

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 1 - Entregar até o dia 20 de março de 2025.

0 - Estudar o capítulo 1 do Harrington (inteiro), o 2 (seções 2.1 até 2.4, que é uma revisão de ondas planas) e o 3 (apenas o que foi visto em sala).

1 - Problema 1.1 do Harrington.

2 - Problema 1.3 do Harrington.

3 - Problema 2.2 do Harrington.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 2 - Entregar até o dia 27 de março de 2025

0 - Estudar os Capítulos 2 e 3 do Harrington.

Os problemas 1–3 são relacionados entre si e trazem alguns conceitos importantes sobre condições de contorno, que podem ser estendidos para a aplicação do princípio da equivalência. Estes problemas também dão uma idéia (embora não prática) de como excitar um determinado modo dentro de um guia.

1 - Problema 3.1 do Harrington.

2 - Problema 3.3 do Harrington.

3 - Problema 3.8 do Harrington.

4 - Problema 3.24 do Harrington.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 3 - Entregar até o dia 3 de abril de 2025

0 - Estudar o Capítulo 1 do Harrington (inteiro), o 2 (Seções 2.1 até 2.4; e também da 2.9 até a 2.11) e o 3 (inteiro).

1 - Problema 1.10 do Harrington. Note que os fasores no Harrington são rms.

2 - Problema 1.11 do Harrington. Note que os fasores no Harrington são rms.

3 - Revisão de ondas planas. Problemas 2.5 e 2.9 do Harrington.

4 - Problema 3.19 do Harrington. Para chegar na resposta do Harrington você precisa usar o sistema de coordenadas da figura do enunciado (note que a origem está no centro da abertura). Logo, você tem que adaptar a expressão do modo ao sistema de coordenadas apresentado.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 4 - Entregar até o dia 10 de abril de 2025

0 - Estudar os Capítulos 1, 2 e 3 do Harrington e as Seções 4.1 e 4.2.

1 - Problema 3.20, com excessão da “echo area”. Veja o exemplo dado na Seção 3.7 para ver como resolver o problema.

2 - Repita o problema anterior utilizando as aproximações da Ótica Física ao invés do Teorema da Indução. Em que direções os dois métodos fornecem o mesmo resultado?

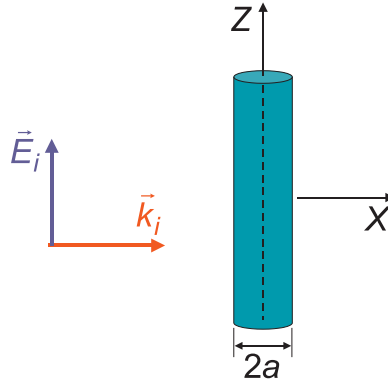
3 - Problema 2.22 do Harrington.

4 - Um avião quer se comunicar com um submarino. Para tal, ele transmite um sinal em 10 MHz, com campo incidente com $|\vec{E}| = 10^5$ V/m sobre a superfície do mar. O submarino apenas recebe sinais com, no mínimo, $|\vec{E}| = 10^{-5}$ V/m. Assuma para o mar que $\varepsilon' \approx 81 \varepsilon_o$, $\mu \approx \mu_o$ e $\sigma \approx 4$ S/m para esta frequência. Qual é a máxima profundidade de submersão para que o submarino ainda receba a transmissão? Assuma uma onda plana uniforme incidindo normalmente na superfície do mar e note que parte da energia é perdida na reflexão e outra parcela é perdida pela atenuação no mar.

A seguir vem o trabalho individual a ser entregue no final do semestre. Vale 20 pontos.

O trabalho refere-se à análise do espalhamento de uma onda plana uniforme por um cilindro condutor elétrico perfeito, infinito ao longo do eixo e com seção reta circular com raio a . Assuma a geometria apresentada a seguir, onde o fasor campo elétrico da onda incidente é dado por

$$\vec{E}(z) = \hat{z} e^{-jkz}.$$



Note que o problema é bi-dimensional (não há variação em z). Obtenha a componente E_z do campo espalhado em função da direção ϕ de 3 formas distintas, sempre assumindo um observador muito afastado do eixo z ($\rho \gg \lambda$):

- 1) analiticamente (este assunto será tratado mais adiante, mas é bom implementar a solução analítica primeiro. Leia a Seção 5.9 do Harrington ou, se preferir, a Seção 11.5 do Balanis de Eletromagnetismo),
- 2) utilizando a aproximação da óptica física (determine o integrando analiticamente, simplificando o que for possível, e integre numericamente o restante para obter E_z . Depure o algoritmo com a solução analítica implementada previamente),
- 3) utilizando o método dos momentos (é interessante que os dois itens acima estejam prontos em aproximadamente 1 mês, para dar tempo para esta implementação. Detalhes sobre a técnica serão dados no futuro).

Os resultados devem ser apresentados graficamente, plotando tanto a corrente induzida sobre o cilindro como o $|E_z|$ radiado (em decibéis e em função do ângulo de observação ϕ). Neste caso, remova a variação de $|E_z|$ com $1/\sqrt{\rho}$. Forneça resultados para $a = 0, 5\lambda, 4\lambda$ e 10λ .

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 5 - Entregar até o dia 17 de abril de 2025

0 - Estudar o Capítulo 2 do Harrington (todo), o 3 (Seções 3.12 e 3.13) e o 4 (Seções 4.1–4.8).

1 - Problemas 4.6, 4.7 e 4.8 do Harrington.

2 - Problema 4.19 do Harrington. Antes, estude a Seção 4.6 do Harrington. A melhor forma de resolver este problema é passar o eixo y para o centro da camada dielétrica, de tal forma que as paredes condutoras estarão em $x = \pm a/2$ e as interfaces entre dielétricos em $x = \pm d/2$. Aí, tanto para os modos TM_x como para os TE_x assuma dois casos: modo par em relação a x [$\Psi_1 \propto \cos(k_{x1} x)$] e ímpar [$\Psi_1 \propto \sin(k_{x1} x)$], onde o índice 1 refere-se ao meio dielétrico central. As equações a serem obtidas são:

$$\text{TM}_x \text{ par : } \quad \frac{k_{x0}}{\varepsilon_0} \tan \left[k_{x0} \left(\frac{a-d}{2} \right) \right] = -\frac{k_{x1}}{\varepsilon_1} \tan \left(k_{x1} \frac{d}{2} \right) .$$

$$\text{TM}_x \text{ ímpar : } \quad \frac{k_{x0}}{\varepsilon_0} \tan \left[k_{x0} \left(\frac{a-d}{2} \right) \right] = \frac{k_{x1}}{\varepsilon_1} \cot \left(k_{x1} \frac{d}{2} \right) .$$

$$\text{TE}_x \text{ par : } \quad \frac{k_{x0}}{\mu_0} \cot \left[k_{x0} \left(\frac{a-d}{2} \right) \right] = \frac{k_{x1}}{\mu_1} \tan \left(k_{x1} \frac{d}{2} \right) .$$

$$\text{TE}_x \text{ ímpar : } \quad \frac{k_{x0}}{\mu_0} \cot \left[k_{x0} \left(\frac{a-d}{2} \right) \right] = -\frac{k_{x1}}{\mu_1} \cot \left(k_{x1} \frac{d}{2} \right) .$$

3 - Problema 4.21 do Harrington. Antes, estude a Seção 4.7 do Harrington.

4 - Problema 4.32 do Harrington. Antes, estude a Seção 4.9 do Harrington. Utilize o conceito de expansão modal, aplicando as condições de contorno sobre a corrente.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 6 - Entregar até o dia 24 de abril de 2025

0 - Estudar até o Capítulo 4 do Harrington.

1 - Problema 2.33 do Harrington.

2 - Problema 2.35 do Harrington. Neste problema temos 3 ondas, todas associadas ao modo fundamental: uma onda incidente com amplitude conhecida, outra refletida com amplitude do campo elétrico multiplicada por Γ e outra transmitida com amplitude do campo elétrico multiplicada por T .

3 - Problema 4.33 do Harrington. Antes, estude a Seção 4.10 do Harrington. Trabalhe apenas com o modo fundamental TE_{01} em relação a z , já que este é o único a propagar com potência ativa. O que se pede é apenas a resistência de entrada.

4 - Problema 4.40 do Harrington.

5 - Problema 4.41 do Harrington.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 7 - Entregar até o dia 15 de maio de 2025

0 - Estudar as Seções 5.1–5.4 do Harrington.

1 - Problema 5.3 do Harrington.

2 - Problema 5.6 do Harrington.

3 - Problema 5.7 do Harrington.

4 - Problema 5.11 do Harrington. Antes, estude a Seção 5.3 do Harrington. Para resolver o problema relativo à componente H_ϕ , você precisa provar que

$$N_n''(z) J_n'(z) - J_n''(z) N_n'(z) = \frac{2}{\pi z} \left(1 - \frac{n^2}{z^2}\right).$$

Para tal, use a equação de Bessel

$$z^2 B_n''(z) + z B_n'(z) + (z^2 - n^2) B_n(z) = 0$$

e o Wronskiano

$$N_n'(z) J_n(z) - J_n'(z) N_n(z) = \frac{2}{\pi z}.$$

Essa relação é aquela da página 76, equação (6), do livro G. N. Watson, *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, 2nd edition, Cambridge University Press, NY, 1995.

5 - Problema 5.17 do Harrington, exceto a parte do Q.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 8 - Entregar até o dia 22 de maio de 2025

- 0 - Estudar as Seções 5.1–5.9 do Harrington.
- 1 - Problema 5.8 do Harrington.
- 2 - Problema 5.23 do Harrington. Faça apenas a primeira parte.
- 3 - Problema 5.28 do Harrington. Faça primeiro o limite em s_1 .
- 4 - Problema 5.30 do Harrington.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 9 - Entregar até o dia 5 de junho de 2025

0 - Estudar o Capítulo 5.

1 - Nas notas de aula e no Harrington (Seção 5.8) provou-se que:

$$\exp(-jkx) = \exp(-jk\rho \cos \phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j^{-n} J_n(k\rho) \exp(jn\phi) .$$

A partir do resultado acima, mostre que, para uma onda plana propagando na direção $\hat{y}$,

$$\exp(-jky) = \exp(-jk\rho \sin \phi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n J_n(k\rho) \exp(jn\phi) .$$

Desse resultado, obtenha a solução do problema 5.33 do Harrington.

2 - Problema 5.35 do Harrington. Observe também (não precisa entregar) os problemas 5.34 e 5.36.

3 - Problema 5.37 do Harrington.

4 - Problema 5.40 do Harrington. Resolva o problema aplicando o teorema da reciprocidade entre este problema e o do espalhamento de uma onda plana pelo cilindro, como se esta onda plana estivesse sendo gerada por um outro dipolo infinitesimal colocado na posição do observador do problema original. A resposta é o campo elétrico **total** do problema do espalhamento do cilindro PEC por uma onda plana com incidência oblíqua, campo esse observado na posição do dipolo infinitesimal deste problema.

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 10 - Entregar até o dia 12 de junho de 2025

0 - Estudar o Capítulo 5 e as Seções 6.1–6.4.

1 - Problema 6.1 do Harrington.

2 - Problema 6.5 do Harrington.

3 - Problema 6.7 do Harrington.

4 - Problema 6.10 do Harrington. Observe que o termo $1/|\vec{r}-\vec{r}'|$ corresponde ao potencial eletrostático de uma carga pontual. Logo, resolva este problema como uma solução da equação de onda (Helmholtz) no limite $k \rightarrow 0$ (ou seja, solução da equação de Laplace) ou procure solução em um livro mais avançado sobre eletrostática. Colocando a fonte localizada em $\vec{r}'$ sobre o eixo z , θ é o próprio ângulo esférico correspondente e, por simetria, o potencial não varia com ϕ (ou seja, $m = 0$).

Campos Eletromagnéticos Harmônicos

Prof. Fernando J. S. Moreira

Lista 11 (última) - Entregar até o dia 26 de junho de 2025

0 - Estudar o Capítulo 6 (Seções 6.1–6.12).

1 - Problema 6.25 do Harrington.

2 - Problema 6.26 do Harrington.

3 - Problema 6.29 do Harrington.

4 - Problema 6.30 do Harrington.