

FERNANDO JOSÉ DA SILVA MOREIRA

CONJUNTO DE ALIMENTADORES PARA ANTENAS REFLETORAS
COM FEIXES MODELADOS

Dissertação apresentada ao Departamento
de Engenharia Elétrica da PUC - Rio
como parte dos requisitos para a
obtenção do título de Mestre em
Ciências em Engenharia Elétrica.

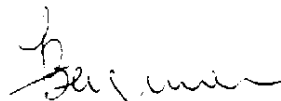
Orientador: JOSÉ RICARDO BERGMANN

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

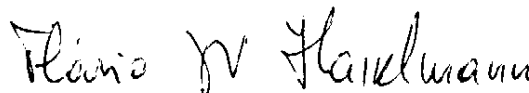
Rio de Janeiro, 10 de Julho de 1992

**CONJUNTO DE ALIMENTADORES PARA ANTENAS REFLETORAS
COM FEIXES MODELADOS**

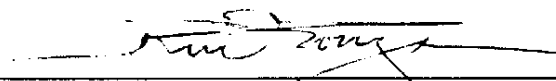
Dissertação de Mestrado apresentada por FERNANDO JOSÉ DA SILVA MOREIRA 10 de julho de 1992 ao Departamento de Engenharia Elétrica da PUC/Rio, e aprovada pela Comissão Julgadora, formada pelos seguintes professores:



PROF. JOSÉ RICARDO BERGMANN
ORIENTADOR - CETUC/PUC-Rio



PROF. FLAVIO JOSÉ VIEIRA HASSELMANN
CETUC/PUC-Rio



PROF. RUI FRAGASSI DE SOUZA
UNICAMP



Dr. LUIS CLAUDIO PALMA PEREIRA
TELEBRAS

Visto e permitida a impressão:

Rio de Janeiro, 15 / 07 / 1992.



PROF. SERGIO LUIZ ALVES DE QUEIROZ
COORDENADOR DOS PROGRAMAS DE PÓS-
GRADUAÇÃO DO CENTRO TÉCNICO CIENTÍFICO

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pela educação, apoio, carinho e compreensão; e aos meus irmãos, pela amizade.

Ao meu amigo e orientador professor José Ricardo Bergmann, pela amizade e estímulo.

Ao meu amigo e companheiro Rodolfo Sabóia, que me acompanha e atura desde longa data.

Aos colegas, funcionários e professores do CETUC, especialmente à turma do PAA, do chopp das sextas, e do futebol das terças.

À Ernesto Mathias, pela confecção de várias das ilustrações apresentadas neste trabalho.

RESUMO

Este estudo tem como tema a análise dos campos radiados por um conjunto de alimentadores para a iluminação de um sistema de único refletor embarcado em satélite, utilizado para a produção de diagramas modelados. É usada uma técnica para o tratamento do acoplamento mútuo entre os campos de aberturas retangulares num plano condutor elétrico infinito, de forma que os alimentadores aqui tratados serão guias retangulares abertos e cornetas piramidais. Uma formulação assintótica inédita foi desenvolvida para o acoplamento entre duas aberturas afastadas entre si. Como aplicação foram realizadas diversas sínteses para a iluminação do território brasileiro.

ABSTRACT

This study aims the analysis of the radiated fields of an array feeding a single reflector system for satellite applications, used to produce shaped beams. It is used a technique for the treatment of the mutual coupling effects between rectangular apertures in an infinite electric conductor plane, so the feeds used are open-ended rectangular waveguides and pyramidal horns. It is also presented a new asymptotic approach for the mutual coupling between far-distanced apertures. In order to study the application of these formulations, some synthesis for the illumination of the Brazilian territory were made.

SUMÁRIO

Índice de Ilustrações	ix
Índice de Tabelas	xvii
Capítulo 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Introdução	2
1.2 - Objetivo do trabalho	6
1.3 - Apresentação dos estudos a serem realizados em cada capítulo	8
1.3.1 - Capítulo 2: Acoplamento mútuo entre os campos	9
1.3.2 - Capítulo 3: Escolha da representação modal nas aberturas dos alimentadores	10
1.3.3 - Capítulo 4: Varredura do feixe refle- tido por um parabolóide para pequenos deslocamentos da fonte de alimentação	10
1.3.4 - Capítulo 5: Iluminação na borda do re- fletor	11
1.3.5 - Capítulo 6: Síntese de um conjunto de alimentadores para a iluminação do território brasileiro	12
1.3.6 - Capítulo 7: Sistema de refletor mode- lado alimentado por um pequeno conjun- to de alimentadores	12

Capítulo 2 - ACOPLAMENTO MÚTUO ENTRE OS CAMPOS	14
2.1 - Introdução	15
2.2 - Campos na abertura	16
2.3 - Campos radiados por uma abertura retangular ..	20
2.4 - Potência	22
2.5 - Acoplamento mútuo entre as aberturas	23
2.5.1 - Teoria	23
2.5.2 - Resolução das integrais pelo método de Lewin	29
2.5.3 - Acoplamento entre modos na mesma aber- tura	34
2.5.4 - Casos onde o cálculo das integrais po- de ser evitado	37
2.5.5 - Comparações com resultados da litera- tura	38
2.6 - Acoplamento mútuo entre aberturas suficiente- mente afastadas entre si	45
2.6.1 - Comparações entre os resultados das formulações integral e assintótica ...	53
2.7 - Reflexão de modos no interior da corneta pira- midal	63
2.7.1 - Corneta piramidal com ângulo de aber- tura gradual	63
2.7.2 - Solução aproximada para os campos no interior da corneta piramidal com ân- gulo de abertura gradual	65
2.7.3 - Reflexão de um modo superior pelo pla- no de "cut-off"	66

2.7.4 - Cálculo dos coeficientes dos modos nas aberturas para o caso de se utilizar a corneta piramidal	70
2.8 - Aspectos computacionais	71
Capítulo 3 - ESCOLHA DA REPRESENTAÇÃO MODAL NAS ABERTURAS DOS ALIMENTADORES	
3.1 - Introdução	75
3.2 - Coeficiente de reflexão de um guia (abertura num plano condutor infinito)	76
3.3 - Comparações com alguns dos resultados da seção 2.5.5	78
3.4 - Geometrias clássicas de "arrays"	91
Capítulo 4 - VARREDURA DO FEIXE REFLETIDO POR UM PARABOLÓI- DE PARA PEQUENOS DESLOCAMENTOS DA FONTE DE A- LIMENTAÇÃO	
4.1 - Introdução	108
4.2 - Projeção estereográfica	109
4.3 - Transformação conforme	111
4.4 - Deslocamento da fonte de alimentação	114
4.5 - Limites para o ângulo de offset ($2i_0$)	118
4.6 - Parabolóide equivalente em sistemas Cassegrain e Gregorian offset	120
4.7 - Exemplos da varredura do feixe radiado com o deslocamento do alimentador	124
Capítulo 5 - ILUMINAÇÃO NA BORDA DO REFLETOR	138

5.1 - Introdução	139
5.2 - Modelamento do campo radiado por um alimenta- dor	140
5.3 - Modelos de iluminação de abertura para o cál- culo da largura de meia potência do feixe re- fletido	151
5.4 - Exemplos	156
5.5 - Alguns comentários sobre a formulação	158
5.6 - Limitações na especificação da atenuação na borda do refletor	160
Capítulo 6 - SÍNTESE DE UM CONJUNTO DE ALIMENTADORES PARA A ILUMINAÇÃO DO TERRITÓRIO BRASILEIRO	167
6.1 - Introdução	168
6.2 - Especificações para a iluminação do território brasileiro	168
6.3 - Definição da geometria do sistema (síntese com 13 alimentadores)	171
6.4 - Síntese dos coeficientes das excitações	175
6.4.1 - Determinação do funcional a ser mini- mizado (método de MINIMAX)	181
6.5 - Resultados da iluminação do território brasi- leiro (13 alimentadores)	184
6.5.1 - Primeira síntese com 13 alimentadores (enlace de subida)	184
6.5.2 - Segunda síntese com 13 alimentadores (enlace de descida)	192
6.5.3 - Terceira síntese com 13 alimentadores	

(enlace de descida)	193
6.5.4 - Quarta síntese com 13 alimentadores	
(enlace de descida)	200
6.5.5 - Comentários sobre as sínteses com 13	
alimentadores	200
6.6 - Sínteses para a iluminação do território bra-	
sileiro com 17 alimentadores	207
6.6.1 - Primeira síntese com 17 alimentadores	
(enlace de descida)	208
6.6.2 - Segunda síntese com 17 alimentadores	
(enlace de descida)	212
6.6.3 - Terceira síntese com 17 alimentadores	
(enlace de subida)	218
6.6.4 - Comentários sobre as sínteses com 17	
alimentadores	224
6.7 - Comparação de resultados para expansões modais	
diferentes	230
6.8 - Comparação de resultados para a utilização da	
formulação assintótica para aberturas distan-	
tes entre si	234
 Capítulo 7 - SISTEMA DE REFLETOR MODELADO ALIMENTADO POR UM	
PEQUENO CONJUNTO DE ALIMENTADORES	244
7.1 - Introdução	245
7.2 - Geometria do sistema	246
7.2.1 - Refletor	246
7.2.2 - Alimentadores	247
7.3 - Passos da síntese	249

7.4 - Análise dos resultados	255
Capítulo 8 - CONCLUSÕES	262
Apêndices	265
A - Reuso das integrais duplas I_x, I_y, I_z	266
B - Determinação das integrais de auto acoplamento .	269
C - Resolução analítica das integrais utilizando uma representação assintótica para a função de Green	272
Referências Bibliográficas	275

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Capítulo 1:

1.1a - Iluminação através de vários feixes	3
1.1b - Iluminação através de um único feixe modelado .	3
1.2 - Conjuntos periódicos: posicionamentos usuais dos alimentadores	7

Capítulo 2:

2.1 - Seções para as análises modais	17
2.2 - Modos incidentes e refletidos na abertura	17
2.3 - Geometria da abertura retangular	19
2.4 - Geometria das relações entre as aberturas i e j	28
2.5 - Transformação $(x, x') \implies (\sigma, \gamma)$	31
2.6 - Coeficientes de acoplamento (TE ₁₀ - TE ₁₀)	41
2.7 - Coeficientes de acoplamento (TE ₁₀ - TE ₀₁)	42
2.8 - Coef. de reflexão (TE ₁₀): (a) magnitude (b) fase	42
2.9 - Coef. de acoplamento (TE ₁₀ -TE ₁₀): (a) 1 e 2 (b) 1 e 3	43
2.10 - Diagramas de radiação (1 e 7 modos), plano $\phi = -45^\circ$	43
2.11 - Coeficientes de acoplamento entre modos TE ₁₀ : (a) guias diferentes, (b) mesmo guia	44
2.12 - Formulações integral e assintóticas: simetria no plano E (TE ₁₀ - TE ₁₀). (a) $D=0,05\lambda$ (b) $D=1\lambda$	55
2.12 - Formulações integral e assintóticas: simetria	

no plano E (TE ₁₀ - TE ₁₀). (c) D=2λ (d) D=4λ ...	56
2.13 - Formulações integral e assintóticas: simetria no plano H (TE ₁₀ - TE ₁₀). (a) D=0,05λ (b) D=1λ	57
2.13 - Formulações integral e assintóticas: simetria no plano H (TE ₁₀ - TE ₁₀). (c) D=2λ (d) D=4λ ...	58
2.14 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE ₁₀ - TE ₁₀). (a) D=0,05λ (b) D=1λ ..	59
2.14 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE ₁₀ - TE ₁₀). (c) D=2λ (d) D=4λ	60
2.15 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE ₁₀ - TE ₀₁). (a) D=0,05λ (b) D=1λ ..	61
2.15 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE ₁₀ - TE ₀₁). (c) D=2λ (d) D=4λ	62
2.16 - Corneta piramidal	64
2.17 - Parâmetros χ e δ	64
2.18 - Modos na garganta e na abertura da corneta	64

Capítulo 3:

3.1 - Coeficiente de reflexão do modo TE ₁₀ (uma abertura)	77
3.2 - Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano-E): (a) $W_2=0,6\lambda$; (b) $W_2=0,8\lambda$	81
3.2 - Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano-E): (c) $W_2=1,01\lambda$; (d) $W_2=1,2\lambda$	82
3.3 - Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano-H): (a) $W_2=0,6\lambda$; (b) $W_2=0,8\lambda$	83
3.3 - Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano-H): (c) $W_2=1,01\lambda$; (d) $W_2=1,2\lambda$	84

3.4	- Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano diagonal): (a) $W_2=0,6\lambda$; (b) $W_2=0,8\lambda$	85
3.4	- Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano diagonal): (c) $W_2=1,01\lambda$; (d) $W_2=1,2\lambda$	86
3.5	- Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₀₁ (Plano diagonal): (a) $W_2=0,6\lambda$; (b) $W_2=0,8\lambda$	87
3.5	- Coeficiente de acoplamento TE ₁₀ -TE ₀₁ (Plano diagonal): (c) $W_2=1,01\lambda$; (d) $W_2=1,2\lambda$	88
3.6	- Coeficiente de acoplamento ($W=1,2\lambda$): (a) TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano-E) (b) TE ₁₀ -TE ₁₀ (Plano-H)	89
3.6	- Coeficiente de acoplamento ($W=1,2\lambda$): Plano Diagonal: (c) TE ₁₀ -TE ₁₀ (d) TE ₁₀ -TE ₀₁	90
3.7	- Geometria das aberturas dos alimentadores	93
3.8a	- Diagramas de polarização principal e cruzada: caso 1, 4 modos	98
3.8b	- Diagramas de polarização principal e cruzada: caso 1, 12 modos	99
3.8c	- Diagramas de polarização principal e cruzada: caso 1, 24 modos	100
3.9a	- Diagramas de polarização principal e cruzada: caso 2, 4 modos	101
3.9b	- Diagramas de polarização principal e cruzada: caso 2, 12 modos	102
3.9c	- Diagramas de polarização principal e cruzada: caso 2, 24 modos	103
3.10a	- Diagramas de polarização principal e cruzada: caso 3, 4 modos	104
3.10b	- Diagramas de polarização principal e cruzada:	

caso 3, 12 modos	105
3.10c - Diagramas de polarização principal e cruzada:	
caso 3, 24 modos	106

Capítulo 4:

4.1 - Definição da projeção estereográfica	110
4.2 - Definição dos eixos do alimentador e da abertura do refletor parabólico	112
4.3 - Sistema Cassegrain offset	122
4.4 - Sistema Gregorian offset	123
4.5 - Geometria da abertura do alimentador	126
4.6 - Diagramas do 1º exemplo: Pol. Principal e Cruzada	131
4.7 - Diagramas do 2º exemplo: Pol. Principal e Cruzada	132
4.8 - Diagramas do 3º exemplo: Pol. Principal e Cruzada	133
4.9 - Diagramas do 4º exemplo: Pol. Principal e Cruzada	134
4.10 - Diagramas do 5º exemplo: Pol. Principal e Cruzada	135
4.11 - Diagramas do 6º exemplo: Pol. Principal e Cruzada	136
4.12 - Diagramas do 7º exemplo: Pol. Principal e Cruzada	137

Capítulo 5:

5.1 - Relação entre a abertura e sua iluminação com o

nível de detalhamento do objetivo	141
5.2a - Largura de meia potência no plano-E	146
5.2b - Largura de meia potência no plano-H	146
5.3 - Geometria do alimentador	147
5.4 - Diagrama de radiação do alimentador 1. (a) Plano-H. (b) Plano-E.	149
5.5 - Diagrama de radiação do alimentador 2. (a) Plano-H. (b) Plano-E.	150
5.6 - Posições básicas dos alimentadores e dos feixes refletidos (grade triangular)	163
5.7 - Limites na atenuação na borda do refletor:	
(a) $D/F_o = 0,5$ (b) $D/F_o = 1,0$ (c) $D/F_o = 2,0$...	166

Capítulo 6:

6.1 - Especificações para a iluminação do Brasil	170
6.2 - Geometria do refletor parabólico	172
6.3 - Posicionamento dos feixes refletidos sobre o Brasil (síntese com 13 alimentadores)	176
6.4 - Geometria das aberturas do conjunto de 13 alimentadores	177
6.5 - Grade no Brasil para a 1ª síntese com 13 alimentadores	187
6.6 - Diagramas da 1ª síntese (13 alimentadores) em 5,85 GHz	188
6.7 - Diagramas da 1ª síntese (13 alimentadores) em 6,15 GHz	189
6.8 - Diagramas da 1ª síntese (13 alimentadores) em 6,425 GHz	190

6.9	- Grade no Brasil para a 2ª síntese com 13 alimentadores	194
6.10	- Diagramas da 2ª síntese (13 alimentadores) em 3,625 GHz	195
6.11	- Diagramas da 2ª síntese (13 alimentadores) em 3,9 GHz	196
6.12	- Diagramas da 2ª síntese (13 alimentadores) em 4,2 GHz	197
6.13	- Grade sobre o Brasil para as 3ª e 4ª sínteses com 13 alimentadores	201
6.14	- Diagramas das 3ª e 4ª sínteses (13 alimentadores) em 3,625 GHz	202
6.15	- Diagramas das 3ª e 4ª sínteses (13 alimentadores) em 3,9 GHz	203
6.16	- Diagramas das 3ª e 4ª sínteses (13 alimentadores) em 4,2 GHz	204
6.17	- Posicionamento dos feixes refletidos sobre o Brasil (síntese com 17 alimentadores)	209
6.18	- Geometria das aberturas do conjunto de 17 alimentadores	210
6.19	- Grade no Brasil para a 1ª síntese com 17 alimentadores	213
6.20	- Diagramas da 1ª síntese (17 alimentadores) em 3,625 GHz	214
6.21	- Diagramas da 1ª síntese (17 alimentadores) em 3,9 GHz	215
6.22	- Diagramas da 1ª síntese (17 alimentadores) em 4,2 GHz	216

6.23 - Grade no Brasil para a 2 ^a síntese com 17 alimentadores	219
6.24 - Diagramas da 2 ^a síntese (17 alimentadores) em 3,625 GHz	220
6.25 - Diagramas da 2 ^a síntese (17 alimentadores) em 3,9 GHz	221
6.26 - Diagramas da 2 ^a síntese (17 alimentadores) em 4,2 GHz	222
6.27 - Grade no Brasil para a 3 ^a síntese com 17 alimentadores	225
6.28 - Diagramas da 3 ^a síntese (17 alimentadores) em 5,85 GHz	226
6.29 - Diagramas da 3 ^a síntese (17 alimentadores) em 6,15 GHz	227
6.30 - Diagramas da 3 ^a síntese (17 alimentadores) em 6,425 GHz	228
6.31 - Diagramas do caso com 1 modo	231
6.32 - Diagramas do caso com 4 modos	232
6.33 - Diagramas dos casos E.A.1 e E.A.2 (3,9 GHz) ...	236
6.34 - Diferença entre campos	237
6.35 - Diagramas dos casos E.A.1 e E.A.2 (6,15 GHz) ..	240
6.36 - Diferença entre campos	241

Capítulo 7:

7.1 - Geometria das aberturas no plano x_0, y_0	248
7.2 - Diagramas do primeiro passo (6,15 GHz)	251
7.3 - Diagramas do segundo passo (6,15 GHz)	253
7.4 - Diagramas do terceiro e quarto passos (6,15	

GHZ)		254
7.5 - Diagramas do quinto passo (6,15 GHz)		256
7.6 - Diagramas do quinto passo para os extremos da banda		259
7.7 - Diagramas do conjunto com 5 alimentadores		260
7.8 - Diagramas do conjunto com 17 alimentadores		261

Apêndice B:

B.1 - Transformação $(\sigma, \lambda) \Rightarrow (\rho, \phi)$		271
--	-------	-----

LISTA DE TABELAS

Capítulo 2:

- 2.1 - Parâmetros R_{mn} , C_x , C_y , C_z 27

Capítulo 3:

- 3.1 - Coeficientes de reflexão do modo fundamental
excitado no guia central 96
- 3.2 - Valores de pico dos diagramas de polarização
cruzada das Figuras 3.8 - 3.10 97

Capítulo 4:

- 4.1 - Deslocamento dos feixes refletidos de acordo
com a teoria de Dragone (sinal de y trocado) .. 130
- 4.2 - Valores dos máximos dos diagramas de polariza-
ção cruzada 130

Capítulo 5:

- 5.1 - Dimensões dos alimentadores 148
- 5.2 - Parâmetros das Figuras 5.4 e 5.5 151
- 5.3 - Parâmetros dos exemplos das Figuras 4.6-4.12 .. 159

Capítulo 6:

- 6.1 - Coordenadas das Figuras 6.3 e 6.4 178
- 6.2 - Coeficientes do modo TE₀₁ na 1ª síntese com 13
alimentadores 191
- 6.3 - Coeficientes do modo TE₀₁ na 2ª síntese com 13

alimentadores	198
6.4 - Coeficientes do modo TE01 na 3 ^a síntese com 13 alimentadores	199
6.5 - Coeficientes do modo TE01 na 4 ^a síntese com 13 alimentadores	205
6.6 - Coordenadas das Figuras 6.17 e 6.18	211
6.7 - Coeficientes do modo TE01 na 1 ^a síntese com 17 alimentadores	217
6.8 - Coeficientes do modo TE01 na 2 ^a síntese com 17 alimentadores	223
6.9 - Coeficientes do modo TE01 na 3 ^a síntese com 17 alimentadores	229
6.10 - Coeficientes dos modos TE01 refletidos (b_m) ...	233
6.11 - Coeficientes do modo TE01: 2 ^a síntese com 17 alimentadores (expressões integral e assintóticas)	238
6.12 - Coeficientes do modo TE01: 3 ^a síntese com 17 alimentadores (expressões integral e assintóticas)	242

Capítulo 7:

7.1 - Dimensões das cornetas	247
7.2 - Coordenadas das aberturas	249
7.3 - Amplitude dos modos excitados	257

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Introdução:

Apesar da grande expansão do uso de fibras óticas, as comunicações via satélite continuam a realizar funções importantes, principalmente em comunicações móveis e entre regiões remotas. Para manter a competitividade em um número crescente de serviços, os projetos dos equipamentos embarcados em satélite tornam-se cada vez mais complexos. Para as antenas, novos conceitos foram introduzidos: a capacidade de produzir múltiplos feixes, de acomodar novas especificações uma vez em órbita (reconfigurabilidade) e de produzir feixes modelados.

A possibilidade de produzir múltiplos feixes (Figura 1.1a) permite a utilização mais eficiente da energia radiada, quando a região a ser coberta apresenta um tráfego de informação não uniforme. Em determinados momentos, a antena geraria um conjunto de feixes estreitos focalizando diretamente regiões menores mas com um tráfego intenso, como, por exemplo, as grandes cidades. Outra forma de utilização eficiente da energia radiada é o emprego de antenas com feixes modelados (Figura 1.1b), que permitem a redução da radiação fora das áreas de interesse. Isto permite a utilização de um equipamento mais leve (baterias) trazendo como consequência o prolongamento da vida útil dos satélites. Além destes aspectos técnicos, feixes modelados também são considerados em aplicações onde conveniências políticas ou estratégicas imponham restrições a que regiões vizinhas recebam a informação transmitida.

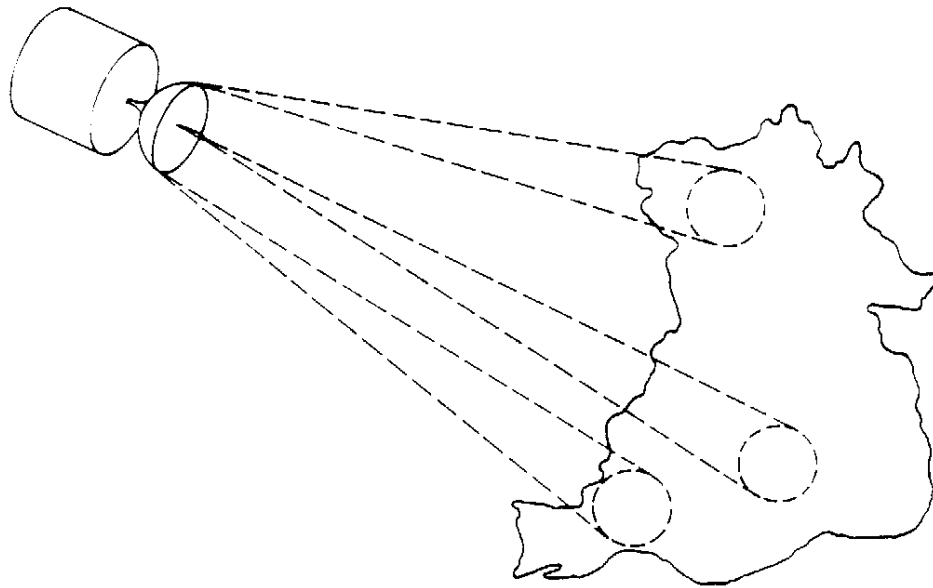


Fig. 1.1a - Iluminação através de vários feixes

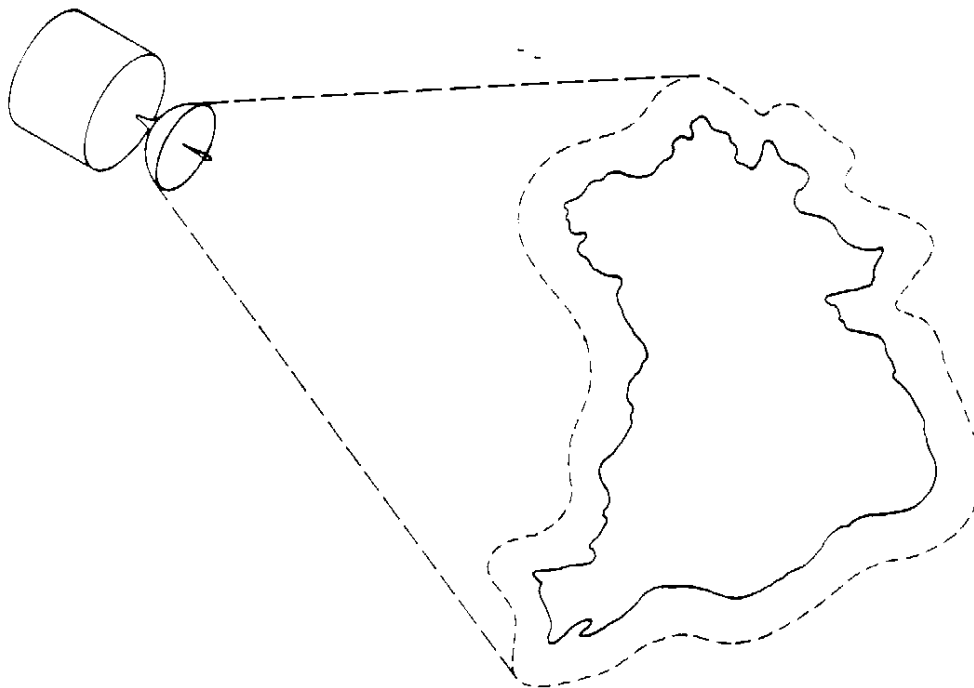


Fig. 1.1b - Iluminação através de um único feixe modelado

A fim de aumentar a eficiência de operação do satélite e aproveitar ao máximo o espectro de frequências disponível, as antenas e os respectivos equipamentos podem ser projetados para a reutilização de uma mesma faixa deste espectro. Este reuso de frequências pode ser feito de duas formas: através da polarização do campo eletromagnético e através do isolamento espacial. O reuso de frequência através da polarização é baseado no fato dos campos eletromagnéticos suportarem dois vetores de polarização mutuamente ortogonais entre si, comportando-se como dois canais independentes de informação. Já o reuso de frequência através do isolamento espacial presuppõe a existência de múltiplos feixes, cada um iluminando regiões suficientemente afastadas entre si, de forma que os lóbulos secundários de um não interfiram na região iluminada por um outro. Assim, para aumentar a capacidade dos sistemas, as antenas deverão satisfazer especificações mais rigorosas para a discriminação da polarização cruzada e para o controle do nível de lóbulo secundário.

Uma antena embarcada para comunicação é basicamente composta por uma abertura ótica, um conjunto de alimentadores (ou um único) e um conjunto de circuitos responsáveis pela excitação dos alimentadores. A abertura tem por finalidade focalizar a energia vinda dos alimentadores na direção desejada. Para isso, podem ser usados refletores, lentes dielétricas ou "phased arrays". As dimensões desta abertura são determinadas por um compromisso entre o ganho e o nível dos lóbulos secundários desejados. A utilização de um "phased array" como abertura tem determinadas vantagens sobre os

refletores e lentes: grande eficiência de abertura, possibilidade de reconfiguração, e nenhuma perda por transbordamento ou bloqueio. As principais desvantagens são o peso, a complexidade do equipamento e as altas perdas no sistema de alimentação dos elementos. As vantagens no uso de lentes dielétricas são a não existência de bloqueio e o fato de ser um sistema compacto. As desvantagens são o descasamento que ocorre na superfície da lente e o peso, principalmente quando aplicadas para baixas frequências. Já o refletor é o mais empregado como abertura devido à sua leveza, simplicidade estrutural, e à grande experiência já adquirida para o seu projeto. Como desvantagem aparece o fato de que, ao ser utilizado de forma "offset" para evitar as perdas por bloqueio, ele apresenta limitações para varredura ("scanning beam") devido às aberrações causadas no feixe proveniente da fonte de alimentação ao ser refletido pela superfície.

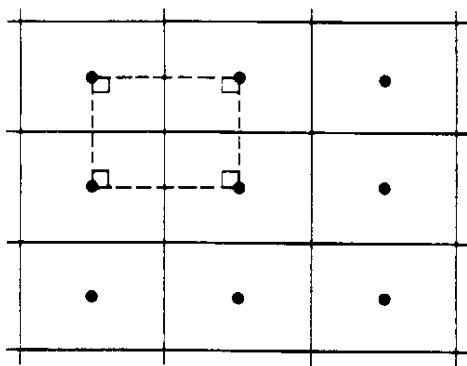
Um único feixe fixo pode ser obtido a partir de um único alimentador iluminando um refletor cujo formato determinará a distribuição dos campos na abertura e, por conseguinte, a forma do diagrama radiado. A produção de múltiplos feixes ou a obtenção de reconfigurabilidade requer, por outro lado, a utilização de um conjunto de alimentadores cuja excitação determinará a forma dos campos na abertura. A flexibilidade oferecida por este último sistema permite, através da alteração das amplitudes e fases das excitações dos alimentadores, obter a reconfigurabilidade do diagrama. A escolha do tipo de alimentador a ser utilizado dependerá das especificações de ganho, polarização cruzada e banda de frequência de operação.

A utilização de um conjunto de alimentadores requer circuitos complexos que são responsáveis pela excitação dos elementos deste conjunto ("Beam Forming Network"). Estes circuitos são compostos, essencialmente, por divisores de potência, defasadores ("phase shifters"), e circuitos de chaveamento ("switches"). Os divisores de potência e os defasadores podem ser ativos a fim de permitir a alteração das excitações. As desvantagens trazidas por este sistema são o aumento de perdas, peso e tamanho.

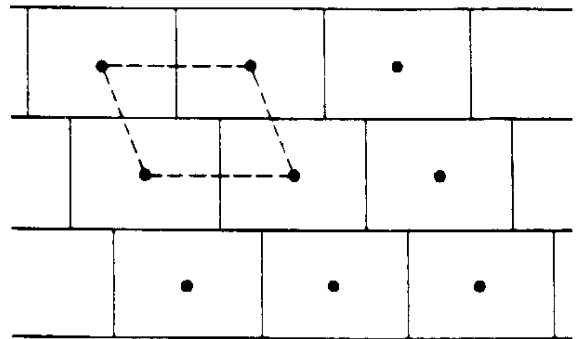
Estes conjuntos de alimentadores podem ser divididos em dois grupos: periódicos e não-periódicos. Os conjuntos periódicos (Figura 1.2) envolvem um grande número de elementos. Assim, para efeito de análise, seu tamanho pode ser considerado infinito, trazendo grandes simplificações para a análise do seu comportamento [1]-[5]. Entretanto, requerem complexos "Beam Forming Networks". Quanto aos conjuntos não-periódicos, estes possuem a vantagem de utilizarem um número pequeno de elementos e, conseqüentemente, uma rede de alimentação menos complexa, sacrificando, entretanto, a simplicidade de análise [6]-[16].

1.2 - Objetivo do trabalho:

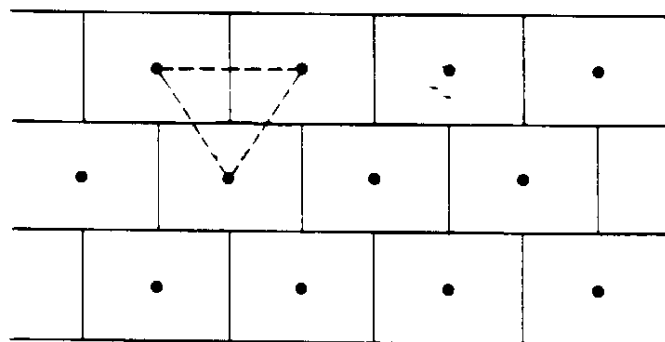
Devido aos fatores apresentados anteriormente, a utilização de um sistema possuindo mais de uma fonte de alimentação (conjunto de alimentadores) torna-se de grande importância, pois apresenta grande flexibilidade na produção de feixes modelados, de múltiplos feixes, no projeto de sistemas



RETANGULAR



PARALELOGRAMO



TRIANGULAR

Fig. 1.2 - Conjuntos periódicos: posicionamentos usuais dos alimentadores.

reconfiguráveis, e na discriminação de polarização da antena. Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar os principais passos envolvidos no projeto de um conjunto de alimentadores (no nosso caso, não-periódicos) que deverão iluminar um refletor. Além da apresentação e discussão das técnicas de análise utilizadas, será apresentada uma formulação alternativa, desenvolvida por nós, visando tornar mais eficiente o cálculo computacional necessário para o projeto. Para ilustrar estes diversos passos, serão utilizadas especificações similares às do BRASILSAT 2 para projetar uma antena refletora iluminada por um conjunto de alimentadores. Neste trabalho, serão utilizados guias retangulares e cornetas piramidais como elementos destes conjuntos; entretanto a análise a ser apresentada não se restringe unicamente a estes tipos de alimentadores. Como refletor desta antena consideraremos, primeiramente, superfícies parabólicas "offset", repousando inteiramente sobre os alimentadores a definição da forma do diagrama de radiação. Posteriormente, será considerado um refletor modelado "offset" que definirá a forma básica do diagrama de polarização principal, ficando a cargo de um pequeno conjunto de alimentadores a redução da radiação de polarização cruzada.

1.3 - Apresentação dos estudos a serem realizados em cada capítulo:

O conteúdo deste trabalho foi assim organizado:

1.3.1 - Capítulo 2: Acoplamento mútuo entre os campos.

Este capítulo trata basicamente do acoplamento mútuo entre os campos nas aberturas dos alimentadores situadas num plano condutor infinito através do Método da Equação Integral sugerido por T. S. Bird [11],[14], o qual apresenta a formulação para o acoplamento entre modos de duas aberturas diferentes (integração dupla) e na mesma abertura (integração simples). A formulação para o acoplamento entre modos na mesma abertura sugerida na Referência [10] é apresentada em detalhes neste capítulo.

A fim de reduzirmos o esforço computacional necessário para o cálculo das integrais numéricas que surgem da formulação, são desenvolvidas expressões assintóticas para as integrais dos acoplamentos entre modos de aberturas afastadas. Os resultados obtidos utilizando-se a formulação assintótica são comparados com os obtidos das expressões integrais para diferentes dimensões e distâncias entre aberturas, mostrando que a formulação assintótica pode ser utilizada com sucesso para aberturas e distâncias da ordem do comprimento de onda.

É também apresentada uma formulação desenvolvida para a análise da conversão de modos em cornetas piramidais baseada na Referência [17]. Este tratamento se adapta perfeitamente à formulação de Bird [11] para o acoplamento entre os modos nas aberturas. Apesar das restrições impostas à geometria das cornetas (como será visto adiante) é possível que esta

formulação também possa ser utilizada para outras geometrias similares, o que não é abordado neste trabalho.

1.3.2 - Capítulo 3: Escolha da representação modal nas aberturas dos alimentadores.

A formulação para o tratamento do acoplamento entre os campos leva em conta que estes são expandidos num somatório de modos em cada uma das aberturas dos alimentadores. O objetivo deste capítulo é o de verificar quais são os modos necessários para uma representação adequada destes campos. Observe-se que a utilização do menor número de modos possível é fundamental para a rapidez dos cálculos no computador. São realizados estudos onde é analisada a convergência do diagrama de radiação de um conjunto de alimentadores aumentando-se progressivamente o número de modos usados em cada abertura. As geometrias de aberturas de alimentadores utilizadas nestes estudos são semelhantes às utilizadas no projeto de iluminação do território brasileiro.

1.3.3 - Capítulo 4: Varredura do feixe refletido por um parabolóide para pequenos deslocamentos da fonte de alimentação.

Neste capítulo é apresentado o comportamento do feixe refletido por um único alimentador quando este está levemente afastado do foco de um refletor parabólico de geometria "offset". O estudo baseia-se na Referência [23] que apresenta uma relação simples entre o deslocamento do alimentador e a

direção do feixe refletido pelo refletor, desde que o deslocamento seja pequeno.

Esta formulação é de suma importância para a síntese do sistema de iluminação, já que ajuda a determinar o posicionamento dos alimentadores sobre o plano de suas aberturas a partir da região que se deseja iluminar no campo distante. A utilização desta formulação é válida mesmo com a existência de acoplamento entre os campos nas aberturas dos alimentadores, já que o comportamento dos feixes radiados no entorno de seus máximos não é alterado significativamente pelos acoplamentos.

1.3.4 - Capítulo 5: Iluminação na borda do refletor.

Este capítulo apresenta uma formulação relacionando as dimensões da abertura do alimentador com a largura do feixe refletido por um parabolóide, com base na atenuação do campo na borda do refletor. A formulação apresenta algumas restrições que são discutidas no capítulo. As larguras destes feixes refletidos também são importantes na determinação do espaçamento entre alimentadores, já que feixes mais largos podem ter seus máximos mais afastados entre si, possibilitando a diminuição do número de alimentadores necessários para a iluminação de uma determinada área.

Outro fator importante abordado neste capítulo é a relação que existe entre a atenuação do campo na borda do refletor e o posicionamento dos alimentadores sobre o plano das aberturas,

relação esta que não permite que a atenuação seja grande o suficiente para uma redução significativa das perdas por transbordamento. Alguns resultados e comentários são apresentados para certos posicionamentos básicos de aberturas de alimentadores.

1.3.5 - Capítulo 6: Síntese de um conjunto de alimentadores para a iluminação do território brasileiro.

Neste capítulo toda a formulação é utilizada para sínteses de um sistema refletor/conjunto de alimentadores para a iluminação do território brasileiro através de especificações baseadas no projeto BRASILSAT 2 (não exatamente as mesmas). São utilizados conjuntos com 13 e 17 elementos mais um refletor parabólico. Todas as etapas das sínteses são apresentadas ao longo do capítulo.

Para o cálculo da matriz de acoplamento mútuo em cada síntese é utilizada a formulação do capítulo 2 sem o aproveitamento da expansão assintótica para aberturas afastadas. No final do capítulo 6, os resultados de algumas sínteses são comparados com resultados onde a formulação assintótica é utilizada entre aberturas não adjacentes, comprovando a utilidade e a necessidade desta formulação.

1.3.6 - Capítulo 7: Sistema de refletor modelado alimentado por um pequeno conjunto de alimentadores.

Neste capítulo, visando obter um sistema que utilize um

sistema de alimentação menor e, conseqüentemente, menos complexo, a contribuição para a distribuição da potência sobre a região iluminada é dividida entre os alimentadores e a superfície refletora, que, neste caso, será modelada. Verifica-se que as especificações de polarização principal podem ser obtidas através do modelamento desta superfície. Porém, as de polarização cruzada dependem enormemente das excitações dos alimentadores. Como exemplo de aplicação, é novamente estudada a iluminação do território brasileiro.

CAPÍTULO 2 - ACOPLAMENTO MÚTUO ENTRE OS CAMPOS

2.1 - Introdução:

Ao longo deste trabalho nos dedicaremos ao estudo dos campos radiados por um conjunto de alimentadores formados por cornetas piramidais ou guias retangulares cujas aberturas situam-se num plano condutor elétrico perfeito e infinito. Para determinar tal radiação é fundamental obter a relação entre as excitações de cada alimentador e as amplitudes dos diversos modos presentes nas aberturas de cada elemento, levando-se em conta os efeitos de acoplamento mútuo. Neste capítulo apresentaremos a formulação a ser utilizada para determinar a relação entre excitação do alimentador e o campo radiado. Para o cálculo do acoplamento entre os campos nas diversas aberturas, a formulação a ser utilizada é baseada nos trabalhos de T. S. Bird [9]-[11], onde os campos são representados por uma expansão finita de modos TE e TM (de um guia retangular) para cada abertura. Desta formulação resultará uma matriz de espalhamento relacionando as amplitudes complexas dos modos refletidos com as dos modos incidentes, onde cada abertura funciona como uma porta de entrada e saída.

Para a corneta piramidal, a relação entre a excitação e os modos na abertura será determinada segundo a análise apresentada por Gans e Amitay [17]. Neste caso, cada elemento do "array" será dividido em quatro partes a fim de aplicarmos expansões modais para o estudo dos campos, como mostrado na Figura 2.1. A abertura será considerada como se fosse uma seção de guia retangular muito curta (comprimento desprezível)

colocada entre a corneta piramidal e o espaço livre.

Como será visto adiante, a formulação apresenta integrações que devem necessariamente ser resolvidas numericamente, o que exige um elevado esforço computacional. Porém, para o acoplamento entre aberturas suficientemente afastadas entre si, os integrandos destas equações podem ser expandidos de forma apropriada, permitindo a resolução analítica das integrais. Esta formulação assintótica, baseada no trabalho de Bird [9], foi aperfeiçoada por nós e é apresentada neste capítulo, juntamente com resultados comparando valores obtidos das integrações numéricas com os obtidos desta formulação.

Uma vez que as amplitudes dos modos de cada abertura são conhecidas, o campo distante radiado pode ser calculado através da transformada de Fourier do campo elétrico tangencial nestas aberturas [18].

2.2 - Campos na abertura:

Os campos eletromagnéticos em cada abertura serão expressos por uma expansão finita de modos TE e TM de um guia retangular. Suas componentes transversais à direção de propagação são dadas por (com variação temporal dada por $\exp(+j\omega t)$):

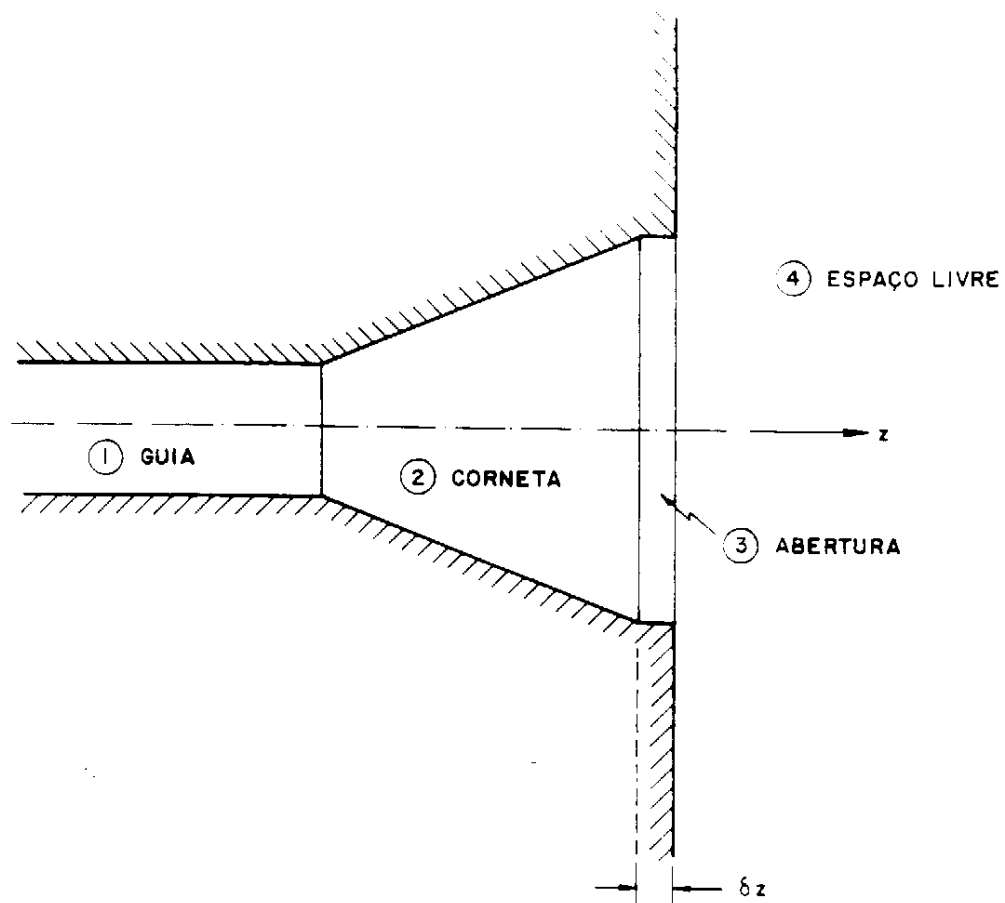


Fig. 2.1 - Seções para as análises modais

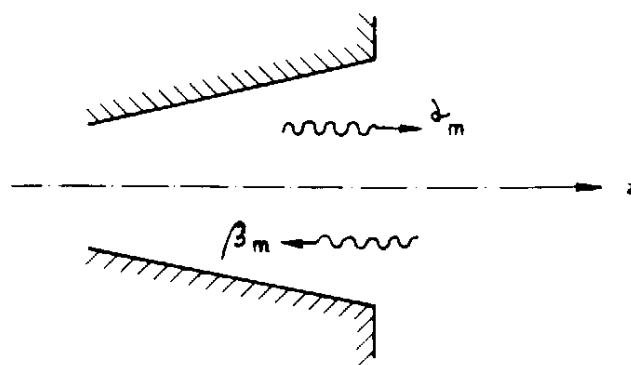


Fig. 2.2 - Modos incidentes e refletidos na abertura

$$\begin{aligned}\vec{H}_t &= \sum_m [\alpha_m e^{-j\nu_m z} - \beta_m e^{+j\nu_m z}] \vec{h}_m \\ \vec{E}_t &= \sum_m Z_m [\alpha_m e^{-j\nu_m z} + \beta_m e^{+j\nu_m z}] \vec{h}_m \times \hat{z}\end{aligned}\quad (2.1)$$

onde α_m e β_m são, respectivamente, as amplitudes complexas do modo m incidente e refletido, como mostrado na Figura 2.2. $\vec{h}_m$ é a componente transversal do campo magnético, dada para os modos TE por [19]:

$$\vec{h}_m = \frac{j\pi\nu_m}{\lambda_m^2} \left\{ \frac{p}{a} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \hat{x} + \frac{q}{b} \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \hat{y} \right\} \quad (2.2)$$

e para os modos TM por:

$$\vec{h}_m = \frac{j\pi\omega\epsilon}{\lambda_m^2} \left\{ \frac{q}{b} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \hat{x} - \frac{p}{a} \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \hat{y} \right\} \quad (2.3)$$

onde a, b são as dimensões da abertura como mostrado na Figura 2.3. p, q representam a ordem do modo e estão associados ao índice m . A impedância Z_m do modo m é dada por:

$$Z_m = \begin{cases} Z_0 k_0 / \nu_m = \omega\mu / \nu_m & , \text{ para os modos TE} \\ Z_0 \nu_m / k_0 \epsilon_r = \nu_m / \omega\epsilon & , \text{ para os modos TM} \end{cases} \quad (2.4)$$

onde Z_0 é a impedância de onda do espaço livre, ϵ e μ são, respectivamente, a permissividade e a permeabilidade do dielétrico do interior da abertura e ϵ_r é a permissividade relativa. λ_m é o número de onda dado por:

$$\lambda_m^2 = \left(\frac{p\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{b}\right)^2 \quad (2.5)$$

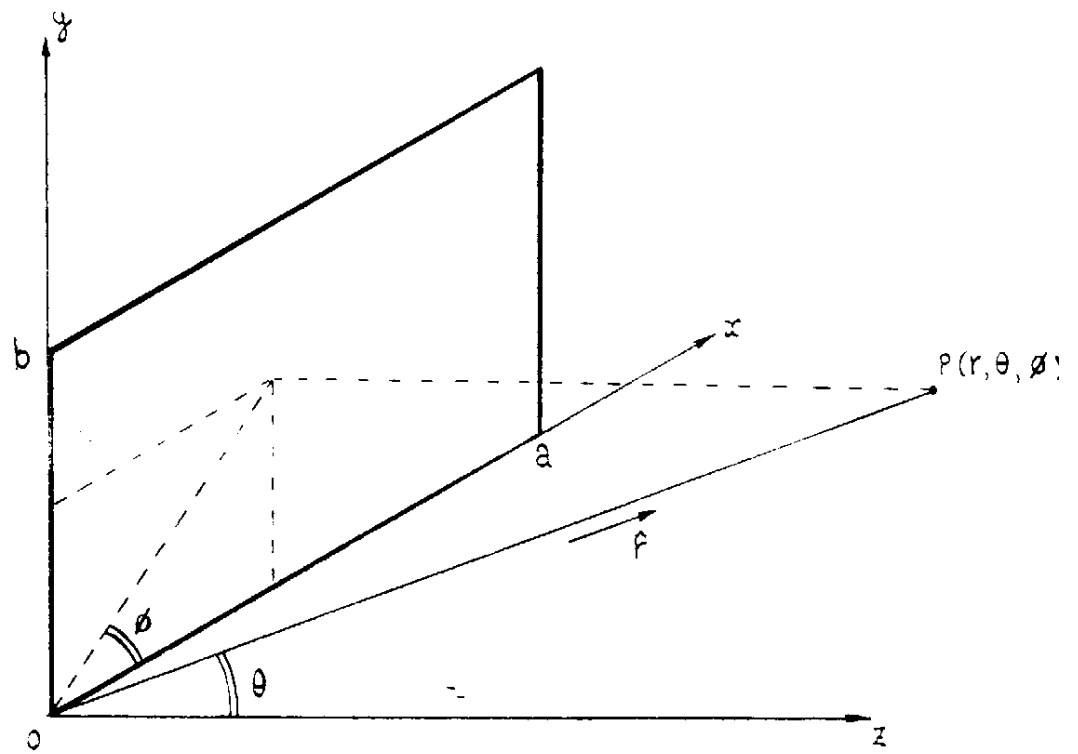


Fig. 2.3 - Geometria da abertura retangular

A constante de propagação ν_m é dada por:

$$\nu_m^2 + \lambda_m^2 = k^2 = \epsilon_r k_0^2 \quad (2.6)$$

onde $\omega = 2\pi f$ e $k = 2\pi/\lambda$. As componentes transversais do campo magnético destes modos seguem as seguintes relações:

$$\begin{aligned} h_{mx}^{TM} &= \frac{\omega \epsilon}{\nu_m} \frac{qa}{pb} h_{mx}^{TE} = \frac{1}{Z_m^{TM}} \frac{qa}{pb} h_{mx}^{TE} \\ h_{my}^{TM} &= - \frac{\omega \epsilon}{\nu_m} \frac{pb}{qa} h_{my}^{TE} = - \frac{1}{Z_m^{TM}} \frac{pb}{qa} h_{my}^{TE} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Para os modos TE, a componente longitudinal do campo magnético é dada por (para os modos TM é nula) [19]:

$$H_{mz}^{TE} = \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \quad (2.8)$$

É bom lembrar que cada um dos parâmetros definidos acima está relacionado com uma abertura específica, representada pelo índice i . Para simplificar a formulação, este índice será omitido quando não houver possibilidade de confusão.

2.3 - Campos radiados por uma abertura retangular:

Uma vez conhecido o campo elétrico tangencial numa abertura situada num plano condutor elétrico infinito, o campo distante radiado pode ser calculado através do método da transformada de Fourier do campo nesta abertura. Para aberturas retangulares e para o campo expresso por uma expansão em modos de um guia retangular cuja seção reta é idêntica à da abertura,

a contribuição de cada modo para o campo distante é dada por [18],[20]:

- Modos TE:

$$E_{\theta}^{TE} = -jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} L_{\phi}^{TE} ; \quad E_{\phi}^{TE} = jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} L_{\theta}^{TE} \quad (2.9)$$

onde:

$$\begin{aligned} L_{\theta}^{TE} &= 8k_0 (ab)^2 \nu_m Z_m^{TE} A_m \sin\theta \cos\theta \sin\phi \cos\phi \frac{\sin(u+p\pi/2)}{[(2u)^2 - (p\pi)^2]} \times \\ &\times \frac{\sin(v+q\pi/2)}{[(2v)^2 - (q\pi)^2]} e^{j[u+v+\pi(p+q)/2]} \\ L_{\phi}^{TE} &= -8k_0 \frac{(ab\pi)^2}{\lambda_m^2} \nu_m Z_m^{TE} A_m \sin\theta \left[\left(\frac{p\sin\phi}{a} \right)^2 - \left(\frac{q\cos\phi}{b} \right)^2 \right] \times \\ &\times \frac{\sin(u+p\pi/2)}{[(2u)^2 - (p\pi)^2]} \frac{\sin(v+q\pi/2)}{[(2v)^2 - (q\pi)^2]} e^{j[u+v+\pi(p+q)/2]} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\text{com } u = \frac{k_0 a}{2} \sin\theta \cos\phi ; \quad v = \frac{k_0 b}{2} \sin\theta \sin\phi.$$

- Modos TM:

$$E_{\theta}^{TM} = -jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} L_{\phi}^{TM} ; \quad E_{\phi}^{TM} = 0 \quad (2.11)$$

onde:

$$\begin{aligned} L_{\phi}^{TM} &= -8k_0 abpq \pi^2 \frac{\nu_m}{\lambda_m^2} A_m \sin\theta \frac{\sin(u+p\pi/2)}{[(2u)^2 - (p\pi)^2]} \times \\ &\times \frac{\sin(v+q\pi/2)}{[(2v)^2 - (q\pi)^2]} e^{j[u+v+\pi(p+q)/2]} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Nas expressões anteriores, r, θ, ϕ são as coordenadas esféricas em relação aos eixos da Figura 2.3 e A_m representa a amplitude total do campo elétrico do modo m no plano $z = 0$ ($A_m = \alpha_m + \beta_m$). Percebe-se que, mesmo sendo o modo evanescente, ele também colabora para o cálculo do campo distante radiado. Das equações (2.10) e (2.12) podemos observar que para valores de θ próximos de 0, a contribuição de cada modo diminui à medida em que seus valores de p, q aumentam. Logo, para o cálculo do diagrama de radiação não é necessário incluir modos de ordem muito elevada, a não ser que se deseje calcular o diagrama para direções afastadas do eixo $\hat{z}$.

2.4 - Potência:

A potência radiada por cada modo é determinada através da integração dos campos sobre a abertura ($z=0$):

$$P_m = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \iint_{S_i} (\vec{E}_m \times \vec{H}_m^*) \cdot \hat{z} \, ds \right\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ Z_m A_m B_m^* \iint_{S_i} \vec{h}_m \cdot \vec{h}_m^* \, ds \right\} \quad (2.13)$$

onde S_i representa a área da i -ésima abertura, $A_m = \alpha_m + \beta_m$, $B_m = \alpha_m - \beta_m$, e o asterisco representa o complexo conjugado. Das equações (2.2) e (2.3):

$$\iint_{S_i} \vec{h}_m \cdot \vec{h}_m^* \, ds = \begin{cases} \frac{ab}{\xi_p \xi_q} \frac{|\nu_m|^2}{\lambda_m^2} & , \text{modos TE} \\ \frac{ab}{4} \frac{(\omega \epsilon)^2}{\lambda_m^2} & , \text{modos TM} \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\text{onde } \xi_i = \begin{cases} 1 & , i = 0 \\ 2 & , i > 0 \end{cases} .$$

Para o cálculo da potência total radiada pela abertura, basta somar as diversas potências relacionadas com cada um dos modos.

2.5 - Acoplamento mútuo entre as aberturas:

Nesta seção será apresentada a formulação para o cálculo do acoplamento mútuo entre os campos nas diversas aberturas baseada no Método da Equação Integral [11],[14]. Serão levadas em conta todas as possibilidades de acoplamento entre os diferentes modos, sejam eles propagantes ou evanescentes. A formulação a ser apresentada não se preocupa com o que há por trás de cada uma das aberturas (supõe-se que haja um guia infinito de seção reta constante). Uma vez que os campos nas aberturas são expressos por uma série de modos incidentes e refletidos teremos como resultado uma matriz de espalhamento relacionando as amplitudes dos refletidos com as dos incidentes, tornando necessário o prévio conhecimento destas últimas. No caso de serem utilizadas cornetas, é necessário uma análise a parte para a determinação destas amplitudes incidentes.

2.5.1 - Teoria:

Temos, da Referência [18], que o campo radiado por uma

distribuição de campos sobre uma abertura num plano condutor elétrico infinito é dado por (com o auxílio do princípio da equivalência e do método das imagens):

$$\vec{H} = -j\omega\vec{F} - \frac{j}{\omega\mu\epsilon_0} \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) \quad (2.15)$$

onde:

$$\vec{F} = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \iint_S \vec{M}_s(s') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds' \quad (2.16)$$

$$G(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \frac{e^{-jk_0|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.17)$$

$$\vec{M}_s = 2 \vec{E}_t \times \hat{z} \quad (2.18)$$

sendo ϵ_0 a permissividade do espaço livre, S a superfície do plano infinito onde estão as aberturas retangulares e $\vec{E}_t$ a componente do campo elétrico tangencial à superfície. Das equações acima mostra-se que:

$$\vec{H}_t = \frac{j}{2\pi\omega\mu} (k_0^2 + \nabla_t \cdot \nabla_t) \cdot \hat{z} \times \iint_S \vec{E}_t(s') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds' \quad (2.19)$$

onde $\nabla_t \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \hat{y}$. Como o campo elétrico tangencial é nulo sobre o condutor elétrico, a integral será reduzida a um somatório de integrais, cada uma referente a uma das aberturas. Calculando $\vec{H}_t$ sobre o plano das aberturas ($z=0$) e expressando os campos $\vec{E}_t$ e $\vec{H}_t$ através da equação (2.1):

$$\begin{aligned} \vec{H}_t^i &= \sum_m B_m^i \vec{h}_m^i = \\ &= \frac{j}{2\pi\omega\mu} \sum_n \sum_j A_n^j Z_n (k_o^2 + \nabla_t^2) \cdot \iint_{S_j} \vec{h}_n^j G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds'_j \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde os índices i, j referem-se às aberturas onde o acoplamento mútuo está sendo calculado, o índice m indica o modo na abertura i , o índice n indica o modo na abertura j , $A_n^j = \alpha_n^j + \beta_n^j$ e $B_m^i = \alpha_m^i - \beta_m^i$. Esta é uma equação integral cuja solução deve satisfazer as condições de contorno impostas pelas aberturas retangulares. Como serão usados os modos TE e TM de um guia retangular para representar os campos nas aberturas, automaticamente a solução encontrada satisfará estas condições de contorno. Aplicando o método de Galerkin (multiplicando ambos os lados por $\vec{h}_m^i$ e integrando sobre a abertura i), chega-se à seguinte relação matricial:

$$[B_m^i] = [C_{mn}^{ij}] [A_n^j] \quad (2.21)$$

sendo:

$$C_{mn}^{ij} = \frac{j}{2\pi\omega\mu} \frac{Z_n}{N_m} \iint_{S_i} \vec{h}_m^i \cdot (\nabla_t^2 + k_o^2) \cdot \iint_{S_j} \vec{h}_n^j G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds'_j ds_i \quad (2.22)$$

$$N_m = \iint_{S_i} \vec{h}_m^i \cdot \vec{h}_m^i ds_i = \begin{cases} -\left(a_i b_i \nu_m^2\right) / \left(\xi_p \xi_q \lambda_m^2\right) & , \text{ para modos TE} \\ -\left(a_i b_i (\omega \epsilon_i)^2\right) / \left(4 \lambda_m^2\right) & , \text{ para modos TM} \end{cases} \quad (2.23)$$

onde $\xi_i = \begin{cases} 1, i=0 \\ 2, i>0 \end{cases}$, ϵ_i é a permissividade no interior da abertura e a_i, b_i são as dimensões da abertura i . É mostrado no

Apêndice 9.2 da Referência [9] que aplicando o teorema de Green à equação (2.22), esta pode ser expressa de uma forma mais conveniente como:

$$C_{mn}^{ij} = \frac{j\omega\epsilon_0}{2\pi} \frac{Z_n}{N_m} \iint_{S_i} \vec{\psi}_m^i \cdot \iint_{S_j} \vec{\psi}_n^j G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds'_j ds_i \quad (2.24)$$

onde os vetores $\vec{\psi}$ são dados por:

$$\vec{\psi}_{m,n}^{i,j} = \vec{h}_{m,n}^{i,j} + \left(\frac{\nu_{m,n}}{k_0} \right) H_{m,n,z}^{i,j} \hat{z} \quad (2.25)$$

onde $\vec{h}_{m,n}^{i,j}$ é dado pelas equações (2.2) e (2.3), e $H_{m,n,z}^{i,j}$ é dado pela equação (2.8). Observa-se que para os modos TM o vetor $\vec{\psi}$ é por definição transversal à direção $\hat{z}$.

Teremos quatro possíveis fórmulas para C_{mn}^{ij} , correspondendo às combinações entre os modos TE e TM. É importante salientar, neste momento, que as fórmulas a serem apresentadas a seguir são ligeiramente diferentes das desenvolvidas por Bird em seus trabalhos [10],[11] devido à escolha dos modos que representam os campos nas aberturas, diferindo apenas de uma constante fruto da normalização dos modos. No presente trabalho os modos escolhidos são aqueles definidos por Silver [19]. Das equações anteriores, a equação (2.24) pode ser reescrita como:

$$C_{mn}^{ij} = \frac{-j\pi\omega\epsilon_0}{2(\lambda_m\lambda_n)^2} \frac{Z_n}{N_m} R_{mn} [C_x I_x + C_y I_y + C_z I_z] \quad (2.26)$$

onde:

$$\begin{aligned}
I_x &= \iint_{s_i} \iint_{s_j} G(|\vec{r} - \vec{r}'|) \sin\left(\frac{p_m \pi x}{a_i}\right) \cos\left(\frac{q_m \pi y}{b_i}\right) \sin\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right) \cos\left(\frac{q_n \pi y'}{b_j}\right) ds'_j ds_i \\
I_y &= \iint_{s_i} \iint_{s_j} G(|\vec{r} - \vec{r}'|) \cos\left(\frac{p_m \pi x}{a_i}\right) \sin\left(\frac{q_m \pi y}{b_i}\right) \cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right) \sin\left(\frac{q_n \pi y'}{b_j}\right) ds'_j ds_i \\
I_z &= \iint_{s_i} \iint_{s_j} G(|\vec{r} - \vec{r}'|) \cos\left(\frac{p_m \pi x}{a_i}\right) \cos\left(\frac{q_m \pi y}{b_i}\right) \cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right) \cos\left(\frac{q_n \pi y'}{b_j}\right) ds'_j ds_i
\end{aligned}
\tag{2.27}$$

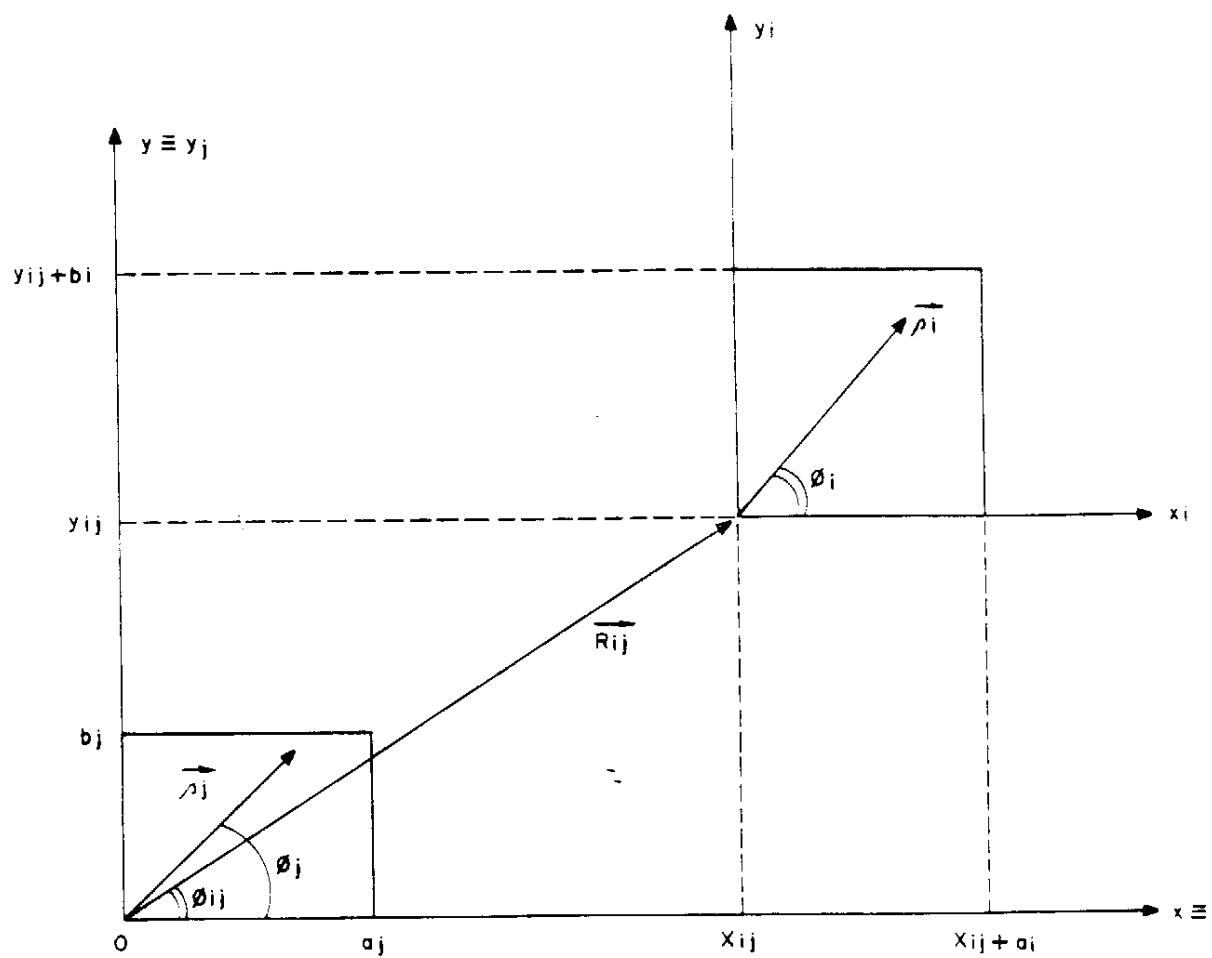
Os parâmetros R_{mn}, C_x, C_y, C_z são mostrados na Tabela 2.1 e uma representação das aberturas i, j é apresentada na Figura 2.4.

	$\vec{\psi}_m^i - \vec{\psi}_n^j$			
	TE-TE	TM-TM	TE-TM	TM-TE
R_{mn}	$\nu_m \nu_n$	$\omega^2 \epsilon_i \epsilon_j$	$\nu_m \omega \epsilon_j$	$\nu_n \omega \epsilon_i$
C_x	$\frac{p_m p_n}{a_i a_j}$	$\frac{q_m q_n}{b_i b_j}$	$\frac{p_m q_n}{a_i b_j}$	$\frac{q_m p_n}{b_i a_j}$
C_y	$\frac{q_m q_n}{b_i b_j}$	$\frac{p_m p_n}{a_i a_j}$	$-\frac{q_m p_n}{b_i a_j}$	$-\frac{p_m q_n}{a_i b_j}$
C_z	$-\left(\frac{\lambda_m \lambda_n}{\pi k_o}\right)^2$	0	0	0

Tabela 2.1 - Parâmetros R_{mn}, C_x, C_y, C_z .

Após o cálculo das integrais da equação (2.27), a relação entre as amplitudes incidentes (α_m^i) e as refletidas (β_m^i) é representada através da seguinte equação matricial:

$$[\beta] = [S] [\alpha] \tag{2.28}$$



PLANO $z = 0$

Fig. 2.4 - Geometria das relações entre as aberturas i e j

onde a matriz de espalhamento $[S]$, da equação (2.21), é dada por:

$$[\alpha_m^i - \beta_m^i] = [C_{mn}^{i,j}] [\alpha_n^j + \beta_n^j] \Rightarrow [S] = 2\{[I] + [C_{mn}^{i,j}]\}^{-1} - [I] \quad (2.29)$$

sendo $[I]$ a matriz identidade.

As integrais em (2.27) podem ser calculadas através da substituição da função de Green pela sua representação através da transformada de Fourier, a qual é dada por:

$$G(x-x', y-y') = \frac{-j}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j[\xi(x-x') + \eta(y-y')]} d\xi d\eta}{(k_o^2 - \xi^2 - \eta^2)^{1/2}} \quad (2.30)$$

As integrais sobre as aberturas i (S_i) e j (S_j) podem ser calculadas analiticamente, deixando apenas as integrações em ξ e η para serem resolvidas numericamente [16]. Porém, devido à natureza destas integrais (domínio infinito e singularidades do integrando) elas são inadequadas para um cálculo numérico eficiente. Como alternativa, seguiremos a Referência [11] e adotaremos o método de Lewin que, através de uma transformação adequada das variáveis de integração, supera os problemas do método anterior, como será mostrado a seguir.

2.5.2 - Resolução das integrais pelo método de Lewin:

Seja a seguinte integral (onde se encaixam as integrais de interesse I_x, I_y, I_z):

$$I = \int_0^{a_1} \int_0^{a_j} F(x-x') \frac{\cos\left(\frac{p_m \pi x}{a_1}\right)}{\sin\left(\frac{p_m \pi x}{a_1}\right)} \frac{\cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right)}{\sin\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right)} dx' dx \quad (2.31)$$

Para resolver esta integração efetuaremos a seguinte transformação, representada pela Figura 2.5:

$$\begin{cases} \sigma = x - x' \\ \gamma = x + x' - a_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = (\gamma + \sigma + a_1)/2 \\ x' = (\gamma - \sigma + a_1)/2 \end{cases} \Rightarrow dx dx' = \frac{d\sigma d\gamma}{2} \quad (2.32)$$

A equação (2.31) passa, então, a ser escrita da seguinte forma:

$$I = \left[\int_{-a_j}^0 \int_{-a_1-\sigma}^{2a_j-a_1+\sigma} + \int_0^{a_1-a_j} \int_{\sigma-a_1}^{2a_j-a_1+\sigma} + \int_{a_1-a_j}^{a_1} \int_{\sigma-a_1}^{a_1-\sigma} \right] \times \\ \times F(\sigma) \frac{\cos\left\{\frac{p_m \pi}{2a_1}(\gamma + \sigma + a_1)\right\}}{\sin\left\{\frac{p_m \pi}{2a_1}(\gamma + \sigma + a_1)\right\}} \frac{\cos\left\{\frac{p_n \pi}{2a_j}(\gamma - \sigma + a_1)\right\}}{\sin\left\{\frac{p_n \pi}{2a_j}(\gamma - \sigma + a_1)\right\}} \frac{d\gamma d\sigma}{2} \quad (2.33)$$

Após algumas manipulações algébricas, a equação acima é reescrita como:

$$I = \frac{1}{4} \left\{ \int_0^{a_j} \left[F(-\sigma) M_+(-\sigma, \sigma - a_1, 2a_j - a_1 - \sigma, d_p, s_p, a_1) + \right. \right. \\ \left. \left. + F(\sigma + a_1 - a_j) M_-(\sigma + a_1 - a_j, \sigma - a_j, a_j - \sigma, d_p, s_p, a_1) \right] d\sigma + \right. \\ \left. + \int_0^{a_1-a_j} F(\sigma) M_+(\sigma, \sigma - a_1, 2a_j - a_1 + \sigma, d_p, s_p, a_1) d\sigma \right\} \quad (2.34)$$

onde M_+ refere-se às integrais em cosseno e M_- refere-se às integrais em seno, sendo dadas por:

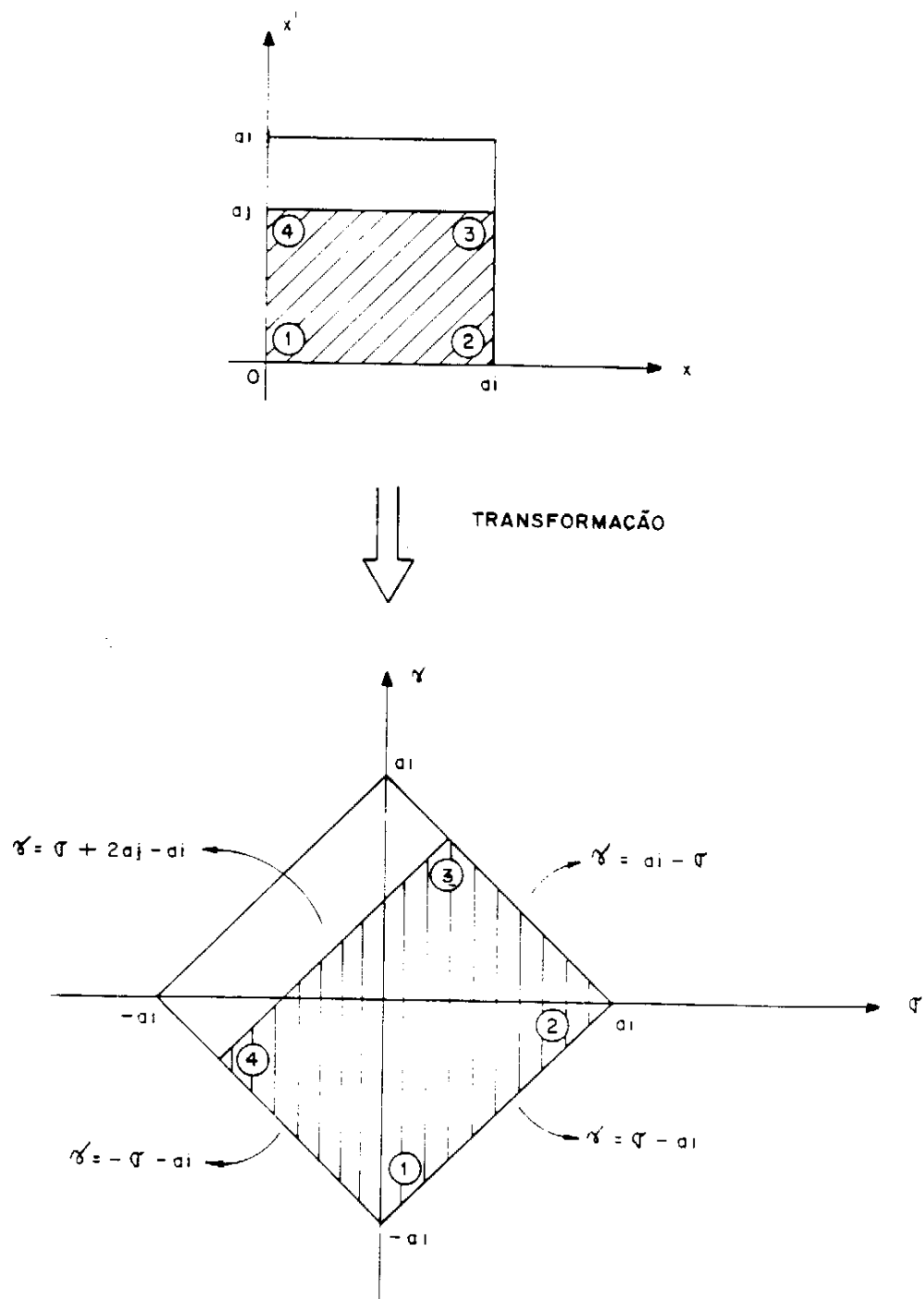


Fig. 2.5 - Transformação $(x, x') \Rightarrow (\sigma, \gamma)$

$$M_{\pm}(A, B, C, D, E, F) = \frac{2F}{\pi} \left\{ \frac{1}{D} \operatorname{sen} \left[\frac{D\pi(C-B)}{2F} \right] \cos \left[\pi \left(D + \frac{AE}{F} + \frac{D(B+C)}{2F} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{E} \operatorname{sen} \left[\frac{E\pi(C-B)}{2F} \right] \cos \left[\pi \left(E + \frac{AD}{F} + \frac{E(B+C)}{2F} \right) \right] \right\} \quad (2.35)$$

$$s_p = (p_m + p_n a_1/a_j)/2 \quad ; \quad d_p = (p_m - p_n a_1/a_j)/2 \quad (2.36)$$

É importante observar que estas expressões são válidas independentemente das relações entre a_1 e a_j (não importa quem é o maior). A equação (2.34) difere da utilizada no trabalho de Bird [11] em alguns sinais devido à troca que foi feita nos argumento da função $M_{\pm}$ entre s_p e d_p .

Para a resolução das integrais em y e y' procede-se de forma análoga, operando-se as seguintes substituições:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \rightarrow y \\ x' \rightarrow y' \\ p_m \rightarrow q_m \\ p_n \rightarrow q_n \\ a_1 \rightarrow b_1 \\ a_j \rightarrow b_j \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} \sigma \rightarrow \lambda = y - y' \\ \gamma \rightarrow \mu = y + y' - b_1 \\ s_p \rightarrow s_q = (q_m + q_n b_1/b_j)/2 \\ d_p \rightarrow d_q = (q_m - q_n b_1/b_j)/2 \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Aplicando estes resultados às integrais I_x, I_y, I_z dadas pela equação (2.27), temos finalmente que:

$$\begin{aligned}
 I_{\frac{y}{z}}^x = \frac{1}{16} \left\{ \int_0^{a_j} d\sigma \left[\int_0^{b_j} d\lambda \left(T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + \right. \right. \right. \\
 + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) + \\
 + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) \left. \right) + \int_0^{b_1 - b_j} d\lambda \left(T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | \lambda, \lambda_1, 2\lambda + \lambda_2) \right. \\
 + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | \lambda, \lambda_1, 2\lambda + \lambda_2) \left. \right) \left. \right] + \int_0^{a_1 - a_j} d\sigma \left[\int_0^{b_j} d\lambda \times \right. \\
 \times \left(T(\sigma, \sigma_1, 2\sigma + \sigma_2 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(\sigma, \sigma_1, 2\sigma + \sigma_2 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) \right) + \\
 \left. \left. + \int_0^{b_1 - b_j} d\lambda \left(T(\sigma, \sigma_1, 2\sigma + \sigma_2 | \lambda, \lambda_1, 2\lambda + \lambda_2) \right) \right] \right\} \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned}
 T(A, B, C | D, E, F) = T_{\frac{y}{z}}^x = G(\beta) M_{\frac{+}{-}}^{\frac{-}{+}}(A, B, C, d_p, s_p, a_1) M_{\frac{+}{-}}^{\frac{+}{-}}(D, E, F, d_q, s_q, b_1) \\
 \beta = [(A + X_{1j})^2 + (D + Y_{1j})^2]^{1/2} \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = x - x' \\ \sigma_1 = \sigma - a_1 \\ \sigma_2 = 2a_j - a_1 - \sigma \\ \sigma_3 = \sigma + a_1 - a_j \\ \sigma_4 = \sigma - a_j \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} \lambda = y - y' \\ \lambda_1 = \lambda - b_1 \\ \lambda_2 = 2b_j - b_1 - \lambda \\ \lambda_3 = \lambda + b_1 - b_j \\ \lambda_4 = \lambda - b_j \end{array} \right. \quad (2.40)$$

sendo, na equação (2.39), o sinal superior de I_x , o do meio de I_y , e o inferior de I_z . Os parâmetros X_{1j}, Y_{1j} são definidos na Figura 2.4. O aparecimento destes termos deve-se ao fato de que os modos nas aberturas i, j são expressos em relação a eixos diferentes, onde cada sistema de coordenadas está relacionado com a sua respectiva abertura. Através da equação (2.38)

podemos calcular o valor de C_{mn}^{ij} utilizado na equação (2.26).

2.5.3 - Acoplamento entre modos na mesma abertura:

Para modos m, n na mesma abertura (auto-acoplamento), onde $X_{ij} = Y_{ij} = 0$, as integrais duplas $I_{x,y,z}$ podem ser manipuladas de tal forma que uma das integrações pode ser resolvida analiticamente, restando a outra para ser calculada numericamente. Os procedimentos iniciais são apresentados no Apêndice A e o resultado final é o seguinte:

$$I_{yz}^x = \frac{a_i b_i}{4} [1 + \cos(p_m \pi) \cos(p_n \pi)] \times [1 + \cos(q_m \pi) \cos(q_n \pi)] \times$$

$$\times \left\{ \int_0^\Theta GG(s_p, d_p, s_q, d_q, \frac{\cos \phi}{a_i}, \frac{\sin \phi}{b_i}, \frac{a_i}{\cos \phi}) d\phi + \right.$$

$$\left. + \int_\Theta^{\pi/2} GG(s_p, d_p, s_q, d_q, \frac{\cos \phi}{a_i}, \frac{\sin \phi}{b_i}, \frac{b_i}{\sin \phi}) d\phi \right\} \quad (2.41)$$

onde:

$$\Theta = \text{tg}^{-1}(b_i/a_i) \quad (2.42)$$

$$GG(c, d, e, f, g, h, t) = FF(\pi d, g, \pi f, h, \pi c, \pi e, t) \overset{+}{\mp} FF(\pi d, g, \pi e, h, \pi c, \pi f, t) \overset{+}{\mp}$$

$$\overset{+}{\mp} FF(\pi c, g, \pi f, h, \pi d, \pi e, t) \overset{+}{\mp} FF(\pi c, g, \pi e, h, \pi d, \pi f, t) \quad (2.43)$$

e sendo o sinal superior de I_x , o do meio de I_y , e o inferior de I_z . A função FF apresenta quatro possibilidades:

- Para $C \neq 0$ e $E \neq 0$ (argumentos de FF):

$$\begin{aligned} FF(C, D, E, F, G, H, T) = \frac{1}{8CE} \{ & I1(2(C-E), D(G-C)-F(H-E), T) - \\ & - I1(2(C+E), D(G-C)+F(H-E), T) - I1(2C, D(G-C)-F(H+E), T) + \\ & + I1(2C, D(G-C)+F(H+E), T) - I1(2E, F(H-E)-D(G+C), T) + \\ & + I1(2E, F(H-E)+D(G+C), T) + I1(0, D(G+C)-F(H+E), T) - \\ & - I1(0, D(G+C)+F(H+E), T) \} \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde:

$$\begin{aligned} I1(a, b, c) &= \int_0^c \cos(a+b\rho) e^{-jk_0\rho} d\rho = \\ &= \begin{cases} \frac{b}{b^2-k_0^2} \left\{ e^{-jk_0c} \left[\sin(a+bc) - j \frac{k_0}{b} \cos(a+bc) \right] + j \frac{k_0}{b} \cos(a) - \sin(a) \right\} \\ \frac{1}{2b} \left[bc e^{+ja} + \frac{j}{2} e^{+ja} (e^{+j2bc} - 1) \right] ; \text{ para } b = \pm k_0. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.45)$$

- Para $C = 0$ e $E \neq 0$ (argumentos de FF):

$$\begin{aligned} FF(C, D, E, F, G, H, T) &= \frac{1}{4E} \{ I2(2E, F(H-E)+DG, D, T) + \\ &+ I2(2E, F(H-E)-DG, D, T) - I2(0, F(H+E)+DG, D, T) - \\ &- I2(0, F(H+E)-DG, D, T) \} \end{aligned} \quad (2.46)$$

onde:

$$I_2(a, b, c, d) = \int_0^d (1 - c\rho) \sin(a + b\rho) e^{-jk_0 \rho} d\rho =$$

$$= \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{b^2 - k_0^2} \left\{ e^{-jk_0 d} \left[\left(jk_0 (cd - 1) - c \frac{b^2 + k_0^2}{b^2 - k_0^2} \right) \sin(a + bd) + b \left(cd - 1 + j \frac{2ck_0}{b^2 - k_0^2} \right) \times \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \times \cos(a + bd) \right] + \sin(a) \left(jk_0 + c \frac{b^2 + k_0^2}{b^2 - k_0^2} \right) + b \cos(a) \left(1 - j \frac{2ck_0}{b^2 - k_0^2} \right) \right\} \\ & + \frac{jd}{2} e^{\pm ja \left(\frac{cd}{2} - 1 \right)} + \frac{1}{4b} \left\{ e^{\mp ja} \left[1 \pm j \frac{c}{2b} \right] - \right. \\ & \quad \left. - e^{\mp j(a + 2bd)} \left[1 + \frac{c}{2b} (\pm j - 2bd) \right] \right\} ; \text{ para } b = \pm k_0 \end{aligned} \right. \quad (2.47)$$

- Para $C \neq 0$ e $E = 0$ (argumentos de FF):

$$FF(C, D, E, F, G, H, T) = \frac{1}{4C} \left\{ \begin{aligned} & I_2(2C, D(G - C) + FH, F, T) + \\ & + I_2(2C, D(G - C) - FH, F, T) - I_2(0, D(G + C) + FH, F, T) - \\ & - I_2(0, D(G + C) - FH, F, T) \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

onde I_2 é dado pela equação (2.47).

- Para $C = E = 0$ (argumentos de FF):

$$FF(C, D, E, F, G, H, T) = \frac{1}{2} \left\{ I_3(DG + FH, D, F, T) + I_3(DG - FH, D, F, T) \right\} \quad (2.49)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 I_3(a, b, c, d) &= \int_0^d [1 - (b+c)\rho + bc\rho^2] \cos(a\rho) e^{-jk_0\rho} d\rho = \\
 &= \left\{ \frac{1}{a^2 - k_0^2} \left\{ e^{-jk_0 d} \left[\left(-jk_0 \left((1-bd)(1-cd) - 2bc \frac{k_0^2 + 3a^2}{(a^2 - k_0^2)^2} \right) - \frac{a^2 + k_0^2}{a^2 - k_0^2} \left(b(1-cd) + \right. \right. \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + c(1-bd) \right) \right] \cos(ad) + a \left((1-bd)(1-cd) - 2bc \frac{3k_0^2 + a^2}{(a^2 - k_0^2)^2} - j \frac{2k_0}{a^2 - k_0^2} \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \left(b(1-cd) + c(1-bd) \right) \right) \sin(ad) \right] + jk_0 \left(1 - 2bc \frac{k_0^2 + 3a^2}{(a^2 - k_0^2)^2} \right) + \frac{a^2 + k_0^2}{a^2 - k_0^2} (b+c) \right\} \\
 &\quad e^{+j2ad} \left[\pm \frac{j}{4a} \left((bd-1)(cd-1) - \frac{bc}{2a^2} \right) + \frac{1}{4a^2} \left(bcd - \frac{(b+c)}{2} \right) \right] + \\
 &\quad \left. + \frac{d}{2} \mp \frac{j}{4a} - \frac{(b+c)}{8a^2} \left(2(ad)^2 - 1 \right) + \frac{bc}{a^3} \left(\frac{(ad)^3}{6} \pm \frac{j}{8} \right) \right] ; \text{ para } a = \pm k_0
 \end{aligned}
 \tag{2.50}$$

2.5.4 - Casos onde o cálculo das integrais pode ser evitado:

Como estas integrais serão calculadas numericamente, elas irão influir consideravelmente no tempo de cálculo da matriz [S], devendo-se evitar cálculos redundantes envolvendo estas integrais. No Apêndice B são apresentados e demonstrados os casos onde as integrais $I_{x,y,z}$ possuem o mesmo valor. Os casos são os seguintes:

- acoplamento entre os modos m e n na mesma abertura: as integrais $I_{x,y,z}$, referentes ao coeficiente C_{nm}^{11} , são as mesmas do coeficiente C_{mn}^{11} .

- acoplamento entre o modo n da abertura j e o m da abertura i : as integrais $I_{x,y,z}$, referentes ao coeficiente C_{nm}^{ji} , são as mesmas do coeficiente C_{mn}^{ij} .

- acoplamento entre o modo m da abertura j e o n da abertura i quando as aberturas possuem as mesmas dimensões: as integrais $I_{x,y,z}$, referentes ao coeficiente C_{mn}^{ji} , são as mesmas do coeficiente C_{mn}^{ij} , a menos de uma possível troca no sinal.

2.5.5 - Comparações com resultados da literatura:

Apresentaremos agora alguns resultados numéricos obtidos através de programas de computador baseados na formulação apresentada. O objetivo é comparar os nossos resultados com os obtidos por Bird, de forma que os modos utilizados nestes exemplos foram os definidos pela Referência [11], o que requer a multiplicação do coeficiente C_{mn}^{ij} por uma constante representando a normalização dos modos.

Na Figura 2.6 são apresentados os gráficos da variação do coeficiente de acoplamento entre os modos TE₁₀ de duas aberturas quadradas com a variação de suas dimensões. O coeficiente de acoplamento é determinado a partir da equação (2.28) através da razão entre as amplitudes dos modos incidentes e refletidos relevantes. Para o caso em que as terminações dos guias são supostas casadas (como é suposto aqui), estes coeficientes de acoplamento são os próprios elementos da matriz $[S]$. As posições relativas entre as duas aberturas são apresentadas junto com os respectivos gráficos. É

usada uma expansão de 12 modos em cada uma das aberturas para o gráfico (c): TE10, TE11, TM11, TE12, TM12, TE01, TE02, TE20, TE21, TM21, TE22, TM22. Para os gráficos (a) e (b) são usados apenas os cinco primeiros modos para cada abertura. Estes são os casos da Figura 8 da Referência [11]. Na Figura 2.7 são apresentados os resultados do acoplamento entre os modos TE10 e TE01 para a mesma geometria da Figura 2.6(c) e utilizando os mesmos 12 modos em cada abertura. Este é o caso da Figura 9 da Referência [11]. Em todos eles podemos observar uma concordância com os resultados de Bird, com discrepâncias desprezíveis no entorno das dimensões relacionadas com a frequência de corte dos modos usados, quando os parâmetros ν_m desses modos se anulam.

Na Figura 2.8 são apresentadas as variações, com a frequência, da magnitude e da fase do coeficiente de reflexão do modo TE10 da abertura central para a geometria apresentada na mesma figura. Foram utilizados 7 modos em cada abertura (TE10, TE11, TM11, TE20, TE02, TE12, TM12). Com o auxílio do esquema apresentado na figura, a geometria deste caso é dada por: $a_1=b_1=22,8\text{mm}$, $a_2=a_3=15,7\text{mm}$, $b_2=b_3=7,7\text{mm}$, o centro da abertura 2 está a -30mm do centro da abertura 1 na direção $\hat{y}$ e o da abertura 3 está a 30mm na direção $\hat{x}$. Este é o caso da Figura 4 da Referência [11]. As Figuras 2.9a e 2.9b referem-se à mesma geometria anterior usando-se os mesmos sete modos: a primeira apresenta a variação do coeficiente de acoplamento entre os modos TE10 das aberturas 1 e 2, e a segunda entre os modos TE10 das aberturas 1 e 3. Estes gráficos referem-se às Figuras 5 e 6, respectivamente, da Referência [11]. Todos os

resultados concordam com os obtidos por Bird.

Na Figura 2.10 são apresentados os diagramas de radiação no plano $\phi = -45^\circ$ para o mesmo caso anterior, usando o modo fundamental TE₁₀ ou os sete modos anteriores em cada abertura. Apenas o guia 1 está excitado pelo modo fundamental e os outros dois são supostos casados em suas terminações. Este é o caso da Figura 7 da Referência [11], onde também é apresentado o diagrama obtido através de medições, de onde pode-se constatar a necessidade de se levar em conta modos de ordem elevada e o acoplamento mútuo entre eles (o diagrama de polarização cruzada obtido das medições assemelha-se mais com o obtido da teoria utilizando os 7 modos apresentados acima). Os gráficos da Figura 2.10 foram obtidos com o auxílio das equações (2.9) até (2.12) e eles concordam perfeitamente com os resultados de Bird [11].

Resultados análogos também aparecem na Referência [15], onde também são utilizados dois guias retangulares abertos num plano condutor infinito. A geometria das aberturas encontra-se na Figura 2.11 juntamente com os gráficos obtidos. São usados apenas os dois modos fundamentais em cada guia (TE₁₀, TE₀₁). A Figura 2.11a refere-se à Figura 1a da Referência [15] para guias com paredes lisas (SW) e trata do acoplamento entre os modos TE₁₀ dos dois guias. A Figura 2.11b refere-se à Figura 1b da mesma referência para o caso SW e trata do acoplamento do modo TE₁₀ num mesmo guia, mostrando a concordância entre os nossos resultados e os da literatura.

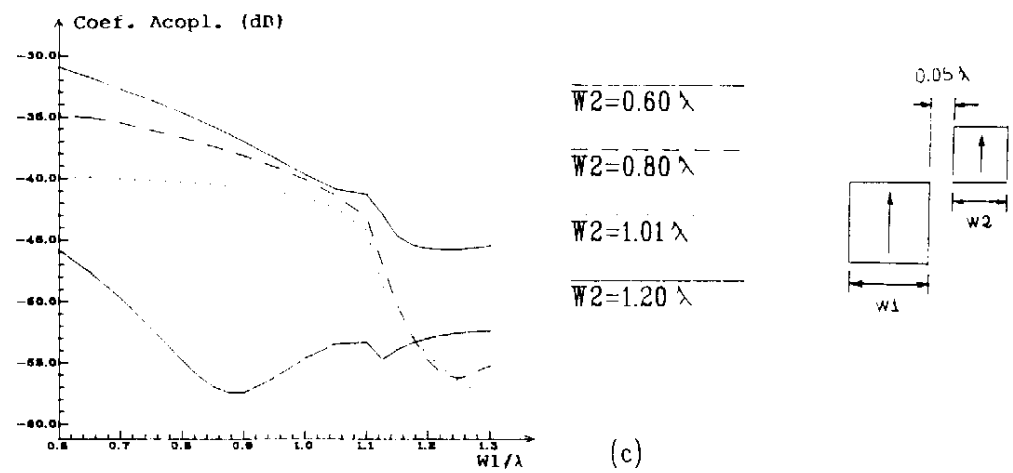
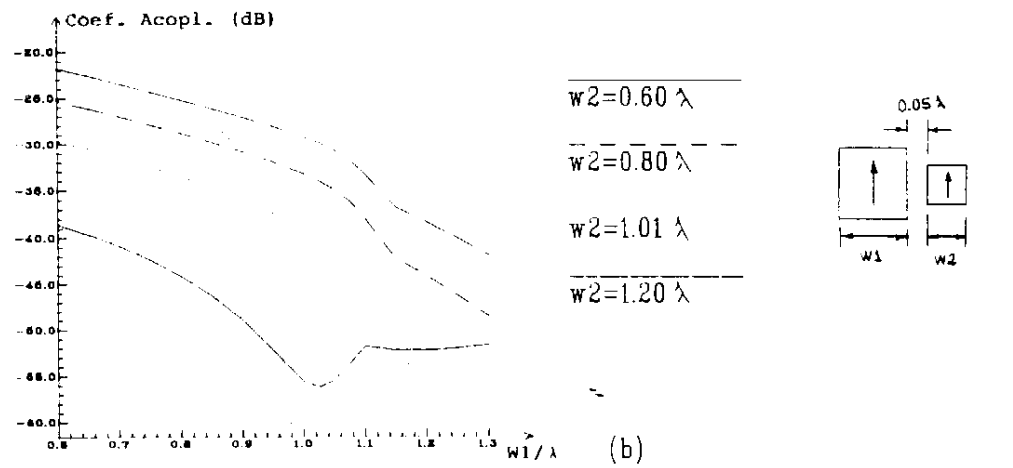
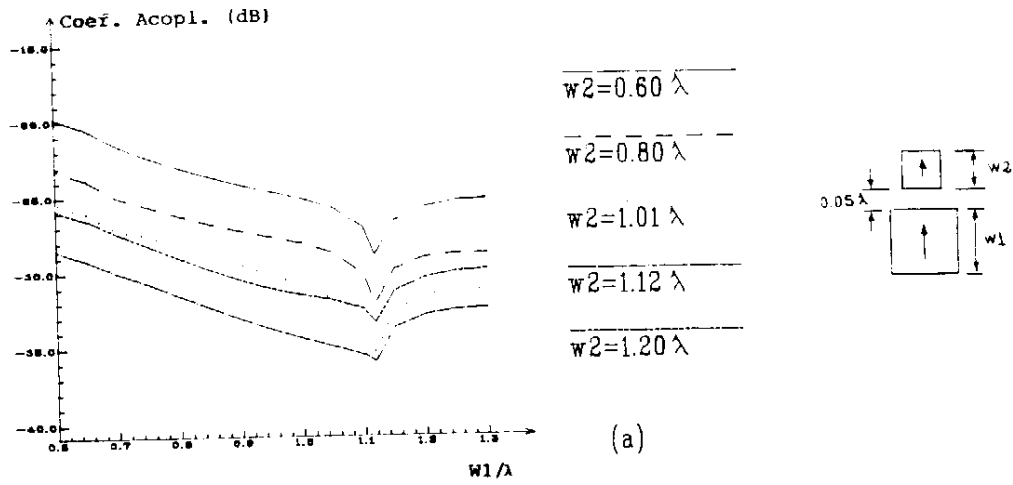


Fig. 2.6 - Coeficientes de acoplamento (TE₁₀ - TE₁₀)

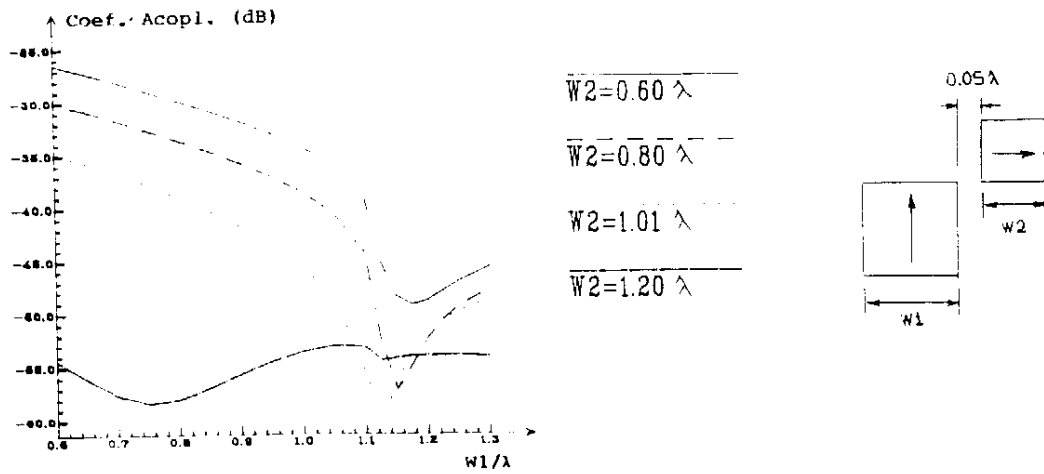


Fig. 2.7 - Coeficientes de acoplamento (TE10 - TE01)

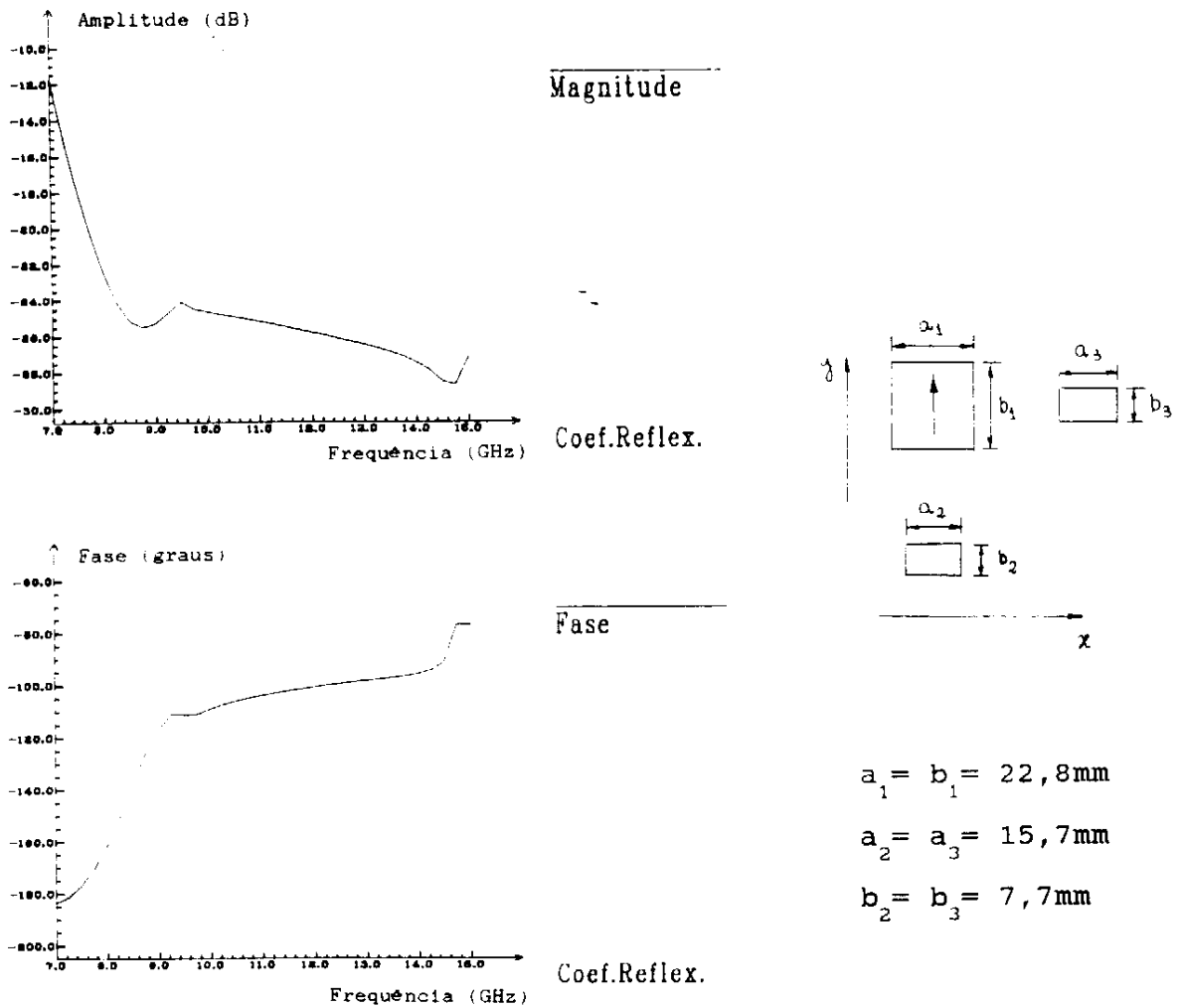


Fig. 2.8 - Coef. de reflexão (TE10): (a) magnitude (b) fase

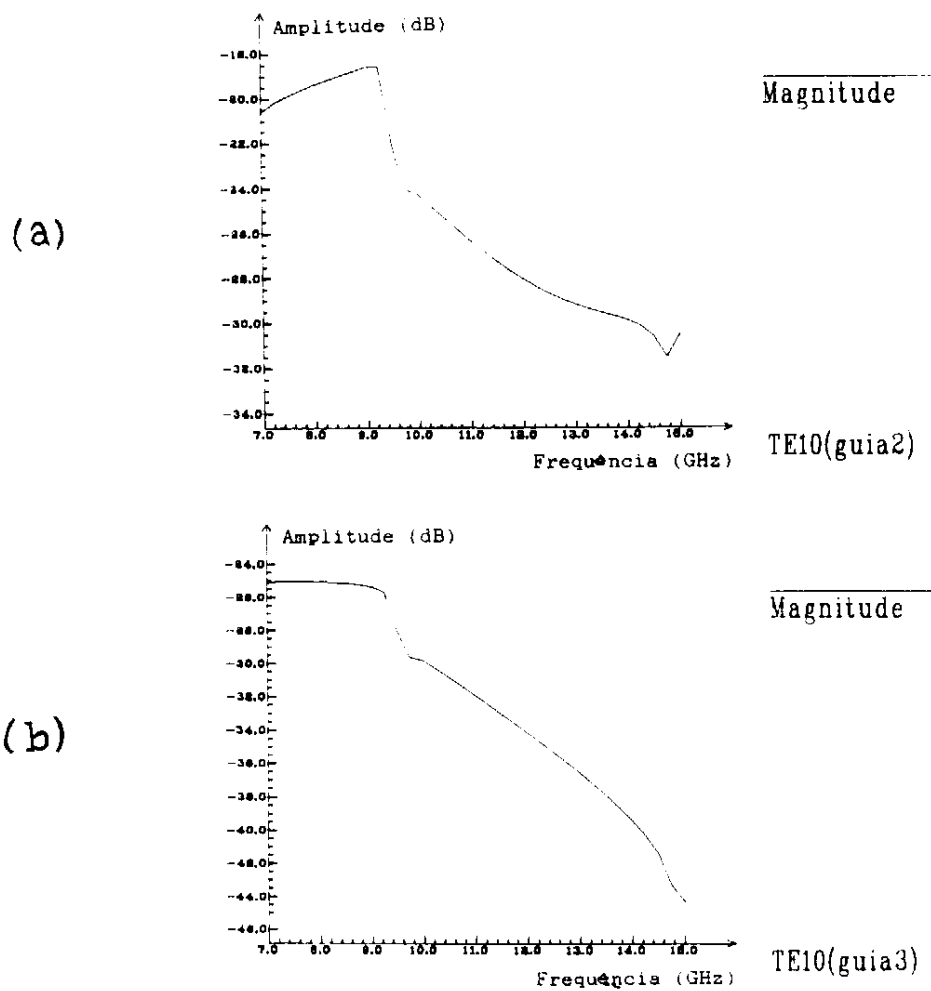


Fig. 2.9 - Coef. de acoplamento (TE10-TE10): (a) 1 e 2 (b) 1 e 3

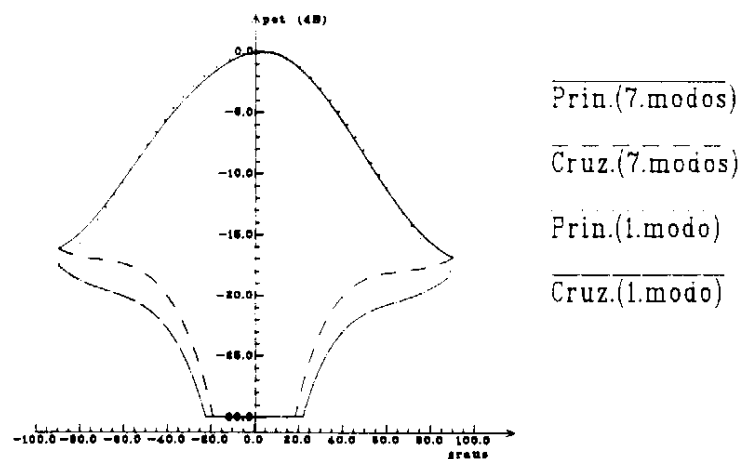


Fig. 2.10 - Diagramas de radiação (1 e 7 modos), plano $\phi = -45^\circ$

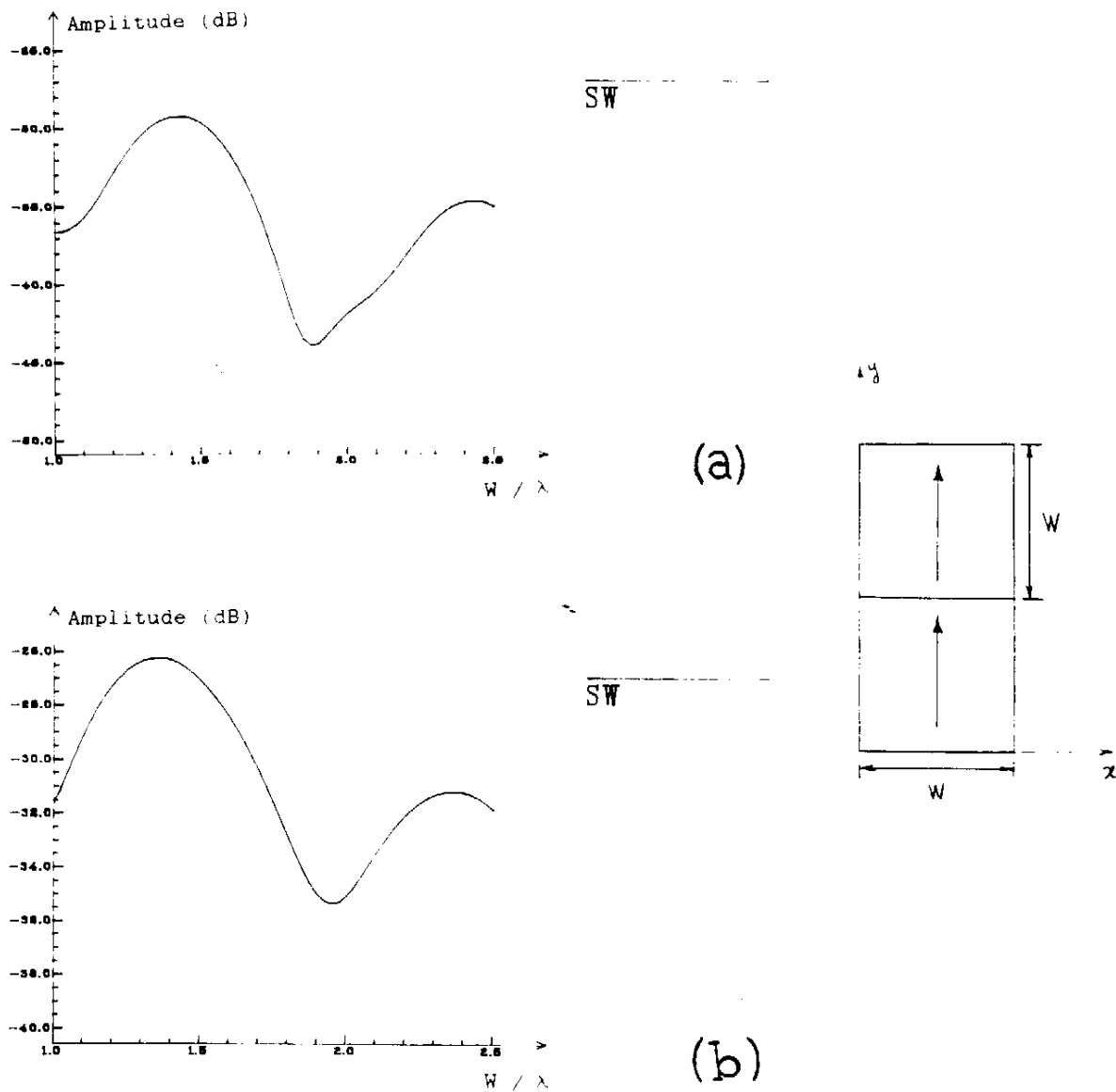


Fig. 2.11 - Coeficientes de acoplamento entre modos TE₁₀:

(a) guias diferentes, (b) mesmo guia

2.6 - Acoplamento mútuo entre aberturas suficientemente afastadas entre si:

Como visto anteriormente, o cálculo do coeficiente de acoplamento mútuo (C_{mn}^{ij}) entre aberturas diferentes requer a resolução numérica de uma integral dupla, o que exige um esforço computacional considerável. Nesta seção desenvolvemos uma formulação assintótica que permite calcular este coeficiente de acoplamento sem a necessidade da integração, desde que estas aberturas estejam suficientemente afastadas uma da outra. Esta formulação é de suma importância, principalmente para conjuntos com um grande número de alimentadores, por permitir o cálculo da matriz de acoplamento mútuo praticamente com a mesma precisão e com um esforço computacional muito menor.

Quando as aberturas encontram-se suficientemente afastadas entre si pode-se utilizar uma expansão em série de potências do parâmetro R_{ij} para a representação da função de Green dada pela equação (2.17), onde R_{ij} representa a distância entre as aberturas e é dada por (Figura 2.4):

$$R_{ij} = [X_{ij}^2 + Y_{ij}^2]^{1/2} \quad (2.51)$$

A expansão da função de Green utilizando apenas os termos de ordem até $1/R_{ij}^3$, como mostrado no Apêndice C, é dada por:

$$\begin{aligned}
 G(|\vec{r}-\vec{r}'|) \cong G(R_{ij}) e^{-jk_o [(x-x') \cos \phi_{ij} + (y-y') \sin \phi_{ij}]} \times \left\{ 1 - \frac{1}{R_{ij}} \times \right. \\
 \left[(x-x') \cos \phi_{ij} + (y-y') \sin \phi_{ij} + \left((x-x') \sin \phi_{ij} - (y-y') \cos \phi_{ij} \right)^2 \right] \times \left(\frac{jk_o}{2} + \right. \\
 \left. \frac{1}{2R_{ij}} - \frac{jk_o}{R_{ij}} [(x-x') \cos \phi_{ij} + (y-y') \sin \phi_{ij}] + \frac{k_o^2}{8R_{ij}} [(x-x') \sin \phi_{ij} - \right. \\
 \left. (y-y') \cos \phi_{ij}]^2 \right) \left. \right\} + \frac{1}{R_{ij}^2} \left[(x-x') \cos \phi_{ij} + (y-y') \sin \phi_{ij} \right]^2 \} \quad (2.52)
 \end{aligned}$$

onde x, y são as coordenadas retangulares referentes à abertura i e x', y' referem-se à abertura j , de acordo com a notação das integrais na equação (2.27). O ângulo ϕ_{ij} é dado por:

$$\phi_{ij} = \text{tg}^{-1}(Y_{ij}/X_{ij}) \quad (2.53)$$

e $G(R_{ij}) = \exp(-jk_o R_{ij}) / R_{ij}$.

Se utilizarmos apenas os termos de ordem até $1/R_{ij}^2$ e operarmos a transformação:

$$\begin{cases} x' = \rho_j \cos \phi_j \\ y' = \rho_j \sin \phi_j \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = \rho_i \cos \phi_i \\ y = \rho_i \sin \phi_i \end{cases} \quad (2.54)$$

obtemos a expansão para a função de Green dada na Referência [9]:

$$\begin{aligned}
 G(|\vec{r}-\vec{r}'|) \cong G(R_{ij}) e^{-jk_o[\rho_i \cos(\phi_i - \phi_{ij}) - \rho_j \cos(\phi_j - \phi_{ij})]} \times \\
 \times \left\{ 1 - \frac{1}{R_{ij}} [\rho_i \cos(\phi_i - \phi_{ij}) - \rho_j \cos(\phi_j - \phi_{ij})] + \frac{jk_o}{4R_{ij}} \times \right. \\
 \times \left[4\rho_i \rho_j \sin(\phi_i - \phi_{ij}) \sin(\phi_j - \phi_{ij}) + \rho_i^2 (\cos 2(\phi_i - \phi_{ij}) - 1) + \right. \\
 \left. \left. + \rho_j^2 (\cos 2(\phi_j - \phi_{ij}) - 1) \right] \right\} \quad (2.55)
 \end{aligned}$$

onde ρ_i, ϕ_i e ρ_j, ϕ_j são as coordenadas polares referentes aos eixos das aberturas i, j , respectivamente, como mostrado pela Figura 2.4. Substituindo a equação (2.52) na equação (2.27), as integrais $I_{x,y,z}$ podem ser resolvidas analiticamente:

$$\begin{aligned}
 I_z^x = G(R_{ij}) \left\{ C_1 C_2 - \frac{1}{R_{ij}} [C_2 C_3 \cos \phi_{ij} + C_1 C_4 \sin \phi_{ij} - (jk_o + \frac{3}{R_{ij}}) \times \right. \\
 C_3 C_4 s_1(\phi_{ij}) + \frac{C_2 C_5}{2} \left(jk_o \sin^2 \phi_{ij} + \frac{s_2(\phi_{ij})}{R_{ij}} \right) + \frac{C_1 C_6}{2} \left(jk_o \cos^2 \phi_{ij} + \right. \\
 \left. \frac{s_3(\phi_{ij})}{R_{ij}} \right) \left. \right] + \frac{jk_o}{R_{ij}^2} \left[\sin \phi_{ij} (C_2 C_7 s_1(\phi_{ij}) + C_4 C_5 s_2(\phi_{ij})) + \cos \phi_{ij} \times \right. \\
 \left. (C_1 C_8 s_1(\phi_{ij}) + C_3 C_6 s_3(\phi_{ij})) \right] - \frac{k_o^2}{8R_{ij}^2} [C_2 C_9 \sin^4 \phi_{ij} + C_1 C_{10} \cos^4 \phi_{ij} - \\
 4 s_1(\phi_{ij}) (C_4 C_7 \sin^2 \phi_{ij} + C_3 C_8 \cos^2 \phi_{ij} - 3 \frac{C_5 C_6}{2} s_1(\phi_{ij})) \left. \right] \left. \right\} \quad (2.56)
 \end{aligned}$$

onde:

$$\begin{cases} s_1(\phi_{1j}) = \text{sen}\phi_{1j} \cos\phi_{1j} \\ s_2(\phi_{1j}) = \text{sen}^2\phi_{1j} - 2 \cos^2\phi_{1j} \\ s_3(\phi_{1j}) = \cos^2\phi_{1j} - 2 \text{sen}^2\phi_{1j} \end{cases} \quad (2.57)$$

$$c_1 = I_c^s(0, a_j, p_n, k_x) I_c^s(0, a_1, p_m, -k_x) \quad (2.58)$$

$$c_2 = I_c^c(0, b_j, q_n, k_y) I_c^c(0, b_1, q_m, -k_y) \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} c_3 = & I_c^s(0, a_j, p_n, k_x) I_c^s(1, a_1, p_m, -k_x) - \\ & - I_c^s(1, a_j, p_n, k_x) I_c^s(0, a_1, p_m, -k_x) \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} c_4 = & I_c^c(0, b_j, q_n, k_y) I_c^c(1, b_1, q_m, -k_y) - \\ & - I_c^c(1, b_j, q_n, k_y) I_c^c(0, b_1, q_m, -k_y) \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} c_5 = & I_c^s(0, a_j, p_n, k_x) I_c^s(2, a_1, p_m, -k_x) - 2 I_c^s(1, a_j, p_n, k_x) \times \\ & \times I_c^s(1, a_1, p_m, -k_x) + I_c^s(2, a_j, p_n, k_x) I_c^s(0, a_1, p_m, -k_x) \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} c_6 = & I_c^c(0, b_j, q_n, k_y) I_c^c(2, b_1, q_m, -k_y) - 2 I_c^c(1, b_j, q_n, k_y) \times \\ & \times I_c^c(1, b_1, q_m, -k_y) + I_c^c(2, b_j, q_n, k_y) I_c^c(0, b_1, q_m, -k_y) \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned}
 c_7 = & I_c^s(0, a_j, p_n, k_x) I_c^s(3, a_1, p_m, -k_x) - 3 I_c^s(1, a_j, p_n, k_x) \times \\
 & \times I_c^s(2, a_1, p_m, -k_x) + 3 I_c^s(1, a_1, p_m, -k_x) I_c^s(2, a_j, p_n, k_x) - \\
 & - I_c^s(0, a_1, p_m, -k_x) I_c^s(3, a_j, p_n, k_x) \quad (2.64)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_8 = & I_c^c(0, b_j, q_n, k_y) I_c^c(3, b_1, q_m, -k_y) - 3 I_c^c(1, b_j, q_n, k_y) \times \\
 & \times I_c^c(2, b_1, q_m, -k_y) + 3 I_c^c(1, b_1, q_m, -k_y) I_c^c(2, b_j, q_n, k_y) - \\
 & - I_c^c(0, b_1, q_m, -k_y) I_c^c(3, b_j, q_n, k_y) \quad (2.65)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_9 = & I_c^s(0, a_j, p_n, k_x) I_c^s(4, a_1, p_m, -k_x) - 4 I_c^s(1, a_j, p_n, k_x) \times \\
 & \times I_c^s(3, a_1, p_m, -k_x) + 6 I_c^s(2, a_1, p_m, -k_x) I_c^s(2, a_j, p_n, k_x) - \\
 & - 4 I_c^s(1, a_1, p_m, -k_x) I_c^s(3, a_j, p_n, k_x) + I_c^s(0, a_1, p_m, -k_x) \times \\
 & \times I_c^s(4, a_j, p_n, k_x) \quad (2.66)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_{10} = & I_c^c(0, b_j, q_n, k_y) I_c^c(4, b_1, q_m, -k_y) - 4 I_c^c(1, b_j, q_n, k_y) \times \\
 & \times I_c^c(3, b_1, q_m, -k_y) + 6 I_c^c(2, b_1, q_m, -k_y) I_c^c(2, b_j, q_n, k_y) - \\
 & - 4 I_c^c(1, b_1, q_m, -k_y) I_c^c(3, b_j, q_n, k_y) + I_c^c(0, b_1, q_m, -k_y) \times \\
 & \times I_c^c(4, b_j, q_n, k_y) \quad (2.67)
 \end{aligned}$$

$$k_x = k_o \cos \phi_{1j} ; \quad k_y = k_o \sin \phi_{1j} \quad (2.68)$$

$$I_s(n, a, p, k) = \int_0^a x^n \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) e^{jk \cdot x} dx \quad (2.69)$$

$$I_c(n, a, p, k) = \int_0^a x^n \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) e^{jk \cdot x} dx \quad (2.70)$$

As integrais das equações (2.69) e (2.70) podem ser resolvidas analiticamente e o resultado é o seguinte:

$$I_s(0, a, p, K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \pm ja/2 & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ -\delta \frac{[1 - (-1)^p e^{jKa}]}{\Delta} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.71)$$

$$I_c(0, a, p, K) = \begin{cases} a & , p = K = 0 \\ a/2 & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ jK \frac{[1 - (-1)^p e^{jKa}]}{\Delta} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.72)$$

$$I_s(1, a, p, K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \frac{a^2}{4} \left(\frac{-1}{p\pi} \pm j \right) & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ \frac{p\pi}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[1 + \frac{2jK/a}{\Delta} \right] - \frac{2jK/a}{\Delta} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.73)$$

$$I_c(1, a, p, K) = \begin{cases} \frac{a^2}{2} & , p = K = 0 \\ \frac{a^2}{4} \left(1 \mp \frac{j}{p\pi} \right) & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ \frac{1}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[-jKa + \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} \right] - \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.74)$$

$$I_s(2, a, p, K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \frac{a^3}{2} \left[\frac{-1}{2p\pi} \pm j \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2(p\pi)^2} \right) \right] & , K = \pm \frac{p\pi}{a}, p \neq 0 \\ \frac{p\pi}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[a + \frac{j4K}{\Delta} - \frac{2}{a} \frac{\delta^2 + 3K^2}{\Delta^2} \right] + \frac{2}{a} \frac{\delta^2 + 3K^2}{\Delta^2} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.75)$$

$$I_c(2, a, p, K) = \begin{cases} \frac{a^3}{3} & , p = K = 0 \\ \frac{a^3}{2} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2p\pi} \left(\frac{1}{p\pi} \mp j \right) \right] & , K = \pm \frac{p\pi}{a}, p \neq 0 \\ \frac{jK}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[-a^2 + \frac{2a}{jK} \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} + 2 \frac{3\delta^2 + K^2}{\Delta^2} \right] - \right. \\ \left. - 2 \frac{3\delta^2 + K^2}{\Delta^2} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.76)$$

$$I_s(3, a, p, K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \frac{a^4}{4} \left[\left(\frac{1}{p\pi} \mp j \right) \left(\frac{3/2}{(p\pi)^2} - 1 \right) \mp \frac{j}{2} \right] & , K = \pm \frac{p\pi}{a}, p \neq 0 \\ \frac{p\pi}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[a^2 + \frac{j6Ka}{\Delta} - 6 \frac{\delta^2 + 3K^2}{\Delta^2} - \frac{j24K}{a} \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta^3} \right] + \right. \\ \left. + \frac{j24K}{a} \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta^3} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.77)$$

$$I_c(3, a, p, K) = \begin{cases} \frac{a^4}{4} & , p = K = 0 \\ \frac{a^4}{4} \left[\frac{3}{2} + \left(\frac{3/2}{(p\pi)^2} - 1 \right) \left(1 \pm \frac{j}{p\pi} \right) \right] & , K = \pm \frac{p\pi}{a}, p \neq 0 \\ \frac{1}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[-jKa^3 + 3a^2 \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} + j6Ka \frac{3\delta^2 + K^2}{\Delta^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{6}{\Delta^3} (K^4 + 6K^2\delta^2 + \delta^4) \right] + \frac{6}{\Delta^3} (K^4 + 6K^2\delta^2 + \delta^4) \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.78)$$

$$I_s(4, a, p, K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \frac{a^5}{4p\pi} \left[\left(1 \pm \frac{j}{p\pi} \right) \left(\frac{3 - (p\pi)^2}{(p\pi)^2} \right) \pm j \left(\frac{2p\pi}{5} - \frac{1}{p\pi} \right) \right] & , K = \pm \frac{p\pi}{a}, p \neq 0 \\ \frac{p\pi}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[a^3 + \frac{j8Ka^2}{\Delta} - 12a \frac{\delta^2 + 3K^2}{\Delta^2} - j96K \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta^3} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{24}{a\Delta^4} (5K^4 + 10K^2\delta^2 + \delta^4) \right] - \frac{24}{a\Delta^4} (5K^4 + 10K^2\delta^2 + \delta^4) \right\} & \end{cases} \quad (2.79)$$

$$I_c(4, a, p, K) = \begin{cases} \frac{a^5}{5} & , p = K = 0 \\ \frac{a^5}{4p\pi} \left[\left(\frac{3 - (p\pi)^2}{(p\pi)^2} \right) \left(\frac{-1}{p\pi} \pm j \right) + \frac{2p\pi}{5} + \frac{1}{p\pi} \right] & , K = \pm \frac{p\pi}{a}, p \neq 0 \\ \frac{1}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[-jKa^4 + 4a^3 \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} + j12Ka^2 \frac{3\delta^2 + K^2}{\Delta^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{24a}{\Delta^3} (K^4 + 6K^2\delta^2 + \delta^4) - \frac{j24K}{\Delta^4} (K^4 + 10K^2\delta^2 + 5\delta^4) \right] + \right. \\ \left. + \frac{j24K}{\Delta^4} (K^4 + 10K^2\delta^2 + 5\delta^4) \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (2.80)$$

onde nas equações acima $\delta = \frac{p\pi}{a}$ e $\Delta = K^2 - \delta^2$. Uma vez tendo os valores de $I_{x,y,z}$, o coeficiente C_{mn}^{ij} é dado pela equação

(2.26).

2.6.1 - Comparações entre os resultados das formulações integral e assintótica:

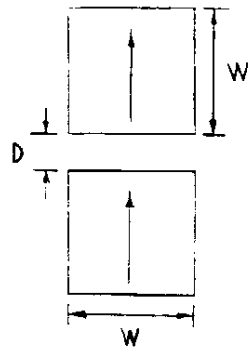
Nesta seção apresentaremos alguns resultados visando obter alguma noção sobre a distância que deve haver entre as aberturas no plano condutor para que possamos utilizar as expansões assintóticas para as integrais duplas apresentadas pela equação (2.56). Devido ao grande esforço computacional exigido para a resolução numérica das integrais é interessante, sempre que possível, utilizar estas expansões. As geometrias são basicamente as mesmas apresentadas na seção 2.5.5 e aparecem esquematizadas junto com as respectivas figuras (as aberturas são quadradas e idênticas). Em todos os casos, foi utilizada a expansão de termos até a ordem de $1/R_{1j}^2$ (aqui chamada de expansão assintótica 1) e outra incluindo também os termos de ordem $1/R_{1j}^3$ (expansão assintótica 2). São mostrados os comportamentos tanto da amplitude como da fase do coeficiente de acoplamento entre os modos. As três primeiras figuras referem-se aos acoplamentos entre os modos TE₁₀ das duas aberturas e a última entre os modos TE₁₀ e TE₀₁. Os modos utilizados são os definidos por Silver [19], de forma que a formulação utilizada é exatamente a mesma apresentada neste trabalho.

No caso representado pela Figura 2.12 temos uma simetria ao longo do plano E, de forma que, como estamos interessados no acoplamento entre os modos TE₁₀, necessitamos apenas de incluir

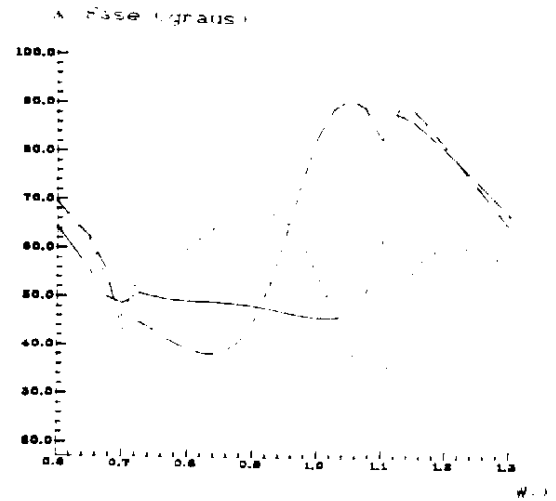
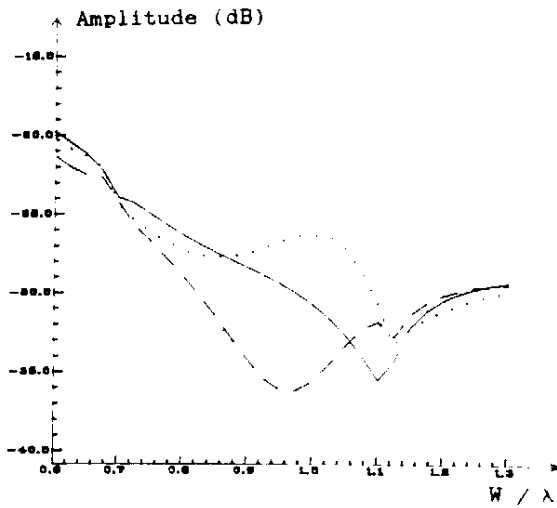
os modos TE, TM_{pq} onde p é ímpar. Como se trata de uma mera comparação entre fórmulas matemáticas e os fatores determinantes são a separação entre as aberturas e suas dimensões, foram usados apenas 5 modos: TE_{10} , TE_{11} , TE_{12} , TM_{11} , TM_{12} . Cada gráfico apresenta um determinado espaçamento D ($= 0,05\lambda, 1\lambda, 2\lambda, 4\lambda$) entre as bordas das aberturas. Deles podemos observar que a concordância entre os resultados obtidos através da integração numérica e os da formulação assintótica dependem da relação entre as dimensões das aberturas e da distância entre elas. Neste caso, também podemos observar que mesmo para uma distância $D=4\lambda$ a formulação assintótica 1 não fornece resultados tão precisos quanto à 2; e que uma distância $D \geq 1\lambda$ é necessária para que esta formulação assintótica possa ser utilizada com sucesso.

No caso da Figura 2.13 temos uma simetria ao longo do plano H , de forma que, como estamos interessados no acoplamento entre os modos TE_{10} , necessitamos apenas de incluir os modos TE, TM_{pq} onde q é par. Foram usados apenas 3 modos: TE_{10} , TE_{12} , TM_{12} . Podemos observar que o acoplamento entre os modos TE_{10} é mais fraco nesta geometria do que na anterior. Os mesmos comentários feitos anteriormente se aplicam aqui, apenas notando que a diferença entre as formulações assintóticas 1 e 2 são muito menos significativas.

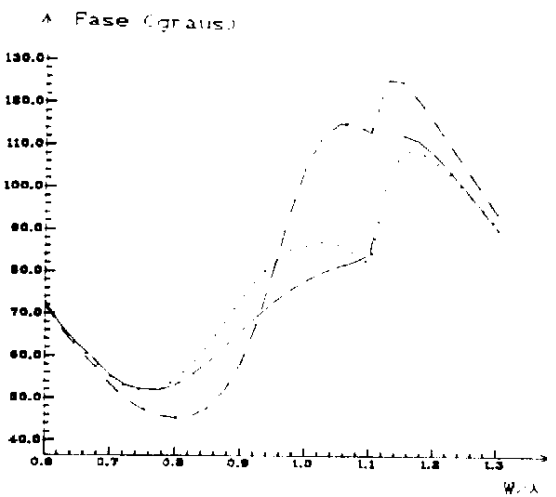
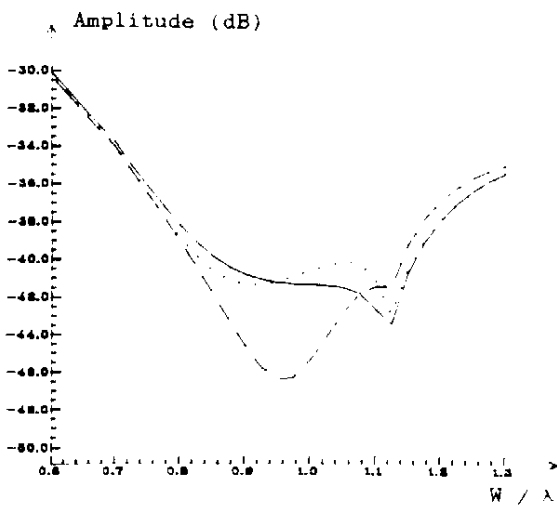
Nos casos das Figuras 2.14 e 2.15 não temos nenhum tipo de simetria que possa auxiliar na escolha dos modos, de forma que foram utilizados 12: TE_{10} , TE_{01} , TE_{11} , TE_{20} , TE_{02} , TE_{21} , TE_{12} , TE_{22} , TM_{11} , TM_{21} , TM_{12} , TM_{22} . Nestes casos, existe uma



Integral
Exp.Assint.1
Exp.Assint.2



(a)



(b)

Fig. 2.12 - Formulações integral e assintóticas: simetria no plano E (TE₁₀ - TE₁₀). (a) $D=0,05\lambda$ (b) $D=1\lambda$.

Integral
Exp.Assint.1
Exp.Assint.2

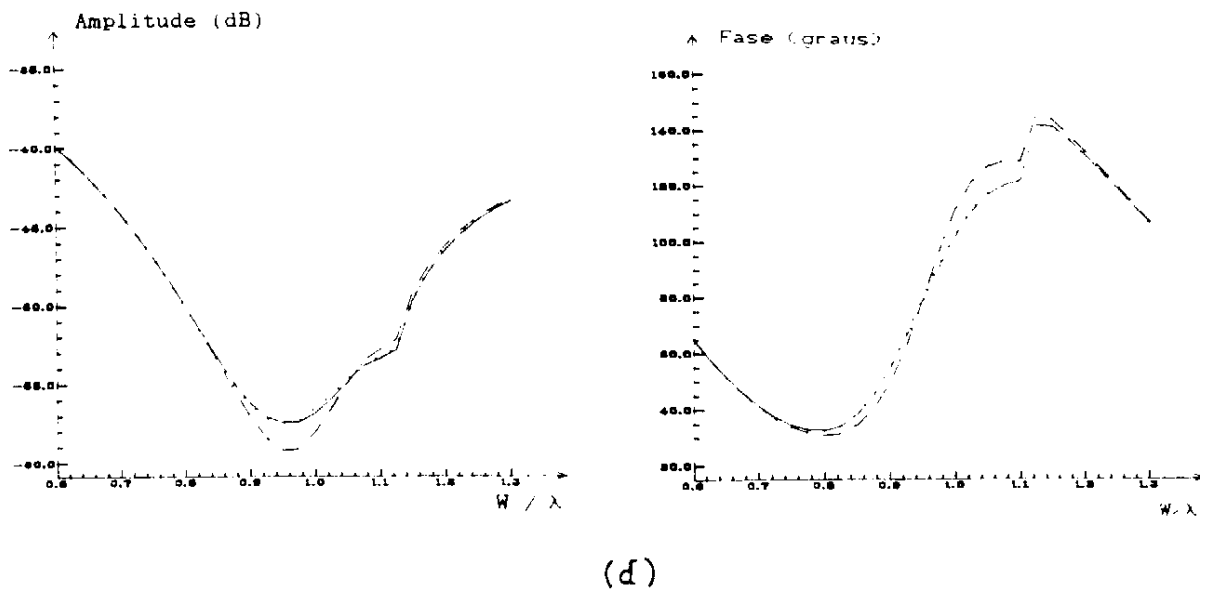
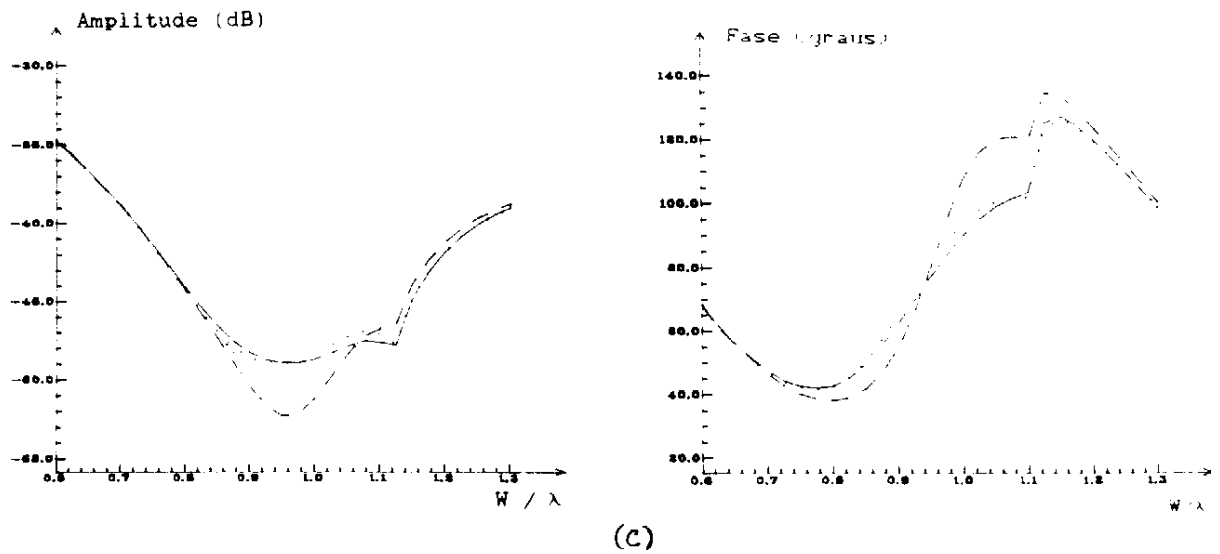
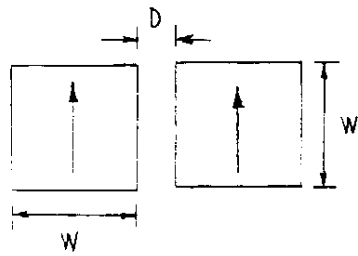
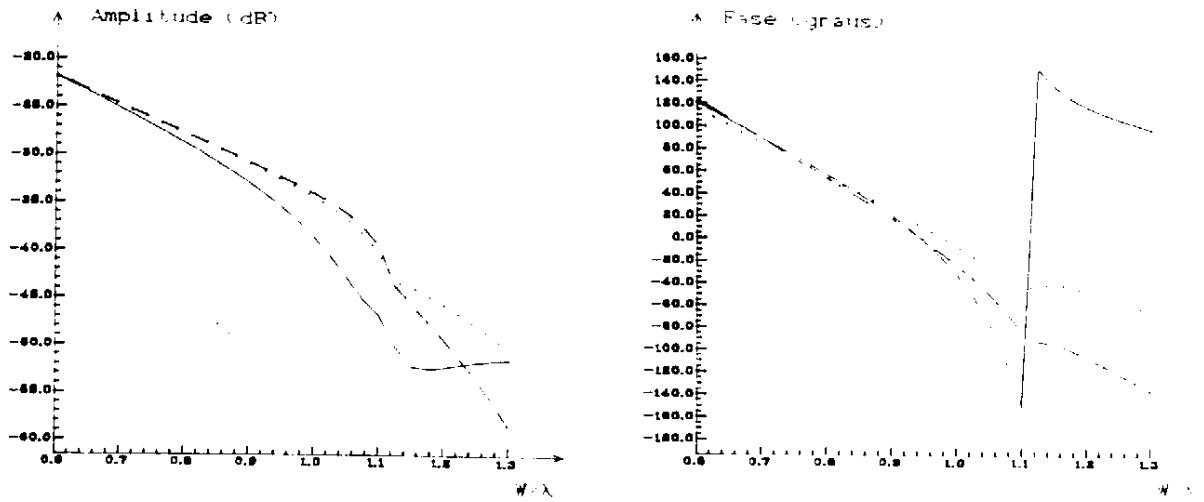


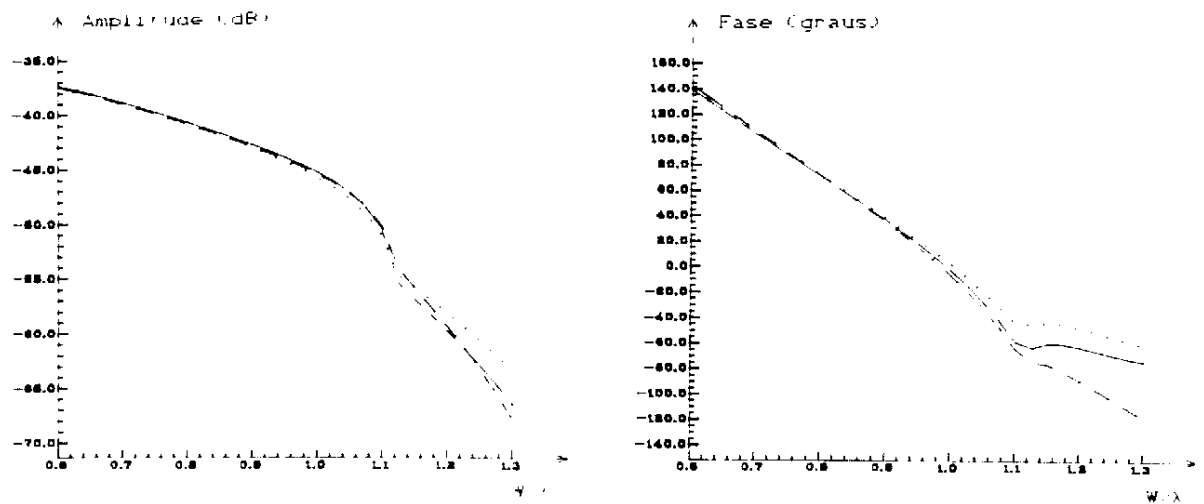
Fig. 2.12 - Formulações integral e assintóticas: simetria no plano E (TE₁₀ - TE₁₀). (c) $D=2\lambda$ (d) $D=4\lambda$.



Integral
Exp.Assint.1
Exp.Assint.2



(a)



(b)

Fig. 2.13 - Formulações integral e assintóticas: simetria no plano H (TE₁₀ - TE₁₀). (a) $D=0,05\lambda$ (b) $D=1\lambda$.

Integral
Exp.Assint.1
Exp.Assint.2

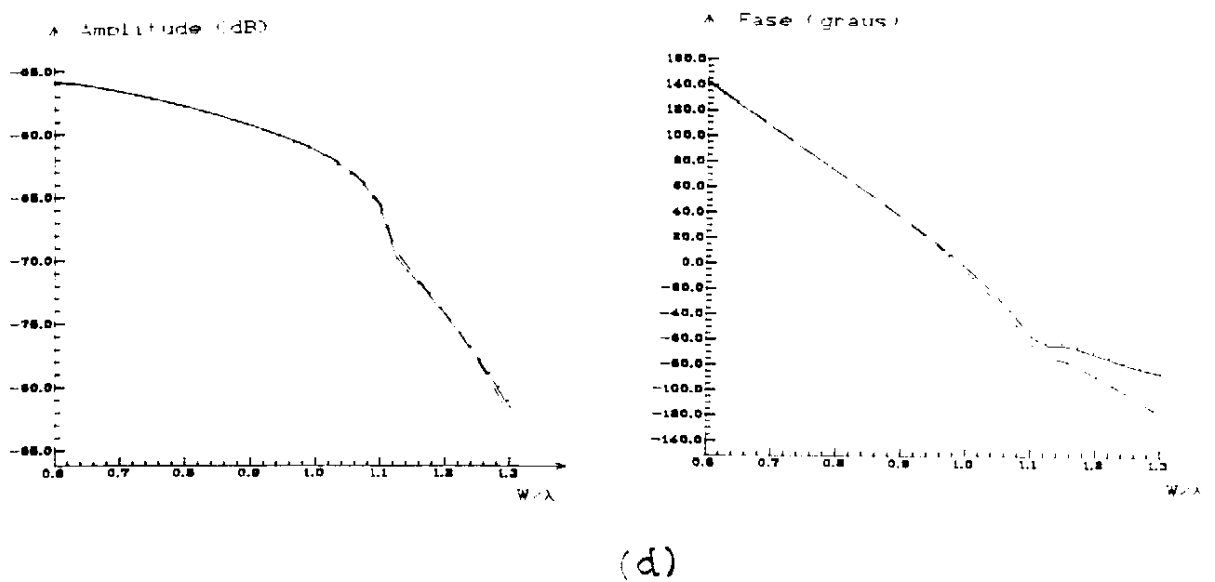
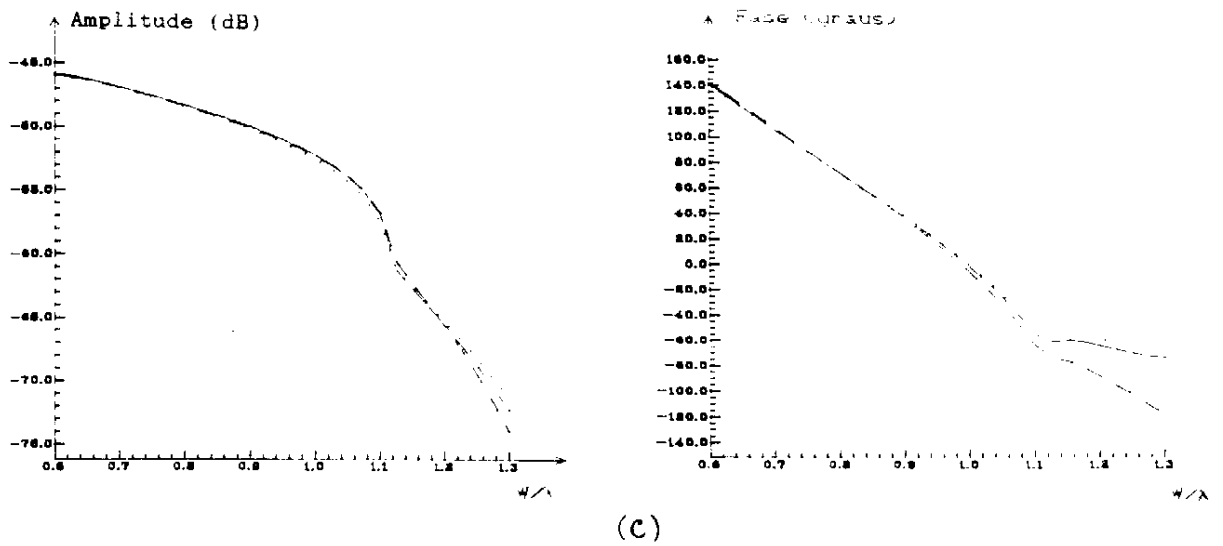


Fig. 2.13 - Formulações integral e assintóticas: simetria
no plano H (TE₁₀ - TE₁₀). (c) $D=2\lambda$ (d) $D=4\lambda$.

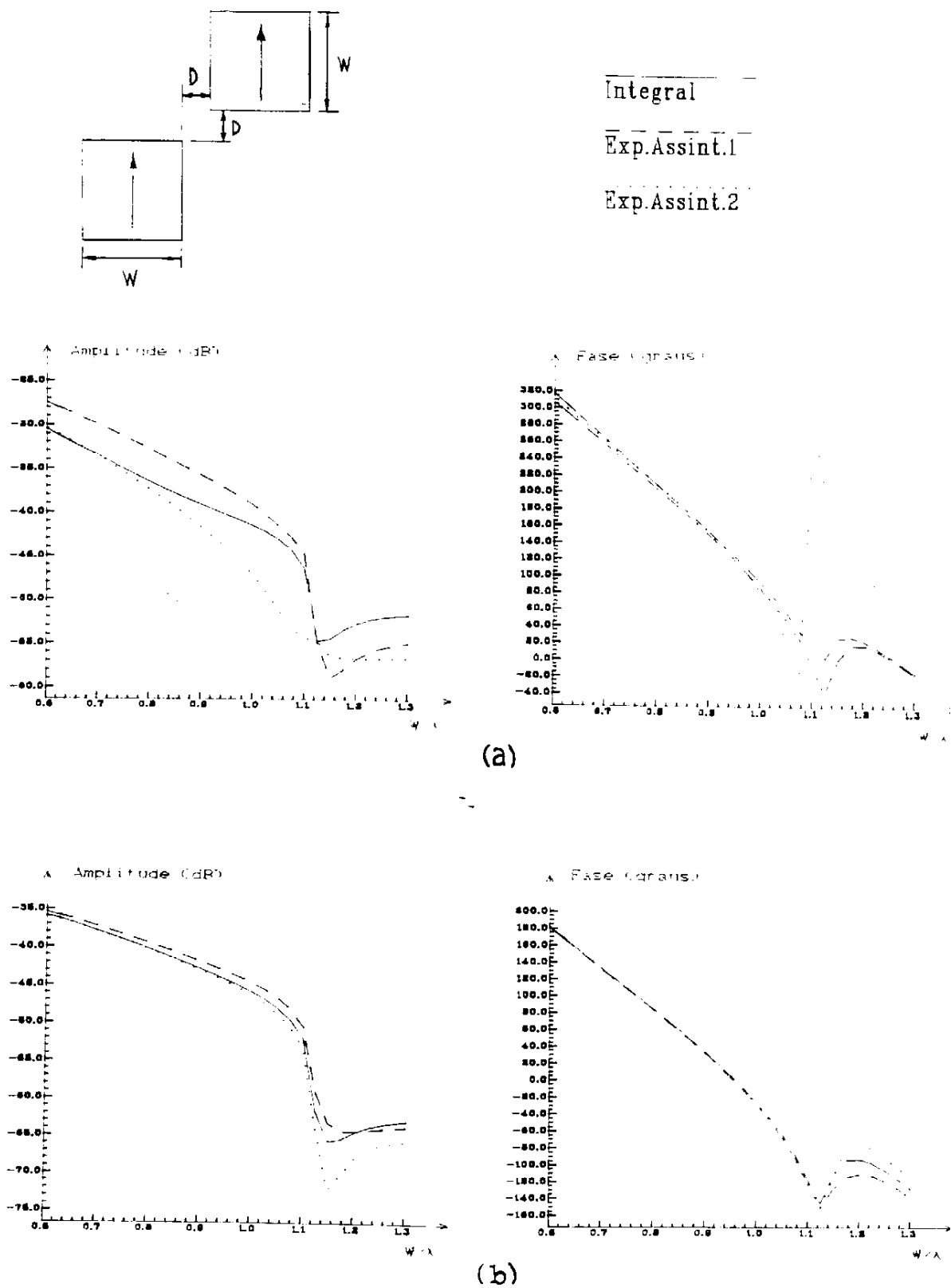
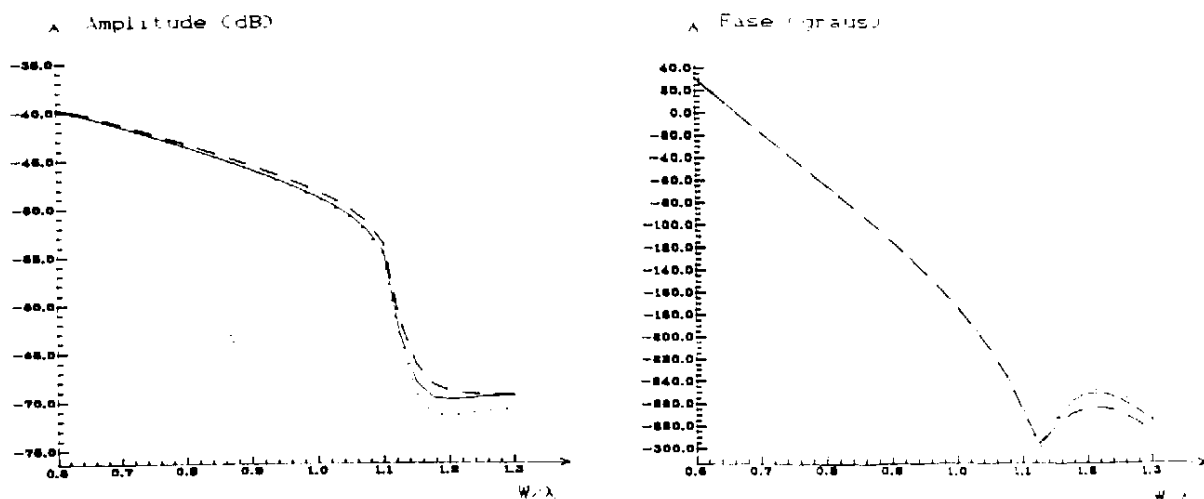


Fig. 2.14 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE₁₀ - TE₁₀). (a) $D=0,05\lambda$ (b) $D=1\lambda$.

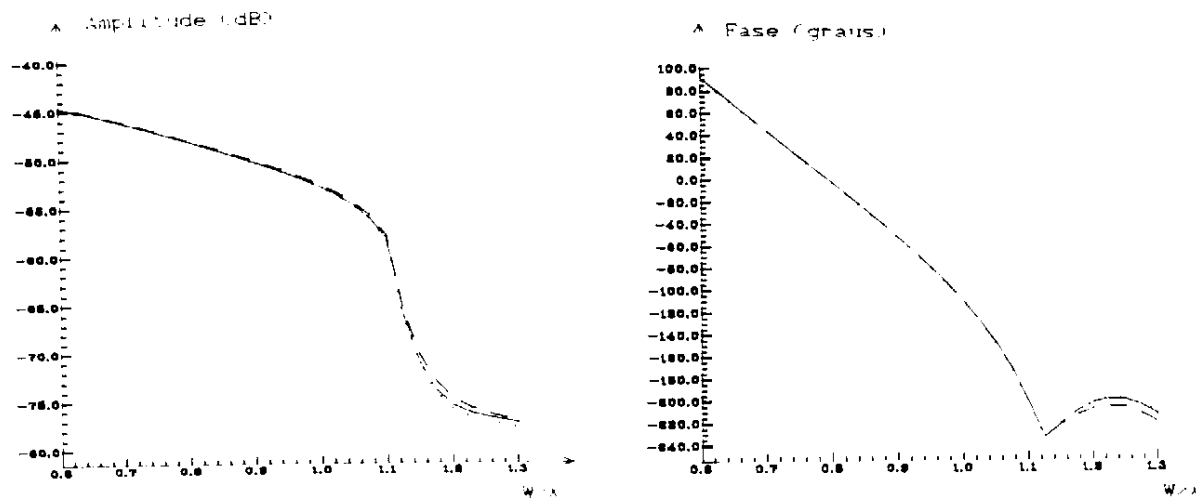
Integral

Exp.Assint.1

Exp.Assint.2

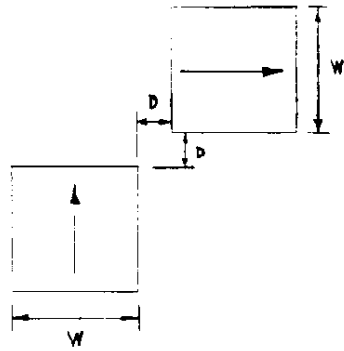


(c)

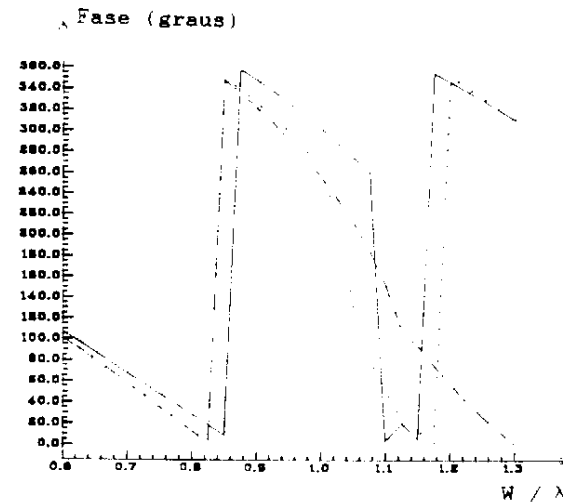
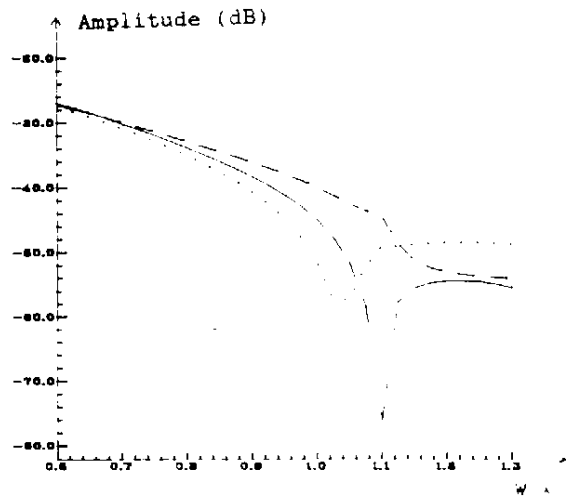


(d)

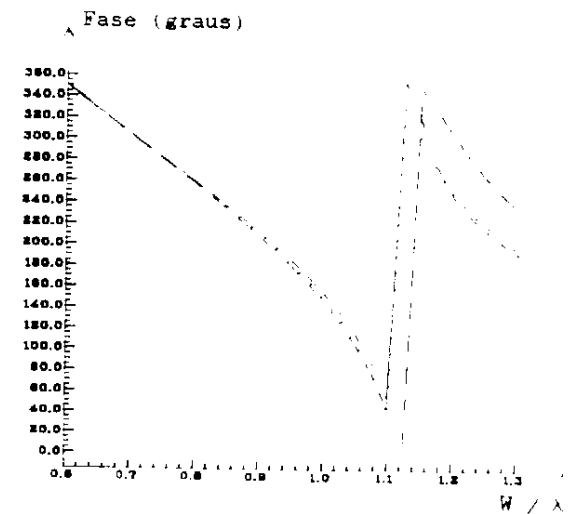
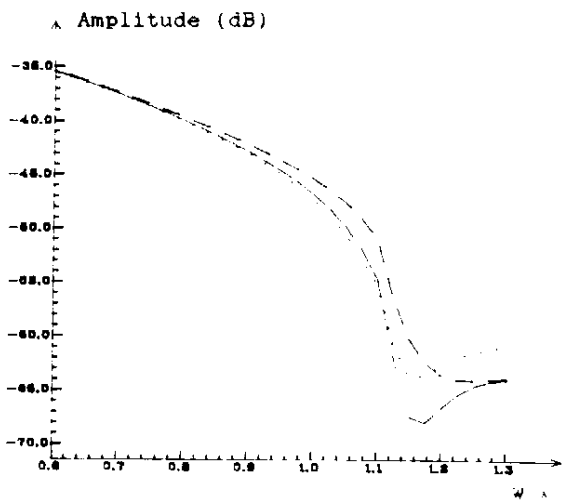
Fig. 2.14 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE₁₀ - TE₁₀). (c) $D=2\lambda$ (d) $D=4\lambda$.



Integral
Exp.Assint.1
Exp.Assint.2



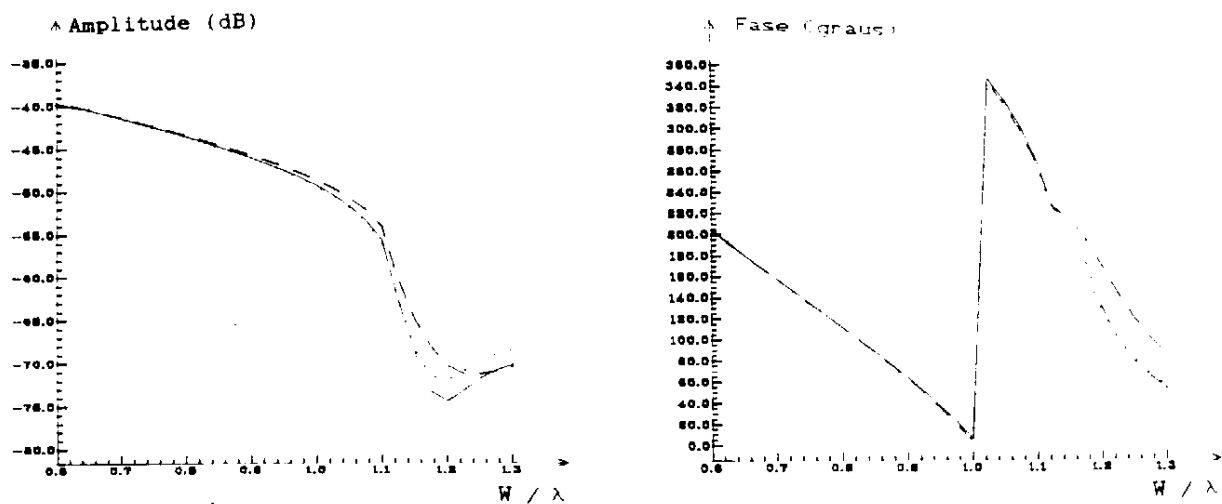
(a)



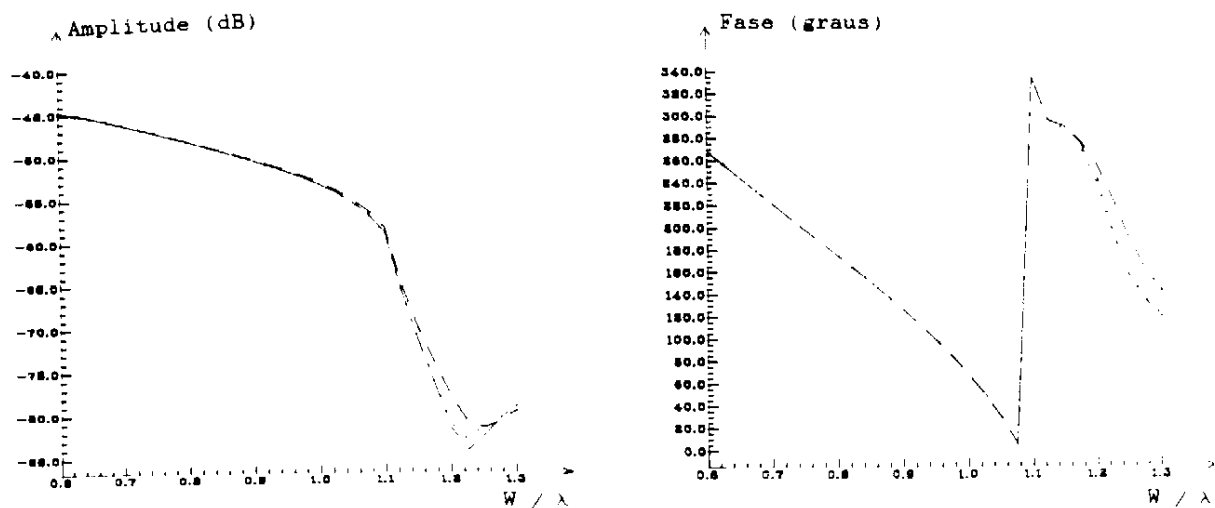
(b)

Fig. 2.15 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE₁₀ - TE₀₁). (a) $D=0,05\lambda$ (b) $D=1\lambda$.

Integral
Exp.Assint.1
Exp.Assint.2



(c)



(d)

Fig. 2.15 - Formulações integral e assintóticas: geometria diagonal (TE₁₀ - TE₀₁). (c) $D=2\lambda$ (d) $D=4\lambda$.

excelente concordância entre os resultados da formulação integral e da expansão assintótica 2, desde que $D \geq 1\lambda$ e $W \leq 1,1\lambda$.

2.7 - Reflexão de modos no interior da corneta piramidal:

Nesta seção estudaremos algumas aproximações na análise das variações sofridas pelos modos no interior da corneta piramidal (estágio 2 mostrado na Figura 2.1) devido à variação da seção reta ao longo do eixo z . A formulação é baseada no trabalho de Gans e Amitay [17], que despreza o acoplamento existente entre os diferentes modos no interior da corneta supondo, entre outras aproximações, que esta possui um ângulo de abertura muito pequeno, ou seja, sua seção reta varia muito lentamente ao longo de seu eixo. Os modos utilizados são também os TE e TM de um guia retangular, utilizados nas seções anteriores.

2.7.1 - Corneta piramidal com ângulo de abertura gradual:

Uma corneta piramidal é aquela cujas arestas encontram-se num ponto (como mostrado na Figura 2.16). Desta forma a razão entre os lados de sua seção reta permanece constante ao longo do seu eixo. Consideraremos que o ângulo de abertura é suficientemente pequeno, de forma que o campo que chega à abertura da corneta pode ser suposto de fase uniforme. Para que isto ocorra, o parâmetro δ apresentado na Figura 2.17 deve ser tal que:

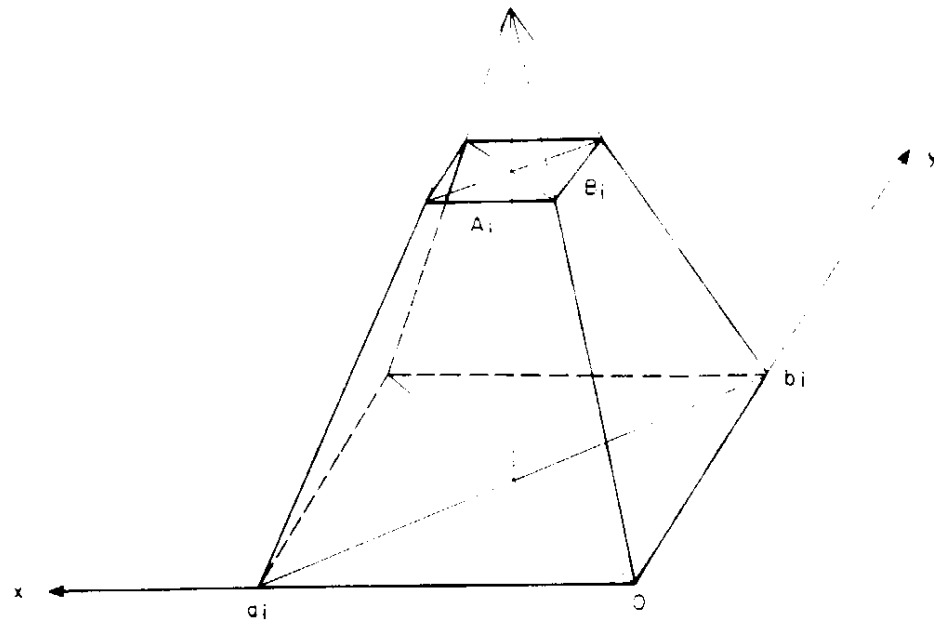
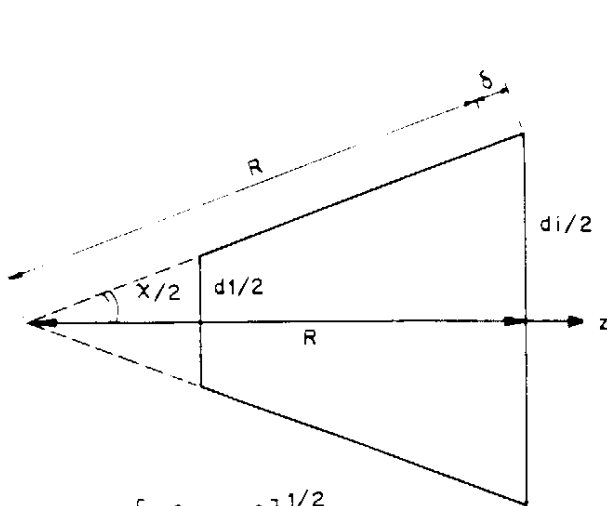


Fig. 2.16 - Corneta piramidal



$$d_1 = [A_i^2 + B_i^2]^{1/2}$$

$$d_i = [a_i^2 + b_i^2]^{1/2}$$

Fig. 2.17 - Parâmetros
 χ e δ

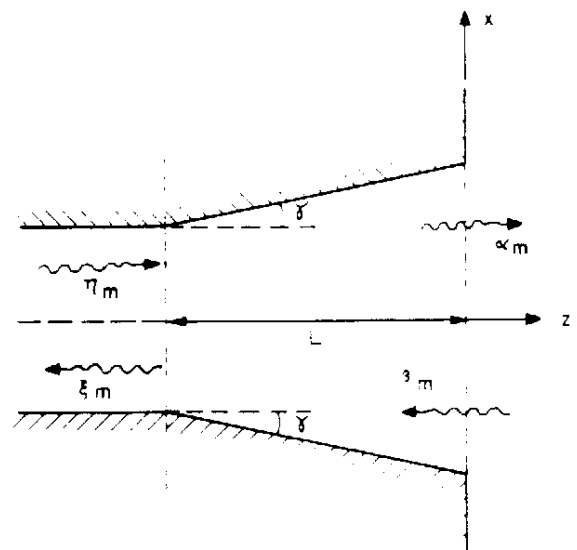


Fig. 2.18 - Modos na garganta e
na abertura da corneta

$$\delta = R [\sec(\chi/2) - 1] \ll \lambda \quad (2.81)$$

Logo, o ângulo χ deve satisfazer a seguinte relação:

$$\chi^2 \ll \frac{8\lambda}{R} \quad (2.82)$$

onde os parâmetros acima são mostrados na Figura 2.17 e o ângulo χ é dado em radianos.

2.7.2 - Solução aproximada para os campos no interior da corneta piramidal com ângulo de abertura gradual:

A solução a ser adotada [17] supõe que devido à variação lenta da seção reta da corneta ao longo de seu eixo, os modos utilizados na representação dos campos em seu interior podem ser aproximados pelos de um guia retangular de dimensões idênticas às da corneta no ponto em questão. Ou seja, temos uma representação por modos que varia ao longo do eixo da corneta.

Devido à lenta variação de sua geometria, é suposto que o acoplamento entre os modos é desprezível. Porém, entre modos degenerados (mesma frequência de corte) estes acoplamentos podem se acumular em grandes valores à medida que estes modos se propagam, pois eles possuem a mesma constante de propagação. Entretanto, é mostrado no Apêndice B da Referência [17] que se os modos utilizados forem os TE e TM em $\hat{z}$ (onde $\hat{z}$ é a direção do eixo do guia) o acoplamento entre modos degenerados também pode ser considerado desprezível, desde que a corneta seja

piramidal como definida na seção 2.7.1. Cabe neste momento salientar que é perfeitamente admissível aplicar estas aproximações, com algum sucesso, para cornetas piramidais e setoriais cujas geometrias diferem da definida anteriormente. Porém, foge ao escopo deste trabalho estudar a validade das aproximações nestes casos e, por isso, apenas utilizaremos o estudo realizado em [17].

Uma vez que os acoplamentos não são levados em conta, nas vizinhanças do plano de "cut-off" (que será explicado na próxima seção) podemos utilizar a aproximação de Wentzel-Kramer-Brillouin (WKB): a energia do modo não se altera e sua fase varia progressivamente com a integral da constante de propagação, a qual varia de acordo com as dimensões da seção reta da corneta. A reflexão do modo no plano de "cut-off" provoca uma mudança na fase do modo refletido, como explicado na Referência [17].

2.7.3 - Reflexão de um modo superior pelo plano de "cut-off":

Na Figura 2.18 são representados os modos a serem estudados nesta seção. São eles:

- η_m : incidem na garganta da corneta vindos do interior do guia. São os modos propagantes que foram excitados.

- ξ_m : incidem na garganta da corneta vindos do interior da mesma. Eles são propagantes no guia e não serão levados em conta porque o guia é suposto casado.

- α_m : incidem na abertura vindos do interior da corneta. O cálculo de suas amplitudes é o objetivo desta seção.

- β_m : são os modos refletidos pela abertura. São determinados pela matriz de espalhamento $[S]$ definida na seção 2.5 e pelas amplitudes α_m em cada uma das aberturas.

As amplitudes α_m serão calculadas com base nas seguintes aproximações [17]:

1) Dentro de cada corneta não há acoplamento entre modos diferentes, ou seja, as amplitudes $\alpha_n, \beta_n, \eta_n$ não interferem no cálculo de α_m , onde $m \neq n$.

2) Os modos η_m existentes na garganta propagam-se até a abertura (α_m) sofrendo uma defasagem e sem perdas de potência.

Logo:

$$\alpha_m = \eta_m R_m e^{j\phi_{P1}} \quad (2.83)$$

onde:

$$\phi_{P1} = \int_{-L}^0 -\nu_m(z) dz \quad (2.84)$$

$$\nu_m(z) = \left[k^2 - \left(\frac{p_m \pi}{a(z)} \right)^2 - \left(\frac{q_m \pi}{b(z)} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.85)$$

$$a(z) = a_1 + 2tg(\gamma) z \quad (2.86)$$

$$b(z) = a(z)b_1/a_1 \quad (2.87)$$

sendo L o comprimento da corneta, $a(z), b(z)$ as dimensões da seção reta retangular da corneta em função da coordenada z do eixo (origem na abertura), a_1, b_1 as dimensões da abertura e γ o semi-ângulo de abertura da corneta no plano XZ , conforme mostrado pelas figuras anteriores. Esta integral pode ser resolvida analiticamente e o seu resultado é o seguinte:

$$\phi_{p1} = \frac{X_m}{2\text{tg}\gamma} \left\{ \frac{1}{X_m} \left[\sqrt{(kA_1)^2 - X_m^2} - \sqrt{(ka_1)^2 - X_m^2} \right] - \cos^{-1}\left(\frac{X_m}{kA_1}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{X_m}{ka_1}\right) \right\} \quad (2.88)$$

onde:

$$X_m = \frac{\pi}{b_1} [(p_m b_1)^2 + (q_m a_1)^2]^{1/2} \quad (2.89)$$

e A_1, B_1 são as dimensões da garganta da corneta.

O parâmetro R_m é um número real e positivo que funciona como um normalizador da potência do modo que chega à abertura, já que os modos retangulares utilizados no presente trabalho não são normalizados [19]. Como há variação da seção reta entre a garganta da corneta e a abertura, R_m deve ser tal que:

$$R_m = \left\{ \frac{\text{Pot}_G}{\text{Pot}_A} \right\}^{1/2} \times \left| \frac{\alpha_m}{\eta_m} \right| \quad (2.90)$$

onde Pot representa a potência do modo m e os índices G, A significam garganta e abertura, respectivamente. Da seção 2.4 concluímos que, independentemente do modo ser TE ou TM:

$$R_m = \left(\frac{\nu_m}{\lambda_m^2} \right)_G^{1/2} \times \left(\frac{\lambda_m^2}{\nu_m} \right)_A^{1/2} \times \left(\frac{A_i B_i}{a_i b_i} \right)^{1/2} \quad (2.91)$$

3) Os modos β_m que chegam a atingir a garganta (ξ_m) não possuem parcela refletida que possa contribuir para o cálculo de α_m , já que a terminação do guia é suposta casada.

4) Os modos β_m cujos respectivos ξ_m são evanescentes na garganta são refletidos no interior da corneta e retornam como α_m na abertura (não são os mesmos do caso 2), sofrendo apenas uma defasagem dada por ($R_m=1$ pois β_m também é definido na abertura):

$$\alpha_m = \beta_m e^{j\phi_{p2}} \quad (2.92)$$

onde:

$$\phi_{p2} = \phi_2 + 2 \int_0^{-L_{cm}} \nu_m(z) dz \quad (2.93)$$

onde $\nu_m(z)$ é dado pela equação (2.85), ϕ_2 representa a influência da reflexão do modo no plano de "cut-off" e é dado por [17]:

$$\phi_2 = \begin{cases} + \pi/2 & , \text{ para modos TE} \\ - \pi/2 & , \text{ para modos TM} \end{cases} \quad (2.94)$$

e $-L_{cm}$ é a coordenada z do plano de "cut-off". A integral acima pode ser resolvida como no caso 2 e ϕ_{p2} passa a ser escrita como:

$$\phi_{p2} = \phi_2 + \frac{X_m}{\text{tg}\gamma} \left[\cos^{-1} \left(\frac{X_m}{ka_1} \right) - \frac{1}{X_m} \sqrt{(ka_1)^2 - X_m^2} \right] \quad (2.95)$$

O plano de "cut-off" encontra-se onde a seção reta da corneta possui as dimensões mínimas necessárias à propagação do modo m caso ele estivesse num guia retangular de mesma seção reta. Posto isto não é difícil demonstrar que:

$$-L_{cm} = \frac{1}{2\text{tg}\gamma} \left[\frac{X_m}{k} - a_1 \right] \quad (2.96)$$

onde X_m é dado pela equação (2.89).

5) Caso o modo β_m já seja evanescente na própria abertura ($-L_{cm} > 0$), não haverá contribuição para o modo α_m , ou seja, $\alpha_m = 0$.

2.7.4 - Cálculo dos coeficientes dos modos nas aberturas para o caso de se utilizar a corneta piramidal:

Como citado na seção 2.5, os coeficientes β_m^i dos modos que são refletidos para o interior das aberturas são calculados através da matriz de espalhamento $[S]$ e do prévio conhecimento dos coeficientes α_m^i dos modos incidentes. Como visto anteriormente, para o cálculo destes coeficientes α_m^i precisamos conhecer os coeficientes β_m^i . Logo, estes cálculos deverão ser realizados de forma iterativa: primeiro são calculados os coeficientes α_m^i levando-se em conta apenas os modos excitados

em cada guia e que passam pelas respectivas cornetas. Através da matriz $[S]$ são calculados os coeficientes β_m^i . Com estes coeficientes β_m^i mais as excitações anteriores são calculados novos coeficientes α_m^i , que por sua vez gerarão novos coeficientes β_m^i através da matriz $[S]$. Este processo iterativo continua até que uma convergência satisfatória dos valores dos coeficientes seja obtida. Como a maioria dos elementos da matriz $[S]$ possui magnitude muito menor que 1, a convergência é geralmente alcançada com um número não muito elevado de iterações. Neste trabalho, o critério de convergência adotado foi o de comparar os módulos das diferenças dos α_m^i e β_m^i entre duas iterações consecutivas e encerrar o processo quando o maior deles for menor que um determinado valor Δ ($\Delta \leq 10^{-8}$).

Caso seja usado apenas um guia aberto como elemento do conjunto de alimentadores, não há a necessidade de um processo iterativo para o cálculo dos coeficientes já que os β_m^i estão diretamente relacionados com as excitações em cada elemento.

2.8 - Aspectos computacionais:

- Integrações numéricas:

A avaliação numérica das integrais envolvidas na formulação do acoplamento entre os campos das diversas aberturas é a parte que mais requer tempo de computação, principalmente para as integrações duplas (equação 2.38). Entretanto, alguns cálculos podem ser evitados, conforme foi

apresentado na seção 2.5.4. Para esta avaliação numérica, foi adotado o método da Quadratura Gaussiana no programa desenvolvido por nós para o estudo do acoplamento mútuo entre as aberturas retangulares. Como os modos utilizados são de baixa ordem e as aberturas terão dimensões da ordem de 1 a 2 comprimentos de onda, o integrando não apresenta muitas oscilações, possibilitando o uso adequado deste método de quadratura com um número não muito elevado de termos (menor que 40). Comparada com a regra de Simpson para integrações numéricas, a Quadratura Gaussiana forneceu uma mesma precisão com um número menor de termos.

O método da Quadratura Gaussiana possui a desvantagem de que os pontos onde o integrando é amostrado e os respectivos pesos mudam toda a vez que o número de termos é alterado. Para evitar a repetição de cálculos, dado um número específico de termos, estes pontos e pesos são calculados uma única vez no início do programa e armazenados num vetor. No momento de se realizar a integração, calcula-se aproximadamente o número máximo de oscilações que o integrando possui na região de integração, a fim de se determinar o número de termos a serem utilizados, através do teorema da amostragem de Nyquist. Das equações (2.35) e (2.38), este número de termos é aproximadamente dado por:

$$\text{TERMOS} \cong \left[\frac{k_o}{\pi} + \frac{|s|+|d|}{D_1} \right] \Delta_{lim} \quad (2.97)$$

onde s, d, D_1 são, respectivamente, s_p, d_p, a_1 para a integração em

σ e s_q, d_q, b_1 para a integração em λ . Δ_{11m} é a diferença entre os limites de integração. O número de termos a ser utilizado é o imediatamente maior (entre os previamente estabelecidos no início do programa) do valor de TERMOS dado pela equação (2.97). No caso de aberturas coincidentes teremos uma integração simples dada pela equação (2.41). Como o tempo de computador necessário para o cálculo das integrais simples é desprezível comparado com o tempo do cálculo das integrais duplas, o número de termos usados para a avaliação numérica destas integrais encontra-se entre 25 e 40, dependendo das dimensões das aberturas e das ordens dos modos.

- Matriz [S]:

A matriz de espalhamento [S] é calculada através da equação (2.29). Portanto, existe a necessidade de se inverter uma matriz complexa e que possivelmente possuirá dimensões elevadas. No nosso estudo as matrizes [S] terão no máximo dimensões da ordem de 200x200, o que não tornará muito crítico este cálculo. Portanto serão usados pacotes matemáticos (IMSL ou NAG) com esta finalidade. Neste trabalho foram testadas duas rotinas diferentes: a rotina LINCG do IMSL e a rotina F04ADF da NAG [21],[22]. Ambas deram resultados muito semelhantes quando comparadas.

CAPÍTULO 3 - ESCOLHA DA REPRESENTAÇÃO MODAL
NAS ABERTURAS DOS ALIMENTADORES

3.1 - Introdução:

No capítulo anterior desenvolvemos a formulação que trata do acoplamento mútuo entre os campos nas diversas aberturas retangulares dos alimentadores. Sob o ponto de vista do tempo computacional envolvido na solução do problema, a análise da formulação permite observar que o número de cálculos a serem efetuados aumenta rapidamente (proporcionalmente ao cubo) com o número de modos utilizados. Desta forma, uma escolha criteriosa dos modos envolvidos na expansão é essencial para a eficiência do esquema numérico envolvido. O objetivo deste capítulo é o de apresentar alguns resultados que permitam o dimensionamento do número de modos a ser utilizado nos casos a serem apresentados neste trabalho.

Os exemplos a serem considerados na análise da convergência da expansão modal são o coeficiente de reflexão do modo fundamental num sistema formado apenas por um guia (abertura num plano condutor infinito), as geometrias correspondentes às Figuras 2.6 e 2.7 do capítulo anterior, e algumas geometrias clássicas na composição de "arrays". Em todos, procuraremos mostrar que a inclusão de modos TE, TM_{pq} com $p, q > 2$ não acarreta em modificações muito significativas, pelo menos para as geometrias de aberturas cujas dimensões são da ordem das que serão estudadas ao longo deste trabalho, da ordem do comprimento de onda.

3.2 - Coeficiente de reflexão de um guia (abertura num plano condutor infinito):

Como primeiro exemplo iremos estudar o comportamento do coeficiente de reflexão do modo fundamental para um guia cuja abertura encontra-se num plano condutor infinito. Serão usadas diferentes expansões modais e os resultados serão comparados através da Figura 3.1. A dimensão da abertura no plano-H é de $a=4$ cm e no plano-E é de $b=2$ cm. Devido à particularidade da geometria em questão e como o único modo excitado é o fundamental (TE_{10}), só precisamos levar em conta no presente estudo os modos TE, TM_{pq} onde p for ímpar e q for par. Foram utilizadas três expansões diferentes: com 3 modos ($TE_{10}, 12$ e TM_{12}), com 6 modos (os anteriores mais os $TE_{30}, 32$ e TM_{32}), e com 10 modos (os anteriores mais os $TE_{14}, 34$ e $TM_{14}, 34$). Os cálculos foram realizados para uma faixa de 4 GHz até 8 GHz e os resultados são mostrados pela Figura 3.1. Dela podemos observar que praticamente não há diferença entre os resultados das expansões de 6 e 10 modos. Para a expansão de 3 modos, a diferença em relação às demais é de 0,3 dB em 4 GHz ($a=0,533\lambda$, $b=0,266\lambda$), torna-se praticamente nula por volta de 4,25 GHz ($a=0,566\lambda$, $b=0,283\lambda$), volta a crescer até 0,2 dB em 5 GHz ($a=0,666\lambda$, $b=0,333\lambda$), e decai lentamente até os 8 GHz ($a=1,066\lambda$, $b=0,533\lambda$). Logo, para as dimensões estudadas acima, a expansão de 3 modos forneceu resultados razoáveis. Medidas em laboratório indicam que para a faixa entre 5 GHz e 7 GHz os valores do coeficiente de reflexão oscilam entre -14 dB e -16 dB, da mesma ordem dos valores encontrados na Figura 3.1.

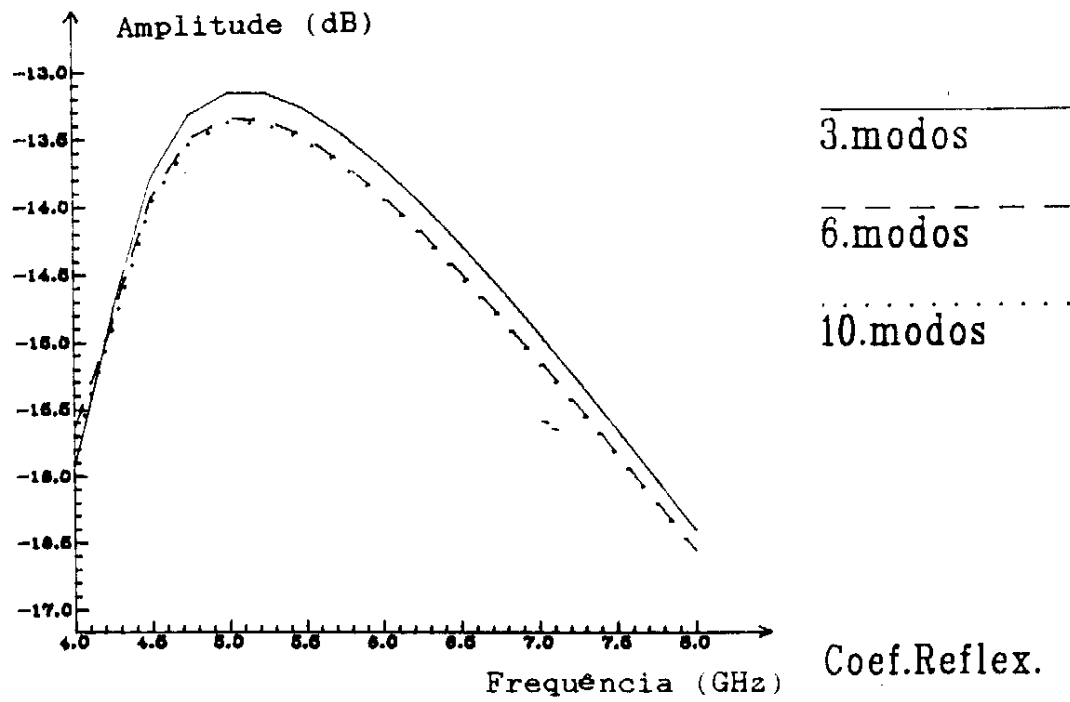


Fig. 3.1 - Coeficiente de reflexão do modo TE₁₀ (uma abertura)

3.3 - Comparações com alguns dos resultados da seção

2.5.5:

Na seção 2.5.5 do capítulo anterior foram realizadas algumas comparações com os resultados previamente obtidos por Bird [11], a fim de verificar a exatidão das fórmulas e do programa de computador obtidos. Nesta seção voltamos às geometrias correspondentes às Figuras 2.6 e 2.7 para o estudo da expansão modal dos campos nas aberturas dos alimentadores. O nosso objetivo é o de aumentar o número de modos em cada um dos exemplos para verificar as diferenças que ocorrem entre os diversos resultados e o comportamento dessas diferenças com a variação das dimensões das aberturas. Os modos utilizados são os definidos por Bird [11] e não os de Silver [19], da mesma forma como na seção 2.5.5.

Na Figura 3.2 temos a geometria correspondente à Figura 2.6a. A variação da dimensão W_2 ($= 0,6\lambda, 0,8\lambda, 1,01\lambda, 1,2\lambda$) foi separada em quatro diferentes gráficos para facilitar na comparação entre os resultados das diferentes expansões modais. Devido à geometria das aberturas e como estamos apenas interessados no acoplamento entre os modos TE₁₀ das duas aberturas, só precisamos levar em consideração os modos TE, TM_{pq} onde p for ímpar. Foram estudadas três expansões: 5 modos (os mesmos TE_{10,11,12} e TM_{11,12} da seção 2.5.5), 7 modos (os anteriores mais os TE₁₃ e TM₁₃), e 14 modos (os anteriores mais os TE_{30,31,32,33} e TM_{31,32,33}). Dos gráficos podemos perceber que as diferenças entre os resultados é muito pequena,

crescendo muito lentamente à medida em que as dimensões W_1 e W_2 crescem. No entanto, à medida em que estas dimensões aumentam o valor do coeficiente de acoplamento mútuo decresce razoavelmente, tornando esta diferença ainda menos significativa.

Na Figura 3.3 temos a geometria correspondente à Figura 2.6b. Neste caso, em particular, só precisaremos levar em conta os modos TE, TM_{pq} onde q for par. Foram estudadas três expansões: 3 modos ($TE_{10,12}$ e TM_{12}), 7 modos (os anteriores mais os $TE_{02,20,22}$ e TM_{22}), e 10 modos (os anteriores mais os $TE_{30,32}$ e TM_{32}). É importante observar que no exemplo correspondente na seção 2.5.5 foram usados 5 modos ($TE_{10,11,12}$ e $TM_{11,12}$) pois foram estes os utilizados por Bird em seu trabalho [11]; mas a utilização dos modos TE_{11} e TM_{11} no cálculo do coeficiente de acoplamento entre os modos TE_{10} nas duas aberturas não é necessária, conforme pode ser observado comparando-se os gráficos das Figuras 2.6b e 3.3. Da Figura 3.3 podemos observar que praticamente não há diferença entre os resultados das expansões de 3 e 7 modos, porém existe uma significativa diferença quando são incluídos os modos com índice $p=3$. No entanto podemos também observar que quando as dimensões envolvidas são inferiores ao comprimento de onda esta diferença não é muito significativa.

Nas Figuras 3.4 e 3.5 temos a geometria correspondente às Figuras 2.6c e 2.7, respectivamente. Nestes casos não há simetria que possa auxiliar na eliminação de alguns modos para a expansão dos campos, de forma que são usadas as seguintes

expansões: 12 modos (os mesmos usados na seção 2.5.5, TE_{10,01,11,20,02,21,12,22} e TM_{11,21,12,22}) e 24 modos (os anteriores e mais os TE_{03,30,13,31,23,32,33} e TM_{13,31,23,32,33}). Das Figuras 3.4 e 3.5 podemos observar que para dimensões inferiores ao comprimento de onda praticamente não há diferença entre os resultados das diferentes expansões.

Destas figuras podemos observar que à medida em que as dimensões das aberturas crescem as diferenças entre os resultados para diferentes expansões aumentam, certamente devido ao aumento do número de modos propagantes e, conseqüentemente, das ordens dos modos altamente evanescentes que podem ser descartados. Por exemplo, para um guia quadrado com $1,2\lambda$ de lado há 10 modos propagantes (TE_{10,01,11,20,02,21,12} e TM_{11,21,12}), enquanto que para um de $0,8\lambda$ há apenas 4 (TE_{10,01,11} e TM₁₁). Em contra partida, os acoplamentos entre modos TE₁₀ e TE₀₁ caem com o aumento destas dimensões, tornando estas diferenças menos significativas. Estes acoplamentos também caem à medida em que a distância entre as aberturas aumenta, como já foi verificado na seção 2.6.1. A fim de estudar a variação no coeficiente de acoplamento entre modos TE₁₀ e TE₀₁ para diferentes expansões modais e para diferentes distâncias entre aberturas, voltamos basicamente às mesmas geometrias da seção 2.6.1, onde agora todas as aberturas quadradas têm dimensão de lado fixa em $1,2\lambda$. Podemos observar das Figuras 3.6 que a diferença entre os resultados diminui com o aumento da distância D. A maior diferença, para estas dimensões de abertura, ocorre para o acoplamento entre guias ao longo do Plano-H.

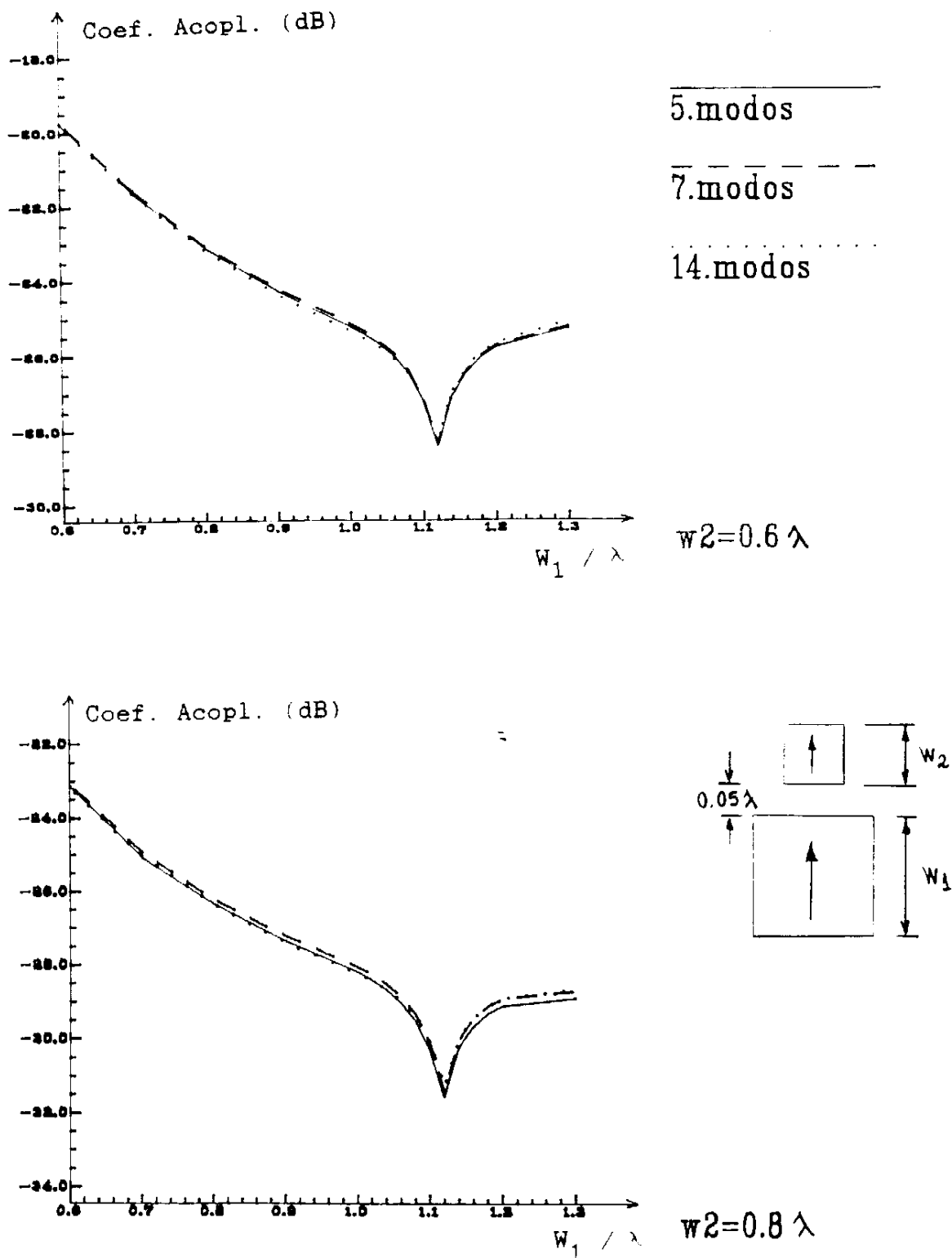


Fig. 3.2 - Coeficiente de acoplamento TE10-TE10 (Plano-E):

(a) $W_2 = 0,6 \lambda$; (b) $W_2 = 0,8 \lambda$

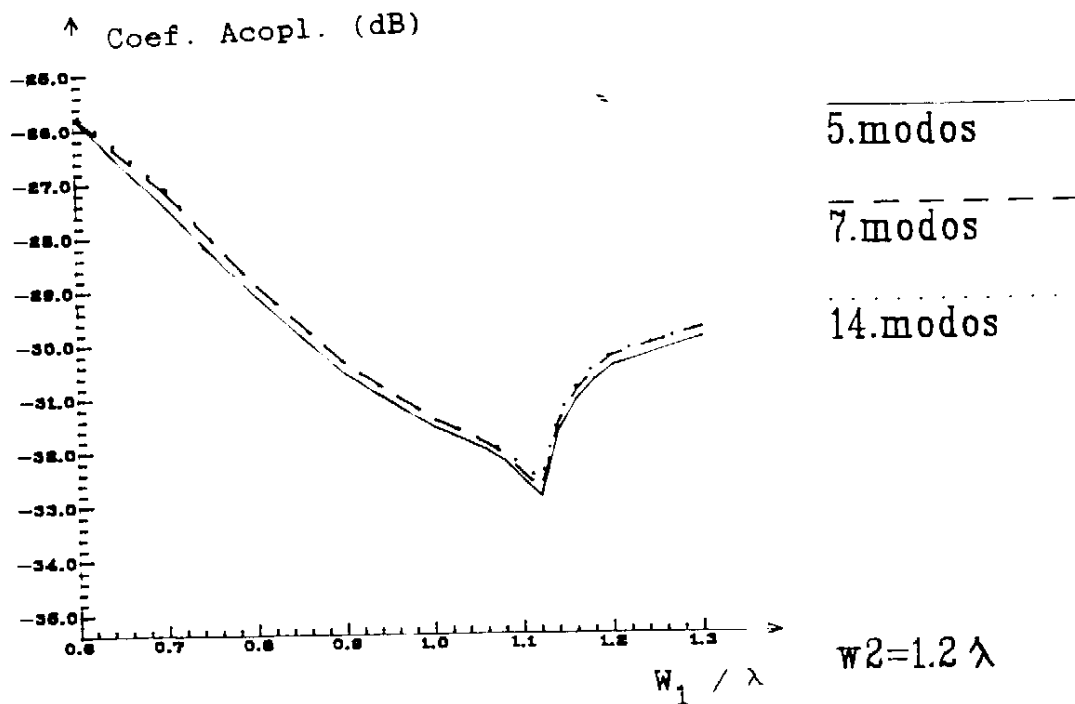
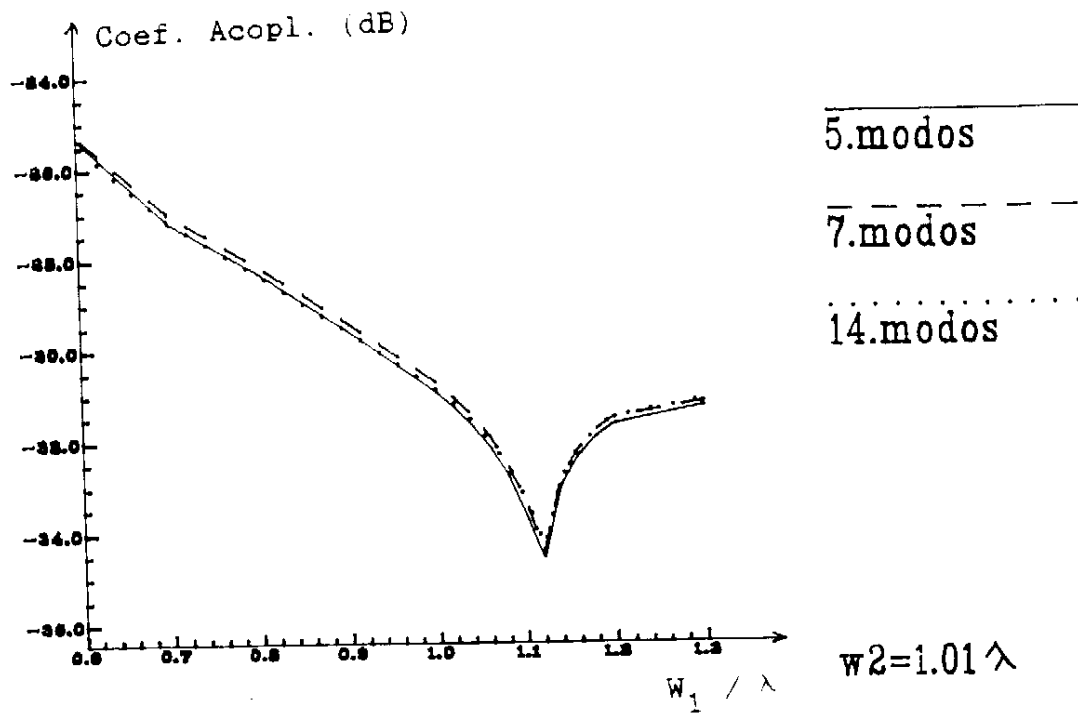


Fig. 3.2 - Coeficiente de acoplamento TE10-TE10 (Plano-E):

(c) $W_2 = 1,01\lambda$; (d) $W_2 = 1,2\lambda$

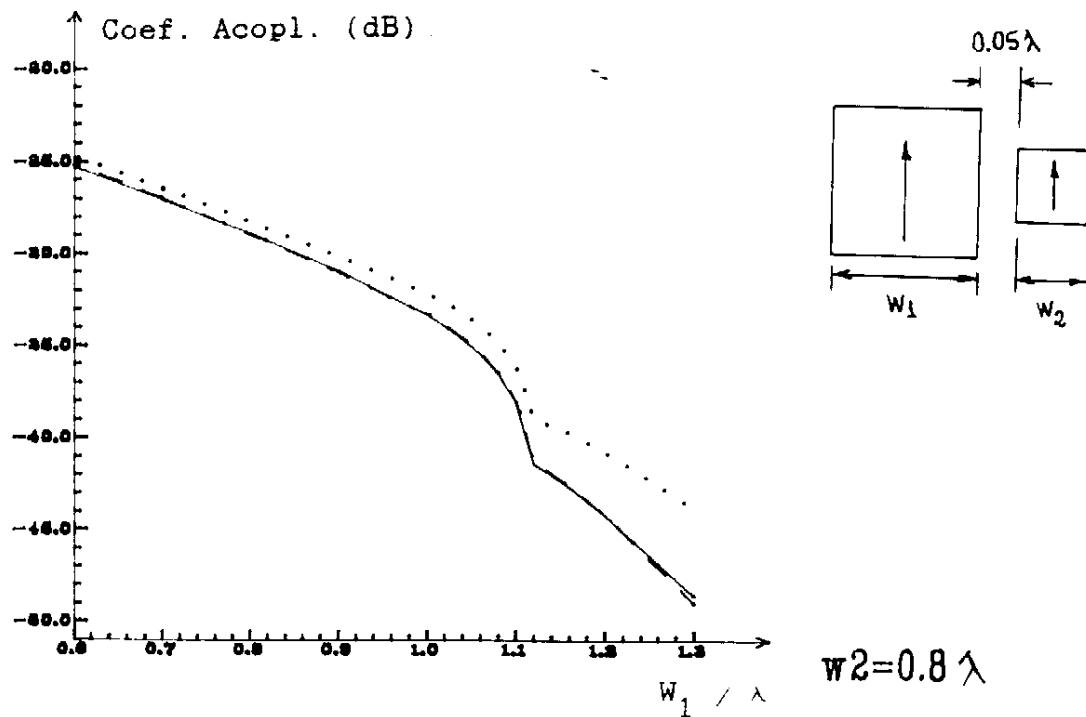
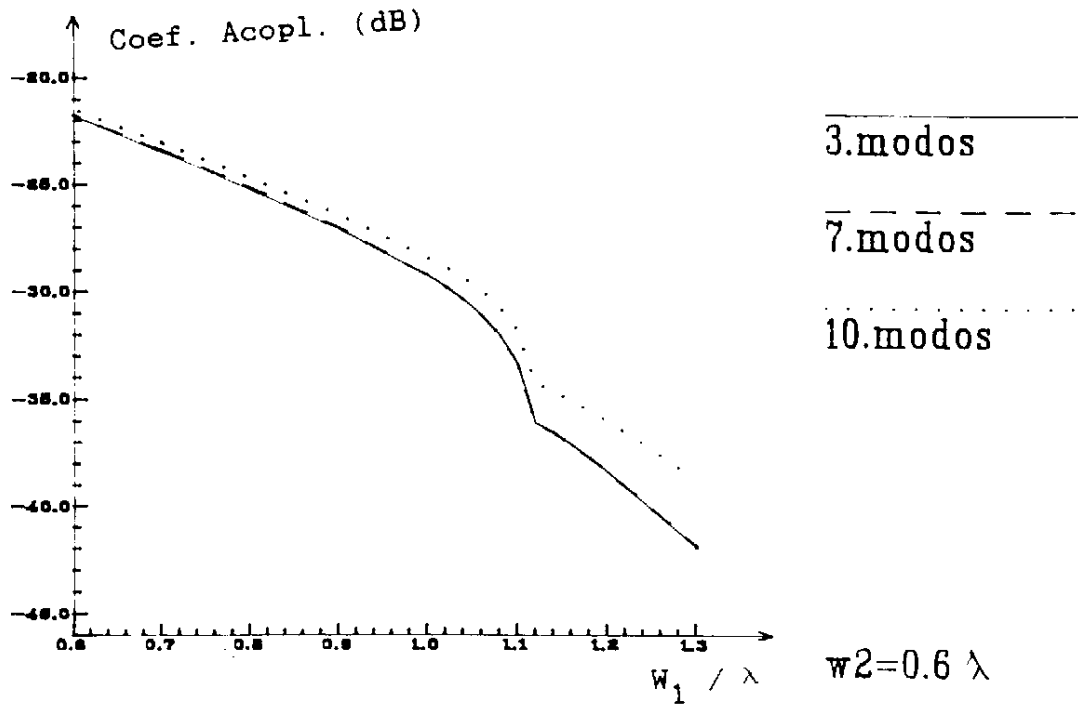


Fig. 3.3 - Coeficiente de acoplamento TE10-TE10 (Plano-H):

(a) $W_2 = 0,6\lambda$; (b) $W_2 = 0,8\lambda$

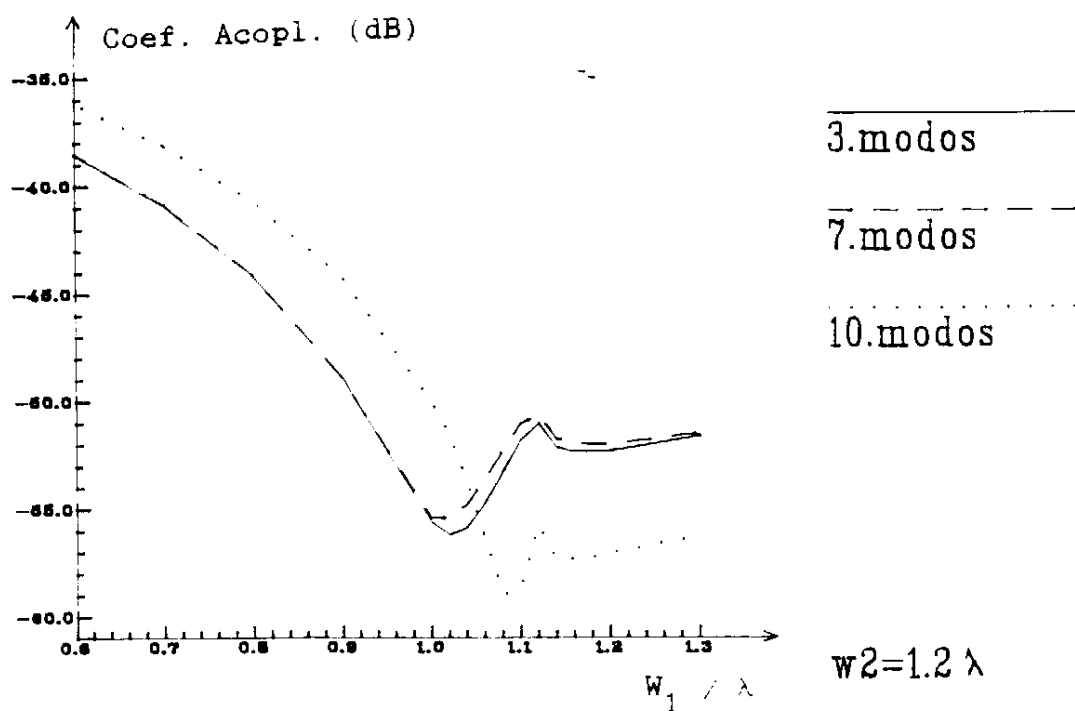
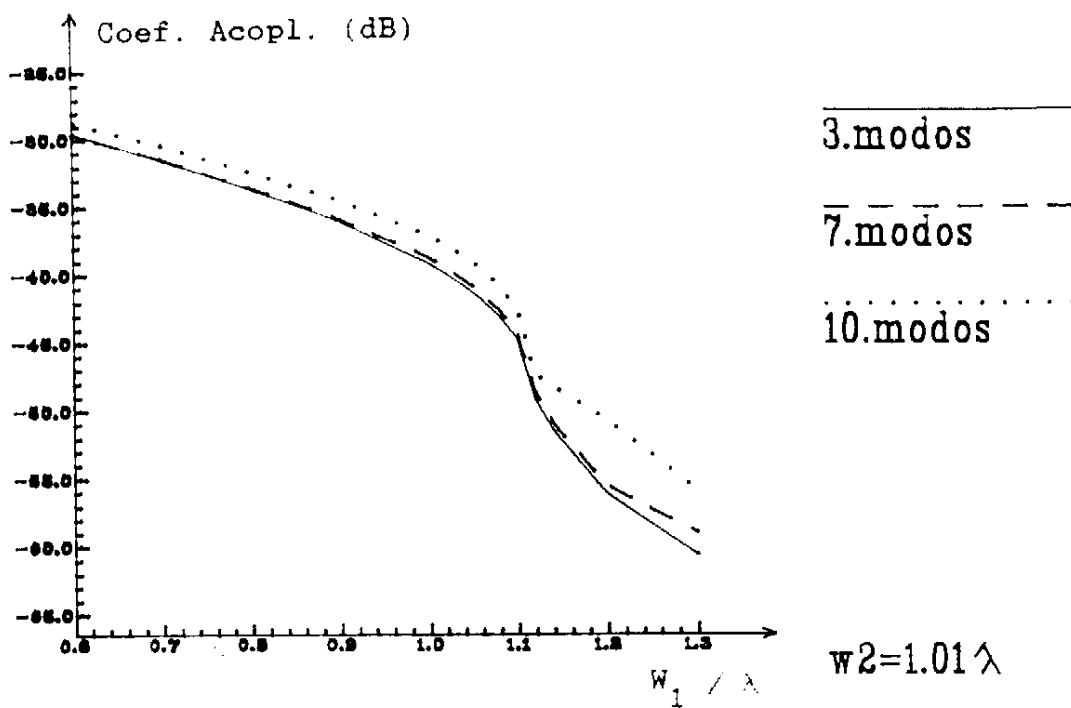


Fig. 3.3 - Coeficiente de acoplamento TE10-TE10 (Plano-H):

(c) $W_2 = 1,01\lambda$; (d) $W_2 = 1,2\lambda$

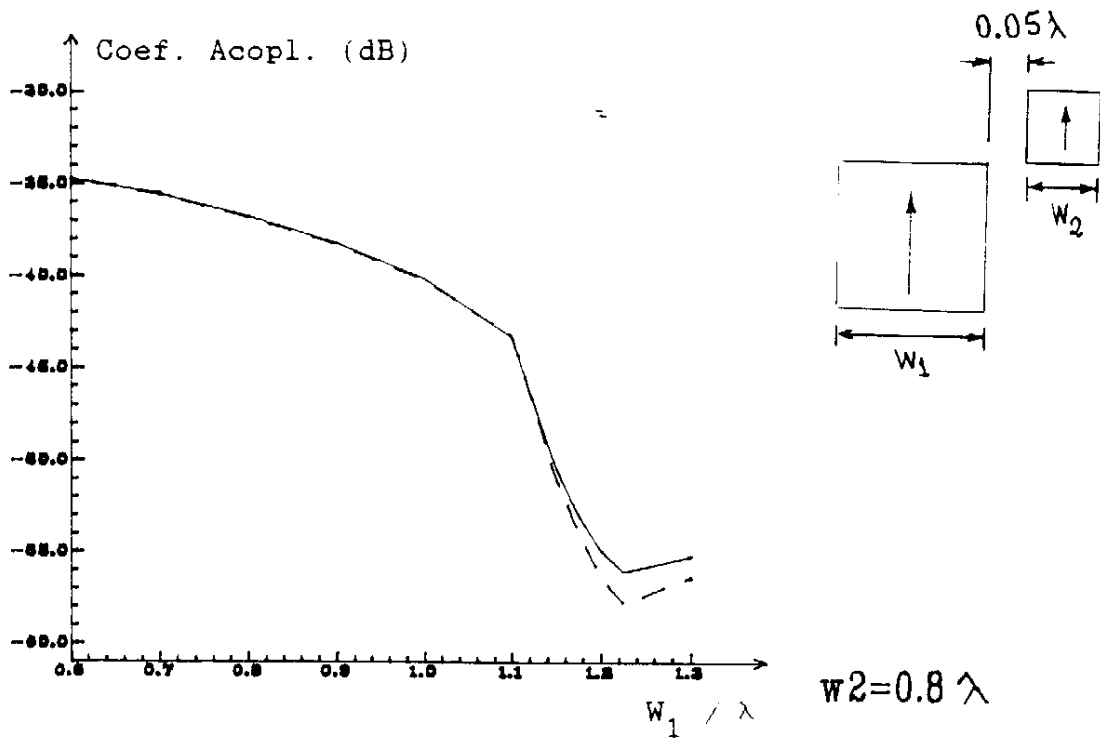
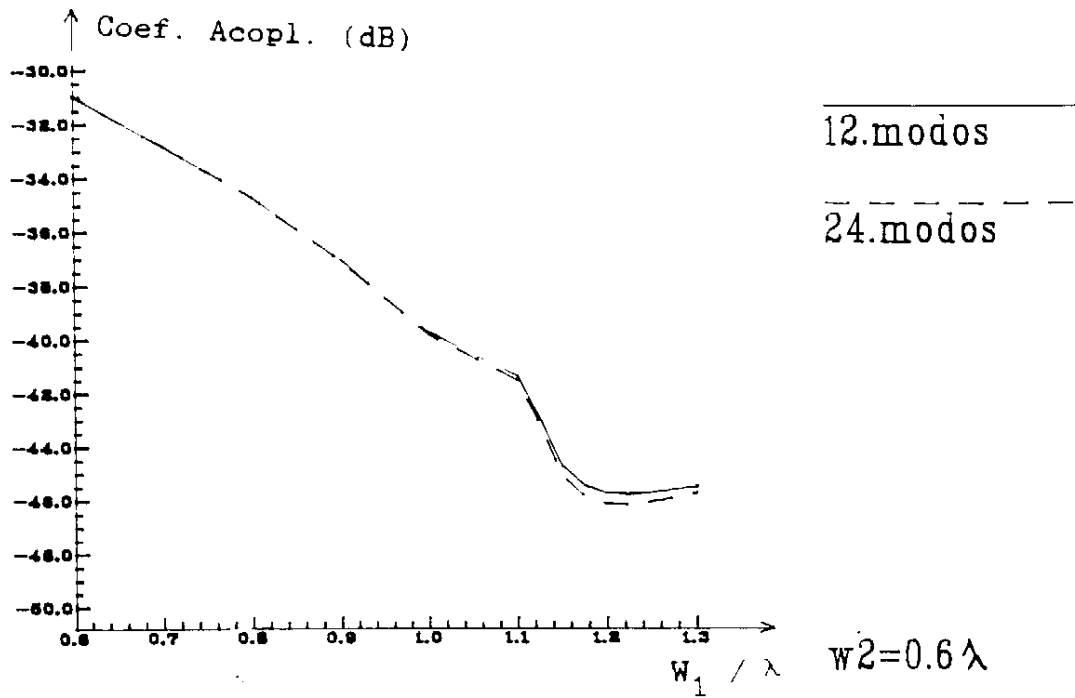


Fig. 3.4 - Coef. de acoplamento TE₁₀-TE₁₀ (Plano diagonal):

(a) $W_2 = 0,6\lambda$; (b) $W_2 = 0,8\lambda$

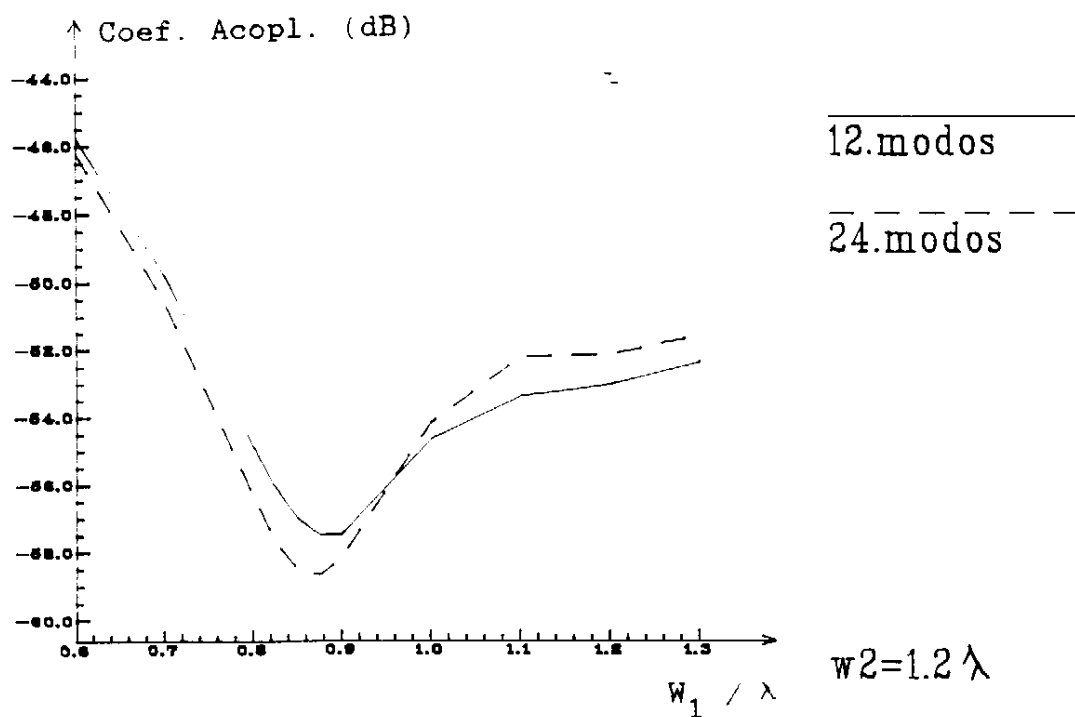
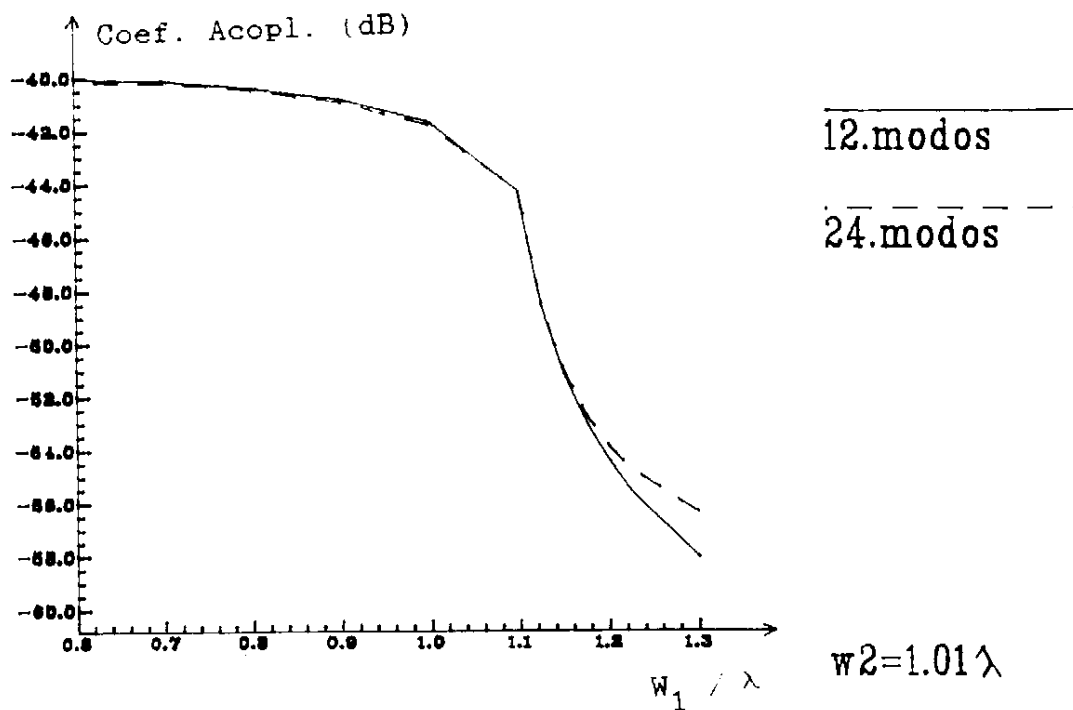


Fig. 3.4 - Coef. de acoplamento TE10-TE10 (Plano diagonal):

(c) $W_2 = 1,01\lambda$; (d) $W_2 = 1,2\lambda$

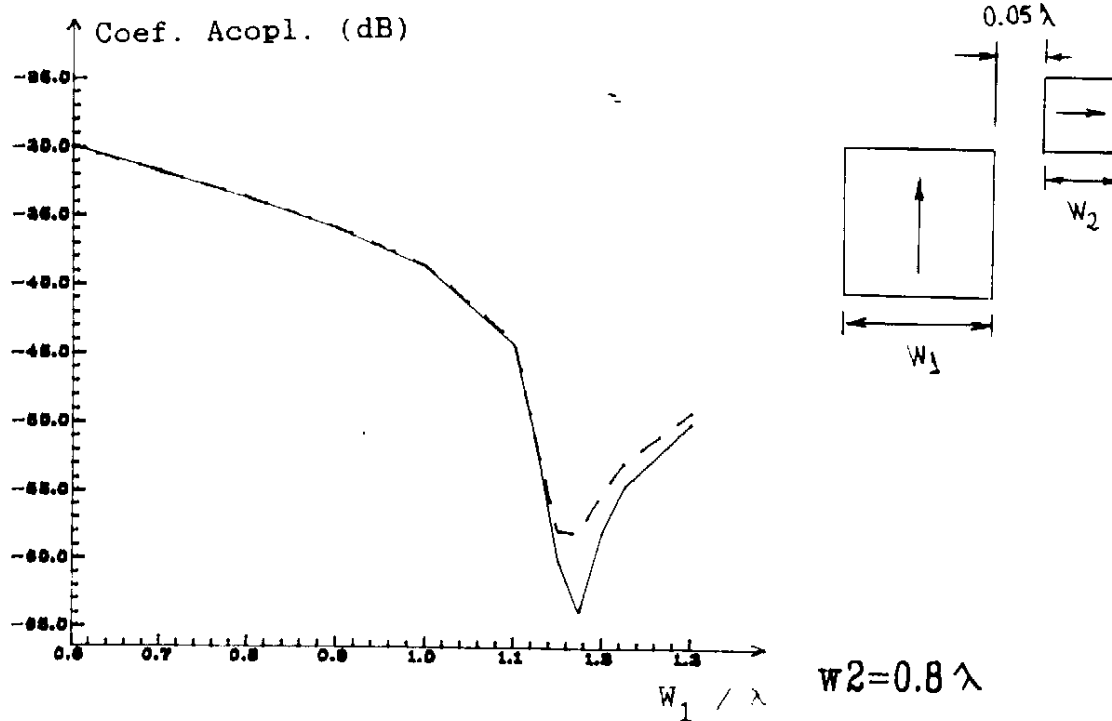
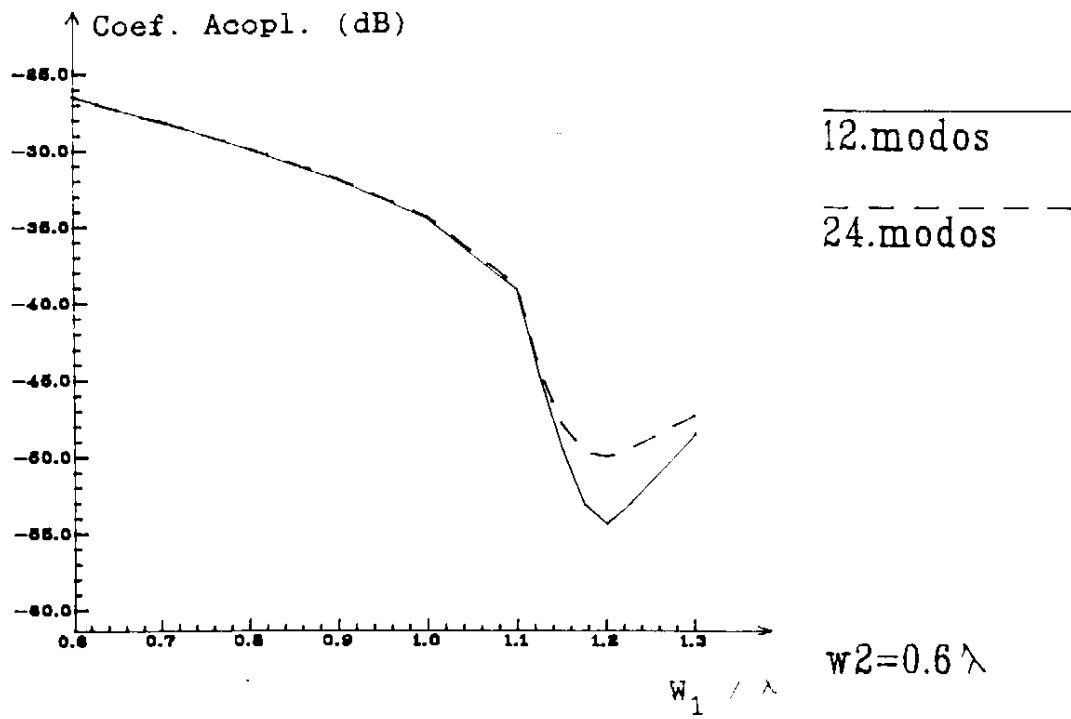


Fig. 3.5 - Coef. de acoplamento TE10-TE01 (Plano diagonal):

(a) $W_2 = 0,6 \lambda$; (b) $W_2 = 0,8 \lambda$

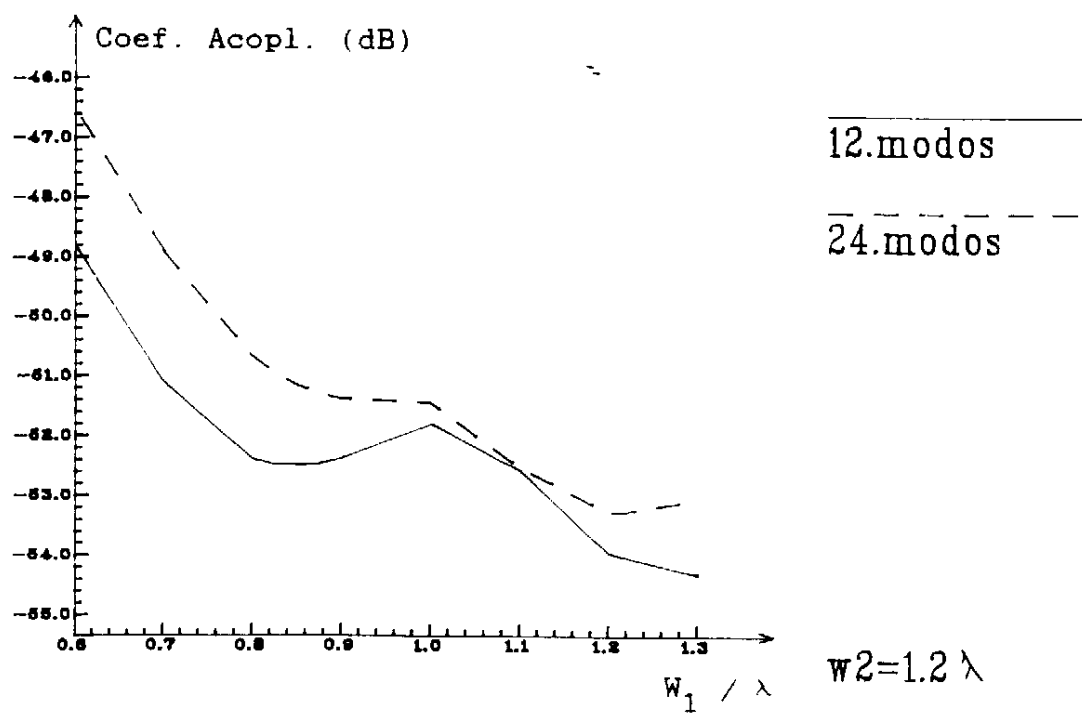
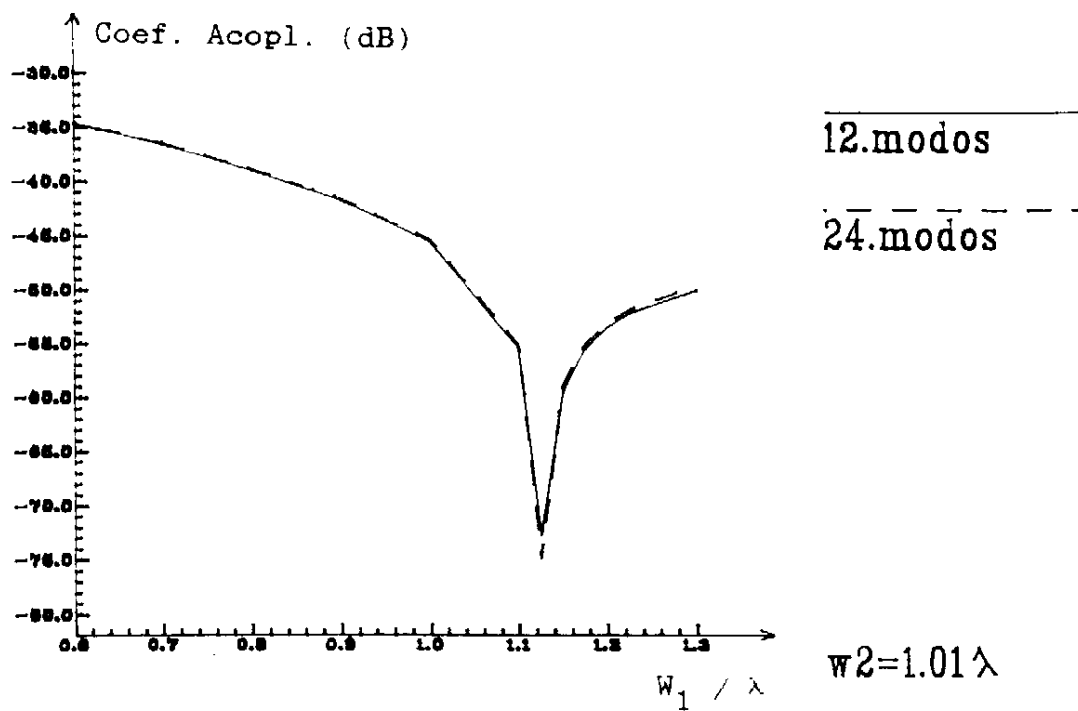


Fig. 3.5 - Coef. de acoplamento TE10-TE01 (Plano diagonal):

(c) $W_2 = 1,01\lambda$; (d) $W_2 = 1,2\lambda$

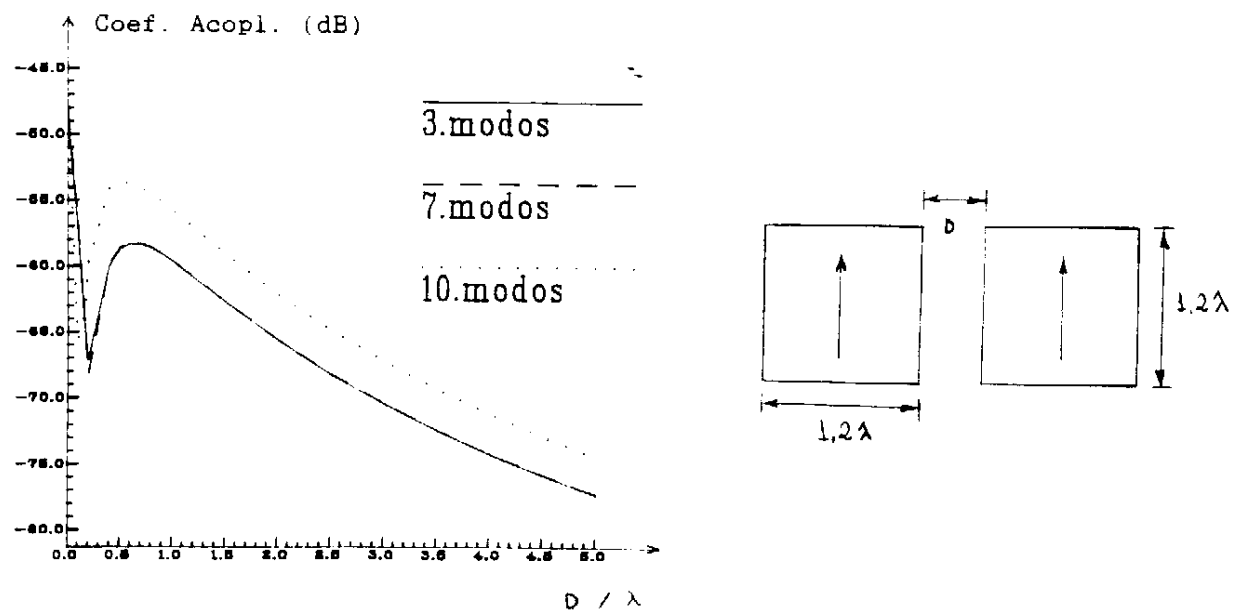
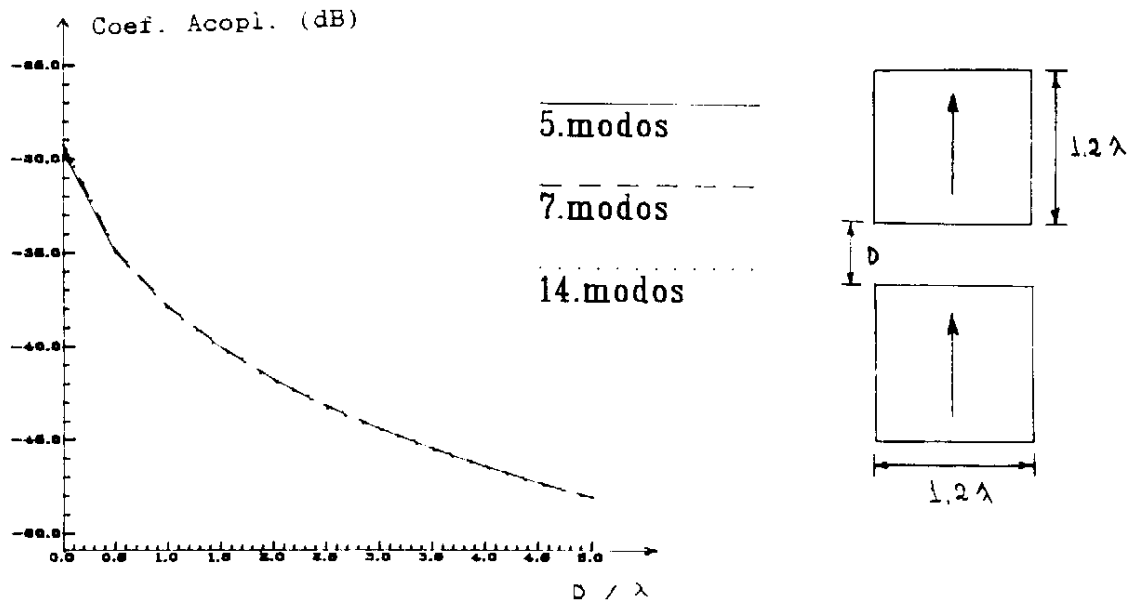


Fig. 3.6 - Coeficiente de acoplamento ($W=1,2\lambda$):
(a) TE₁₀-TE₁₀ (Plano-E) (b) TE₁₀-TE₁₀ (Plano-H)

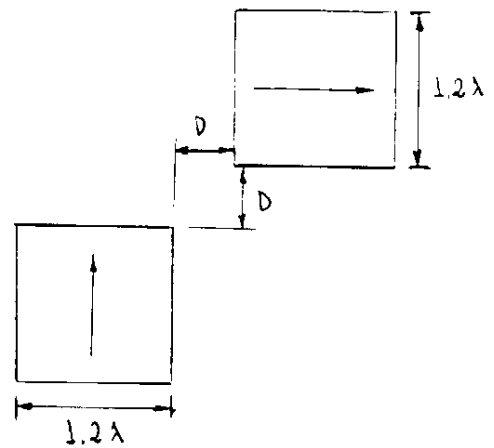
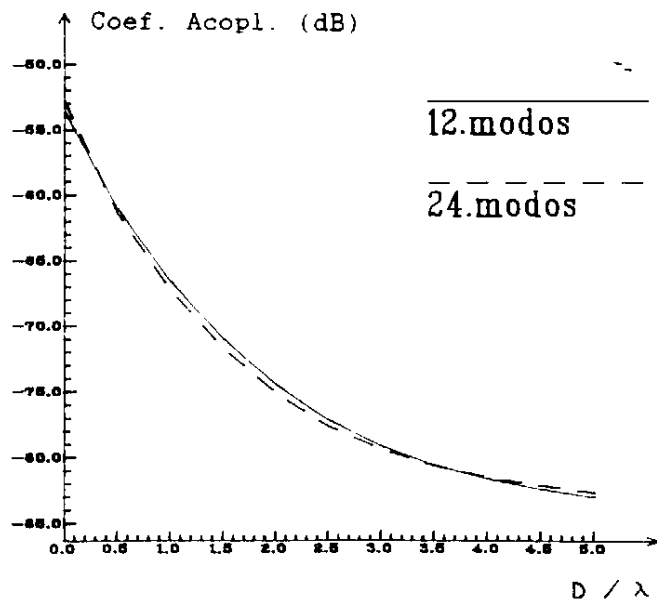
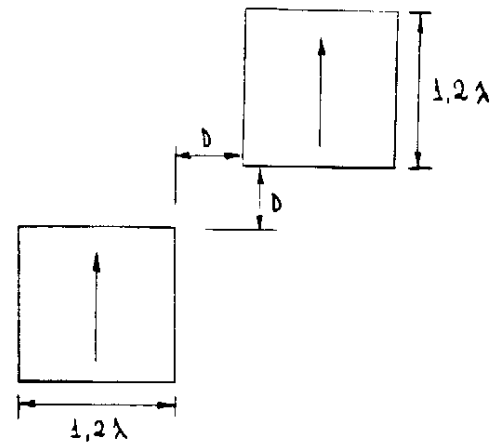
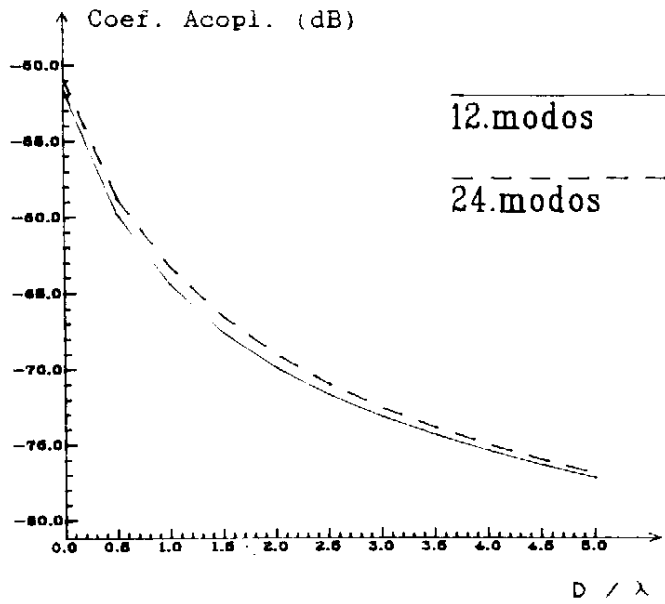


Fig. 3.6 - Coeficiente de acoplamento ($W=1,2\lambda$):

Plano Diagonal: (c) TE₁₀-TE₁₀ (d) TE₁₀-TE₀₁

3.4 - Geometrias clássicas de "arrays":

Embora os resultados apresentados nas seções anteriores indiquem que a utilização de modos TE, TM_{pq} com $p, q < 3$ seja uma escolha razoável para a expansão modal dos campos nas aberturas dos alimentadores com dimensões inferiores ao comprimento de onda (sob o ponto de vista do coeficiente de acoplamento entre modos TE_{10} e TE_{01}), é preciso uma demonstração mais profunda para este nosso objetivo. Nesta seção vamos considerar os efeitos sobre o diagrama de radiação de algumas geometrias de aberturas pela utilização de diferentes representações modais e comparar os resultados através da observação pura e simples destes diagramas.

A forma mais rigorosa de se determinar a expansão modal necessária seria através do estudo da convergência dos coeficientes de reflexão dos modos fundamentais excitados em cada um dos alimentadores para diferentes expansões nas diversas aberturas. Porém, a aplicação deste estudo não se faz necessária, mesmo porque a nossa preocupação maior é com a representação do campo radiado pelo conjunto de alimentadores que incide na superfície refletora. Caso os lóbulos mais afastados do diagrama produzido por estes alimentadores, por algum motivo, tivessem que ser incluídos na síntese do sistema, é provável que este estudo mais rigoroso tivesse que ser realizado.

As geometrias das aberturas são apresentadas pela Figura

3.7 e diferenciadas como casos 1,2,3. Estas geometrias foram escolhidas por serem as mais usuais e por simularem razoavelmente bem as possibilidades de acoplamento que ocorrerão nos exemplos a serem estudados. São utilizados alimentadores formados por cornetas piramidais (conforme definido na seção 2.7) cujas geometrias são idênticas, a fim de reduzirmos ao máximo o tempo de computação necessário para o cálculo das diversas matrizes de espalhamento. Suas aberturas são quadradas ($a_1=b_1=0,8\lambda$) e também suas gargantas ($A_1=B_1=0,6\lambda$). Seus comprimentos (da garganta à abertura) são de $L=0,5\lambda$, de forma que a equação (2.82) é satisfeita. Foram utilizadas três expansões modais diferentes em cada caso: com 4 modos (TE_{10,01,11} e TM₁₁), 12 modos (os anteriores mais os TE_{20,02,12,21,22} e TM_{12,21,22}), e 24 modos (os anteriores mais os TE_{30,03,13,31,23,32,33} e TM_{13,31,23,32,33}). Em cada caso foi excitado apenas o modo fundamental (TE₁₀ nos casos 1 e 3 e TE₀₁ no caso 2) do guia central.

Os diagramas para os diferentes casos e expansões são apresentados pelas Figuras 3.8 (caso 1), 3.9 (caso 2) e 3.10 (caso 3). Eles foram calculados uma vez conhecidas as expansões modais em cada uma das aberturas, de acordo com as formulações apresentadas no capítulo anterior. As coordenadas destes gráficos são dadas por:

$$\begin{cases} U = \text{sen}\theta \cos\phi ; & \text{eixo horizontal} \\ V = \text{sen}\theta \text{sen}\phi ; & \text{eixo vertical} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde θ e ϕ são as coordenadas esféricas usuais. Uma forma

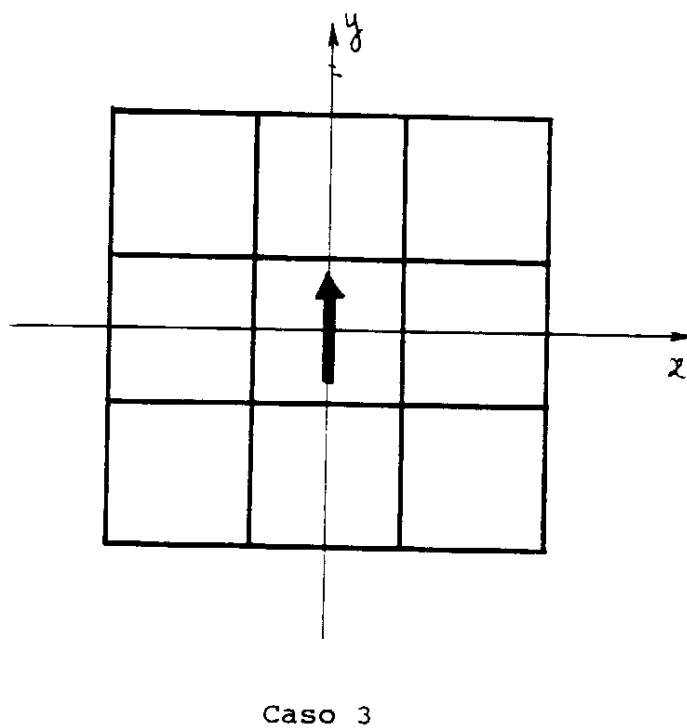
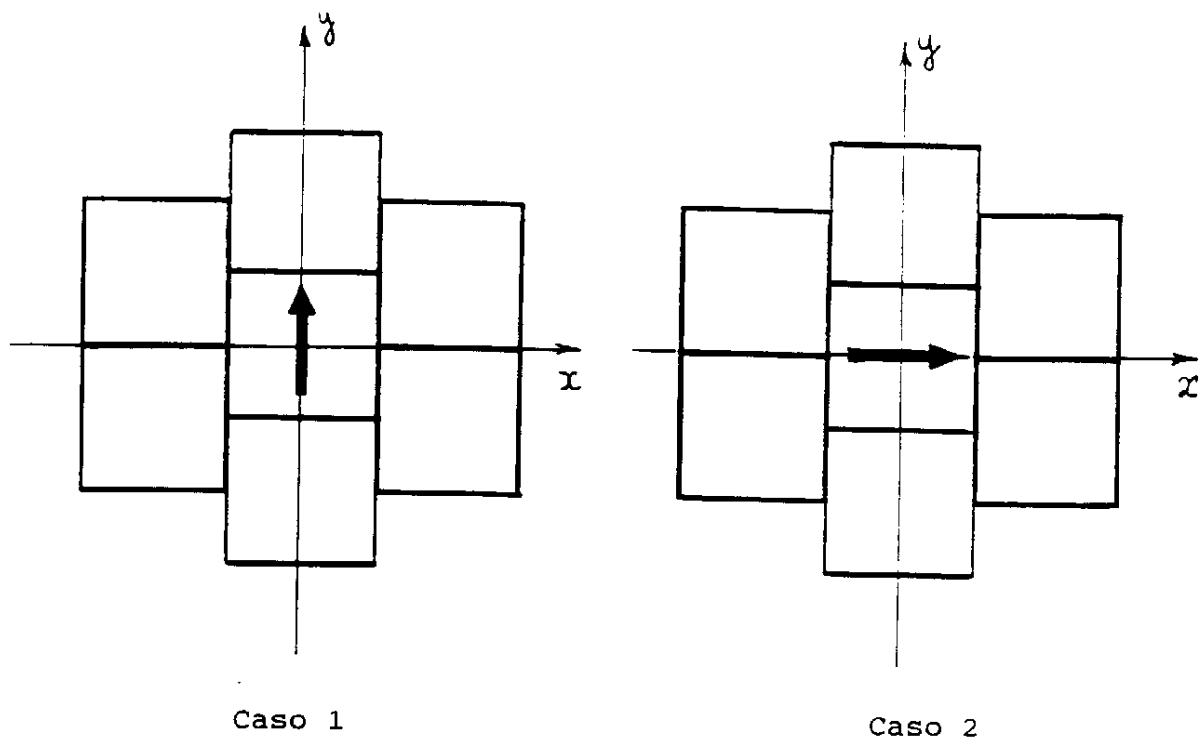


Fig. 3.7 - Geometria das aberturas dos alimentadores

razoável de se realizar o estudo é o de observar o comportamento dos diagramas de radiação do conjunto de alimentadores (polarizações principal e cruzada) na região que aproximadamente corresponde à incidência do campo no refletor. Supondo que a borda do refletor é geralmente definida por um cone partindo do alimentador e possuindo um semi-ângulo entre 25° e 35° , temos que a nossa região de interesse é aproximadamente limitada por um círculo no plano UV de raio 0,57 ($= \sin 35^\circ$) e centrado na origem.

Na Figura 3.8 (caso 1) temos os diagramas de radiação (polarização principal e cruzada) para os três tipos de expansões. Comparando estes gráficos podemos notar que as diferenças entre os resultados para as diferentes expansões não são muito significativas, a não ser por uma pequena redução na largura do feixe na polarização principal à medida em que o número de modos da expansão aumenta. Na Tabela 3.1 são apresentados os valores do coeficiente de reflexão do modo fundamental excitado no guia central para cada tipo de expansão, onde podemos observar que a variação ocorrida de 12 para 24 modos não foi muito grande. É importante observar que, da formulação utilizada para o estudo das cornetas apresentada na seção 2.7, o coeficiente de reflexão do modo excitado é o mesmo tanto na garganta da corneta como na abertura. Na Tabela 3.2 são apresentados os valores de pico dos diagramas de polarização cruzada, de onde podemos observar que estes valores aumentam à medida em que mais modos são utilizados (apesar da pequena diminuição ocorrida de 12 para 24 modos). Este aumento deve-se à inclusão de modos superiores na distribuição dos

campos sobre as aberturas dos alimentadores. Embora estes modos apareçam com baixas amplitudes, eles são suficientes para alterar os níveis de polarização cruzada, que também são baixos.

Na Figura 3.9 temos o mesmo estudo, agora aplicado ao caso 2. A polarização principal está referida à direção horizontal (eixo x), já que o modo excitado é o TE₀₁. As diferenças entre os resultados para 12 modos e 24 modos são praticamente desprezíveis para ambas polarizações, porém o mesmo não ocorre entre os resultados para 4 e 12 modos, principalmente no diagrama de polarização cruzada. Podemos também observar que o acoplamento mais forte que existe entre os modos fundamentais de guias adjacentes ao longo do plano-E ou plano-H em relação ao que existe ao longo de um plano diagonal (uma diferença de quase 10 dB comparando as Figuras 3.2, 3.3 e 3.4) faz com que o diagrama de polarização principal torne-se quase simétrico (no caso anterior a assimetria foi reforçada), já que o modo TE₀₁ é mais fortemente acoplado no guia superior e no inferior. Da Tabela 3.1 podemos observar que a variação ocorrida no coeficiente de reflexão de 12 para 24 modos foi pequena. Da Tabela 3.2 observamos que os valores de pico da polarização cruzada aumentam com o aumento do número de modos usados na expansão.

Na Figura 3.10 temos o caso 3, onde podemos observar que não existe praticamente diferença entre 12 e 24 modos; porém existe uma pequena diferença entre 4 e 12 modos. Neste caso, o diagrama de polarização principal é mais largo ao longo do

plano-E. Das Figuras 3.2 e 3.3 podemos observar que o coeficiente de acoplamento entre os modos fundamentais para as respectivas geometrias são da mesma ordem ($W_1=W_2=0,8\lambda$), de forma que não podemos nos basear nestes gráficos para explicar esta variação no formato do feixe radiado. Observando os coeficientes dos modos fundamentais obtidos para cada abertura, podemos constatar que os dos guias situados à esquerda e à direita do central são superiores aos dos guias situados acima e abaixo. Da Tabela 3.1 podemos observar que a variação do coeficiente de reflexão de 12 para 24 modos foi pequena em relação à ocorrida entre 4 e 12 modos. Da Tabela 3.2 observamos que os valores de pico da polarização cruzada aumentam com o aumento do número de modos usados na expansão, exatamente como nos casos anteriores. Em todos os casos, a diferença entre estes valores de pico nas expansões de 12 e 24 modos é muito pequena.

expansão caso	4 modos	12 modos	24 modos
1	0,06655 $\angle -142,4^\circ$	0,08662 $\angle -121,8^\circ$	0,08780 $\angle -120,3^\circ$
2	0,04302 $\angle -138,0^\circ$	0,05769 $\angle -101,9^\circ$	0,05293 $\angle -103,3^\circ$
3	0,04150 $\angle -173,2^\circ$	0,04535 $\angle -126,1^\circ$	0,04369 $\angle -131,7^\circ$

Tabela 3.1 - Coeficientes de reflexão do modo fundamental excitado no guia central

expansão caso	4 modos	12 modos	24 modos
1	-16,28 dB	-14,20 dB	-14,40 dB
2	-15,20 dB	-14,04 dB	-13,93 dB
3	-16,04 dB	-14,84 dB	-14,69 dB

Tabela 3.2 - Valores de pico dos diagramas de polarização cruzada das Figuras 3.8 - 3.10

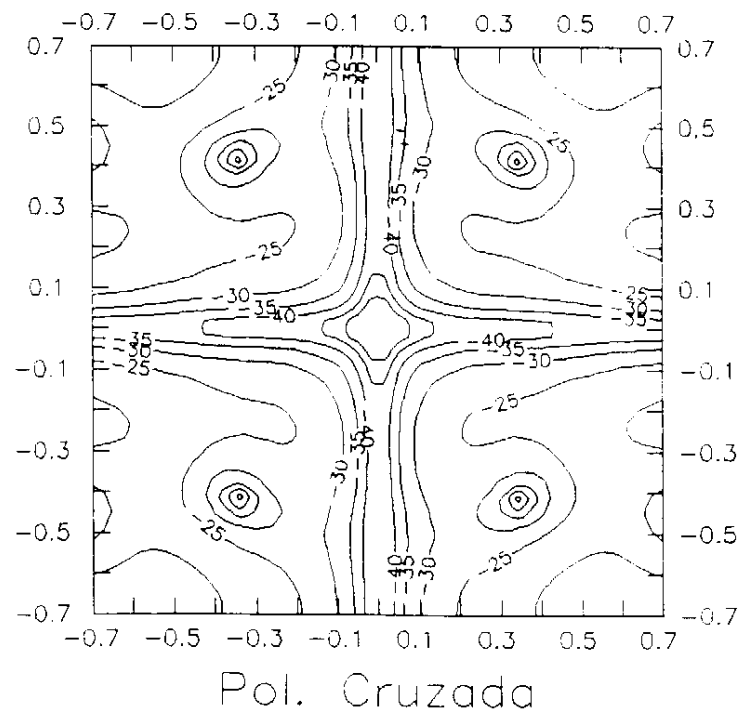
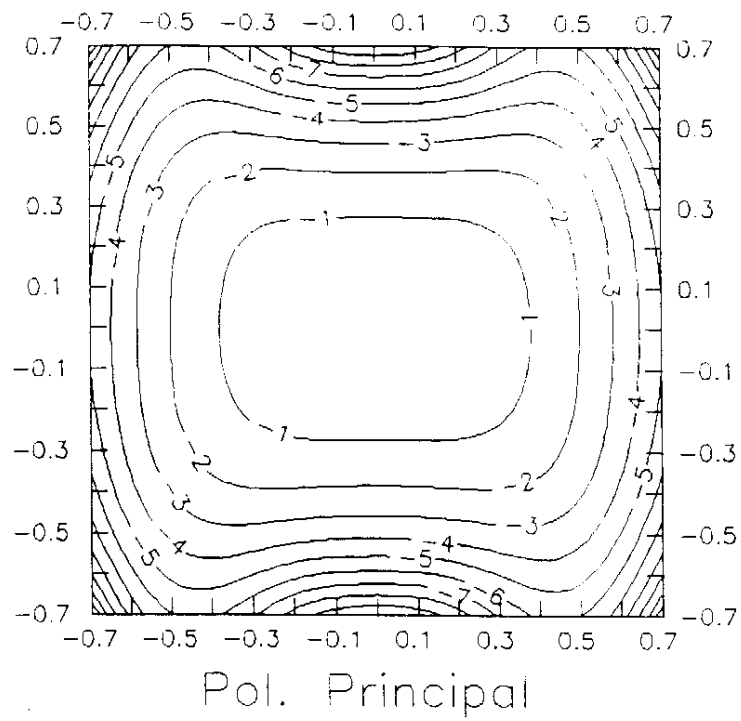


Fig. 3.8a - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 1, 4 modos

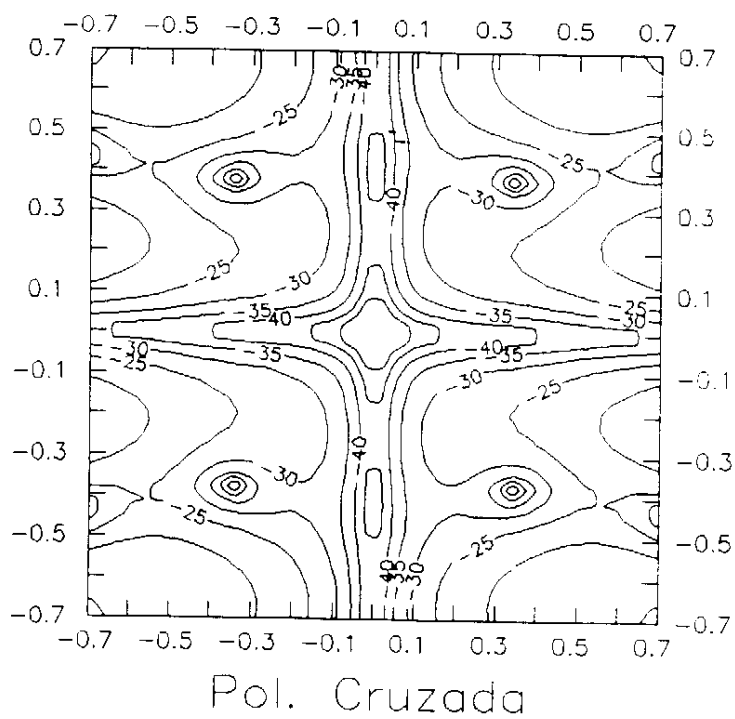
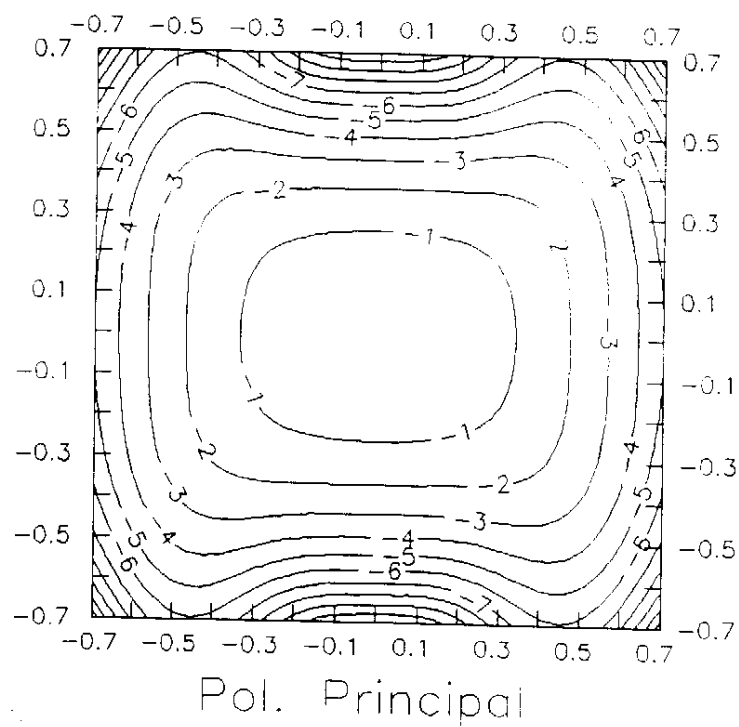


Fig. 3.8b - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 1, 12 modos

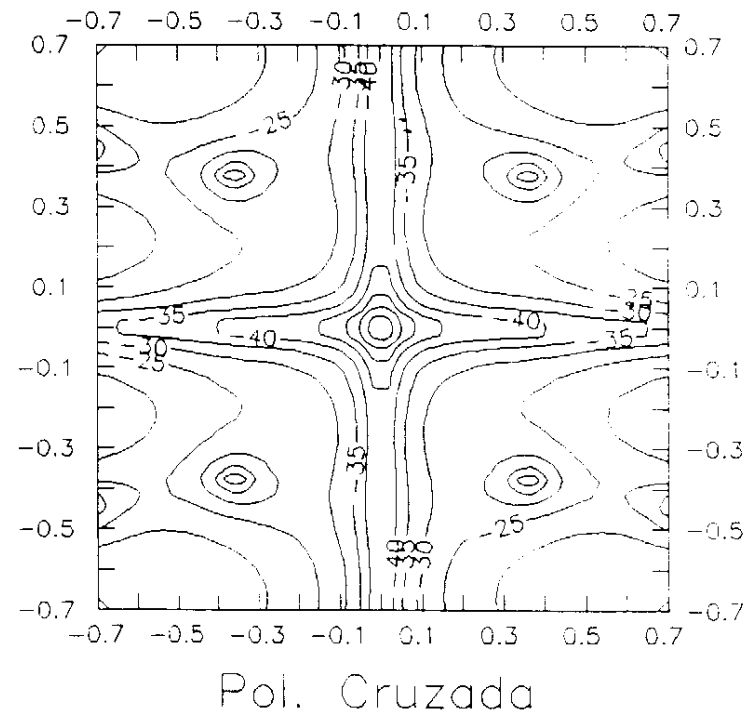
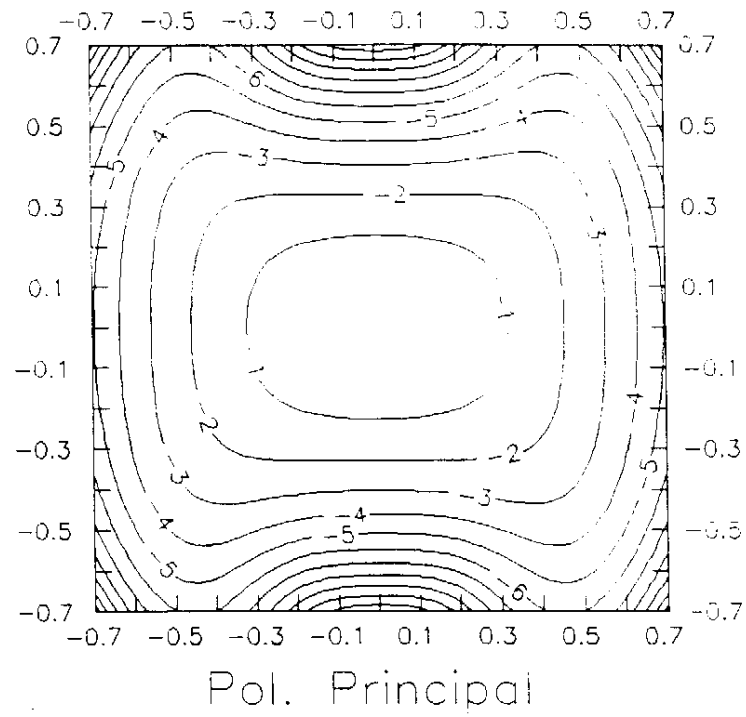


Fig. 3.8c - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 1, 24 modos

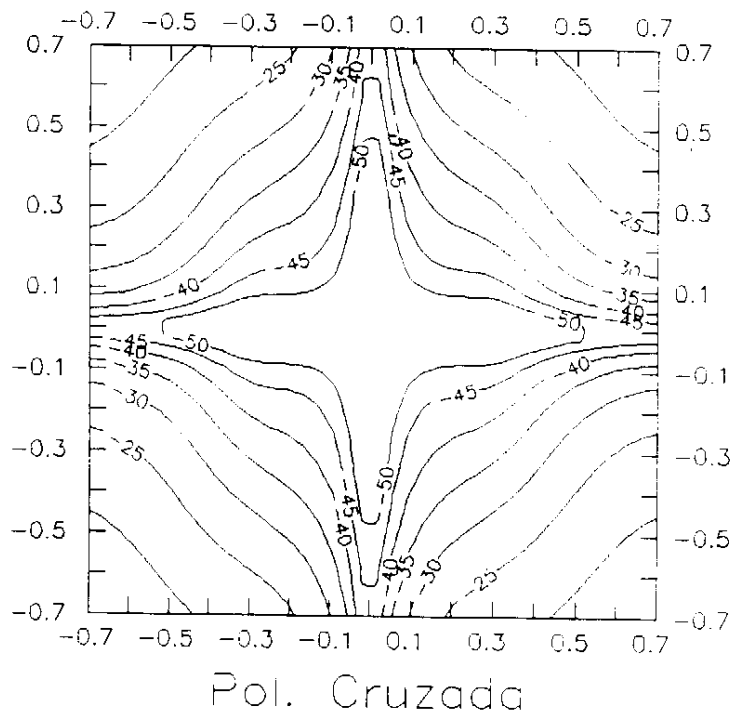
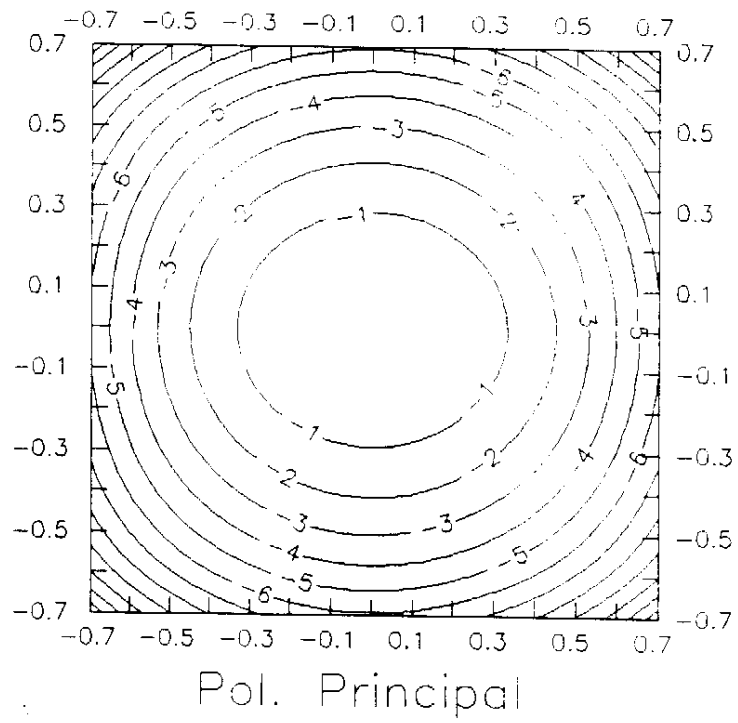


Fig. 3.9a - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 2, 4 modos

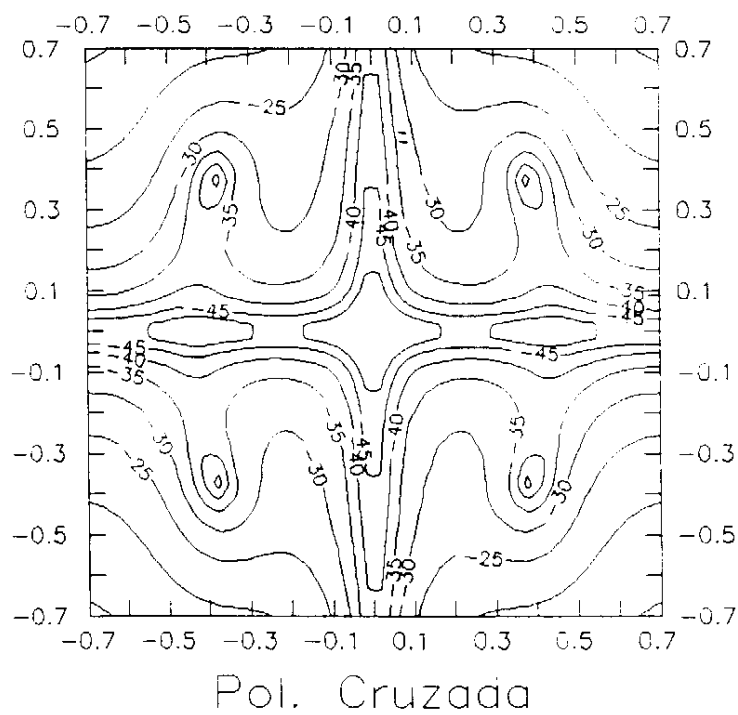
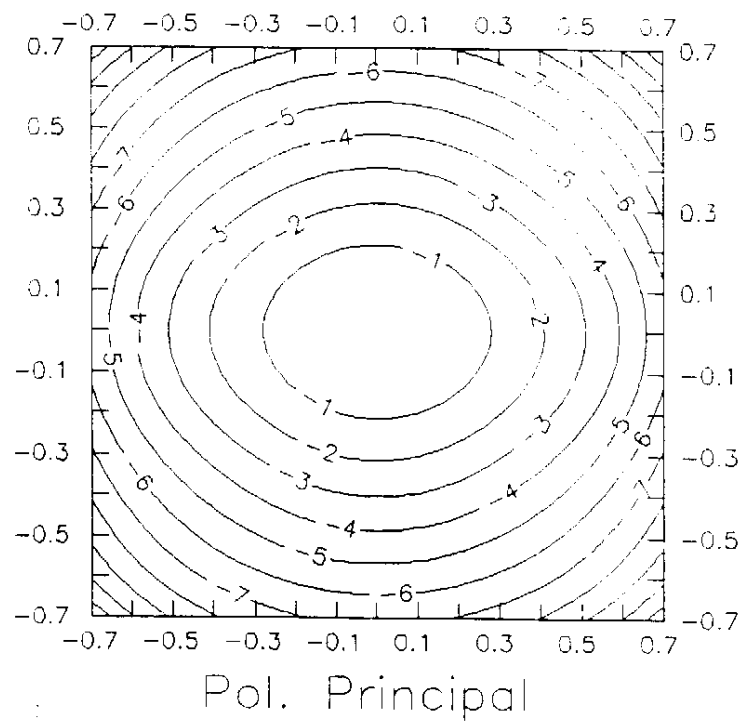


Fig. 3.9b - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 2, 12 modos

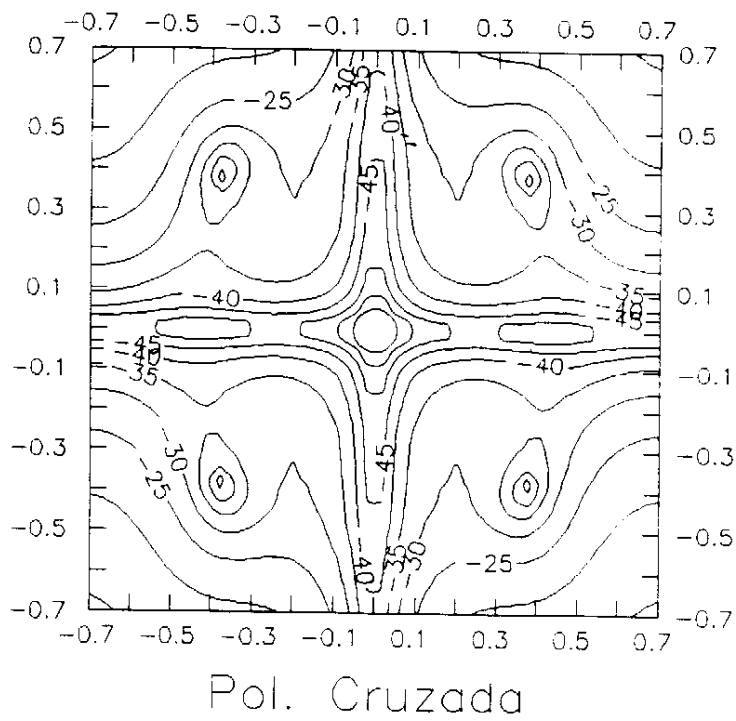
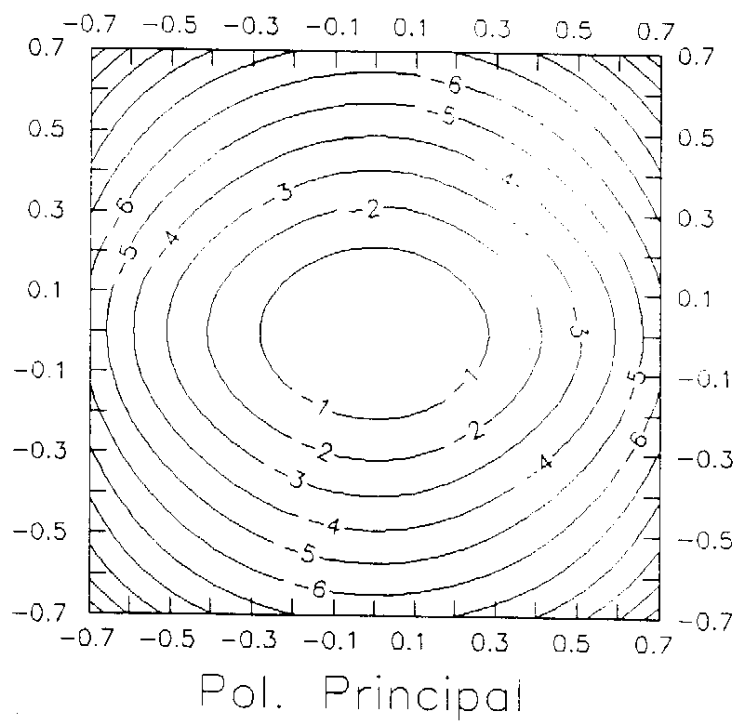


Fig. 3.9c - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 2, 24 modos

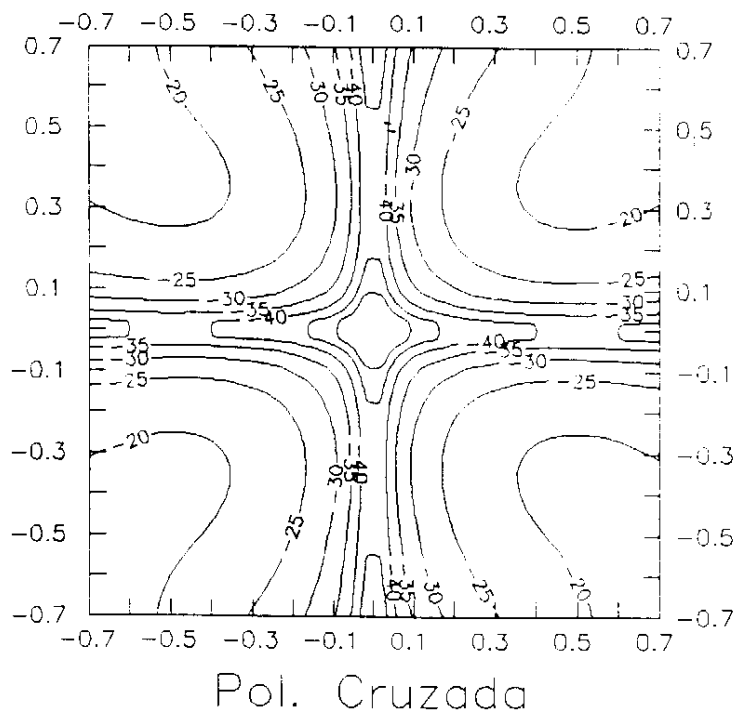
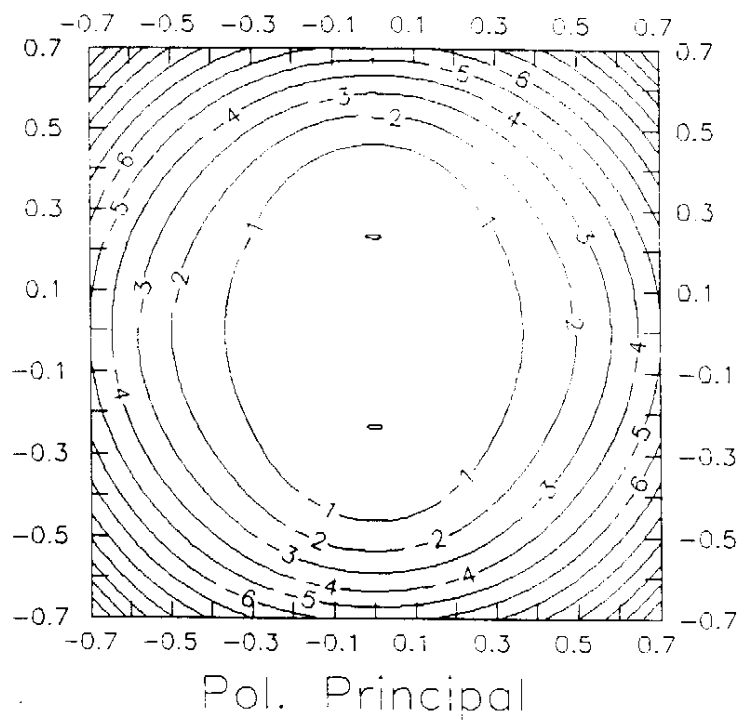


Fig. 3.10a - Diagramas de polarização principal e cruzada:

caso 3, 4 modos

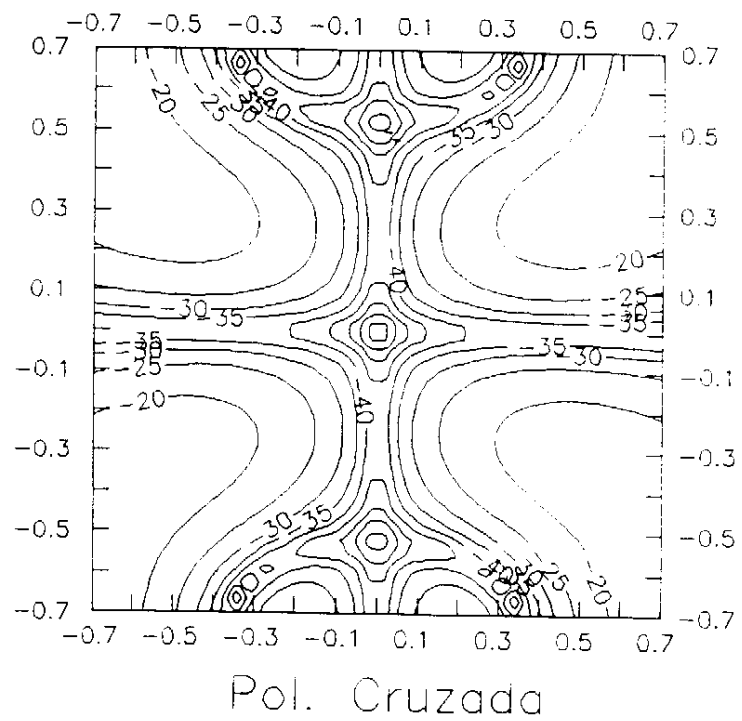
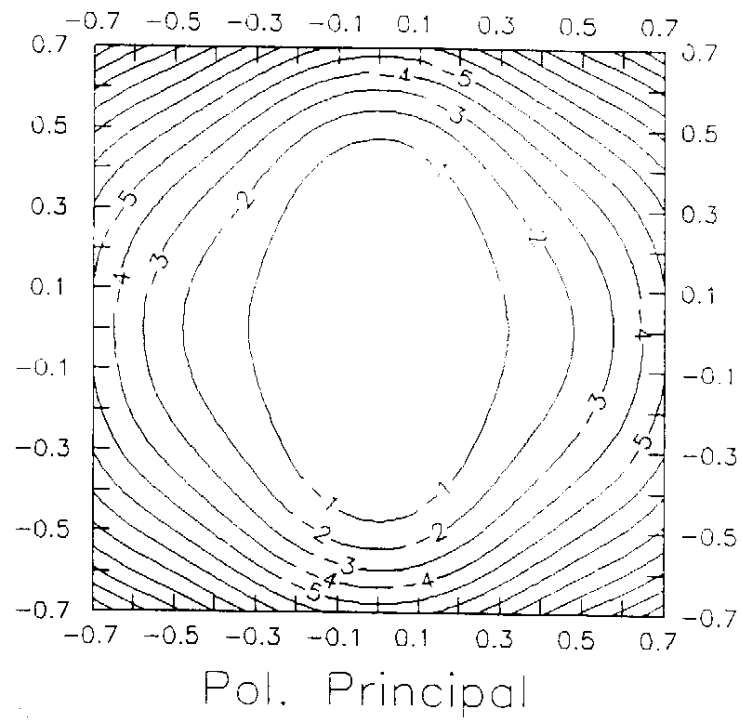


Fig. 3.10b - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 3, 12 modos

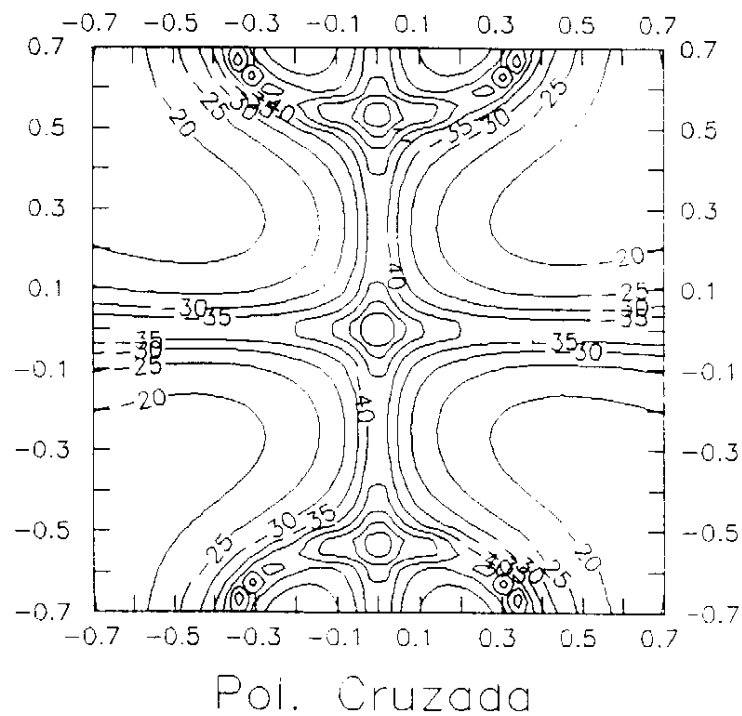
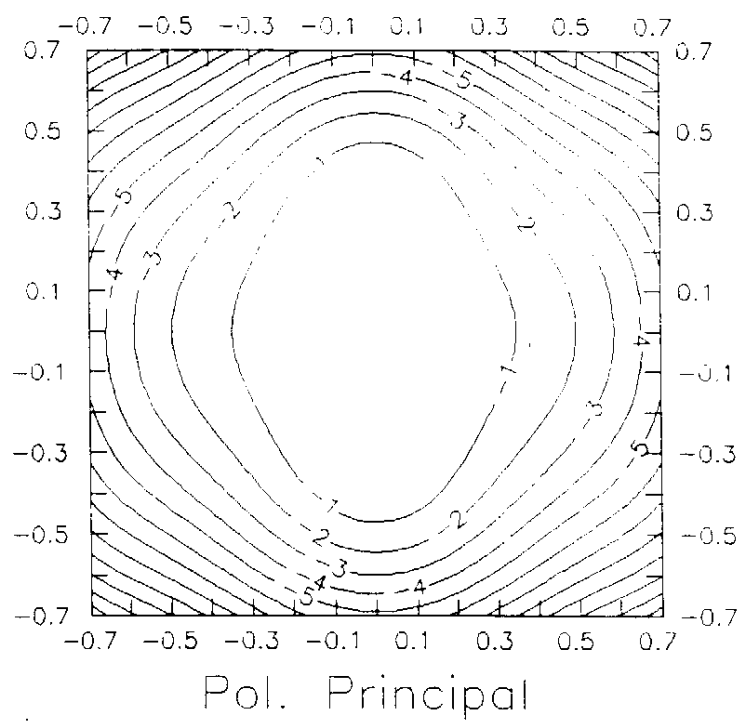


Fig. 3.10c - Diagramas de polarização principal e cruzada:
caso 3, 24 modos

CAPÍTULO 4 - VARREDURA DO FEIXE REFLETIDO POR UM PARABOLÓIDE
PARA PEQUENOS DESLOCAMENTOS DA FONTE DE ALIMENTAÇÃO

4.1 - Introdução:

O objetivo deste capítulo é apresentar uma formulação simples, porém eficiente, para auxiliar na disposição dos elementos que compõem o conjunto de alimentadores no plano de abertura. As posições dos centros de cada elemento serão relacionadas com as direções dos respectivos feixes produzidos no campo distante da antena, através de uma análise baseada em conceitos da Ótica Geométrica. As dimensões de cada abertura dependerão do nível de potência com que se deseja iluminar a borda do refletor, que por sua vez estará relacionado com as perdas por transbordamento (potência vinda do alimentador e que não incide no refletor). No entanto, o projeto do sistema conjunto de alimentadores/refletor depende também de outros fatores restritivos (como já visto no capítulo 1), de forma que a formulação a ser apresentada neste e no próximo capítulo funcionará mais como um indicador (estimando limites inferiores e superiores) do que propriamente um fornecedor da geometria desejada.

A formulação para a determinação das coordenadas dos centros de cada elemento será baseada nos trabalhos de Dragone [23]-[25], onde o autor utiliza as aproximações da Ótica Geométrica para relacionar o pequeno deslocamento da fonte de alimentação (em relação ao foco do refletor) com o deslocamento do feixe refletido. Logo, a distância focal do refletor deve ser suficiente para que este esteja no campo distante do alimentador (o alimentador é considerado uma fonte pontual). A

necessidade de que o deslocamento do alimentador seja pequeno ficará clara no decorrer da apresentação da formulação. Embora não seja objeto do nosso estudo, esta formulação também pode ser aplicada em sistemas de dois refletores desde que se utilize o modelo do parabolóide equivalente. Por fim, serão apresentados alguns exemplos de feixes radiados por um parabolóide com o alimentador deslocado do foco utilizando-se as aproximações da Ótica Física para o cálculo do campo radiado.

4.2 - Projeção estereográfica:

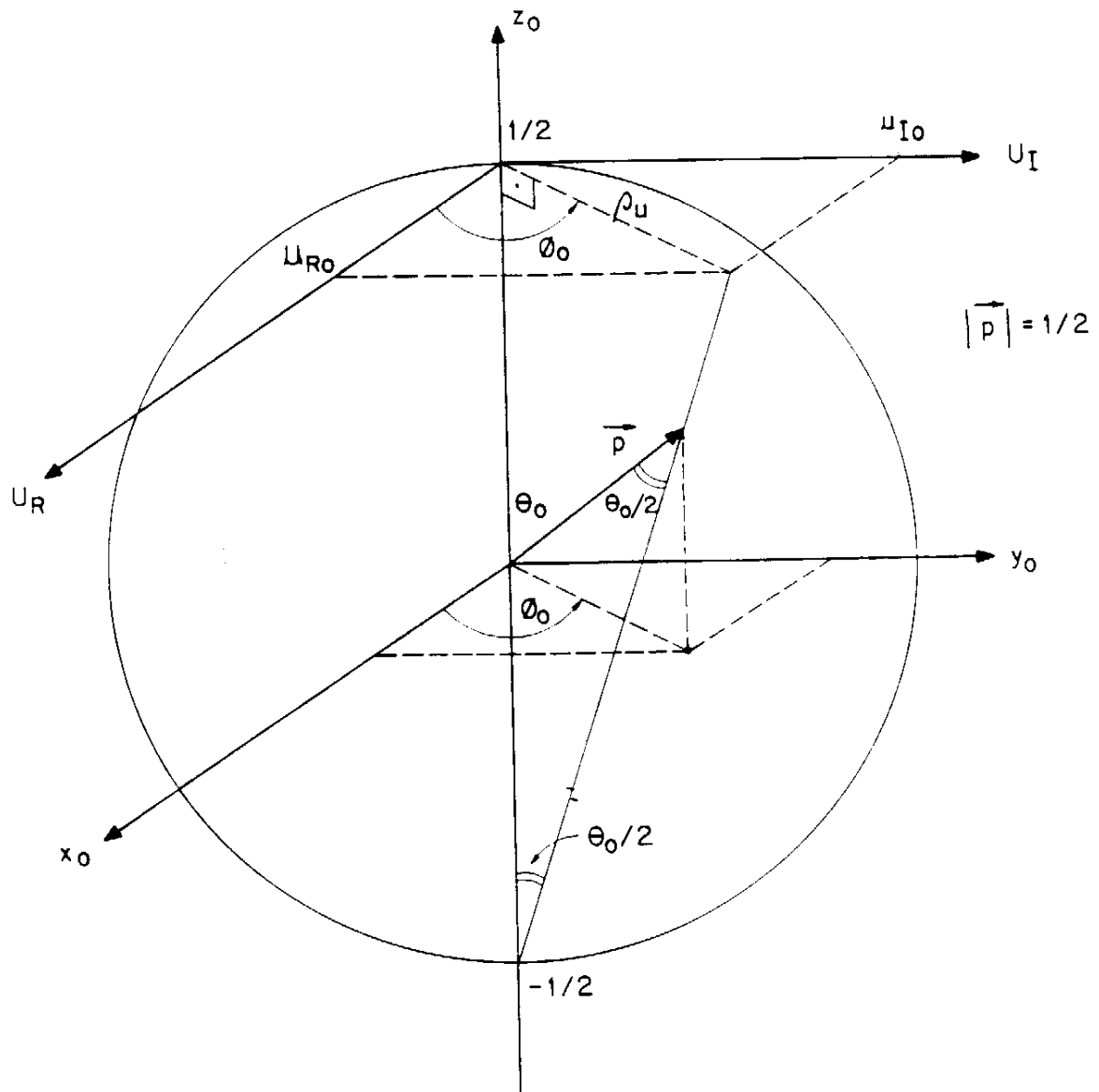
Através da projeção estereográfica de uma esfera em um plano, podemos representar uma direção $\vec{p}$ em coordenadas esféricas (θ_o, ϕ_o) por uma variável complexa u_o . Com a ajuda da Figura 4.1, podemos definir a variável u_o da seguinte forma:

$$\begin{cases} u_{Ro} = \operatorname{tg}(\theta_o/2) \cos \phi_o \\ u_{Io} = \operatorname{tg}(\theta_o/2) \operatorname{sen} \phi_o \end{cases} \Rightarrow u_o = u_{Ro} + j u_{Io} = \operatorname{tg}(\theta_o/2) e^{j\phi_o} \quad (4.1)$$

(onde $j = \sqrt{-1}$), de forma que:

$$\theta_o = 2 \operatorname{tg}^{-1}(|u_o|) \quad ; \quad \phi_o = \operatorname{tg}^{-1}(u_{Io}/u_{Ro}) \quad (4.2)$$

Esta variável complexa u_o será utilizada neste capítulo para representar a direção dos raios provenientes da fonte de



$$\rho_u = \tan \left(\frac{\theta_0}{2} \right)$$

$$\begin{cases} \mu_{R0} = \rho_u \cos \phi_0 \\ \mu_{I0} = \rho_u \sin \phi_0 \end{cases} \Rightarrow \mu_0 = \mu_{R0} + j \mu_{I0} = \tan \left(\frac{\theta_0}{2} \right) e^{j\phi_0}$$

Fig. 4.1 - Definição da projeção estereográfica

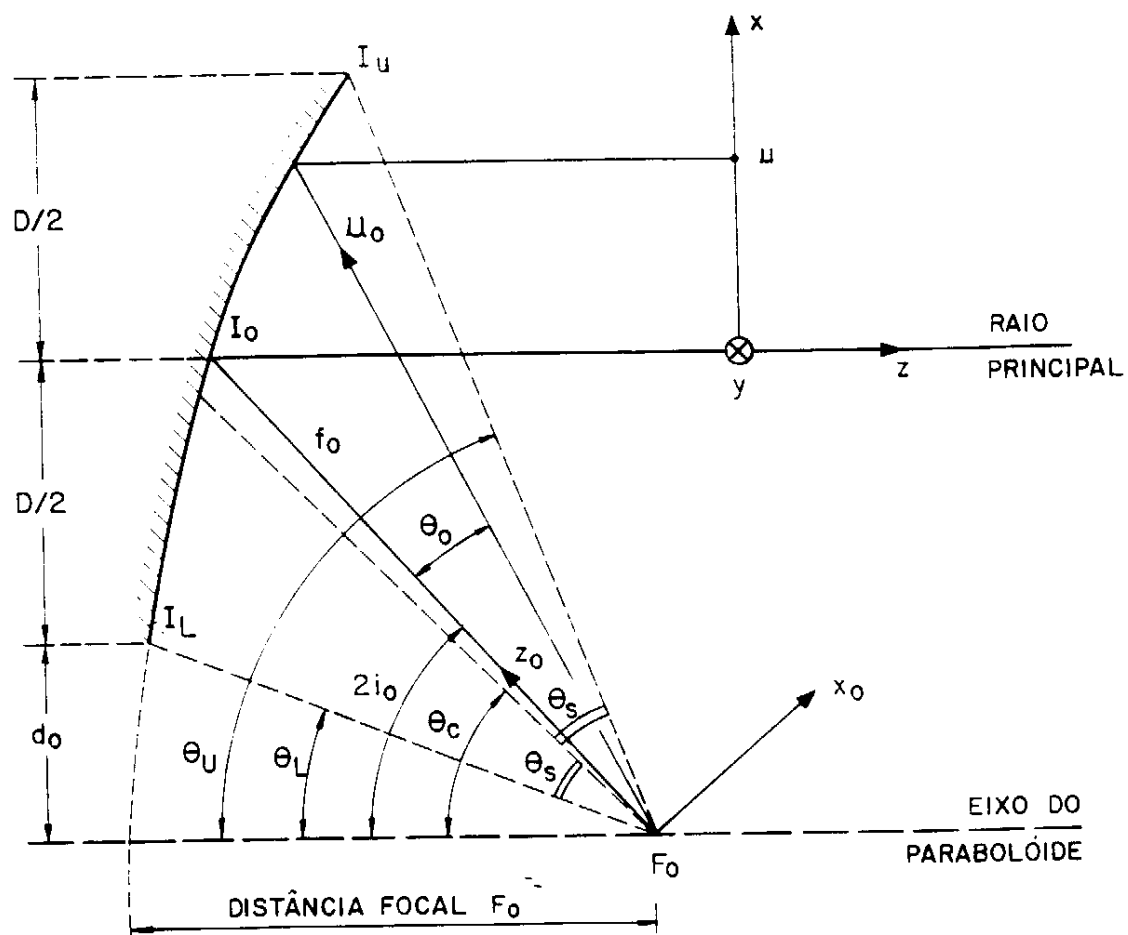
alimentação (considerada pontual) e que incidem no refletor parabólico.

4.3 - Transformação conforme:

O estudo a ser iniciado a seguir está baseado na Figura 4.2. Nela são apresentados dois sistemas de coordenadas distintos: as coordenadas cartesianas (x_0, y_0, z_0) , cuja origem encontra-se no foco do parabolóide e cujo plano $z_0 = 0$ representa o plano das aberturas dos alimentadores; e as coordenadas (x, y, z) , cujo eixo z coincide com o raio que é refletido pelo parabolóide vindo do foco na direção do eixo z_0 (o eixo z é paralelo ao eixo do parabolóide). Este raio será designado como *raio principal*. É muito importante observar que sentido do eixo y é o inverso do que é comumente definido. Os raios que partem do foco rumo ao refletor terão suas direções representadas por u_0 conforme definido pela equação (4.1), onde θ_0 e ϕ_0 são as coordenadas esféricas usuais relacionadas com os eixos x_0, y_0 e z_0 . Os respectivos raios refletidos são paralelos ao eixo z (cuja origem ao longo do raio principal é arbitrária) e serão representados pela variável complexa:

$$u = x + jy \quad (4.3)$$

Do prévio conhecimento de que, para um refletor parabólico, círculos no plano (x_0, y_0) são mapeados em círculos no plano (x, y) , temos que a transformação que relaciona as



$$\begin{cases} R_L = \overline{F_O I_L} \\ R_U = \overline{F_O I_U} \end{cases}$$

$$f_o = \overline{F_O I_O} \quad : \quad \text{DISTÂNCIA FOCAL EQUIVALENTE}$$

$$\begin{cases} \hat{y} = + \hat{x} \times \hat{z} \\ \hat{y}_o = - \hat{x}_o \times \hat{z}_o \end{cases}$$

Fig. 4.2 - Definição dos eixos do alimentador
e da abertura do refletor parabólico

variáveis complexas u_0 e u é uma transformação conforme [25],[26] e deve ser representada pela seguinte equação (onde a, b, c, d são variáveis reais):

$$u = \frac{a u_0 + b}{c u_0 + d} \quad (4.4)$$

A fim de determinarmos as variáveis acima podemos supor, sem perda de generalidade, que $\phi_0 = \phi = 0$, de forma que todos os parâmetros da equação acima serão reais. Assim, para o raio principal temos $u_0 = 0$, $u = 0$ e, conseqüentemente,

$$b = 0 \quad (4.5)$$

Quando o raio estiver nas vizinhanças do raio principal, da Figura 4.2 temos que:

$$\begin{cases} u = x \cong f_0 \theta_0 \\ u_0 = \operatorname{tg}(\theta_0/2) \cong \theta_0/2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad u \cong 2 f_0 u_0 \quad (4.6)$$

Neste caso, como $u_0 \ll 1$, temos de equação (4.4) que:

$$u = \frac{a u_0}{c u_0 + d} \cong a u_0 / d \cong 2 f_0 u_0 \quad \Rightarrow \quad a/d = 2 f_0 \quad (4.7)$$

Quando o raio partir do foco na direção do eixo do parabolóide (neste caso $\phi_0 = \pi$), temos $u_0 = -\operatorname{tg}(i_0)$, onde $2i_0$ é o ângulo que o eixo z_0 faz com o eixo do parabolóide. Como o raio refletido também coincide com o eixo, temos das equações da parábola que:

$$u = x = - 2 f_o \frac{\operatorname{tg}(i_o)}{1 + \operatorname{tg}^2(i_o)} \quad (4.8)$$

Logo:

$$c/d = - \operatorname{tg}(i_o) \quad (4.9)$$

Deste modo, temos finalmente a equação da transformação de u_o em u :

$$u = \frac{2 f_o u_o}{1 - u_o \operatorname{tg}(i_o)} \quad (4.10)$$

onde f_o é mostrado na Figura 4.2 e é dado por:

$$f_o = F_o [1 + \operatorname{tg}^2(i_o)] \quad (4.11)$$

onde F_o é a distância focal do parabolóide.

4.4 - Deslocamento da fonte de alimentação:

No domínio da Ótica Geométrica (frequências muito elevadas), a fase do campo refletido é proporcional à distância percorrida pelo raio desde o alimentador até a abertura do refletor. Esta distância será representada pela função V , a qual depende das coordenadas que representam a posição do alimentador (x_o, y_o, z_o) e das coordenadas que representam a intersecção do raio refletido com o plano de abertura do refletor (x, y) , cada qual relacionada com seus respectivos

eixos (Figura 4.2). Desta figura observa-se que:

$$\partial V = \vec{k} \cdot \vec{\partial r} - \vec{k}_0 \cdot \vec{\partial r}_0 \quad (4.12)$$

onde $\vec{k}$ e $\vec{k}_0$ são respectivamente as direções dos raios refletido e incidente, $\vec{\partial r}$ e $\vec{\partial r}_0$ são as variações das posições em seus respectivos sistemas de coordenadas. Logo:

$$\partial V = p \partial x + q \partial y - p_0 \partial x_0 - q_0 \partial y_0 - s_0 \partial z_0 \quad (4.13)$$

já que supomos $\partial z = 0$, onde:

$$\begin{cases} p_0 = \text{sen}\theta_0 \cos\phi_0 \\ q_0 = \text{sen}\theta_0 \text{sen}\phi_0 \\ s_0 = \cos\theta_0 = [1 - p_0^2 - q_0^2]^{1/2} \end{cases} ; \begin{cases} p = \text{sen}\theta \cos\phi \\ q = \text{sen}\theta \text{sen}\phi \end{cases} \quad (4.14)$$

Assim, das equações acima temos que:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial x} = p & ; & \frac{\partial V}{\partial y} = q \\ \frac{\partial V}{\partial x_0} = -p_0 & ; & \frac{\partial V}{\partial y_0} = -q_0 & ; & \frac{\partial V}{\partial z_0} = -s_0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Supondo que o deslocamento da fonte em relação ao foco seja muito pequeno, podemos representar a função V por:

$$V \cong V_0 - \vec{k}_0 \cdot \vec{r}_0 = V_0 - p_0 x_0 - q_0 y_0 - s_0 z_0 \quad (4.16)$$

onde V_0 é o valor de V sem que haja deslocamento. Para o caso de um parabolóide seu valor é constante e pode ser arbitrado; aqui vamos supô-lo nulo. Como neste trabalho não levaremos em conta os deslocamentos na coordenada z_0 (todas as aberturas dos alimentadores encontram-se no plano $z_0 = 0$) temos que V é uma função apenas de x_0 , y_0 e u . Como da equação (4.10) u é função de u_0 , temos que:

$$V = V(x_0, y_0, u_0) \quad (4.17)$$

As relações entre p_0 , q_0 e u_0 podem ser obtidas das equações (4.1) e (4.14), verificando-se que:

$$p_0 + jq_0 = \sin \theta_0 e^{j\phi_0} = \frac{2 u_0}{1 + |u_0|^2} \quad (4.18)$$

onde $|u_0|^2 = u_0 u_0^*$ e u_0^* é o complexo conjugado de u_0 . Se definirmos:

$$w_0 = x_0 + jy_0 \quad (4.19)$$

teremos que:

$$x_0 p_0 + y_0 q_0 = \frac{2 \operatorname{Re}[u_0 w_0^*]}{1 + |u_0|^2} \quad (4.20)$$

Da equação (4.10) temos:

$$u_0 = \frac{u}{2 f_0 + u \operatorname{tg}(i_0)} \quad (4.21)$$

Expandindo a equação (4.20) em séries de u e u^* , com o auxílio da equação acima, e desprezando os termos de ordens superiores (que correspondem às aberrações não lineares como astigmatismo, coma, etc. [23]), teremos que:

$$x_0 p_0 + y_0 q_0 \cong \frac{\text{Re}[u w_0^*]}{f_0} = \frac{x x_0 + y y_0}{f_0} \quad (4.22)$$

Da equação (4.16), sabendo que $V_0 = z_0 = 0$, obtemos:

$$V \cong \frac{-(x x_0 + y y_0)}{f_0} \quad (4.23)$$

Procedendo como na equação (4.16), só que agora em relação às variáveis x e y :

$$V \cong p x + q y \quad (4.24)$$

Finalmente, das equações (4.14), (4.23) e (4.24), temos:

$$\begin{cases} p = \text{sen}\theta \cos\phi = -x_0/f_0 \\ q = \text{sen}\theta \text{sen}\phi = -y_0/f_0 \end{cases} \Rightarrow p + jq = \text{sen}\theta e^{j\phi} = \frac{-w_0}{f_0} \quad (4.25)$$

Assim, da equação anterior temos a relação que permite determinar a direção do feixe refletido pelo parabolóide para pequenos deslocamentos da fonte de alimentação em relação ao seu foco, lembrando mais uma vez que o sentido do eixo y é o inverso do que é comumente definido. Desta equação temos:

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{x_o^2 + y_o^2}}{f_o} \right) ; \quad \phi = \cos^{-1} \left(\frac{-x_o}{\sqrt{x_o^2 + y_o^2}} \right) \quad (4.26)$$

A partir da equação (4.25) podemos calcular as coordenadas x_o e y_o ($z_o = 0$) do centro de cada uma das aberturas uma vez conhecidas as direções desejadas para os respectivos feixes de radiação no campo distante. É importante observar que estas coordenadas x_o , y_o representam na realidade a localização do centro de fase do alimentador (a fonte é suposta pontual); porém, no presente caso, como trataremos apenas de cornetas piramidais cujas seções retas variam muito lentamente ao longo de seus eixos e o modo predominante nas aberturas será o fundamental, podemos aproximar estes alimentadores por guias excitados apenas pelo modo fundamental, de forma que a localização do centro de fase encontra-se muito próxima ao centro da abertura de cada alimentador. A equação (4.25) é uma das que serão utilizadas na síntese do conjunto de alimentadores para um sistema com um refletor parabólico.

4.5 - Limites para o ângulo de offset ($2i_o$):

Na formulação apresentada anteriormente, para a utilização do parâmetro f_o ficamos dependentes do prévio conhecimento da distância focal do refletor F_o e do ângulo de offset $2i_o$. A escolha de F_o depende de muitos fatores e sua determinação não é trivial (os resultados do próximo capítulo fornecerão alguns

limites para sua escolha). Aqui apresentaremos algumas equações para auxiliar na escolha de i_o , ficando claro, porém, que para um projeto otimizado deve-se levar em consideração outros parâmetros limitantes.

Quanto à relação do ângulo de offset com a geometria do sistema, alguns autores o definem de forma que o raio principal coincida com o eixo do cone (cujo vértice localiza-se sobre o foco) que determina a abertura do refletor, a fim de que as perdas por transbordamento sejam minimizadas. Já outros o definem de forma que o raio principal passe pelo centro da abertura circular no plano xy, a fim de que haja uma melhor eficiência de abertura. Portanto a escolha dependerá do que é crítico para a eficiência total do sistema (inclusive outros ângulos podem ser escolhidos). No nosso caso, como estamos mais interessados em apresentar alguns possíveis caminhos para a síntese do sistema refletor/conjunto de alimentadores e não com um projeto otimizado, adotaremos a última definição a fim de manter uma uniformidade com as referências utilizadas.

Da Figura 4.2, podemos observar que o ângulo de offset $2i_o$ difere do ângulo θ_c , que é o ângulo que o eixo do cone que define a abertura do refletor faz com o eixo do parabolóide. Das equações do parabolóide, temos a seguinte relação entre estes ângulos:

$$\operatorname{tg}(i_o) = \frac{\operatorname{sen}\theta_c}{\cos\theta_c - \cos\theta_s} \quad ; \quad \theta_s = \frac{\theta_u - \theta_l}{2} \quad (4.27)$$

Com o auxílio da Figura 4.2, temos que a distância do centro da abertura até o eixo do parabolóide é dada por:

$$d_o + D/2 = 2F_o \operatorname{tg}(i_o) \quad (4.28)$$

O diâmetro da abertura é dado por:

$$D = 2F_o \left[\operatorname{tg}(\theta_u/2) - \operatorname{tg}(\theta_l/2) \right] \quad (4.29)$$

A fim de que a abertura não intercepte o eixo do parabolóide (para que não haja bloqueio por parte do sistema de alimentação):

$$d_o > 0 \quad \Rightarrow \quad i_o > \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{D}{4F_o} \right] \quad (4.30)$$

Para um sistemas de dimensões típicas com $D/F_o = 1$ teremos $2i_o > 28^\circ$.

4.6 - Parabolóide equivalente em sistemas Cassegrain e Gregorian offset:

Apesar de não pertencer ao escopo deste trabalho, a formulação apresentada na seção 4.4 também pode ser utilizada em sistemas de duplos refletores do tipo Gregorian ou Cassegrain, desde que cada sistema seja substituído pelo seu parabolóide equivalente (Figuras 4.3 e 4.4). A utilização de dois refletores no sistema da antena apresenta algumas vantagens sobre o sistema de apenas um refletor [30]: a fonte de alimentação pode ser colocado numa posição mais conveniente;

permite uma maior atenuação do campo incidente na borda do refletor principal, reduzindo as perdas por transbordamento e os níveis dos lóbulos secundários; a existência de dois refletores permite uma maior liberdade na síntese do sistema; e permite a obtenção de uma distância focal equivalente muito maior que o espaço ocupado pelo sistema, diminuindo o nível de polarização cruzada do sistema.

Equações para a determinação do parabolóide equivalente em ambos os tipos de configuração foram desenvolvidas por Dragone [23]-[26] e por W. Rusch et al. [27],[28]. De acordo com a formulação de Dragone, a qual foi apresentada na seção anterior, a equação (4.25) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$p + jq = \sin\theta e^{j\phi} = \frac{-w_o}{|M| f_1} \quad (4.31)$$

onde os parâmetros M e f_1 são definidos com o auxílio das Figuras 4.3 e 4.4 que ilustram os dois tipos de sistemas.

Porém, baseados na Referência [28], devemos aqui ressaltar dois importantes inconvenientes na utilização deste método no estudo de sistemas de duplos refletores:

1) como o conceito de parabolóide equivalente só se aplica no domínio da Ótica Geométrica, os efeitos da difração na borda do subrefletor não são levados em consideração. Como conseqüência, ao compararmos o desempenho elétrico do sistema original com o seu equivalente, observamos grandes

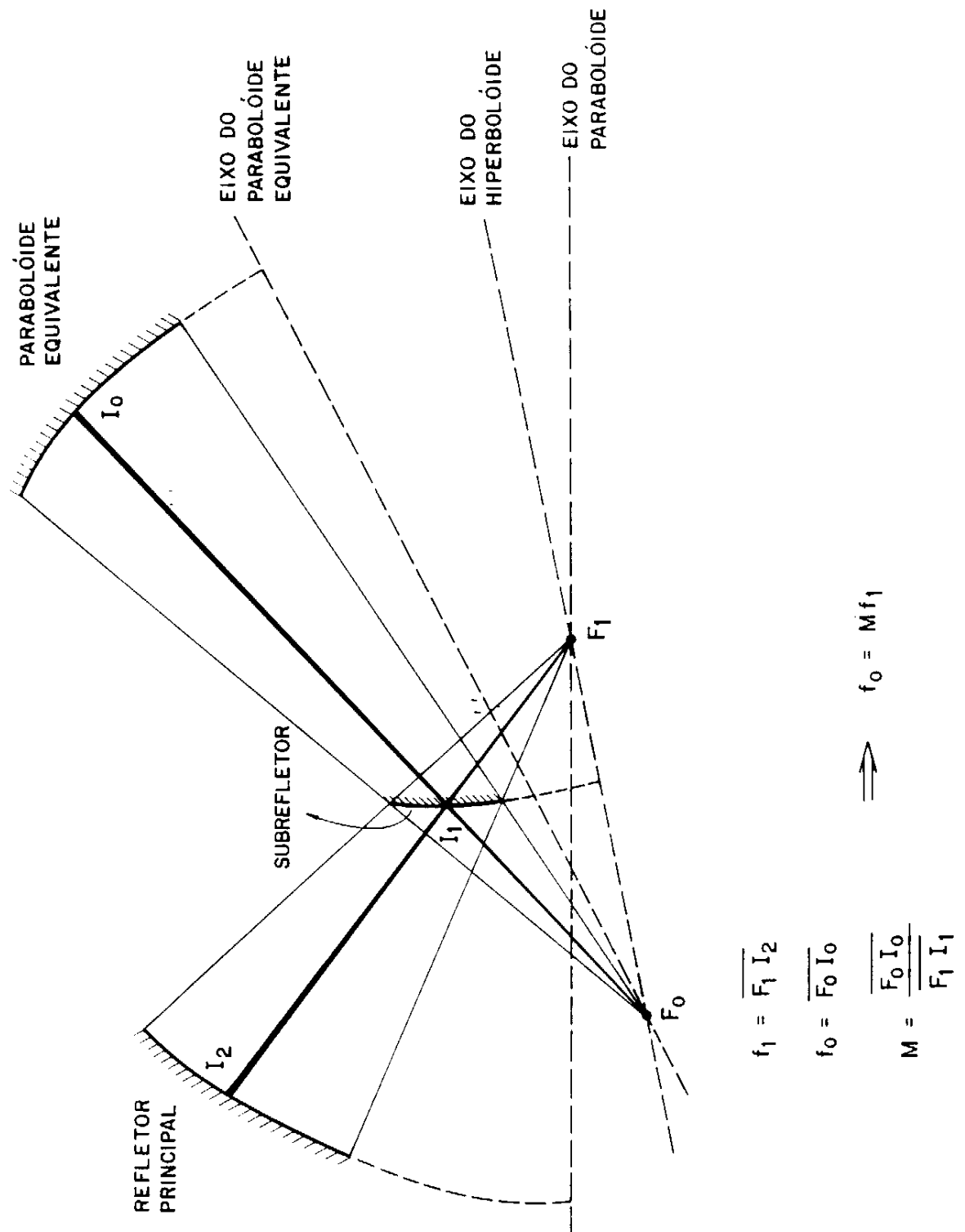


Fig. 4.3 - Sistema Cassegrain offset

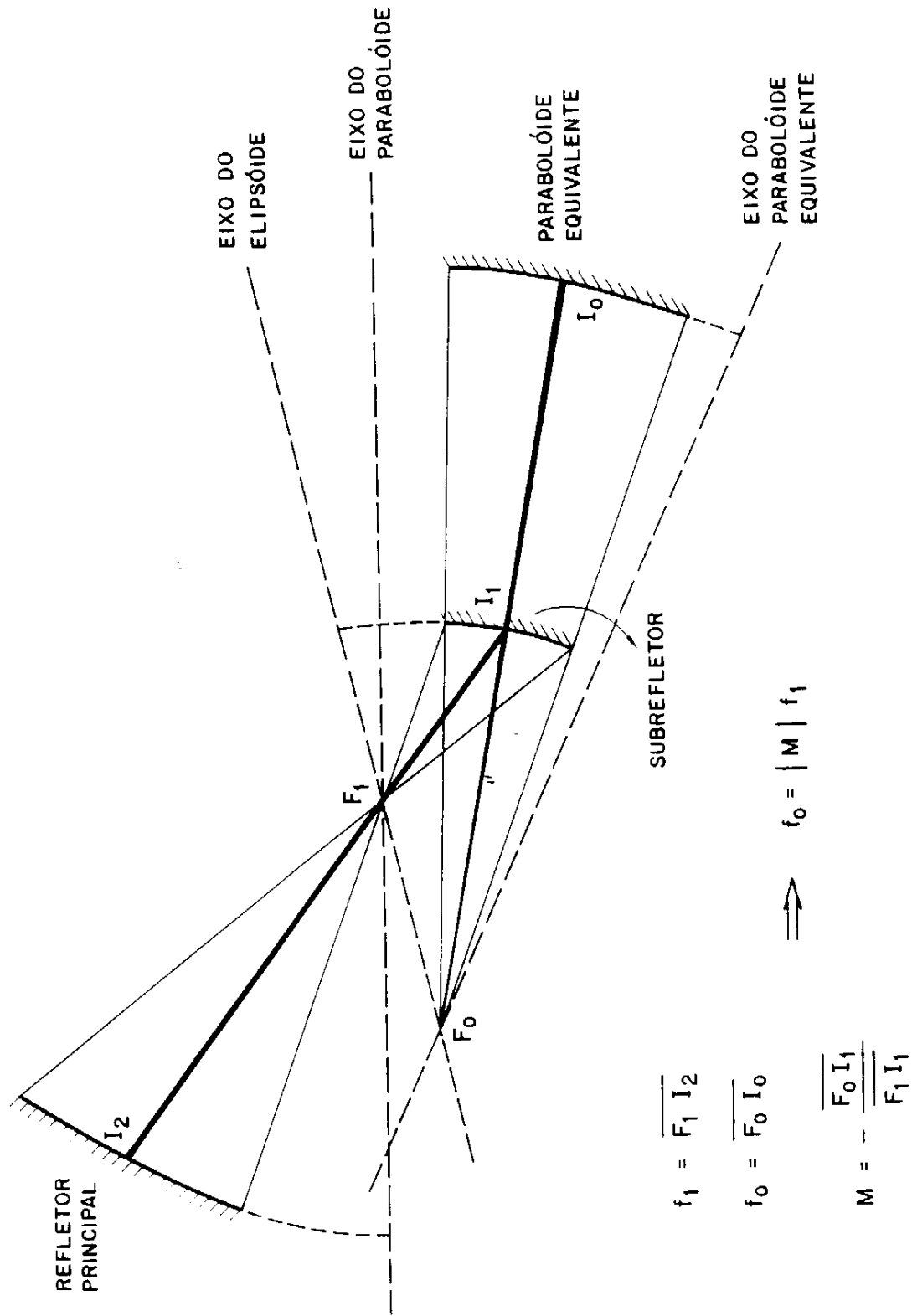


Fig. 4.4 - Sistema Gregorian offset

discrepâncias nos níveis dos lóbulos secundários e principalmente nos níveis do diagrama de polarização cruzada;

2) como o parabolóide equivalente supõe que a fonte de alimentação esteja no foco do sistema, seu desempenho elétrico, comparado com o original, deteriora-se rapidamente à medida que afastamos o alimentador do foco, de forma que este deslocamento deve ser suficientemente pequeno para que a equação (4.27) possa ser utilizada satisfatoriamente.

Apesar destas limitações, a utilização do parabolóide equivalente pode ser adotada como uma ferramenta útil no projeto de conjuntos de alimentadores para a iluminação destes sistemas [28].

4.7 - Exemplos da varredura do feixe radiado com o deslocamento do alimentador:

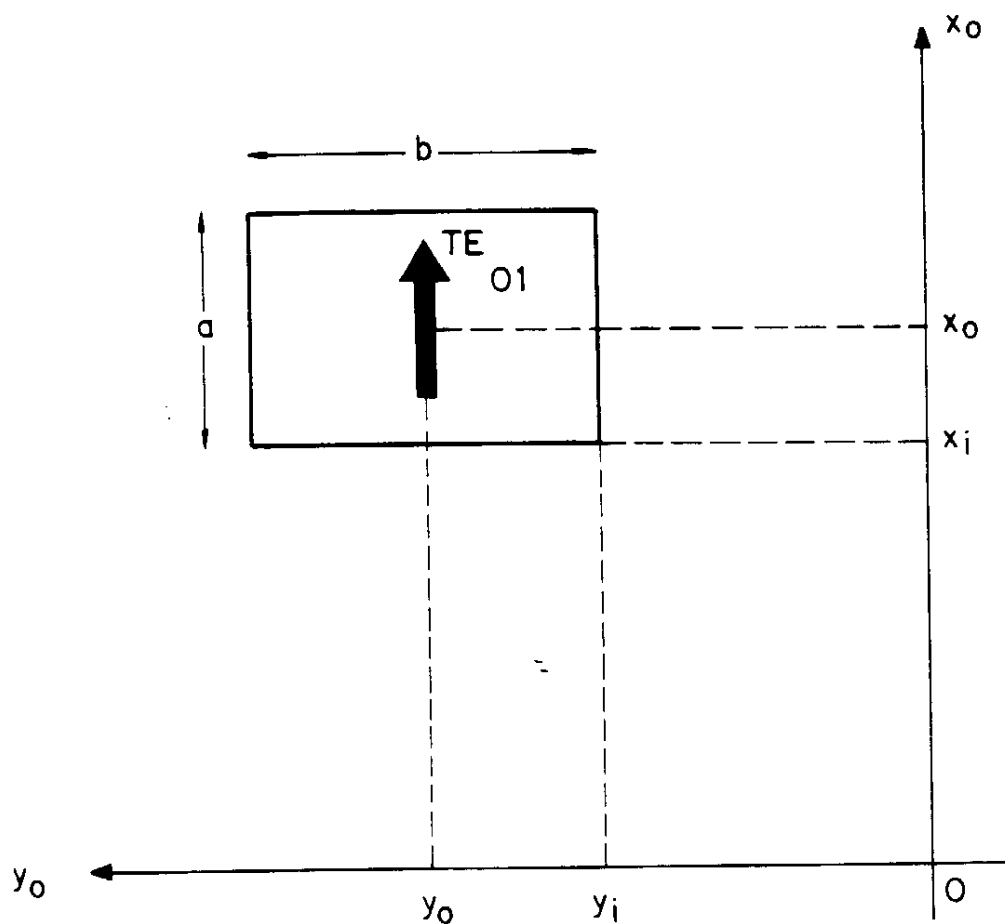
Nesta seção apresentaremos alguns exemplos de deslocamentos no feixe radiado pelo parabolóide produzidos por pequenos deslocamentos da fonte de alimentação em relação ao foco do refletor. Para o cálculo do diagrama do campo radiado pelo refletor foram utilizadas as aproximações da Ótica Física. Como apenas nos interessa o comportamento do feixe no entorno do seu máximo, os gráficos a serem apresentados não mostram regiões no domínio dos lóbulos secundários. Como fonte de alimentação foram usados guias retangulares abertos num plano condutor infinito (plano de abertura $z_0 = 0$), excitados pelo

modo fundamental TE01 (fonte linearmente polarizada na direção $\hat{x}_0$) e sem levar em conta o acoplamento mútuo existente na abertura do guia. A geometria fundamental do sistema é apresentada pelas Figuras 4.2 e 4.5.

Com exceção do quinto exemplo, o refletor parabólico possui uma distância focal $F_0 = 50\lambda$, ângulo de offset $2i_0 = 30^\circ$ e sua abertura circular projetada no plano xy possui um diâmetro $D = 50\lambda$ ($D/F_0 = 1$). Os diagramas a serem apresentados têm suas coordenadas dadas por (onde aqui o sentido do eixo y é o comumente utilizado, diferente do que foi utilizado nas seções anteriores de acordo com a formulação de Dragone):

$$\begin{cases} U = D/\lambda \sin\theta \cos\phi ; & \text{eixo vertical} \\ V = D/\lambda \sin\theta \sin\phi ; & \text{eixo horizontal} \end{cases} \quad (4.32)$$

Nos quatro primeiros exemplos temos a abertura do guia com dimensões $a = 0,8\lambda$ e $b = 1,2\lambda$ e os diagramas de radiação são apresentados nas Figuras 4.6-4.9 (polarizações principal e cruzada). Para cada exemplo temos o centro da abertura do guia deslocado de uma forma diferente, de acordo com os valores de x_0 e y_0 dados pela Tabela 4.1 juntamente com os valores do deslocamento do feixe refletido calculados pela formulação de Dragone. Dos diagramas de polarização principal, levando-se em conta as coordenadas definidas pela equação (4.32), observamos que a formulação fornece com uma excelente precisão os valores destes deslocamentos. Também observamos que a largura de meia potência do feixe radiado é a mesma em todos estes exemplos



$\begin{cases} x_0, y_0: \text{coordenadas cartesianas do centro da abertura} \\ x_i, y_i: \text{coordenadas cartesianas da Figura 2.4} \end{cases}$

Fig. 4.5 - Geometria da abertura do alimentador

($2\theta_{MP} = 1,2^\circ$), certamente porque os deslocamentos não são suficientes para alterar significativamente a atenuação do campo incidente na borda do refletor (este assunto será tratado pelo próximo capítulo). Dos diagramas de polarização cruzada observamos que os deslocamentos não modificam significativamente seus formatos e a distância entre os dois máximos é a mesma nos quatro diagramas. Os valores desses máximos sofrem pequenas alterações e seus valores são apresentados na Tabela 4.2.

No quinto exemplo, Figura 4.10, foram alteradas as dimensões do refletor: $F_0 = D = 100\lambda$, com o mesmo ângulo de offset ($2i_0 = 30^\circ$). O guia tem as mesmas dimensões dos exemplos acima e está localizado da mesma forma como no segundo exemplo, de acordo com a Tabela 4.1 de onde também observamos que a formulação de Dragone nos fornece com exatidão a direção do feixe refletido. Desta vez, ao dobrarmos o diâmetro da abertura e da distância focal mantendo o mesmo alimentador, mantivemos o mesmo nível de iluminação na borda de um refletor com o dobro do diâmetro, de forma que a largura de meia potência foi reduzida à metade ($2\theta_{MP} = 0,6^\circ$). Do diagrama de polarização cruzada e da equação (4.32) observamos que a distância entre os dois máximos também foi reduzida à metade. O valor do máximo é dado na Tabela 4.2. Comparando estes diagramas com os do segundo exemplo (Figura 4.7) observamos que são muito semelhantes, levando-se em conta o fator de escala dado pelo diâmetro D.

No sexto exemplo, Figura 4.11, voltamos à geometria

inicial do refletor dos primeiros exemplos ($D = F_0 = 50\lambda$), mas as dimensões da abertura do alimentador foram aumentadas ($a = 2,4\lambda$ e $b = 3,6\lambda$), de forma a aumentar a atenuação do campo incidente na borda do refletor. O centro da abertura foi colocado da mesma forma como no segundo e quinto exemplos ($x_0 = 4\lambda$ e $y_0 = 0$). Do diagrama de polarização principal observamos que a direção do feixe refletido é a mesma dos dois exemplos anteriores, de forma que, como já era esperado da teoria, a alteração das dimensões do alimentador não influenciou na direção do feixe refletido. Devido à maior atenuação do campo na borda (pior eficiência de abertura), a largura de meia potência do feixe é maior que as anteriores ($2\theta_{MP} = 1,62^\circ$). Do diagrama de polarização cruzada observamos que a distância entre os máximos também aumentou.

O objetivo do sétimo exemplo, Figura 4.12, é o de observar que, dada a atenuação do campo na borda do refletor, podemos prever aproximadamente a largura de meia potência do feixe radiado (este assunto é o tema do próximo capítulo). Porém, apresentamos o diagrama neste momento a fim de ilustrar mais uma vez a validade do método apresentado neste capítulo. As dimensões do alimentador são $a = 1,7\lambda$ e $b = 2,2\lambda$. O centro da abertura foi colocado da mesma forma como no quarto exemplo ($x_0 = y_0 = 4/\sqrt{2} \lambda$). Do diagrama de polarização principal observamos que as coordenadas do máximo de radiação são as apresentadas pela Tabela 4.1. Neste caso a largura de meia potência do feixe é maior que as dos primeiros exemplos ($2\theta_{MP} = 1,32^\circ$). Do diagrama de polarização cruzada observamos que a distância entre os máximos também aumentou levemente.

Na Tabela 4.1 são apresentados os deslocamentos nas fontes de alimentação destes exemplos, juntamente com as respectivas direções dos máximos dos feixes refletidos, calculadas de acordo com a equação (4.25) e levando-se em conta a troca de sinal na coordenada y para o adequamento com os gráficos apresentados nesta seção. Comparando estes resultados com os diagramas apresentados observamos que esta formulação pode ser utilizada como uma ferramenta importante no projeto de um conjunto de alimentadores com um número não muito elevado de elementos, a fim de que os deslocamentos destes elementos em relação ao foco não sejam elevados. É importante frisar que as dimensões do refletor e dos deslocamentos apresentados anteriormente são da ordem dos que serão estudados no decorrer deste trabalho. Na Tabela 4.2 são apresentados os valores máximos dos diagramas de polarização cruzada dos exemplos anteriores, já que as figuras não os mostram claramente.

exemplo	$f_o(\lambda)$	$x_o(\lambda)$	$y_o(\lambda)$	θ	ϕ
1	53,59	0,0	0,0	0°	0°
2	53,59	4,0	0,0	$4,28^\circ$	180°
3	53,59	0,0	4,0	$4,28^\circ$	90°
4	53,59	2,828	2,828	$4,28^\circ$	135°
5	107,18	4,0	0,0	$2,14^\circ$	180°
6	53,59	4,0	0,0	$4,28^\circ$	180°
7	53,59	2,828	2,828	$4,28^\circ$	135°

Tabela 4.1 - Deslocamento dos feixes refletidos de acordo com a teoria de Dragone (sinal de y trocado).

exemplo	1	2	3	4	5	6	7
máx. (dB)	-27,7	-30,3	-27,7	-29,2	-28,9	-31,9	-29,5

Tabela 4.2 - Valores dos máximos dos diagramas de polarização cruzada.

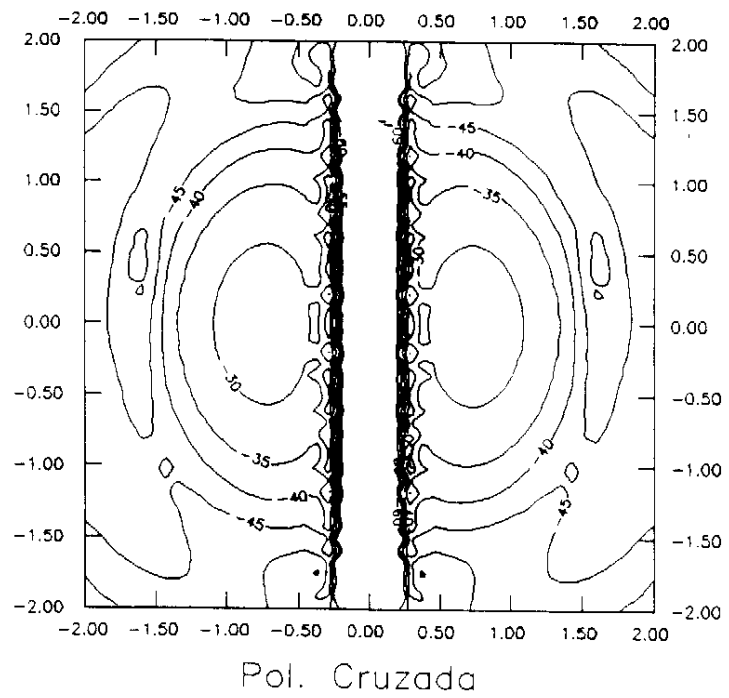
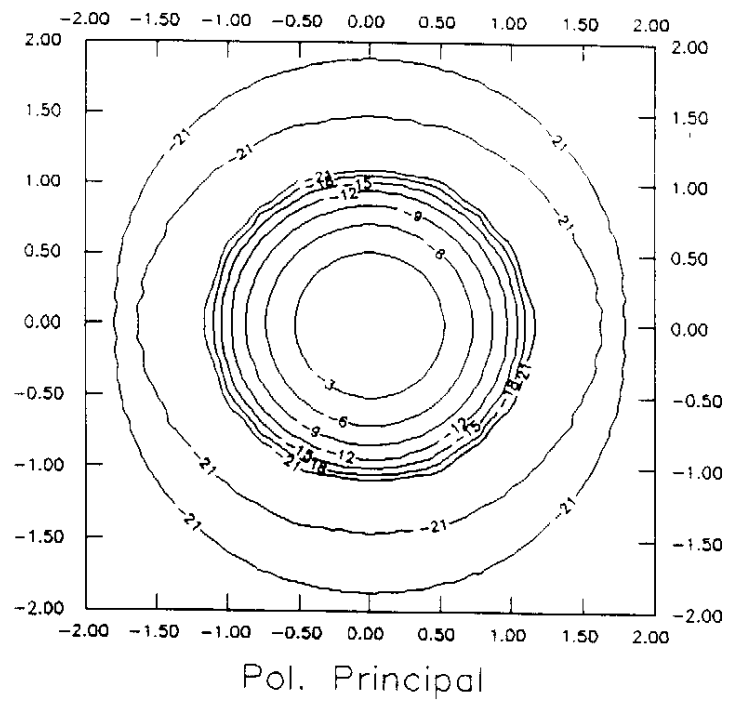


Fig. 4.6 - Diagramas do 1º exemplo: Pol. Principal e Cruzada

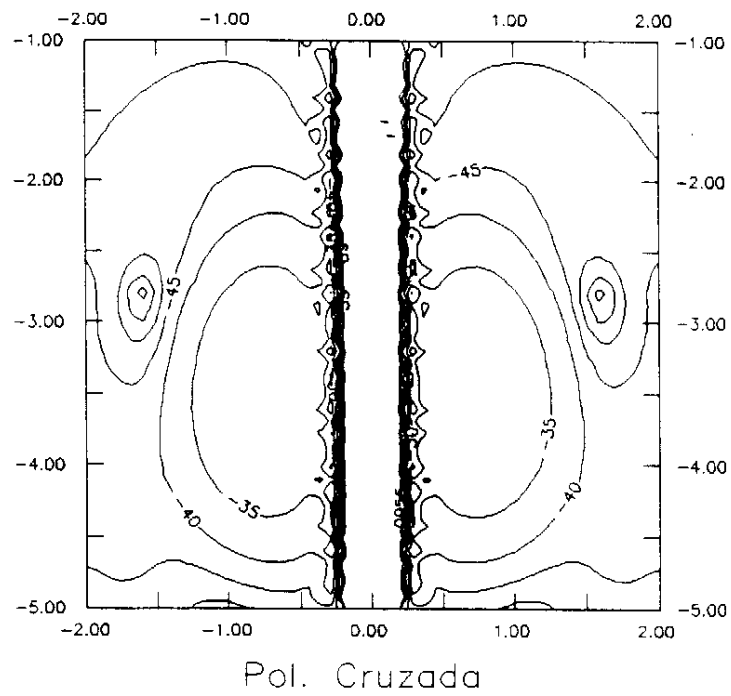
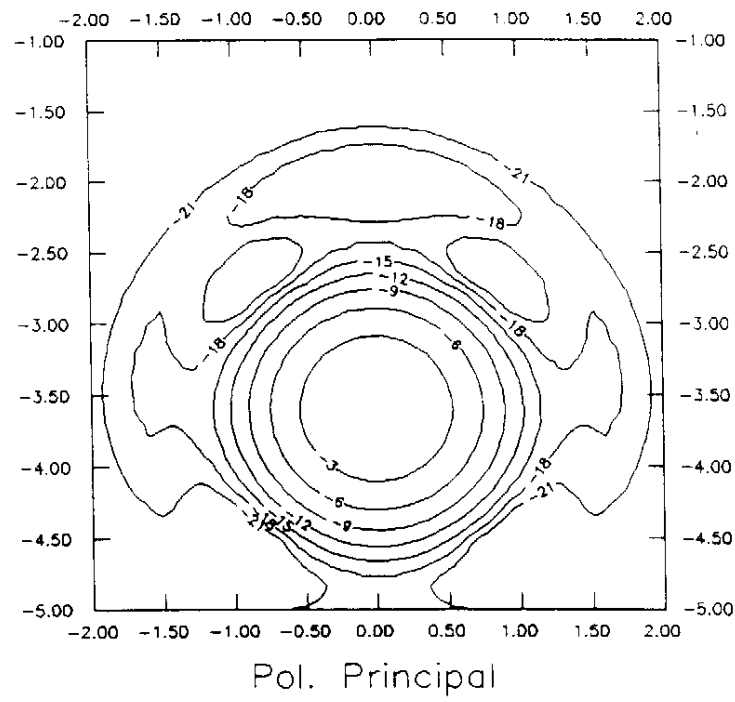


Fig. 4.7 - Diagramas do 2º exemplo: Pol. Principal e Cruzada

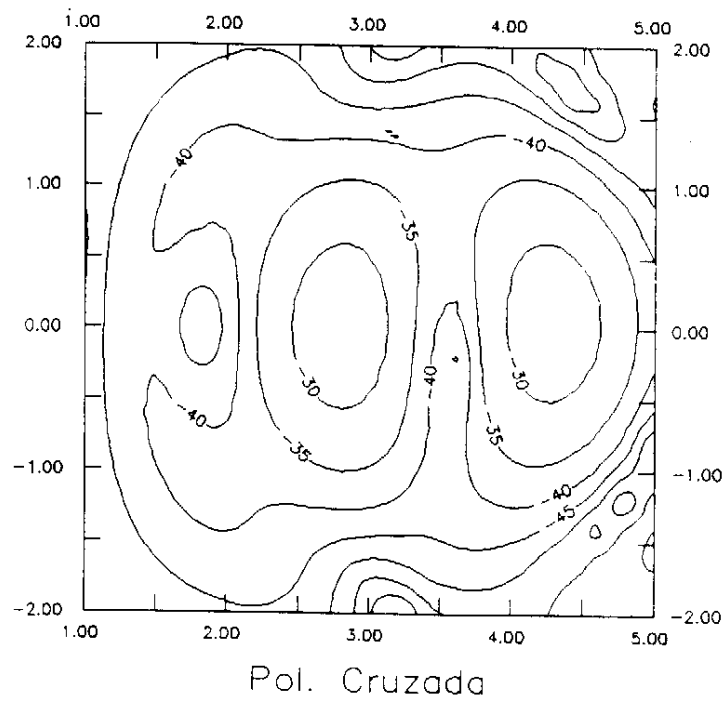
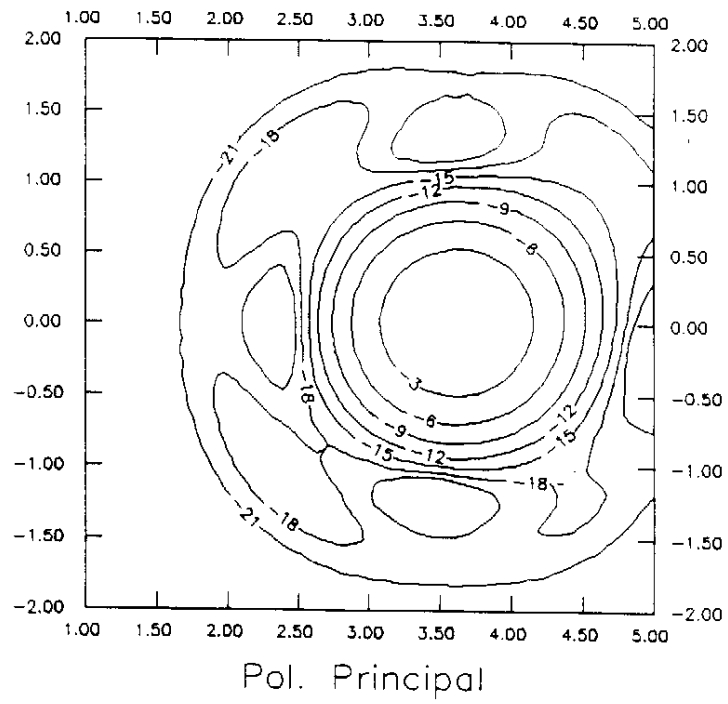


Fig. 4.8 - Diagramas do 3º exemplo: Pol. Principal e Cruzada

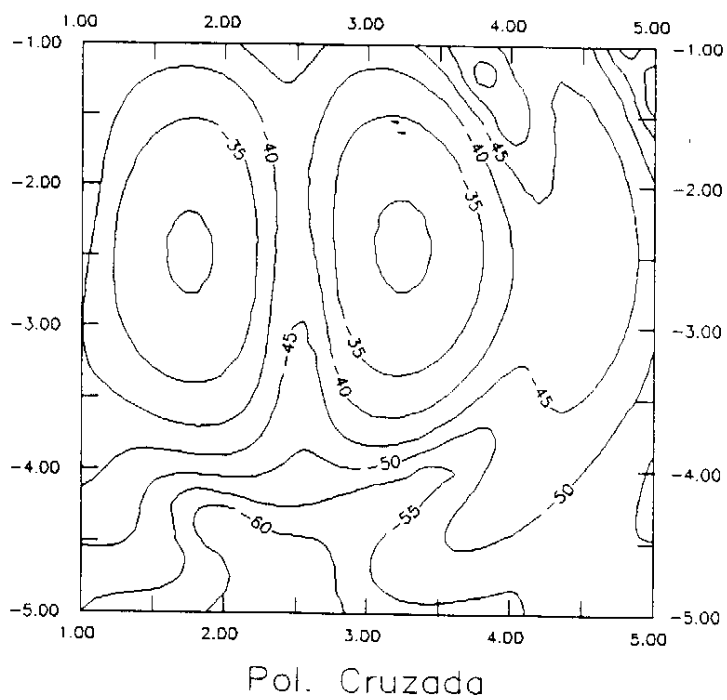
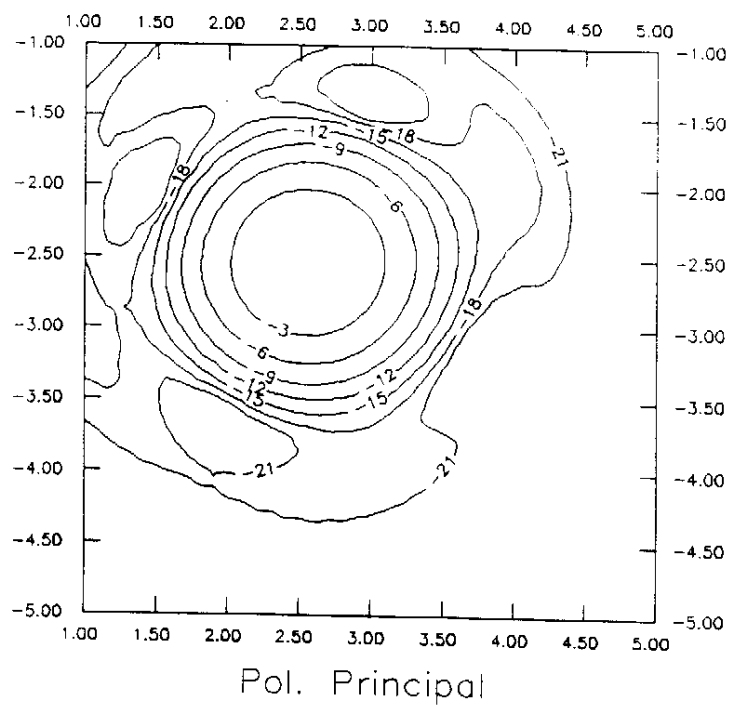


Fig. 4.9 - Diagramas do 4º exemplo: Pol. Principal e Cruzada

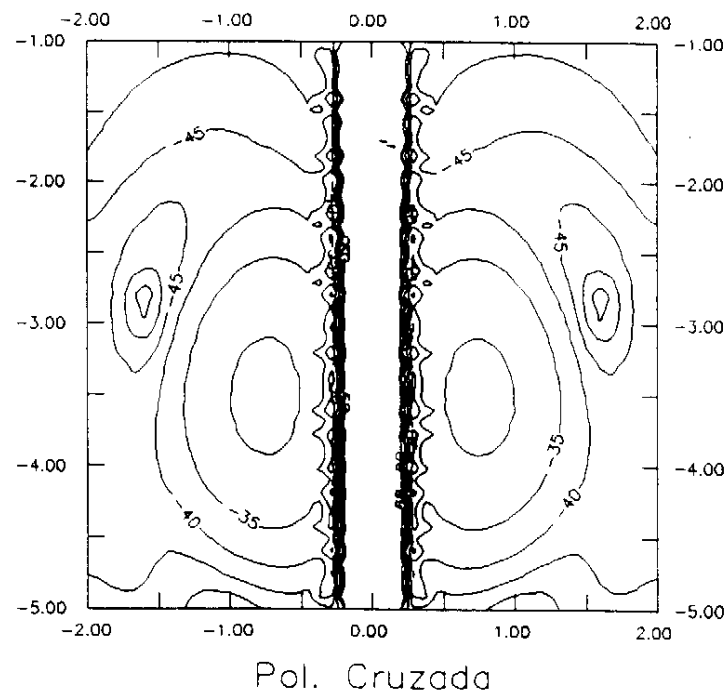
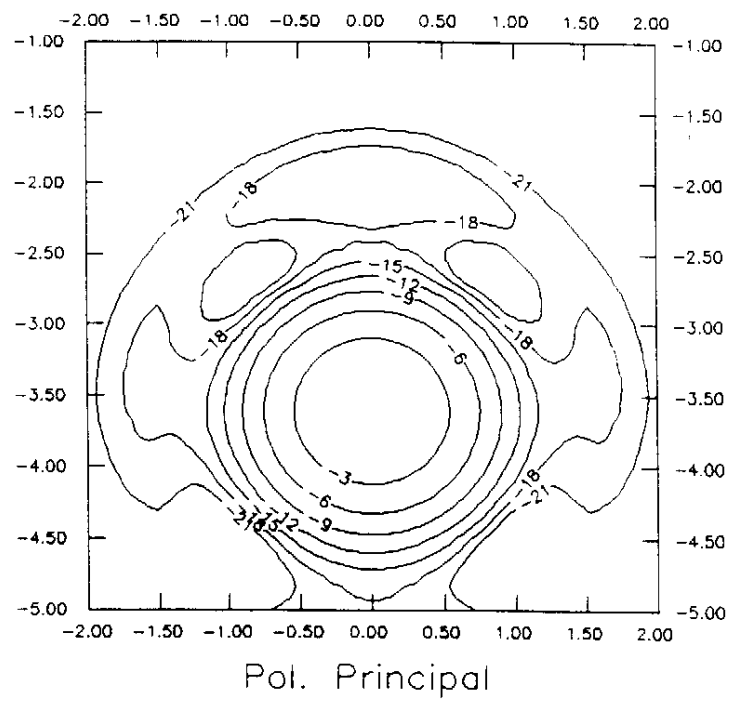


Fig. 4.10 - Diagramas do 5º exemplo: Pol. Principal e Cruzada

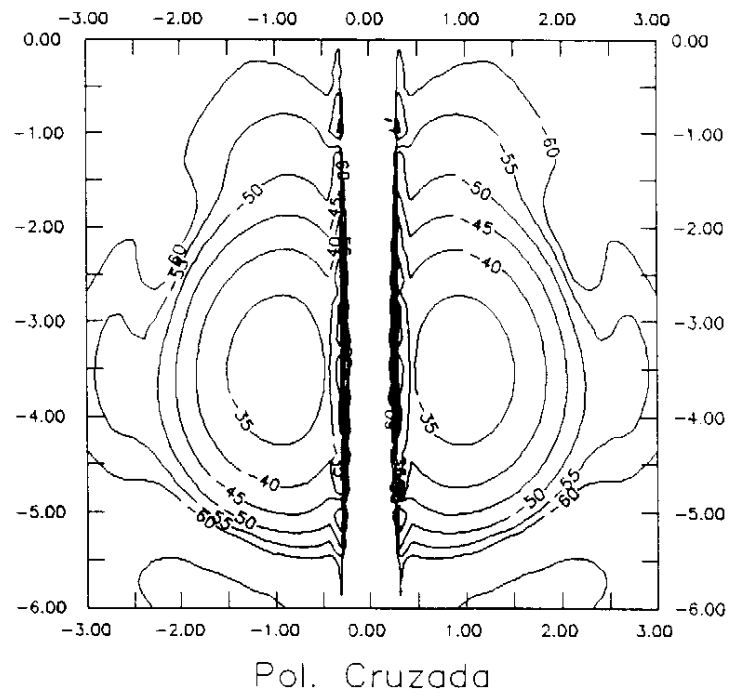
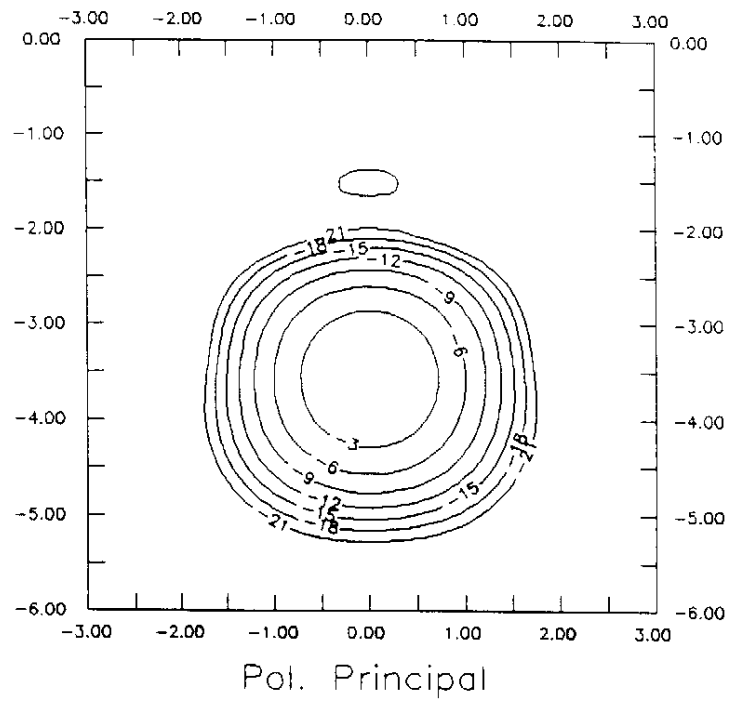


Fig. 4.11 - Diagramas do 6º exemplo: Pol. Principal e Cruzada

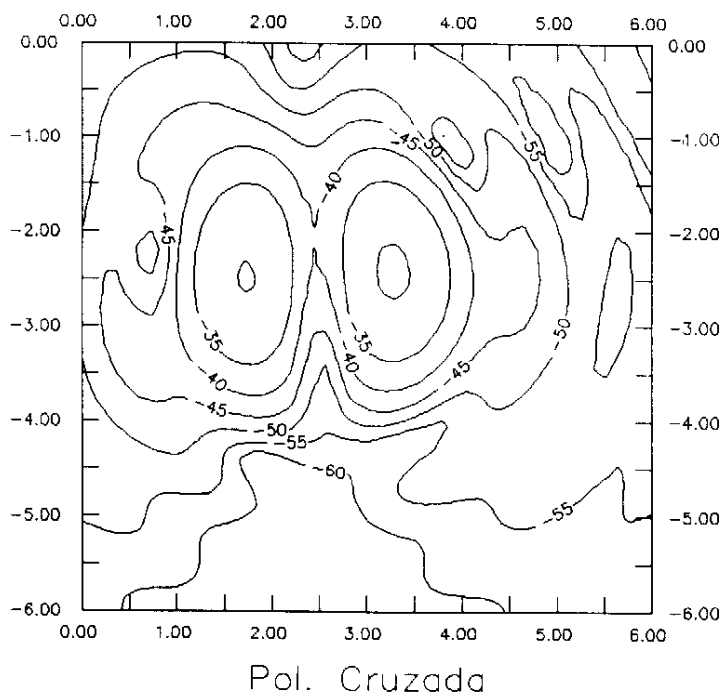
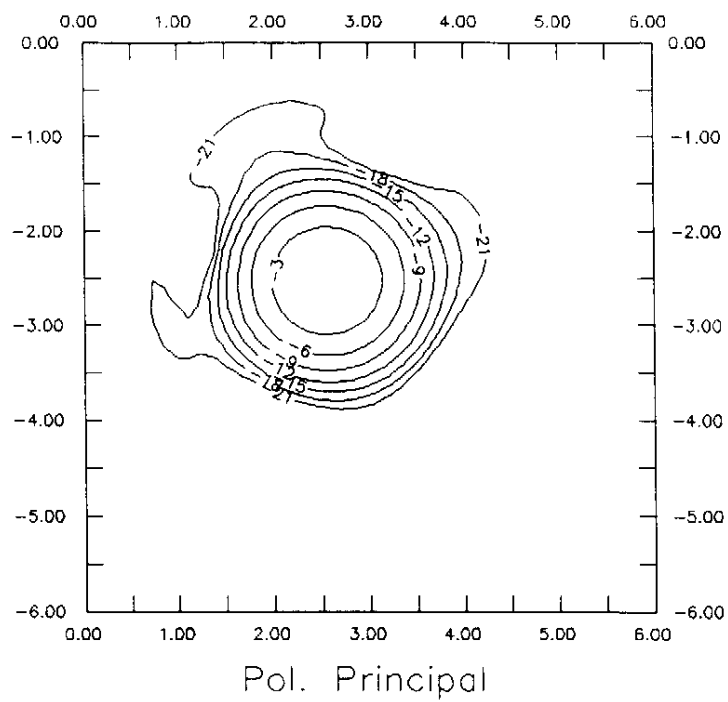


Fig. 4.12 - Diagramas do 7º exemplo: Pol. Principal e Cruzada

CAPÍTULO 5 - ILUMINAÇÃO NA BORDA DO REFLETOR

5.1 - Introdução:

Na síntese de um sistema refletor/conjunto de alimentadores para a geração de um feixe modelado, um dos fatores importantes é a largura do feixe refletido produzido por cada um desses alimentadores. Esta largura está relacionada com as dimensões da abertura do refletor e com a eficiência com que esta é iluminada. É conhecido que quanto maior for a abertura do refletor maior será sua capacidade de produzir feixes estreitos [29], facilitando no nível de detalhamento com o qual se deseja iluminar uma determinada região, conforme ilustrado na Figura 5.1. Quanto à iluminação desta abertura, quanto maior for sua eficiência mais estreitos serão os feixes produzidos, aumentando também o nível de detalhamento. Em geral esta *eficiência de abertura* [30] decai com o aumento do nível de atenuação na borda do refletor. Por outro lado, a diminuição desta atenuação significa que uma maior quantidade de potência vinda dos alimentadores não está incidindo no refletor, aumentando as *perdas por transbordamento* [30]. Na Referência [30] uma análise simplificada deste assunto é apresentada, juntamente com algumas relações úteis para se obter um compromisso entre o aumento do tamanho efetivo da abertura e a diminuição das perdas por transbordamento.

A necessidade de se investigar este comportamento dos feixes refletidos deve-se ao fato de que é muito importante o conhecimento dos níveis de potência com os quais feixes consecutivos se interceptam no campo distante. No caso de um

sistema que produz apenas um feixe modelado, estes níveis não devem ser muito baixos a fim de evitar um diagrama de radiação com muitas oscilações sobre a região de interesse. No caso de sistemas com vários feixes onde existe o reuso de frequência (como visto no capítulo 1) a necessidade é outra: estes níveis devem ser baixos o suficiente a fim de não permitir que haja interferência de comunicação entre os sinais de um feixe com os de outro.

Neste capítulo pretende-se analisar este problema apresentando individualmente para cada alimentador uma formulação relacionando suas dimensões de abertura com o nível de atenuação na borda do refletor, e esta com a largura do feixe radiado pelo sistema no campo distante. É importante observar que estas dimensões dos alimentadores são também dependentes das posições dos centros de cada um deles, posições estas que por sua vez dependem da distância focal do refletor, de acordo com o que foi estudado no capítulo anterior (equação (4.25)). Logo, o dimensionamento dos alimentadores através da formulação do presente capítulo poderá auxiliar na determinação desta distância focal, caso esta não seja especificada previamente.

5.2 - Modelamento do campo radiado por um alimentador:

A fim de relacionarmos a atenuação na borda do refletor com as dimensões da abertura do alimentador, vamos modelar o campo radiado por esta abertura de acordo com a Referência

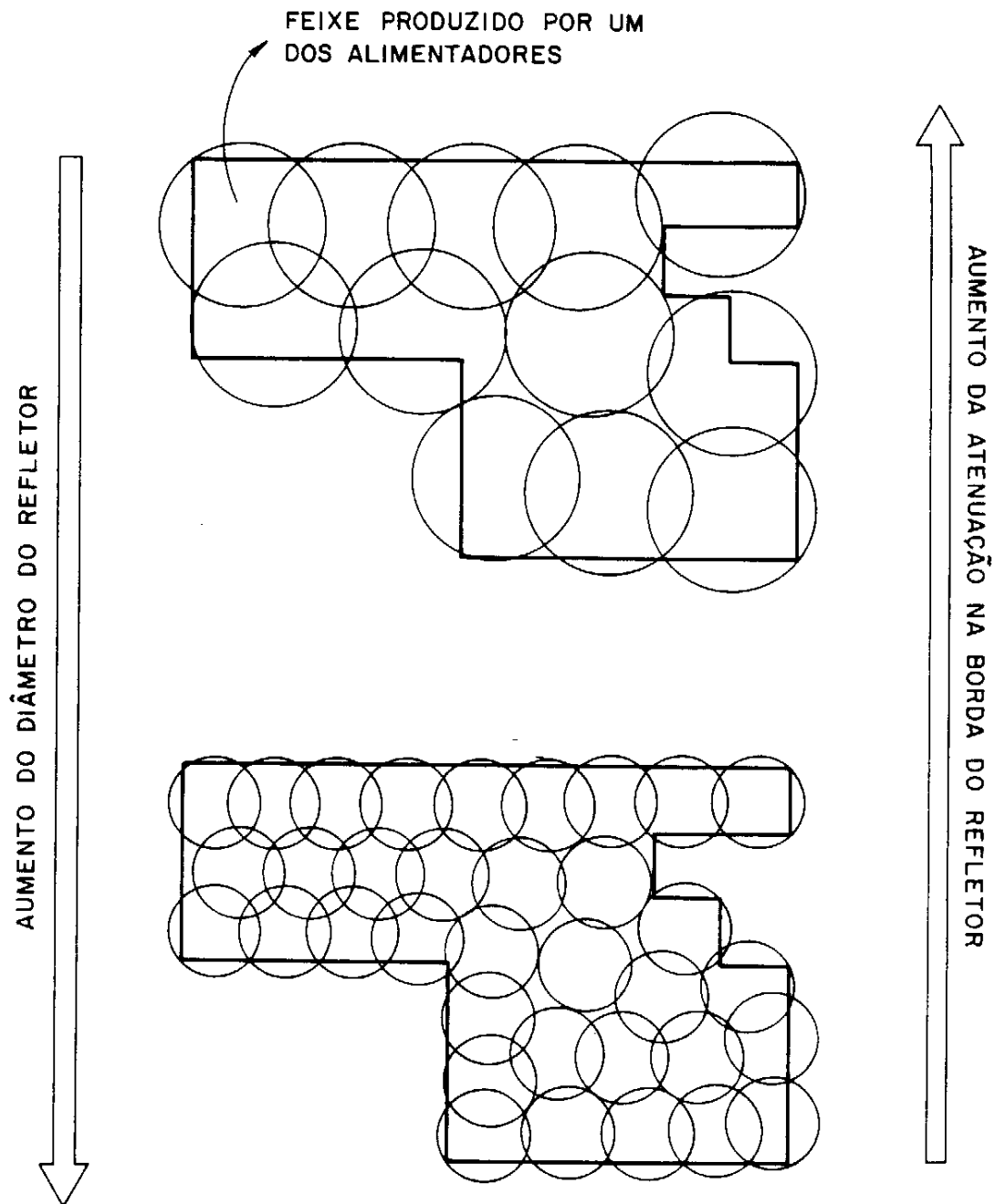


Fig. 5.1 - Relação entre a abertura e sua iluminação
com o nível de detalhamento do objetivo

[31], a qual considera o refletor no campo distante do alimentador. Para uma fonte polarizada na direção $\hat{x}$, o campo elétrico no entorno do lóbulo principal pode ser representado por:

$$\vec{E} = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} [U_1 \hat{\theta} - U_2 \hat{\phi}] \quad (r \rightarrow \infty, \theta \leq \pi/2) \quad (5.1)$$

onde:

$$U_1 = \cos^{q_1}(\theta) \cos\phi ; \quad U_2 = \cos^{q_2}(\theta) \sin\phi \quad (5.2)$$

e r, θ, ϕ são as coordenadas esféricas usuais e q_1, q_2 são os parâmetros que modelam o feixe radiado pela fonte. Para $\theta > \pi/2$ o campo é considerado nulo. Adotamos aqui uma fonte polarizada linearmente na direção $\hat{x}$, de acordo com a Figura 4.2 (esta disposição dos eixos de coordenadas fará com que o modo fundamental a ser adotado seja o TE₀₁, de acordo com a formulação do capítulo 2). Da equação (5.1), temos que a intensidade de radiação é dada por:

$$U(\vec{r}) = \frac{r^2}{2 Z_0} \text{Re}\{\vec{E} \times \vec{E}^*\} = \frac{[U_1^2 + U_2^2]}{2 Z_0 (4\pi)^2} \quad (5.3)$$

onde Z_0 é a impedância de radiação do espaço livre e o símbolo * representa o complexo conjugado. Da equação acima temos que:

$$U_{\max} = U(\theta=0^\circ) = 1/[2Z_0 (4\pi)^2] \quad (5.4)$$

A potência radiada por esta abertura será dada por:

$$\begin{aligned}
P_{\text{rad}} &= \iint U(\vec{r}) \, d\Omega = \\
&= U_{\text{max}} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \left[\cos^{2q_1} \theta \cos^2 \phi + \cos^{2q_2} \theta \sin^2 \phi \right] \sin \theta \, d\theta = \\
&= \pi U_{\text{max}} \frac{2(1+q_1+q_2)}{(2q_1+1)(2q_2+1)} \quad (5.5)
\end{aligned}$$

e a diretividade será dada por:

$$D = \frac{4\pi U_{\text{max}}}{P_{\text{rad}}} = \frac{2(2q_1+1)(2q_2+1)}{(1+q_1+q_2)} \quad (5.6)$$

Portanto, da equação acima, podemos determinar os parâmetros q_1 e q_2 (que por sua vez estão relacionados com a geometria da abertura do alimentador) a partir da diretividade desejada para o feixe incidente no refletor. Na Referência [31] são estabelecidas algumas relações simples entre os parâmetros q_1 e q_2 e as dimensões de algumas geometrias de aberturas a partir do espaçamento entre os centros de elementos consecutivos num conjunto periódico. Porém, no nosso trabalho estamos unicamente interessados em determinar estas dimensões a partir da atenuação desejada para a borda do refletor, que por sua vez estará relacionada com a largura do feixe refletido, produzido pelo respectivo alimentador, no campo distante.

Para o campo dado pela equação (5.1), a largura de meia potência do feixe radiado é dada por:

$$2\theta_n = 2\cos^{-1}\left[10^{-(0,15/q_n)} \right] ; \quad n=1,2 \quad (5.7)$$

Procedendo como na Referência [31], desejamos encontrar uma relação simples que determine a largura de meia potência do feixe a partir das dimensões da abertura do alimentador. Como neste trabalho só lidaremos com cornetas piramidais cujas seções retas variam muito lentamente (seção 2.7) e supondo a preponderância do modo fundamental, estas larguras de meia potência não são muito diferentes daquelas produzidas pelo modo fundamental de um guia retangular cuja abertura encontra-se num plano condutor infinito e tem as mesmas dimensões da abertura da corneta. Nas Figuras 11.13 e 11.14 da Referência [18] encontramos gráficos relacionando estas larguras de meia potência com as dimensões de um guia retangular no caso citado acima. Foram escolhidos e interpolados alguns pontos de ambos os gráficos e os resultados encontrados foram os seguintes: da Figura 11.13 citada acima (largura de meia potência no plano-E, $\phi = 0$):

$$2\theta_1 \cong -0,75^\circ + 50,25^\circ \frac{\lambda}{a} + 4,50^\circ \left(\frac{\lambda}{a} \right)^2 ; \quad \frac{1}{2} < \frac{a}{\lambda} < 3 \quad (5.8)$$

onde "a" é a dimensão dos lados da abertura retangular paralelos ao campo elétrico do modo TE₀₁. Da Figura 11.14 (plano-H, $\phi = \pi/2$):

$$2\theta_2 \cong -1,44^\circ + 76,00^\circ \frac{\lambda}{b} - 18,52^\circ \left(\frac{\lambda}{b} \right)^2 ; \quad \frac{1}{2} < \frac{b}{\lambda} < 3 \quad (5.9)$$

onde "b" é a dimensão dos lados perpendiculares ao campo

elétrico (modo TE01). Observe-se que as duas equações acima só são válidas nos intervalos indicados. Nas Figuras 5.2a e 5.2b são apresentados os gráficos 11.13 e 11.14 da Referência [18] com as respectivas curvas das equações (5.8) e (5.9), de onde podemos observar a concordância entre os resultados. Das equações (5.7)-(5.9):

$$q_1 = -0,15 \left\{ \log_{10} \left[\cos \left(-0,375^\circ + 25,125^\circ \frac{\lambda}{a} + 2,25^\circ \left(\frac{\lambda}{a} \right)^2 \right) \right] \right\}^{-1} \quad (5.10)$$

$$q_2 = -0,15 \left\{ \log_{10} \left[\cos \left(-0,72^\circ + 38,00^\circ \frac{\lambda}{b} - 9,26^\circ \left(\frac{\lambda}{b} \right)^2 \right) \right] \right\}^{-1} \quad (5.11)$$

Logo, uma vez que for determinada a atenuação com que se deseja iluminar a borda do refletor podemos calcular as dimensões das aberturas dos alimentadores através das equações acima. Entretanto, é importante observar que estas dimensões dependem, também, das localizações dos centros dos elementos no plano da abertura (seção 4.4), de forma que as equações apresentadas nesta seção fornecem, na realidade, limites para estas dimensões.

Como exemplo, nas Figuras 5.4 e 5.5 apresentamos os diagramas de radiação para dois alimentadores com diferentes dimensões, conforme mostrado pela Figura 5.3 e pela Tabela 5.1. Ambos são excitados pelo modo TE01 e a abertura encontra-se sobre um plano condutor infinito. Os diagramas foram calculados de modo análogo ao utilizado para calcular o diagrama da Figura

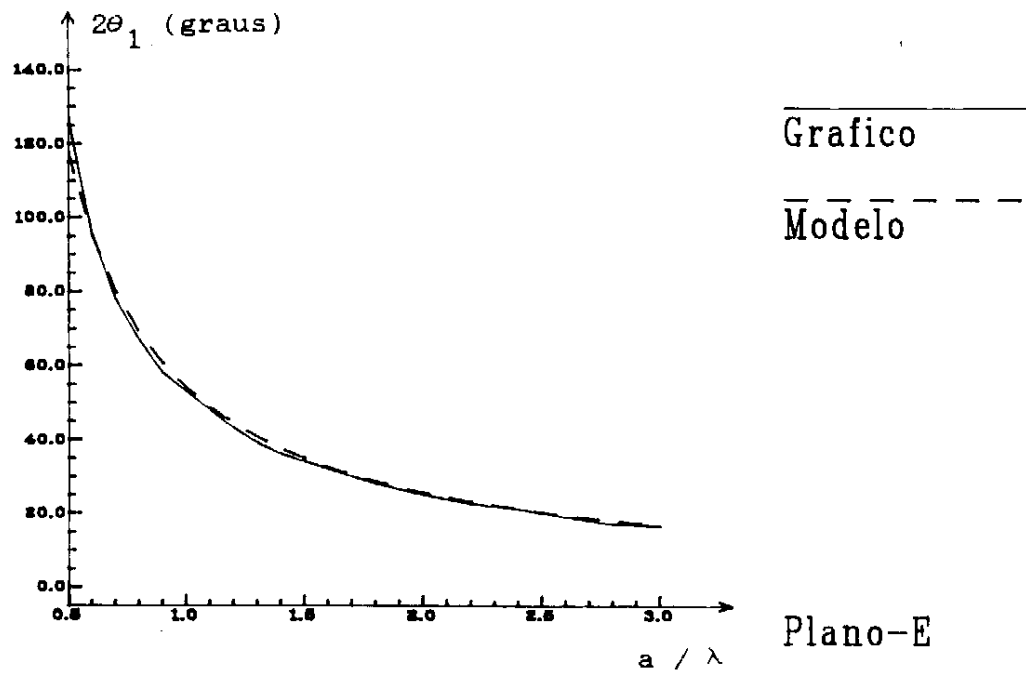


Fig. 5.2a - Largura de meia potência no plano-E

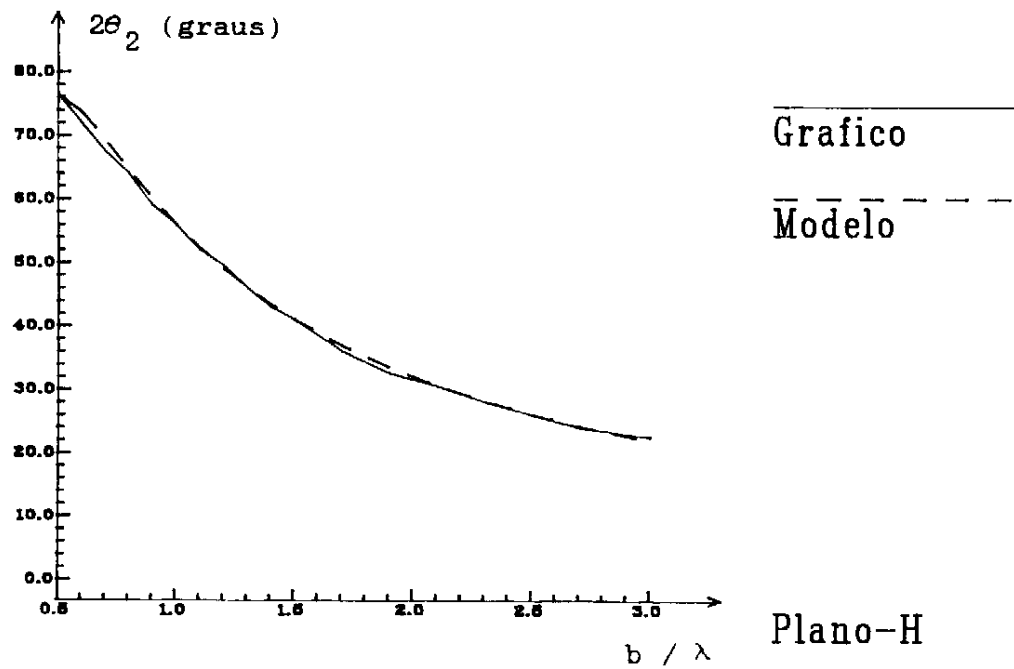


Fig. 5.2b - Largura de meia potência no plano-H

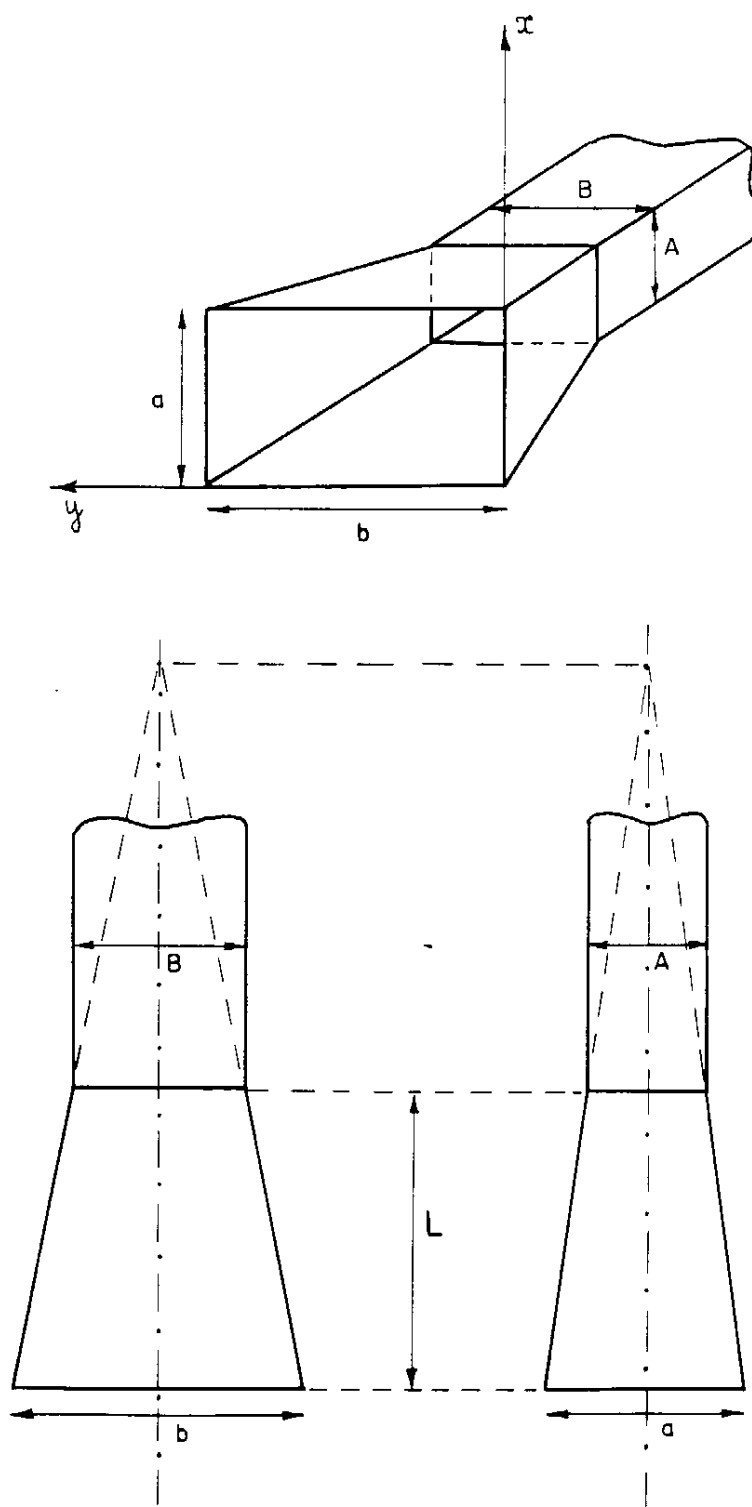


Fig. 5.3 - Geometria do alimentador

2.10. Foi levado em conta o acoplamento entre os modos que ocorre na abertura e a reflexão dos mesmos no interior das cornetas, de acordo com a formulação do capítulo 2. Conforme a equação (2.41), devido ao fato de apenas o modo TE₀₁ ser excitado, apenas os modos TE, TM_{pq} cujos índices p forem pares e os índices q forem ímpares aparecerão na abertura devido ao acoplamento mútuo (acoplamentos no interior das cornetas não são considerados). Por isso, além do TE₀₁, os modos utilizados na representação dos campos são o TE₂₁ e o TM₂₁. É importante observar da Tabela 5.1 que as geometrias das duas cornetas são tais que elas estão no limite de validade da equação (2.82).

alimentador	dim. garganta		dim. abertura		comprimento da corneta L(λ)
	A(λ)	B(λ)	a(λ)	b(λ)	
1	0,4	0,6	0,8	1,2	2,0
2	0,4	0,6	1,6	2,4	6,0

Tabela 5.1 - Dimensões dos alimentadores.

Juntamente com os diagramas de radiação, as Figuras 5.4 e 5.5 também apresentam as respectivas curvas de $\cos^{q_n} \theta$. Os valores de q_n foram encontrados a partir dos ângulos θ_n de meia potência determinados dos próprios gráficos (não foram utilizadas as equações (5.10) e (5.11)). Comparando as duas curvas em cada gráfico podemos observar uma razoável

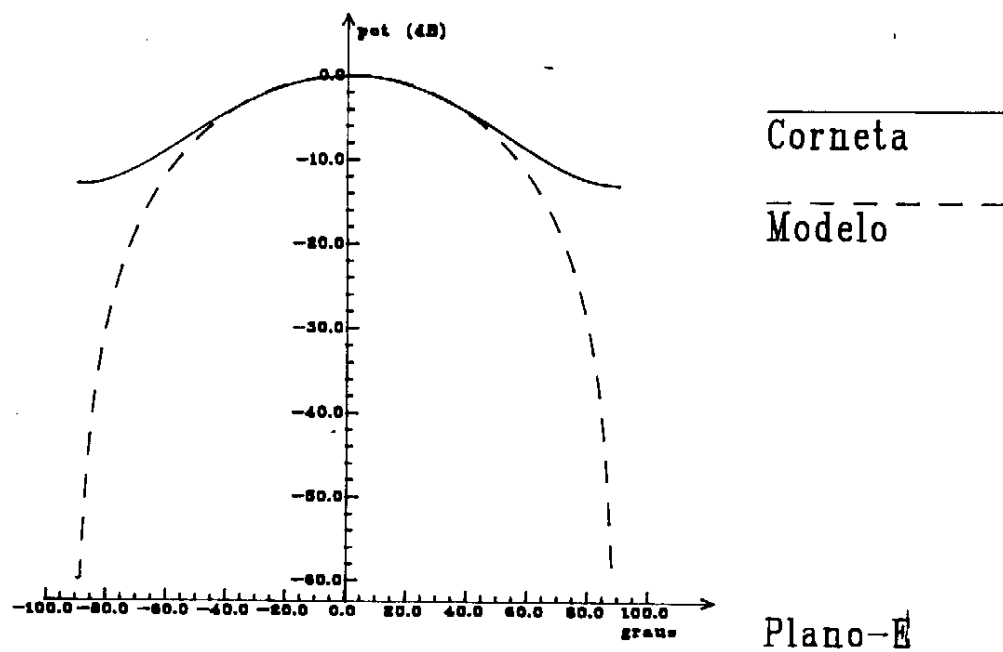
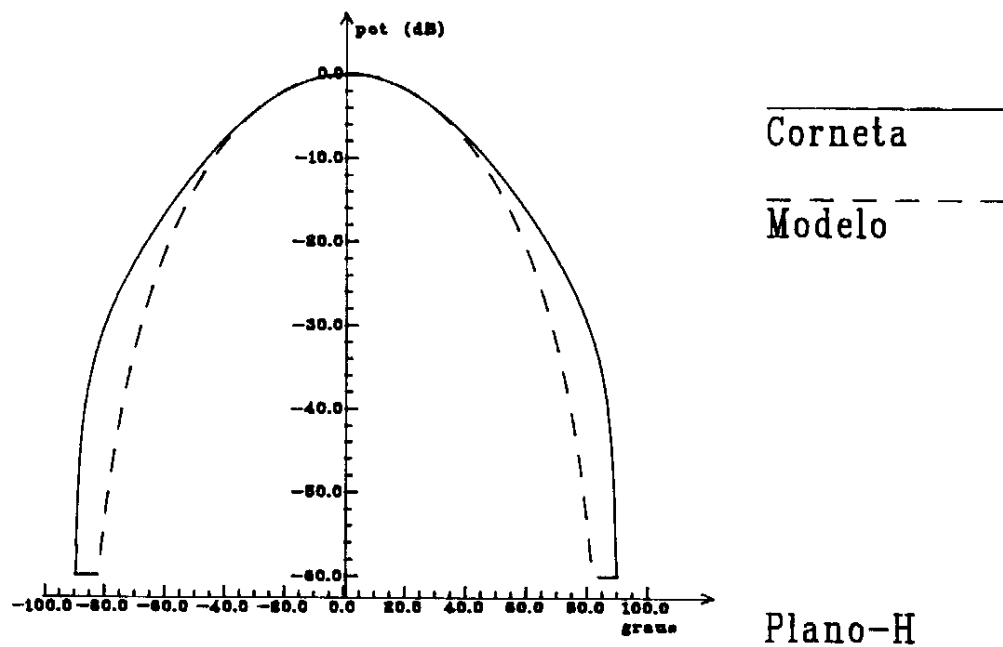


Fig. 5.4 - Diagrama de radiação do alimentador 1.

(a) Plano-H. (b) Plano-E.

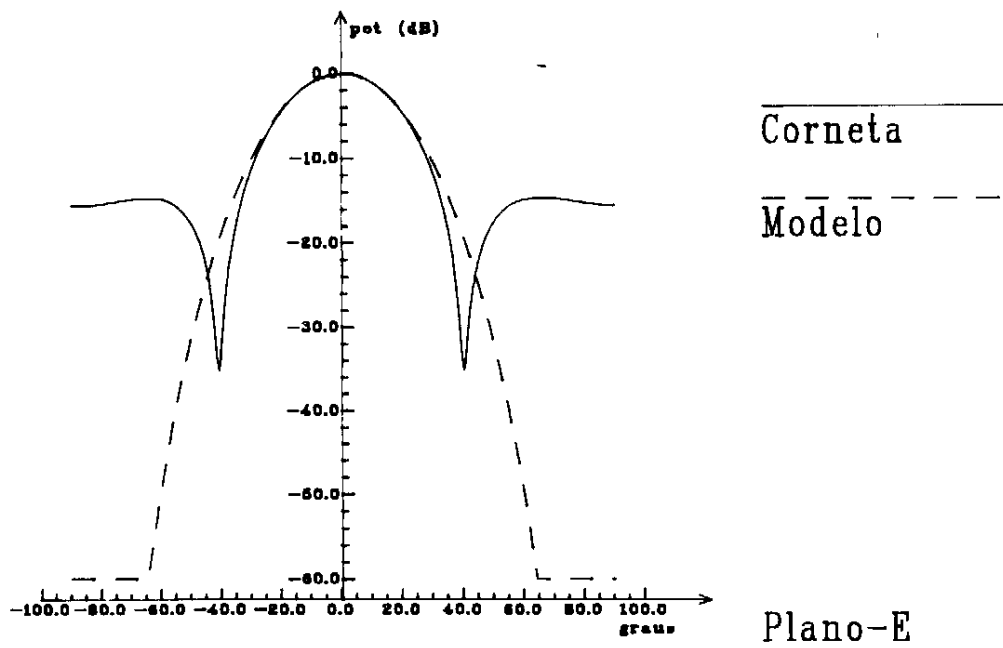
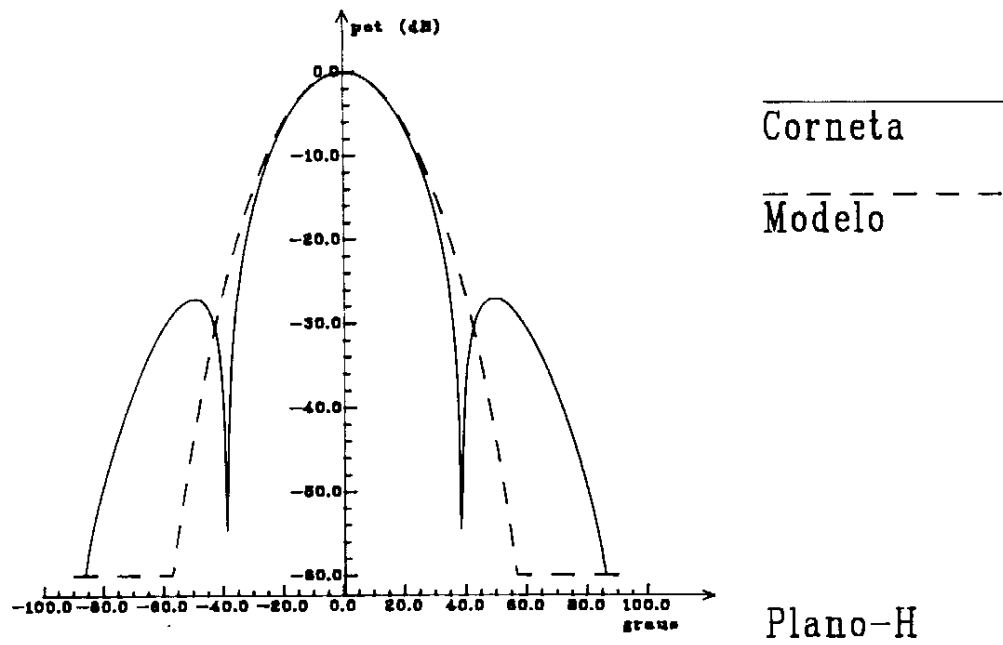


Fig. 5.5 - Diagrama de radiação do alimentador 2.

(a) Plano-H. (b) Plano-E.

concordância entre seus valores até um ângulo $\theta=30^\circ$, que geralmente é a região de incidência no refletor. A Tabela 5.2 apresenta uma comparação entre os parâmetros destes gráficos e os respectivos valores de q_n e θ_n calculados a partir das equações (5.8)-(5.11), mostrando que o uso destas equações é apropriado para a aplicação nos alimentadores a serem estudados neste trabalho.

Figura	valor de q_n		valor de θ_n	
	gráficos	equações	gráficos	equações
5.4a	3,51	3,66	25°	$24,5^\circ$
5.4b	1,96	1,78	33°	$34,5^\circ$
5.5a	11,45	12,32	14°	$13,5^\circ$
5.5b	8,21	8,52	$16,5^\circ$	$16,2^\circ$

Tabela 5.2 - Parâmetros das Figuras 5.4 e 5.5.

5.3 - Modelos de iluminação de abertura para o cálculo da largura de meia potência do feixe refletido:

Nesta seção, desejamos apresentar formulações aproximadas relacionando a largura de meia potência do feixe refletido pelo parabolóide com a atenuação do campo incidente na borda do refletor e com o diâmetro de sua abertura.

- Modelo de iluminação uniforme:

Uma forma de se obter uma noção da largura do feixe que será radiado pelo refletor é supondo uma iluminação uniforme de sua abertura. Este caso é conhecido e o campo radiado é dado por [29] (tirando as constantes):

$$G(u) = \frac{J_1(u)}{u} \quad ; \quad u = \frac{2\pi R}{\lambda} \sin\theta \quad (5.12)$$

onde $R=D/2$ é o raio da abertura. Como os ângulos envolvidos são muito pequenos, podemos utilizar a aproximação $\sin\theta \cong \theta$. Sabendo que $G(0) = 0,5$, para o nível de -3 dB teremos:

$$0,354 = \frac{J_1(u_{MP})}{u_{MP}} \implies u_{MP} = \frac{2\pi R}{\lambda} \theta_{MP} \cong 1,6 \quad (5.13)$$

$$\frac{D}{\lambda} \cong \frac{1,6}{\pi\theta_{MP}} \quad (5.14)$$

onde θ_{MP} é dado em radianos e representa a metade da largura de meia potência. Logo, uma vez que for especificado o nível de detalhamento com o qual deseja-se iluminar uma determinada região (como ilustrado na Figura 5.1), teremos o valor de θ_{MP} e o valor aproximado de D através da equação (5.14).

- Modelo levando em conta a atenuação na borda:

A estrutura "offset" produz um iluminação não uniforme na abertura do parabolóide, fazendo com que a largura de meia potência do feixe refletido tenha valores levemente superiores

aos obtidos pela formulação acima. Sobre a borda da abertura, os extremos desta iluminação ocorrem sobre o plano de simetria. Para avaliar estes limites iremos supor que a atenuação do campo na borda da abertura do sistema é aproximadamente a mesma do campo incidente na borda do refletor no ponto correspondente (já que o refletor é um parabolóide). Para a borda inferior, supondo o campo radiado pelo alimentador da forma $\cos^{q_1} \theta$ para o plano $y=0$, com o auxílio da Figura 4.2 e das equações do parabolóide temos que:

$$\begin{aligned} ET_L &= 20 \log_{10} \left[\frac{U_F(\theta_L)}{U_{Fmax}} \right] + 20 \log_{10} \left[\frac{f_o}{R_L} \right] = \\ &= 20 q_1 \log_{10} \left[\cos(2i_o - \theta_L) \right] + 40 \log_{10} \left[\frac{\cos(\theta_L/2)}{\cos(i_o)} \right] \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde ET_L é a atenuação do campo incidente na borda inferior do parabolóide, U_F representa a densidade de potência incidente e R_L é a distância do foco até a borda inferior. Os outros parâmetros são apresentados na Figura 4.2. Para a borda superior temos uma expressão análoga, apenas trocando o índice L por U. Para os dois extremos laterais (ET_s) também procedemos da mesma forma, havendo apenas a necessidade de se calcular o ângulo que o raio faz com o eixo do alimentador, a distância do foco à borda do refletor no ponto correspondente, e aproximar o campo incidente por $\cos^{q_2} \theta$ (na realidade esta aproximação só se aplica ao longo do plano-H do alimentador, mas a diferença é pequena). A diferença entre as atenuações entre a borda superior e a inferior levando-se em conta apenas a diferença de percurso ($R_U > R_L$) é dada por:

$$\Delta ET_{\text{percurso}} = 40 \log_{10} \left[\frac{\cos(\theta_U/2)}{\cos(\theta_L/2)} \right] \quad (5.16)$$

Para valores típicos de $\theta_L \cong 0^\circ$ e $\theta_U \cong 60^\circ$ o valor desta atenuação é da ordem de -2,5 dB. Esta diferença pode ser levemente compensada fazendo com que o raio sobre o eixo do alimentador passe no centro da abertura, supondo o alimentador simétrico ao longo do plano vertical (ver Figura 4.2).

Para avaliar o campo radiado, utilizaremos um modelo levando em conta a atenuação na borda, onde a iluminação da abertura é considerada simétrica em relação ao seu centro e dada por [29],[32]:

$$Q(\rho) = C + (1-C) \left[1 - (\rho/R)^2 \right] \quad (5.17)$$

Embora esta condição só ocorra para sistemas axialmente simétricos (alimentador simétrico e $i_o = 0$), a largura de meia potência que obteremos desta equação não será muito diferente da verdadeira, desde que a distância focal e a abertura do refletor sejam suficientemente grandes (que será o nosso caso) e desde que a variação da atenuação ao longo da borda do refletor não seja muito elevada, o que pode ser obtido através do ajuste sugerido acima. Desta equação, é fácil verificar que a atenuação na borda é:

$$ET = 20 \log_{10}(C) \quad (5.18)$$

Da equação (5.17) temos que a expressão para o campo distante radiado é dada por:

$$\begin{aligned} G(u) &= \int_0^R \int_0^{2\pi} Q(\rho') e^{jk_o \rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\phi' d\rho' = \\ &= \pi R^2 \left[C \Lambda_1(u) + (1-C) \Lambda_2(u) \right] \end{aligned} \quad (5.19)$$

onde u é definido como na equação (5.12) e:

$$\Lambda_n(u) = 2^n \Gamma(n) \frac{J_n(u)}{u^n} \quad (5.20)$$

onde $\Gamma(n)$ é a função Gama e $J_n(u)$ é a função de Bessel de ordem n . Destas equações temos que o valor máximo de G é dado por:

$$G_{\max} = G(0) = \pi R^2 \left(\frac{1+C}{2} \right) \quad (5.21)$$

Manipulando matematicamente a equação (5.19), podemos expressar o parâmetro C em função de $G(u)$ e de u :

$$C = \frac{\frac{uG(u)}{2\pi R^2} + \frac{2J_0(u)}{u} - \frac{4J_1(u)}{u^2}}{J_1(u) \left[1 - \frac{4}{u^2} \right] + \frac{2J_0(u)}{u}} \quad (5.22)$$

Logo, tendo a largura de meia potência do feixe ($2\theta_{MP}$) e sabendo que:

$$G(u_{MP}) = \frac{G(0)}{\sqrt{2}} = \frac{\pi R^2}{2\sqrt{2}} (1 + C) \quad (5.23)$$

teremos o valor de C que nos dá a distribuição desejada do campo sobre a abertura através da equação (5.22) substituindo u por u_{MP} .

Os limites para o parâmetro C são 1 para uma iluminação uniforme da abertura e 0 para um campo nulo na borda da abertura. Da equação (5.19) temos que quando a iluminação da abertura é uniforme ($C=1$) recaímos na equação (5.12) estudada anteriormente ($u_{MP} \approx 1,6$). Para um máximo de atenuação na borda da abertura ($C=0$), teremos no nível de meia potência:

$$\frac{\pi R^2}{2\sqrt{2}} = 4\pi R^2 \frac{J_2(u_{MP})}{u_{MP}^2} \implies u_{MP} \approx 2,0 \quad (5.24)$$

que é o limite máximo para a abertura dada, de acordo com a formulação apresentada nesta seção. Caso a largura do feixe seja maior, significará que esta teoria não se adequa ao problema.

5.4 - Exemplos:

Para mostrar a validade da formulação apresentada (desde que a distribuição do campo na abertura possa ser considerada simétrica), vamos nos referir às Figuras 4.6-4.12, onde são apresentados alguns diagramas de radiação de sistemas estudados no capítulo anterior.

Primeiramente, das quatro primeiras figuras, percebemos

que o pequeno deslocamento ocorrido na fonte de alimentação causou a alteração da direção do feixe refletido, mas não foi suficiente para alterar significativamente sua largura de meia potência (o deslocamento do alimentador não alterou significativamente a atenuação na borda do refletor). Isto nos faz supor que a análise desta largura pode ser efetuada com o alimentador situado no foco do refletor, desde que seu deslocamento não seja muito grande. Na Tabela 5.3 são apresentados os parâmetros principais: as dimensões do alimentador (não há corneta); os valores de q_n dados pelas equações (5.10) e (5.11); os valores de atenuação na borda, dados pela equação (5.15) para ET_L e por análogas para ET_U e ET_S (q_1 entra no cálculo de ET_L e ET_U , enquanto que q_2 entra no de ET_S); o valor de C dado pela equação (5.18) (para um valor de atenuação dado pela média entre ET_L , ET_U , $2 ET_S$); o valor de u_{MP} dado pela equação (5.22); e o valor de θ_{MP} dado pela equação (5.12). A geometria do refletor nestes quatro primeiros casos foi dada na seção 4.7. Podemos observar das Figuras 4.6-4.9 que o valor de $\theta_{MP} = 0,60^\circ$ encontrado da formulação é exatamente o que se observa nos quatro diagramas.

Para o exemplo da Figura 4.10 temos exatamente o mesmo tipo de alimentador e, pelo fato da geometria do refletor ter dobrado de tamanho mas mantendo as mesmas proporções, as mesmas atenuações de borda encontradas acima são novamente obtidas, de forma que $u_{MP} = 1,65$. Só que agora $D = 100\lambda$, de forma que $\theta_{MP} = 0,30^\circ$, que é o que se observa desta figura.

No exemplo da Figura 4.11, temos, do diagrama, que $\theta_{MP} =$

$0,81^\circ$, o que nos dá $u_{MP} = 2,22$ ($D = 50\lambda$), que é superior ao limite imposto pela equação (5.24). Para explicar o ocorrido, vamos observar os valores dos parâmetros apresentados pela Tabela 5.3, calculados da mesma forma que nos quatro primeiros exemplos (a geometria do refletor deste caso foi apresentada na seção 4.7). Da tabela percebemos que a diferença entre os valores das atenuações é muito grande, o que certamente invalida a hipótese de uma iluminação simétrica da abertura.

O último exemplo (Figura 4.12) foi escolhido de forma que pudéssemos mostrar a utilidade das formulações apresentadas neste capítulo no projeto do conjunto de alimentadores. As dimensões do alimentador foram determinadas de forma a obtermos -10 dB de atenuação na borda do refletor, baseados nas Referências [32],[33] que apontam aproximadamente esta atenuação como a ideal para maximizar a eficiência do sistema (supondo uma fonte definida por $\cos^{q_n}\theta$). Estas dimensões e todos os demais parâmetros são apresentados na Tabela 5.3 e a geometria do parabolóide foi dada na seção 4.7. Da formulação encontramos $\theta_{MP} = 0,66^\circ$, que é o que se verifica da Figura 4.12. Podemos observar que o deslocamento do alimentador (4λ na direção $\phi_0 = 45^\circ$) não prejudicou na similaridade entre os resultados.

5.5 - Alguns comentários sobre a formulação:

Tendo-se de antemão o conhecimento da geometria do refletor e sabendo-se a largura de meia potência do feixe

parâmetros \ exemplos	1-4	5	6	7
$a(\lambda)$	0,8	0,8	2,4	1,7
$b(\lambda)$	1,2	1,2	3,6	2,2
q_1	1,78	1,78	20,51	9,72
q_2	3,66	3,66	27,14	10,47
ET_L (dB)	-1,30	-1,30	-18,7	-9,8
ET_U (dB)	-2,96	-2,96	-21,3	-9,6
ET_S (dB)	-3,93	-3,93	-26,0	-10,3
C	0,71	0,71	-	0,316
u_{MP}	1,65	1,65	-	1,8
θ_{MP}	$0,60^\circ$	$0,30^\circ$	-	$0,66^\circ$

Tabela 5.3 - Parâmetros dos exemplos das
Figuras 4.6-4.12

refletido desejada, a formulação apresentada neste capítulo pode ser utilizada para o dimensionamento das aberturas dos alimentadores. Dos valores de θ_{MP} e do diâmetro D achamos u_{MP} através da equação (5.12). Das equações (5.22) e (5.23) e tendo u_{MP} podemos calcular o valor de C , que utilizado na equação (5.18) nos dá a atenuação do campo incidente na borda do refletor. Tendo os valores desta atenuação e conhecendo a geometria do parabolóide podemos calcular os valores de q_n através de equações análogas à (5.15) (de uma média entre ET_L e ET_U calcula-se q_1 e de ET_S calcula-se q_2). Finalmente, das equações (5.7)-(5.11) e dos parâmetros q_n podemos obter as dimensões da abertura do alimentador.

A formulação apresentada nas seções anteriores supõe o conhecimento completo da geometria do refletor (D , f_o , i_o). Assim, de acordo com a seção 4.4, as localizações dos centros das aberturas dos alimentadores ficam definidas a partir das posições dos feixes refletidos, que, como suas larguras de meia potência, são dados de entrada para a síntese do sistema. Desta forma, é possível que as dimensões dos alimentadores encontradas não sejam compatíveis com as posições de seus centros, havendo sobreposição entre as aberturas dos alimentadores. Caso as dimensões dos alimentadores possam ser levemente alteradas sem afetar consideravelmente o nível de atenuação do campo incidente na borda do refletor, teremos então nosso projeto concluído. Caso isto não ocorra, deveremos alterar adequadamente a geometria do sistema (diâmetro da abertura, ângulo de offset, distância focal, etc.) e recomeçar todo o projeto.

5.6 - Limitações na especificação da atenuação na borda do refletor:

Na composição dos feixes modelados, a necessidade de se obter geometrias compactas fará com que os feixes refletidos produzidos por cada um dos alimentadores sejam agrupados próximos uns dos outros, resultando na proximidade entre os centros das aberturas dos alimentadores e limitando as dimensões destes. Isto irá impor limites na capacidade do projeto obter maiores atenuações na borda do refletor e, conseqüentemente, de reduzir os níveis dos lóbulos secundários

e das perdas por transbordamento. O objetivo desta seção é o de apresentar um breve estudo que possa ilustrar estas limitações e auxiliar na síntese destas antenas. Nos casos em que os modelos a serem apresentados puderem ser utilizados, este estudo auxiliará a evitar a possível sobreposição entre as aberturas dos alimentadores, como discutido na seção anterior.

A fim de maximizar a eficiência de iluminação sobre a região de interesse através de um número menor de alimentadores, é interessante que os feixes refletidos apresentem uma das geometrias mostradas pelas Figuras 5.6a e 5.6b (os eixos correspondem à formulação de Dragone do capítulo anterior), onde os círculos representam as larguras de meia potência de cada feixe. Caso estes círculos encontrem-se mais afastados do que o mostrado pelas figuras é bastante provável que o diagrama de radiação da antena apresente muitas oscilações sobre a região de interesse, o que não é desejado. A Referência [33] apresenta algumas relações simples para o cálculo aproximado do nível de potência na intersecção entre dois feixes adjacentes.

De acordo com o que foi discutido no capítulo 4, a geometria das aberturas sobre o plano focal do refletor deve ser uma das apresentadas pelas Figuras 5.6c e 5.6d. A fim de simplificar esta análise iremos supor que todas as aberturas possuem as mesmas dimensões (os feixes radiados possuem as mesmas larguras, desde que as distâncias dos alimentadores ao foco do refletor não seja muito grande) e que não existem espaços livres entre estas aberturas (como será visto adiante a

atenuação na borda do refletor estará abaixo da desejada, de forma que estas aberturas devem ser as maiores possíveis). Destas figuras e da equação (4.25) temos que:

$$\text{Figuras 5.6a e 5.6c} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2\sqrt{3} \theta_{\text{MP}} f_o \\ b = 2 \theta_{\text{MP}} f_o \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} b \quad (5.25)$$

$$\text{Figuras 5.6a e 5.6d} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{3} \theta_{\text{MP}} f_o \\ 2b = 2 \theta_{\text{MP}} f_o \end{cases} \Rightarrow a = 2\sqrt{3} b \quad (5.26)$$

$$\text{Figuras 5.6b e 5.6c} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 \theta_{\text{MP}} f_o \\ b = 2\sqrt{3} \theta_{\text{MP}} f_o \end{cases} \Rightarrow a = \frac{b}{2\sqrt{3}} \quad (5.27)$$

$$\text{Figuras 5.6b e 5.6d} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \theta_{\text{MP}} f_o \\ 2b = 2\sqrt{3} \theta_{\text{MP}} f_o \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}} b \quad (5.28)$$

onde a e b são as dimensões das aberturas, como mostrado nas figuras, f_o é a distância focal equivalente da equação (4.25) e θ_{MP} representa o semi-ângulo de meia potência dos feixes, em radianos.

A fim de reduzir a assimetria dos feixes radiados pelos alimentadores e, conseqüentemente, da iluminação da abertura do refletor (validando a formulação apresentada neste capítulo), a razão entre as dimensões a e b das aberturas dos alimentadores não pode ser muito diferente da unidade, de forma que para uma polarização vertical ($b > a$) será usado o caso da equação (5.25) e para uma polarização horizontal ($a > b$) será usado o da equação

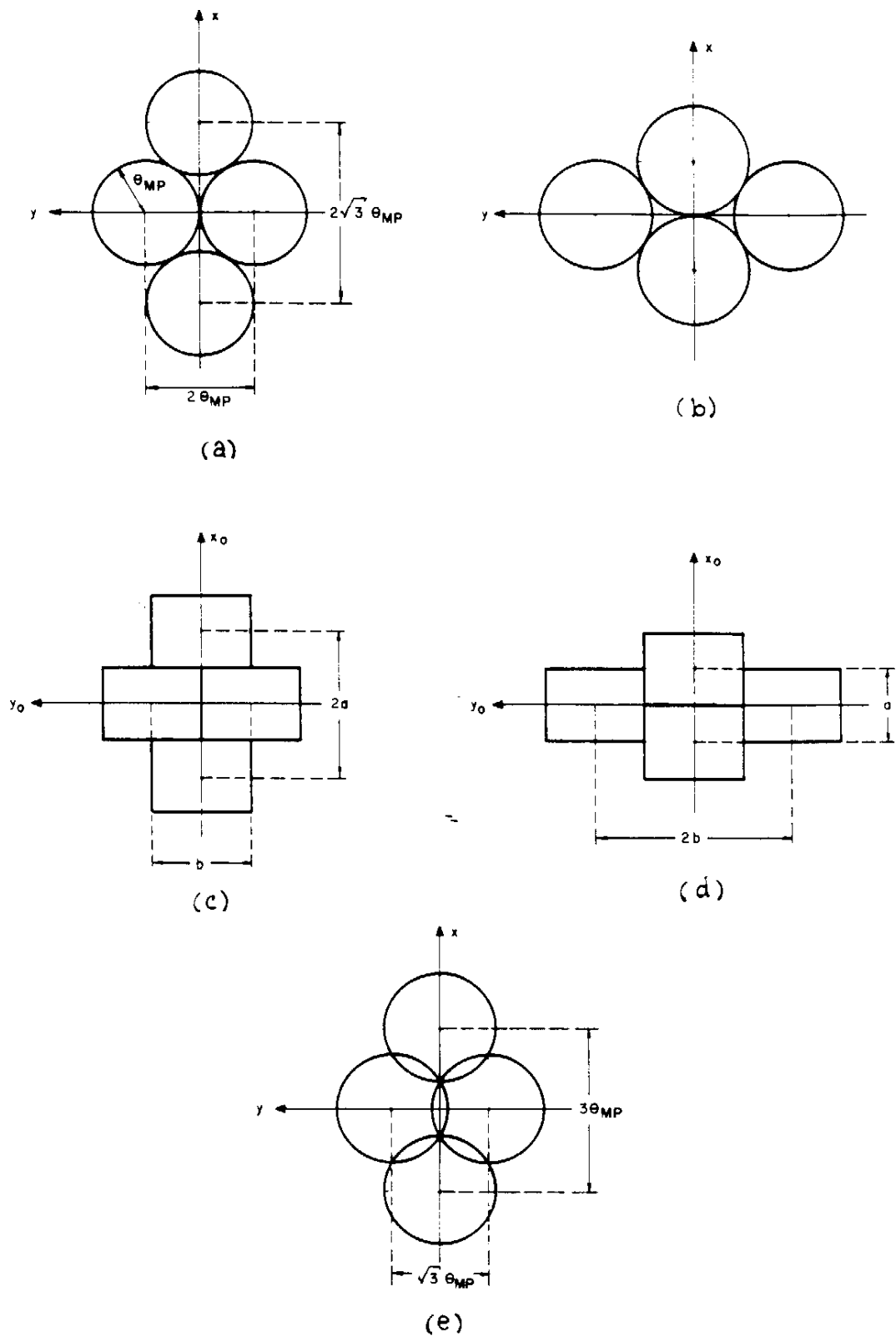


Fig. 5.6 - Posições básicas dos alimentadores e dos feixes refletidos (grade triangular)

(5.28). Vamos nos ater, a partir de agora, à polarização vertical, que vem sendo a utilizada ao longo deste capítulo. A fim de limitar o número de alimentadores necessários para a iluminação de uma determinada região, vamos definir um limite inferior para as distâncias entre os centros dos feixes refletidos. Um limite razoável é o apresentado pela Figura 5.6e, onde a disposição dos círculos é tal que não há espaços livres entre eles. Da equação (4.25) e das Figuras 5.6a,c,e temos que os limites para estas dimensões podem ser representados por ($b > a$):

$$\begin{aligned} \text{Fig. 5.6a} &\Rightarrow \begin{cases} 2a \leq 2\sqrt{3} \theta_{MP} f_o \\ b \leq 2 \theta_{MP} f_o \end{cases} \\ \text{Fig. 5.6e} &\Rightarrow \begin{cases} 2a \leq 3 \theta_{MP} f_o \\ b \leq \sqrt{3} \theta_{MP} f_o \end{cases} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{f_o \theta_{MP}} \in [1,5 ; \sqrt{3}] \\ \frac{b}{f_o \theta_{MP}} \in [\sqrt{3} ; 2] \end{cases} \quad (5.29)$$

Os limites apresentados na equação acima influem decisivamente no nível da atenuação com que a borda do refletor será iluminada. Para ilustrar este fato são apresentados três gráficos na Figura 5.7 relacionando a atenuação na borda do refletor com as dimensões da abertura do alimentador para três valores diferentes de D/F_o (diâmetro do refletor/distância focal). Os gráficos foram feitos considerando-se um ângulo de "offset" nulo ($i_o = 0$). Em cada um dos gráficos, as duas primeiras curvas (definidas como "A" para a dimensão do alimentador no plano-E e "B" para o plano-H) relacionam a atenuação com as dimensões através da determinação do parâmetro

q_n da equação (5.15) e utilizando este parâmetro nas equações (5.7)-(5.9) para a determinação das dimensões a, b do alimentador. As outras três curvas relacionam a atenuação com as dimensões através da equação:

$$\text{dim} = K \theta_{MP} f_o \quad (5.30)$$

onde "dim" representa a dimensão a ou b , os parâmetros θ_{MP} e f_o são os mesmos definidos acima e K é uma constante que representa os limites impostos pela equação (5.29) ($K = 1,5, \sqrt{3}, 2$). O parâmetro θ_{MP} é determinado pelas equações (5.22) e (5.23) através do valor de atenuação desejado. As curvas "A" e "B" não apresentam valores para dimensões menores que $0,5\lambda$ devido ao domínio de validade das equações (5.8) e (5.9).

Através da equação (5.29), a curva "A" está relacionada com as curvas " $K=1,5$ " e " $K=1,732$ " e a "B" com as curvas " $K=1,732$ " e " $K=2$ ". A região da curva "A" contida entre os limites representados pelas curvas " $K=1,5$ " e " $K=1,732$ " nos fornece as possíveis atenuações na borda do refletor para a geometria apresentada. O mesmo acontece para as curvas "B", " $K=1,732$ " e " $K=2$ ". Desses gráficos observamos a dificuldade de se obter atenuações maiores que -4 dB para razões de $D/F_o \approx 1$.

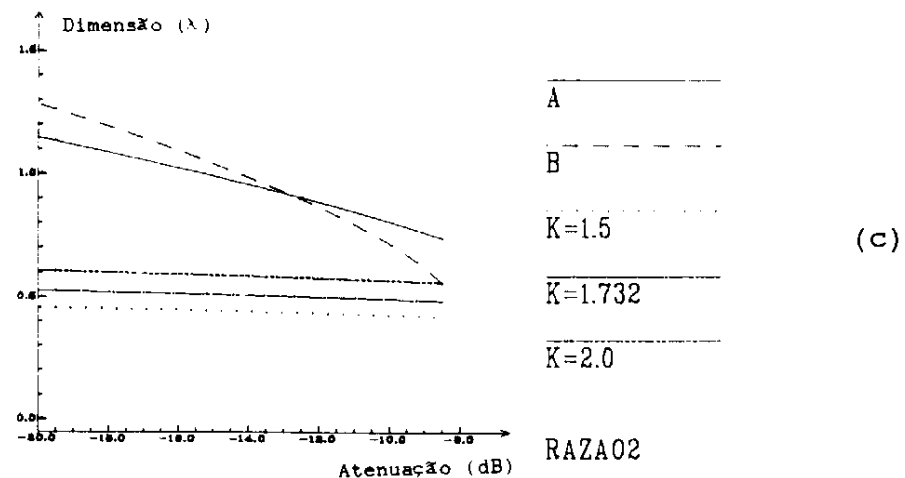
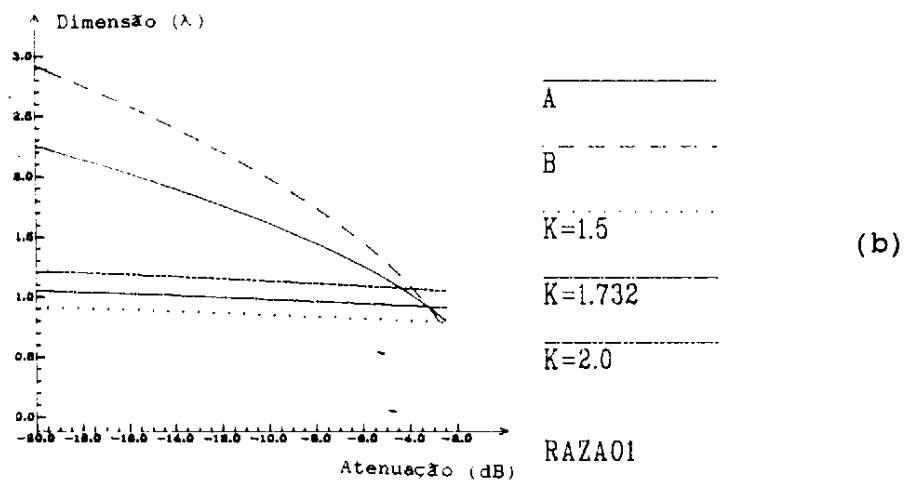
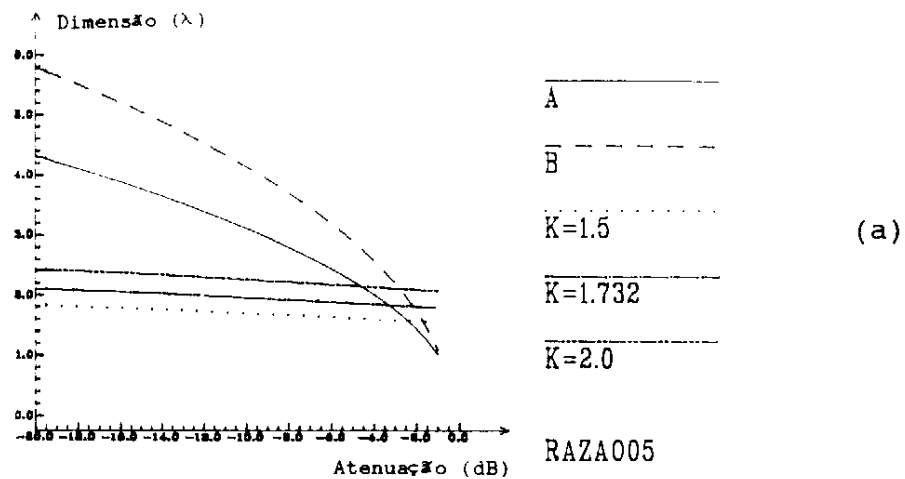


Fig. 5.7 - Limites na atenuação na borda do refletor:

(a) $D/F_0 = 0,5$ (b) $D/F_0 = 1,0$ (c) $D/F_0 = 2,0$

CAPÍTULO 6 - SÍNTESE DE UM CONJUNTO DE ALIMENTADORES
PARA A ILUMINAÇÃO DO TERRITÓRIO BRASILEIRO

6.1 - Introdução:

Este capítulo visa a apresentação dos passos essenciais para o projeto e análise de uma antena a ser embarcada em satélite e composta de um refletor parabólico "offset" iluminado por um conjunto de alimentadores. Os aspectos teóricos envolvidos em cada uma destas etapas foram apresentados nos capítulos anteriores. Para ilustrar os passos, será utilizado um conjunto de especificações similares às propostas para o sistema BRASILSAT 2 para a cobertura do território brasileiro, as quais serão apresentadas a seguir.

6.2 - Especificações para a iluminação do território brasileiro:

As especificações para os ganhos de polarização principal desejados sobre o território brasileiro, definidas pelo projeto BRASILSAT 2, serão apresentadas com base nas 4 regiões mostradas na Figura 6.1. A primeira delas representa o contorno de 31 dBi de ganho e é formada por um quadrilátero unindo as cidades de Belo Horizonte, Rio de Janeiro, Curitiba e São Paulo. A segunda região representa o contorno de 29 dBi e é formada por um polígono unindo as cidades de Fortaleza, Natal, Recife, Rio de Janeiro, São Paulo, Porto Alegre e Brasília. A terceira região representa o contorno de 27 dBi e é formada por um polígono unindo as cidades de Boa Vista, Macapá, Natal, Porto Seguro, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba, Pelotas,

Cuiabá e Porto Velho. A quarta e última região representa o contorno de 24 dBi e é formada por todo o território brasileiro. Estas regiões determinam o menor valor possível para o ganho. Por exemplo, uma cidade no interior do contorno de 31 dBi deverá ter um ganho de polarização principal mínimo de 31 dBi.

De acordo com as especificações do projeto BRASILSAT 2, a iluminação deve ser feita através de dois feixes. O primeiro realiza uma cobertura nacional em toda a banda (para a transmissão, de 3,625 GHz até 4,2 GHz, e para a recepção, de 5,85 GHz até 6,425 GHz), atendendo às especificações impostas pelos contornos de 24 e 27 dBi. O segundo feixe realiza uma cobertura regional sobre a região leste do Brasil, apenas para a transmissão na faixa de 3,625 GHz até 3,7 GHz, atendendo às especificações impostas pelos contornos de 29 e 31 dBi. Porém, com a intenção de estudar os limites para este tipo de projeto, neste trabalho teremos como objetivo principal produzir um único feixe de cobertura nacional, para toda a banda de operação (transmissão e recepção), e atendendo simultaneamente a todas as especificações impostas pelos 4 contornos definidos na Figura 6.1. Em algumas sínteses, onde este objetivo mostrou-se difícil de ser alcançado, foram utilizados apenas os contornos de 24 e 27 dBi.

O isolamento mínimo de polarização cruzada deve ser de 33 dB para toda a banda de operação e para todas as regiões do território brasileiro. Porém, este objetivo foi quase sempre difícil de ser alcançado, de forma que esta especificação foi

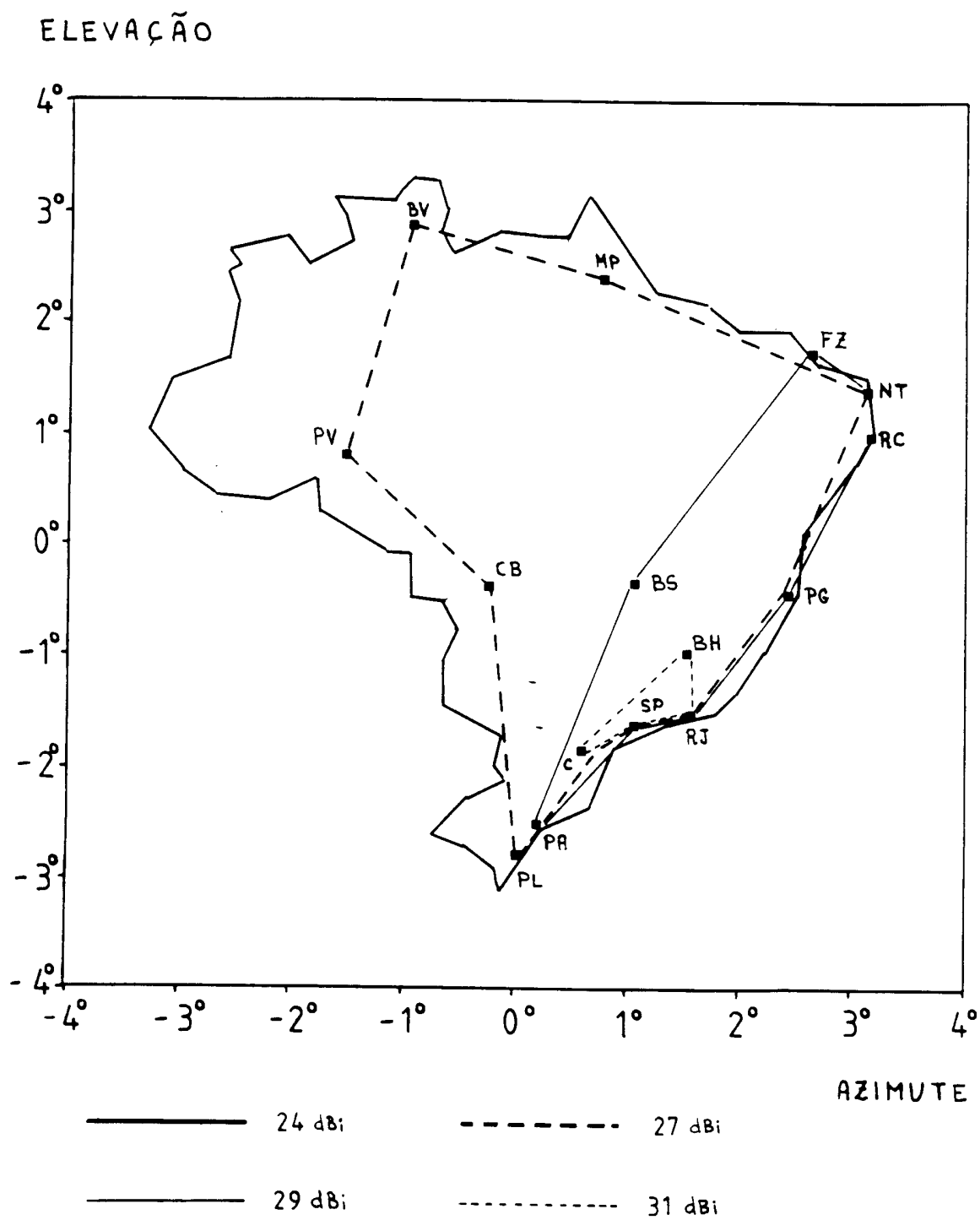


Fig. 6.1 - Especificações para a iluminação do Brasil

modificada de acordo com a síntese em questão.

6.3 - Definição da geometria do sistema (síntese com 13 alimentadores):

A geometria do sistema refletor/alimentadores sofre inúmeras restrições, basicamente provocadas por limitações no espaço físico existente no satélite. Procurando adequar o nosso estudo dentro de situações reais, foi adotada uma geometria próxima à utilizada na Referência [34] para o refletor paraboloidal e que é apresentada na Figura 6.2. Para a obtenção do número de alimentadores, suas dimensões e suas posições utilizaremos as formulações apresentadas anteriormente nos capítulos 4 e 5.

Como a geometria do refletor já está determinada (os parâmetros i_0 e f_0 são fornecidos), a determinação das dimensões e das posições de cada alimentador será baseada na seção 5.5 do capítulo anterior (a fim de simplificarmos a análise, todos terão as mesmas dimensões), onde será utilizada a polarização vertical. Como as larguras dos feixes radiados estreitam-se à medida em que as dimensões elétricas do refletor aumentam, este dimensionamento será realizado para a maior frequência das bandas em questão (6,425 GHz), a fim de não termos baixos níveis de intersecção entre feixes adjacentes para esta frequência. Porém, é importante observar que conforme a frequência vai sendo diminuída, os feixes radiados pelos alimentadores tornam-se mais largos, aumentando as perdas por

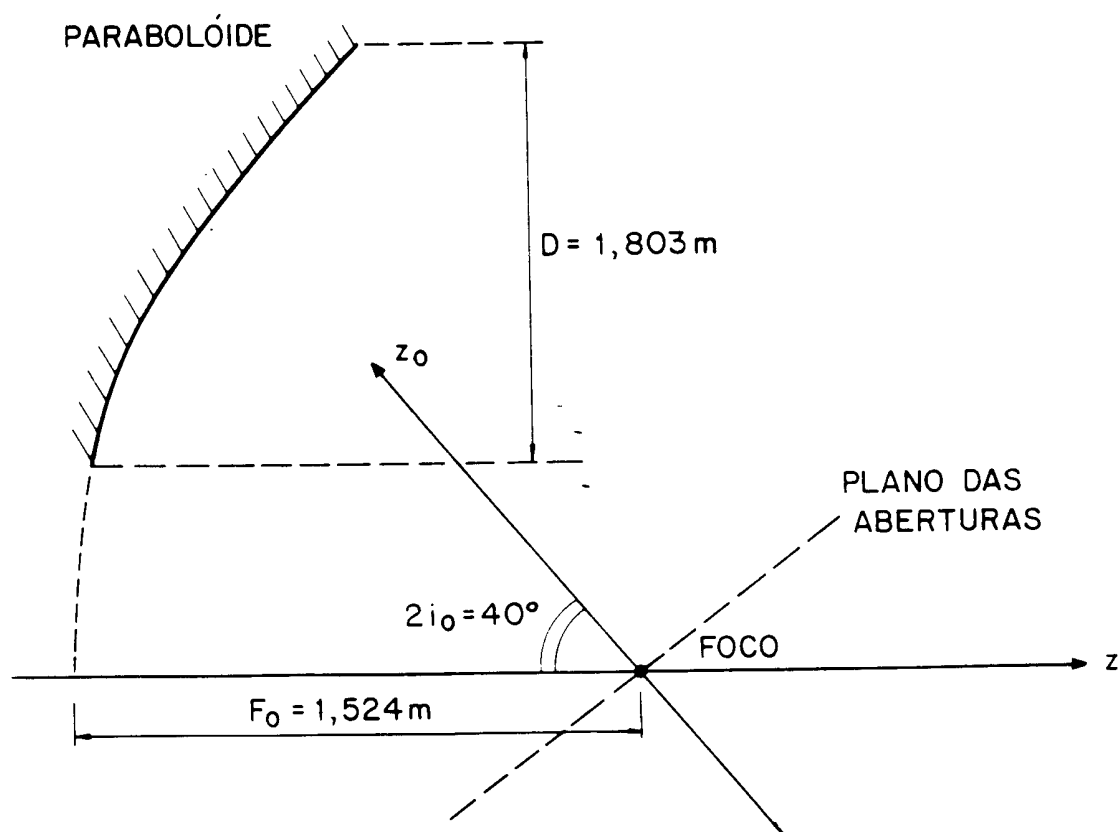


Fig. 6.2 - Geometria do refletor parabólico

transbordamento que já são elevadas para as frequências maiores. Esta é uma limitação inerente à síntese de um sistema de iluminação utilizando um conjunto de alimentadores.

De acordo com o estudo realizado na seção 5.5, há uma limitação para o nível de atenuação do campo incidente na borda do refletor devido às localizações dos centros dos alimentadores serem dependentes das direções dos feixes refletidos. Observando os gráficos apresentados pela Figura 5.7 e de acordo com a geometria do parabolóide na Figura 6.2, temos que a máxima atenuação possível na borda do refletor é aproximadamente de -4 dB. Com este valor de atenuação e com o diâmetro da abertura do refletor ($= 38,62\lambda$ em 6,425 GHz), podemos determinar a largura de meia potência do feixe refletido através da equação (5.22), sendo, para este caso, aproximadamente $\theta_{MP} = 0,8^\circ$. Da seção 5.5, para a polarização vertical temos que ($f_0 = 36,964\lambda$ em 6,425 GHz):

$$\text{para } 6,425 \text{ GHz} \implies \begin{cases} a_1 = \sqrt{3} f_0 \theta_{MP} \cong 0,900\lambda \cong 0,042 \text{ m} \\ b_1 = 2 f_0 \theta_{MP} \cong 1,028\lambda \cong 0,048 \text{ m} \end{cases} \quad (6.1)$$

Uma vez que foram determinadas as dimensões da abertura de cada alimentador pela formulação da seção 5.5, devemos agora averiguar se elas são suficientes para a propagação do modo fundamental TE₀₁ (que será a única excitação em cada elemento) ao longo de toda a banda a ser utilizada (3,625 GHz até 6,425 GHz). Em 3,625 GHz temos que:

$$\text{para } 3,625 \text{ GHz} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0,042 \text{ m} = 0,5075\lambda \\ b_1 = 0,048 \text{ m} = 0,5800\lambda \end{cases} \quad (6.2)$$

Como b_1 é maior que $0,5\lambda$, temos que estas dimensões são suficientes para a propagação do modo TE₀₁ em toda a faixa. Porém, da equação acima e considerando que no presente estudo nos limitaremos às cornetas piramidais, observamos que as dimensões da garganta da corneta devem ser próximas às de sua abertura a fim de que o modo fundamental não seja evanescente. Logo, ao longo deste capítulo os alimentadores usados serão guias retangulares, sem a presença das cornetas.

Uma vez que as dimensões dos alimentadores foram determinadas e que o posicionamento relativo de suas aberturas é o apresentado pela Figura 5.6a, devemos agora determinar o posicionamento de cada feixe refletido sobre o território brasileiro e, conseqüentemente, as posições das aberturas dos alimentadores sobre o plano focal do refletor (já sabemos que $2i_0 = 40^\circ$). Para isso, foi criada uma grade com vários feixes, onde cada feixe foi representado pela sua largura de meia potência ($\theta_{MP} = 0,8^\circ$) e seus posicionamentos relativos dados de acordo com a Figura 5.6c. Esta grade foi, então, colocada sobre um mapa, na devida escala, contendo as especificações desejadas para a iluminação do território brasileiro (Figura 6.1). Através da observação visual e desejando o menor número de feixes possível, em uma primeira tentativa especificamos o número de alimentadores (treze) e as localizações dos respectivos feixes. A fim de adequar melhor o posicionamento

dos feixes com o território a ser iluminado, algumas "faixas horizontais" da grade foram levemente deslocadas ao longo do eixo y . O resultado final é apresentado pela Figura 6.3, que contém as representações das posições dos feixes refletidos sobre o território brasileiro através de círculos representando a largura de meia potência de cada um, e pela Figura 6.4, que apresenta as posições das aberturas dos alimentadores no plano focal ($z_0 = 0$), determinadas a partir da formulação apresentada no capítulo 4. As coordenadas u, v (cossenos diretores dados em graus) que representam a direção do feixe refletido na Figura 6.3, as coordenadas cartesianas x_0, y_0 que representam os centros das aberturas dos alimentadores, e as coordenadas cartesianas x_1, y_1 necessárias para o cálculo da matriz de acoplamento mútuo (Figura 2.4) são apresentadas pela Tabela 6.1. É importante observar que aqui o eixo de coordenadas y tem o sentido inverso do utilizado na teoria apresentada no capítulo 4.

Com estas geometrias definidas e utilizando os 12 modos TE, TM_{pq} ($p, q=0, 1, 2$) como discutido no capítulo 3, podemos finalmente iniciar a síntese que determinará a amplitude e a fase dos modos TE_{01} que deverão ser excitados em cada um dos alimentadores.

6.4 - Síntese dos coeficientes das excitações:

Uma vez que temos a geometria e os modos que representam os campos nas diversas aberturas dos alimentadores, podemos

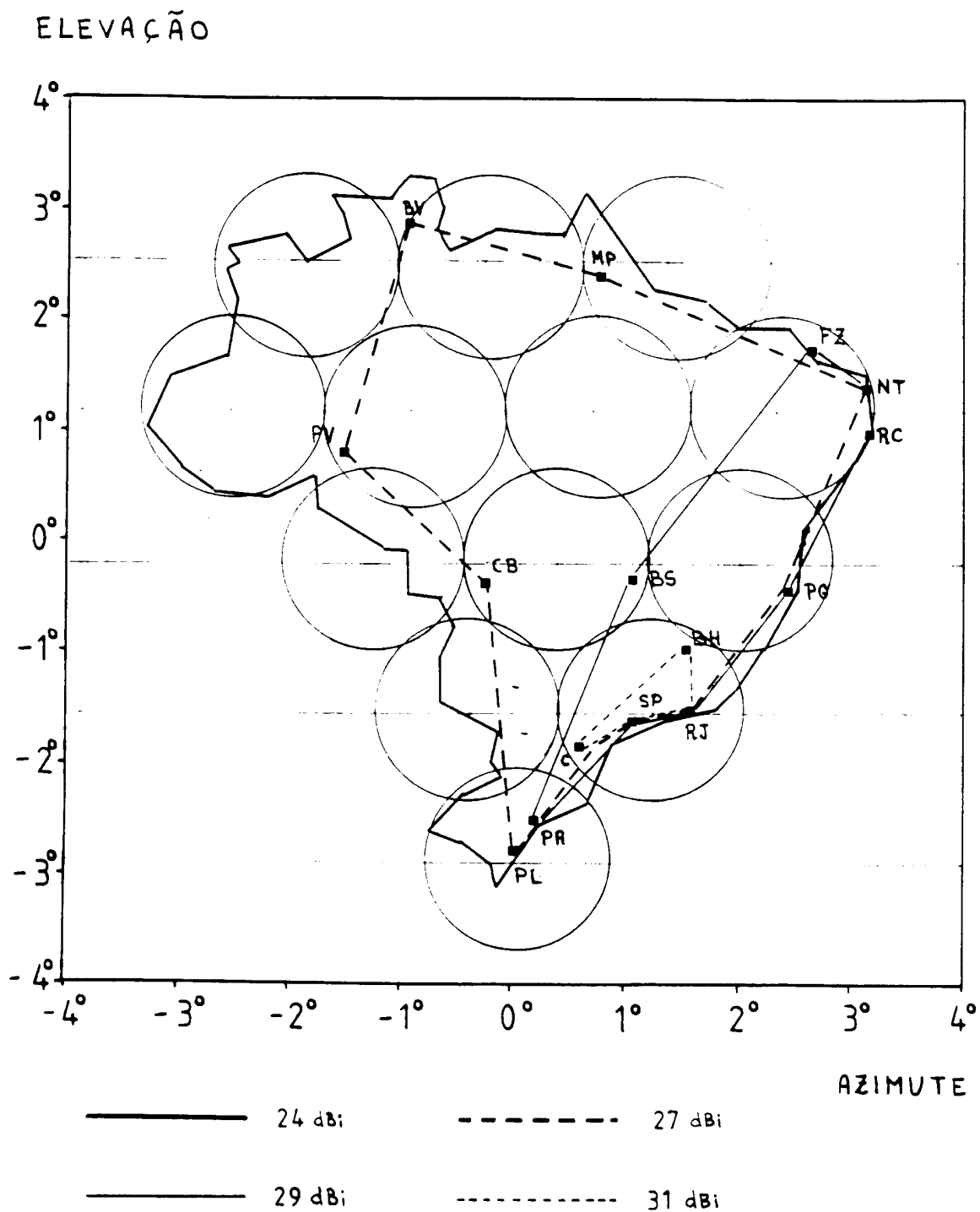


Fig. 6.3 - Posicionamento dos feixes refletidos sobre o Brasil
(síntese com 13 alimentadores)

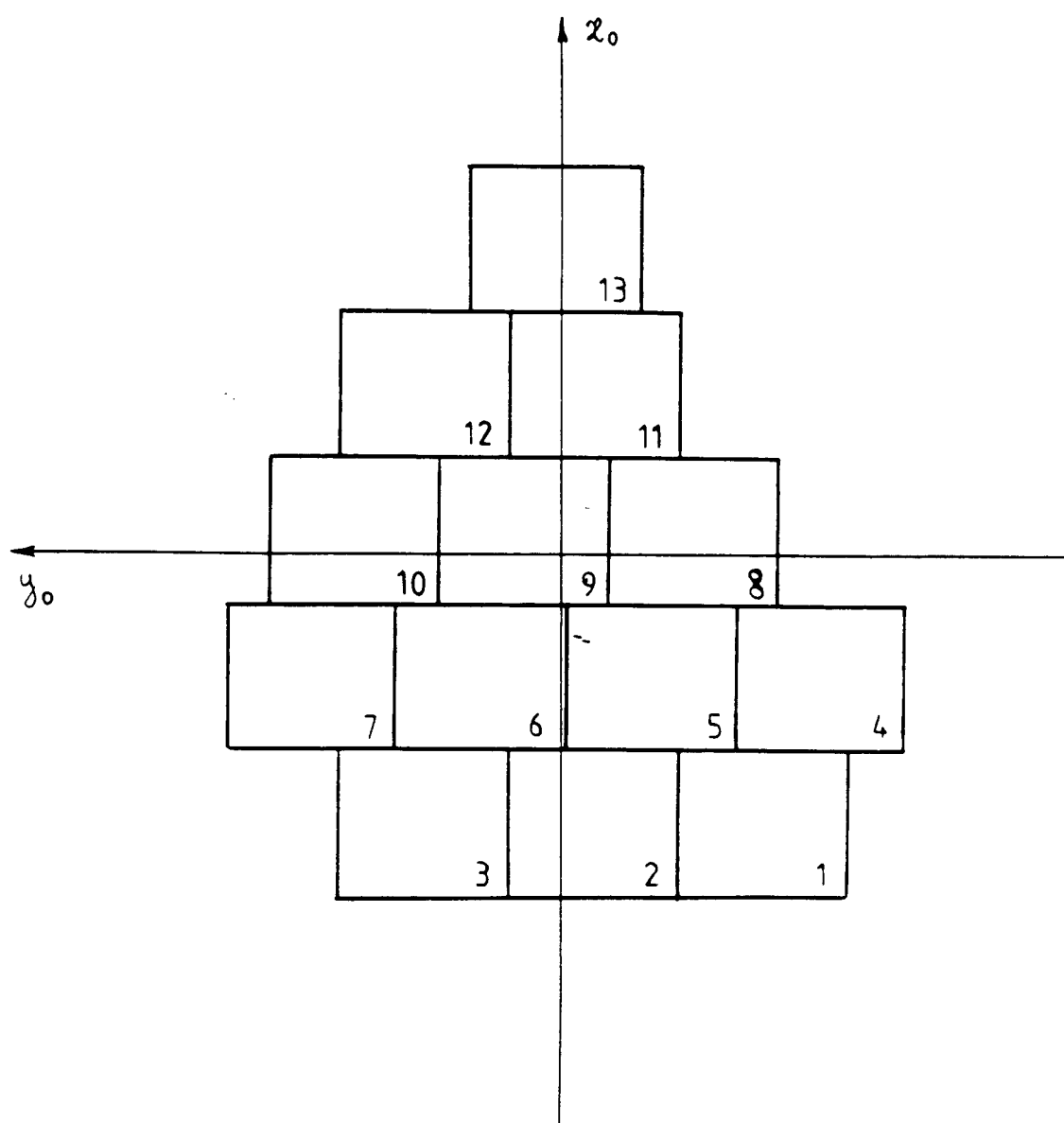


Fig. 6.4 - Geometria das aberturas do conjunto de
13 alimentadores

alimentador	u(graus)	v(graus)	x_o (m)	y_o (m)	x_i (m)	y_i (m)
1	2,5656	-1,89	-0,078	-0,057	-0,099	-0,081
2	2,5656	-0,29	-0,078	-0,009	-0,099	-0,033
3	2,5656	1,31	-0,078	0,039	-0,099	0,015
4	1,1800	-2,44	-0,036	-0,073	-0,057	-0,097
5	1,1800	-0,84	-0,036	-0,025	-0,057	-0,049
6	1,1800	0,76	-0,036	0,023	-0,057	-0,001
7	1,1800	2,36	-0,036	0,071	-0,057	0,047
8	-0,2056	-1,24	0,006	-0,037	-0,015	-0,061
9	-0,2056	0,36	0,006	0,011	-0,015	-0,013
10	-0,2056	1,96	0,006	0,059	-0,015	0,035
11	-1,5913	-0,29	0,048	-0,009	0,027	-0,033
12	-1,5913	1,31	0,048	0,039	0,027	0,015
13	-2,9769	0,06	0,090	0,002	0,069	-0,022

Tabela 6.1 - Coordenadas das Figuras 6.3 e 6.4

calcular a matriz de espalhamento $[S]$ de acordo com a formulação do capítulo 2. Através das excitações e da matriz de espalhamento teremos a distribuição dos campos sobre o plano focal do refletor e poderemos então calcular o campo radiado pelo conjunto de alimentadores (como já mostrado no capítulo 2). Estes campos serão refletidos pelo parabolóide e nos darão finalmente os campos radiados pelo sistema (não serão levados em conta os campos provenientes da radiação direta dos alimentadores). O cálculo destes campos refletidos será

realizado através das aproximações da Ótica Física (PO). Como não estamos interessados no estudo dos lóbulos laterais muito afastados, este método se adequa perfeitamente ao nosso caso por fornecer bons resultados no entorno do eixo z.

As componentes de polarização principal e cruzada serão determinadas de acordo com a terceira definição proposta por Ludwig [35]. De acordo com a Referência [36], o ganho numa dada direção é obtido por:

$$G = 10 \log_{10} \left[\frac{r^2 \left| \vec{E}(\vec{r}) \right|^2}{2Z_0} \times \frac{4\pi}{P_{TOT}} \right] \quad (6.3)$$

onde $\vec{r}$ define a direção do campo distante, r representa a distância a partir da origem, Z_0 é a impedância de radiação do espaço livre, P_{TOT} é a potência total radiada pelos alimentadores e $\vec{E}(\vec{r})$ é a componente de polarização principal, ou cruzada, do vetor campo elétrico. Desta equação podemos observar que quanto maior for a perda por transbordamento do sistema, menores serão os ganhos obtidos, já que o ganho é definido em relação à potência total radiada pelos alimentadores (incidente + transbordamento). Observe-se que, conhecido o refletor e a posição dos diversos alimentadores, podemos, via PO, determinar o campo secundário produzido por cada modo nas aberturas. O campo total radiado será obtido pela sobreposição das contribuições de cada um destes modos. Finalmente, através da matriz de espalhamento [S] podemos, então, estabelecer uma relação linear entre as excitações nos guias e a contribuição destes para o campo radiado em uma

direção no espaço. Logo, o campo refletido pode ser representado por:

$$\vec{E}(u,v) = \sum_{m=1}^N w_m \vec{E}_m(u,v) \quad (6.4)$$

onde N é o número total de modos excitados, w_m são coeficientes complexos, e $\vec{E}_m(u,v)$ é o campo distante calculado supondo-se apenas a excitação " m " como sendo não nula. As variáveis u,v são os cossenos diretores. Assim, para uma determinada direção u,v no espaço, podemos estabelecer os resíduos entre as especificações e o campo radiado obtido a partir de um conjunto de excitações. Estes resíduos são utilizados na formação de um funcional, o qual pode ser otimizado pela variação dos coeficientes w_m . Sabendo que o campo $\vec{E}_m(u,v)$ é diretamente proporcional à amplitude complexa α_m do modo " m " excitado e caso este campo seja calculado supondo esta amplitude igual a 1 (real), os coeficientes w_m serão as próprias amplitudes complexas α_m resultantes da síntese.

Para formar o funcional, os resíduos são calculados em uma grade de pontos u,v no campo distante, a qual é determinada através do teorema da amostragem de Nyquist. Da Referência [37] temos que estes pontos devem estar espaçados de uma taxa de aproximadamente $1/(2D)$, onde D é o diâmetro da abertura do refletor em comprimentos de onda. A determinação destes pontos da grade sobre o território a ser iluminado pode ser realizada de forma análoga à utilizada para a determinação das direções dos feixes refletidos: através de uma observação visual. É

importante observar que, dependendo das especificações e de seus níveis de detalhamento, pode haver a necessidade de se deslocar alguns pontos ou de se inserir pontos extras na grade. É também importante a colocação de alguns pontos no exterior próximo à região a ser iluminada, mesmo que não estejamos interessados em limitações sobre os lóbulos secundários. As grades a serem utilizadas, juntamente com as especificações de iluminação em cada ponto, serão mostradas à medida em que as diversas sínteses forem sendo apresentadas.

Observe-se que, apesar do método iterativo utilizado no processo de otimização, as integrais da PO são calculadas uma única vez para cada modo "m" excitado em cada ponto da grade u, v . Estas integrações geram uma matriz $N \times P$ de campos $\vec{E}_m(u, v)$ que é utilizada no processo iterativo. O parâmetro N representa o número total de modos excitados e P o número total de pontos u, v da grade. No presente capítulo, N será igual ao número de alimentadores já que em cada um apenas o modo TE₀₁ é excitado.

6.4.1 - Determinação do funcional a ser minimizado (método de MINIMAX):

Estando a grade no campo distante definida, podemos definir o funcional a ser minimizado para a determinação das excitações. Este funcional pode ser determinado de várias formas [34],[38], [39], porém neste trabalho iremos adotar o método de MINIMAX como apresentado pela Referência [34]. Apesar de ser um método de convergência lenta, ele apresenta a vantagem de se adaptar melhor ao nosso tipo de problema, onde

há um limite inferior para o nível de polarização principal e outro superior para o de polarização cruzada. Das equações (6.3) e (6.4) temos que:

$$G_{Pr,Cr}(u,v) = 10 \log_{10} \left[\frac{2\pi r^2 \left| \sum_{m=1}^N w_m \vec{E}_{m,Pr,Cr}(u,v) \right|^2}{Z_o P_{TOT}} \right] \quad (6.5)$$

$$P_{TOT} = \sum_{m=1}^N |w_m|^2 P_{m,rad} \quad (6.6)$$

onde os índices Pr e Cr referem-se às polarizações principal e cruzada, respectivamente, e $P_{m,rad}$ é a potência total radiada pelos alimentadores quando do cálculo do campo $\vec{E}_m(u,v)$. Logo, temos que os ganhos são funções dos coeficientes complexos w_m , que por sua vez estão diretamente relacionados com as amplitudes complexas α_m dos modos excitados. Como o ganho é inversamente proporcional a potência total radiada pelos alimentadores, um dos coeficientes excitados (amplitude e fase) deve ser fixado para servir de referência na determinação dos demais. Logo, o funcional do método de MINIMAX é definido da seguinte forma [34]:

$$\begin{aligned} \text{Fun}(w_1, w_2, \dots, w_{N-1}) = & \sum_{p=1}^P \left\{ K_p \left[G_{Pr}^E(p) - G_{Pr}(p, w_1, \dots, w_{N-1}) \right] + \right. \\ & \left. + Q_p \left[G_{Cr}(p, w_1, \dots, w_{N-1}) - G_{Cr}^E(p) \right] \right\} \quad (6.7) \end{aligned}$$

onde p representa um ponto na grade u,v, P é o número total de

pontos da grade e $G_{Pr(Cr)}^E(p)$ é o ganho especificado no ponto p para a polarização principal (cruzada). $G_{Pr(Cr)}^E(p, w_1, \dots, w_{N-1})$ é o ganho da polarização principal (cruzada) dado pela equação (6.5). Os pesos K_p e Q_p são definidos da seguinte forma:

$$K_p = \begin{cases} 1, & \text{se } G_{Pr}^E > G_{Pr} \\ 0, & \text{se } G_{Pr}^E \leq G_{Pr} \end{cases} \quad (6.8)$$

$$Q_p = \begin{cases} \Delta, & \text{se } G_{Cr}^E < G_{Cr} \\ 0, & \text{se } G_{Cr}^E \geq G_{Cr} \end{cases} \quad (6.9)$$

onde o peso Δ pode ser utilizado para tornar as especificações de polarização cruzada menos relevantes na presença das especificações de polarização principal ($\Delta \leq 1$). No nosso estudo, procuraremos manter Δ uniforme sobre todos os pontos. Entretanto, em alguns pontos da grade onde a especificação de polarização cruzada for muito difícil de ser alcançada e provocar dificuldades na obtenção do nível de polarização principal desejado, o peso Q_p será definido como nulo, independentemente da equação (6.9). Em geral, estes pontos encontram-se no entorno da borda da região a ser iluminada. Uma vez definido o funcional da equação (6.7), ele é minimizado através de um programa de computador que utiliza a rotina E04JAF da NAG [22], baseada em um método de quasi-Newton. No presente estudo, devido à distribuição uniforme dos feixes sobre a região a ser iluminada, as sínteses são inicializadas com todos os coeficientes $w_m = 1$.

6.5 - Resultados da iluminação do território brasileiro
(13 alimentadores):

Nesta seção vamos apresentar os resultados obtidos para as diversas sínteses, realizadas para o enlace de descida (transmissão, de 3,625 GHz à 4,2 GHz) e para o de subida (recepção, de 5,85 GHz à 6,425 GHz) considerando o objetivo descrito na seção 6.2, a geometria da seção 6.3, e o método de otimização da seção 6.4. A sequência de resultados a ser apresentada permitirá estabelecer alguns parâmetros para o projeto das antenas em questão.

A largura da banda de operação (3,625 GHz até 6,425 GHz) requer que sejam realizadas sínteses diferentes para cada enlace, utilizando, a princípio, uma frequência intermediária para o projeto (3,9 GHz na transmissão e 6,15 GHz na recepção) a fim de que não haja uma deterioração muito grande dos resultados obtidos ao longo da banda de cada enlace. Porém, como será visto adiante, para o enlace de descida a síntese apresentou um melhor desempenho ao utilizarmos a frequência de 3,625 GHz para o projeto.

6.5.1 - Primeira síntese com 13 alimentadores (enlace de subida):

A grade utilizada sobre o território brasileiro é apresentada pela Figura 6.5, juntamente com as especificações para o ganho da polarização principal. Como para a frequência

de 6,15 GHz o diâmetro da abertura do refletor é de $36,962\lambda$, o espaçamento na grade retangular é de aproximadamente $0,8^\circ$. Tentou-se, inicialmente, um isolamento entre polarizações de $G_{C_r}^E = 30$ dB, utilizando-se o peso $\Delta=1$. Este isolamento foi definido em relação ao ganho de polarização principal obtido num determinado ponto, e não em relação ao que é especificado para este ponto. Na grade, os pontos que aparecem com as especificações de ganho marcadas tiveram seus coeficientes Q_p fixados como nulos (estes pontos foram escolhidos à medida em que a síntese foi sendo realizada). Estes pontos encontram-se todos fora do território nacional, onde não há nenhum interesse em suas especificações de polarização cruzada.

A escolha dos ganhos de polarização principal para cada ponto da grade foi baseada nas especificações apresentadas na seção 6.2 para as 4 regiões (24, 27, 29, 31 dBi) apresentadas no mapa brasileiro. Em alguns pontos, estas especificações foram sendo alteradas à medida em que a síntese foi sendo realizada, até os valores finais apresentados na Figura 6.5. Foi observado que nos pontos situados no entorno dos centros dos feixes radiados (Figura 6.3) as especificações tiveram que ser ligeiramente aumentadas.

Os diagramas de radiação são apresentados nas Figuras 6.6 (5,85 GHz), 6.7 (6,15 GHz) e 6.8 (6,425 GHz), juntamente com os contornos das especificações da Figura 6.1 (na devida escala). As coordenadas destes diagramas são dadas por:

$$\begin{cases} U = D/\lambda \sin\theta \cos\phi = D u/\lambda ; & \text{eixo vertical} \\ V = D/\lambda \sin\theta \sin\phi = D v/\lambda ; & \text{eixo horizontal} \end{cases} \quad (6.10)$$

onde D é o diâmetro da abertura do refletor em comprimentos de onda e θ, ϕ são as coordenadas esféricas usuais. É importante observar que para todos os diagramas a serem apresentados neste capítulo, os níveis em ambas as polarizações são referidos ao ganho máximo da polarização principal, definido como 0 dB. O valor deste ganho máximo (em dBi) é apresentado junto com o título de cada gráfico.

Destes diagramas, para a polarização principal podemos observar que o contorno de 24 dBi foi satisfeito nos três diagramas. Para o contorno de 27 dBi houve dificuldades no entorno da região Centro-Oeste e para o de 29 dBi, em seu extremo norte. Para o de 31 dBi as dificuldades foram ainda maiores. Estes problemas explicam-se pelo fato dos feixes se estreitarem com o aumento da frequência e a carência de folga de iluminação nas bordas das regiões. Para os diagramas de polarização cruzada observa-se um pico na região Nordeste que tende a diminuir com o aumento da frequência, enquanto que outro no oceano tende a se aproximar do litoral.

Na Tabela 6.2 são apresentados os coeficientes dos modos fundamentais (TE₀₁) excitados: os incidentes (α_m), encontrados pela síntese em 6,15 GHz (e que são utilizados também na obtenção dos diagramas nas outras frequências), e os refletidos (β_m), dados pela matriz [S]. Dos coeficientes dos modos

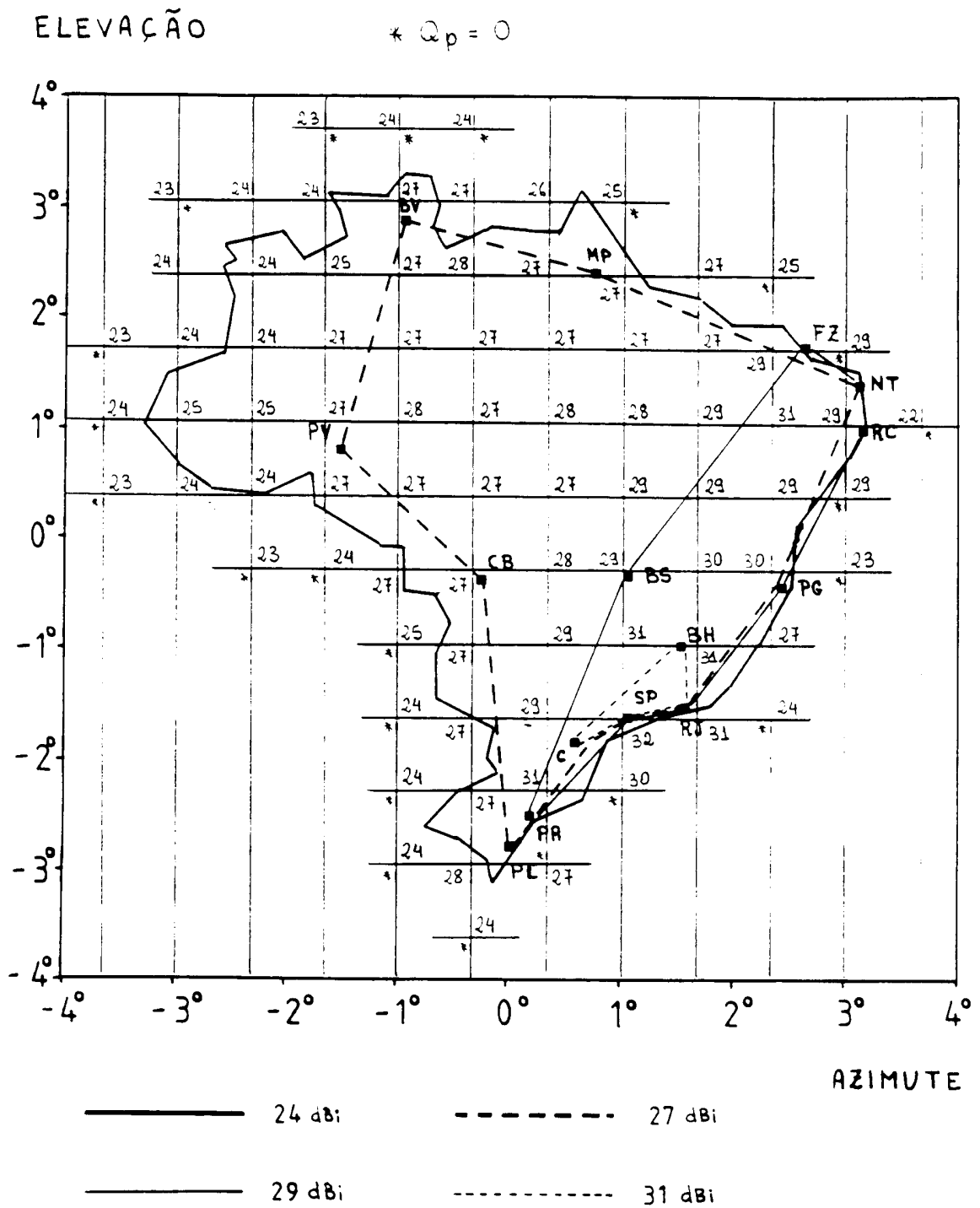


Fig. 6.5 - Grade no Brasil para a 1ª síntese com
13 alimentadores

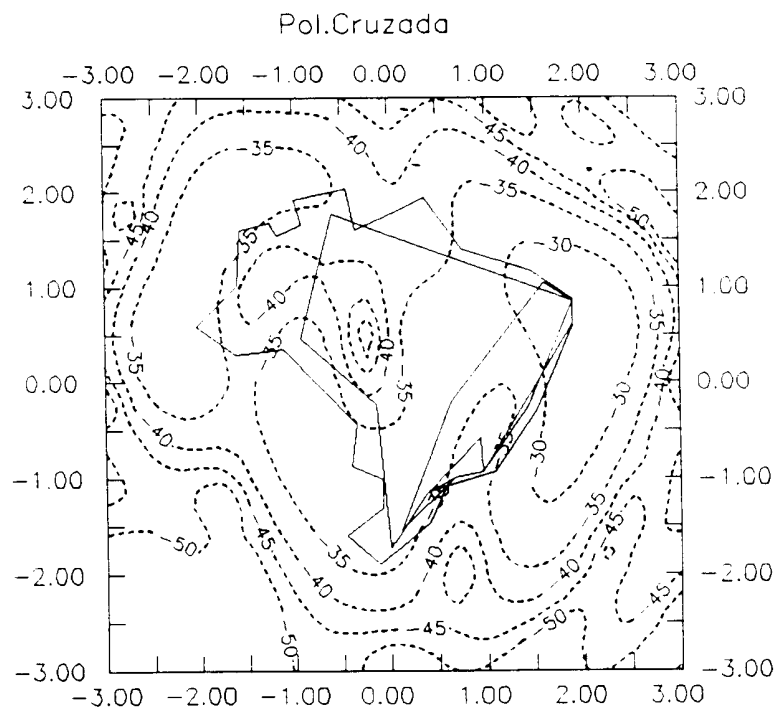
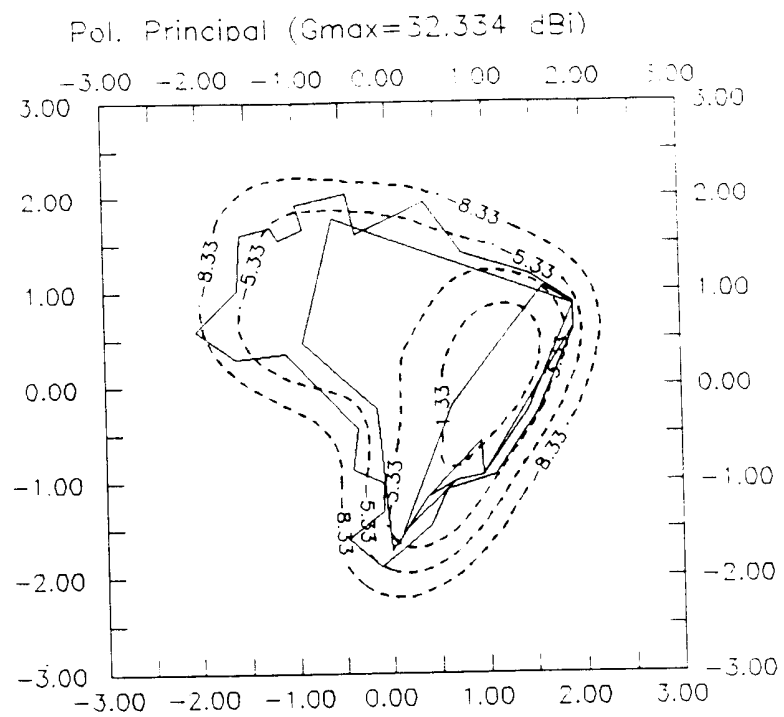


Fig. 6.6 - Diagramas da 1ª síntese (13 alimentadores)
em 5,85 GHz

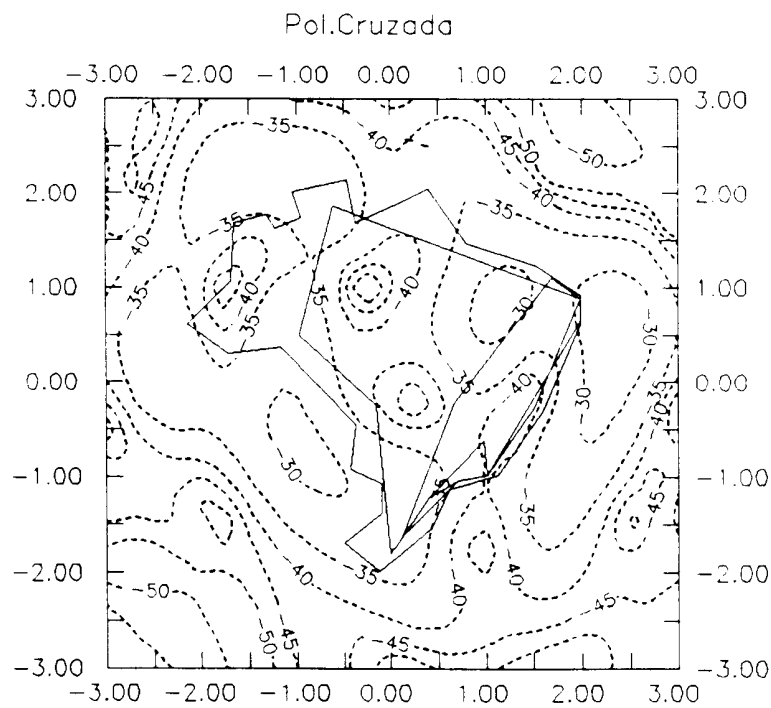
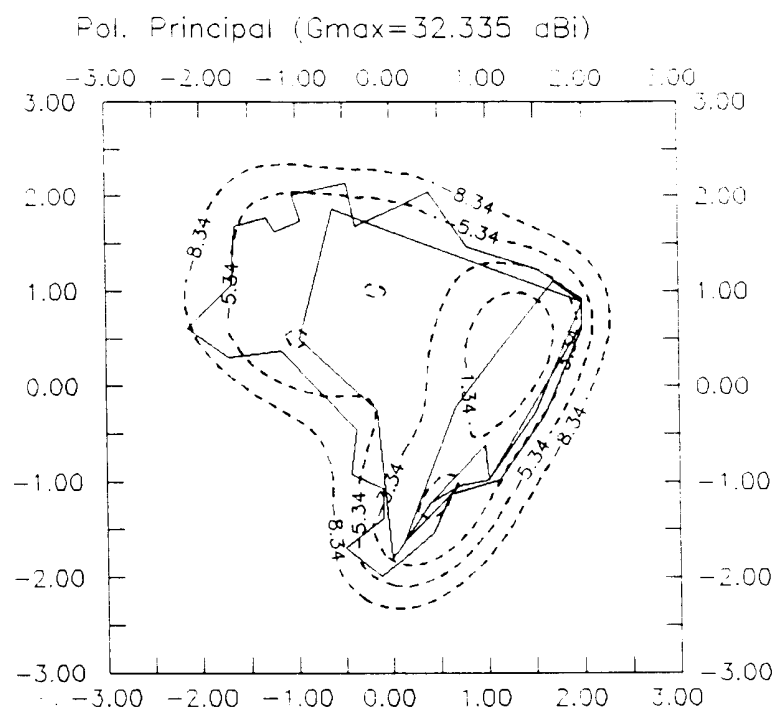


Fig. 6.7 - Diagramas da 1ª síntese (13 alimentadores)
em 6,15 GHz

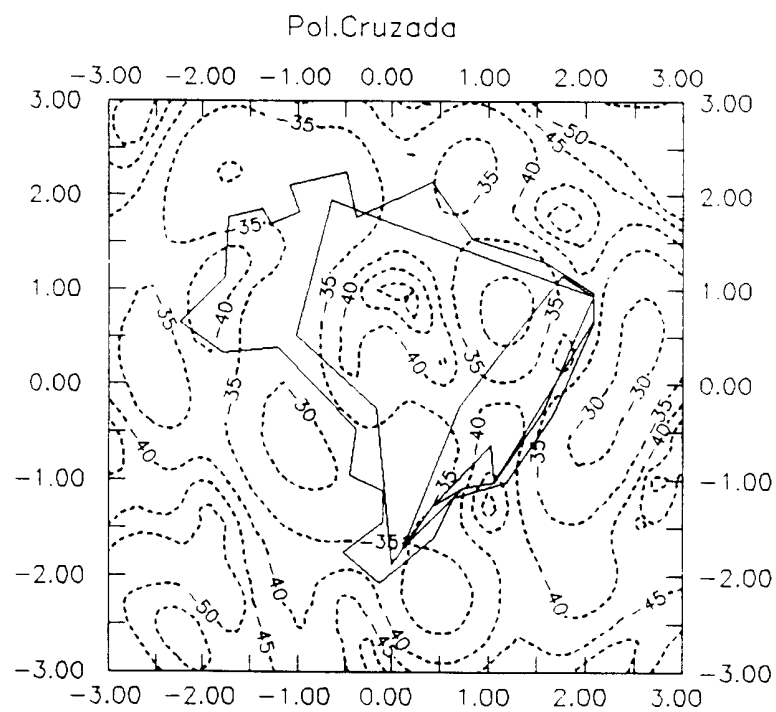
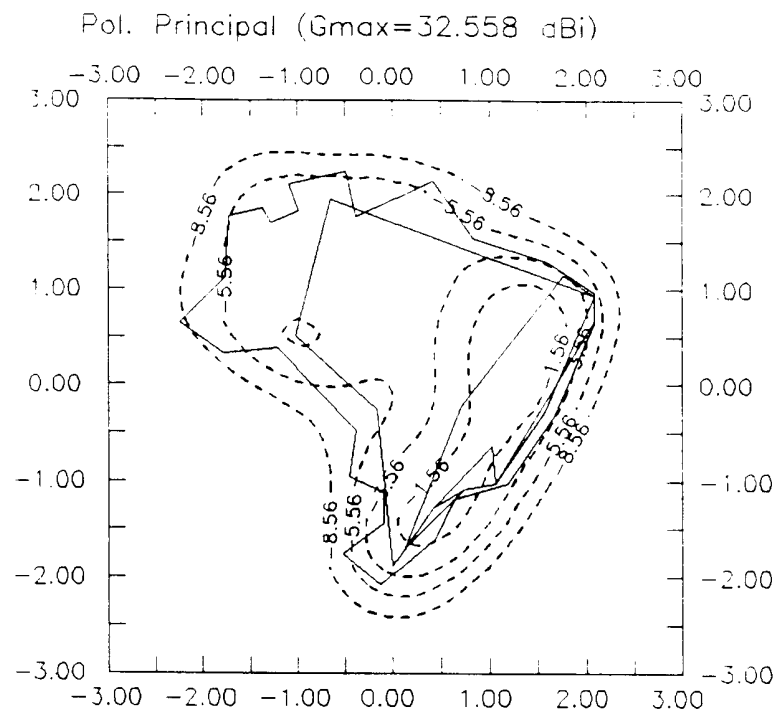


Fig. 6.8 - Diagramas da 1ª síntese (13 alimentadores)
em 6,425 GHz

propagantes em cada alimentador podemos calcular as perdas de retorno, que neste caso, em 6,15 GHz, são de 1,7%. A perda por transbordamento foi calculada em, aproximadamente, 45% para a mesma frequência.

É importante observar que, devido à igualdade nas geometrias de todos alimentadores, os coeficientes α_m encontrados na síntese em 6,15 GHz podem ser utilizados também nas outras frequências sem que isto modifique a relação de potência e fase entre os modos excitados. Contudo, a matriz de espalhamento [S] deve ser recalculada para cada frequência.

Alimentador	Incidente (α_m)	Refletido (β_m)
1	1.0000+j0.0000	-0.0218-j0.0398
2	0.6012+j0.6484	0.0519-j0.0331
3	0.4477+j0.3854	0.0317-j0.0454
4	-0.1746+j1.0084	0.0619+j0.0414
5	-0.5054+j0.5045	0.0029+j0.0545
6	-0.3989+j0.6714	0.0409+j0.0308
7	-0.7665+j1.0742	0.0378+j0.0046
8	-0.3886+j0.3519	0.0022+j0.0068
9	-0.1065+j0.5922	0.0296-j0.0069
10	-1.2092-j0.1677	-0.0243+j0.1021
11	-0.6394+j0.4201	0.0417-j0.0271
12	-1.2318+j0.0000	0.0199+j0.0973
13	-0.6844-j0.5739	-0.0195+j0.0722

Tabela 6.2 - Coeficientes do modo TE₀₁
na 1ª síntese com 13 alimentadores

6.5.2 - Segunda síntese com 13 alimentadores (enlace de descida):

Esta síntese foi realizada na frequência intermediária de 3,9 GHz, de forma que o diâmetro da abertura do refletor é de $23,44\lambda$. A grade utilizada sobre o território brasileiro tem um espaçamento de $1,2^\circ$, sendo ilustrada pela Figura 6.9 juntamente com as especificações para o ganho da polarização principal. Devido às características dos contornos das regiões a serem iluminadas, foi necessária a inclusão de alguns pontos extras, como mostrado pela figura. A máxima especificação de isolamento entre as polarizações conseguida foi $G_{cr}^E = 27 \text{ dB}$ ($\Delta=1$), liberando-se desta restrição alguns pontos da grade, como indicado na Figura 6.9, a fim de não prejudicar o ganho da polarização principal. Nestes pontos, além dos que se encontram sobre o litoral, foram incluídos alguns sobre a região Centro-Oeste. A escolha dos ganhos sobre a grade seguiu os critérios da síntese anterior, exceto sobre a região Centro-Oeste, onde os ganhos foram aumentados para se tentar evitar a deterioração do diagrama de polarização principal nesta região (houve, inclusive, a inserção de um ponto extra na grade, aproximadamente entre as cidades de Porto Velho e Cuiabá).

Os diagramas de radiação são apresentados nas Figuras 6.10 (3,625 GHz), 6.11 (3,9 GHz) e 6.12 (4,2 GHz). Dos diagramas de polarização principal podemos observar que o contorno de 24 dBi foi satisfeito para as três frequências, o que não aconteceu para os contornos de 29 dBi e 31 dBi. Para o contorno de 27 dBi

podemos observar que, para as frequências mais baixas, as especificações não foram satisfeitas no entorno das regiões Norte, Nordeste e, principalmente, Centro-Oeste. Com o aumento da frequência e o conseqüente aumento do comprimento elétrico da abertura do refletor, o diagrama tende a se alargar o suficiente para que o contorno de 27 dBi seja satisfeito em 4,2 GHz. Dos diagramas de polarização cruzada notamos um pico na região Norte e outro no litoral nordeste que tendem a diminuir com o aumento da frequência.

Na Tabela 6.3 são apresentados os coeficientes dos modos TE₀₁ excitados em 3,9 GHz. Nesta frequência, as perdas de retorno são de 3% e a por transbordamento é de 50%, ambas maiores que as do caso anterior devido à diminuição da frequência. O aumento da perda por transbordamento e o alargamento dos feixes refletidos pela diminuição do comprimento elétrico da abertura da antena levam à diminuição do nível de detalhamento possível para a iluminação do território e a menores níveis de ganho em alguns pontos, tornando a síntese do enlace de descida mais crítica que a do enlace de subida, para a mesma geometria de refletor/alimentadores.

6.5.3 - Terceira síntese com 13 alimentadores (enlace de descida):

A fim de analisar as possíveis causas das dificuldades encontradas para satisfazer os objetivos, a síntese das excitações para o enlace de descida foi refeita para um

ELEVAÇÃO

* $Q_b = 0$

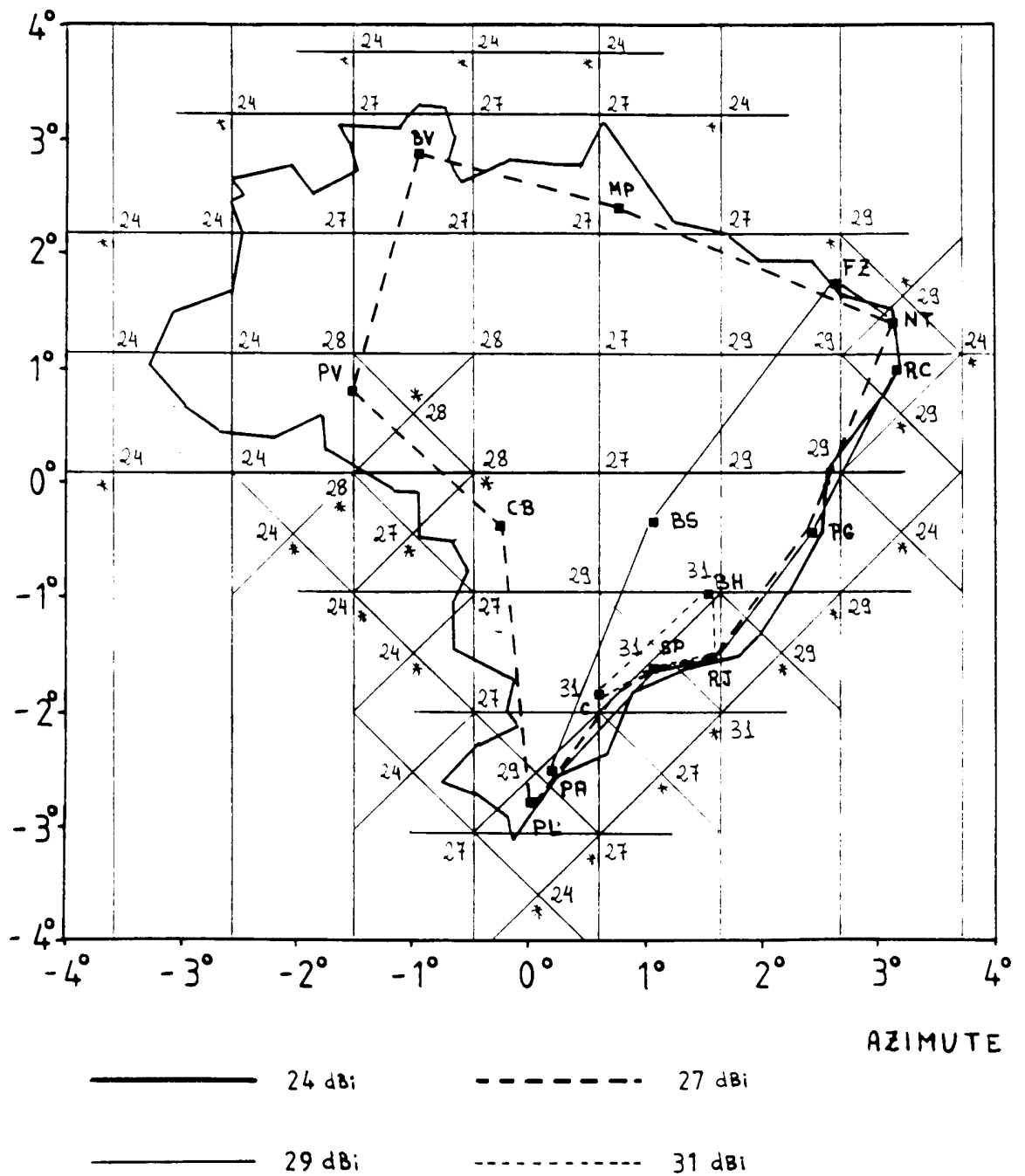


Fig. 6.9 - Grade no Brasil para a 2ª síntese
com 13 alimentadores

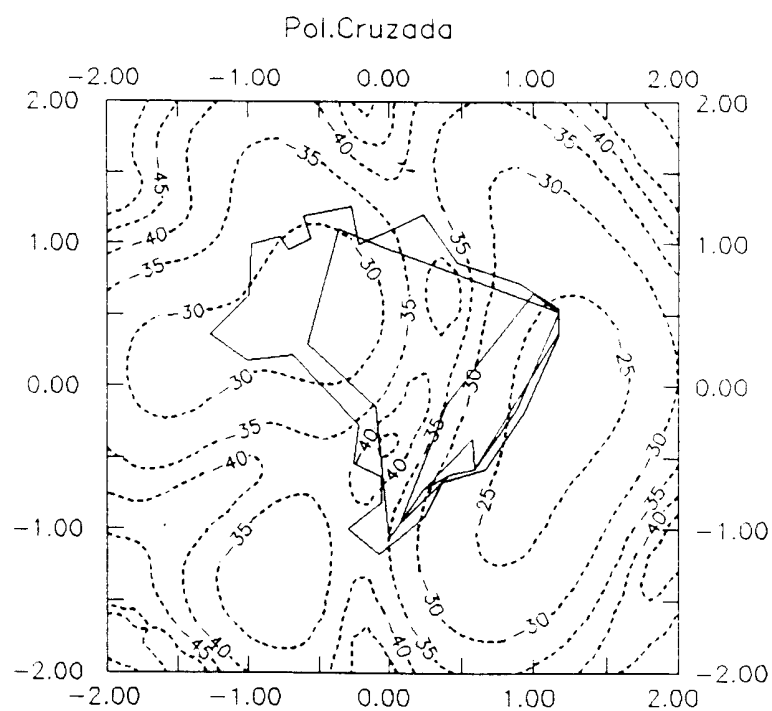
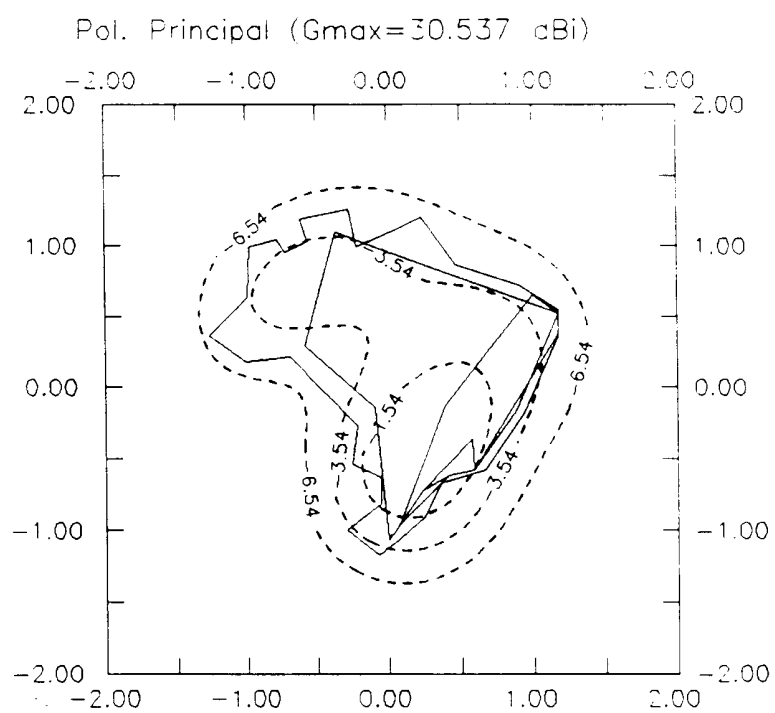


Fig. 6.10 - Diagramas da 2ª síntese (13 alimentadores)
em 3,625 GHz

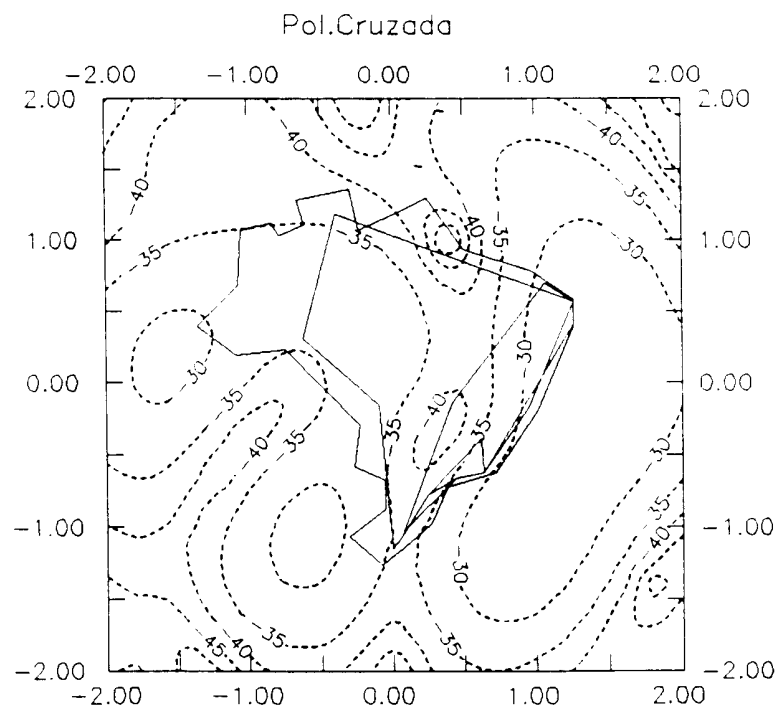
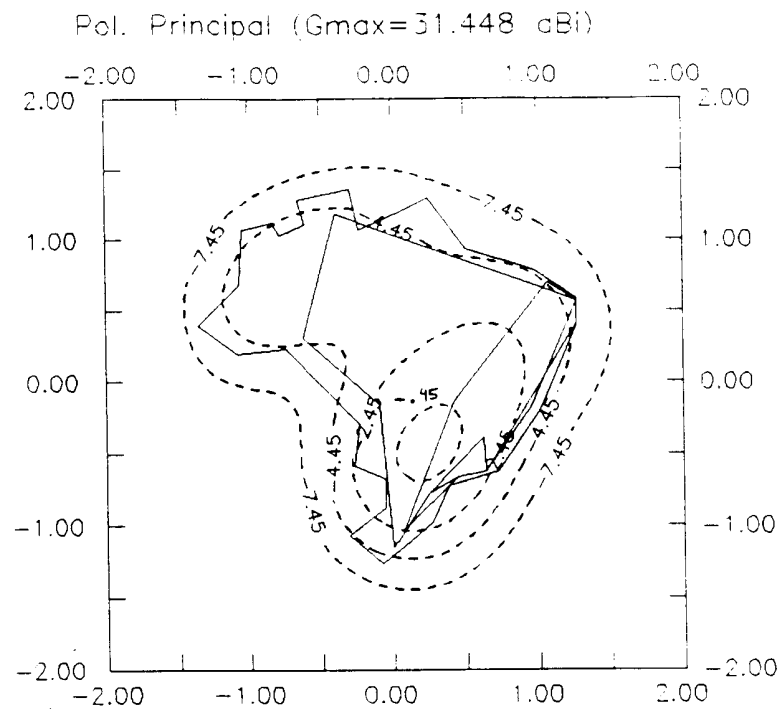


Fig. 6.11 - Diagramas da 2ª síntese (13 alimentadores)
em 3,9 GHz

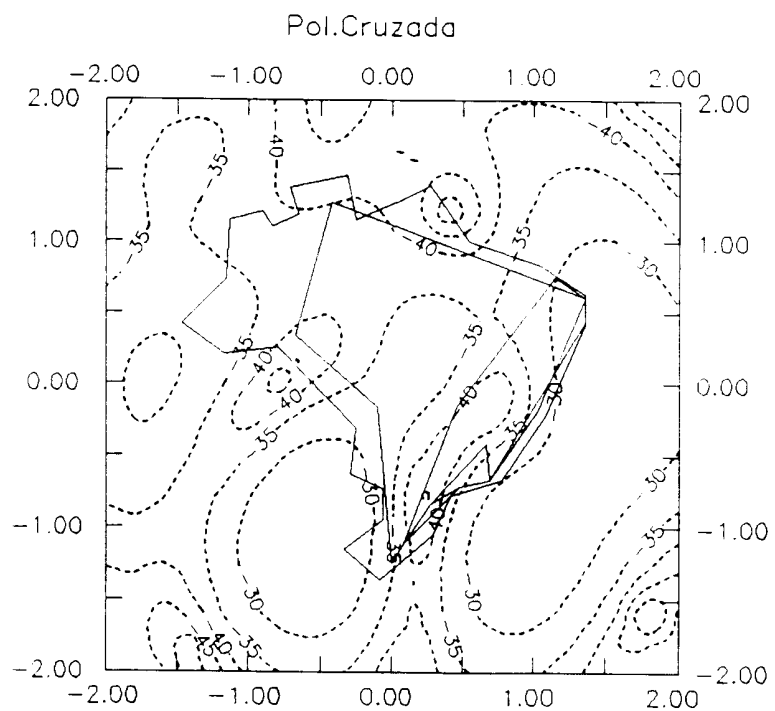
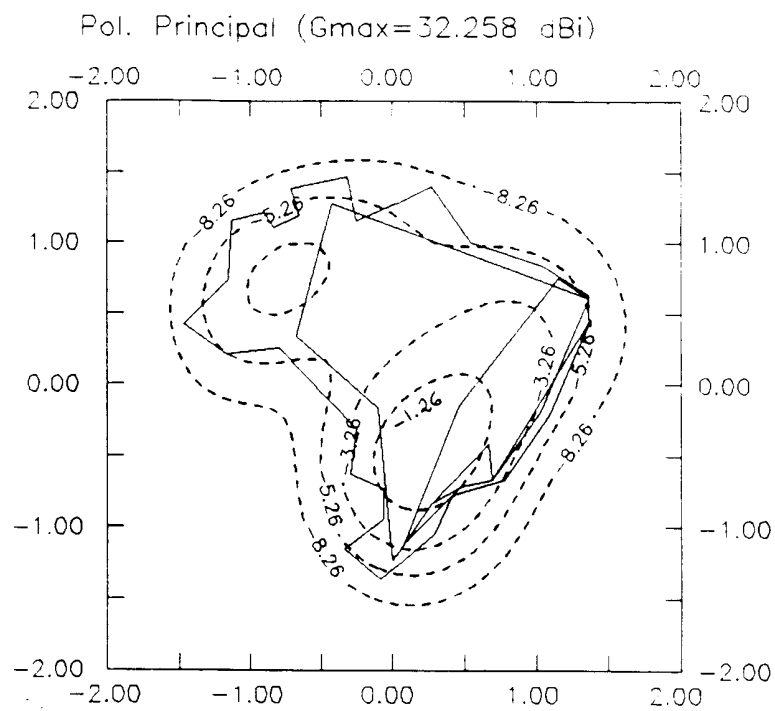


Fig. 6.12 - Diagramas da 2ª síntese (13 alimentadores)
em 4,2 GHz

Alimentador	Incidente (α_m)	Refletido (β_m)
1	1.0000+j0.0000	-0.1302+j0.0744
2	0.8811-j0.3419	-0.1646-j0.0294
3	1.0111-j0.0354	-0.0714+j0.0171
4	0.9581+j0.7833	-0.0293-j0.0075
5	0.2388+j0.1263	-0.1835+j0.0728
6	-0.0078+j0.2270	-0.1391+j0.0048
7	0.6937+j1.3220	-0.0301-j0.1057
8	0.2648+j0.7481	-0.0638-j0.1023
9	-0.5972+j0.9848	-0.1503-j0.2644
10	-0.3369+j1.0541	-0.0337-j0.0636
11	-1.0466+j0.3214	0.1687-j0.0467
12	-0.7523+j0.0028	0.0125-j0.1764
13	-0.6430-j0.6035	-0.0314-j0.0647

Tabela 6.3 - Coeficientes do modo TE01
na 2ª síntese com 13 alimentadores

conjunto de especificações menos restritivas. Foram dispensados os contornos de 29 e 31 dBi e mantidos os de 24 e 27 dBi. Buscou-se uma especificação de isolamento $G_{Cr}^E = 27$ dB com um peso $\Delta=0,3$ no funcional, peso este menor que o da síntese anterior. Durante a iteração, as especificações de ganho foram levemente elevadas na região Centro-Oeste para que os objetivos fossem alcançados. Os pontos onde o parâmetro Q_p é nulo encontram-se todos fora do território brasileiro. A síntese foi, novamente, realizada para a frequência central de 3,9 GHz utilizando-se a grade da Figura 6.13.

Os diagramas obtidos são apresentados nas Figuras 6.14a (3,625 GHz), 6.15a (3,9 GHz) e 6.16a (4,2 GHz). Observa-se que, embora o contorno de 24 dBi tenha novamente sido atendido em toda a banda, o de 27 dBi não é satisfeito em algumas regiões na frequência de 3,625 GHz. Quanto à polarização cruzada, os níveis foram obviamente maiores devido ao relaxamento das especificações para esta componente. Os resultados para as perdas de retorno (3%) e de transbordamento (51%) na frequência central são similares aos obtidos anteriormente. A Tabela 6.4 mostra os coeficientes dos modos TE01 na frequência de 3,9 GHz.

Alimentador	Incidente (α_m)	Refletido (β_m)
1	1.0000+j0.0000	-0.1225+j0.0786
2	0.8037-j0.5125	-0.1400+j0.0053
3	0.7890-j0.2419	-0.0519+j0.0448
4	0.7595+j0.9451	-0.0293-j0.0014
5	0.3435+j0.1341	-0.1875+j0.0058
6	0.1479+j0.0226	-0.1005+j0.0518
7	0.8514+j1.0136	-0.0551-j0.0866
8	0.0777+j0.7669	-0.0674-j0.0456
9	-0.2409+j0.7682	-0.1515-j0.2238
10	-0.1000+j0.9525	-0.0373+j0.0033
11	-0.8389+j0.2045	0.1410-j0.0469
12	-0.6037+j0.0776	0.0072-j0.1330
13	-0.5303-j0.6515	-0.0259-j0.0496

Tabela 6.4 - Coeficientes do modo TE01
na 3ª síntese com 13 alimentadores

6.5.4 - Quarta síntese com 13 alimentadores (enlace de descida):

Como observou-se nas sínteses anteriores que os resultados deterioram-se com a diminuição do tamanho elétrico da abertura da antena (D/λ), a síntese para o enlace de descida foi refeita, agora para a frequência de 3,625 GHz, com a finalidade de assegurar a satisfação das especificações nos extremos da banda. Foi utilizada a mesma grade da síntese anterior (Figura 6.13), ou seja, o mesmo conjunto de especificações, exceto o peso Δ que foi reduzido para $\Delta=0,15$. Os diagramas obtidos são mostrados nas Figuras 6.14b (3,625 GHz), 6.15b (3,9 GHz) e 6.16b (4,2 GHz). Apesar das melhorias obtidas para a cobertura de 27 dBi, os diagramas para a polarização principal continuam apresentando as mesmas limitações para a inteira satisfação deste contorno. Quanto aos diagramas de polarização cruzada, temos comportamentos semelhantes aos da síntese anterior, onde as diferenças devem-se, certamente, à diferença no valor do peso Δ utilizado. Para a frequência de 3,625 GHz, as perdas de retorno são de 6,8% e a de transbordamento é de 50%. A Tabela 6.5 mostra os coeficientes dos modos TE₀₁ nesta frequência.

6.5.5 - Comentários sobre as sínteses com 13 alimentadores:

Em todas as sínteses apresentadas anteriormente, observa-se uma grande dificuldade em se obter as especificações impostas pelo contorno de 27 dBi e um maior isolamento entre polarizações, principalmente para o enlace de descida, onde as

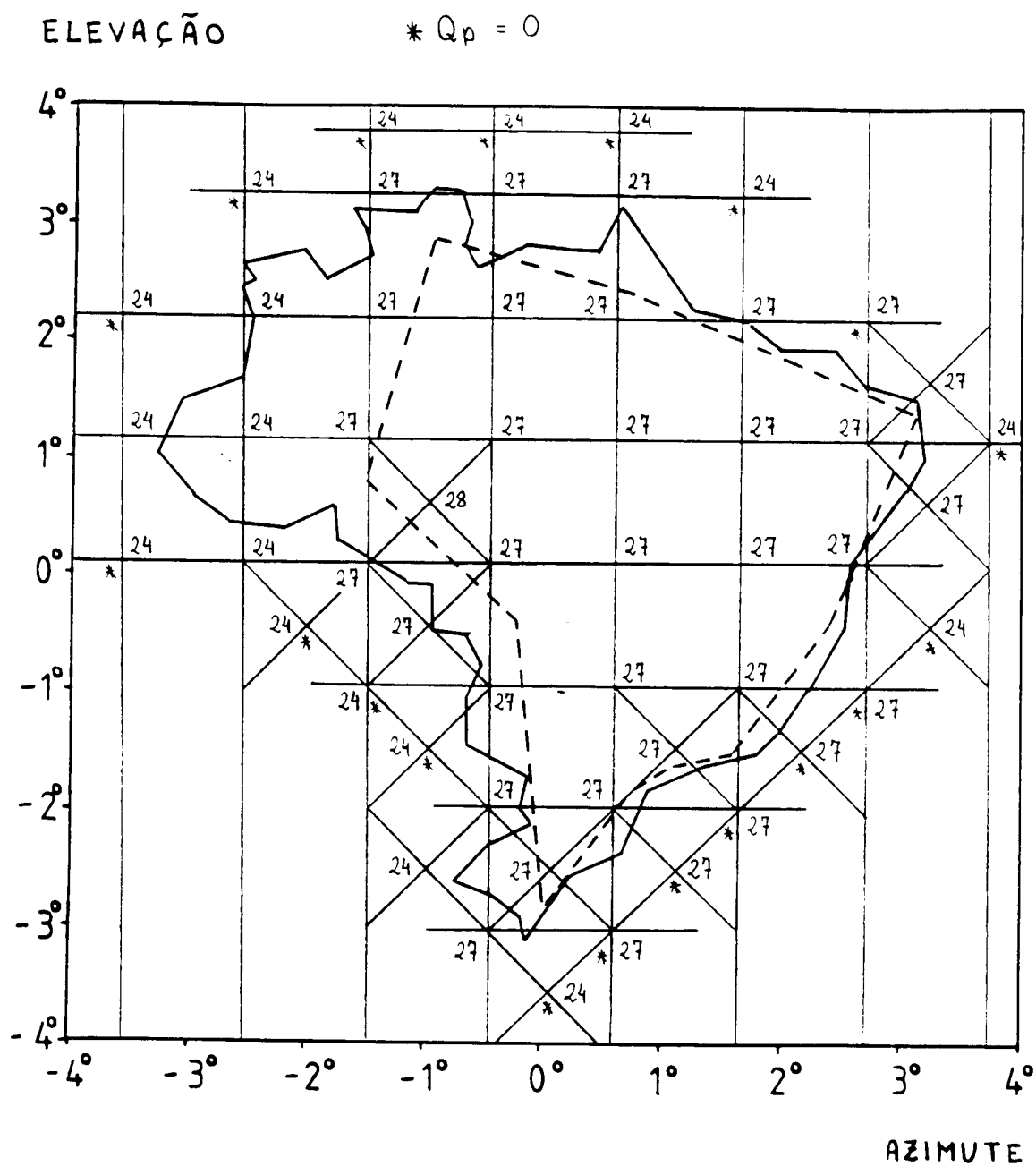
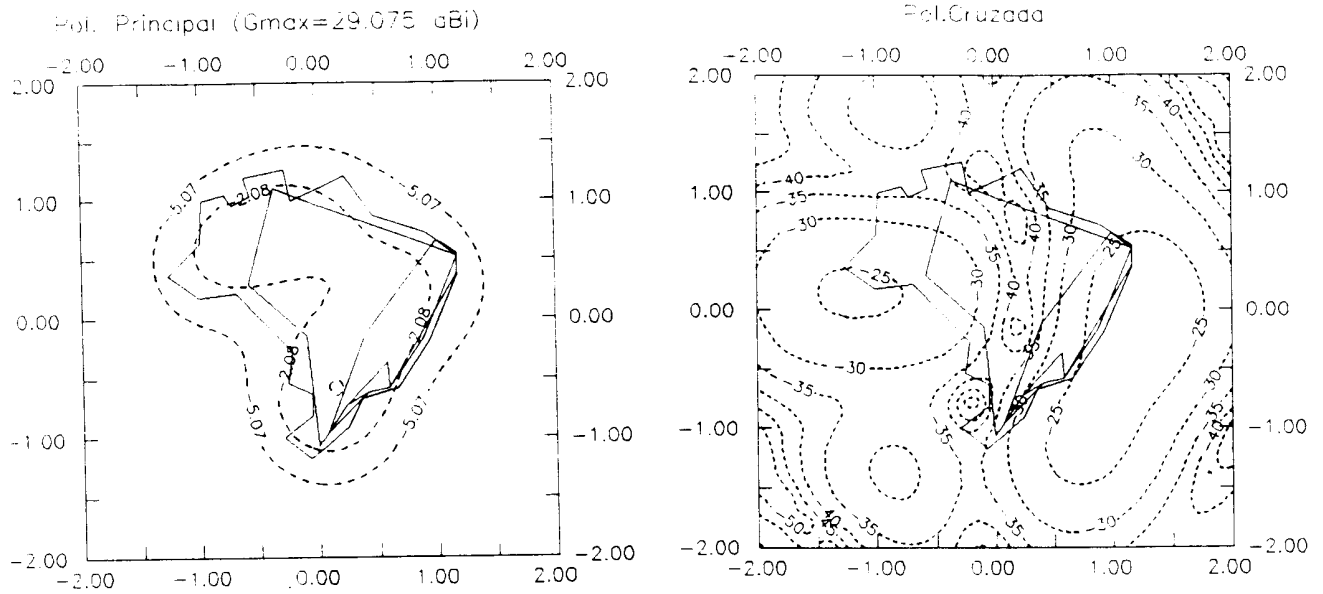
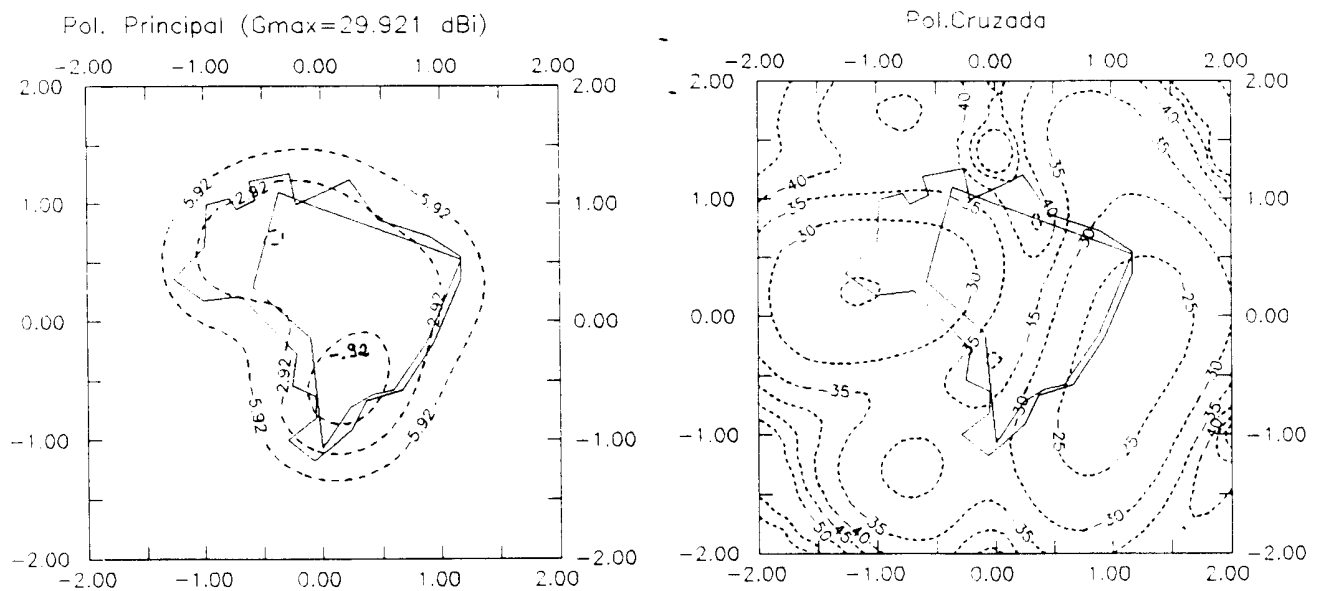


Fig. 6.13 - Grade sobre o Brasil para as 3ª e 4ª sínteses
com 13 alimentadores

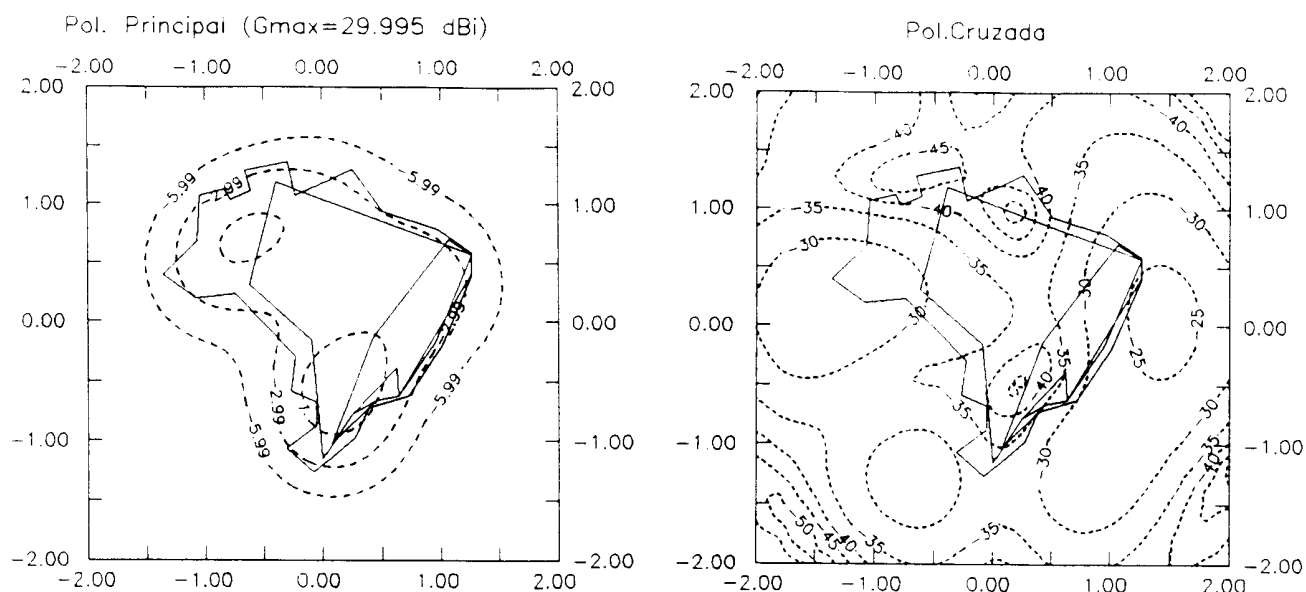


(a) 3ª síntese

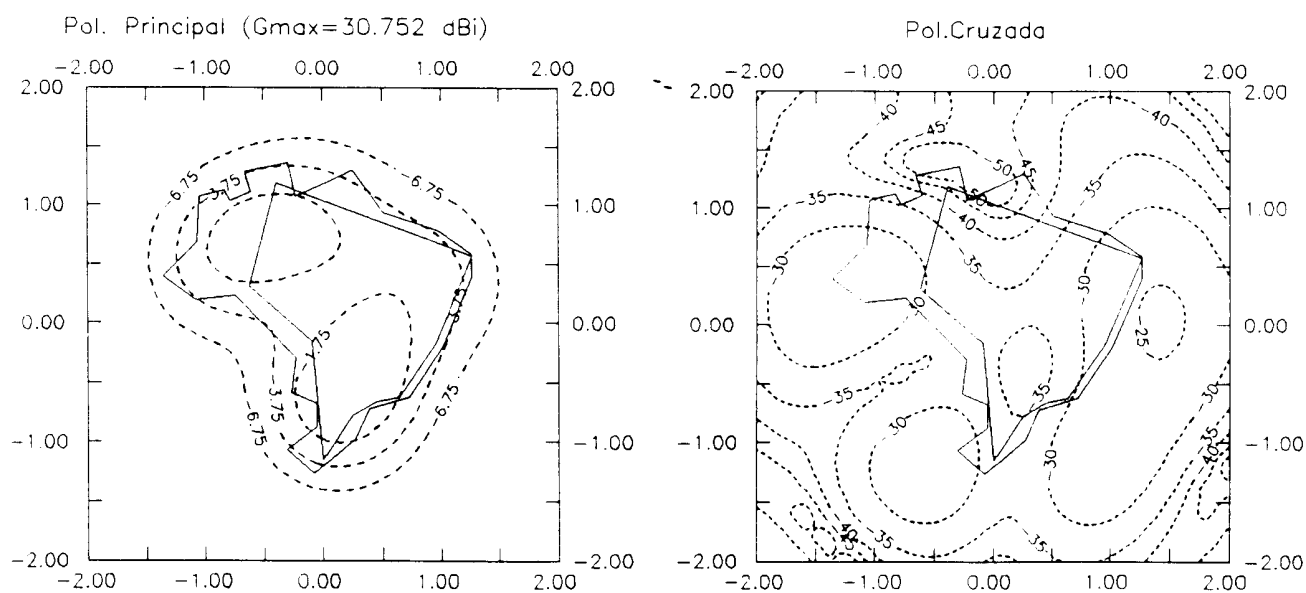


(b) 4ª síntese

Fig. 6.14 - Diagramas das 3ª e 4ª sínteses
(13 alimentadores) em 3,625 GHz

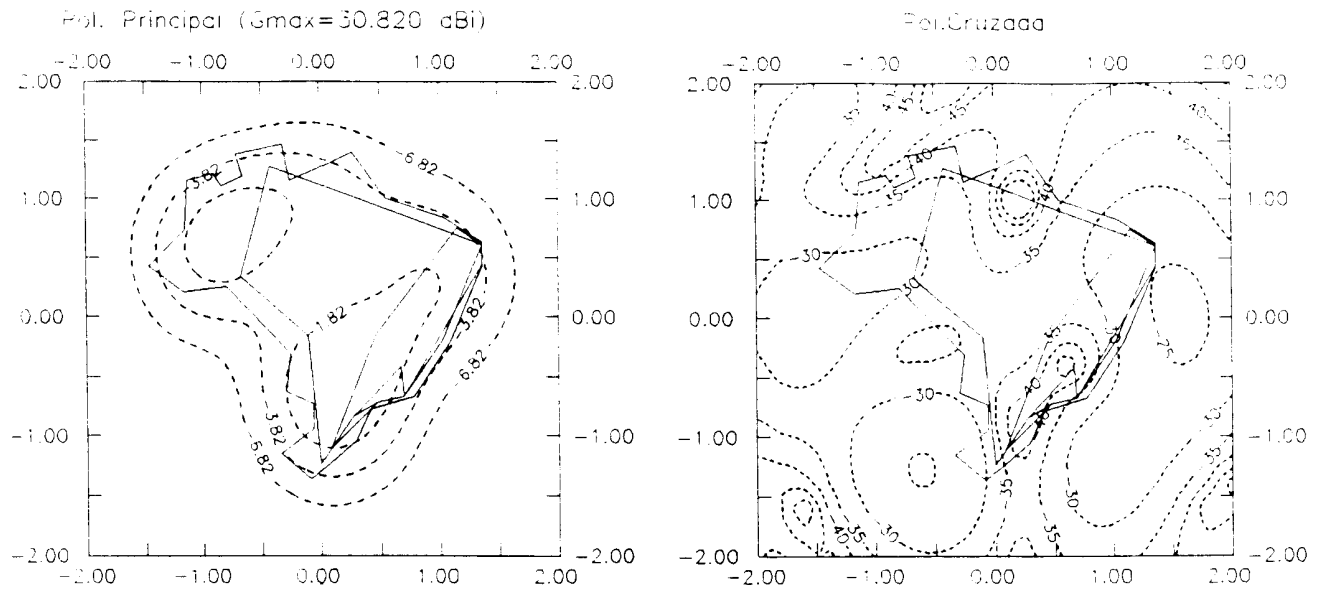


(a) 3^a síntese

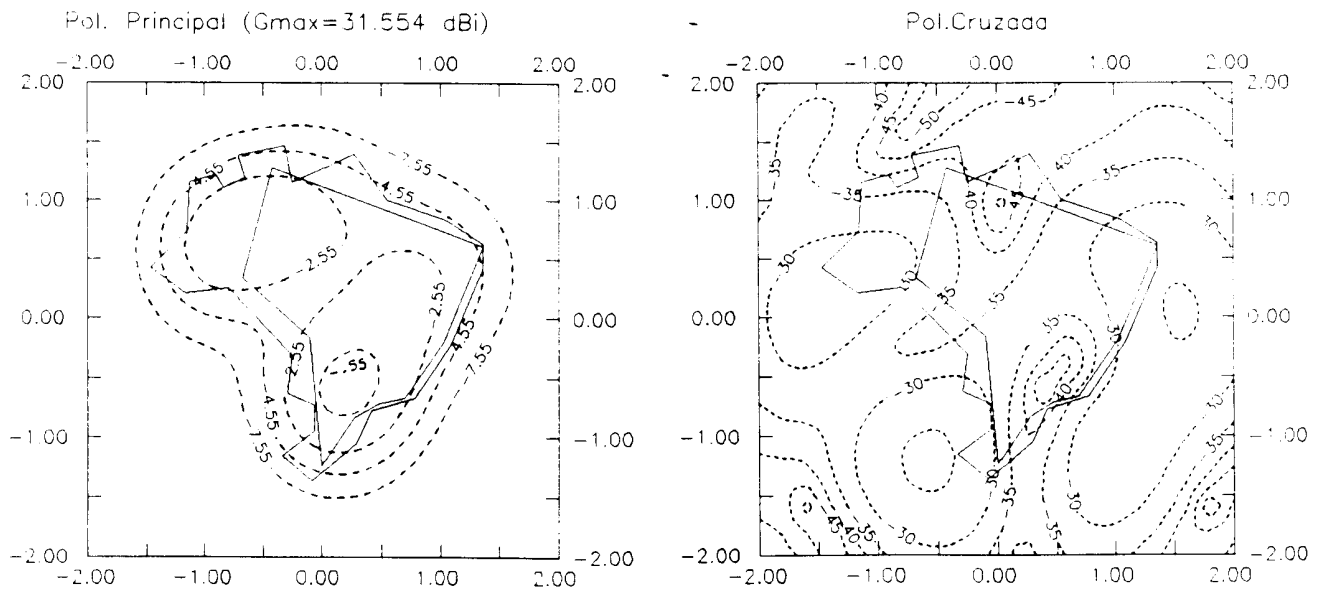


(b) 4^a síntese

Fig. 6.15 - Diagramas das 3^a e 4^a sínteses
(13 alimentadores) em 3,9 GHz



(a) 3ª síntese



(b) 4ª síntese

Fig. 6.16 - Diagramas das 3ª e 4ª sínteses
(13 alimentadores) em 4,2 GHz

Alimentador	Incidente (α_m)	Refletido (β_m)
1	1.0000+j0.0000	-0.2117+j0.1060
2	0.8401-j0.5801	-0.1800+j0.0329
3	0.7393-j0.1415	-0.0996+j0.0971
4	0.8144+j0.7484	-0.0823-j0.0426
5	0.4558+j0.1234	-0.4423+j0.0976
6	0.2503-j0.0112	-0.1431+j0.0125
7	0.8009+j0.9653	-0.1240-j0.0789
8	0.2689+j0.6820	-0.0975-j0.1660
9	-0.1871+j0.8768	-0.1322-j0.2950
10	0.0819+j0.8545	-0.0979-j0.1166
11	-0.6599+j0.3388	0.1469-j0.0912
12	-0.7400+j0.2966	0.0577-j0.1379
13	-0.7025-j0.2172	0.0254-j0.0687

Tabela 6.5 - Coeficientes do modo TE₀₁
na 4ª síntese com 13 alimentadores

freqüências são menores. Dos diagramas de polarização principal para os enlaces de descida, observa-se, por exemplo, o não cumprimento do contorno de 27 dBi no extremo nordeste, exatamente onde o feixe correspondente encontra-se colocado muito no interior, não iluminando de forma adequada o litoral próximo (ver Figura 6.3). Das Tabelas 6.3-6.5 observa-se que o módulo do coeficiente α_m é máximo no alimentador número 7, exatamente o responsável por este feixe, numa tentativa de atender às especificações.

Estes problemas podem ser explicados através de um rápido estudo do balanço das eficiências da antena e do comportamento dos feixes refletidos. Para o caso do território brasileiro, o máximo ganho uniforme que pode ser obtido (dado por uma aproximação de ótica geométrica para um território com cerca de $8 \times 10^6 \text{ km}^2$) é de, aproximadamente, 33-34 dBi, ganho este que, na prática, cai de 3 dB para um sistema altamente eficiente [40], já que não é possível distribuir a energia radiada exclusivamente sobre o território desejado. Além disso, dos resultados anteriores vimos que as perdas por transbordamento são da ordem de 50%, o que reduz de mais 3 dB o ganho máximo possível, fazendo-o, finalmente, igual a 27-28 dBi para uma cobertura uniforme. Quanto aos feixes refletidos, suas larguras de meia potência são da ordem de (λ/D) , onde D é o diâmetro do refletor, de forma que na borda do diagrama sobre a região iluminada deve-se percorrer uma distância de $(0,5\lambda/D)$ para que haja uma variação de 3 dB na potência. Logo, ao especificarmos ganhos da ordem de 29 ou 31 dBi sobre o litoral leste brasileiro significa ter níveis muito altos de potência sobre uma vasta região oceânica. Levando em conta o fato do máximo ganho possível ser da ordem de 27-28 dBi (na verdade um pouco mais, já que grande parte do território está sendo iluminado com níveis em torno de 24-25 dBi), temos então que o nosso projeto encontra-se altamente limitado. Este problema é amenizado à medida em que a largura de meia potência do feixe refletido diminui com o aumento da frequência, aumentando a eficiência de iluminação do feixe e permitindo que nas frequências mais elevadas os resultados para o contorno de 27 dBi sejam mais satisfatórios. Esta característica do decaimento

dos feixes na borda da região iluminada também explica o fato destes feixes não poderem estar localizados muito no interior, já que para que haja o atendimento das especificações na borda o nível de potência no centro do respectivo feixe deverá ser alto.

Com a finalidade de transpor estas dificuldades, foram realizadas sínteses utilizando 17 alimentadores de forma a melhorar a distribuição dos feixes sobre a região a ser coberta, aumentando o número de graus de liberdade para a síntese do sistema e permitindo elevar o nível de discriminação de polarização cruzada. Além disso, uma cobertura mais eficiente dos feixes permite superar os limites impostos pelas características de decaimento dos feixes na borda da região iluminada.

6.6 - Sínteses para a iluminação do território brasileiro com 17 alimentadores:

A escolha da nova disposição de feixes sobre o território brasileiro foi feita baseada na necessidade de se iluminar melhor as seguintes regiões: o Centro-Oeste, o extremo nordeste, e o litoral entre Recife e Porto Alegre (a fim de se tentar atender as especificações de 29 dBi e 31 dBi). Segundo os passos apresentados na seção 6.3 e adotando as mesmas dimensões para o parabolóide e alimentadores, chegou-se a um número mínimo de 17 feixes para satisfazer a cobertura. O resultado final é apresentado pela Figura 6.17, que contém as

representações das posições dos feixes refletidos sobre o território brasileiro através de círculos representando a largura de meia potência de cada feixe na frequência mais elevada (estas larguras são as mesmas da Figura 6.3), e pela Figura 6.18, que apresenta as posições das aberturas correspondentes aos alimentadores no plano focal ($z_0 = 0$). As coordenadas u, v que representam a direção do feixe refletido na Figura 6.17, as coordenadas cartesianas x_0, y_0 que representam os centros das aberturas dos alimentadores, e as coordenadas cartesianas x_1, y_1 necessárias para o cálculo da matriz de acoplamento mútuo são apresentadas pela Tabela 6.6. É importante, mais uma vez, observar que o eixo de coordenadas y tem o sentido inverso do utilizado na teoria do capítulo 4. Serão usados os mesmos 12 modos anteriores nas aberturas de cada alimentador e o funcional a ser minimizado é o mesmo que foi definido na seção 6.4.

6.6.1 - Primeira síntese com 17 alimentadores (enlace de descida):

A grade utilizada sobre o território brasileiro é apresentada pela Figura 6.19, juntamente com as especificações para o ganho da polarização principal. Esta síntese possui os mesmos objetivos da quarta síntese com 13 alimentadores, que é a de atender apenas aos contornos de 24 e 27 dBi, e foi também realizada na frequência mais baixa (3,625 GHz). Logo, a grade utilizada foi a mesma da síntese anterior, com diferenças nas especificações dos ganhos de polarização principal no entorno da região Centro-Oeste. A especificação de isolamento entre

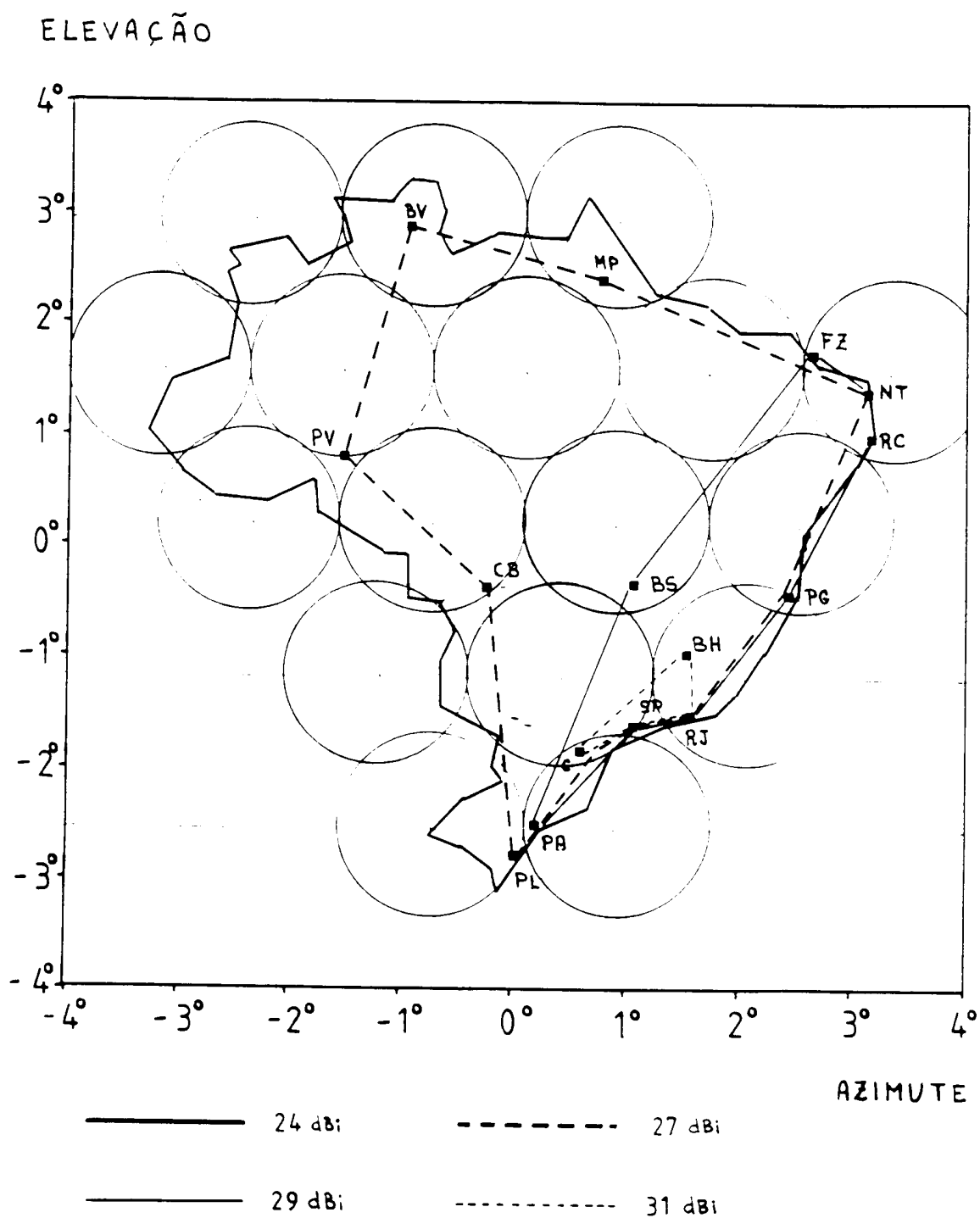


Fig. 6.17 - Posicionamento dos feixes refletidos sobre o Brasil (síntese com 17 alimentadores)

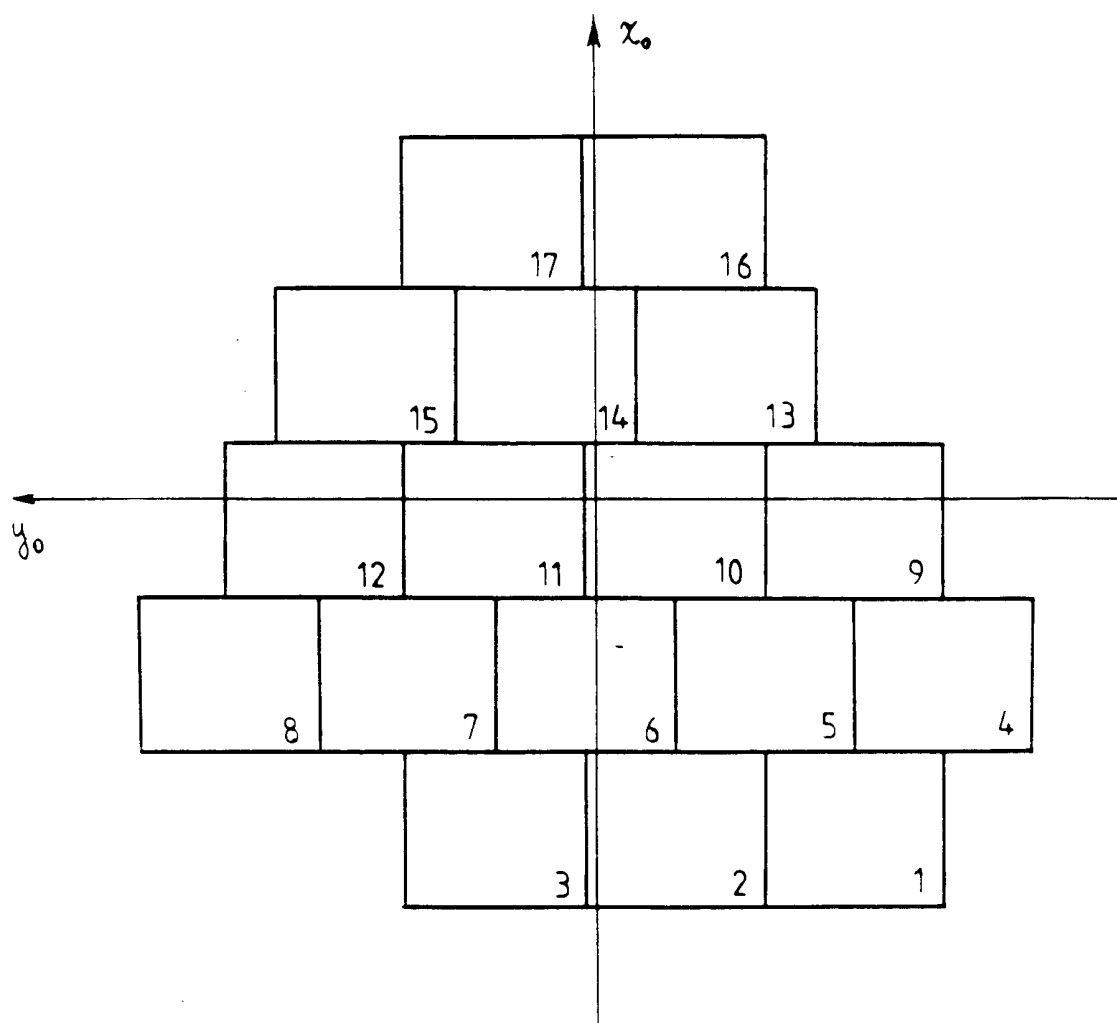


Fig. 6.18 - Geometria das aberturas do conjunto
de 17 alimentadores

alimentador	u(graus)	v(graus)	x_o (m)	y_o (m)	x_i (m)	y_i (m)
1	2,9436	-2,3264	-0,090	-0,069	-0,111	-0,093
2	2,9436	-0,7122	-0,090	-0,021	-0,111	-0,045
3	2,9436	0,9021	-0,090	0,027	-0,111	0,003
4	1,5668	-3,1335	-0,048	-0,093	-0,069	-0,117
5	1,5668	-1,5193	-0,048	-0,045	-0,069	-0,069
6	1,5668	0,0950	-0,048	0,003	-0,069	-0,021
7	1,5668	1,7092	-0,048	0,051	-0,069	0,027
8	1,5668	3,3234	-0,048	0,099	-0,069	0,075
9	0,1899	-2,3264	-0,006	-0,069	-0,027	-0,093
10	0,1899	-0,7122	-0,006	-0,021	-0,027	0,045
11	0,1899	0,9021	-0,006	0,027	-0,027	0,003
12	0,1899	2,5163	-0,006	0,075	-0,027	0,051
13	-1,1869	-1,1869	0,036	-0,035	0,015	-0,059
14	-1,1869	0,4273	0,036	0,013	0,015	-0,011
15	-1,1869	2,0415	0,036	0,061	0,015	0,037
16	-2,5638	-0,7122	0,078	-0,021	0,057	-0,045
17	-2,5638	0,9021	0,078	0,027	0,057	0,003

Tabela 6.6 - Coordenadas das Figuras 6.17 e 6.18

polarizações é $G_{c_r}^E = 30$ dB com $\Delta=0,4$, a fim de não sacrificar a polarização principal na região Centro-Oeste. Os pontos que aparecem marcados na grade tiveram seu parâmetro Q_p definido como nulo.

Os diagramas de radiação são apresentados nas Figuras 6.20

(3,625 GHz), 6.21 (3,9 GHz) e 6.22 (4,2 GHz), juntamente com os contornos das especificações da Figura 6.1 (na devida escala). Dos diagramas de polarização principal podemos observar que as especificações são satisfeitas para todas as frequências, exceto por problemas marginais na região Centro-Oeste para a frequência mais baixa. Comparados aos resultados da síntese com 13 alimentadores, os atuais são muito melhores. Dos diagramas de polarização cruzada podemos observar que o isolamento entre polarizações é maior que os obtidos nas sínteses anteriores.

Na Tabela 6.7 são apresentados os coeficientes dos modos TE₀₁ excitados em 3,625 GHz (incidentes e refletidos). As perdas de retorno são de 9,4% para a mesma frequência, maiores que as obtidas nas sínteses com 13 alimentadores. A perda por transbordamento é de aproximadamente 69%, maior que as dos casos anteriores.

6.6.2 - Segunda síntese com 17 alimentadores (enlace de descida):

Nesta síntese, a fim de verificar até que ponto o maior número de graus de liberdade dado pelo aumento do número de alimentadores facilita na obtenção de especificações mais restritivas, estas serão definidas pelos 4 contornos (24, 27, 29, 31 dBi). A grade utilizada é apresentada pela Figura 6.23, juntamente com as especificações para o ganho da polarização principal em cada ponto. Ela é semelhante à apresentada pela Figura 6.9, a fim de podermos comparar estes resultados com os obtidos na síntese com 13 alimentadores. Porém, os pontos

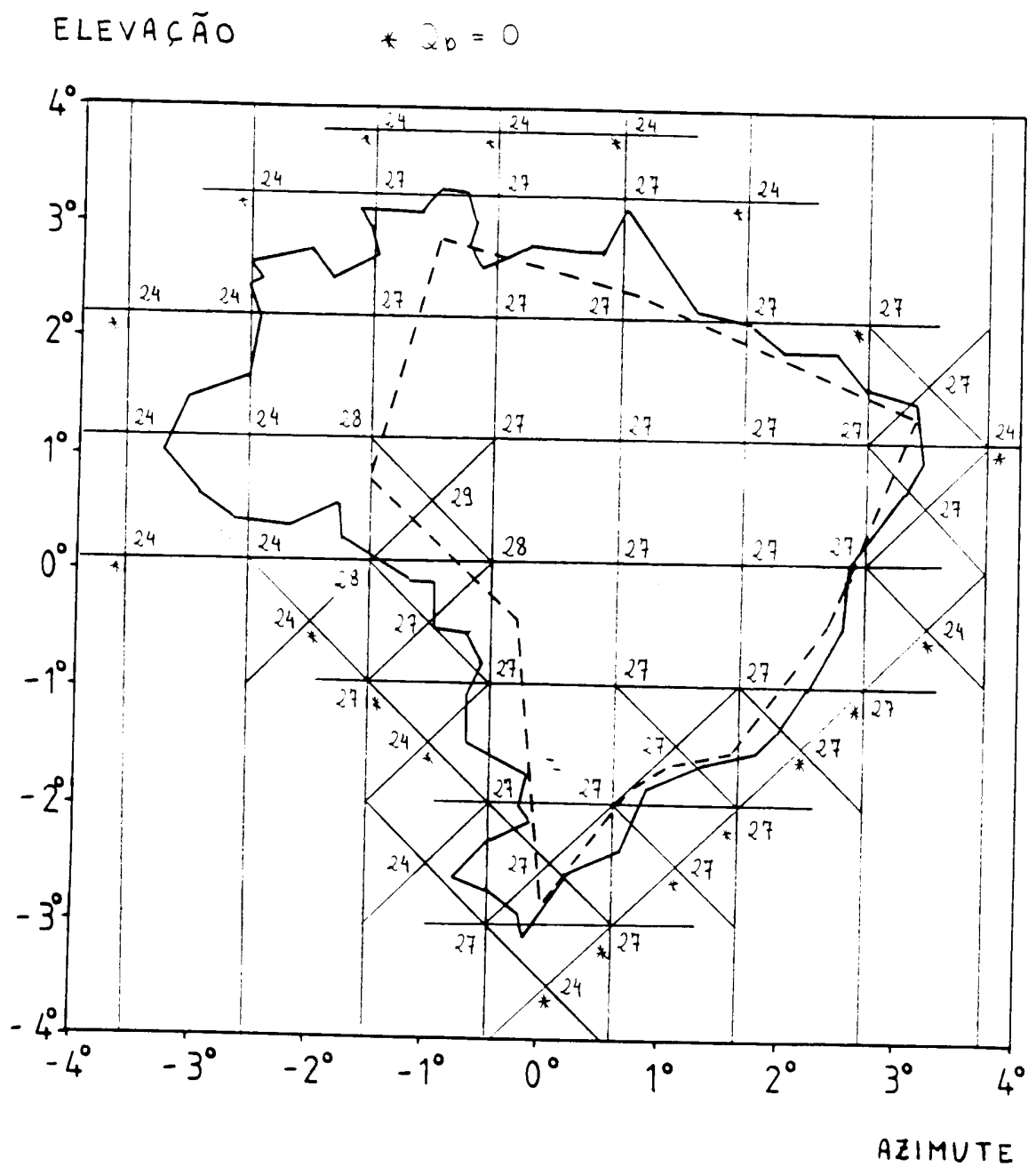


Fig. 6.19 - Grade no Brasil para a 1ª síntese
com 17 alimentadores

.214.

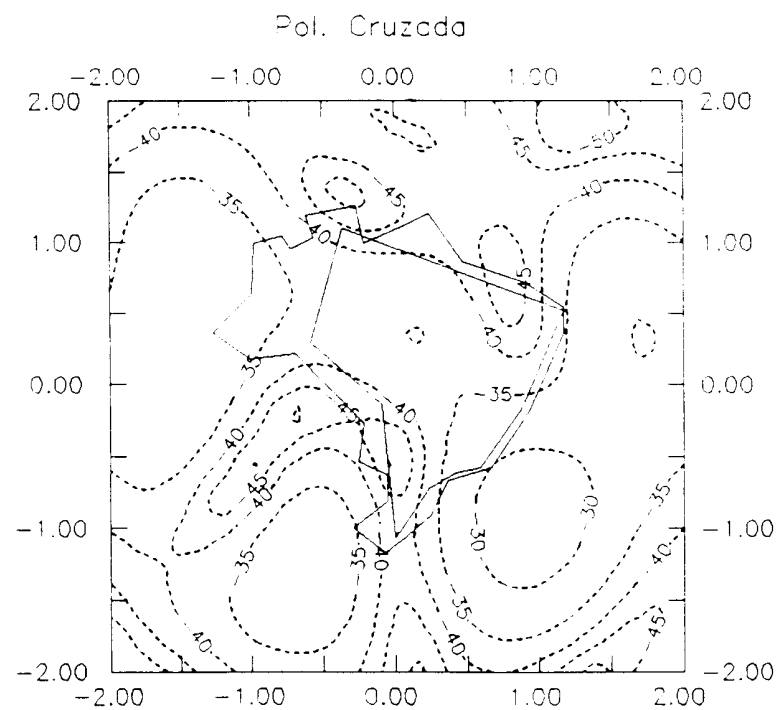
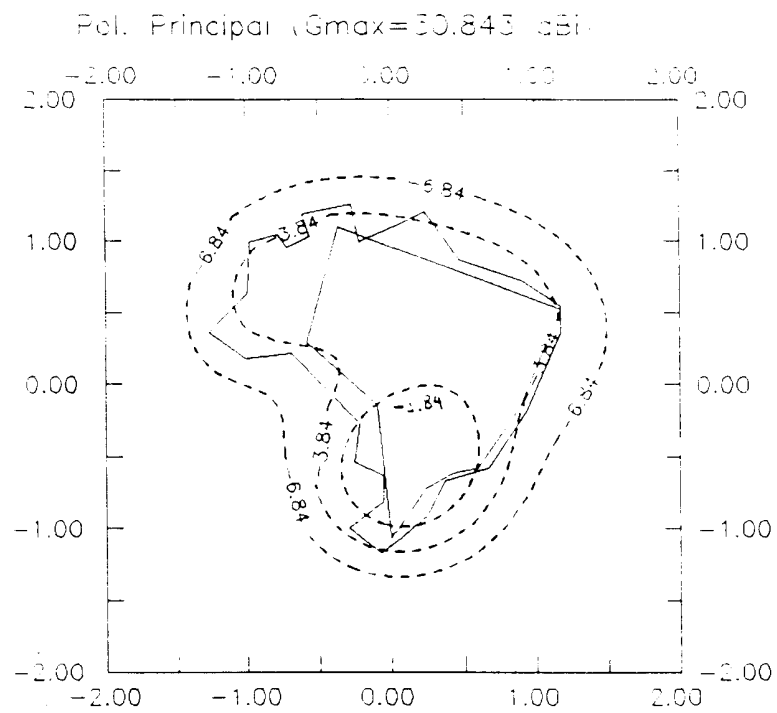


Fig. 6.20 - Diagramas da 1ª síntese (17 alimentadores)
em 3,625 GHz

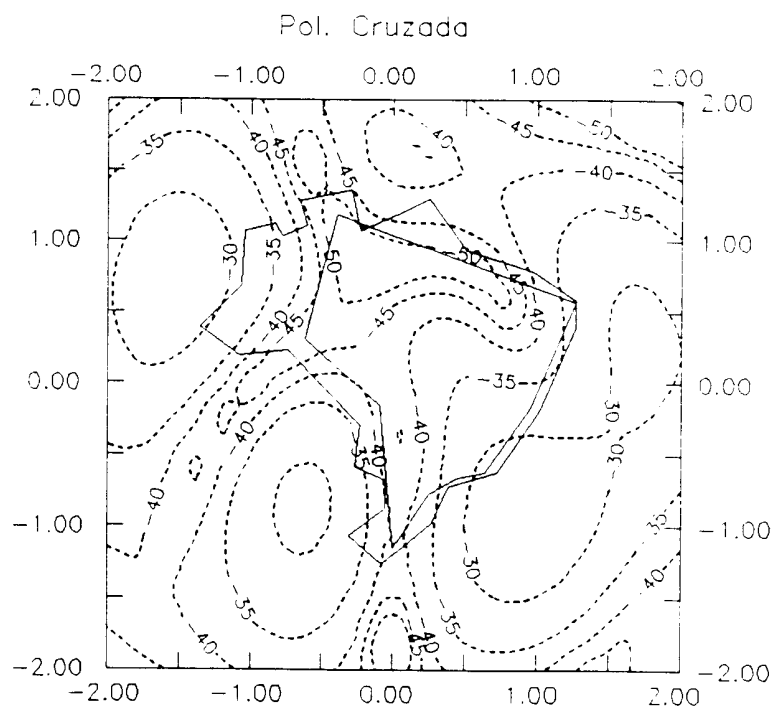
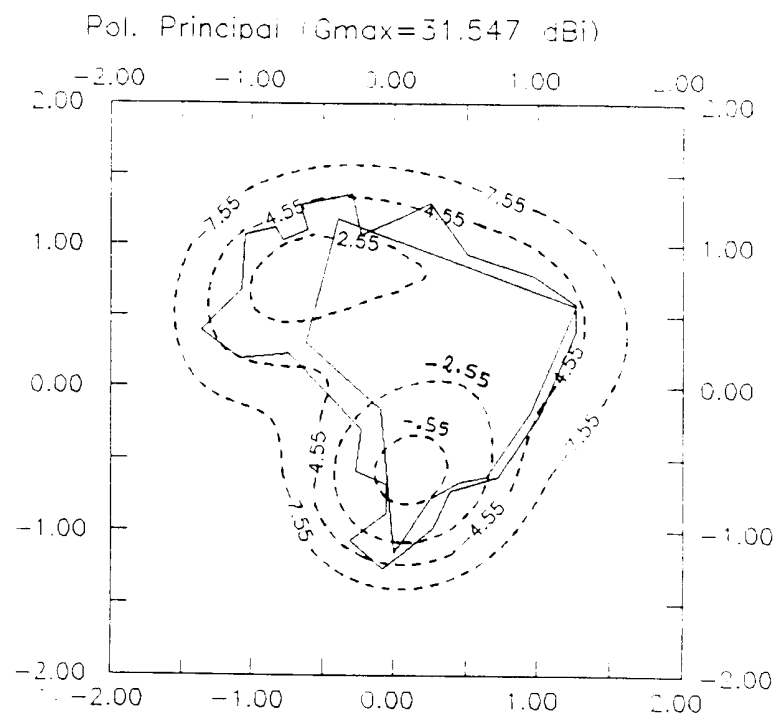


Fig. 6.21 - Diagramas da 1ª síntese (17 alimentadores)
em 3,9 GHz

.216.

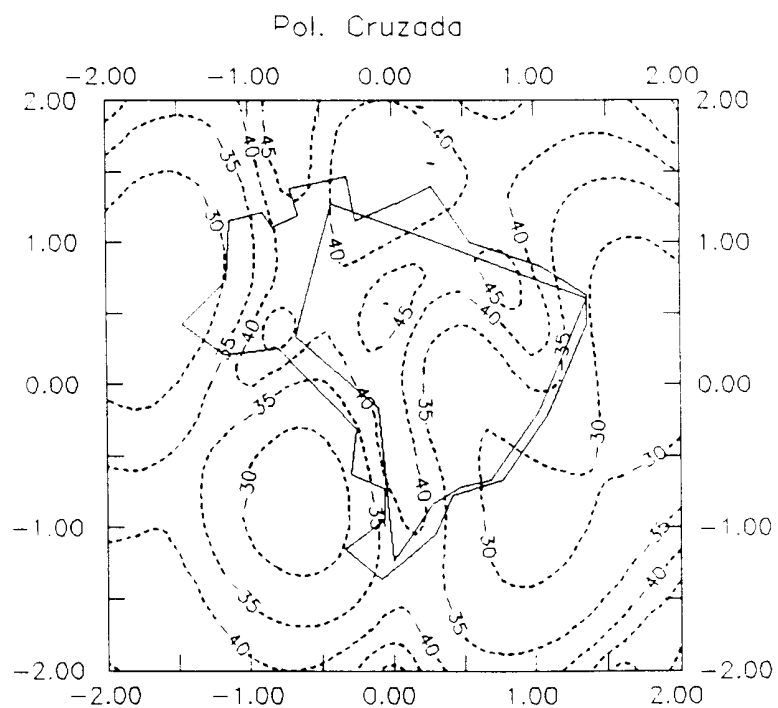
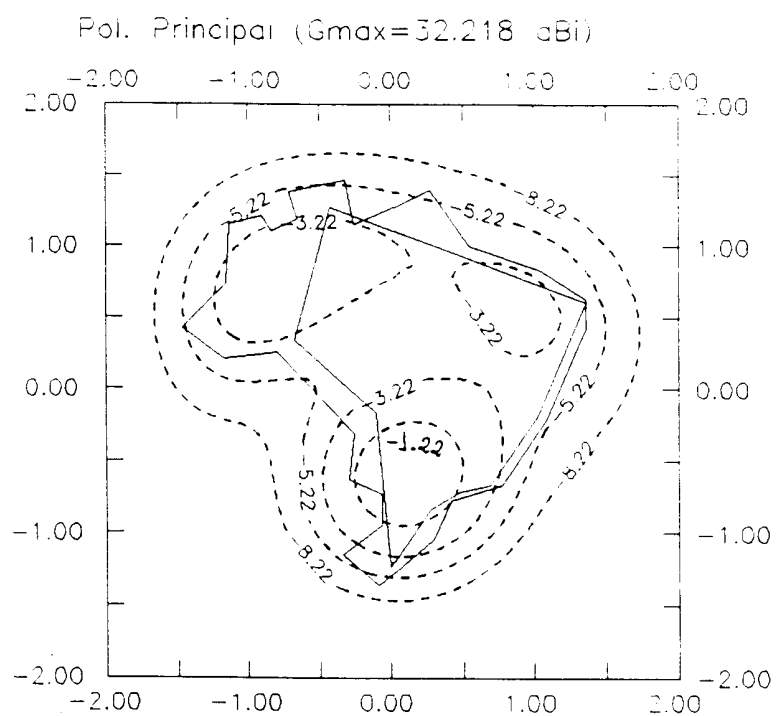


Fig. 6.22 - Diagramas da 1ª síntese (17 alimentadores)
em 4,2 GHz

Alimentador	Incidente (α_m)	Refletido (β_m)
1	1.0000+j0.0000	-0.1896+j0.0038
2	0.9432-j0.7800	-0.1854+j0.1975
3	0.9538-j0.5203	-0.1334+j0.2252
4	0.7966+j0.0594	-0.0729+j0.0455
5	0.7511+j0.0995	-0.5940+j0.4292
6	0.5723-j0.3298	-0.1278-j0.0787
7	1.0776+j0.4228	-0.1774+j0.2152
8	0.8512-j0.0423	-0.1488-j0.0232
9	1.2780+j0.0252	-0.2361-j0.0966
10	0.1727+j0.8827	-0.2387-j0.0684
11	0.0556+j0.6254	-0.1893-j0.1052
12	1.2599+j0.3681	-0.2914-j0.0459
13	0.1459+j1.1462	0.0647-j0.1630
14	-0.5550+j0.7166	-0.1791-j0.5071
15	-0.1819+j1.3168	0.0988-j0.0437
16	-1.0310+j0.5268	0.0015-j0.1013
17	-0.5884+j0.5500	0.1038-j0.1485

Tabela 6.7 - Coeficientes do modo TE₀₁
na 1^a síntese com 17 alimentadores

usados no funcional relacionado com a polarização cruzada são os mesmos da síntese anterior. A especificação de isolamento entre polarizações é $G_{cr}^E = 30$ dB e o peso $\Delta = 0,4$, como no caso anterior. A síntese foi realizada em 3,625 GHz.

Os diagramas de radiação são apresentados nas Figuras 6.24 (3,625 GHz), 6.25 (3,9 GHz) e 6.26 (4,2 GHz). Apesar das especificações para os contornos de 24 e 27 dBi terem sido atendidos ao longo da banda, os contornos de 29 e 31 dBi não foram satisfeitos. Comparando com a síntese anterior, nota-se apenas um alongamento mais pronunciado dos níveis mais altos da polarização principal no sentido do litoral brasileiro e um diagrama de polarização cruzada aproximadamente com o mesmo comportamento. Comparando-se estes resultados com os da segunda síntese para 13 alimentadores (que tinha os mesmos objetivos) podemos observar que os presentes resultados são melhores que os anteriores.

Na Tabela 6.8 são apresentados os coeficientes dos modos TE01 excitados em 3,625 GHz. Nesta frequência, as perdas de retorno (9,4%) e por transbordamento (69%) são exatamente iguais às do caso anterior.

6.6.3 - Terceira síntese com 17 alimentadores (enlace de subida):

Esta será a última síntese a ser estudada. Devido às maiores facilidades encontradas para a síntese do enlace de subida do que para o de descida, quando da utilização de 13 alimentadores, no presente caso objetivamos diretamente as especificações impostas pelos 4 contornos (24, 27, 29, 31 dBi). A síntese foi realizada para a frequência média de 6,15 GHz e a grade utilizada é apresentada pela Figura 6.27. A especificação para o isolamento entre polarizações é $G_{Cr}^E = 33$ dB e o peso

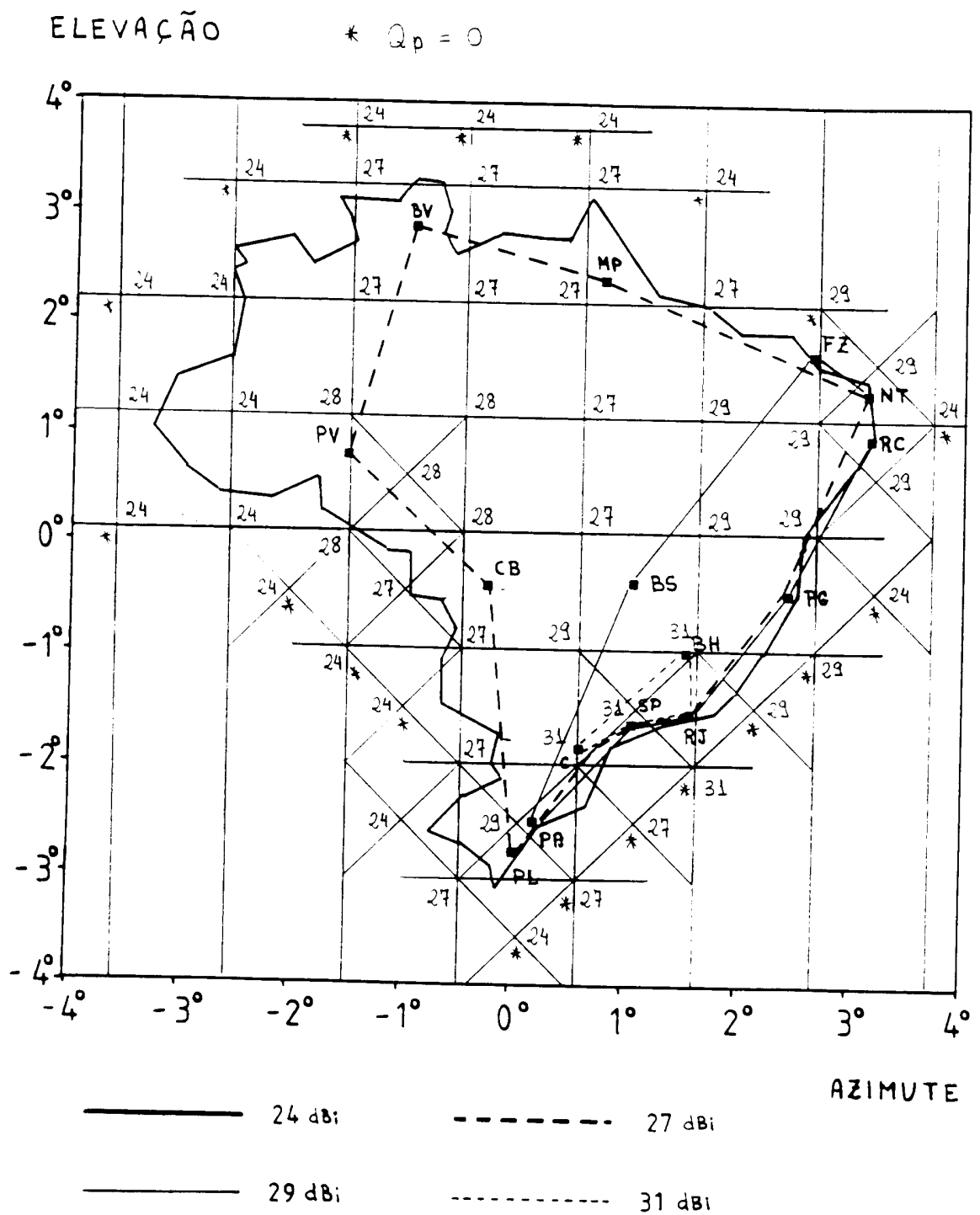


Fig. 6.23 - Grade no Brasil para a 2ª síntese
com 17 alimentadores

.220.

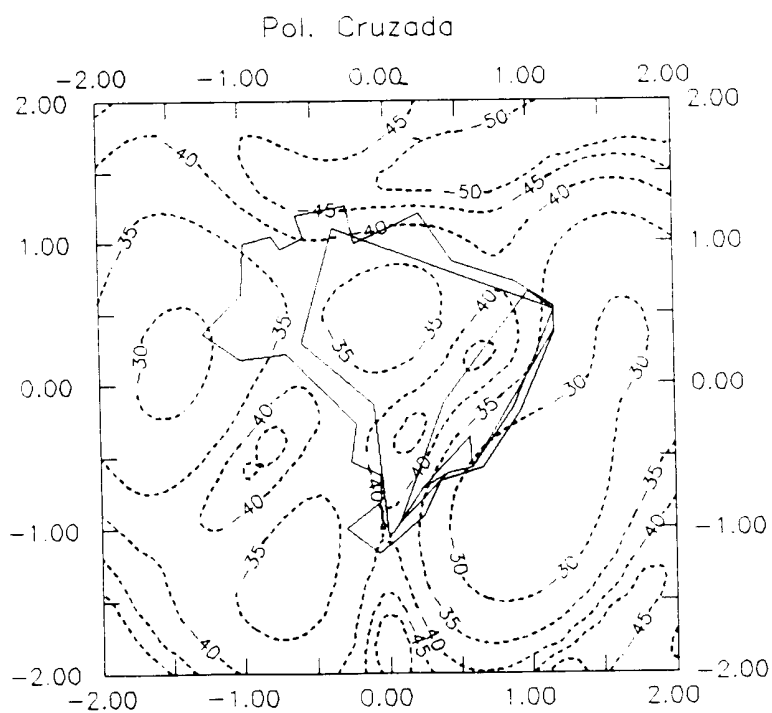
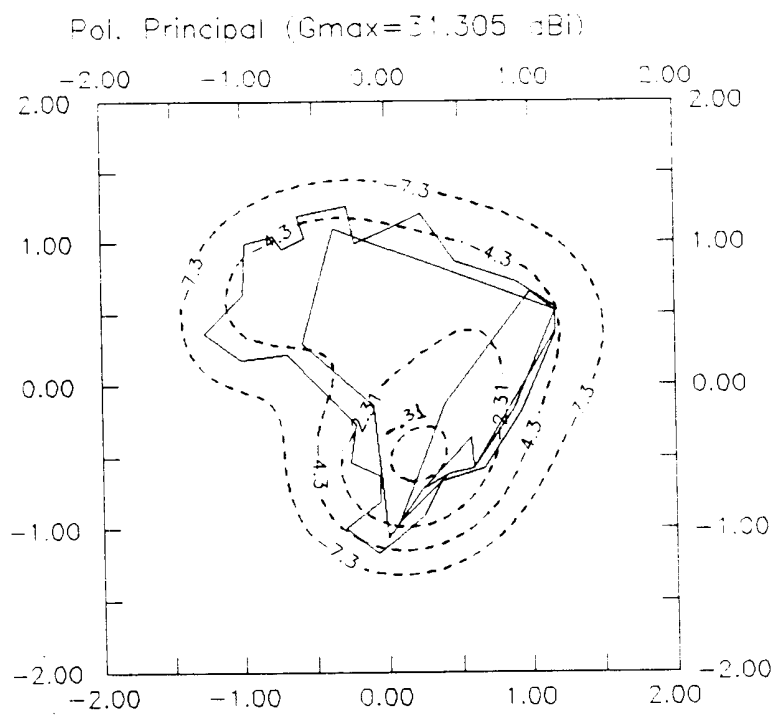


Fig. 6.24 - Diagramas da 2ª síntese (17 alimentadores)
em 3,625 GHz

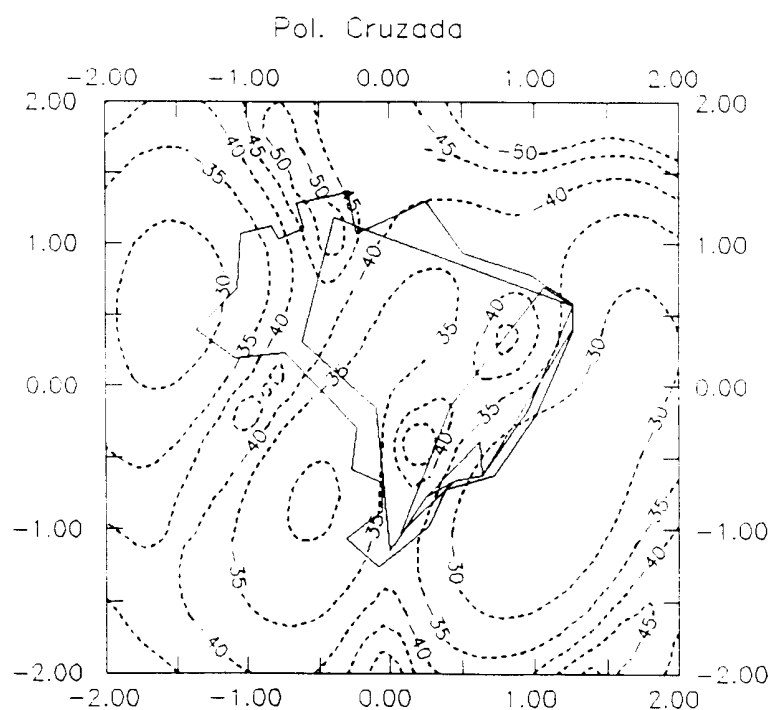
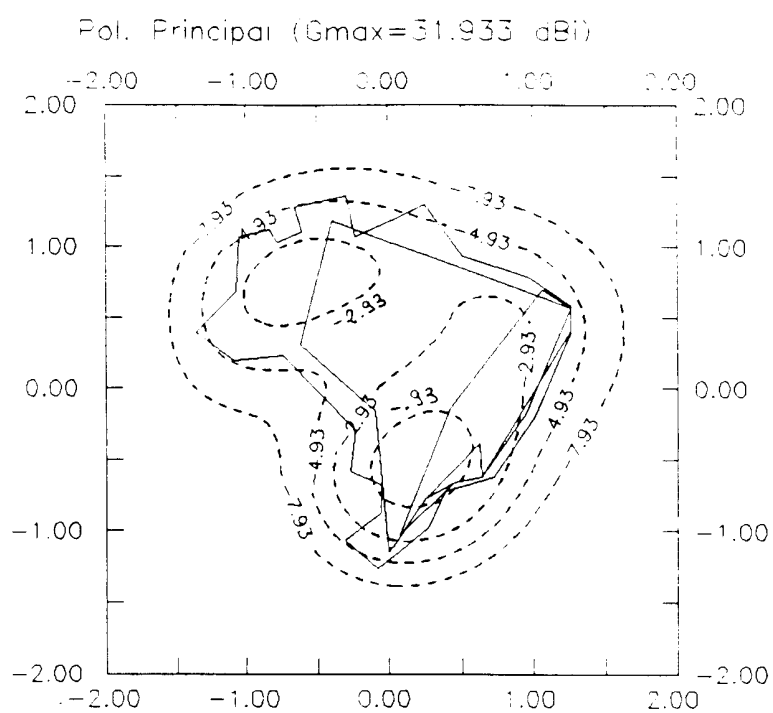


Fig. 6.25 - Diagramas da 2ª síntese (17 alimentadores)
em 3,9 GHz

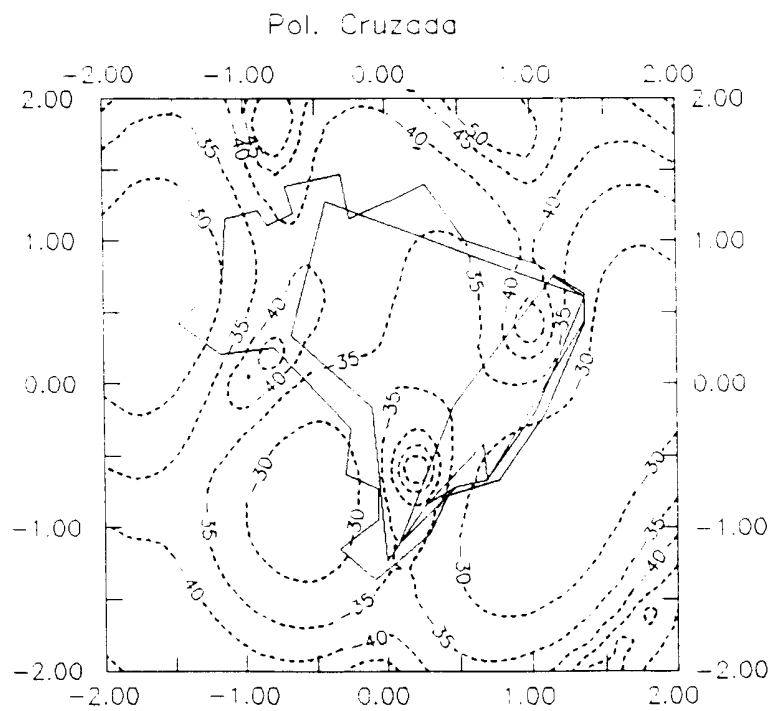
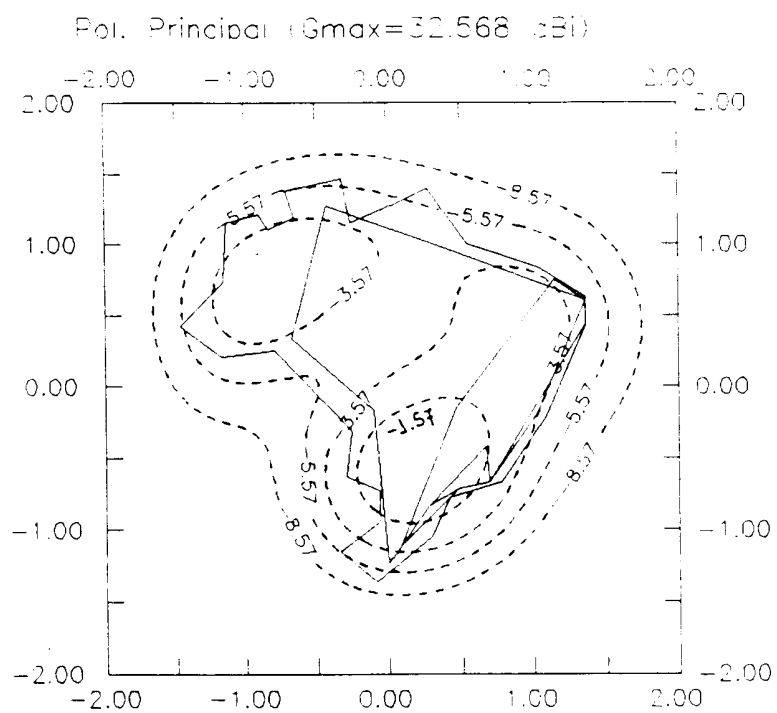


Fig. 6.26 - Diagramas da 2ª síntese (17 alimentadores)
em 4,2 GHz

Alimentador	Incidente (α_m)	Refletido (β_m)
1	1.0000+j0.0000	-0.1729+j0.0006
2	0.9226-j0.6834	-0.2157+j0.1922
3	0.9908-j0.3657	-0.1379+j0.1808
4	0.8447+j0.1869	-0.0833+j0.0293
5	0.7282+j0.0946	-0.6287+j0.3916
6	0.6985-j0.2333	-0.0962-j0.0972
7	0.8959+j0.7111	-0.2582+j0.1647
8	0.8711+j0.3551	-0.1272-j0.0939
9	1.2108+j0.2532	-0.2209-j0.1035
10	0.1547+j0.7744	-0.2627-j0.0961
11	-0.0043+j0.8725	-0.1700-j0.1746
12	1.0364+j0.8274	-0.2985-j0.1798
13	0.0123+j1.1975	0.1017-j0.1443
14	-0.6887+j0.6808	-0.0956-j0.5512
15	-0.6634+j1.3209	0.1041-j0.0444
16	-1.0164+j0.3515	-0.0061-j0.0980
17	-0.6883+j0.5111	0.1311-j0.1481

Tabela 6.8 - Coeficientes do modo TE01
na 2^a síntese com 17 alimentadores

$\Delta=0,5$ (não foi possível utilizar um peso maior). Observou-se no presente caso que uma variação gradativa das especificações (Figura 6.27) facilitou enormemente na obtenção dos resultados desejados.

Os diagramas de radiação são apresentados nas Figuras 6.28 (5,85 GHz), 6.29 (6,15 GHz) e 6.30 (6,425 GHz). Dos diagramas de polarização principal podemos observar que todas as especificações foram satisfeitas em todas as frequências (a de 31 dBi quase que completamente). Dos diagramas de polarização cruzada observamos que apesar de não se obter um isolamento mínimo de 33 dB, foram encontrados níveis bastante reduzidos, superiores a 27 dB de isolamento, melhores que os das outras sínteses.

Na Tabela 6.9 são apresentados os coeficientes dos modos TE01 excitados em 6,15 GHz. Nesta frequência, as perdas de retorno são de 1,8%, da mesma ordem das apresentadas para a primeira síntese com 13 alimentadores. A perda por transbordamento é de, aproximadamente, 56%, menor que as das duas sínteses anteriores.

6.6.4 - Comentários sobre as sínteses com 17 alimentadores:

Os resultados apresentados anteriormente nos revelam basicamente um fato: o aumento do número de alimentadores para a cobertura da região facilitou na obtenção de resultados muito próximos dos desejados, principalmente para as frequências maiores. Este aumento permitiu uma distribuição mais eficiente da potência radiada sobre a região de interesse. Por exemplo, das Tabelas 6.7-6.9 podemos observar que a amplitude α_m do modo TE01 do alimentador número 8, responsável pelo feixe do extremo nordeste brasileiro, não se encontra mais entre as maiores,

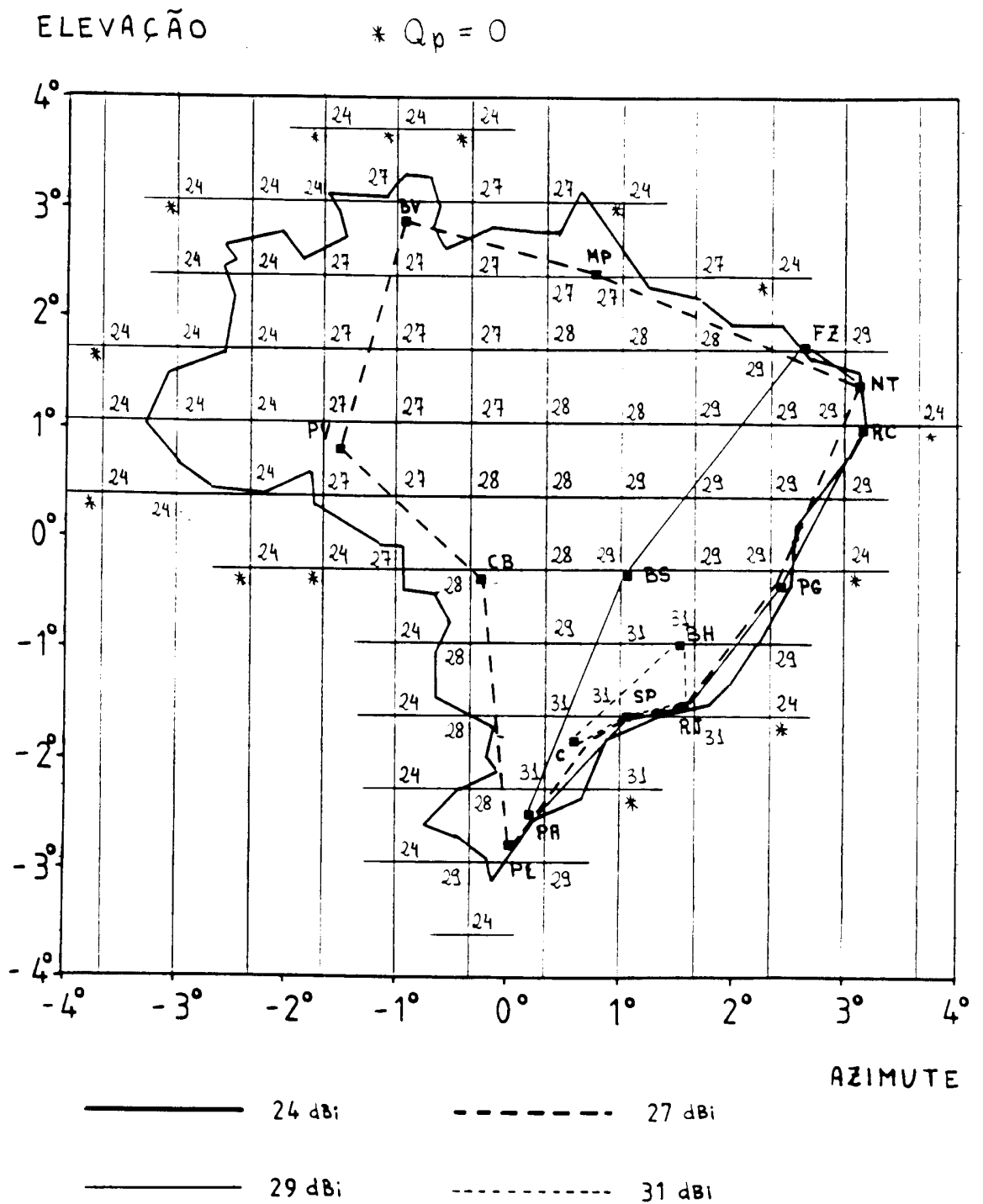


Fig. 6.27 - Grade no Brasil para a 3ª síntese
com 17 alimentadores

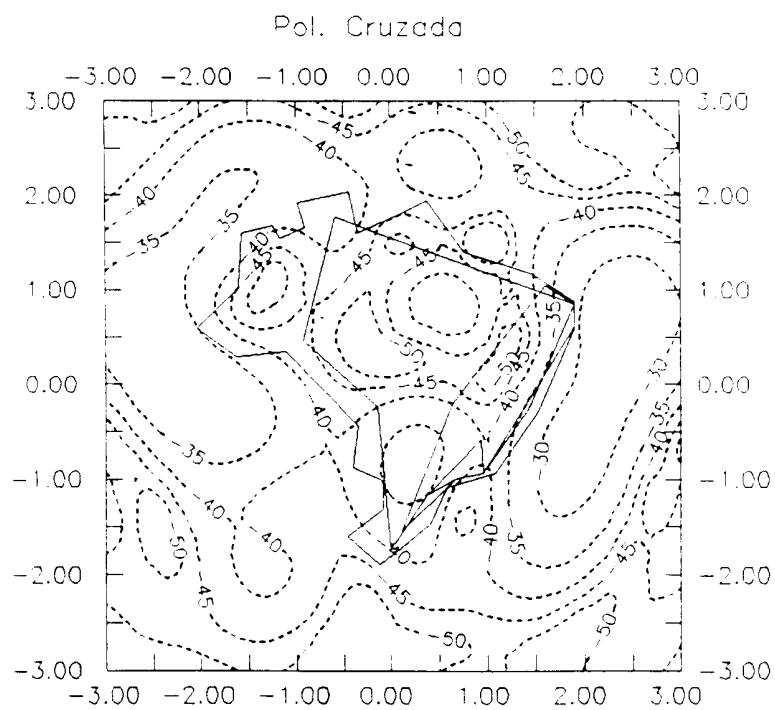
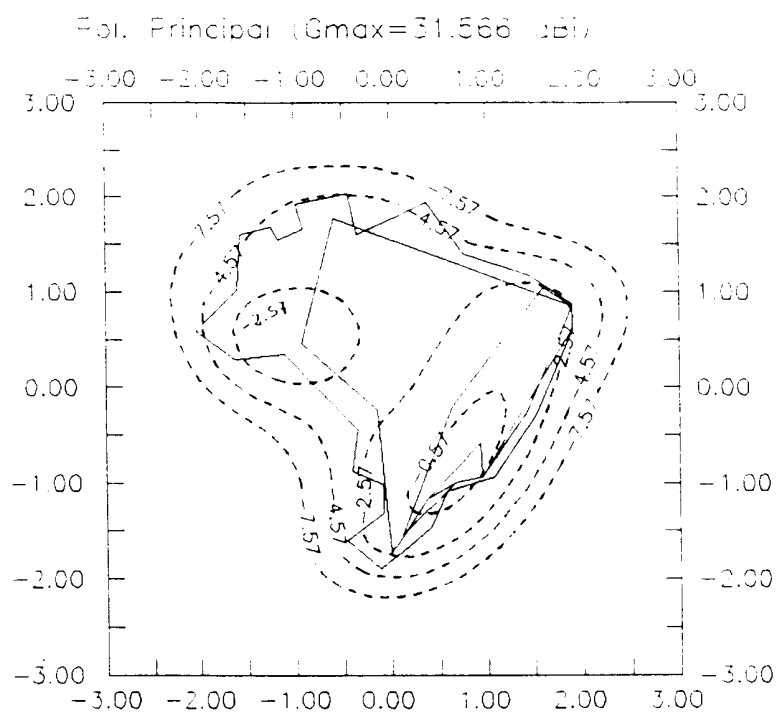


Fig. 6.28 - Diagramas da 3ª síntese (17 alimentadores)
em 5,85 GHz

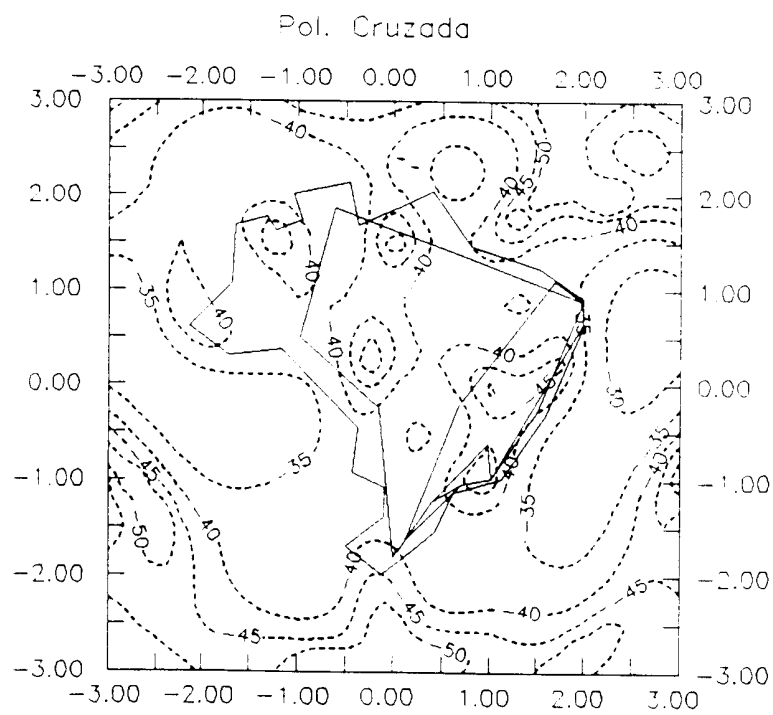
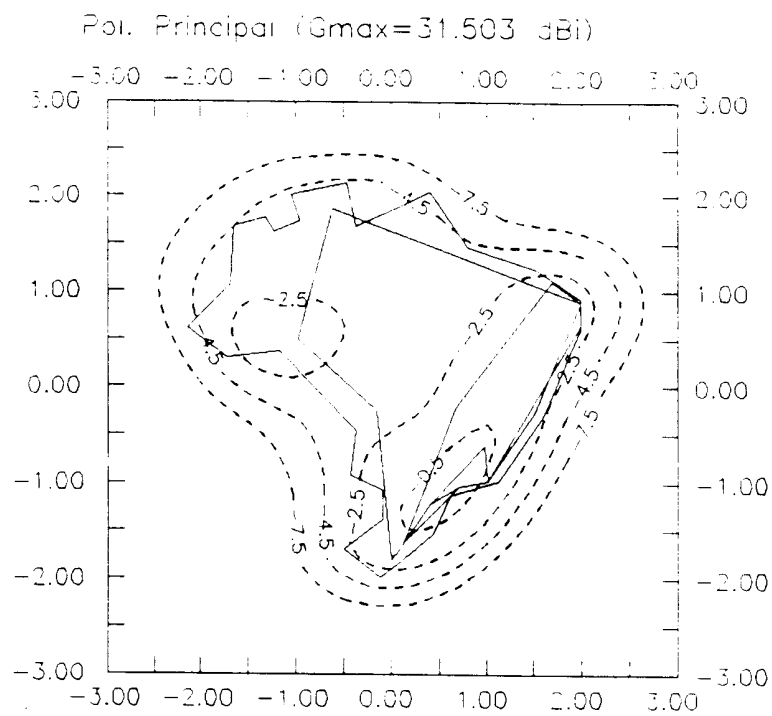


Fig. 6.29 - Diagramas da 3ª síntese (17 alimentadores)
em 6,15 GHz

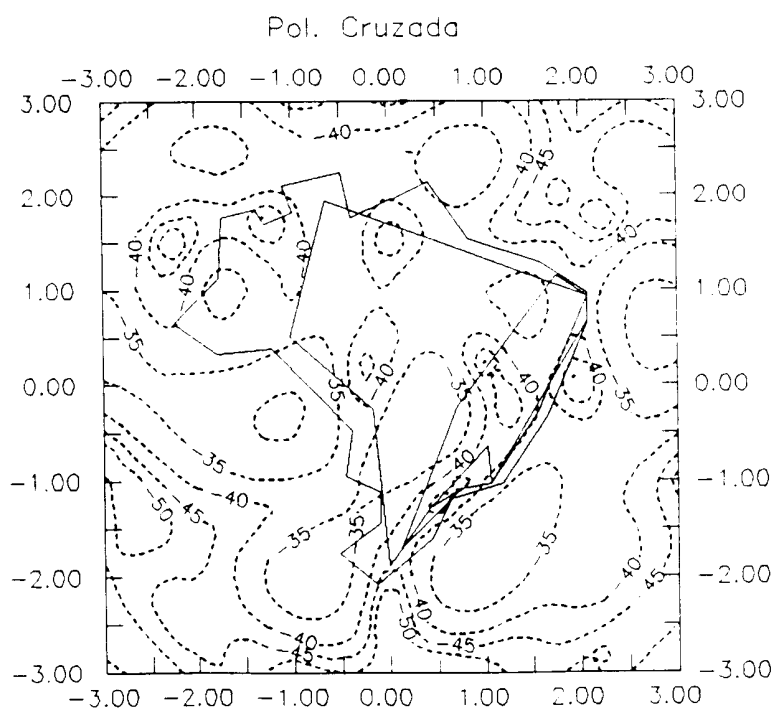
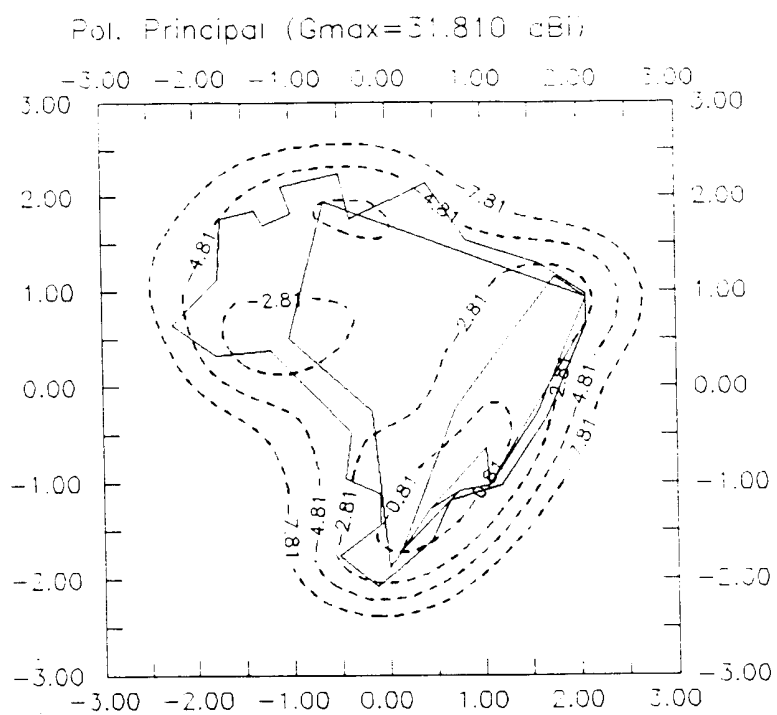


Fig. 6.30 - Diagramas da 3ª síntese (17 alimentadores)
em 6,425 GHz

Alimentador	Incidente (α_m)	Refletido (β_m)
1	1.0000+j0.0000	-0.0223-j0.0583
2	1.3211+j0.1258	0.0154-j0.0587
3	0.8451+j0.2641	0.0327-j0.0715
4	0.2068+j1.2416	0.0667+j0.0417
5	0.4667+j1.0116	0.0620-j0.0275
6	-0.0130+j1.6855	0.1350-j0.0279
7	1.1313+j0.8487	0.0612-j0.0553
8	0.4330+j1.3520	0.0565+j0.0560
9	-1.0417+j1.3095	0.1058+j0.0928
10	0.2846+j0.9933	0.0500-j0.0550
11	-0.5670+j1.2298	0.0986+j0.0377
12	-0.7328+j1.3422	0.0319+j0.0591
13	0.0040+j1.0123	0.0246-j0.0241
14	0.1238+j1.6595	0.0646-j0.0631
15	-1.3214+j1.1636	0.1387+j0.1058
16	-1.5740+j0.3570	0.0456+j0.1072
17	-1.5259+j0.4945	0.0200+j0.1113

Tabela 6.9 - Coeficientes do modo TE01
na 3^a síntese com 17 alimentadores

mostrando que a redistribuição dos feixes evitou uma sobrecarga no responsável por esta região, como a que acontecia nas sínteses com 13 alimentadores.

6.7 - Comparação de resultados para expansões modais diferentes:

Nesta seção vamos aproveitar os resultados da primeira síntese realizada para 13 alimentadores em 6,15 GHz para estudar os efeitos causados nos diagramas de radiação quando diferentes expansões modais dos campos nas aberturas dos alimentadores são utilizadas. As excitações são as mesmas encontradas pela síntese e apresentadas na Tabela 6.2. No primeiro exemplo utilizaremos apenas o modo excitado TE01 na representação dos campos nas aberturas e no segundo utilizaremos os quatro primeiros modos (TE10,01,11 e TM11). Foi tentada a utilização de 24 modos, conforme apresentado no capítulo 3 deste trabalho, mas as dimensões das matrizes a serem utilizadas pelo programa de computador que calcula a matriz de acoplamento mútuo foram de tal ordem que não houve possibilidade do programa ser executado nos equipamentos à nossa disposição. Os diagramas para o caso com apenas 1 modo são apresentados na Figura 6.31 e os do caso com 4 modos na Figura 6.32. Comparando com os diagramas da primeira síntese com 13 alimentadores (Figura 6.7) percebemos que não existem diferenças muito significativas entre os diagramas de polarização principal. Porém, as diferenças tornam-se mais nítidas quando comparamos os diagramas de polarização cruzada, de onde podemos observar, além das mudanças causadas no formato destes diagramas, uma elevação em seus níveis à medida em que mais modos de ordens superiores são utilizados nas aberturas dos alimentadores.

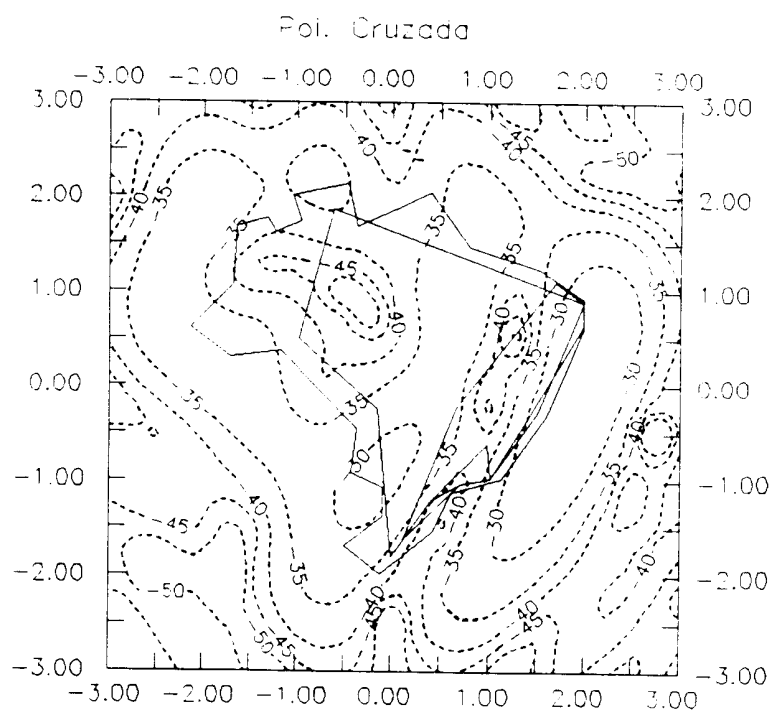
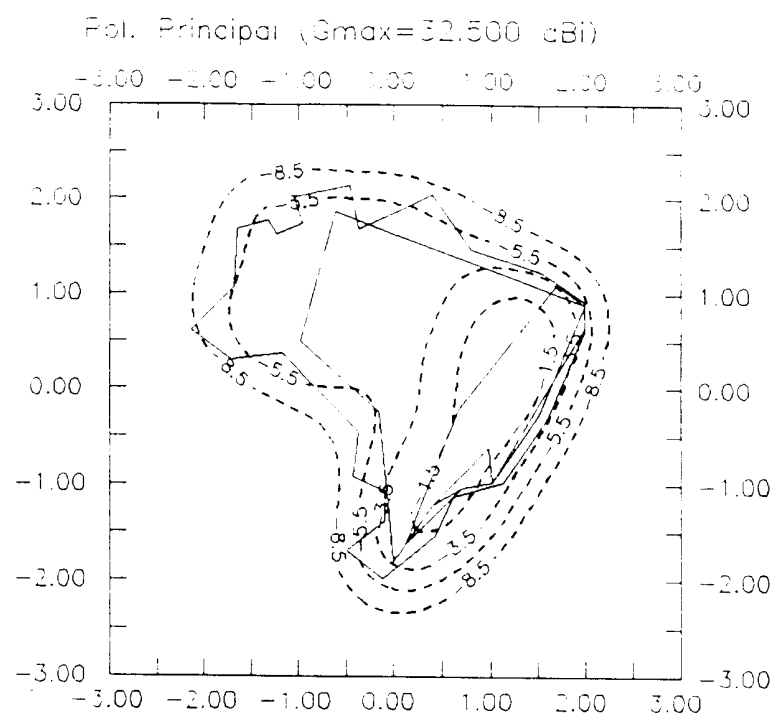


Fig. 6.31 - Diagramas do caso com 1 modo

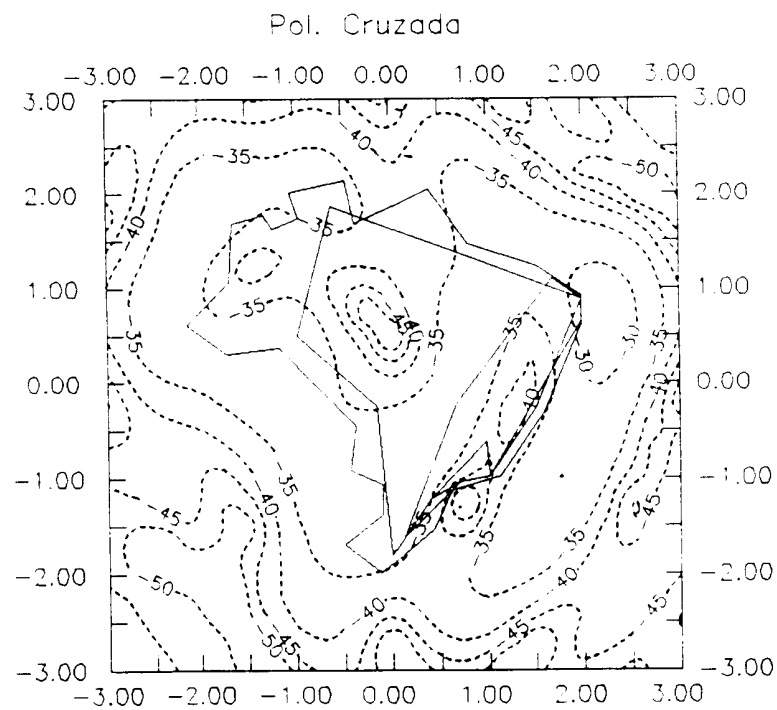
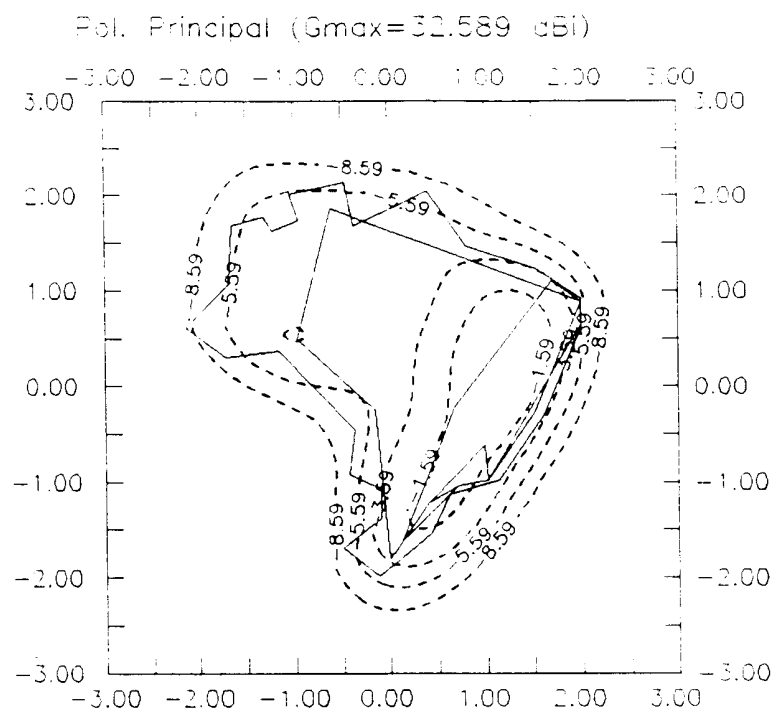


Fig. 6.32 - Diagramas do caso com 4 modos

Alimentador	1 modo	4 modos	síntese(12 modos)
1	-0.0153-j0.0124	-0.0188-j0.0085	-0.0218-j0.0398
2	0.0187-j0.0058	0.0221-j0.0049	0.0519-j0.0331
3	0.0078-j0.0236	0.0068-j0.0186	0.0317-j0.0454
4	0.0243+j0.0092	0.0217+j0.0023	0.0619+j0.0414
5	-0.0092+j0.0259	-0.0310+j0.0343	0.0029+j0.0545
6	0.0002+j0.0098	-0.0011+j0.0153	0.0409+j0.0308
7	0.0169+j0.0031	0.0146+j0.0046	0.0378+j0.0046
8	0.0052+j0.0050	0.0051-j0.0010	0.0022+j0.0068
9	0.0035-j0.0064	0.0020-j0.0119	0.0296-j0.0069
10	-0.0064+j0.0574	-0.0034+j0.0550	-0.0243+j0.1021
11	0.0115-j0.0112	0.0118-j0.0174	0.0417-j0.0271
12	0.0090+j0.0715	0.0131+j0.0703	0.0199+j0.0978
13	-0.0045+j0.0597	0.0065+j0.0569	-0.0195+j0.0722

Tabela 6.10 - Coeficientes dos modos TE01 refletidos (β_m).

Na Tabela 6.10 são apresentados os coeficientes dos modos TE01 refletidos em cada uma das 13 aberturas, tanto para a primeira síntese com 13 alimentadores como para estes dois casos (os coeficientes incidentes excitados são os da Tabela 6.2). As perdas de retorno calculadas são de 0,1% para a expansão com 1 modo e de 1% para a de 4 modos, menores que as obtidas na síntese, que foram de 1,7%. Podemos concluir que a inclusão de modos superiores afeta significativamente o cálculo das perdas de retorno, indicando a necessidade do uso dos

mesmos. Infelizmente não pôde ser realizado o caso com os 24 modos propostos no início desta seção, de onde poderíamos observar se a convergência foi alcançada satisfatoriamente ou não para os 12 modos da síntese.

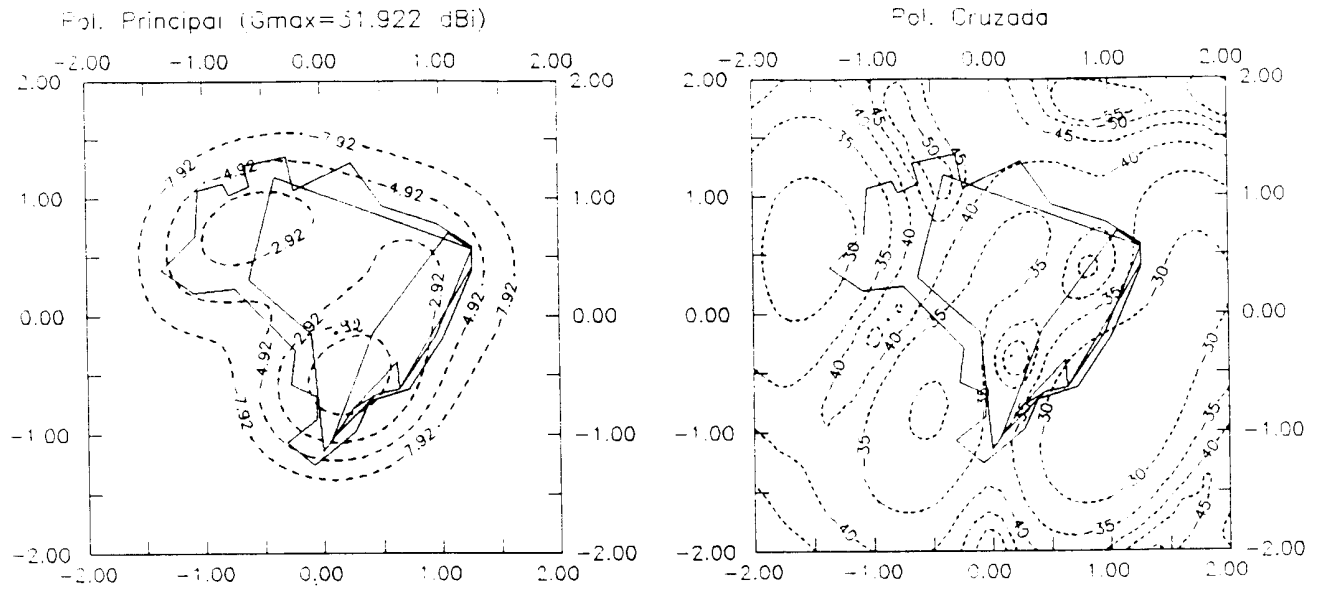
6.8 - Comparação de resultados para a utilização da formulação assintótica para aberturas distantes entre si:

Em todas as sínteses realizadas neste capítulo foram utilizadas as expressões integrais para o cálculo dos elementos da matriz de acoplamento mútuo, apresentadas no capítulo 2. Nenhuma aproximação assintótica foi adotada a fim de dedicarmos nossa atenção exclusivamente ao processo de síntese. Uma vez conhecidos os resultados finais das sínteses, vamos agora comparar os casos mais significativos com resultados obtidos ao utilizarmos a formulação assintótica da seção 2.6. Alguns resultados apresentados na seção 2.6.1 indicam a possibilidade de que para aberturas da ordem de 1λ de lado uma distância de aproximadamente 1λ entre aberturas é suficiente para que esta aproximação possa ser utilizada com algum sucesso. Os exemplos a serem apresentados a seguir mostram que a utilização da formulação assintótica é de grande utilidade no projeto e análise de sistemas compostos por um conjunto com um grande número de alimentadores.

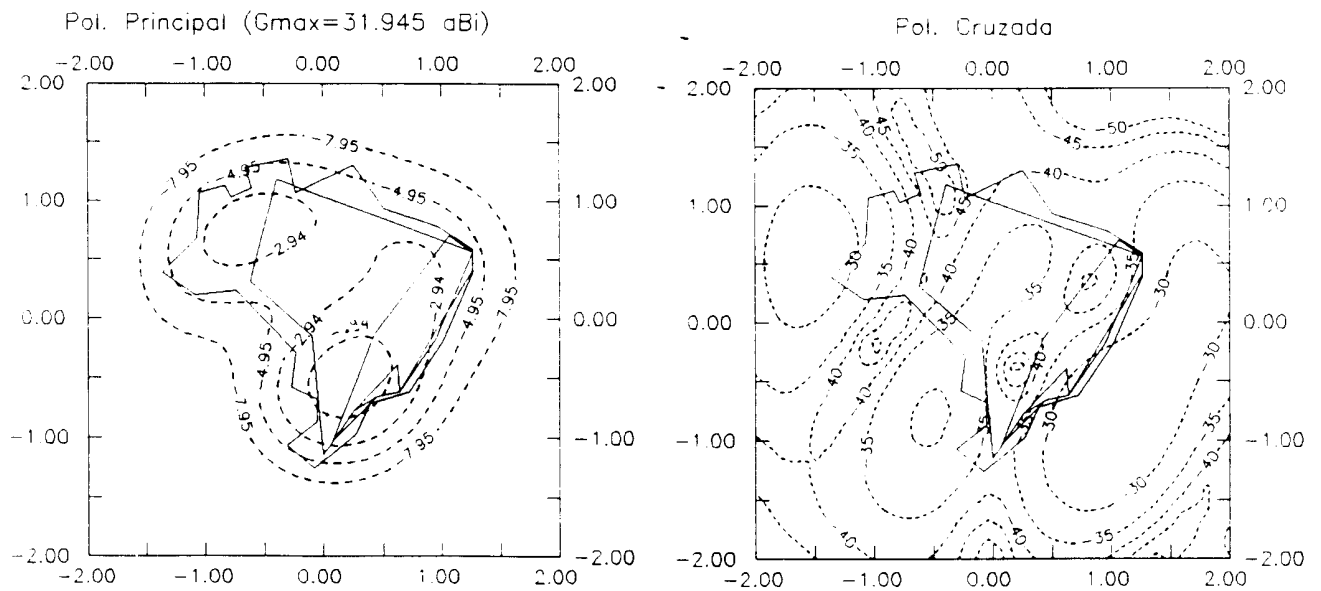
Nesta comparação vamos utilizar os casos das 2ª (em 3,9 GHz) e 3ª (em 6,15 GHz) sínteses para 17 alimentadores (seções 6.6.2 e 6.6.3, respectivamente). Na 2ª síntese as dimensões das

aberturas dos alimentadores são da ordem de $0,6\lambda$ e na 3ª síntese, da ordem de 1λ . Logo, baseados nos resultados da seção 2.6.1, vamos utilizar a formulação assintótica para todos os acoplamentos entre aberturas que não forem adjacentes entre si, usando os mesmos 12 modos utilizados nas sínteses anteriores. Será estudado um caso utilizando a expansão dada pela equação (2.56) apenas com os termos de ordem até $1/R_{ij}^2$ (que será chamado de E.A.1) e outro utilizando a expansão toda (ordem até $1/R_{ij}^3$ e que será chamado de E.A.2).

Para o caso da 2ª síntese com 17 alimentadores, os diagramas são apresentados pela Figura 6.33a para E.A.1 e pela Figura 6.33b para E.A.2. Comparando com os diagramas da Figura 6.25 podemos verificar que as curvas obtidas são muito semelhantes entre si, mesmo para os diagramas de polarização cruzada. Porém, um estudo mais rigoroso é feito através das Figuras 6.34a,b, onde aparecem, respectivamente, os diagramas da diferença entre os módulos quadrados dos campos da formulação integral e da E.A.1 e E.A.2. (todos os valores estão normalizados em relação ao ganho máximo da síntese original apresentado na Figura 6.25 e que é de, aproximadamente, 32 dBi). Para a polarização principal, as discrepâncias máximas da ordem de 12 dBi (32 dBi da referência menos os 20 dB máximos dos diagramas da Figura 6.33) não são significativas perto dos 24 dBi especificados. No entanto, para a polarização cruzada observa-se que próximo à região Sudeste temos discrepâncias da ordem de -4 dBi (32 dBi menos 36 dB) para a E.A.1 e de -13 dBi (32 dBi menos 45 dB) para a E.A.2. Nesta região, especificando um isolamento entre polarizações da ordem de 33 dB, devemos ter

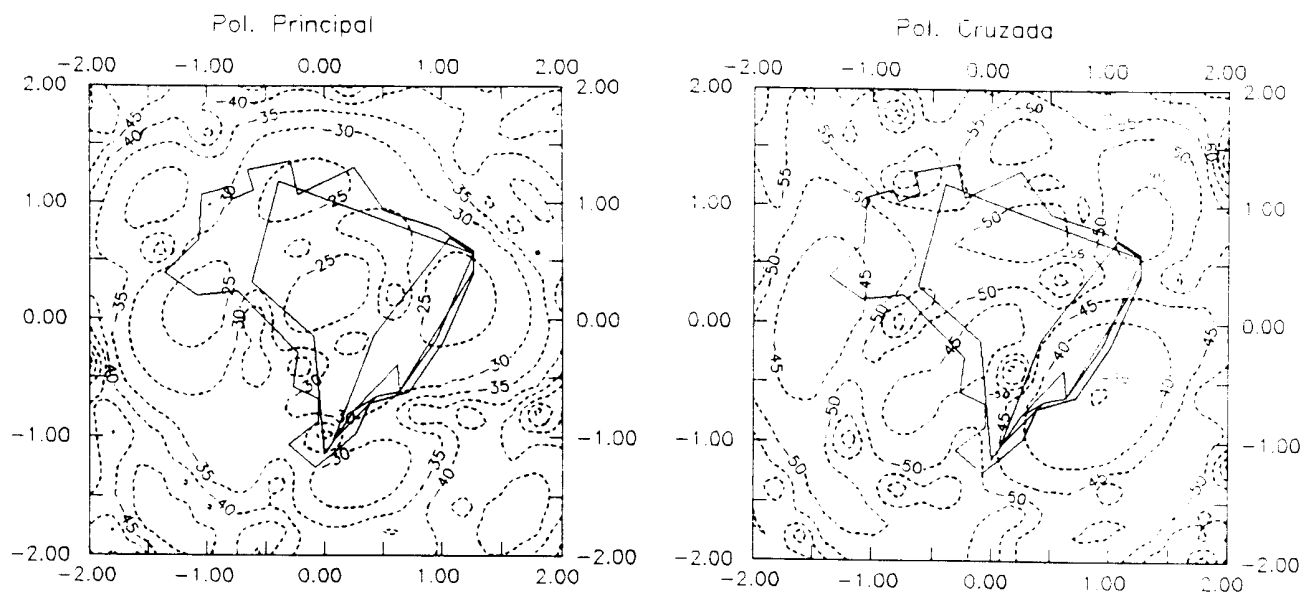


(a) E.A.1

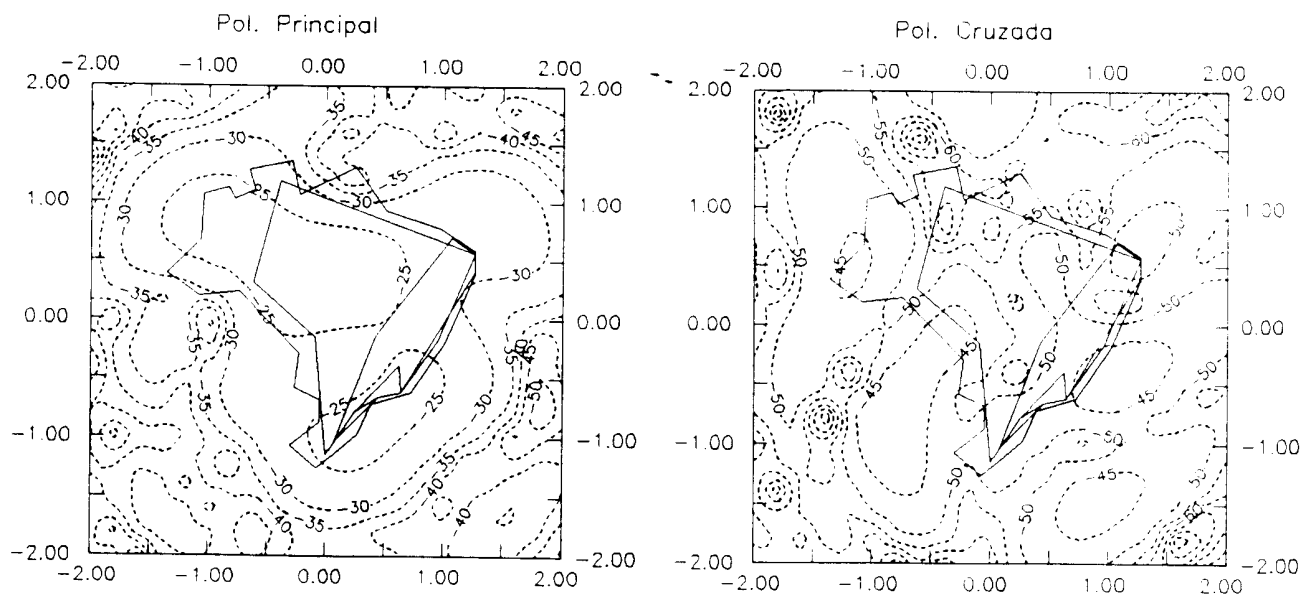


(b) E.A.2

Fig. 6.33 - Diagramas dos casos E.A.1 e E.A.2 (3,9 GHz)



(a) Formulação integral e E.A.1



(b) Formulação integral e E.A.2

Fig. 6.34 - Diferença entre campos

a componente cruzada em torno de -4 dBi, de forma que o erro dado pela E.A.1 é da ordem do valor desejado, tornando a E.A.1 pouco confiável na determinação de níveis de polarização cruzada muito reduzidos. O mesmo não ocorre para a E.A.2.

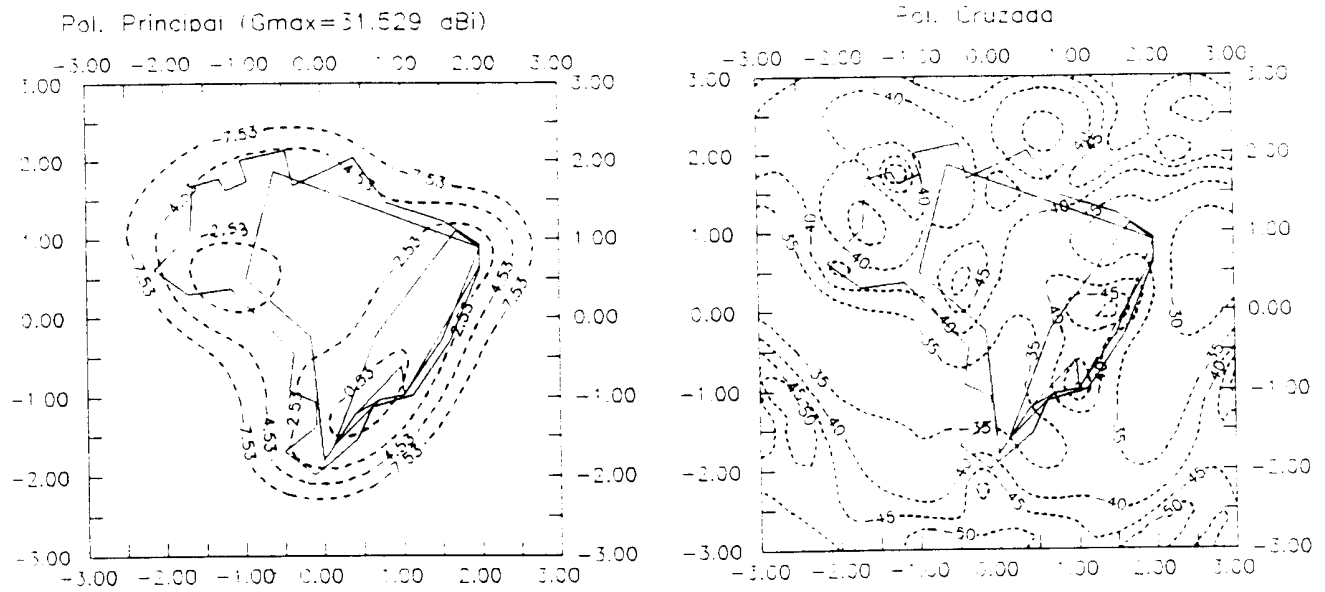
Alimentador	Coeficiente do Modo TE01 Refletido (β_m)		
	Integral	Exp.As. ($1/R_{ij}^2$)	Exp.As. ($1/R_{ij}^3$)
1	-0.1266-j0.0033	-0.1301-j0.0035	-0.1278-j0.0006
2	-0.1240+j0.1182	-0.1264+j0.1127	-0.1238+j0.1174
3	-0.0650+j0.0910	-0.0705+j0.0798	-0.0668+j0.0909
4	-0.0747+j0.0299	-0.0836+j0.0233	-0.0772+j0.0293
5	-0.2030+j0.3503	-0.1871+j0.3515	-0.2014+j0.3483
6	-0.1451-j0.0706	-0.1470-j0.0873	-0.1492-j0.0757
7	-0.0764+j0.1919	-0.0755-j0.2029	-0.0743+j0.1925
8	-0.1009-j0.0961	-0.0980-j0.1043	-0.1030-j0.0985
9	-0.1514-j0.0374	-0.1500-j0.0279	-0.1488-j0.0366
10	-0.1939-j0.0153	-0.1993-j0.0281	-0.1959-j0.0181
11	-0.1467-j0.1045	-0.1399-j0.1055	-0.1450-j0.1054
12	-0.2239-j0.0835	-0.2346-j0.0767	-0.2262-j0.0815
13	0.1037-j0.1587	0.1060-j0.1532	0.1080-j0.1542
14	-0.2233-j0.3825	-0.2250-j0.3925	-0.2230-j0.3855
15	0.0988-j0.0239	0.0980-j0.0283	0.1007-j0.0234
16	-0.0314-j0.0045	-0.0313-j0.0031	-0.0318-j0.0039
17	0.0862-j0.1124	0.0998-j0.1139	0.0887-j0.1137

Tabela 6.11 - Coeficientes do modo TE01: 2ª síntese com 17 alimentadores (expressões integral e assintóticas)

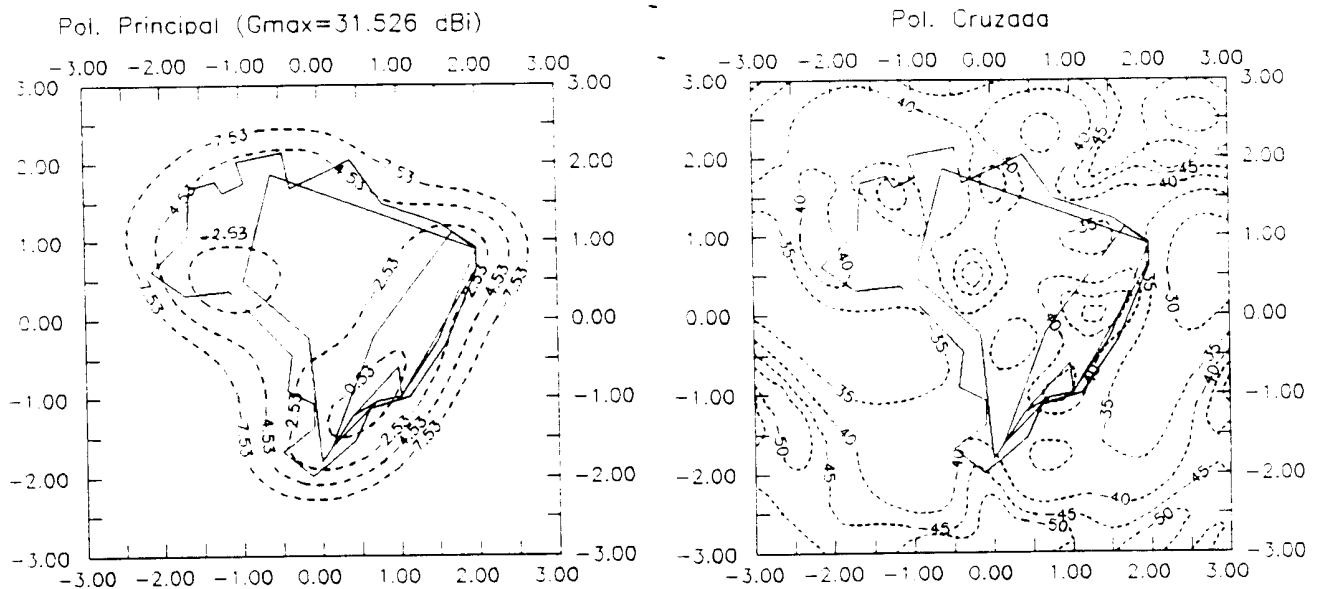
Na Tabela 6.11 são apresentados os coeficientes dos modos TE01 refletidos (os incidentes são os mesmos da 2ª síntese com 17 alimentadores) para o caso da formulação integral (em 3,9 GHz) e para os da formulação assintótica. Dela podemos observar que os coeficientes fornecidos pelo caso E.A.2 apresentam discrepâncias menores que as do caso E.A.1, quando comparados com os coeficientes da formulação integral.

A grande vantagem desta formulação fica evidente quando comparamos os tempos computacionais gastos para o cálculo da matriz de acoplamento (para um IBM 4381): 4369 segundos utilizando as integrações numéricas, 1391 segundos utilizando a formulação E.A.1, e 1419 segundos utilizando a formulação E.A.2. Estes resultados e a pequena diferença no tempo de computação entre E.A.1 e E.A.2 indicam a grande utilidade da formulação assintótica E.A.2 para o cálculo da matriz de acoplamento mútuo do sistema.

Para o caso da 3ª síntese com 17 alimentadores, os diagramas são apresentados pela Figura 6.35a para E.A.1 e pela Figura 6.35b para E.A.2. Comparando com os diagramas da Figura 6.29 podemos verificar que as diferenças entre os resultados são mínimas. Na Figura 6.36a,b aparecem os diagramas da diferença entre os módulos dos campos da formulação integral e de E.A.1 e E.A.2, respectivamente, onde todos os valores estão normalizados em relação ao ganho máximo da síntese original apresentado na Figura 6.29. Destes diagramas observamos a excelente concordância entre ambos os casos para as duas polarizações. Na Tabela 6.12 são apresentados os coeficientes

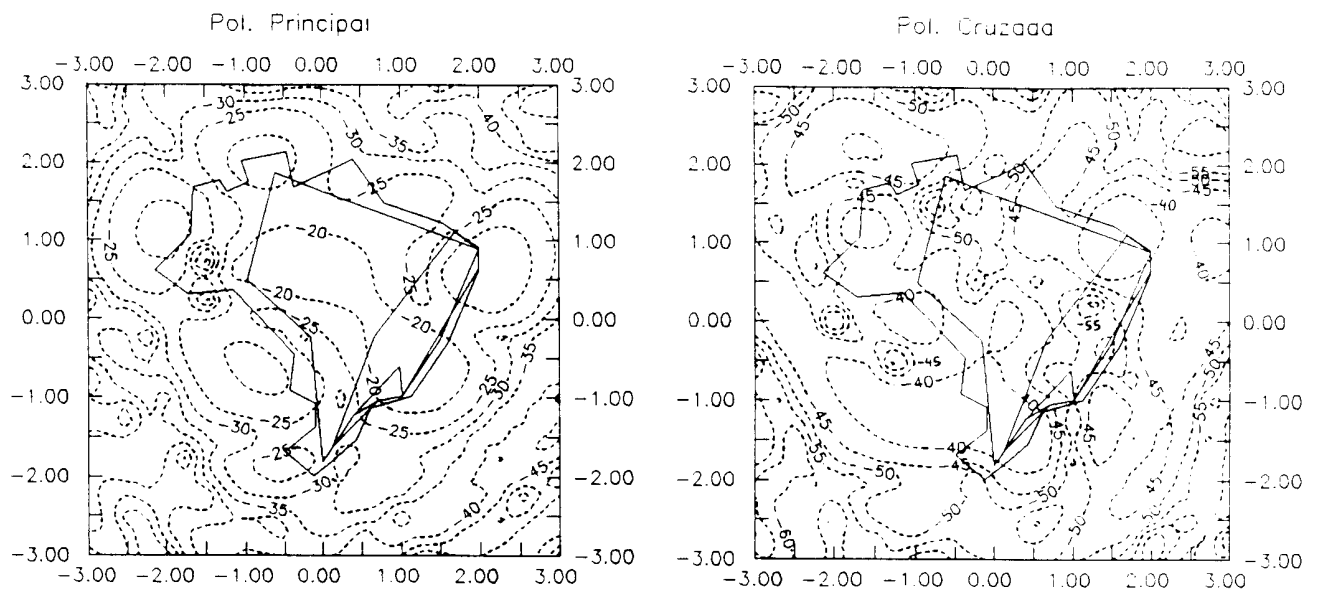


(a) E.A.1

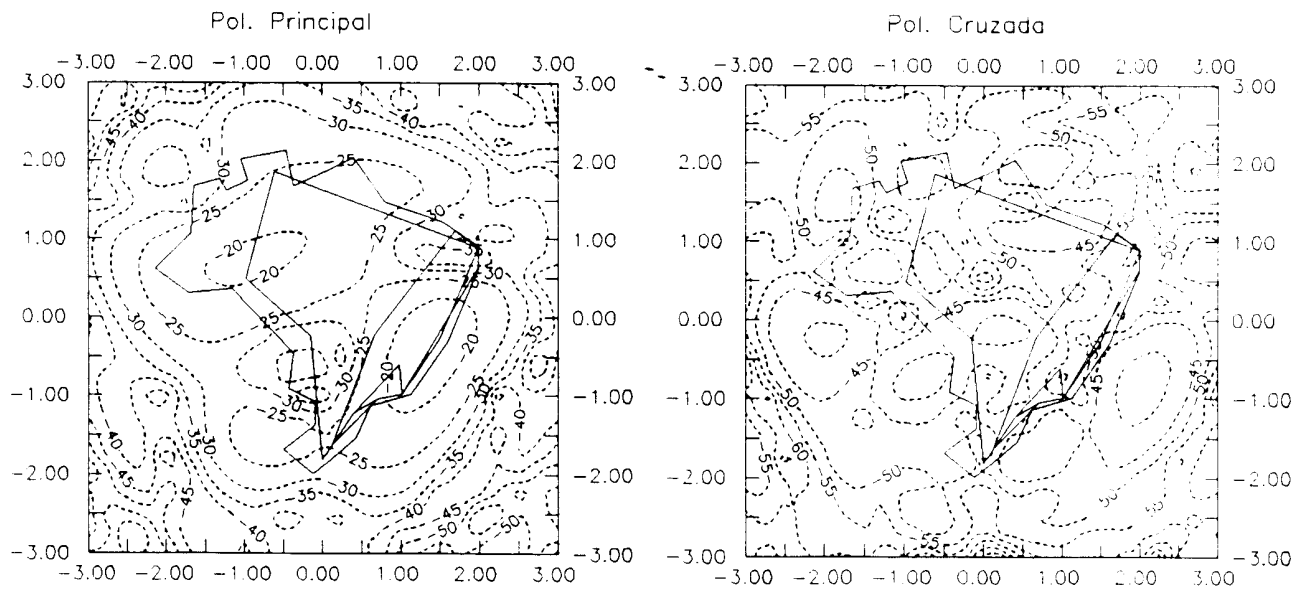


(b) E.A.2

Fig. 6.35 - Diagramas dos casos E.A.1 e E.A.2 (6,15 GHz)



(a) Formulação integral e E.A.1



(b) Formulação integral e E.A.2

Fig. 6.36 - Diferença entre campos

Alimentador	Coeficiente do Modo TE01 Refletido (β_m)		
	Integral	Exp.As. ($1/R_{1j}^2$)	Exp.As. ($1/R_{1j}^3$)
1	-0.0223-j0.0583	-0.0213-j0.0471	-0.0189-j0.0578
2	0.0154-j0.0587	0.0208-j0.0503	0.0160-j0.0568
3	0.0327-j0.0715	0.0422-j0.0617	0.0368-j0.0734
4	0.0667+j0.0417	0.0657+j0.0529	0.0670+j0.0458
5	0.0620-j0.0275	0.0811-j0.0183	0.0682-j0.0320
6	0.1350-j0.0279	0.1465-j0.0231	0.1373-j0.0284
7	0.0612-j0.0553	0.0647-j0.0385	0.0652-j0.0494
8	0.0565+j0.0560	0.0431+j0.0690	0.0534+j0.0659
9	0.1058+j0.0928	0.1043+j0.1035	0.1037+j0.0956
10	0.0500-j0.0550	0.0620-j0.0433	0.0522-j0.0558
11	0.0986+j0.0377	0.1117+j0.0516	0.1024+j0.0324
12	0.0319+j0.0591	0.0254+j0.0781	0.0360+j0.0613
13	0.0246-j0.0241	0.0200-j0.0133	0.0292-j0.0214
14	0.0646-j0.0631	0.0661-j0.0582	0.0641-j0.0639
15	0.1387+j0.1058	0.1532+j0.1100	0.1395+j0.1022
16	0.0456+j0.1072	0.0497+j0.1168	0.0472+j0.1070
17	0.0200+j0.1113	0.0186+j0.1248	0.0264+j0.1114

Tabela 6.12 - Coeficientes do modo TE01: 3ª síntese com 17 alimentadores (expressões integral e assintóticas)

dos modos TE01 refletidos (os incidentes são os mesmos da 3ª síntese com 17 alimentadores) para o caso da formulação integral (são os mesmos da Tabela 6.9) e dos dois casos utilizando a formulação assintótica. Dela podemos observar que

os coeficientes fornecidos pelo caso E.A.2 apresentam discrepâncias menores que as fornecidas pelo caso E.A.1, quando comparados com os coeficientes da formulação integral.

Mais uma vez, a diferença entre os tempos de computação é grande (para um IBM 4381): 4450 segundos utilizando as integrações numéricas, 1450 segundos utilizando a formulação E.A.1, e 1460 segundos utilizando a formulação E.A.2. Verifica-se novamente que o tempo gasto pela E.A.2 é da ordem do gasto pela E.A.1.

Quanto à razão entre os tempos de computador gastos pelas formulações assintótica e integral, um rápido cálculo nos mostra que o número de integrações duplas para a assintótica é proporcional à $6N$ (supondo uma média de 6 elementos adjacentes por elemento) e à $N(N-1)$ para a integral, onde N é o número de aberturas. Supondo desprezíveis os tempos com os cálculos das integrações simples, da formulação assintótica e da inversão da matriz $[C_{mn}^{ij}]$, a razão entre tempos será de:

$$\frac{\text{Tempo (assintótica)}}{\text{Tempo (integral)}} = \frac{6}{N-1} \quad (6.11)$$

Esta fórmula fornece melhores resultados à medida em que o valor de N aumenta. No presente caso temos $N=17$, de forma que o tempo gasto pela formulação integral deve ser, aproximadamente, três vezes maior que o gasto pela assintótica, o que é confirmado pelos resultados anteriores. A equação (6.11) é o exemplo concreto da grande utilidade da formulação assintótica.

CAPÍTULO 7 - SISTEMA DE REFLETOR MODELADO ILUMINADO POR
UM PEQUENO CONJUNTO DE ALIMENTADORES

7.1 - Introdução:

No capítulo anterior, a configuração da antena considerada era composta de um refletor parabólico "offset" iluminado por um conjunto de alimentadores, sendo as excitações dos elementos sintetizadas para a obtenção da conformação do feixe radiado. No presente capítulo consideraremos um sistema onde o refletor será modelado de forma a atender as especificações de polarização principal, como descrito na Referência [41]. A fim de reduzirmos os níveis de polarização cruzada introduzidos pela assimetria deste sistema, será usado um pequeno conjunto de alimentadores. Para este estudo utilizaremos novamente as especificações do projeto BRASILSAT2 compostas apenas pelos contornos de 24 e 27 dBi, conforme foi visto na seção 6.2. A síntese será realizada para o enlace de subida (5,85 GHz até 6,425 GHz), em sua frequência central (6,15 GHz).

Observou-se que a excitação de um único modo em cada elemento era insuficiente para atender as especificações de isolamento entre polarizações na região central do Brasil. Como alternativa, duas excitações (modos TE_{01,10}) foram utilizadas em todos os alimentadores. Os campos nas aberturas destes alimentadores foram tratados utilizando-se a teoria de acoplamento mútuo apresentada no capítulo 2.

7.2 - Geometria do sistema:

7.2.1 - Refletor:

O refletor utilizado é representado pela combinação de uma cônica com uma série de Fourier da seguinte forma:

$$Z(x,y) = P_0 + P_1x + P_2y + P_3x^2 + P_4y^2 + P_5xy +$$

$$+ \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N P_{kl} f_k(xn) f_l(yn) \quad (7.1)$$

onde:

$$f_i(\alpha) = \text{sen}[(i \text{ div } 2)\alpha + (i \text{ mod } 2)\pi/2] \quad (7.2)$$

onde $(i \text{ div } 2)$ é a parte inteira da divisão $i/2$ e $(i \text{ mod } 2)$ o seu resto. As variáveis normalizadas xn e yn são dadas por:

$$xn = \frac{\pi(x-xc)}{D} \quad ; \quad yn = \frac{\pi(y-yc)}{D} \quad (7.3)$$

onde xc, yc são as coordenadas do centro da abertura do refletor e D é o seu diâmetro, parâmetros estes definidos em relação ao parabolóide inicial que serve de ponto de partida para o modelamento. Quando nos referirmos à série de Fourier que representa o refletor utilizaremos a notação $M \times N$.

O modelamento do refletor segue os passos apresentados na Referência [41], similar ao algoritmo apresentado na seção

6.4.1, onde os coeficientes a serem otimizados são os P_i ($i=1,\dots,5$) da cônica e os P_{kl} da série de Fourier. Como a série de Fourier também apresenta um termo constante, o coeficiente P_0 é fixo durante a síntese (igual ao foco do parabolóide inicial).

7.2.2 - Alimentadores:

O conjunto de alimentadores utilizado é constituído por 5 cornetas piramidais (seção 2.7), cujas geometrias são apresentadas através da Figura 7.1 e das Tabelas 7.1 e 7.2. As dimensões das gargantas (tanto no alimentador central como nos laterais) são tais que os modos $TE_{01,10}$ propagam-se na frequência de 3,625 GHz (a menor da banda de operação). A abertura da corneta central é tal que o nível de atenuação na borda do refletor é de, aproximadamente, -9,1 dB para a frequência de 5,85 GHz, -10 dB em 6,15 GHz e -10,8 dB em 6,425 GHz (capítulo 5), supondo um refletor parabólico igual ao utilizado no capítulo anterior e que servirá de ponto de partida para o modelamento. Para a frequência de 3,625 GHz esta atenuação sobe para -3,9 dB. As dimensões e posições das aberturas das cornetas laterais serão descritas adiante.

Alimentador	Garganta		Abertura		L (mm)
	A (mm)	B (mm)	a (mm)	b (mm)	
1	45,00	55,2	75,0	92,0	146,3
2-5	65,625	45,0	70,0	48,0	146,3

Tabela 7.1 - Dimensões das cornetas.

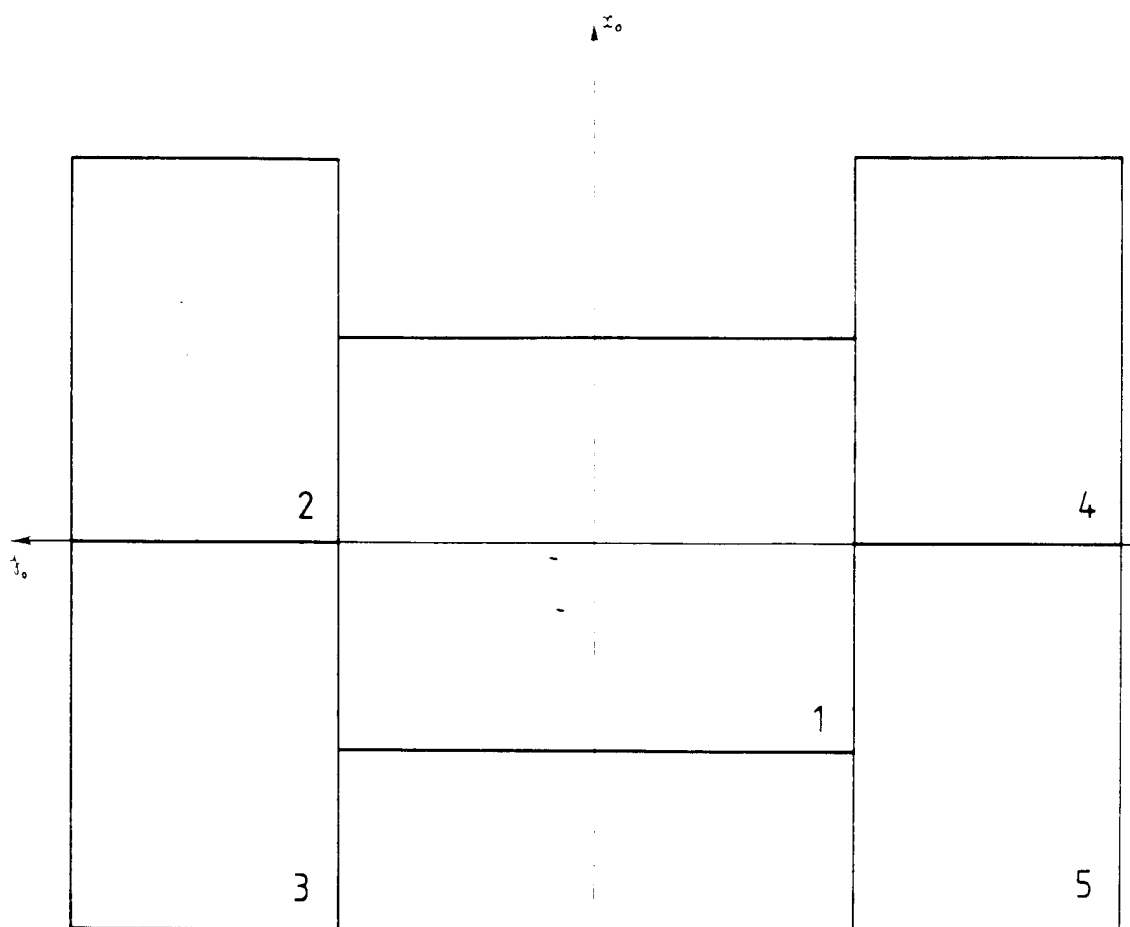


Fig. 7.1 - Geometria das aberturas no plano x_0, y_0 .

Alimentador	x_1 (mm)	y_1 (mm)
1	-37,5	-46,0
2	0,0	46,0
3	-70,0	46,0
4	0,0	-94,0
5	-70,0	-94,0

Tabela 7.2 - Coordenadas das aberturas

7.3 - Passos da síntese:

A síntese do sistema (refletor modelado + excitações dos alimentadores) foi realizada em várias etapas, onde, em cada uma, ou era modelado o refletor ou eram sintetizadas novas excitações. Todos os passos foram realizados para a frequência de 6,15 GHz.

De sínteses anteriores [41] observa-se que utilizando apenas um alimentador iluminando um refletor modelado pode-se obter as especificações de polarização principal sobre o território brasileiro. O passo inicial da síntese foi a obtenção de um refletor modelado que, iluminado apenas pelo alimentador central (excitado apenas pelo modo TE₀₁), atendesse as especificações impostas pelos contornos de 24 e 27 dBi (seção 6.2). Não foi especificado isolamento entre polarizações. Como refletor inicial foi utilizado o parabolóide

das sínteses realizadas no capítulo 6. O número de coeficientes da série de Fourier utilizada na representação do refletor foi de 7×7 . Os diagramas obtidos ao fim deste passo são apresentados pela Figura 7.2, de onde podemos observar que, embora sejam satisfeitas as especificações para a componente principal, a antena apresenta níveis de polarização cruzada da ordem de -21 dB.

A fim de reduzir os níveis de polarização cruzada foram introduzidos mais 4 alimentadores em torno do central. Suas geometrias de abertura (seção 7.2.2) foram determinadas a partir da formulação do capítulo 4, supondo como refletor o parabolóide inicial e fazendo com que os feixes produzidos por estes alimentadores (excitados apenas pelo modo TE₁₀) iluminassem as regiões de máximos da polarização cruzada (Figura 7.2). Após a determinação das excitações destes 4 elementos observou-se um máximo nos níveis de polarização cruzada na região central do Brasil (da ordem de -25 dB para um ganho máximo de, aproximadamente, 31 dBi), onde a principal contribuição é dada pelo alimentador central. Logo, a partir deste passo foram utilizados os 5 alimentadores, todos excitados pelos modos TE₀₁ e TE₁₀. Mantendo fixo o refletor modelado encontrado anteriormente, as 10 excitações foram sintetizadas da mesma forma que no capítulo 6 (uma delas é fixa como referência). A grade no campo distante é análoga à utilizada na terceira síntese com 17 alimentadores (Figura 6.27). A especificação para o isolamento entre polarizações foi de $G_{Cr}^E = 33$ dB com $\Delta = 0,1$. Os diagramas obtidos são mostrados na Figura 7.3, de onde observamos que apesar dos níveis de

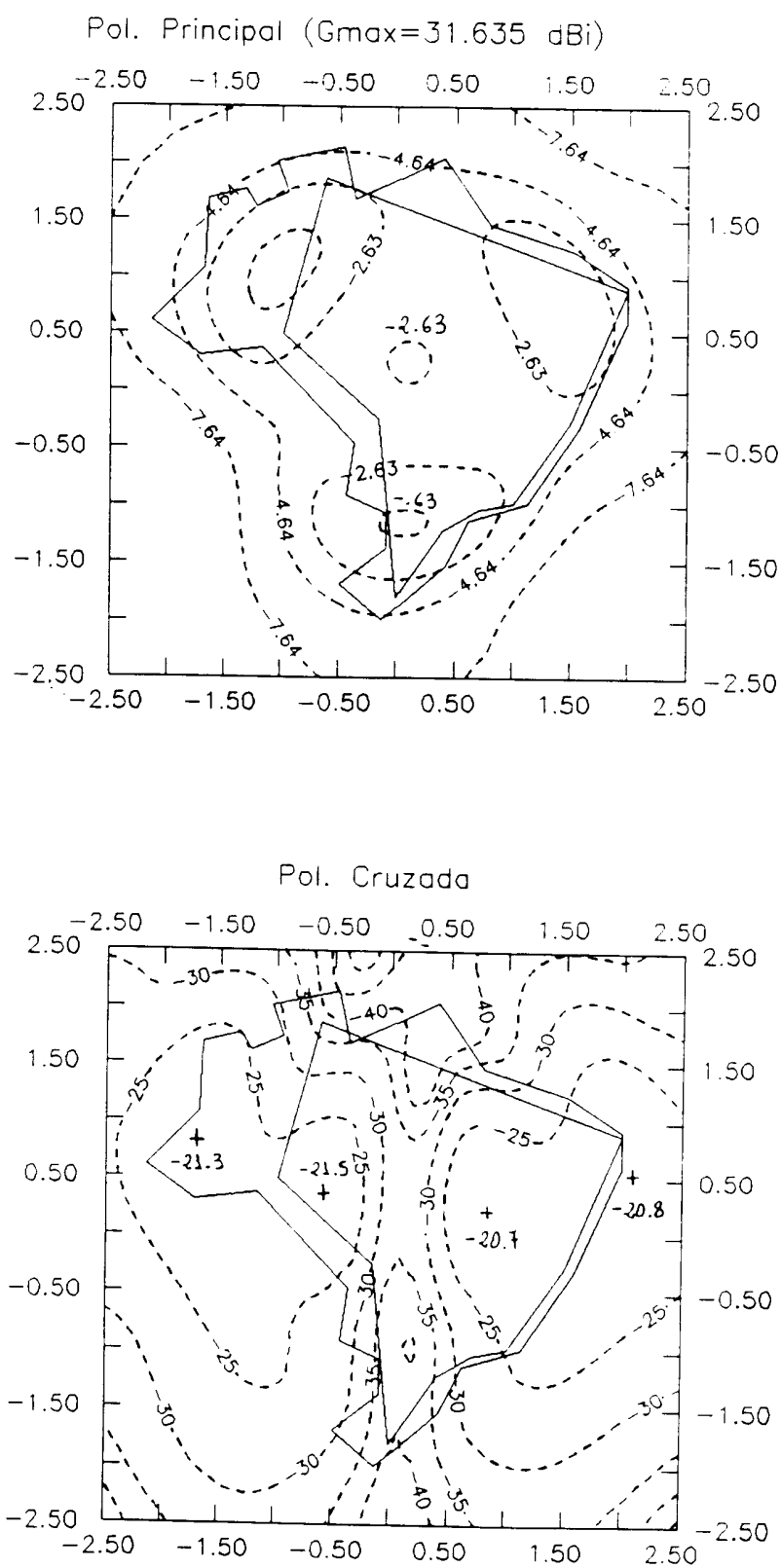


Fig. 7.2 - Diagramas do primeiro passo (6,15 GHz)

polarização cruzada terem diminuído significativamente, as especificações para o contorno de 27 dBi não foram plenamente satisfeitas.

Em uma nova etapa, o refletor foi novamente modelado tomando-se o refletor anterior como ponto de partida para a otimização (Fourier com 7×7 coeficientes) e mantendo-se fixas as excitações encontradas. Não foi especificado isolamento entre polarizações. Os diagramas resultantes são apresentados na Figura 7.4a, de onde observamos que os resultados para a polarização principal são satisfatórios, com exceção de um mínimo que aparece na região Centro-Oeste. Do diagrama de polarização cruzada observa-se que o modelamento do refletor pouco alterou seus níveis em relação aos da etapa anterior.

A fim de aumentar o número de graus de liberdade do processo de otimização, o refletor foi novamente modelado utilizando-se, agora, uma série de Fourier com 9×9 coeficientes. Nesta etapa foi especificado um isolamento de 33 dB entre polarizações com um peso $\Delta=0,1$, análogo ao usado nas sínteses das excitações. Os diagramas resultantes são mostrados pela Figura 7.4b, de onde observamos que não houve alterações significativas para a polarização principal. Porém, os níveis da cruzada foram reduzidos em até 5 dB em alguns pontos, com um máximo de -27 dB próximo ao litoral nordeste.

O passo final foi o de manter o refletor modelado fixo e novamente sintetizar as excitações dos 5 alimentadores. A grade é a mesma utilizada na síntese do segundo passo, só que agora

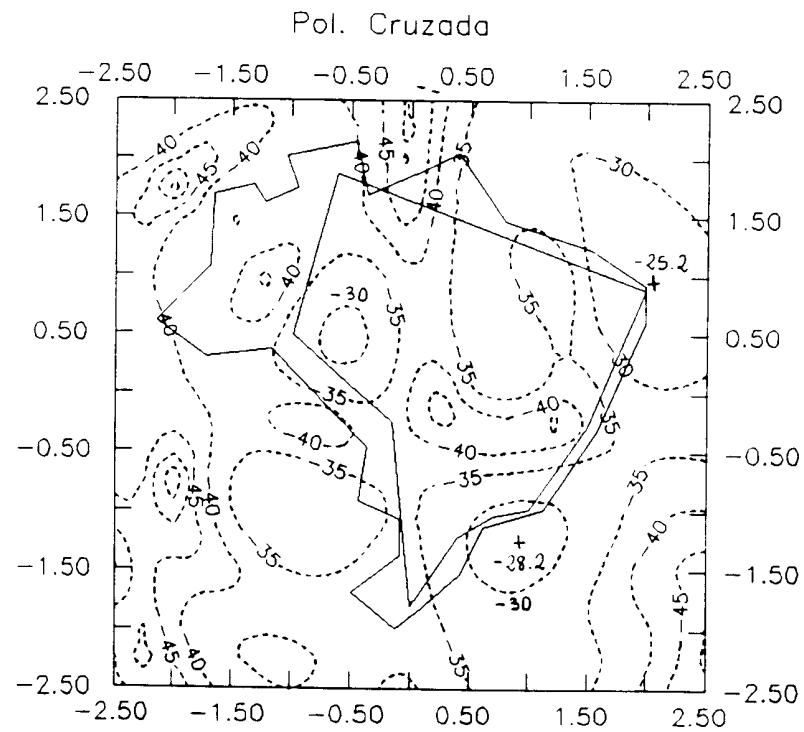
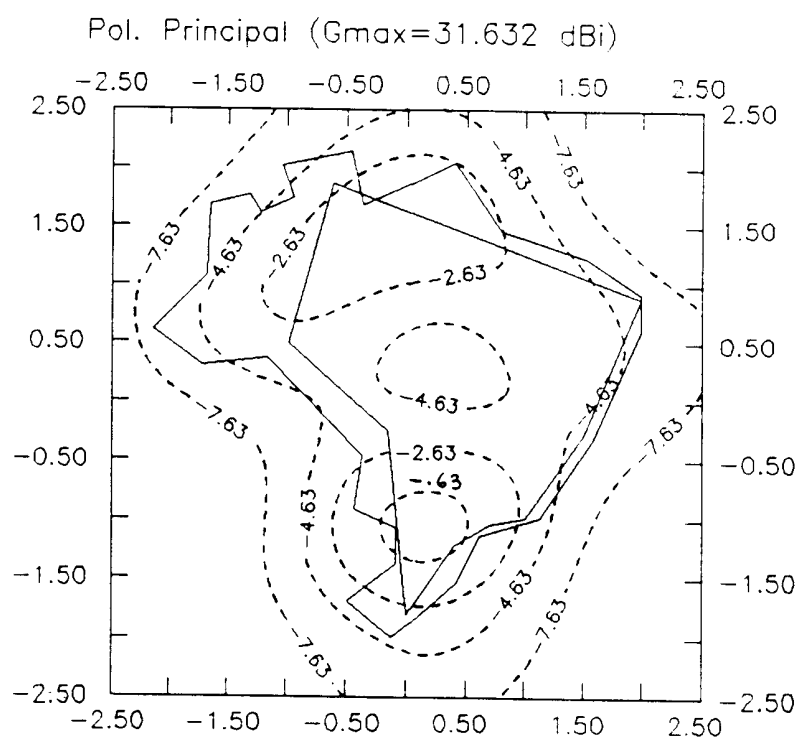
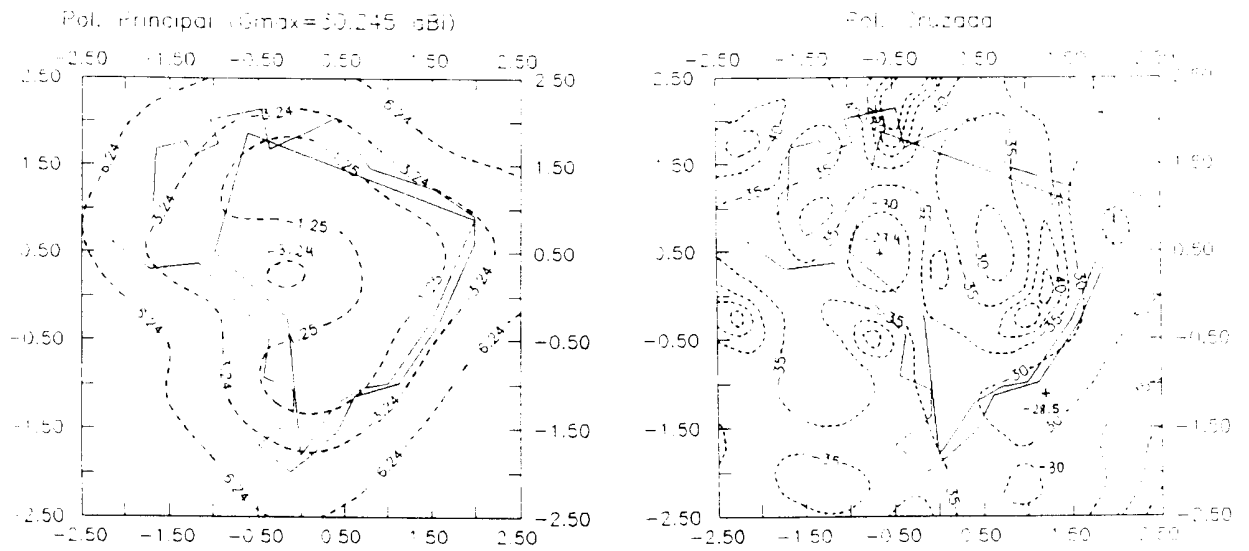
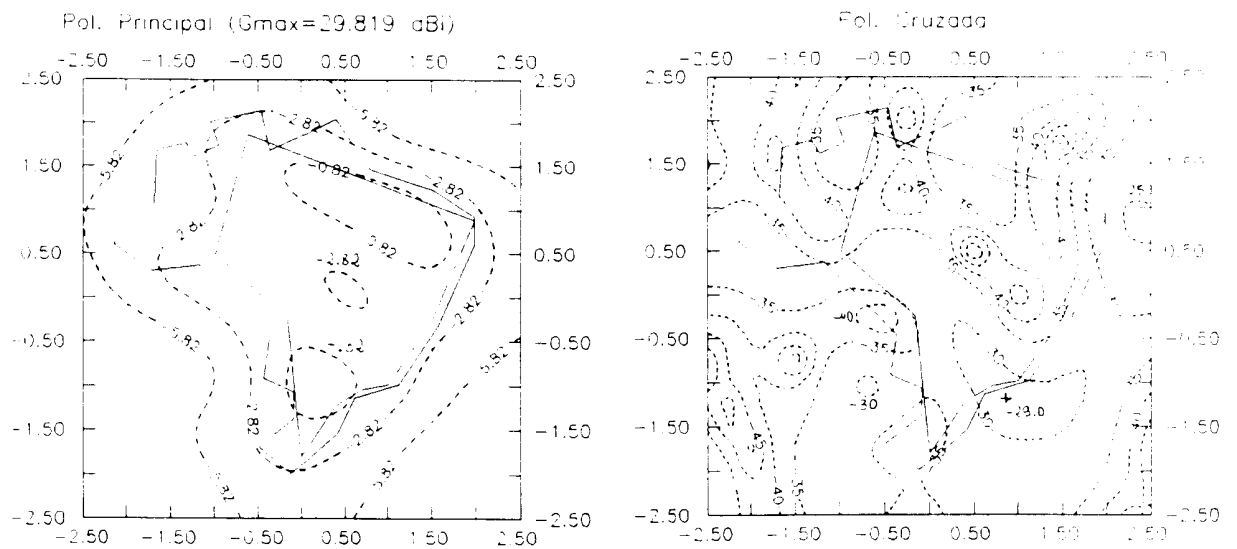


Fig. 7.3 - Diagramas do segundo passo (6,15 GHz)



(a) terceiro passo



(b) quarto passo

Fig. 7.4 - Diagramas do terceiro e quarto passos (6,15 GHz)

aumentando levemente as especificações no entorno da região onde aparece um mínimo no diagrama da polarização principal da Figura 7.4b. O isolamento entre polarizações especificado foi de $G_{c_r}^E = 33$ dB com $\Delta=0,1$. Os resultados finais são mostrados na Figura 7.5, de onde observamos que as especificações de polarização principal foram atendidas e os níveis da cruzada sofreram uma leve redução, com um máximo de -30 dB próximo ao litoral nordeste.

7.4 - Análise dos resultados:

Nesta seção vamos apresentar os resultados obtidos pelo último passo da síntese realizada neste capítulo. Para a frequência de 6,15 GHz, os coeficientes dos modos TE01 e TE10 excitados em cada alimentador (não confundir com os coeficientes α_m dos modos incidentes nas aberturas das cornetas) são apresentados na Tabela 7.3, de onde observa-se que a amplitude do modo TE01 do alimentador central é maior que as dos modos TE01 dos demais. Levando-se em conta que as dimensões das gargantas das cornetas laterais são da mesma ordem da dimensão da central, temos que os alimentadores laterais contribuem menos que o central para o diagrama de polarização principal, confirmando que a contribuição mais importante vem do modelamento do refletor. As perdas de retorno são de 0,4% e a de transbordamento é de 17%, menores que as obtidas no capítulo 6, devido ao aumento das dimensões das aberturas dos alimentadores.

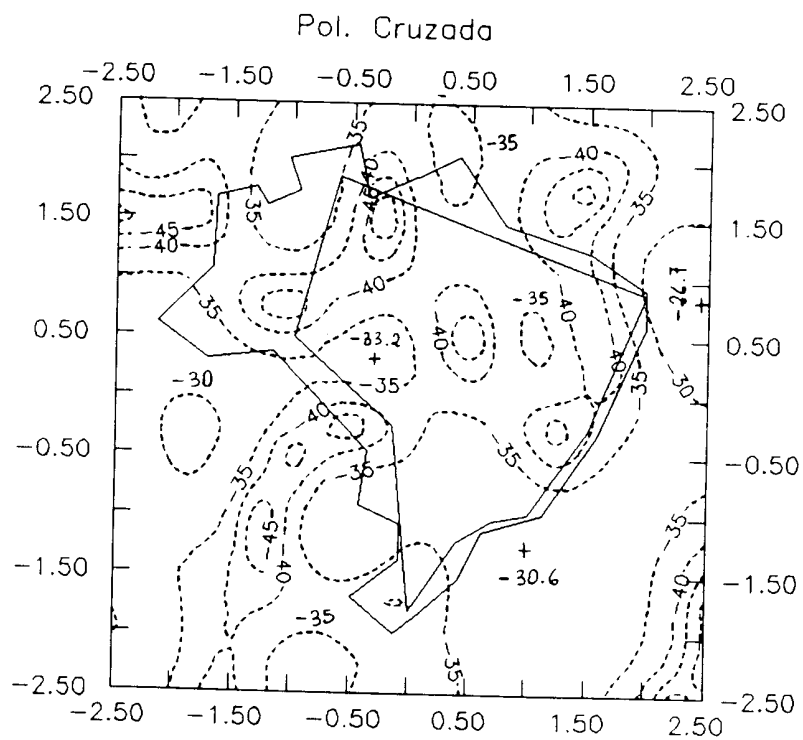
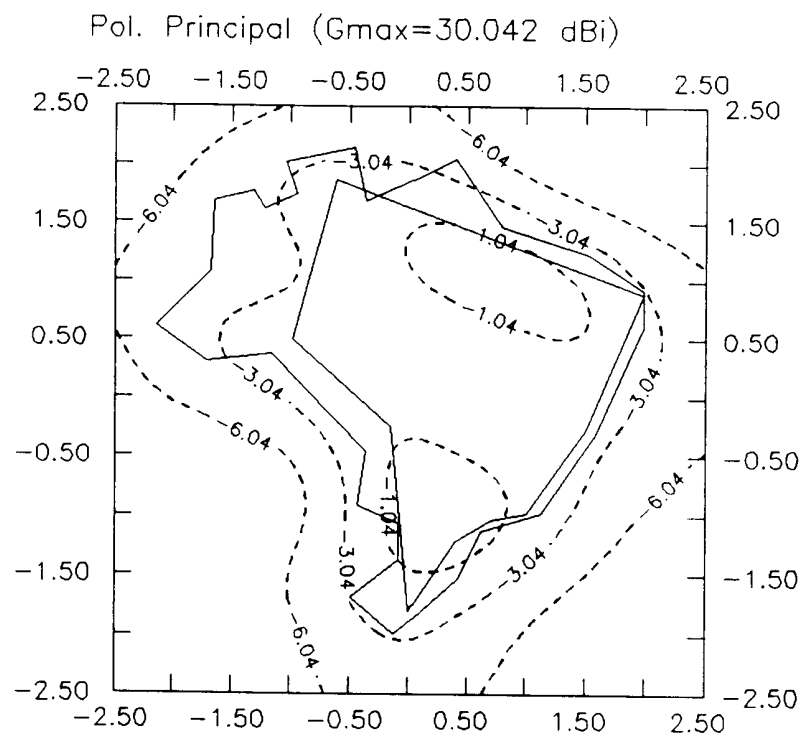


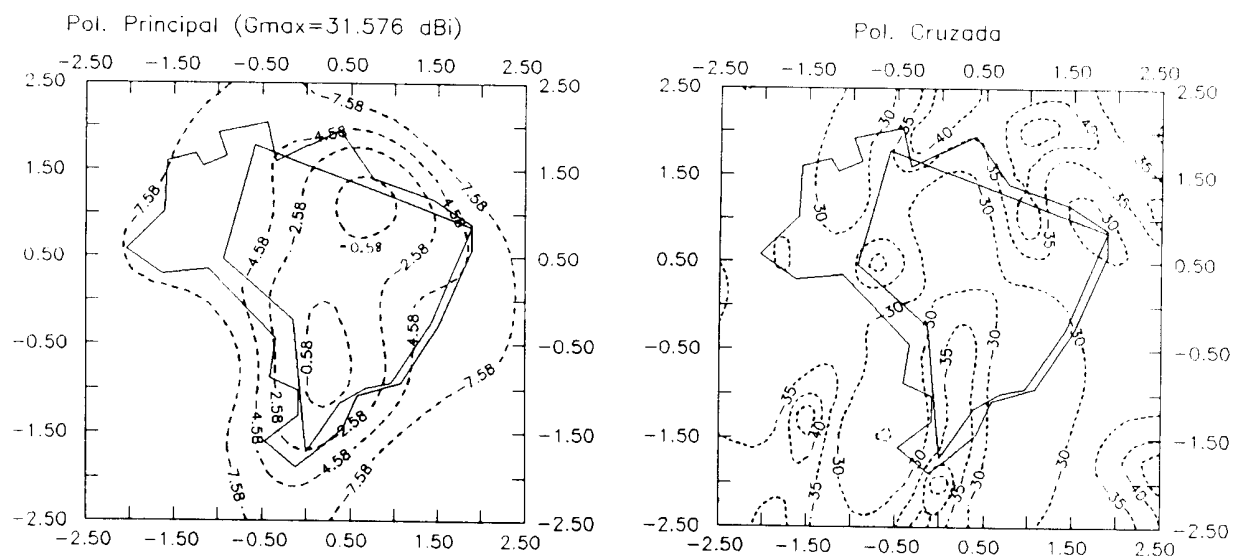
Fig. 7.5 - Diagramas do quinto passo (6,15 GHz)

Alimentador	Excitações em cada corneta	
	TE01	TE10 ($\times 10^{-2}$)
1	1,0000+j0,0000	0,2594+j1,3104
2	-0,2632-j0,1163	-0,6056+j0,3030
3	-0,3630-j0,1155	-2,3651+j0,7056
4	-0,2997-j0,4027	1,2320-j1,9793
5	-0,2885-j0,1353	2,4956-j2,0322

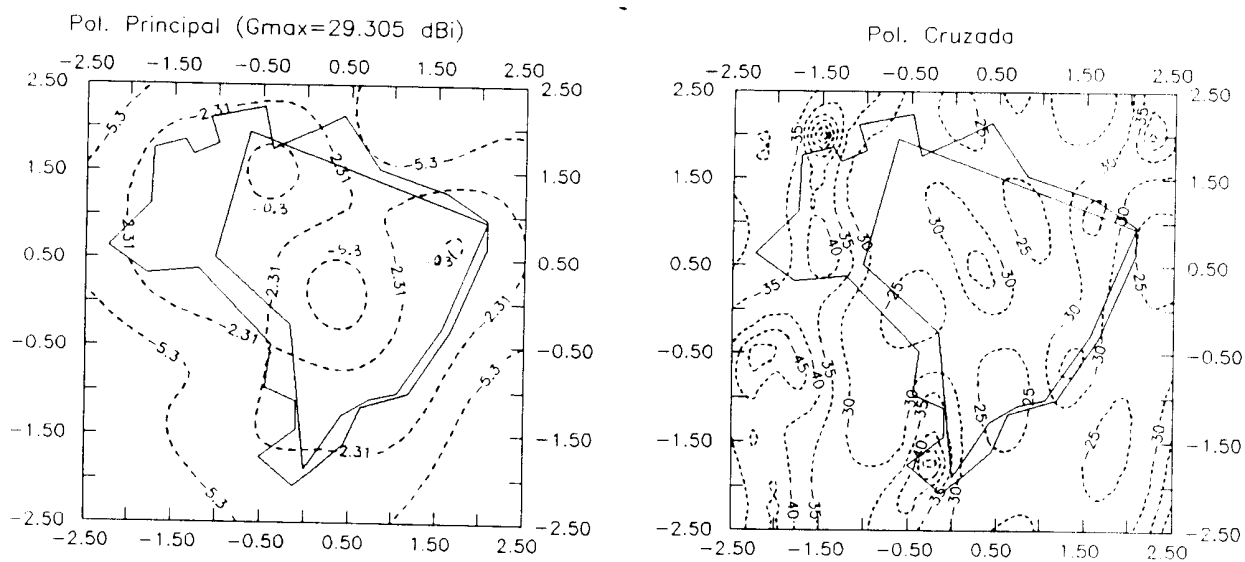
Tabela 7.3 - Amplitudes dos modos excitados

Para analisar o comportamento em frequência de tal projeto, são apresentados na Figura 7.6 os diagramas para os extremos da banda do enlace de subida (5,85 GHz e 6,425 GHz). Observamos uma acentuada degradação dos resultados, principalmente em relação às especificações de polarização principal. A explicação para esta degradação encontra-se no fato das excitações, nas gargantas de cada corneta, manterem a mesma relação de potência e de fase entre si ao longo da banda de operação. Ou seja, as excitações dadas na Tabela 7.3 são alteradas em suas amplitudes (porém com a mesma fase) a fim de que a potência relacionada com cada modo mantenha-se constante à medida que a frequência varia. Devido à diferença entre a geometria do alimentador central e as dos laterais, esta alteração nas excitações faz com que a distribuição de campos (amplitude e fase) nas aberturas dos alimentadores varie

consideravelmente com a frequência, fazendo com que haja a degradação observada na Figura 7.6. No caso da sínteses do capítulo 6 todos os alimentadores eram idênticos, de forma que podia-se até mesmo utilizar as mesmas amplitudes α_m ao longo da banda. Nas Figuras 7.7a,b são mostrados os diagramas de radiação para o conjunto com 5 alimentadores utilizado neste capítulo para as frequências de 5,85 GHz e 6,425 GHz, respectivamente. Os campos são calculados sobre uma circunferência de 40λ , aproximadamente a distância que separa os alimentadores do refletor. Destas figuras podemos observar a degradação ocorrida com o feixe radiado com a variação da frequência. No caso da utilização de um refletor modelado, o diagrama torna-se sensível às variações de fase e amplitude do campo incidente. Nas Figuras 7.8a,b também é realizado o mesmo estudo, agora para o caso do conjunto com 17 alimentadores do capítulo 6. Nestas figuras podemos observar que o comportamento do feixe radiado possui praticamente o mesmo comportamento ao longo da banda de operação.

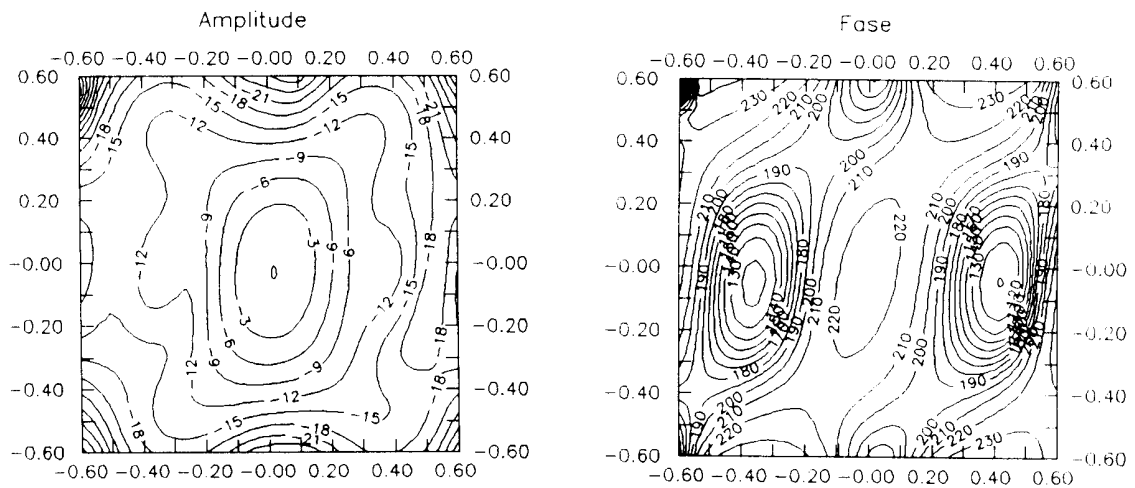


(a) 5,85 GHz

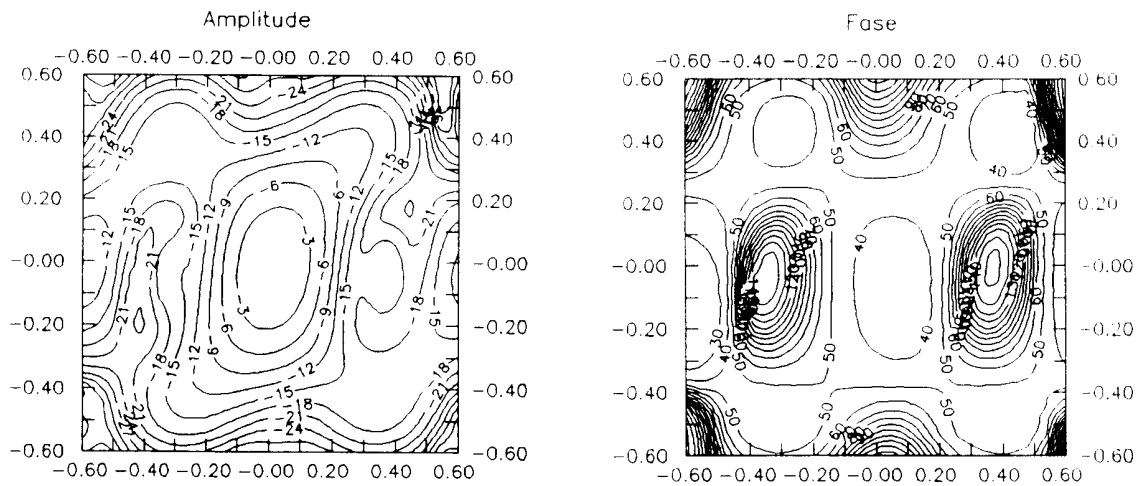


(b) 6,425 GHz

Fig. 7.6 - Diagramas do quinto passo para os extremos da banda

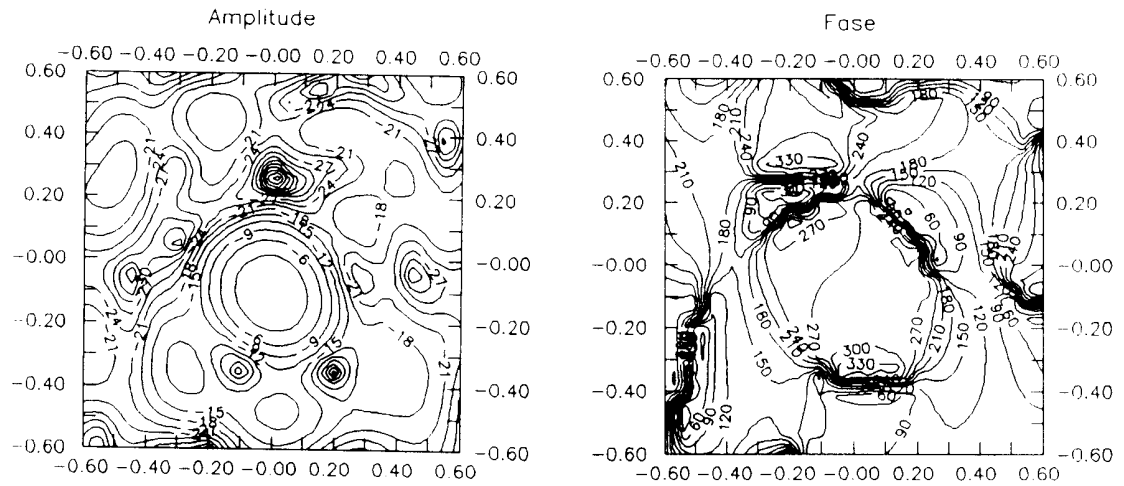


(a) 5,85 GHz

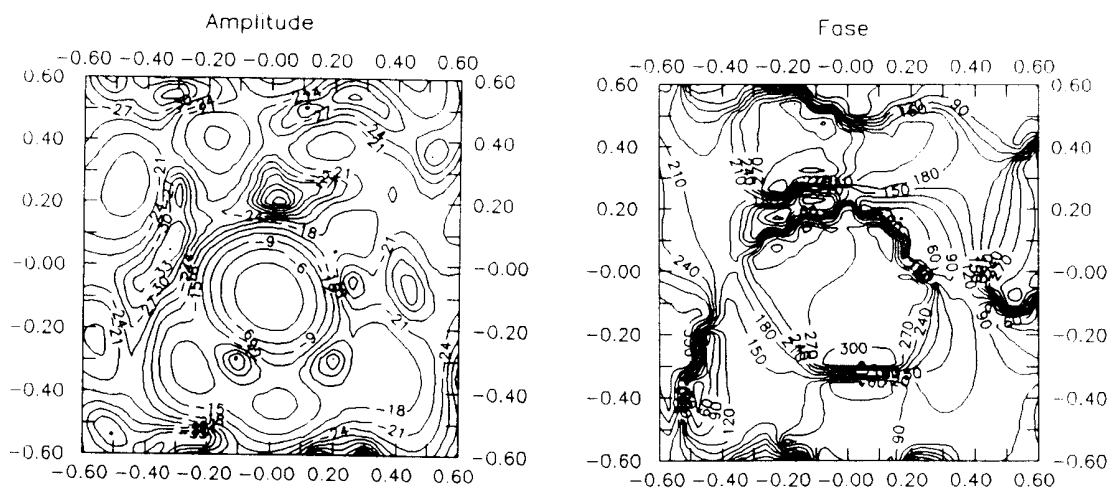


(b) 6,425 GHz

Fig. 7.7 - Diagramas do conjunto com 5 alimentadores



(a) 5,85 GHz



(b) 6,425 GHz

Fig. 7.8 - Diagramas do conjunto com 17 alimentadores

CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo utilizar uma técnica analítica para o tratamento do acoplamento mútuo entre os campos radiados por aberturas retangulares num plano condutor elétrico infinito, possibilitando um tratamento mais eficiente da síntese e análise de sistemas de antenas refletoras iluminadas por um conjunto de alimentadores de aberturas retangulares. Para aberturas de alimentadores suficientemente afastadas entre si, foi desenvolvida uma formulação assintótica que permite o cálculo do acoplamento sem a necessidade da resolução numérica das integrais oriundas do tratamento analítico. Comparações com os resultados da formulação original apontam no sucesso da utilização desta formulação assintótica no cálculo do acoplamento entre aberturas cujas dimensões e distância mínima entre paredes sejam da ordem do comprimento de onda.

Como ilustração de aplicação, foram sintetizados sistemas embarcados em satélite compostos por uma antena refletora, parabólica "offset" ou modelada, alimentada por um conjunto de guias retangulares ou cornetas piramidais, com o objetivo de iluminar o território brasileiro através de especificações baseadas no projeto BRASILSAT2. Foi também apresentado um variado ferramental matemático para o dimensionamento dos parâmetros destes sistemas.

Como propostas para futuros trabalhos, enumeramos as seguintes:

- i) Pode ser realizado um estudo mais detalhado da

representação modal dos campos nas aberturas dos alimentadores, necessária para uma análise eficiente dos acoplamentos entre estes campos e, conseqüentemente, dos campos radiados. No presente trabalho, nos limitamos apenas a dimensões e geometrias da ordem das que foram utilizadas nas sínteses dos capítulos 6 e 7. Este estudo deverá também estar vinculado a um tratamento mais preciso do comportamento dos campos no interior das cornetas a serem utilizadas, tratamento este que pode abranger outras geometrias além das dos guias retangulares e cornetas piramidais utilizadas neste trabalho [42].

ii) As sínteses do capítulo 6 podem ser repetidas, atendendo-se agora às especificações reais do projeto BRASILSAT2. Para o sistema de refletor modelado apresentado no capítulo 7 pode-se repetir a síntese com a utilização de alimentadores idênticos, a fim de se diminuir a degradação do diagrama de radiação da antena ao longo da banda de operação.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Reuso das integrais duplas I_x, I_y, I_z .

Da equação (2.27) temos para o coeficiente C_{mn}^{ij} que:

$$I_{yz}^x = \int_0^{a_1} \int_0^{b_1} \int_0^{a_j} \int_0^{b_j} G(x-x'+X_{1j}, y-y'+Y_{1j}) \times$$

$$\frac{\sin\left(\frac{p_m \pi x}{a_1}\right)}{\cos\left(\frac{p_m \pi x}{a_1}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_m \pi y}{b_1}\right)}{\sin\left(\frac{q_m \pi y}{b_1}\right)} \frac{\sin\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right)}{\cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_n \pi y'}{b_j}\right)}{\sin\left(\frac{q_n \pi y'}{b_j}\right)} dy' dx' dy dx \quad (A.1)$$

onde estes parâmetros são definidos conforme a Figura 2.4 e a função G é dada pela equação (2.17). Aqui, por simplicidade de notação, $G[(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}] = G(\alpha, \beta)$.

1º caso: Acoplamento entre os modos (p_m, q_m) e (p_n, q_n) na mesma abertura.

Queremos mostrar que as integrais $I_{x,y,z}$ referentes ao coeficiente C_{nm}^{ii} são as mesmas do coeficiente C_{mn}^{ii} . Neste caso temos que $a_1 = a_j = a$, $b_1 = b_j = b$ e $X_{1j} = Y_{1j} = 0$. Trocando p_m com p_n e q_m com q_n na equação (A.1), temos para o coeficiente C_{nm}^{ii} :

$$I_{yz}^x = \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b G(x-x', y-y') \times$$

$$\frac{\sin\left(\frac{p_n \pi x}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_n \pi x}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_n \pi y}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_n \pi y}{b}\right)} \frac{\sin\left(\frac{p_m \pi x'}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_m \pi x'}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_m \pi y'}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_m \pi y'}{b}\right)} dy' dx' dy dx \quad (A.2)$$

Efetuada as transformações $x \rightarrow x'$, $x' \rightarrow x$, $y \rightarrow y'$, $y' \rightarrow y$, teremos a mesma equação dada pela equação (A.1) a menos da função G , que terá a forma $G(x'-x, y'-y)$. Mas sabendo que a função G é par em relação aos argumentos, chegamos ao que

queríamos demonstrar.

2º caso: Acoplamento entre os modos $(p_n, q_n)_j$ e $(p_m, q_m)_i$.

Queremos mostrar que as integrais $I_{x,y,z}$ referentes ao coeficiente C_{nm}^{ji} são as mesmas do coeficiente C_{mn}^{ij} . Trocando p_m com p_n , q_m com q_n , a_i com a_j , b_i com b_j , e sabendo que $X_{ji} = -X_{ij}$ e $Y_{ji} = -Y_{ij}$, temos da equação (A.1) que, para o coeficiente C_{nm}^{ji} :

$$I_{yz}^x = \int_0^{a_j} \int_0^{b_j} \int_0^{a_i} \int_0^{b_i} G(x-x'-X_{ij}, y-y'-Y_{ij}) \times$$

$$\frac{\sin\left(\frac{p_n \pi x}{a_j}\right)}{\cos\left(\frac{p_n \pi x}{a_j}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_n \pi y}{b_j}\right)}{\sin\left(\frac{q_n \pi y}{b_j}\right)} \frac{\sin\left(\frac{p_m \pi x'}{a_i}\right)}{\cos\left(\frac{p_m \pi x'}{a_i}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_m \pi y'}{b_i}\right)}{\sin\left(\frac{q_m \pi y'}{b_i}\right)} dy' dx' dy dx \quad (A.3)$$

Efetuada as transformações $x \rightarrow x'$, $x' \rightarrow x$, $y \rightarrow y'$, $y' \rightarrow y$, teremos a mesma equação dada pela equação (A.1) a menos da função G , que terá a forma $G(x'-x-X_{ij}, y'-y-Y_{ij})$. Mas sabendo que a função G é par em relação aos argumentos, chegamos ao que queríamos demonstrar.

3º caso: Acoplamento entre os modos $(p_m, q_m)_j$ e $(p_n, q_n)_i$ quando as dimensões das aberturas são as mesmas.

Queremos mostrar que as integrais $I_{x,y,z}$ referentes ao coeficiente C_{mn}^{ji} são as mesmas do coeficiente C_{mn}^{ij} , a menos de uma possível troca de sinal, desde que as aberturas i, j possuam as mesmas dimensões ($a_i = a_j$ e $b_i = b_j$). Sabendo que $X_{ji} = -X_{ij}$, $Y_{ji} = -Y_{ij}$, $a_i = a_j = a$ e $b_i = b_j = b$ temos da equação (A.1) que, para C_{mn}^{ji} :

$$I_{yz}^x = \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b G(x-x'-X_{1j}, y-y'-Y_{1j}) \times$$

$$\frac{\sin\left(\frac{p_m \pi x}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_m \pi x}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_m \pi y}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_m \pi y}{b}\right)} \frac{\sin\left(\frac{p_n \pi x'}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_n \pi y'}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_n \pi y'}{b}\right)} dy' dx' dy dx \quad (A.4)$$

Efetutando as transformações $x \rightarrow -x$, $x' \rightarrow -x'$, $y \rightarrow -y$, $y' \rightarrow -y'$ e sabendo que a função G é par, é fácil observar que a equação (A.4) pode ser reexpressa como:

$$I_{yz}^x = \int_{-a}^0 \int_{-b}^0 \int_{-a}^0 \int_{-b}^0 G(x-x'+X_{1j}, y-y'+Y_{1j}) \times$$

$$\frac{\sin\left(\frac{p_m \pi x}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_m \pi x}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_m \pi y}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_m \pi y}{b}\right)} \frac{\sin\left(\frac{p_n \pi x'}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_n \pi y'}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_n \pi y'}{b}\right)} dy' dx' dy dx \quad (A.5)$$

Operando as transformações $x \rightarrow x+a$, $x' \rightarrow x'+a$, $y \rightarrow y+b$, $y' \rightarrow y'+b$, a equação (A.5) pode ser reescrita como:

$$I_{yz}^x = \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b G(x-x'+X_{1j}, y-y'+Y_{1j}) \times$$

$$\frac{\sin\left[p_m \pi \left(1 + \frac{x}{a}\right)\right]}{\cos\left[p_m \pi \left(1 + \frac{x}{a}\right)\right]} \frac{\cos\left[q_m \pi \left(1 + \frac{y}{b}\right)\right]}{\sin\left[q_m \pi \left(1 + \frac{y}{b}\right)\right]} \frac{\sin\left[p_n \pi \left(1 + \frac{x'}{a}\right)\right]}{\cos\left[p_n \pi \left(1 + \frac{x'}{a}\right)\right]} \frac{\cos\left[q_n \pi \left(1 + \frac{y'}{b}\right)\right]}{\sin\left[q_n \pi \left(1 + \frac{y'}{b}\right)\right]}$$

$$= (-1)^{(p_m+q_m+p_n+q_n)} \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b G(x-x'+X_{1j}, y-y'+Y_{1j}) \times$$

$$\frac{\sin\left(\frac{p_m \pi x}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_m \pi x}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_m \pi y}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_m \pi y}{b}\right)} \frac{\sin\left(\frac{p_n \pi x'}{a}\right)}{\cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_n \pi y'}{b}\right)}{\sin\left(\frac{q_n \pi y'}{b}\right)} dy' dx' dy dx \quad (A.6)$$

que é a equação (A.1) multiplicada por um fator inicial que pode ou não alterar o sinal da expressão, como queríamos demonstrar.

APÊNDICE B: Determinação das integrais de auto acoplamento.

Para o caso de acoplamento na mesma abertura ($a_1=a_j$, $b_1=b_j$, $X_{1j}=Y_{1j}=0$), a equação (2.38) passa a ser escrita como:

$$I_{\frac{y}{z}}^x = \frac{1}{16} \int_0^{a_1} \int_0^{b_1} \left[T(-\sigma, \sigma_1, -\sigma_1 | -\lambda, \lambda_1, -\lambda_1) + \right. \\ \left. + T(\sigma, \sigma_1, -\sigma_1 | -\lambda, \lambda_1, -\lambda_1) + T(-\sigma, \sigma_1, -\sigma_1 | \lambda, \lambda_1, -\lambda_1) + \right. \\ \left. + T(\sigma, \sigma_1, -\sigma_1 | \lambda, \lambda_1, -\lambda_1) \right] d\lambda d\sigma \quad (B.1)$$

onde a função T é dada pela equação (2.39) com $X_{1j} = Y_{1j} = 0$ e:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma - a_1 & \lambda_1 &= \lambda - b_1 \\ s_p &= \frac{p_m + p_n}{2} & d_p &= \frac{p_m - p_n}{2} \\ s_q &= \frac{q_m + q_n}{2} & d_q &= \frac{q_m - q_n}{2} \end{aligned} \quad (B.2)$$

Após algumas manipulações algébricas, a equação (B.1) pode ser reescrita como:

$$I_{\frac{y}{z}}^x = \frac{1}{16} [1 + \cos(p_m \pi) \cos(p_n \pi)] [1 + \cos(q_m \pi) \cos(q_n \pi)] \times \\ \times \int_0^{a_1} \int_0^{b_1} F(\sigma, \lambda, p_m, q_m, p_n, q_n) G[(\sigma^2 + \lambda^2)^{1/2}] d\lambda d\sigma \quad (B.3)$$

onde a função F é dada por:

$$F(\sigma, \lambda, p_m, q_m, p_n, q_n) = M_+^-(\sigma, a_1, d_p, s_p) M_+^-(\lambda, b_1, d_q, s_q) \quad (B.4)$$

onde o sinal superior refere-se à I_x , o do meio à I_y e o inferior à I_z . G é a função de Green dada por (2.17) e a função M_+ aqui é definida como:

$$M_+(\sigma, a, d, s) = \frac{2a}{\pi} \left\{ \frac{1}{d} \sin \left[d\pi \left(1 - \frac{\sigma}{a} \right) \right] \cos \left[\pi \left(d + \frac{s\sigma}{a} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{s} \sin \left[s\pi \left(1 - \frac{\sigma}{a} \right) \right] \cos \left[\pi \left(s + \frac{d\sigma}{a} \right) \right] \right\} \quad (B.5)$$

Operando a transformação:

$$\begin{cases} \sigma = \rho \cos \phi \\ \lambda = \rho \sin \phi \end{cases} \Rightarrow d\lambda d\sigma = \rho d\rho d\phi \quad (B.6)$$

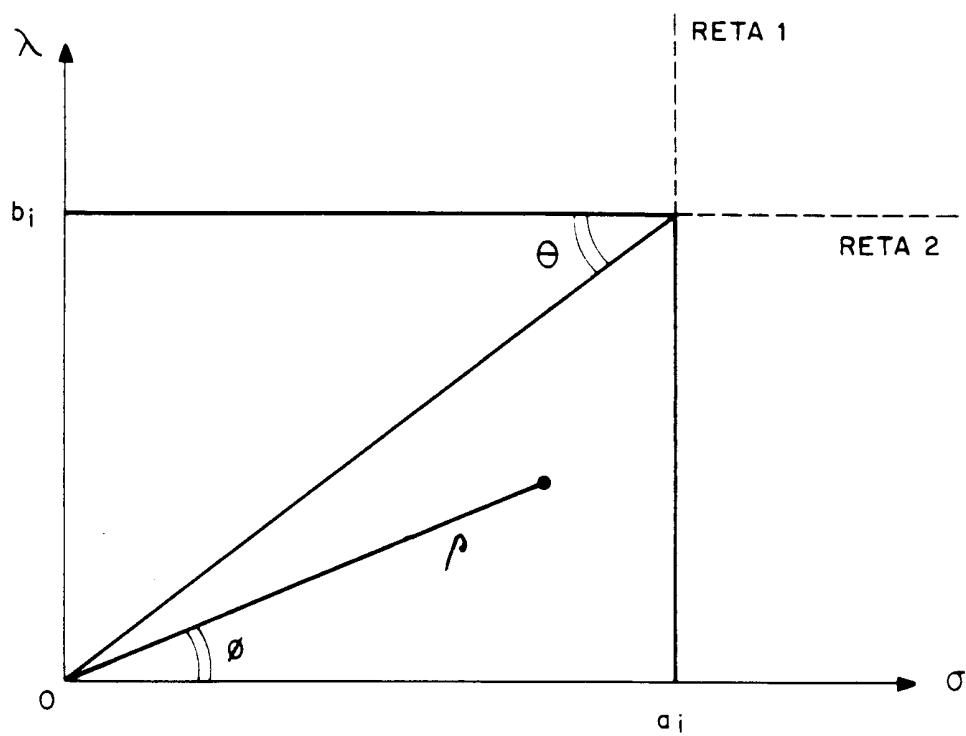
como representada pela Figura B.1, temos que:

$$\int_0^{a_1} \int_0^{b_1} f(\sigma, \lambda) d\lambda d\sigma = \\ = \left[\int_0^{\ominus} \int_0^{\frac{a_1}{\cos \phi}} + \int_{\ominus}^{\pi/2} \int_0^{\frac{b_1}{\sin \phi}} \right] f(\rho \cos \phi, \rho \sin \phi) \rho d\rho d\phi \quad (B.7)$$

onde $\ominus = \text{tg}^{-1}(b_1/a_1)$. Após esta transformação, a função de Green passa a ser escrita como:

$$G(\rho) = \frac{e^{-jk_o \rho}}{\rho} \quad (B.8)$$

Desta forma, a integração em ρ pode ser resolvida analiticamente, restando apenas a integração em ϕ para ser resolvida numericamente. Após trabalhosas (mas não complicadas) manipulações matemáticas, chega-se aos resultados apresentados nas equações (2.41) até (2.50) da seção 2.5.3.



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{RETA 1 : } \sigma = a_i \implies \rho = \frac{a_i}{\cos \phi} \\ \text{RETA 2 : } \lambda = b_i \implies \rho = \frac{b_i}{\sin \phi} \end{array} \right.$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{b_i}{a_i} \right)$$

Fig. B.1 - Transformação $(\sigma, \lambda) \implies (\rho, \phi)$

APÊNDICE C: Resolução analítica das integrais utilizando uma representação assintótica para a função de Green.

A função de Green que aparece no integrando da equação (2.27) pode ser expandida assintoticamente em séries de potência de $1/R_{1j}$. Desde que as duas aberturas em questão estejam suficientemente afastadas entre si, apenas os primeiros termos são suficientes para um resultado satisfatório. A distância $|\vec{r}-\vec{r}'|$ é dada por (Figura 2.4):

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = |\vec{R}_{1j} + \vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_j| = R_{1j} \left[1 + c/R_{1j} + (d/R_{1j})^2 \right]^{1/2} \quad (C.1)$$

onde:

$$c = 2 \left[(x-x') \cos \phi_{1j} + (y-y') \sin \phi_{1j} \right] \quad (C.2)$$

$$d^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 \quad (C.3)$$

A função que queremos expandir é a função de Green do espaço livre, dada por:

$$G(|\vec{r}-\vec{r}'|) = \exp(-jk_0 |\vec{r}-\vec{r}'|) / |\vec{r}-\vec{r}'| \quad (C.4)$$

Para o termo da fase, vamos utilizar a seguinte aproximação:

$$(1+\alpha)^{1/2} = 1 + \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{8} + \frac{\alpha^3}{16} - \dots, \quad (-1 < \alpha < 1) \quad (C.5)$$

onde $\alpha = c/R_{1j} + (d/R_{1j})^2$. Este parâmetro tende a anular-se à medida que R_{1j} cresce. Pegando apenas os termos de ordem até $1/R_{1j}^2$, temos para o termo da fase:

$$|\vec{r}-\vec{r}'| \cong R_{1j} \left\{ 1 + \frac{c}{2R_{1j}} + \frac{(d^2-c^2/4)}{2R_{1j}^2} - \frac{c(d^2-c^2/4)}{4R_{1j}^3} \right\} \quad (C.6)$$

Procedendo de forma análoga para o termo da amplitude, utilizamos a seguinte aproximação:

$$(1+\alpha)^{-1/2} = 1 - \frac{\alpha}{2} + \frac{3\alpha^2}{8} + \dots, \quad (-1 < \alpha < 1) \quad (C.7)$$

Pegando apenas os termos de ordem até $1/R_{1j}^3$, temos que:

$$|\vec{r}-\vec{r}'|^{-1} \cong \frac{1}{R_{1j}} \left\{ 1 - \frac{c}{2R_{1j}} - \frac{(d^2-3c^2/4)}{2R_{1j}^2} \right\} \quad (C.8)$$

Ao substituírmos estes resultados na equação (C.4):

$$\begin{aligned} G(|\vec{r}-\vec{r}'|) &= G(R_{1j}) e^{-jk_o c/2} e^{-\frac{jk_o}{2R_{1j}}(d^2-c^2/4)(1-c/2R_{1j})} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{c}{2R_{1j}} - \frac{(d^2-3c^2/4)}{2R_{1j}^2} \right\} \end{aligned} \quad (C.9)$$

onde $G(R_{1j}) = \exp(-jk_o R_{1j})/R_{1j}$. Substituindo os valores dos parâmetros c, d e aplicando a seguinte aproximação à última exponencial da equação acima:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \exp(j\alpha) \cong \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} + \dots \right) + j \left(\alpha - \frac{\alpha^3}{3} + \dots \right) \quad (C.10)$$

obtemos finalmente a expansão desejada, até o termo $1/R_{1j}^3$:

$$\begin{aligned}
 G(|\vec{r}-\vec{r}'|) &\cong G(R_{1j}) e^{-jk_o[(x-x')\cos\phi_{1j}+(y-y')\sin\phi_{1j}]} \times \\
 &\left\{1-\frac{1}{R_{1j}}\left[(x-x')\cos\phi_{1j}+(y-y')\sin\phi_{1j}+\left((x-x')\sin\phi_{1j}-(y-y')\cos\phi_{1j}\right)\right]^2\right. \\
 &\left[\frac{jk_o}{2} + \frac{1}{2R_{1j}} - \frac{jk_o}{R_{1j}}[(x-x')\cos\phi_{1j}+(y-y')\sin\phi_{1j}] + \frac{k_o^2}{8R_{1j}} \times \right. \\
 &\left. \left. [(x-x')\sin\phi_{1j}-(y-y')\cos\phi_{1j}]^2\right]\right] + \frac{1}{R_{1j}^2}\left[(x-x')\cos\phi_{1j} + \right. \\
 &\left. (y-y')\sin\phi_{1j}\right]^2\left.\right\} \quad (C.11)
 \end{aligned}$$

que é a equação (2.52). Todos os termos que não foram levados em conta nas aproximações anteriores contribuem apenas para os termos de ordem superior a $1/R_{1j}^3$. Substituindo esta equação na (2.27), temos que:

$$\begin{aligned}
 I_{yz}^x &= \int_0^{a_1} \int_0^{b_1} \int_0^{a_j} \int_0^{b_j} G(R_{1j}) e^{-jk_o[(x-x')\cos\phi_{1j}+(y-y')\sin\phi_{1j}]} \times \\
 &\left\{1-\frac{1}{R_{1j}}\left[(x-x')\cos\phi_{1j}+(y-y')\sin\phi_{1j}+\left((x-x')\sin\phi_{1j}-(y-y')\cos\phi_{1j}\right)\right]^2\right. \\
 &\left[\frac{jk_o}{2} + \frac{1}{2R_{1j}} - \frac{jk_o}{R_{1j}}[(x-x')\cos\phi_{1j}+(y-y')\sin\phi_{1j}] + \frac{k_o^2}{8R_{1j}} \times \right. \\
 &\left. \left. [(x-x')\sin\phi_{1j}-(y-y')\cos\phi_{1j}]^2\right]\right] + \frac{1}{R_{1j}^2}\left[(x-x')\cos\phi_{1j} + \right. \\
 &\left. (y-y')\sin\phi_{1j}\right]^2\left.\right\} \frac{\sin\left(\frac{p_m \pi x}{a_1}\right)}{\cos\left(\frac{p_m \pi x}{a_1}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_m \pi y}{b_1}\right)}{\sin\left(\frac{q_m \pi y}{b_1}\right)} \frac{\sin\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right)}{\cos\left(\frac{p_n \pi x'}{a_j}\right)} \frac{\cos\left(\frac{q_n \pi y'}{b_j}\right)}{\sin\left(\frac{q_n \pi y'}{b_j}\right)} \times \\
 &dy' dx' dy dx \quad (C.12)
 \end{aligned}$$

A integração acima pode ser resolvida analiticamente e os resultados encontram-se na seção 2.6.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - Lo, Y. T. e Lee, S. W.; "Affine Transformation and Its Application to Antenna Arrays"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-13, n. 6, pp. 890-896, Setembro 1965.

- [2] - Galindo, V. e Wu, C. P.; "Numerical Solutions for an Infinite Phased Array of Rectangular Waveguides with Thick Walls"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-14, n. 2, pp. 149-158, Março 1966.

- [3] - Wu, C. P. e Galindo, V.; "Properties of a Phased Array of Rectangular Waveguides with Thin Walls"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-14, n. 2, pp. 163-173, Março 1966.

- [4] - G. F. Farrel, Jr. e Kuhn, D. H.; "Mutual Coupling in Infinite Planar Arrays of Rectangular Waveguide Horns"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-16, n. 4, pp. 405-414, Julho 1968.

- [5] - Amitay, N. e Galindo, V.; "The Analysis of Circular Waveguide Phased Arrays"; B. S. T. J., vol. 47, n. 9, pp. 1903-1932, Novembro 1968.

- [6] - Mailloux, R. J.; "First-Order Solutions for Mutual Coupling Between Waveguides Which Propagate Two Orthogonal Modes"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol.

AP-17, n. 6, pp. 740-746, Novembro 1969.

- [7] - Bailey, M. C. e Bostian, C. W.; "Mutual Coupling in a Finite Planar Array of Circular Apertures"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-22, n. 2, pp. 178-184, Março 1974.
- [8] - Steyskal, H.; "Mutual Coupling Analysis of a Finite Planar Waveguide Array"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-22, n. 4, pp. 594-597, Julho 1974.
- [9] - Bird, T. S.; "Mode Coupling in a Planar Circular Waveguide Array"; IEE Journal on Microwaves, Optics and Acoustics (MOA), vol. 3, n. 5, pp. 172-180, Setembro 1979.
- [10] - Bird, T. S.; "Mutual Coupling in a Finite Coplanar Rectangular Waveguide Arrays"; Electronics Letters, vol. 23, n. 22, pp. 1199-1201, Outubro 1987.
- [11] - Bird, T. S.; "Analysis of Mutual Coupling in Finite Arrays of Different-Sized Rectangular Waveguides"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 38, n. 2, pp. 166-172, Fevereiro 1990. (Correções no vol. 38, n. 10, pp. 1727, Outubro 1990).
- [12] - Bird, T. S.; "Behavior of Multiple Elliptical Waveguides Opening into a Ground Plane"; IEE Proceedings, Part H, vol. 137, n. 2, pp. 121-126, Abril 1990.

- [13] - Clarricoats, P. J. B.; Tun, S. M. e Parini, C. G.; "Effects of Mutual Coupling in Conical Horn Arrays"; IEE Proceedings, Part H, vol. 131, n. 3, pp. 165-171, Junho 1984.

- [14] - Bird, T. S.; "Advances in the Analysis of Mutual Coupling in Antenna Arrays"; 17th QMW Antenna Symposium, London, United Kingdom, Abril 1991.

- [15] - Kitchener, D.; Raghavan, K. e Parini, C. G.; "Mutual Coupling in a Finite Planar Array of Rectangular Apertures"; Electronic Letters, vol. 23, n. 21, pp. 1169-1170, Outubro 1987.

- [16] - Lier, E.; Rengarajan, S. e Rahmat-Samii, Y.; "Comparison Between Different Rectangular Horn Elements for Array Antenna Applications"; IEE Proceedings, Part H, vol. 138, n. 4, pp. 283-288, Agosto 1991.

- [17] - Amitay, H. e Gans, M. J.; "Design of Rectangular Horns Arrays with Overized Aperture Elements"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-29, n. 6, pp. 871-884, Novembro 1981.

- [18] - Balanis, C. A.; "Antenna Theory Analysis and Design"; capítulo 11, Harper & Row, 1982.

- [19] - Silver, S.; "Microwave Antenna Theory and Design"; capítulo 7, Radiation Laboratory Series 12, McGraw-Hill,

1949.

- [20] - Silver, S.; "Microwave Antenna Theory and Design"; capítulo 10, Radiation Laboratory Series 12, McGraw-Hill, 1949.

- [21] - IMSL, Math/Library; "User's Manual"; Version 1.0, Abril 1987.

- [22] - NAG, Workstation Library: "Handbook for the NAG Fortran Workstation Library", Release 1, Volume 2.

- [23] - Dragone, C.; "A First-Order Treatment of Aberrations in Cassegrainian and Gregorian Antennas"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-30, n. 3, pp. 331-339, Maio 1982.

- [24] - Dragone, C.; "Offset Multireflector Antennas with Perfect Pattern Symmetry and Polarization Discrimination"; B. S. T. J., vol. 57, n. 7, pp. 2663-2684, Setembro 1978.

- [25] - Dragone, C.; "Conformal Mapping and Complex Coordinates in Cassegrainian and Gregorian Reflector Antennas"; B. S. T. J., vol. 60, n. 10, pp. 2397-2420, Dezembro 1981.

- [26] - Churchill, R. V.; "Variáveis Complexas e suas Aplicações"; capítulo 8 e apêndice 2, Editora McGraw-Hill do Brasil, 1975.

- [27] - Rusch, W. V. T.; Rahmat-Samii, Y. e Shore, R. A.; "The Equivalent Paraboloid of an Optimized Off-Set Cassegrain Antenna"; IEEE Antennas Propag. Soc. Symp. Dig., Philadelphia, PA, pp. 639-642, Junho 1986.

- [28] - Rusch, W. V. T.; Prata, Jr., A.; Rahmat-Samii, Y. e Shore, R. A.; "Derivation and Application of the Equivalent Paraboloid for Classical Offset Cassegrain and Gregorian Antennas"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 38, n. 8, pp. 1141-1149, Agosto 1990.

- [29] - Silver, S.; "Microwave Antenna Theory and Design"; capítulo 6, Radiation Laboratory Series 12, McGraw-Hill, 1949.

- [30] - Balanis, C. A.; "Antenna Theory Analysis and Design"; capítulo 13, Harper & Row, 1982.

- [31] - Rahmat-Samii, Y.; Cramer, Jr., P.; Woo, K. e Lee, S. W.; "Realizable Feed-Element Patterns for Multibeam Reflector Antenna Analysis"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-29, n. 6, pp. 961-963, Novembro 1981.

- [32] - Lo, Y. T. e Lee, S. W. (editors); "Antenna Handbook"; capítulo 15, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1988.

- [33] - Lee, S. W. e Rahmat-Samii, Y.; "Simple Formulas for Designing an Offset Multibeam Parabolic Reflector"; IEEE

Trans. Antennas Propag., vol. AP-29, n. 3, pp. 472-478, Maio 1981.

- [34] - Patel, P. D. e Chan, K. K.; "Optimisation of Contoured Beams for Satellite Antennas"; IEE Proceedings, Part H, vol. 132, n. 6, pp. 400-406, Outubro 1985.
- [35] - Ludwig, A. C.; "The Definition of Cross Polarization"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-21, n. 1, pp. 116-119, Janeiro 1973.
- [36] - Balanis, C. A.; "Antenna Theory Analysis and Design"; capítulo 2, Harper & Row, 1982.
- [37] - Hai, Z.; "Shaped Reflector Antenna Synthesis Using Optimisation"; capítulo 2, seção 2.4, Tese de Doutorado, Queen Mary College, Londres, Outubro de 1987.
- [38] - Bird, T. S.; "Contoured-Beam Synthesis for Array-Fed Reflector Antennas by Field Correlation"; IEE Proceedings, Part H, vol. 129, n. 6, pp. 293-298, Dezembro 1982.
- [39] - Klein, C. A.; "Design of Shaped-Beam Antennas Through Minimax Gain Optimization"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-32, n. 9, pp. 963-968, Setembro 1984.
- [40] - Rao, K. S. e Moody, H. J.; "Modeling of Shaped Beam Satellite Antenna Patterns"; IEEE Trans. Antennas

Propag., vol. AP-35, n. 6, pp. 632-642, Junho 1987.

- [41] - Teixeira, F. L. e Bergmann, J. R.; "Técnica de Otimização para a Síntese Difractiva de Refletores Modelados"; Relatório Técnico, CETUC-PAA-04/91, CETUC-PUC/RJ, Rio de Janeiro, Agosto 1991.
- [42] - Encinar, J. A. e Rebollar, J. M.; "A Hybrid Technique for Analyzing Corrugated and Noncorrugated Rectangular Horns"; IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-34, n. 8, pp. 961-968, Agosto 1986.