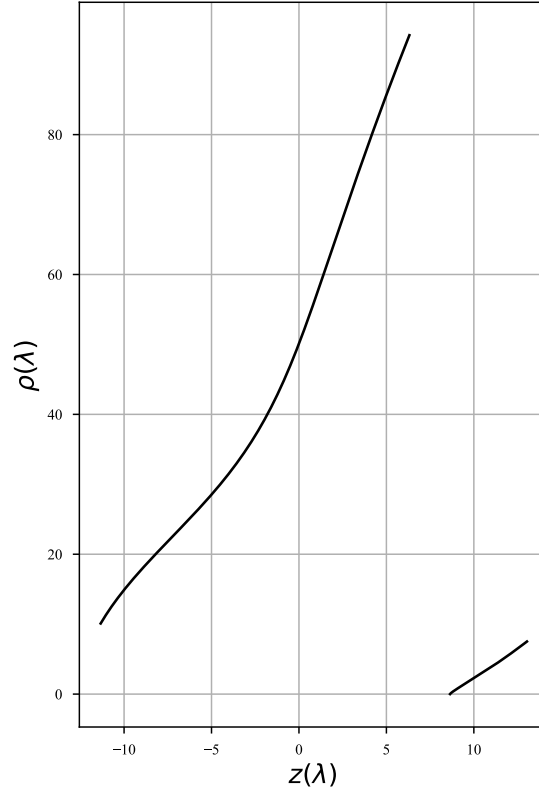


Figura 72 – Geratrizes de uma Antena Duplo-Refletora ADC para Diagrama Isoflux.

Na Figura 73 são mostrados os resultados de ganho para polarização principal e cruzada nos planos $\phi = 0^\circ$, $\phi = 45^\circ$ e $\phi = 90^\circ$ utilizando o Método dos Momentos. Também é representada, em linhas pretas, a máscara proposta pela Agência Espacial Europeia. Pode-se perceber que o resultado obtido pelo Método dos Momentos não atende às especificações da máscara para todos os valores de θ . Contudo, pode-se identificar a tendência do perfil Isoflux nos diagramas obtidos.

Na Figura 74 é feita a comparação entre resultados de ganho para $\phi = 90^\circ$ pelo Método da Abertura e Método dos Momentos. O resultado de ganho para $\phi = 90^\circ$ se adequa melhor à máscara prescrita, por isso foi comparado com o Método da Abertura. Mesmo escolhendo o melhor plano ϕ do Método dos Momentos, o Método da Abertura ainda apresenta um resultado com menos oscilações, principalmente para $\theta \approx 0^\circ$.

Pelos diagramas de radiação, pode-se concluir que a síntese de campo para aberturas

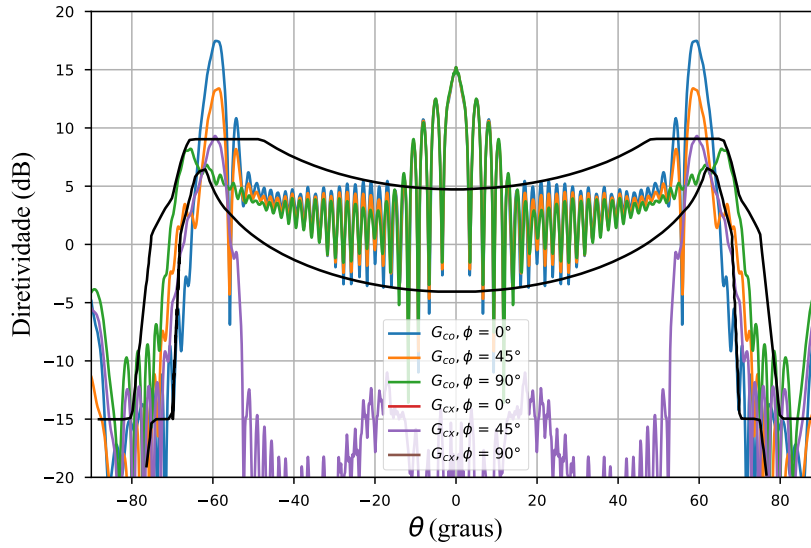


Figura 73 – Resultados do Método dos Momentos para Antena Duplo-refletora ADC.

circulares bloqueadas apresentada neste trabalho falha para $\theta \approx 0^\circ$. Essa discrepância pode estar relacionada ao Método de Fase Estacionária, desenvolvido no Apêndice A deste trabalho. Para $\theta \approx 0^\circ$, o ponto de fase estacionária se aproxima dos limites de integração e isso pode estar provocando tal divergência. Como proposta de trabalhos futuros, pretende-se revisitar as aproximações relacionadas ao Método de Fase Estacionária, levando em consideração a proximidade do ponto de fase estacionária aos limites da integral de radiação.

4.3 Diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado

São desenvolvidos nesta seção dois estudos de caso envolvendo o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado para aberturas cilíndricas, sendo eles:

1. Variação do ângulo θ_1 e θ_2 , fixando $W_A = 50\lambda$. Avaliou-se inicialmente $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$. Posteriormente, $\theta_1 = 112^\circ$ e $\theta_2 = 150^\circ$.
2. Variação da largura da abertura: $W_A = 10\lambda$ e $W_A = 100\lambda$. Fixou-se $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

4.3.1 Distribuições de fase

4.3.1.1 Estudo de caso: Variação de θ_1 e θ_2

Considerando as quatro distribuições de amplitude propostas para abertura cilíndrica (seção 3.2.1), foram determinadas as fases considerando as variações de θ_1 e θ_2 ,

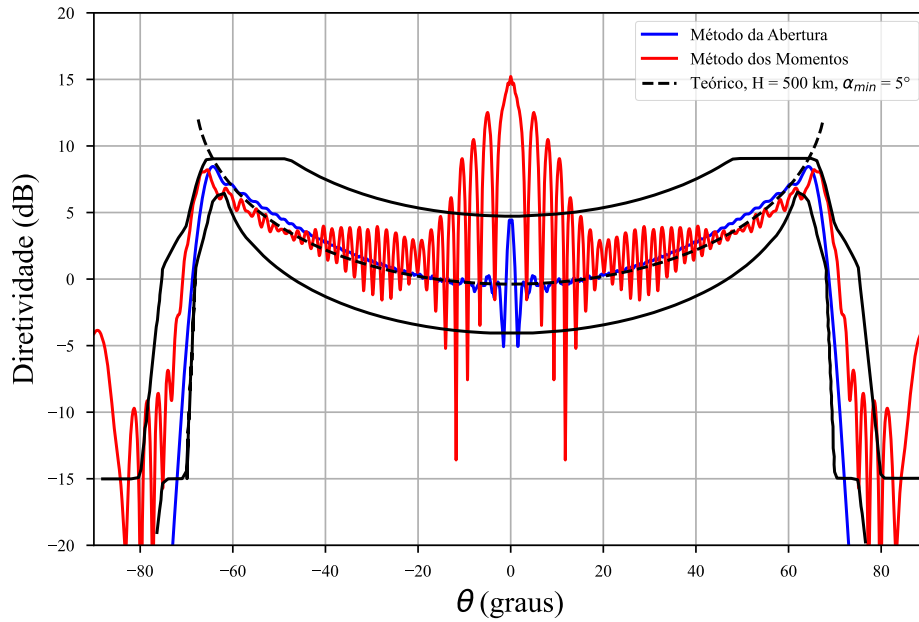


Figura 74 – Comparação entre Método dos Momentos e Método da Abertura.

conforme a formulação apresentada na seção 3.2. Os ângulos θ_1 e θ_2 , que representam os ângulos de início e fim do feixe cossecante-ao-quadrado, estão ilustrados na Figura 19.

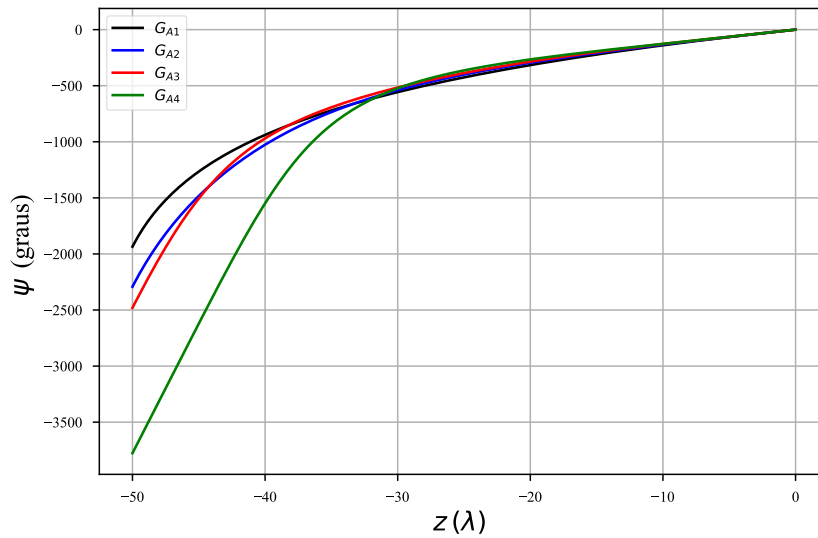


Figura 75 – Distribuições de fase considerando $W_A = 50\lambda$, $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

As distribuições de fase para uma abertura cilíndrica com $W_A = 50\lambda$, $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$ são ilustradas na Figura 75. É importante destacar que a fase está representada em função de valores negativos do eixo z (variando de 0 a -50λ). Isto ocorre pois pretende-se aplicar as distribuições de amplitude e fase definidas nesta dissertação na síntese de

antenas refletoras omnidirecionais, desenvolvidas por (Faria, 2023), onde as aberturas das antenas são definidas para valores negativos de z . Além disso, para estas distribuições de fase assume-se que serão modeladas configurações do tipo OADC (Moreira; Prata; Bergmann, 2007). Para tal, considera-se que $G_A = 0$ para $\xi = 1$. Vale destacar que para estender a abordagem para OADE, deve-se considerar $G_A = 0$ para $\xi = -1$ (Figura 16).

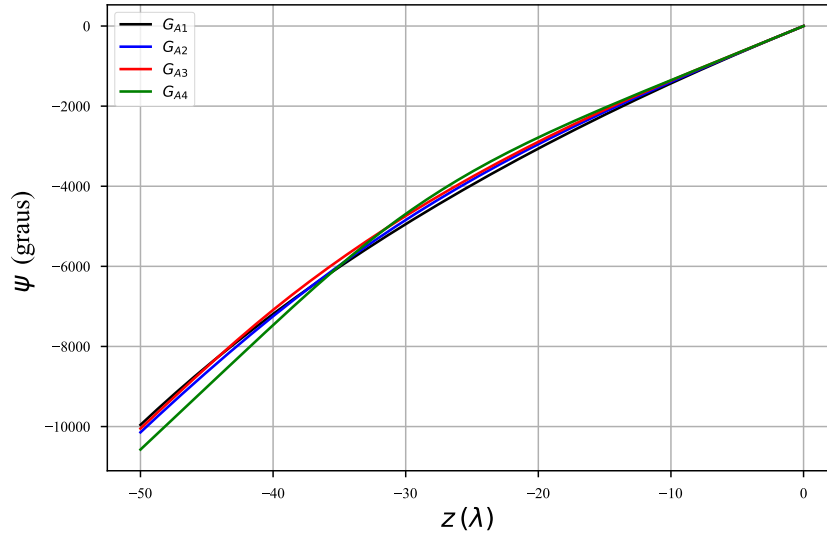


Figura 76 – Distribuições de fase considerando $W_A = 50\lambda$, $\theta_1 = 112^\circ$ e $\theta_2 = 150^\circ$.

Na Figura 76 estão indicadas as distribuições de fase para as quatro distribuições de amplitudes avaliadas (G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} e G_{A4}), conforme discutido na seção 3.2. Nesta figura, as fases estão relacionadas a uma abertura com $W_A = 50\lambda$, $\theta_1 = 112^\circ$ e $\theta_2 = 150^\circ$.

Dos resultados apresentados nas Figuras 75 e 76, destaca-se que a variação de fase sobre a abertura é maior para $\theta_1 = 112^\circ$ e $\theta_2 = 150^\circ$. Nesse caso as distribuições de fase variaram de 0° a aproximadamente -10000° . Para o estudo considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$, a fase relacionada à distribuição G_{A4} apresentou maior variação, com valores entre 0° e aproximadamente -3750° .

4.3.1.2 Estudo de caso: Variação de W_A

O segundo estudo de caso consiste na variação da largura da abertura W_A . Fixou-se os valores de θ_1 e θ_2 em 92° e 130° , respectivamente.

Na Figura 77 estão representadas as fases para cada uma das quatro distribuições de amplitude, considerando uma abertura com $W_A = 10\lambda$. Na Figura 78 estão indicadas as fases para uma abertura com $W_A = 100\lambda$, para as quatro distribuições de amplitude descritas na seção 3.2.

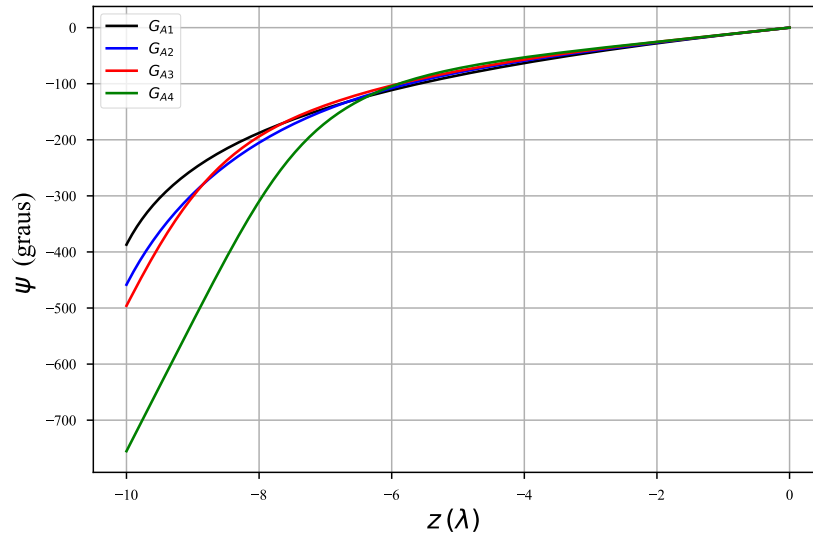


Figura 77 – Distribuições de fase considerando $W_A = 10\lambda$, $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

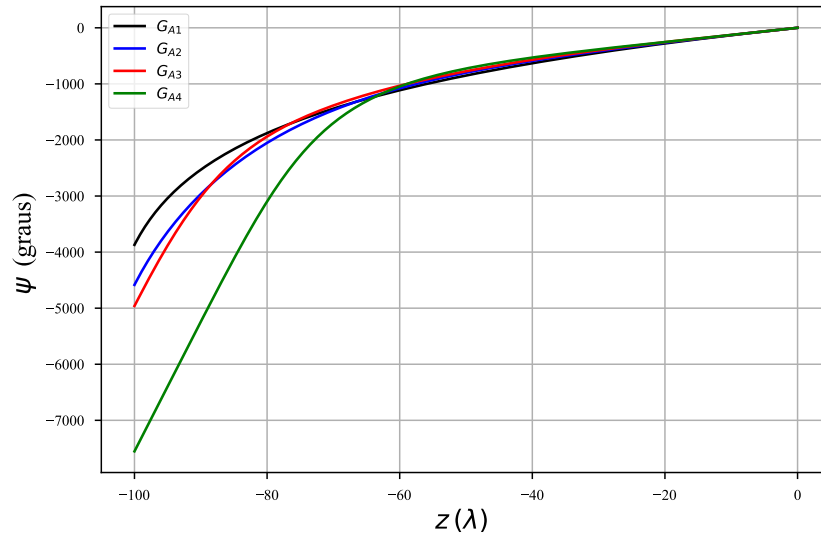


Figura 78 – Distribuições de fase considerando $W_A = 100\lambda$, $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

Dos resultados apresentados nas Figuras 77 e 78, destaca-se que a fase ψ é proporcional à largura W_A . Como a largura $W_A = 100\lambda$ é 10 vezes maior que $W_A = 10\lambda$, a fase relacionada a $W_A = 100\lambda$ é 10 vezes maior que a fase relacionada a $W_A = 10\lambda$.

4.3.2 Método da Abertura

4.3.2.1 Estudo de caso: Variação de θ_1 e θ_2

Com base nos resultados de distribuições de fase e amplitude, empregou-se o Método da Abertura descrito na seção 2.3.2. As Figuras 79, 80, 81 e 82 indicam os resultados para as distribuições de amplitude G_{A1} , G_{A2} , G_{A3} e G_{A4} , respectivamente.

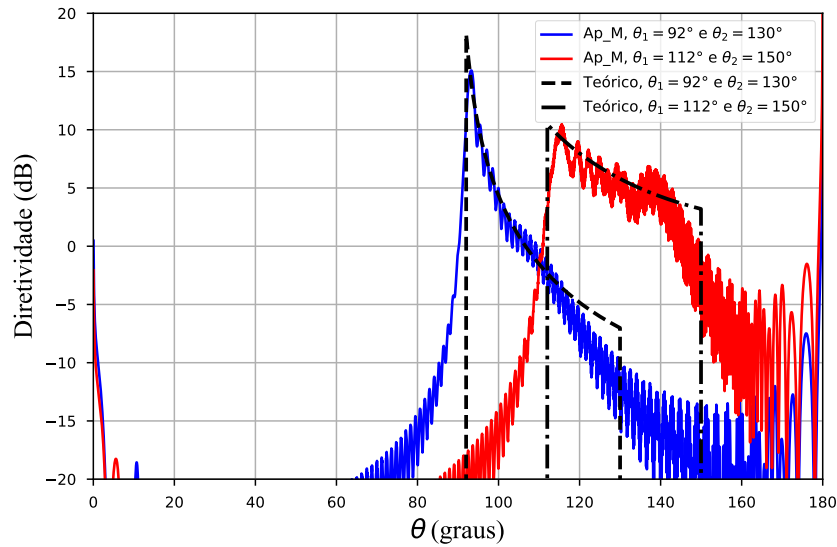


Figura 79 – Método da Abertura para G_{A1} , considerando $W_A = 50\lambda$.

Na Figura 79 estão representados os resultados do Método da Abertura e os perfis da função cossecante-ao-quadrado. Os resultados do Método da Abertura se adequam bem aos diagramas esperados para as duas combinações de θ_1 e θ_2 . Em relação à primeira distribuição de amplitude, G_{A1} , pode-se perceber altos níveis de lóbulos secundários para $\theta > \theta_2$.

Na Figura 80 estão representados os resultados para a amplitude G_{A2} . Pode-se perceber leve redução dos níveis de lóbulos secundários, mas, de forma geral, os resultados para G_{A1} e G_{A2} são basicamente os mesmos.

Na Figura 81 são mostrados os resultados para a distribuição de amplitude G_{A3} . Neste caso, houve redução considerável nos níveis de lóbulos secundários. Além disso, o diagrama de radiação apresenta menores oscilações.

Por último, na Figura 82 estão indicados os resultados relacionados à amplitude G_{A4} . Este resultado apresenta um bom comportamento, semelhante ao resultado obtido considerando G_{A3} . Entretanto, a amplitude G_{A4} permite maior redução dos níveis de diretividade para $\theta > \theta_2$, podendo ser considerado o melhor resultado de diagrama de radiação pelo Método da Abertura.

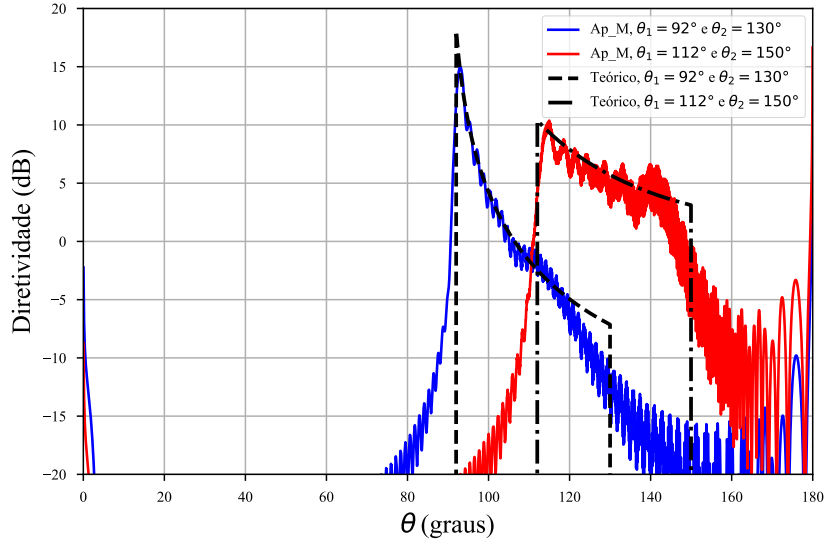


Figura 80 – Método da Abertura para G_{A2} , considerando $W_A = 50\lambda$.

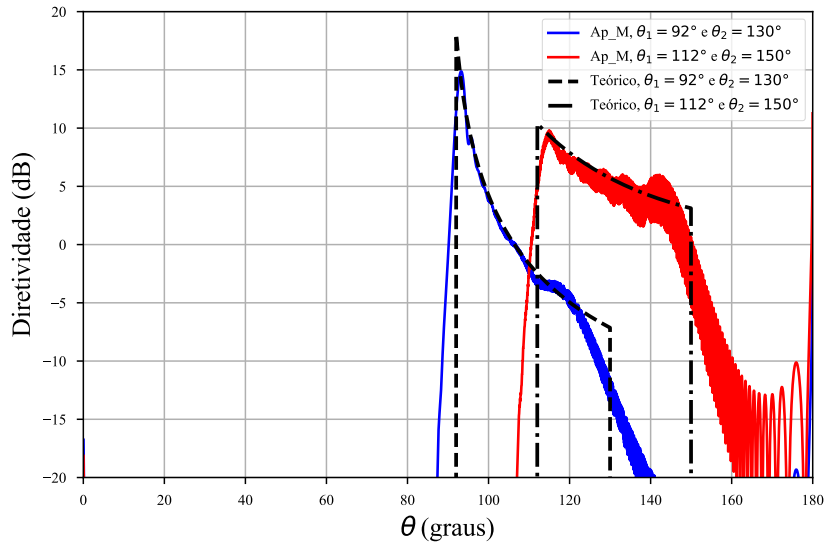


Figura 81 – Método da Abertura para G_{A3} , considerando $W_A = 50\lambda$.

4.3.2.2 Estudo de caso: Variação de W_A

O segundo estudo de caso envolve a análise da influência da largura W_A da abertura cilíndrica. Considerou-se aberturas com $W_A = 10\lambda$ e $W_A = 100\lambda$, para $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

Na Figura 83 são mostrados os resultados para a amplitude G_{A1} . Nitidamente, o aumento da abertura permite que o diagrama de radiação se aproxime do perfil cossecante-a-quadrado desejado. A abertura com $W_A = 10\lambda$ apresenta grandes oscilações de diretividade e altos níveis de lóbulos secundários, se adequando menos ao perfil esperado. Já a abertura com $W_A = 100\lambda$ apresenta um comportamento mais próximo do idealizado.

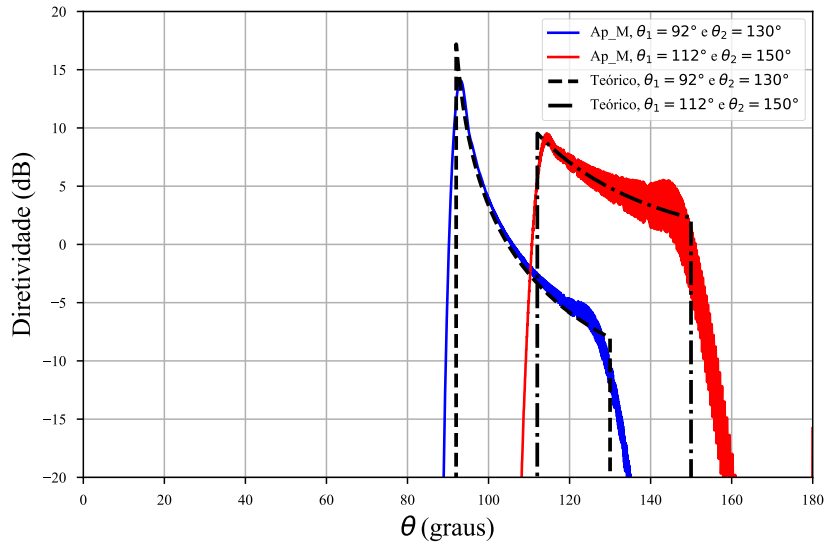


Figura 82 – Método da Abertura para G_{A4} , considerando $W_A = 50\lambda$.

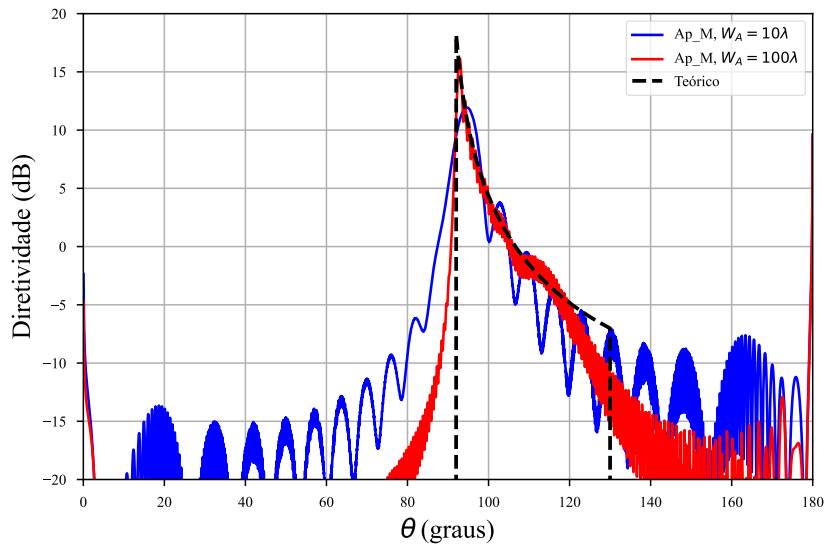


Figura 83 – Método da Abertura para G_{A1} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

Na Figura 84 é representado o resultado do Método da Abertura para a amplitude G_{A2} . Os resultados apresentam uma ligeira redução dos níveis de lóbulos secundários, quando comparados com os da amplitude G_{A1} .

Na Figura 85 estão representados os resultados para a amplitude G_{A3} . Estes resultados, mesmo para uma abertura com $W_A = 10\lambda$, apresentam considerável redução dos níveis de lóbulos secundários e redução das oscilações, quando comparados aos resultados das duas primeiras distribuições de amplitude.

Na Figura 86 estão indicados os resultados para a amplitude G_{A4} . É possível notar

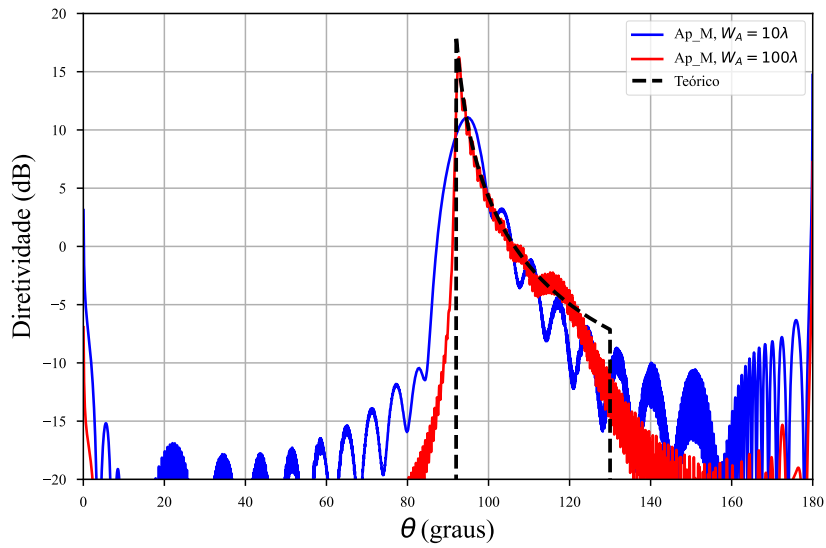


Figura 84 – Método da Abertura para G_{A2} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

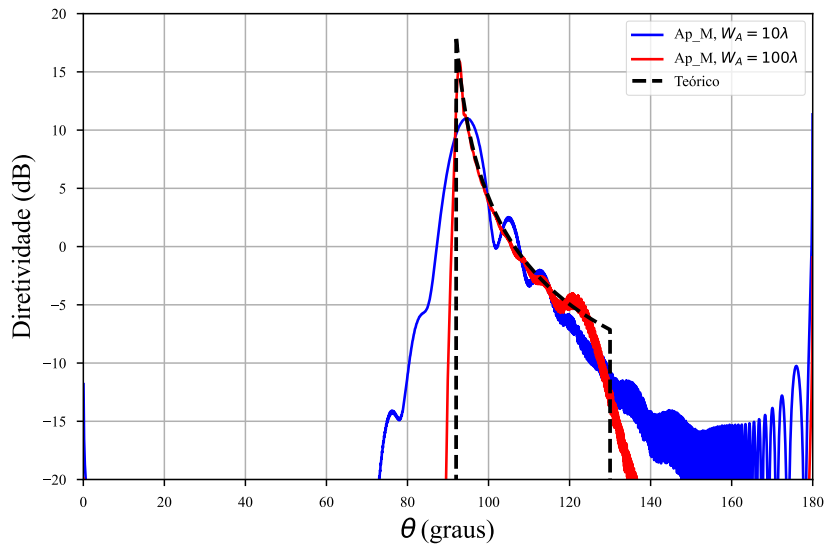


Figura 85 – Método da Abertura para G_{A3} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

redução nos níveis de lóbulos secundários em relação à amplitude G_{A3} , principalmente para $\theta > \theta_2$.

Por fim, com base nos resultados do Método da Abertura para $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$, foram organizados na Tabela 7 os valores de diretividade máxima e os respectivos ângulos θ em que ocorrem. É esperado que a diretividade máxima ocorra próxima de $\theta = \theta_1 = 92^\circ$.

Com base nos resultados da Tabela 7, de forma geral, destaca-se que maiores valores de W_A proporcionam maiores valores de diretividade máxima. Além disso, com o aumento de W_A , percebe-se que os ângulos de máxima diretividade se aproximam de $\theta_1 = 92^\circ$.

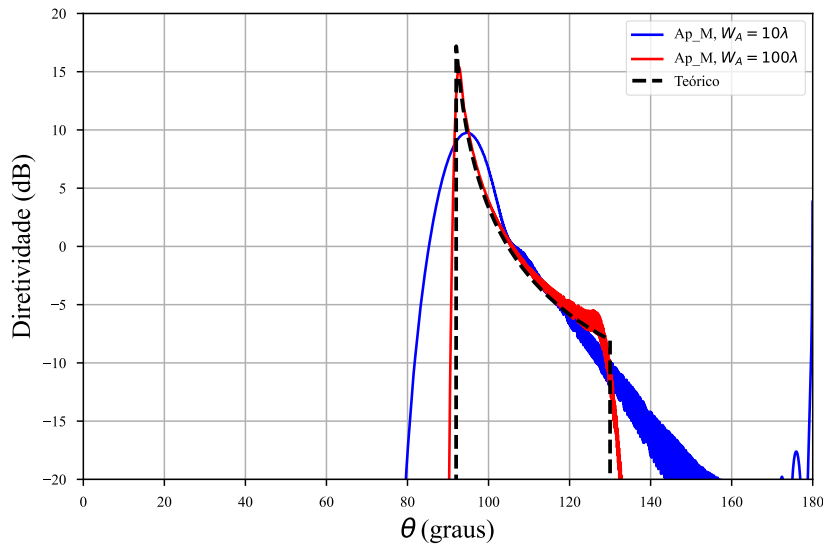


Figura 86 – Método da Abertura para G_{A4} , considerando $\theta_1 = 92^\circ$ e $\theta_2 = 130^\circ$.

Tabela 7 – Diretividade máxima para o diagrama de radiação cossecante-ao-quadrado para $\theta_1 = 92^\circ$.

Amplitude	$W_A (\lambda)$	Ângulo de Máximo (graus)	Diretividade Máxima (dB)
G_{A1}	10	94,76	11,95
	50	93,25	15,09
	100	92,87	16,16
G_{A2}	10	94,81	11,09
	50	93,01	14,97
	100	92,73	16,23
G_{A3}	10	94,76	11,02
	50	93,25	14,87
	100	92,82	15,90
G_{A4}	10	94,81	9,76
	50	93,06	14,08
	100	92,73	15,40

Destaca-se também que as distribuições G_{A3} e G_{A4} apresentam diretividades máximas menores, quando comparadas com as distribuições G_{A1} e G_{A2} . Por exemplo, considerando $W_A = 100\lambda$, a diretividade máxima relacionada à distribuição de amplitude G_{A1} foi $D_{m\acute{a}x} = 16,16$ dB, enquanto que para a distribuição de amplitude G_{A4} foi $D_{m\acute{a}x} = 15,40$ dB. Portanto, a atenuação de campo nas bordas da abertura geraram uma redução na diretividade máxima da abertura, como esperado.

Também pode-se destacar que a diretividade máxima relacionada à amplitude G_{A3} , de forma geral, foi superior à diretividade da amplitude G_{A4} . Por exemplo, para uma abertura $W_A = 10\lambda$, a diretividade para G_{A3} foi $D_{m\acute{a}x} = 11,02$ dB, enquanto para G_{A4} a diretividade foi de $D_{m\acute{a}x} = 9,76$ dB. Do ponto de vista de diretividade máxima, a

amplitude G_{A3} é mais vantajosa que a amplitude G_{A4} .

Resumidamente, destaca-se o seguinte:

- Distribuições de amplitude G_{A3} e G_{A4} apresentaram redução de lóbulos secundários, em comparação com as distribuições G_{A1} e G_{A2} .
- Diretividade relacionada à amplitude G_{A4} apresentou menores níveis de lóbulos secundários.
- Amplitude G_{A3} apresentou menores níveis de lóbulos secundários quando comparada com as distribuições G_{A1} e G_{A2} , além de diretividade máxima superior à distribuição G_{A4} .

4.3.3 Aplicação do método na síntese de antenas refletoras

O objetivo nesta seção é avaliar o método proposto na síntese de antenas duplo-refletoras omnidirecionais OADC. A antenna sintetizada aqui foi baseada na tese de Doutorado (Faria, 2023).

A antenna foi projetada com base nos resultados relacionados à amplitude G_{A3} , já que esta distribuição apresentou bons resultados em relação aos níveis de lóbulos secundários e em relação a diretividade máxima. Do ponto de vista prático, o comprimento elétrico de W_A deve ser suficientemente grande para atender às especificações do diagrama de radiação e também suficientemente pequeno para que a construção da antenna seja viável. Então, considerou-se uma abertura de 30λ . Os valores adotados para os parâmetros de G_{A3} na síntese foram: $\chi_1 = 0$, $\chi_2 = 0,87$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 9$ e $\beta_1 = \beta_2 = 3$. Na Figura 87 são mostradas as geratrizes da antenna sintetizada.

Para validação da síntese, a antenna foi simulada por meio do Método dos Momentos e também utilizando o *software* ANSYS HFSS. É importante destacar que o método de síntese de abertura proposto nesta dissertação permite projetar antenas cujas dimensões são em função de λ , como é mostrado na Figura 87. Nas simulações, implementou-se a análise para frequência de 30 GHz, ou seja, para $\lambda = 1$ cm.

Para a análise dessa antenna, utilizou-se como alimentador uma corneta coaxial (Moreira; Bergmann, 2005). A Figura 88 mostra o alimentador analisado pelo *software* ANSYS HFSS.

Inicialmente, o alimentador foi simulado sem os refletores utilizando o *software* HFSS. Considerou-se uma excitação do tipo *lumped port* na simulação. Os resultados de S_{11} e ganho são mostrados nas Figuras 89 e 90, respectivamente.

Em relação ao resultado de S_{11} , mostrado na Figura 89, destaca-se que o alimentador apresenta baixa perda de retorno para a frequência de interesse (30 GHz), com S_{11} abaixo

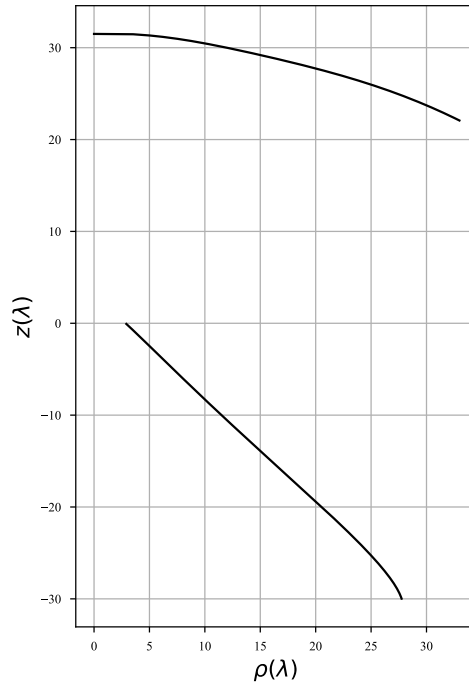


Figura 87 – Geratrizes da antena OADC sintetizada.

de -10 dB. Além disso, o ganho mostrado na Figura 90 está de acordo com o ganho esperado para a corneta coaxial (Moreira; Bergmann, 2005).

Com o alimentador validado, adicionou-se os refletores na simulação. Avaliou-se este problema de forma híbrida no *software* HFSS. O alimentador foi analisado pelo Método de Elementos Finitos e os refletores foram analisados utilizando a Óptica Física. Sabe-se que o Método dos Momentos e o Método de Elementos Finitos permitem avaliar a estrutura com maior precisão, contudo, são caracterizados por possuírem alto custo computacional. Como os refletores são eletricamente grandes, optou-se pela análise considerando a Óptica Física, por ser caracterizada pelo menor custo computacional.

O modelo simulado está representado na Figura 91. Também foi representado nesta figura o diagrama de radiação 3D resultante da análise. Por esta representação, é possível identificar a forma do diagrama cossecante-ao-quadrado.

Na Figura 92 é mostrada a comparação entre os diagramas obtidos via Método da Abertura, Método dos Momentos e ANSYS HFSS. Os resultados obtidos por meio do Método dos Momentos e ANSYS HFSS apresentam boa concordância, inclusive em relação aos lóbulos secundários. Em relação ao Método da Abertura, percebe-se boa concordância com os demais métodos para a região de interesse do feixe cossecante-ao-quadrado, ou seja, para $92^\circ < \theta < 135^\circ$.

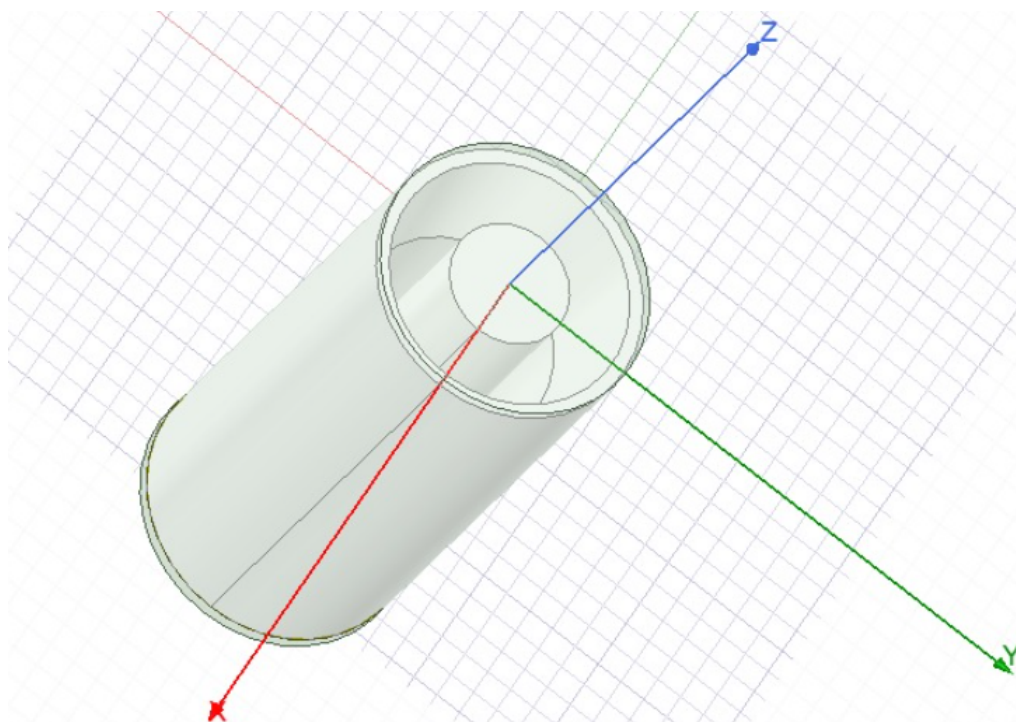


Figura 88 – Alimentador implementado no *software* ANSYS HFSS.

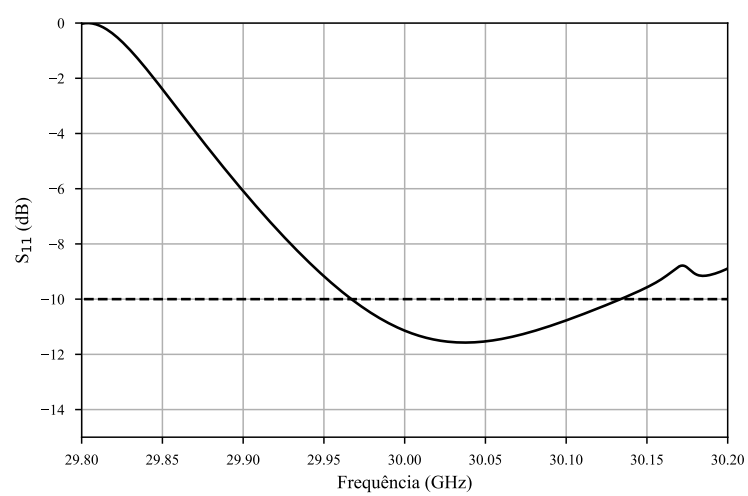


Figura 89 – Perda de retorno do alimentador sem refletores implementado no *software* ANSYS HFSS.

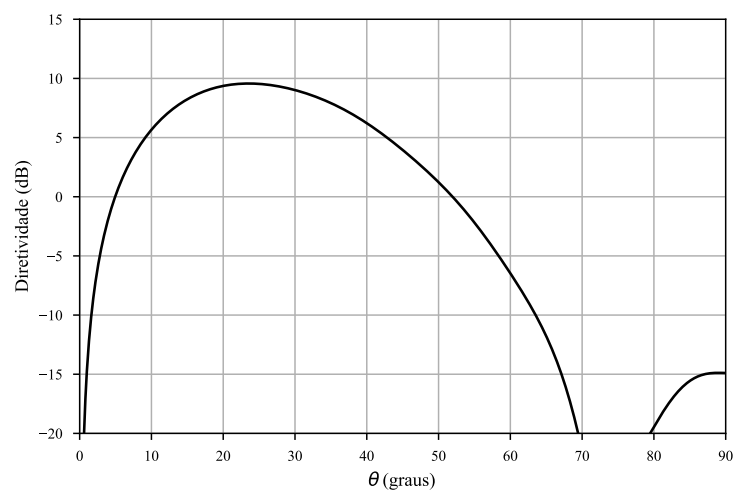


Figura 90 – Ganho do alimentador sem refletores implementado no *software* ANSYS HFSS.

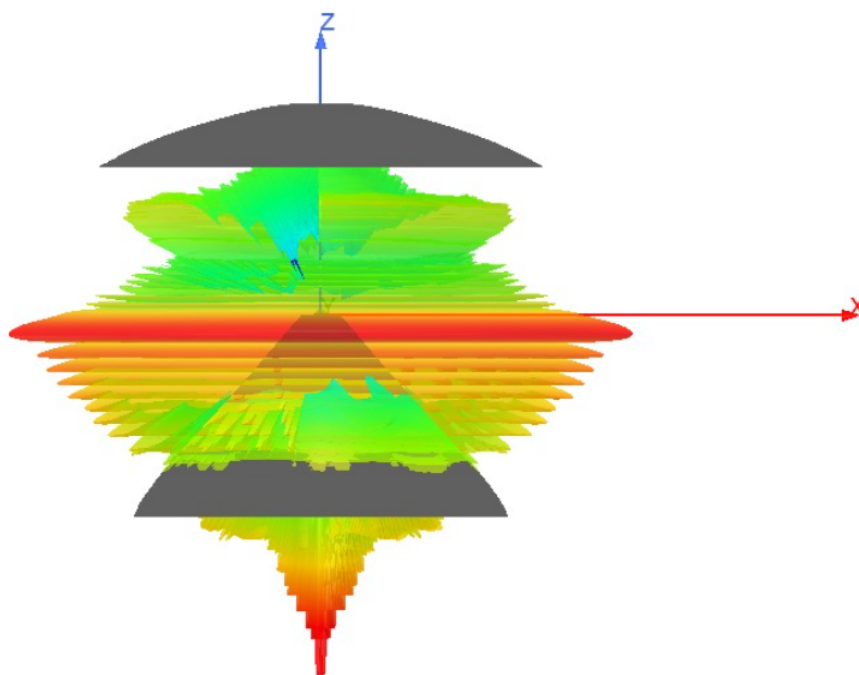


Figura 91 – Representação da antena projetada e seu respectivo diagrama de radiação.

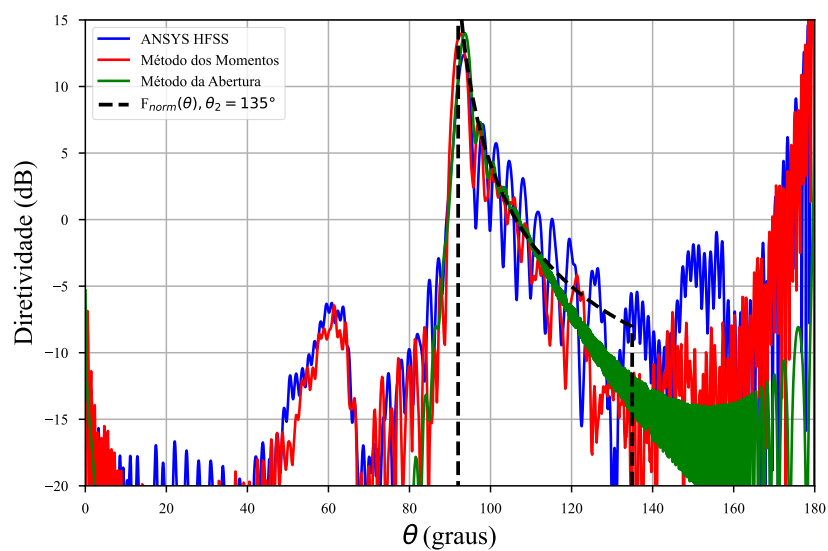


Figura 92 – Comparação de Diretividade utilizando Método da Abertura, Método dos Momentos e ANSYS HFSS.

5 Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido um estudo envolvendo a síntese de campo em aberturas circulares e cilíndricas. Foram propostas distribuições de amplitudes e, a partir delas, foram sintetizadas distribuições de fase para atender aos diagramas de radiação do tipo topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado.

Para cada tipo de diagrama de radiação, foram feitos estudos envolvendo os principais parâmetros da síntese. Para avaliar a influência desses parâmetros no diagrama de radiação das antenas, empregou-se o Método da Abertura. O Método da Abertura também foi útil para validar a técnica de síntese de fase.

Posteriormente, empregou-se as distribuições de amplitude e fase na síntese de antenas duplo-refletoras de aberturas circulares e cilíndricas (Almeida Jr.; Moreira, 2021), (Faria, 2023). Avaliou-se as antenas de abertura circular pelo Método dos Momentos e a antena de abertura cilíndrica por Método dos Momentos e simulação 3D pelo *software* ANSYS HFSS. O objetivo dessas simulações é verificar se a síntese de amplitude e fase na abertura, por ser baseada em técnica assintótica, pode ser empregada em projetos realistas de antenas. Verificou-se para todos os tipos de diagramas investigados, topo plano, Isoflux e cossecante-ao-quadrado, que os resultados se aproximaram do diagrama esperado.

Este trabalho teve como principal referência a síntese de fase considerando amplitude uniforme, desenvolvida em (Biswas, 2013). Como principal contribuição dessa dissertação pode-se destacar que, por meio de amplitudes não uniforme, foi possível adaptar a técnica para obter diagramas de radiação com menores níveis de lóbulos secundários e menores oscilações do diagrama de radiação. Destaca-se a distribuição de amplitude G_{A4} , que apresentou excelente desempenho na redução dos níveis de lóbulos secundários nas aberturas circulares sem bloqueio e cilíndricas.

5.1 Propostas de Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, pode-se destacar:

- Desenvolver uma técnica mais precisa para aberturas circulares bloqueadas. Deve-se reavaliar as expressões utilizadas pelo Método da Fase Estacionária, levando em consideração a proximidade entre o ponto de fase estacionária e os limites da integral de radiação.
- Neste trabalho foram propostas seis distribuições de amplitudes para aberturas circulares e quatro amplitudes para aberturas cilíndricas. A aplicação das distribuições

na síntese de antenas refletoras foi limitada nesta dissertação. Sugere-se, como trabalhos futuros, avaliar o comportamento de antenas para outros pares de amplitude e fase propostos aqui.

- Como a distribuição de amplitude G_{A4} apresentou o melhor desempenho em relação aos níveis de lóbulos secundários para aberturas cilíndricas, deve-se considerar esta distribuição na síntese de antenas duplo-refletoras omnidirecionais.
- Pode-se desenvolver estudos relacionados à otimização dos parâmetros. Por exemplo, a distribuição de amplitude G_{A3} apresenta diversos parâmetros que podem ser otimizados, levando em consideração a redução de lóbulos secundários e das oscilações do diagrama de radiação.
- Pode-se permitir ao algoritmo de otimização variar a amplitude e fase, partindo de amplitudes e fases que já apresentam um bom resultado.
- Pode-se fixar uma distribuição de amplitude que permita baixos níveis de lóbulos secundários e definir a distribuição de fase de forma iterativa com algoritmos de otimização.
- Empregar análises rigorosas pelo *software* ANSYS HFSS na análise de antenas de aberturas circulares e cilíndricas, levando em consideração todas as características necessárias para construção dessas antenas.
- Reduzir a perda de retorno no interior do guia (alimentador), buscando maximizar a banda de operação.
- Construção e medição de antenas de aberturas circulares e cilíndricas para validar as técnicas de síntese desenvolvidas.

Referências

- Almeida Jr., H.; Moreira, F. J. S. Design of dual-reflector antennas shaped for ISOFLUX radiation patterns. In: *2021 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC)*. 2021. p. 1–3.
- Angeletti P.; Buttazzoni, G. T. G. V. R. Parametric Analysis of Linear Periodic Arrays Generating Flat-Top Beams. *Electronics*, v. 10(20):2452., 2021.
- Balanis, C. A. *Antenna Theory: Analysis and Design*. : Wiley; 4th Revised ed., 2016.
- Biswas, M. *An aperture synthesis technique for cylindrical printed lens/transmitarray antennas with shaped beams. Dissertação (Mestrado) - Ottawa-Carleton Institute for Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, University of Ottawa, Ottawa, Canadá*. 2013.
- Chakraborty, B. D. A.; Sanyal, G. Determination of phase functions for a desired one-dimensional pattern. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 29, n. 3, p. 502–506, 1981.
- Chakraborty, B. D. A.; Sanyal, G. Beam shaping using nonlinear phase distribution in a uniformly spaced array. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 30, n. 5, p. 1031–1034, 1982.
- Chi, H. T. H. P. L.; Yang, T. Wideband Microstrip Reflectarray Antenna Using Multiple-Frequency Phase Synthesis Approach. In: *2020 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC)*. 2020. p. 1–5.
- Faria, T. V. B. *Novas Técnicas para a Síntese de Antenas Duplo-Reflatorias Circularmente Simétricas com o Controle de Iluminação na Abertura*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2023.
- Faria T. V. B.; Moreira, F. J. S. New technique for shaping axisymmetric dual-reflector antennas using conic sections to control aperture illumination. *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, v. 14, n. 12, p. 1310–1315, 2020.
- Galindo, V. Design of dual reflector antennas with arbitrary phase and amplitude distributions. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 12, p. 403–408, 1964.
- H. Dou et al. One-Dimensional Mirrored Aperture Synthesis With Two Tilted Reflectors. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, IEEE, v. 19, n. 8016105, p. 1–5, 2022.
- Hao, Z. C.; He, M. Developing Millimeter-Wave Planar Antenna With a Cosecant Squared Pattern. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, IEEE, v. 65, n. 10, p. 5565–5570, 2017.
- Harrington, R. F. *Field Computation by Moment Methods*. : Wiley-IEEE Press, 1993.
- Huang, J.; Encinar, J. A. *Reflectarray Antennas*. : Wiley, 2007.

- Ibarra, M.; Panduro, M. A.; Andrade Ángel G.; Reyna, A. Design of sparse concentric rings array for LEO satellites. 2015.
- Leão, P. A. B.; Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S. Non-Uniform Phase Synthesis for Coscant-Squared Radiation Patterns. In: *2023 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), Castelldefels, Spain, pp. 280-282*. 2023.
- Leão, P. A. B.; Faria, T. V. B.; Moreira, F. J. S. Síntese de Distribuições de Fase Não Uniforme para Abertura Circular com Diagrama de Radiação Isoflux. In: *Anais do SBrT 2023, XLI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais*. 2023.
- Manohar, J. M. K. V.; Rahmat-Samii, Y. Synthesis and Analysis of Low Profile, Metal-Only Stepped Parabolic Reflector Antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 66, n. 6, p. 2788–2798, 2018.
- Mao, Y.; Xu, S.; Yang, F.; Elsherbeni, A. Z. A Novel Phase Synthesis Approach for Wideband Reflectarray Design. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 63, n. 9, p. 4189–4193, 2015.
- Moreira, F. J. S.; Bergmann, J. R. Classical axis-displaced dual-reflector antennas for omnidirectional coverage. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 53, n. 9, p. 2799–2808, 2005.
- Moreira, F. J. S.; Bergmann, J. R. Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas for Omnidirectional Coverage With Arbitrary Main-Beam Direction in the Elevation Plane. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 54, n. 10, p. 2854–2861, 2006.
- Moreira, F. J. S.; Prata, A. Generalized classical axially-symmetric dual-reflector antennas. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, IEEE, v. 2, p. 1402–1405, 1997.
- Moreira, F. J. S.; Prata, A.; Bergmann, J. R. GO Shaping of Omnidirectional Dual-Reflector Antennas for a Prescribed Equi-Phase Aperture Field Distribution. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 55, n. 1, p. 99–106, 2007.
- Oppenheim, A. V.; Schafer, R. W. *Processamento em Tempo Discreto de Sinais*. : Pearson Education, 2013.
- Papathanasopoulos, A.; Rahmat-Samii, Y. Transmitarray Antenna for Conical Beam Scanning. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 70, n. 11, p. 11155–11160, 2022.
- Ran X. H. Wang, Y. D. H. S. W. Q. X.; Wang, B. Z. Dual-Polarized Nonuniform Fabry-Pérot Cavity Antenna With Flat-Topped Radiation Pattern. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, IEEE, v. 21, n. 5, p. 1060–1064, 2022.
- Ravanelli, R.; Iannicelli, C.; Baldecchi, N.; Franchini, F. Multi-objective optimization of an isoflux antenna for leo satellite down-handling link. In: *18-th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications*. 2010. p. 1–4.
- Silver, S. *Microwave Antenna Theory and Design*. : IEE Electromagnetic Wave Series Vol. 19, Peter Peregrinus (on behalf of the IEE), 1984.

Xu, L. et al. A Phase Synthesis Method for Reflectarray in High-Power Microwave Application. *IEEE Transactions on Plasma Science*, IEEE, v. 50, n. 9, p. 2858–2863, 2022.

Zadeh, M. A. C.; Komjani, N. Flat-Topped Radiation Pattern Synthesis of a Conformal Leaky-Wave Holographic Antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 71, n. 5, p. 4045–4054, 2023.

Özgün Özlem; Kuzuoğlu, M. *MATLAB®-based Finite Element Programming in Electromagnetic Modeling*. : CRC Press, 2018.

APÊNDICE A – Síntese de fase para aberturas circulares

Seja uma abertura circular de raio $a = D_M/2$, com distribuição de amplitude $f(\rho')$ e fase $k\alpha(\rho')$ independentes de ϕ' . Para a região de campo distante:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\theta, \phi) \int_0^a f(\rho') J_0(k\rho' \sin \theta) e^{jk\alpha(\rho')} \rho' d\rho' \quad (\text{A.1})$$

onde $\vec{E}_0(\theta, \phi)$ representa a polarização e demais constantes, $\xi = \rho'/a$ e $u = \sin \theta$. Normalizando a variável de integração, temos:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\theta, \phi) a^2 \int_0^1 f(\xi) J_0(k a \xi u) e^{jk\alpha(\xi)} \xi d\xi \quad (\text{A.2})$$

Para argumentos pequenos, pode-se empregar a aproximação:

$$J_0(k a \xi u) = \frac{H_0^{(1)}(k a \xi u) + H_0^{(2)}(k a \xi u)}{2} \quad (\text{A.3})$$

sendo

$$H_0^{(1)}(k a \xi u) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k a \xi u}} e^{j k a \xi u} e^{-j\pi/4} \quad (\text{A.4})$$

e

$$H_0^{(2)}(k a \xi u) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k a \xi u}} e^{-j k a \xi u} e^{j\pi/4} \quad (\text{A.5})$$

Reescrevendo a integral (A.2) para argumentos pequenos, temos:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{E}_0(\theta, \phi) a^2}{\sqrt{2\pi k a u}} \int_0^1 f(\xi) [e^{j k a \xi u} e^{-j\pi/4} + e^{-j k a \xi u} e^{j\pi/4}] e^{jk\alpha(\xi)} \sqrt{\xi} d\xi \quad (\text{A.6})$$

Definindo a integral (A.6) em função de duas integrais, I_1 e I_2 , dadas por:

$$I_1 = \int_0^1 \sqrt{\xi} f(\xi) e^{jk[a\xi u + \alpha(\xi)]} d\xi \quad (\text{A.7})$$

e

$$I_2 = \int_0^1 \sqrt{\xi} f(\xi) e^{jk[-a\xi u + \alpha(\xi)]} d\xi \quad (\text{A.8})$$

temos:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{E}_0(\theta, \phi) a^2}{\sqrt{2\pi k a u}} [e^{-j\pi/4} I_1 + e^{j\pi/4} I_2] \quad (\text{A.9})$$

As integrais I_1 e I_2 , expressas em (A.7) e (A.8), podem ser avaliadas assintoticamente por meio do Método de Fase Estacionária. A aproximação assintótica, válida quando os limites de integração estão suficientemente afastados do ponto de fase estacionária, é dada por:

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x') e^{-jk\psi(x')} dx' = e^{-j\pi/4} \sqrt{\frac{\lambda}{\psi''(x_0)}} A(x_0) e^{-jk\psi(x_0)} \quad (\text{A.10})$$

O integrando expresso em (A.10) é dado por uma amplitude $f(x')$ e uma fase $\psi(x')$. Pode-se definir as integrais expressas em (A.7) e (A.8) a partir de uma função de amplitude e uma função de fase, sendo a função de amplitude dada por

$$A(\xi) = \sqrt{\xi} f(\xi) \quad (\text{A.11})$$

e a função de fase dada por

$$\psi(\xi) = -[\alpha(\xi) \pm a\xi u] \quad (\text{A.12})$$

Em (A.12), o sinal positivo está relacionado a fase da integral I_1 e o sinal negativo está relacionado a fase da integral I_2 . Pelo Método de Fase Estacionária, considera-se que $\psi'(\xi) = 0$ e $\psi''(\xi) \neq 0$, sendo $\psi'(\xi)$ a derivada de $\psi(\xi)$ e $\psi''(\xi)$ a derivada segunda de $\psi(\xi)$. Então, temos as seguintes relações:

$$\psi'(\xi) = -\alpha'(\xi) \mp a u = 0 \quad (\text{A.13})$$

ou seja,

$$\alpha'(\xi_0) = \mp a u \quad (\text{A.14})$$

Destaca-se que o sinal negativo em (A.14) está relacionado a integral I_1 , ou seja, para I_1 , $\alpha'(\xi_0)$ é dado por

$$\alpha'(\xi_0) = -a u \quad (\text{A.15})$$

já o sinal positivo expresso em (A.14) está relacionado a integral I_2 , ou seja, para I_2 , $\alpha'(\xi_0)$ é dado por

$$\alpha'(\xi_0) = a u \quad (\text{A.16})$$

A partir de (A.12) e (A.13), a derivada segunda $\psi''(\xi)$ é dada por:

$$\psi''(\xi_0) = -\alpha''(\xi_0) \quad (\text{A.17})$$

Com base na aproximação assintótica expressa em (A.10) e considerando as relações expressas em (A.11), (A.12) e (A.17), pode-se reescrever as integrais I_1 e I_2 , sendo

$$I_1 \approx e^{-j\pi/4} \sqrt{\frac{\lambda \xi_0}{\alpha''(\xi_0)}} f(\xi_0) e^{jk[\alpha(\xi_0) + a \xi_0 u]} \quad (\text{A.18})$$

e

$$I_2 \approx e^{-j\pi/4} \sqrt{\frac{\lambda \xi_0}{\alpha''(\xi_0)}} f(\xi_0) e^{jk[\alpha(\xi_0) - a \xi_0 u]} \quad (\text{A.19})$$

A partir da expressão (A.9) e dos resultados das aproximações para I_1 e I_2 expressos em (A.18) e (A.19), respectivamente, o módulo ao quadrado do campo é dado por:

$$|\vec{E}(\vec{r})|^2 = \frac{|\vec{E}_0(\theta, \phi)|^2 a^4}{2 \pi k a u} \frac{\lambda \xi_0}{|\alpha''(\xi_0)|} f^2(\xi_0) \quad (\text{A.20})$$

onde

$$\alpha''(\xi_0) = \frac{d\alpha'}{d\xi_0} = \pm a \frac{du}{d\xi_0} \quad (\text{A.21})$$

logo,

$$|\vec{E}(u)|^2 u du = \left(\frac{|\vec{E}_0(\theta, \phi)| a}{k} \right)^2 f^2(\xi) \xi d\xi \quad (\text{A.22})$$

Integrando dos dois lados em (A.22), temos:

$$\int_0^u \left(\frac{|\vec{E}(x)|}{|\vec{E}_0(\theta, \phi)|} \right)^2 x dx = \left(\frac{a}{k} \right)^2 \int_0^\xi f^2(\eta) \eta d\eta \quad (\text{A.23})$$

Normalizando (A.23), temos as funções $h(u)$ e $g(\xi)$, sendo $h(u)$ a densidade de potência radiada, expressa por:

$$h(u) = \frac{\int_0^u |\vec{E}(x)|^2 x dx}{\int_0^1 |\vec{E}(x)|^2 x dx} \quad (\text{A.24})$$

e $g(\xi)$ a densidade de potência requerida na abertura, expressa por

$$g(\xi) = \frac{\int_0^\xi f^2(\eta) \eta d\eta}{\int_0^1 f^2(\eta) \eta d\eta} \quad (\text{A.25})$$

Impondo a conservação de energia, ou seja, igualando (A.24) a (A.25), pode-se determinar a função de mapeamento $u(\xi)$. Por fim, para manter a notação empregada na dissertação, pode-se incluir na definição da fase $\psi(\xi)$ o número de onda k , ou seja

$$\psi(\xi) = k \alpha(\xi) \quad (\text{A.26})$$

Com isso, a equação diferencial expressa em (A.13) pode ser expressa por:

$$\frac{d\psi(\xi)}{d\xi} = \pm k a u(\xi) \quad (\text{A.27})$$

sendo a fase $\psi(\xi)$ dada pela solução desta equação diferencial.