

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CARACTERIZAÇÃO BIDIMENSIONAL
DE CANAIS RÁDIO ATRAVÉS DE
DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO**

Antônio Nunes Belém

21 de Setembro de 2001



GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética

**Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais**

**“Toda a potência do cérebro, toda força de vontade,
podem tornar-se poeira quando estivermos mortos,
porém o Amor é nosso, e nosso ainda o será
quando a terra e os mares não mais o forem.”**

James Clerk Maxwell (1867)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus, fonte de energia inspiradora que me permitiu estar aqui e realizar esse trabalho.

À minha mãe, irmãs e familiares, que estiveram sempre ao meu lado apoiando para galgar os obstáculos. Ao meu pai, que mesmo não estando mais entre nós, certamente está a nos assistir em nossas conquistas.

De forma especial ao Professor Fernando Moreira que me apoiou incondicionalmente em todas as etapas do trabalho.

Ao Professor Fernando Lisboa Teixeira, Ohio State University, EUA, pela indispensável contribuição inicial.

Aos demais membros da banca, Professora Rose Mary de Souza Batalha (PUC/MG) e Professor Jaime Arturo Ramirez (DEE/UFMG).

Ao Professor Cássio Gonçalves do Rego (DELT/UFMG) e aos demais professores do PPGE, que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização desse trabalho.

Aos amigos do mestrado e doutorado que durante minha permanência no CPDEE, apoiaram e compartilharam a luta diária.

Aos funcionários do CPDEE, que proporcionaram a infra-estrutura e o apoio necessário para que mais essa etapa fosse vencida.

À CAPES pela bolsa de Mestrado.

RESUMO

O contínuo crescimento dos sistemas de comunicação vem aumentando significativamente o interesse em modelos mais eficientes para a predição da propagação de ondas de rádio. Entre os métodos utilizados nessa caracterização, o FDTD (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo) tem surgido como uma ferramenta eficaz na modelagem de canais rádio devido à sua flexibilidade, precisão e visualização dos resultados.

O trabalho aqui apresentado utiliza o método FDTD na caracterização de canais rádio em ambientes modelados como bidimensionais. Para tal, fez-se necessário o estudo das imprecisões relativas à dispersão e à estabilidade numérica. O estudo é baseado na implementação do método FDTD conforme proposto inicialmente por Yee, adicionando-se contribuições de pesquisadores tais como Taflove *et al.* Condições de contorno absorventes também foram estudadas, a fim de se limitar à região de interesse. Dentre as ABC's (Condições de Contorno Absorventes) disponíveis escolheu-se a PML (Camadas Perfeitamente Casadas) pela baixa reflexão apresentada, sendo essa implementada na forma bidimensional.

Para demonstrar a aplicabilidade da técnica na caracterização de canais rádio, uma microcélula composta por seis edificações (assumidas condutores elétricos perfeitos) em um ambiente externo (limitado por PML) foi analisada e os resultados comparados com a literatura. Os resultados comprovam a eficácia da técnica FDTD conjugada ao PML apresentando erros na ordem de 0.1% (considerando-se reflexões no PML e instabilidade numérica). Para esse problema também foi realizado um estudo sobre a largura de banda coerente, completando a caracterização de canal rádio.

ABSTRACT

The continuous growth of wireless communication systems and services significantly demands more efficient models for the prediction of the propagation mechanisms of radio waves. Among the methods used for this kind of prediction, the FDTD (Finite Difference Time Domain) has been presented as an efficient tool in the radio channel modeling for its flexibility, accuracy, and efficient visualization of the results.

The present work applies the FDTD in the bi-dimensional radio-channel characterization. For this purpose, a study of the inaccuracies associated with numeric dispersion and stability is presented. The study is based on the implementation of the FDTD method as initially proposed by Yee, adding the contributions of other researchers such as Taflove. Absorbing boundary conditions (ABC) were also studied, in order to limit the numerical implementation of the region of interest. Among the available ABC's, the Perfectly Matched Layer (PML) was chosen for its low spurious reflections, and it was implemented for the bi-dimensional space.

In order to demonstrate the applicability of such technique for the radio channel characterization, a micro-cell with six buildings (assumed perfect electric conductors) in an outdoor environment (PML limited), was analyzed and the results compared against those available in the open literature. The results attest the efficiency of the FDTD (combined with the PML), presenting relative errors of the order of 0.1%, which are basically caused by the spurious reflections and the numeric instability. From the numerical results, the coherent band of the radio channel could be determined.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VII
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1- CONTEXTO E RELEVÂNCIA	1
1.2- DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO	2
1.2.1- HISTÓRICO PARCIAL DA TÉCNICA FDTD	4
1.2.2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DOS TRABALHOS RELATIVOS À CARACTERIZAÇÃO DE CANAIS RÁDIO	5
1.3- OBJETIVOS	8
1.4- METODOLOGIA	9
1.5- ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	9
CAPÍTULO 2 - FDTD EM DUAS DIMENSÕES	11
2.1- INTRODUÇÃO	11
2.2- EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE MAXWELL	12
2.3- O MÉTODO FDTD DE YEE	17
2.3.1- O ALGORITMO DE YEE	19
2.4- IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO FDTD EM DUAS DIMENSÕES	22
2.4.1- SELEÇÃO DOS INCREMENTOS NO TEMPO E ESPAÇO	23
2.4.2- ONDA INCIDENTE	24
2.4.3- VALIDAÇÃO DO PROGRAMA	25
2.5- DISPERSÃO E ESTABILIDADE NUMÉRICA	34
2.5.1- DISPERSÃO NUMÉRICA PARA UMA ONDA UNIDIMENSIONAL	34
2.5.2- ESTABILIDADE NUMÉRICA	37
2.5.3- DISPERSÃO E ESTABILIDADE NUMÉRICAS APLICADAS AO EXEMPLO PROPOSTO POR YEE	38
2.6- CONCLUSÕES PRELIMINARES SOBRE OS RESULTADOS APRESENTADOS	50

CAPÍTULO 3 - CONDIÇÕES DE CONTORNO ABSORVENTES	51
3.1- INTRODUÇÃO	51
3.2- CAMADAS PERFEITAMENTE CASADAS – PML	53
3.2.1- DEFINIÇÃO DO MEIO PML	54
3.2.2- PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA PLANA NO PML	57
3.2.3- TRANSMISSÃO DA ONDA PLANA ATRAVÉS DE INTERFACE PML-PML	61
3.3- DEFINIÇÃO DO MEIO PML EM FDTD	67
3.4- IMPLEMENTAÇÃO DO PROGRAMA FDTD-PML	72
3.4.1- RELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS	72
3.4.2- DEFINIÇÃO DA ONDA INCIDENTE	73
3.4.3- RESULTADOS	74
3.5- ESTUDO DA DISPERSÃO NUMÉRICA PARA UMA ONDA BIDIMENSIONAL	87
3.6- CONCLUSÕES PRELIMINARES	90
CAPÍTULO 4 - CARACTERIZAÇÃO DE CANAIS RÁDIO	92
4.1- INTRODUÇÃO	92
4.2- CARACTERÍSTICAS DE CANAIS RÁDIO EM MICROCÉLULAS	93
4.2.1- CONFIGURAÇÃO DO PROBLEMA	94
4.2.2- DEFINIÇÃO DA ONDA INCIDENTE	96
4.2.3- ANÁLISE DOS RESULTADOS	97
4.2.4- PARÂMETROS PARA A CARACTERIZAÇÃO DA DISPERSÃO TEMPORAL DO CANAL RÁDIO	106
4.2.5- LARGURA DE FAIXA DE COERÊNCIA	108
4.2.6- ESTUDO DA FAIXA DE COERÊNCIA PARA OS RESULTADOS APRESENTADOS	109
4.3- CONCLUSÕES PRELIMINARES	113
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO	115
5.1- INTRODUÇÃO	115
5.2- COMENTÁRIOS FINAIS	116
5.3- TRABALHOS FUTUROS	117
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	119

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 1

- Figura 1.1: Número de publicações relacionadas ao FDTD até 1994 [9]. 3

Capítulo 2

- Figura 2.1: Cubo de Yee – posicionamento das componentes dos campos elétrico e magnético em uma célula (Δx , Δy , Δz). 17
- Figura 2.2: Posicionamento de E_z e H_y no tempo e espaço para uma grade FDTD unidimensional. 18
- Figura 2.3: Domínio constituído por paredes de condutores magnéticos e elétricos perfeitos e obstáculo retangular em CEP. 23
- Figura 2.4: Componentes iniciais do campo elétrico E_z ($t = 0$) e do campo magnético H_y ($t = \Delta t/2$), dadas como condições iniciais ao problema. 25
- Figura 2.5: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = n\Delta t$) na modelagem com ausência do obstáculo. Para o eixo das abscissas temos o incremento horizontal (i) e nas ordenadas temos a amplitude em V/m do campo E_z . 26
- Figura 2.6: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = n\Delta t$) na modelagem com a presença de obstáculo (conforme Figura 2.3). O campo elétrico E_z é representado em uma coordenada y fixa ($y = 30\Delta y$). 27
- Figura 2.7: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = n\Delta t$) na modelagem com a presença de obstáculo (conforme Figura 2.3). O campo elétrico E_z é representado em uma coordenada y fixa ($y = 50\Delta y$). 28
- Figura 2.8: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = n\Delta t$) na modelagem com a presença de obstáculo (conforme Figura 2.3). O campo elétrico E_z é representado em uma coordenada y fixa ($y = 65\Delta y$). 29

- Figura 2.9: Componente do campo elétrico E_z (V/m) para $n=55$: visão de planta para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3. 31
- Figura 2.10: Componente do campo elétrico E_z (V/m) para $n=55$: visão em perspectiva para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3. 31
- Figura 2.11: Componente do campo magnético H_x (A/m) para $n=55$: visão de planta para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3. 32
- Figura 2.12: Componente do campo magnético H_x (A/m) para $n=55$: visão em perspectiva para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3. 32
- Figura 2.13: Componente do campo magnético H_y (A/m) para $n=55$: visão de planta para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3. 33
- Figura 2.14: Componente do campo magnético H_y (A/m) para $n=55$: visão em perspectiva para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3. 33
- Figura 2.15: Comparação entre a solução para E_z analítica (vermelho) e simulada (azul), considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 8, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 10. 39
- Figura 2.16: Visão ampliada da Figura 2.15 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada. 40
- Figura 2.17: Comparação entre a solução para E_z analítica (vermelho) e simulada (azul) considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 8, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 90. 40
- Figura 2.18: Visão ampliada da Figura 2.17 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada. 41
- Figura 2.19: Comparação entre a solução para E_z analítica (vermelho) e simulada (preto), considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 16, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 10. 42

- Figura 2.20: Visão ampliada da Figura 2.19 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada. 43
- Figura 2.21: Comparação entre a solução para E_z analítica (vermelho) e simulada (preto), considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 16, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 90. 43
- Figura 2.22: Visão ampliada da Figura 2.21 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada. 44
- Figura 2.23: Solução para E_z analítica (vermelho), para E_z simulada considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 8 (azul) e igual a 16 (preto) para número de ciclos (n) igual a 10 . 45
- Figura 2.24: Visão ampliada da Figura 2.23 evidenciando o atraso sofrido pela solução simulada devido à dispersão numérica. 45
- Figura 2.25: Solução para E_z analítica (vermelho), para E_z simulada com densidade 8 (azul) e 16 (preto) para número de ciclos (n) igual a 90. 46
- Figura 2.26: Visão ampliada da Figura 2.25 evidenciando o atraso sofrido pela solução simulada devido à dispersão numérica. 46
- Figura 2.27: Solução para E_z analítica (vermelho), para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 0,5 (preto) e $S=0,7$ (azul) para o mesmo instante e densidade de amostragem ($N_I=8$). 47
- Figura 2.28: Visão ampliada da Figura 2.27 evidenciando a influência do Fator de Courant sobre a instabilidade. 48
- Figura 2.29: Solução para E_z analítica (vermelho) e para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 1 (+ verde) no mesmo instante e densidade de amostragem ($N_I=8$). Na figura fica evidente a concordância entre as curvas. 48
- Figura 2.30: Solução para E_z analítica (vermelho) e para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 1,02 (azul) para o mesmo instante e densidade de amostragem ($N_I=8$). 49
- Figura 2.31: Visão ampliada da Figura 2.30 evidenciando a instabilidade para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 1,02. 49

Capítulo 3

Figura 3.1:	Domínio computacional para a técnica PML.	53
Figura 3.2:	Representação da onda Transverso Elétrica e Transverso Magnética na região PML.	54
Figura 3.3:	Domínio Computacional PML com a distribuição de condutividades elétricas e magnéticas.	62
Figura 3.4:	Interface entre as duas camadas PML (θ_1 é o ângulo de incidência e θ_2 o ângulo de transmissão).	63
Figura 3.5:	Representação de uma das quinas na grade FDTD retangular.	70
Figura 3.6:	Pulso [equação (3.41)] com componente DC nula.	74
Figura 3.7:	Vista superior do campo elétrico Ez na grade FDTD para o pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.	75
Figura 3.8:	Vista em perspectiva do campo elétrico Ez na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.	75
Figura 3.9:	Vista superior do campo elétrico Ez na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.	76
Figura 3.10:	Vista em perspectiva do campo elétrico Ez na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.	76
Figura 3.11:	Vista superior do campo elétrico Ez na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	77
Figura 3.12:	Vista em perspectiva do campo elétrico Ez na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	77
Figura 3.13:	Vista superior do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.	78
Figura 3.14:	Vista em perspectiva do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.	78
Figura 3.15:	Vista superior do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.	79

Figura 3.16: Vista em perspectiva do campo magnético H_x na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.	79
Figura 3.17: Vista superior do campo magnético H_x na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	80
Figura 3.18: Vista em perspectiva do campo magnético H_x na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	80
Figura 3.19: Vista superior do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.	81
Figura 3.20: Vista em perspectiva do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) números de ciclos no tempo (n) igual a 100.	81
Figura 3.21: Vista superior do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.	82
Figura 3.22: Vista em perspectiva do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.	82
Figura 3.23: Vista superior do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	83
Figura 3.24: Vista em perspectiva do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	83
Figura 3.25: Vista em perfil das reflexões do campo magnético E_z na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	84
Figura 3.26: Vista em perfil das reflexões do campo magnético H_x na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	85
Figura 3.27: Vista em perfil das reflexões do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.	85
Figura 3.28: Vista em perfil do campo elétrico E_z na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.	86

Figura 3.29: Vista ampliada do perfil do campo elétrico E_z ($i=50$ a 70) na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 200 .	86
Figura 3.30: Perfil do pulso para o eixo principal (Azul) e os eixos diagonais (45° - Vermelho e 135° - Preto) para o número de ciclos no tempo $n= 100$ (50 ns) e fator de Courant $S= 0,5$.	89
Figura 3.31: Vista ampliada do perfil do pulso para o eixo principal (Azul) e os eixos diagonais (45° - Vermelho e 135° - Preto) com o número de ciclos no tempo $n= 100$ (50 ns), fator de Courant $S= 0,5$.	90

Capítulo 4

Figura 4.1: Ambiente relativo a canais rádio móveis.	93
Figura 4.2: Arranjo dos edifícios, transmissor e pontos de amostragem para simulação.	95
Figura 4.3: Perfil Gaussiano da onda incidente.	96
Figura 4.4: Potência recebida em L1.	98
Figura 4.5: Potência recebida em L2.	99
Figura 4.6: Potência recebida em L3.	100
Figura 4.7: Potência recebida em L4.	101
Figura 4.8: Potência recebida em L5.	102
Figura 4.9: Vista de planta do campo elétrico E_z após $28,3$ ns.	103
Figura 4.10: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z após $28,3$ ns.	103
Figura 4.11: Vista de planta do campo elétrico E_z após $56,6$ ns.	104
Figura 4.12: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z após $56,6$ ns.	104
Figura 4.13: Vista de planta do Campo elétrico E_z após $84,9$ ns.	105
Figura 4.14: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z após $84,9$ ns.	105
Figura 4.15: Componentes Multipercurso da Figura 4.4 para $X = 10$ dB.	110
Figura 4.16: Componentes Multipercurso da Figura 4.5 para $X = 10$ dB.	111
Figura 4.17: Componentes Multipercurso da Figura 4.6 para $X = 10$ dB.	111

Figura 4.18: Componentes Multipercurso da Figura 4.7 para $X = 10$ dB.	112
Figura 4.19: Componentes Multipercurso da Figura 4.8 para $X = 10$ dB.	112

1 INTRODUÇÃO

1.1- CONTEXTO E RELEVÂNCIA

A idéia de se criar um sistema de comunicação móvel celular foi concebida inicialmente no ano de 1947, tornando-se realidade somente em meados de 1979 [1]. Desde sua concretização vem se observando uma crescente expansão e digitalização dos sistemas de rádio de comunicações móveis (voz e dados), tanto em ambientes microcelulares (exteriores) quanto interiores [1—3]. As vantagens destes sistemas são evidentes, podendo-se citar, entre outras, a liberdade de movimentação do usuário e a facilidade de introdução de novos serviços sem a necessidade de modificações estruturais significativas; ou seja, os sistemas tornaram-se mais flexíveis e eficientes. Esta tendência deverá continuar no futuro, com a introdução de novas gerações de sistemas de comunicações sem fio e serviços diversificados (voz, dados e imagem), implicando diretamente na necessidade de melhores previsões (mais precisas e rápidas) sobre as características do canal rádio. Os impactos mais sensíveis têm sido a minimização de gastos com a instalação de novos serviços e a diminuição de interferências entre diferentes enlaces, sendo que a tendência é o aproveitamento mais eficiente do espectro radioelétrico.

Desde o início do século passado, diversos modelos para a previsão da cobertura em sistemas de comunicações sem fio foram desenvolvidos, podendo atualmente ser caracterizados em quatro classes:

- modelos clássicos [4];
- modelos semi-empíricos [5];
- modelos determinísticos baseados em métodos assintóticos [6];
- modelos numéricos [7].

Os modelos clássicos, semi-empíricos e assintóticos devido às simplificações inerentes, apresentam resultados aproximados, enquanto os modelos numéricos, entre os quais encontra-se o método FDTD (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo) [7—9], apresentam resultados mais acurados. O maior inconveniente dos métodos numéricos se apresenta no grande esforço computacional exigido, fator restrigente que dificultou, por muito tempo, a aplicação desses métodos em problemas mais complexos. O avanço computacional vem suprimindo tais dificuldades e aumentando significativamente o interesse científico e comercial nos métodos numéricos.

1.2-DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

O método FDTD foi inicialmente proposto por Kane Yee em 1966 [10], sendo uma forma simples e elegante de discretização das equações de Maxwell temporais na forma diferencial. O método permite o estudo da onda em todo seu espectro de frequências e em ambientes complexos, sendo baseado em diferenças centradas, permitindo uma exatidão classificada de segunda ordem tanto no tempo como no espaço [7]. Apesar da simplicidade e elegância apresentada pelo método, este não recebeu grande interesse na época, devido principalmente ao elevado custo computacional. Com a evolução dos recursos computacionais, aliados à melhoria do algoritmo inicial para a simulação de problemas abertos, o FDTD passou a ser empregado para a solução de problemas em diversas áreas, como nos projetos de sistemas radiantes, na caracterização do comportamento de placas de circuitos e componentes eletrônicos e em diversas áreas da medicina e militares, entre outros [7]. Demonstrando o crescente e abrangente

emprego da técnica, a Figura 1.1 ilustra as publicações expressivas desde a publicação inicial de Yee até o ano de 1994, sendo claro um crescimento exponencial [9].

O avanço computacional permitiu ainda que a técnica fosse estendida para a solução de problemas mais complexos, incluindo na caracterização de canais rádio os indesejáveis efeitos de multipercurso. Além disso, pelo fato do FDTD ser um método que utiliza um algoritmo baseado em equações diferenciais parciais (EDP), ele não requer uma abordagem através da função de Green (para inverter o operador diferencial) e, como resultado, meios e geometrias arbitrárias (inclusive dispersivos e não lineares) podem ser estudados [8].

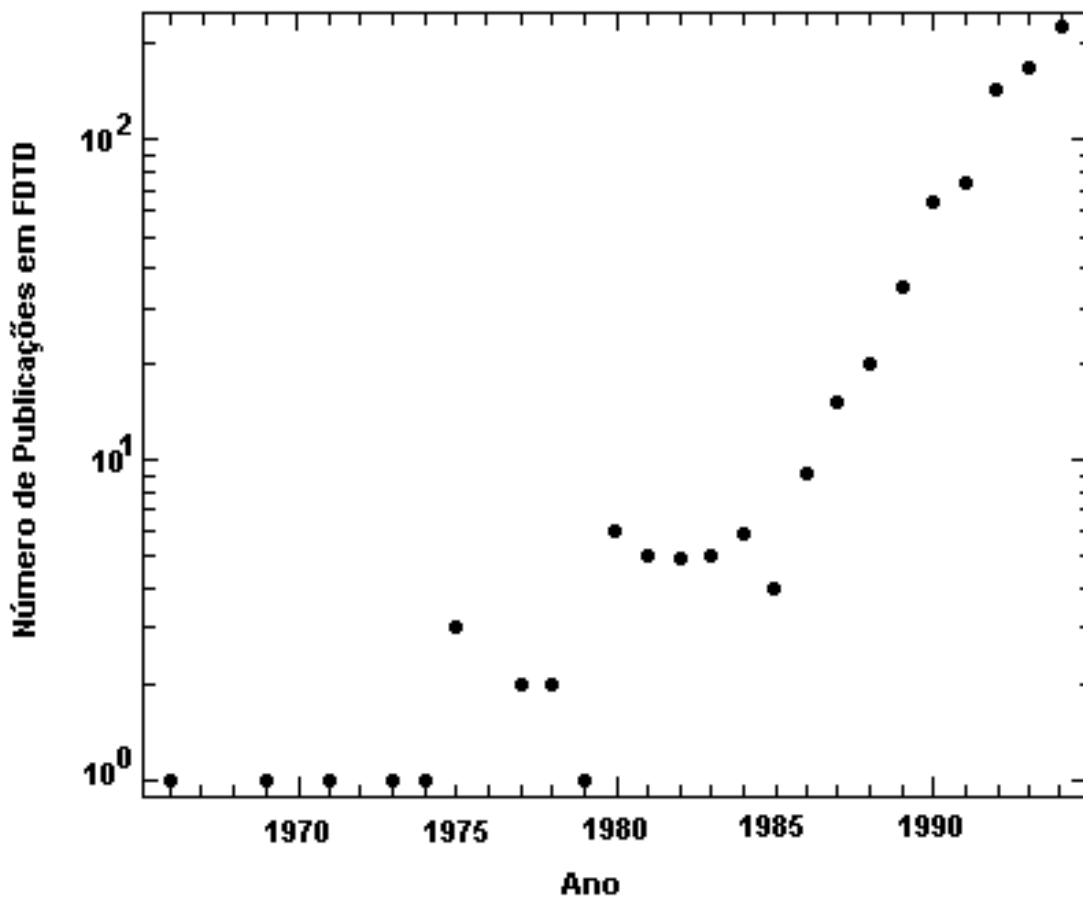


Figura 1.1: Número de publicações relacionadas ao FDTD até 1994 [9].

1.2.1- HISTÓRICO PARCIAL DA TÉCNICA FDTD

Taflove em seu livro [7] enumerou as principais contribuições em publicações para o desenvolvimento da técnica, sendo aqui transcritos os itens que apresentam alguma relevância com o trabalho proposto (as referências associadas a cada contribuição podem ser obtidas em [7]):

- 1966 Yee descreve a base da técnica numérica FDTD para resolver equações de Maxwell na forma pontual diretamente no domínio do tempo em uma grade espacial [10].
- 1975 Taflove e Brodwin obtêm o critério de estabilidade numérica para o algoritmo de Yee e a primeira solução para FDTD de ondas eletromagnéticas senoidais bi- e tridimensionais, em regime permanente, interagindo com a estrutura de materiais.
- 1977 Holland, Kunz e Lee aplicam o algoritmo de Yee para resolver problemas envolvendo pulsos eletromagnéticos.
- 1980 Taflove publica a primeira validação de modelos em FDTD de ondas eletromagnéticas senoidais em regime permanente penetrando dentro de uma cavidade metálica tridimensional.
- 1981 Mur publica o primeiro trabalho para condições de contorno absorventes (segunda ordem de exatidão) para a grade de Yee.
- 1982-1983 Taflove e Umashankar desenvolvem o primeiro modelo computacional em FDTD para o espalhamento de ondas eletromagnéticas senoidais em regime permanente para campos próximos, distantes e seções de radar em estruturas bi- e tridimensionais.

- 1987- Kriegsmann *et al.* e Moore *et al.* publicam os primeiros artigos aplicando a
1988 teoria da condição de contorno absorvente proposta por Mur.
- 1988 Sullivan *et al.* publicaram o primeiro modelo tridimensional em FDTD de
absorção completa de uma onda senoidal em regime permanente pelo corpo
humano.
- 1990- Kashiwa e Fukai, Luebbers *et al.* e Joseph *et al.* introduziram a modelagem em
1991 FDTD de permissividade eletromagnética dependente da frequência.
- 1990- Maloney *et al.*, Ketz *et al.*, e Tirkas e Balanis introduziram a modelagem de
1991 antenas por FDTD.
- 1993 A técnica FDTD passa a ser utilizada na caracterização de canais rádio
(algumas aplicações encontradas nas Referências [12—30]).
- 1994 Berenger [11] elaborou a condição de contorno absorvente PML (*Perfectly
Matched Layer*) para a grade FDTD em duas dimensões, sendo essa estendida
para três dimensões por Katz *et al.*

1.2.2-REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DOS TRABALHOS

RELATIVOS À CARACTERIZAÇÃO DE CANAIS RÁDIO

Como revisão bibliográfica, procurou-se apresentar alguns exemplos que demonstram as tendências apresentadas pela evolução do método FDTD, como, por exemplo, a implementação do FDTD em conjunto com técnicas baseadas no rastreamento de raios. A bibliografia a seguir deixa claro que, dado o enorme esforço computacional inerente ao FDTD, em conjunto com as grandes dimensões elétricas dos problemas, a técnica vem sendo basicamente implementada na sua versão bidimensional (2-D) com grade retangular.

Um dos primeiros trabalhos envolvendo a aplicação do FDTD na caracterização do canal rádio (no caso, para ambientes fechados, ou *indoor*) foi apresentado por A.

Lauer, A. Bahr e I. Wolff em 1994 [12]. Neste trabalho os autores utilizam uma grade FDTD bidimensional e discutem a conversão dos resultados na simulação de problemas tridimensionais (3-D). A conversão é baseada no método das imagens (para tal, o solo e o teto do ambiente fechado são supostos condutores perfeitos, o que é uma boa aproximação desde que aqueles sejam compostos por concreto estruturado) e na transformação de Fourier da coordenada espacial z (em cuja direção a geometria é suposta invariante). Os resultados obtidos são então comparados com técnicas de rastreamento de raios. É interessante salientar que este trabalho foi desenvolvido antes de Berenger apresentar a sua teoria de PML [11], de modo que as condições de contorno absorventes propostas por Mur [25] são utilizadas no truncamento da grade espacial. O trabalho apresenta uma onda TM (polarização vertical) na simulação do problema, utilizando uma grade de 1119 x 710 células (células quadradas de 0,03 metros de lado) na modelagem de um apartamento. Os resultados apresentados possuem boa concordância com aqueles obtidos pela técnica de traçado de raios.

Outro trabalho interessante é aquele de Joseph W. Schuster e Raymond J. Luebbers iniciado aproximadamente em 1996 [16, 20]. Nele os autores fazem uma comparação entre o método FDTD e o de rastreamento de raios baseado na Teoria Uniforme da Difração (UTD—*Uniform Theory of Diffraction*) para a caracterização de um canal rádio em um ambiente urbano simplificado (quatro blocos de seção reta quadrada simulando quatro quarteirões em um centro urbano). Novamente, é utilizada uma grade FDTD bidimensional para modelar o ambiente externo representado pelos quatro blocos. Para a simulação de perdas, as superfícies (laterais) destes blocos são assumidas dielétricas, revestindo um fundo condutor elétrico perfeito. Para a comparação dos resultados da FDTD como os da UTD, os primeiros foram corrigidos de uma atenuação (da intensidade do campo) cilíndrica para uma esférica, através de um simples pós-processamento dos resultados [16, 20]. No final deste processo, os campos da FDTD são ainda transformados para o domínio da frequência utilizando a transformada de Fourier (já que a técnica utilizada para a UTD é a do domínio da frequência). Estes trabalhos indicaram não só a compatibilidade entre os resultados das duas técnicas (FDTD e UTD) como também anteciparam a formulação de técnicas híbridas (FDTD+UTD) na solução de problemas mais envolventes (por exemplo, o de uma microcélula onde dentro dos prédios a FDTD é utilizada e fora destes a UTD é aplicada no acoplamento eletromagnético entre prédios).

Em 1998, Ying Wang, Safieddin Safavi-Nacini e Sujeet K. Chaudhuri propuseram uma técnica híbrida FDTD+UTD para a caracterização do canal rádio em ambientes fechados [19, 29]. No trabalho, enfatiza-se a característica do traçado de raios baseado na UTD ser uma excelente técnica na predição da propagação em ambientes onde todos os obstáculos são muito maiores que o comprimento de onda (elevadas dimensões elétricas), desde que o observador esteja suficientemente afastado da região onde ocorre o espalhamento eletromagnético. Na vizinhança de quinas de paredes onde a concentração do campo é intensa, ou em objetos onde o tamanho é comparável ao comprimento de onda, o método não se apresenta eficaz, sendo o FDTD incorporado para a predição próxima a estas regiões. Mais uma vez, os resultados apresentados são para problemas bidimensionais, sem nenhuma correção ou pós-processamento para a aplicabilidade da técnica em problemas tridimensionais.

Ainda em 1998, Yasumitsu Miyazaki e Paul Selormey publicaram um trabalho sobre a propagação de ondas de rádio em ambientes urbanos externos [21]. Mais uma vez, o problema é caracterizado como bidimensional. Neste trabalho, seis “blocos” retangulares são dispostos de forma a representar seis edificações (assumidas de concreto) dispostos ao longo de uma rua (três blocos de cada lado da rua), perfazendo um comprimento de 30 metros, por 30 metros de largura total. A técnica FDTD é utilizada na estimação do nível de potência recebido por um dado observador que se desloca ao longo da rua, assumindo uma excitação pulsada de 1 ns de largura, vinda de um transmissor localizado em um dos extremos da rua. Utiliza-se uma grade FDTD bidimensional com 2000x2000 células e uma polarização vertical (TM), típica das aplicações envolvendo telefonia móvel celular. A configuração bidimensional foi escolhida devido principalmente ao custo computacional que o ambiente externo (*outdoor*) exige, já que distâncias consideravelmente maiores que o comprimento de onda estão envolvidas. As principais vantagens apresentadas pelo método FDTD são o fácil tratamento da modelagem de ambientes complexos (permitindo a consideração dos efeitos de multipercurso) e a aquisição de um maior sentimento físico do problema quando comparado com técnicas de predição estatísticas. Vale ressaltar que, como condição de contorno absorvente, utilizou-se àquela proposta por Mur [25].

Em 1999, George D. Kondylis *et al.* publicaram um artigo sobre a caracterização do canal rádio em ambientes *indoor* [26]. Nesse artigo é proposta uma adaptação do método FDTD (*Reduced FDTD*) que se utiliza apenas de quatro equações de diferenças finitas em relação às seis do problema original 3-D. Os autores indicam que com R-

FDTD o mesmo espaço de memória computacional permite a análise de um ambiente com um volume 50% maior. O método explora a natureza divergente do campo eletromagnético em regiões livres de carga, relacionando uma das componentes vetoriais do campo elétrico com as duas componentes restantes (e similarmente para o campo magnético). Dessa forma o número de componentes vetoriais a ser manipulado é reduzido em um terço. Nas regiões onde a redução não é possível (como em cima de cargas e/ou corpos metálicos), então a técnica FDTD usual é utilizada. Porém, em geral tais regiões são bem menores que a totalidade do domínio computacional. O método apresenta-se eficiente quando comparado com o traçado de raios, utilizando 170 Mbytes de memória contra 250 Mbytes do método FDTD tradicional para a citada simulação [26].

A partir de 1999 os trabalhos encontrados na literatura são basicamente variações das técnicas descritas anteriormente, mudando apenas a complexidade da geometria e/ou os parâmetros do canal rádio a serem preditos. Destaque especial merece ser dado ao trabalho publicado por Steven A. Cummer, que aplica o FDTD na simulação do canal rádio guiado entre o solo terrestre e a ionosfera para frequências entre 3 Hz e 30 KHz [30].

1.3-OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo aplicar a técnica FDTD na caracterização do canal rádio em ambientes micro e pico-celulares urbanos. Devido ao inerente esforço computacional, o problema será tratado como bidimensional (2-D). Esta aproximação justifica-se desde que as alturas das antenas transmissora e receptora sejam da mesma ordem e menores que as alturas dos obstáculos (por exemplo, prédios) ao redor. Técnicas para a adaptação dos resultados bidimensionais para tridimensionais (3-D) podem ser utilizadas, inclusive na inclusão (aproximada) dos efeitos relativos à reflexão no solo [12, 13, 16, 18, 20, 27]. Porém, estes aspectos não serão considerados neste trabalho, ficando como sugestão para estudos posteriores.

1.4-METODOLOGIA

O trabalho é baseado em simulações computacionais para a caracterização de canais rádio em ambientes *outdoor* através de uma modelagem bidimensional (2-D). A linguagem de programação C foi utilizada, conjugada ao Matlab para a apresentação gráfica dos resultados. Procurou-se obter um código de programação cuja principal característica fosse a flexibilidade na acomodação da geometria do problema em questão, de maneira que, com pequenas alterações, fosse possível atender a uma grande gama de problemas. O programa permite que os resultados sejam obtidos e armazenados de tempos em tempos, de forma que, após um processamento da informação, o resultado do espalhamento ao longo do tempo possa ser visualizado, facilitando a compreensão física da propagação da onda eletromagnética.

Há de se ressaltar que, modificações foram realizadas a partir da disponibilidade de um código Matlab que acompanha a referência [7], no intuito de tornar o presente código o mais eficiente possível. Alguns aspectos do código da Referência [7] foram incorporados, em particular a técnica de armazenamento das características físicas dos diferentes meios em função da localização do ponto na grade numérica. Também é importante enfatizar as discussões iniciais com o Prof. Fernando Lisboa Teixeira (*Ohio State University*), autor da referência [8], que em muito auxiliou na inicialização do presente estudo.

1.5-ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho é organizado de forma a introduzir as características do método FDTD e suas aplicações na caracterização de canais rádio em ambientes *outdoor*. De certa forma, esta organização reflete os passos que o presente autor seguiu até a aplicação do método. Dessa forma o trabalho será dividido em capítulos, direcionando o leitor até o exemplo final.

No Segundo Capítulo será apresentado o método FDTD com a configuração original proposta por Yee [10]; ou seja, será assumido um problema bidimensional discretizado espacialmente por uma grade retangular. A formulação necessária ao método será descrita para as duas polarizações ortogonais: TE_z e TM_z. Os resultados

originais de Yee [10] serão referenciados e discutidos. Posteriormente é feito um estudo sobre os critérios de estabilidade e dispersão numérica do problema para propagação unidimensional, quando então os resultados de Yee são novamente apresentados agora para grades espaciais e temporais mais eficientes. Todos estes resultados servem também para a validação do programa de computador elaborado pelo autor.

No Terceiro Capítulo será introduzido o conceito de superfícies de contorno absorventes, focalizando o método PML (*Perfectly Matched Layer*). O método PML é explicado e utilizado para simular uma região aberta bidimensional onde se propaga um pulso com componente contínua nula e que é absorvido na região PML. Neste capítulo também serão apresentados os critérios de estabilidade e dispersão numérica para a técnica FDTD em propagação bidimensional.

No Quarto Capítulo será modelada uma região aberta compreendida por um quarteirão formado por seis edificações (microcélula) permitindo o estudo do comportamento de uma onda se propagando e também sofrendo reflexões e difrações nas faces e quinas das edificações, respectivamente. As edificações serão simuladas por obstáculos condutores elétricos perfeitos, sendo esses inseridos em um domínio cercado por condições de contorno absorvente (do tipo PML). Para validar os resultados será utilizada a mesma configuração apresentada em [21] com uma onda TM_z (polarização vertical). Neste capítulo utilizaremos como condições de contorno absorventes a PML proposta por Berenger [11], ao contrário da ABC–Mur [25] que se utilizou no artigo referência [21]. A escolha dessa ABC baseou-se principalmente na menor reflexão apresentada pela PML como pode ser visto em [7] e nos resultados apresentados neste trabalho. Um estudo sobre largura de banda coerente também será realizado, completando a caracterização do canal rádio apresentado.

No Quinto Capítulo serão apresentadas as conclusões pertinentes a esta dissertação e as sugestões para trabalhos futuros.

2 DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO EM DUAS DIMENSÕES

2.1-INTRODUÇÃO

O método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) é um dos métodos numéricos mais populares para a solução de problemas envolvendo transitórios eletromagnéticos [7—9]. Desde sua formulação por Yee em 1966 [10], ele continua a expandir-se em áreas de atuação à medida que o custo numérico inerente decresce pelo avanço dos recursos computacionais.

O método FDTD consiste-se em uma técnica de solução direta para as equações de Maxwell no formato diferencial e no domínio do tempo. O método é baseado na amostragem volumétrica de um campo elétrico $\vec{E}$ e magnético $\vec{H}$ desconhecidos, rodeados pelo domínio (ambiente) de interesse em um determinado período de tempo. A amostragem espacial é realizada de tal forma que a periodicidade destas amostras seja suficientemente menor do que o comprimento de onda associado à frequência mais alta do espectro (significativo) do sinal sendo transmitido. Obviamente que esta amostragem também tem que estar relacionada ao refinamento necessário à

caracterização dos aspectos geométricos do problema. Porém, para variações geométricas muito menores do que o comprimento de onda (onde o refinamento da grade espacial realmente se faria necessário), os efeitos associados são desprezíveis e, conseqüentemente, o fator determinante é o próprio comprimento de onda da maior frequência significativa do sinal. Tipicamente, 10 a 20 amostragens por comprimento de onda são necessárias para garantir estabilidade numérica ao algoritmo [7].

Para simulações onde a região modelada estende-se ao infinito, utilizam-se condições de contorno especiais para a limitação do domínio computacional. Atualmente, as mais utilizadas são planos condutores (elétricos ou magnéticos) perfeitos, dependendo do grau de simetria do problema [10] ou, em situações mais gerais, o PML proposto por Berenger [11]. Desta maneira pode-se limitar o domínio (espacial) computacional de interesse e minimizar a introdução de reflexões espúrias. Fenômenos tais como indução de corrente em superfícies, espalhamento, acoplamento mútuo, penetração em aberturas e excitação em cavidades são modelados com a utilização das equações de Maxwell, discretizadas e dispostas adequadamente conforme a técnica FDTD. A consistência da modelagem desses fenômenos é geralmente assegurada se suas variações temporal e espacial são bem resolvidas pelo processo de amostragem no tempo e espaço [7].

2.2-EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE MAXWELL

Para a implementação do método FDTD faz-se necessária uma breve explanação sobre as equações de Maxwell. Considerando uma região do espaço que possa conter materiais com propriedades tais que absorvam energia dos campos elétrico e magnético, podemos escrever as equações de Maxwell na forma pontual, como se segue:

Lei de Gauss para o Campo Elétrico:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_e \quad (2.1.a)$$

Lei de Gauss para o Campo Magnético:

$$\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m \quad (2.1.b)$$

Lei de Faraday:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} - \vec{M} \quad (2.1.c)$$

Lei de Ampère:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \vec{J} \quad (2.1.d)$$

sendo:

re - densidade volumétrica de carga elétrica (C/m³);

rm - densidade volumétrica de carga magnética equivalente (Wb/m³);

$\vec{D}$ - vetor densidade de fluxo elétrico (C/m²);

$\vec{B}$ - vetor densidade de fluxo magnético (Wb/m²);

$\vec{H}$ - vetor campo magnético (A/m);

$\vec{E}$ - vetor campo elétrico (V/m);

$\vec{M}$ - vetor densidade de corrente magnética equivalente (V/m²);

$\vec{J}$ - vetor densidade de corrente elétrica (A/m²).

A densidade volumétrica de carga magnética equivalente (rm) e o vetor densidade de corrente magnética equivalente ($\vec{M}$) foram incluídas nas equações (2.1.b) e (2.1.c), respectivamente, para introduzir nas equações de Maxwell a dualidade necessária ao tratamento das condições de contorno absorventes a serem discutidas no Capítulo 3.

Para o estudo proposto considera-se que $\vec{M}$ e $\vec{J}$ presentes nas equações (2.1.c) e (2.1.d), respectivamente, possam atuar como fontes geradoras da energia associada ao campo eletromagnético. Essa consideração, acrescida da possibilidade de presença de materiais com perdas elétricas e magnéticas isotrópicas e não dispersivas no domínio de interesse, resultam nas seguintes relações:

$$\vec{J} = \vec{J}_{fonte} + s\vec{E} \quad (2.2.a)$$

$$\vec{M} = \vec{M}_{fonte} + s * \vec{H} \quad (2.2.b)$$

sendo:

σ : condutividade elétrica (S/m);

σ^* : condutividade magnética equivalente (Ω/m);

$\vec{J}_{fonte}$: vetor densidade de corrente elétrica da fonte (A/m²);

$\vec{M}_{fonte}$: vetor densidade de corrente magnética da fonte (V/m²).

$\vec{J}_{fonte}$ e $\vec{M}_{fonte}$ são vetores (associados às fontes que geram o campo eletromagnético) conhecidos no tempo e espaço, e m , e , s e s^* são funções conhecidas no espaço (ou seja, o meio pode ser heterogêneo).

Para um meio linear, isotrópico e não dispersivo, as relações entre o fluxo elétrico (magnético) e o campo elétrico (magnético) podem ser descritas através das seguintes relações constitutivas [7]:

$$\vec{D} = e\vec{E} = e_r e_0 \vec{E} \quad (2.3.a)$$

$$\vec{B} = m\vec{H} = m_r m_0 \vec{H} \quad (2.3.b)$$

sendo:

ϵ - permissividade elétrica (F/m);

μ - permeabilidade magnética (H/m);

e_r - permissividade elétrica relativa;

μ_r - permeabilidade magnética relativa;

ϵ_0 - permissividade elétrica no vácuo (F/m);

μ_0 - permeabilidade magnética no vácuo (H/m);

Aplicando $\vec{J}$ [equação (2.2.a)], $\vec{M}$ [equação (2.2.b)] e as equações (2.3.a) e (2.3.b) nas equações (2.1.c) e (2.1.d) obtemos as seguintes relações [7]:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{m} \nabla \times \vec{E} - \frac{1}{m} (\vec{M}_{fonte} + s^* \vec{H}) \quad (2.4.a)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{e} \nabla \times \vec{H} - \frac{1}{e} (\vec{J}_{fonte} + s \vec{E}) \quad (2.4.b)$$

que por sua vez podem ser representadas em coordenadas cartesianas como segue [7]:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - (M_{x_{fonte}} + s * H_x) \right] \quad (2.5.a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - (M_{y_{fonte}} + s * H_y) \right] \quad (2.5.b)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - (M_{z_{fonte}} + s * H_z) \right] \quad (2.5.c)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - (J_{x_{fonte}} + s E_x) \right] \quad (2.5.d)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - (J_{y_{fonte}} + s E_y) \right] \quad (2.5.e)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J_{z_{fonte}} + s E_z) \right] \quad (2.5.f)$$

O conjunto de equações diferenciais parciais acopladas (2.5.a) à (2.5.f) são a base para o algoritmo da técnica FDTD em três dimensões não sendo necessário explicitar as leis de Gauss. As leis de Gauss [equações (2.1.a) e (2.1.b)] estão implícitas no posicionamento dos campos elétricos e magnéticos na grade FDTD e na derivação espacial numérica sobre as componentes dos campos que modelam a ação do operador divergente [7].

Considerando-se que o problema em questão possui uma geometria bidimensional (como é o nosso caso de interesse, conforme discutido no Capítulo 1), podemos simplificar as equações anteriores em coordenadas Cartesianas utilizando as representações Transverso Magnético (TMz, ou seja, $H_z = 0$) e Transverso Elétrico (TEz, ou seja, $E_z = 0$) em um meio linear e isotrópico [7]. Para ondas TEz, sendo definida a invariância espacial em relação à coordenada z, temos [7]:

$$H_x = H_y = E_z = 0$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - (M_{z_{fonte}} + s * H_z) \right] \quad (2.6.a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - (J_{x_{fonte}} + s E_x) \right] \quad (2.6.b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[-\frac{\partial H_z}{\partial x} - (J_{y_{fonte}} + s E_y) \right] \quad (2.6.c)$$

Para ondas TMz [7]:

$$E_x = E_y = H_z = 0$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J_{z_{fonte}} + s E_z) \right] \quad (2.7.a)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[-\frac{\partial E_z}{\partial y} - (M_{x_{fonte}} + s * H_x) \right] \quad (2.7.b)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - (M_{y_{fonte}} + s * H_y) \right] \quad (2.7.c)$$

O modo TEz e o TMz constituem duas diferentes maneiras de propagação bidimensional com derivada parcial nula na direção z e sem componentes de vetor de campo semelhantes. Essas diferenças podem fazer com que os fenômenos físicos associados a esses casos sejam muito diferentes devido a orientação dos campos em relação a região que está sendo modelada [7]. A respeito da diferença apresentada na modelagem, um problema bidimensional qualquer pode ser analisado pela combinação das soluções TEz e TMz.

Nas próximas seções as equações das soluções TEz e TMz serão adaptadas para a utilização em FDTD.

2.3-O MÉTODO FDTD DE YEE

O método proposto por Yee em 1966 [10] para implementar numericamente as equações de Maxwell na forma diferencial e no domínio do tempo possibilitou a resolução de diversos problemas, possibilitando uma fácil compreensão física do que ocorre na propagação de ondas eletromagnéticas (através da possibilidade de uma visualização gráfica dos resultados).

Yee posicionou o campo elétrico e magnético de forma que sempre houvesse, em um dado plano, quatro componentes de um dos campos (elétrico ou magnético) circulando ao redor de uma componente perpendicular do outro campo. Isto de certa forma impõe a natureza solenoidal do campo eletromagnético imposta pelas equações de Gauss, em regiões onde não há acúmulo de carga [7]. Para que isso fosse possível em um espaço tridimensional, Yee utilizou-se de um cubo (grade retangular). Posicionando as componentes do campo elétrico na metade das arestas do cubo e as do campo magnético no centro das faces do mesmo cubo, Yee estabeleceu o que mais tarde receberia o nome de *cubo de Yee*, que é aqui apresentado pela Figura 2.1.

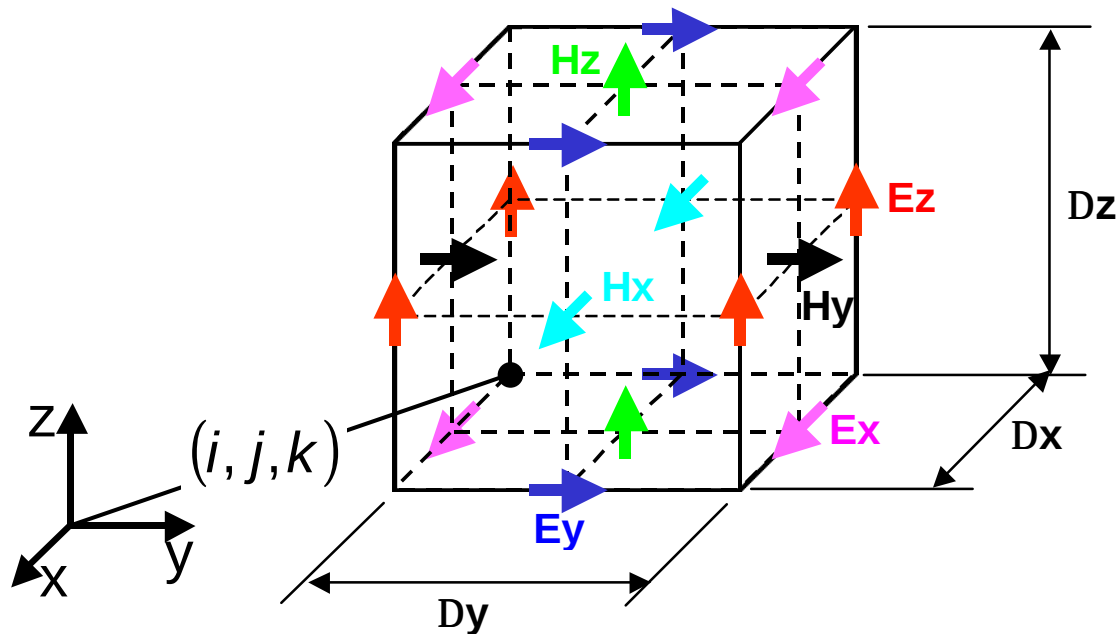


Figura 2.1: Cubo de Yee – posicionamento das componentes dos campos elétrico e magnético em uma célula (D_x , D_y , D_z).

Uma grade formada por cubos de Yee permite posicionar o campo elétrico ($\vec{E}$) defasado no espaço e no tempo em relação ao campo magnético ($\vec{H}$), obtendo-se assim equações que, a partir de campos previamente conhecidos (temporalmente), permitem o cálculo dos campos “atuais”. Para discretizar as equações diferenciais de Maxwell utilizadas em seu algoritmo, Yee utilizou diferenças centradas, tanto para as derivadas temporais como para as espaciais, obtendo-se assim equações de segunda ordem de exatidão [7, 10].

Todas as componentes de $\vec{E}$ são calculadas e armazenadas para um determinado instante de tempo em toda região de interesse utilizando valores de $\vec{H}$ previamente armazenados, e vice-versa. Para tentar exemplificar graficamente este procedimento, a Figura 2.2 ilustra o procedimento para um caso unidimensional.

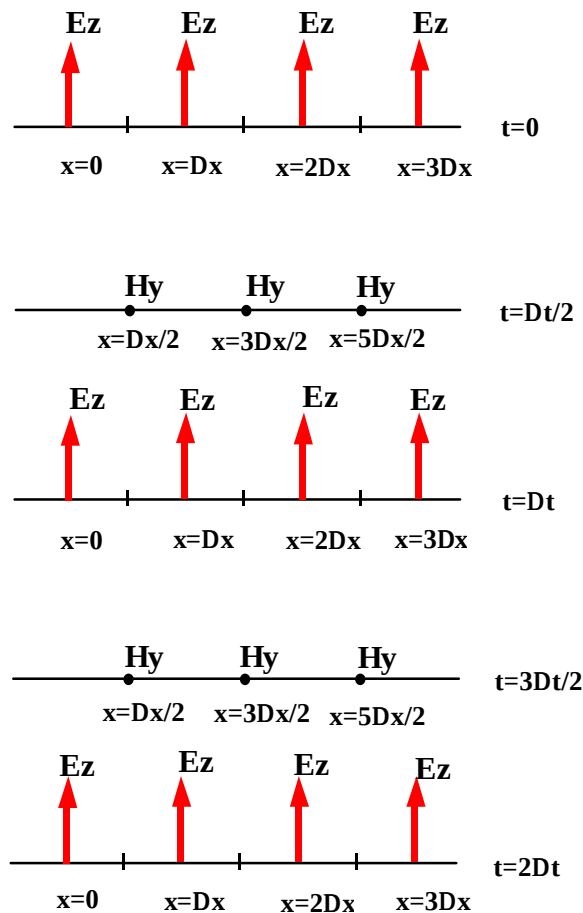


Figura 2.2: Posicionamento de E_z e H_y no tempo e espaço para uma grade FDTD unidimensional.

2.3.1-O ALGORITMO DE YEE

Para o tratamento numérico das equações de Maxwell através do FDTD, Yee utilizou-se de algumas representações que serão expostas nesta seção. Para a identificação de um ponto no espaço, Yee utilizou-se da seguinte representação [10]:

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (2.8)$$

sendo Δx , Δy e Δz incrementos da grade nas direções x , y e z , respectivamente, como indicado na Figura 2.1.

Na representação de equações em função da posição e do tempo utilizou-se o conceito apresentado anteriormente, equação (2.8), acrescido do incremento de tempo Δt [10]:

$$F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = F^n(i, j, k) \quad (2.9)$$

Resta porém relacionar os parâmetros com sua utilização. Na escolha de Δx , Δy e Δz deve-se ter em mente que, para um determinado incremento na grade, não se deve ter alterações significativas nos valores dos campos [10]. Assim, estes incrementos espaciais devem ser escolhidos de tal forma que suas dimensões sejam somente uma pequena fração do comprimento de onda, como já mencionado na Seção 2.1. Para a estabilidade computacional deve-se satisfazer a relação entre o incremento no espaço e no tempo [7, 10]. Quando temos a permissividade (ϵ) e a permeabilidade (μ) constantes (meios homogêneos, como são os casos considerados neste trabalho), o seguinte critério deve ser cumprido:

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \geq c\Delta t \quad (2.10)$$

onde c é a velocidade da luz no meio. Quando o meio não for homogêneo, um critério simples e prático geralmente não pode ser definido a priori [7].

Caso a condição imposta pela inequação (2.10) não seja satisfeita, o algoritmo pode ser penalizado com instabilidade, gerando resultados errôneos. A fim de prevenir

essa indesejável situação, utilizou-se o fator de Courant, que relaciona o incremento no tempo e espaço [7]:

$$S = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (2.11)$$

onde S é o fator de Courant. Posteriormente, o fator de Courant será explorado acima de seus limites, demonstrando-se as consequências de tal ação.

Pelo fato do presente trabalho tratar-se de um estudo no espaço bidimensional, iremos representar somente as equações TEz e TMz [equações (2.6.a) à (2.7.c)] em diferenças finitas. Porém, os conceitos aqui utilizados podem ser estendidos para problemas tridimensionais [7].

Para a representação de soluções TEz em diferenças finitas temos, respectivamente das equações (2.6.a), (2.6.b) e (2.6.c) e do posicionamento dos campos conforme o cubo de Yee, as seguintes equações [7]:

$$\begin{aligned} H_z^{n+1}(i, j+1) = & H_z^n(i, j+1) \\ & + \frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{3}{2}) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}) \right] \\ & - \frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[E_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+1) - E_y^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2}, j+1) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{m} \left[M_{x_{fonte}}^{n+\frac{1}{2}}(i, j+1) + s^{n+\frac{1}{2}}(i, j+1) \cdot H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j+1) \right] \end{aligned} \quad (2.12.a)$$

$$\begin{aligned} E_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}) = & E_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}) \\ & + \frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[H_z^n(i, j+1) - H_z^n(i, j) \right] \\ & - \frac{\Delta t}{e} \left[J_{x_{fonte}}^n(i, j+\frac{1}{2}) + s^n(i, j+\frac{1}{2}) \cdot E_x^n(i, j+\frac{1}{2}) \right] \end{aligned} \quad (2.12.b)$$

$$Ey^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right)=Ey^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) \quad (2.12.c)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[Hz^n(i, j+1) - Hz^n(i-1, j+1) \right] \\ & -\frac{\Delta t}{e} \left[Jy_{fonte}^n\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) + s^n\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) \cdot Ey^n\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) \right] \end{aligned}$$

Procedendo de maneira análoga para as soluções TMz [equações (2.7.a) – (2.7.c)], temos [7]:

$$Ez^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right)=Ez^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) \quad (2.13.a)$$

$$\begin{aligned} & +\frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[Hy^n(i, j+\frac{1}{2}) - Hy^n(i-1, j+\frac{1}{2}) \right] \\ & -\frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[Hx^n(i-\frac{1}{2}, j+1) - Hx^n(i-\frac{1}{2}, j) \right] \\ & -\frac{\Delta t}{e} \left[Jz_{fonte}^n\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) + s^n\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) \cdot Ez^n\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

$$Hx^{n+1}\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right)=Hx^n\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) \quad (2.13.b)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[Ez^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{3}{2}\right) - Ez^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) \right] \\ & -\frac{\Delta t}{m} \left[Mx_{fonte}^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) + \right. \\ & \left. + s^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) \cdot Hx^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+1\right) \right] \end{aligned}$$

$$Hy^{n+1}\left(i, j+\frac{1}{2}\right)=Hy^n\left(i, j+\frac{1}{2}\right) \quad (2.13.c)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[Ez^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) - Ez^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}\right) \right] \\ & -\frac{\Delta t}{m} \left[My_{fonte}^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) + s^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) \cdot Hx^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

De posse das equações (2.12.a) à (2.13.c) podemos implementar um programa que calcule de forma recorrente, em toda a grade, os valores do campo para uma dada onda incidente imposta ao problema ou para uma determinada distribuição de fontes J_{fonte} e M_{fonte} .

2.4-IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO FDTD EM DUAS DIMENSÕES

Para a implementação do algoritmo de Yee e a validação dos resultados utilizou-se das equações indicadas na literatura [7,10] e descritas na Seção 2.3.1. Foram implementados dois programas em linguagem C (um para a polarização TEz e outro para a TMz) em uma configuração bidimensional.

Considerando as equações TEz e TMz [equações (2.12.a) à (2.13.c)] apresentadas na Seção 2.3.1, algumas considerações devem ser feitas para que tais equações se adequem ao problema proposto por Yee [10]. Na geometria ilustrada na Figura 2.3, inicialmente proposta por Yee [10], as fontes de corrente elétrica e magnética foram consideradas nulas ($\vec{J}_{fonte} = \vec{M}_{fonte} = 0$) pois a excitação é imposta diretamente pelo estabelecimento da distribuição inicial do campo. Quanto às condutividades elétricas e magnéticas, estas serão empregadas na definição dos obstáculos (condutores elétricos ou magnéticos perfeitos).

Na comparação com os resultados apresentados por Yee [10], utilizaremos aqui o programa desenvolvido para a polarização TMz. Nesse programa a onda plana irá propagar-se em um domínio preenchido pelo vácuo e contornado em sua parte frontal e posterior (em relação à direção de propagação da onda, como indicado na Figura 2.3) por condutores elétricos perfeitos (CEP). As “paredes” laterais são limitadas por condutores magnéticos perfeitos (CMP), de forma a simular uma frente de onda infinita na direção perpendicular a estas paredes. Inicialmente, nenhum obstáculo estará presente no domínio de interesse. O obstáculo condutor elétrico perfeito indicado na Figura 2.3 será introduzido posteriormente.

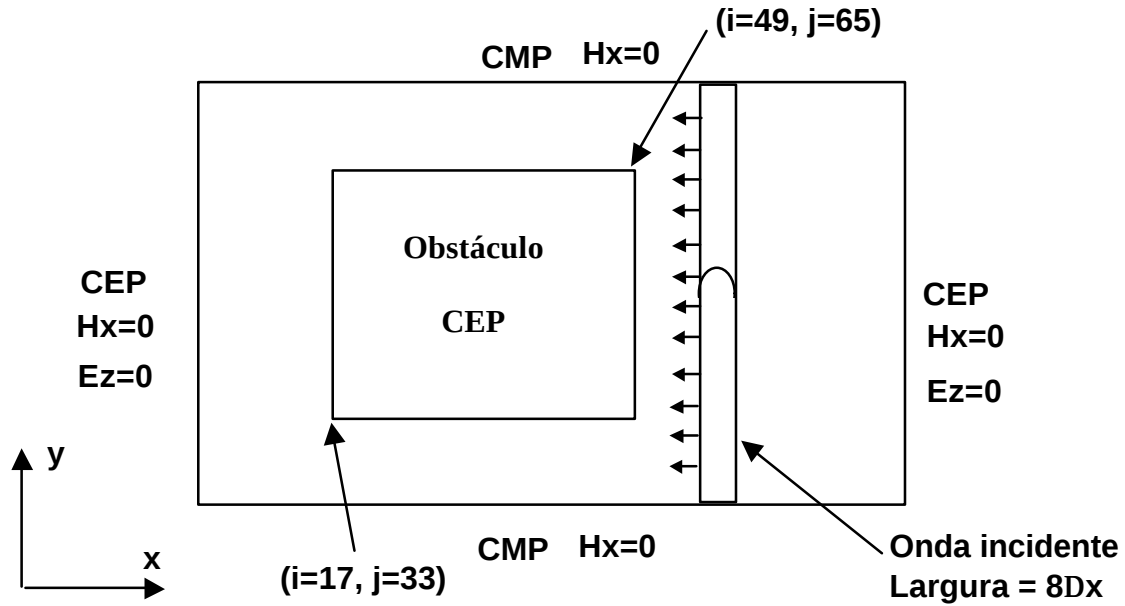


Figura 2.3: Domínio constituído por paredes de condutores magnéticos e elétricos perfeitos e obstáculo retangular em CEP.

2.4.1-SELEÇÃO DOS INCREMENTOS NO TEMPO E ESPAÇO

Visando a estabilidade numérica da solução, devemos manter o compromisso de escolher os incrementos espaciais (Δx e Δy) de forma que o campo eletromagnético não possua variações significativas em um espaço correspondente a Δx ou Δy , ou seja, fazer com que estes incrementos possuam apenas uma fração do comprimento de onda, como mencionado na Seção 2.1.

Para o estudo apresentado utilizou-se uma grade quadrada onde $\Delta x = \Delta y$, como também fora utilizado em [10]. Para o incremento temporal Δt , adotou-se um valor tal a atender o fator de Courant [$S \leq 1$, veja equação (2.11)] que, no presente caso e em [10], foi estipulado como $S = 0,5$. Finalizando utilizou-se $c \approx 3 \times 10^8$ m/s como a velocidade da luz no meio em questão (o vácuo). A escolha da grade e incremento no tempo foram adotados visando a comparação com resultados apresentados em [10], para a demonstração e validação do programa desenvolvido.

2.4.2-ONDA INCIDENTE

A onda incidente merece um tratamento especial tendo em vista que seu correto posicionamento influencia diretamente no desempenho do programa. A onda implementada está descrita em [10] e trata-se de uma onda plana, com distribuição espacial limitada por um pulso com o formato de uma meia-senóide e largura espacial igual a oito vezes o valor de Δx (como indicado na Figura 2.4). O campo elétrico possui uma amplitude igual a 1 V/m. A onda é introduzida no domínio computacional como condição inicial, propagando-se no sentido negativo de x . Isto é feito através da correta relação espaço-temporal entre os campos elétrico e magnético impostos, tendo as seguintes equações para sua implementação [10]:

$$\vec{E} = E_0 \cdot \hat{z} \cdot \text{sen} \left[\frac{(x - x_{\text{fonte}} l_L + ct) \pi}{8 l_L} \right] \quad 0 \leq x - x_{\text{fonte}} l_L + ct \leq 8 \lambda_L \quad (2.14.a)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{h} \vec{E} \times \hat{x}. \quad (2.14.b)$$

sendo:

- E_0 : amplitude do campo elétrico (1 V/m);
- λ_L : largura do pulso ($\lambda_L = 8\Delta x$ no presente caso);
- c : velocidade da luz no vácuo ($c \approx 3 \times 10^8$ m/s);
- η : impedância característica do meio ($\eta \approx 120\pi \Omega$);
- x_{fonte} : posição inicial da frente de onda em $t = 0$.

Ao se fazer o posicionamento da onda como condição inicial, deve-se atentar para o fato de que, para a grade FDTD, os campos elétrico e magnético não convivem no mesmo tempo e espaço simultaneamente, como foi ilustrado pela Figura 2.2 para um caso unidimensional. Na introdução da onda no domínio computacional, devemos posicionar o campo magnético $\Delta x/2$ à frente do campo elétrico, ou vice-versa, tendo em vista a lógica do programa. Observe que a expressão “à frente” está associada à direção de propagação (no presente caso no sentido negativo da coordenada x). Para esse posicionamento defasado de $\Delta x/2$ deve-se ter em mente o deslocamento na utilização das equações (2.14.a) e (2.14.b). Ao se calcular o campo magnético a partir do campo

elétrico deve-se utilizar o valor de $\vec{E}$ dado pela equação (2.14.a) após este ter se propagado de $\Delta x/2$ e transcorrido o tempo equivalente de $\Delta t/2$. Para a devida ilustração, a Figura 2.4 apresenta as distribuições iniciais das componentes do campo, onde para a componente do campo elétrico o tempo inicial é $t = 0$ e para a do campo magnético o tempo inicial é $t = \Delta t/2$.

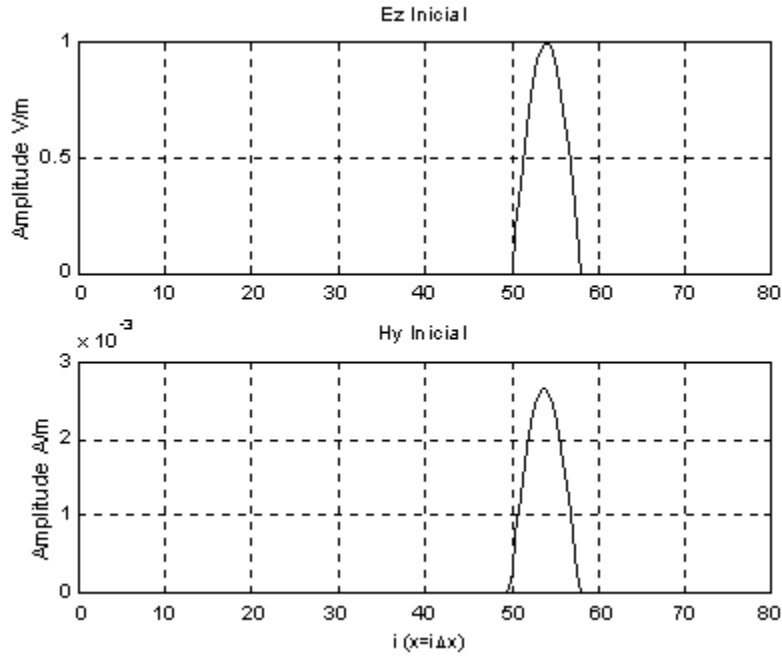


Figura 2.4: Componentes iniciais do campo elétrico E_z ($t = 0$) e do campo magnético H_y ($t = \Delta t/2$), dadas como condições iniciais ao problema.

2.4.3-VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

Utilizando o programa FDTD desenvolvido para a polarização TMz, acompanhou-se a propagação da componente do campo elétrico E_z em vários instantes de tempo ($t = n\Delta t$), inicialmente com a região modelada sem obstáculo e posteriormente com obstáculo, como antecipado pela Figura 2.3. Os resultados obtidos por Yee [10] foram utilizados como referência para a validação do programa desenvolvido, tendo sido observada uma grande concordância entre os mesmos.

A Figura 2.5 apresenta o resultado equivalente à Figura 3 de Yee [10] onde o cálculo de E_z , na ausência de obstáculo, é representado para diversos ciclos no tempo ($n=5, n=35, n=65, n=95$). A onda é representada para fator de Courant igual a 0,5, apresentando uma certa instabilidade que será comentada posteriormente na Seção 2.5. Podemos observar que a concordância entre a amplitude e a posição na grade, nos diversos ciclos de tempo, demonstram a similaridade dos resultados.

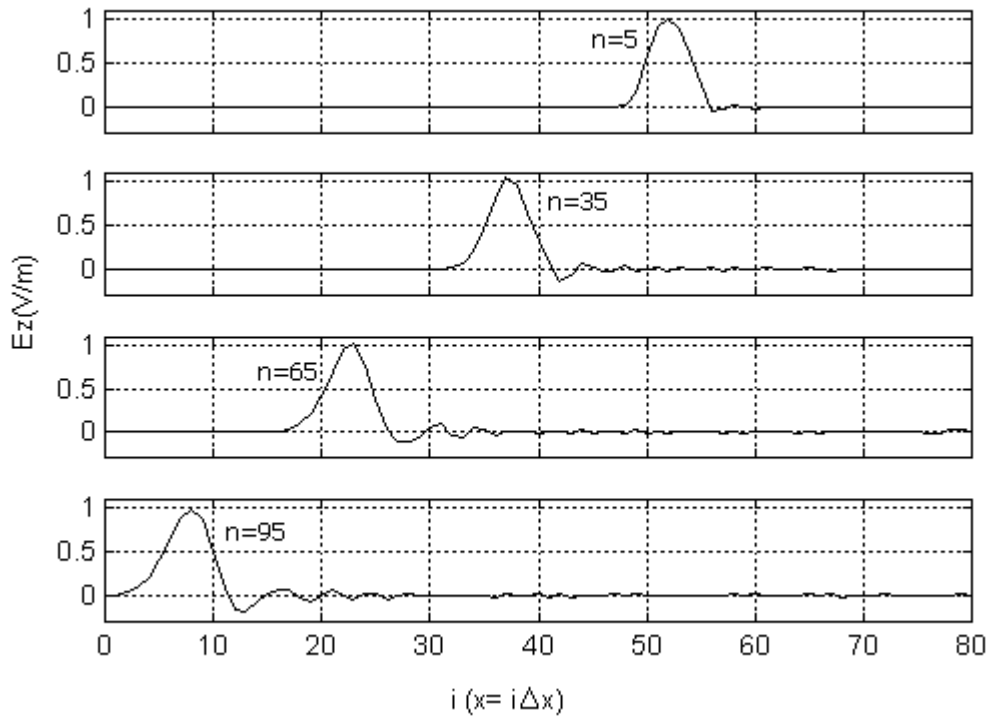


Figura 2.5: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = nDt$) na modelagem com ausência do obstáculo. Para o eixo das abscissas temos o incremento horizontal (i) e nas ordenadas temos a amplitude em V/m do campo E_z .

Na Figura 2.6 temos o resultado equivalente à Figura 4 de Yee [10] onde temos a representação do campo elétrico E_z em diversos ciclos no tempo para o domínio com um obstáculo retangular CEP conforme representado na Figura 2.3. Os resultados são apresentados para um incremento em uma coordenada y fixa ($j = 30$), o que, em termos físicos, representa uma trajetória com espaçamento de $3\Delta y$ em relação à lateral do obstáculo. Podemos observar, nessa figura, o espalhamento e atenuação da onda no decorrer da propagação e a concordância com os resultados apresentados por Yee [10].

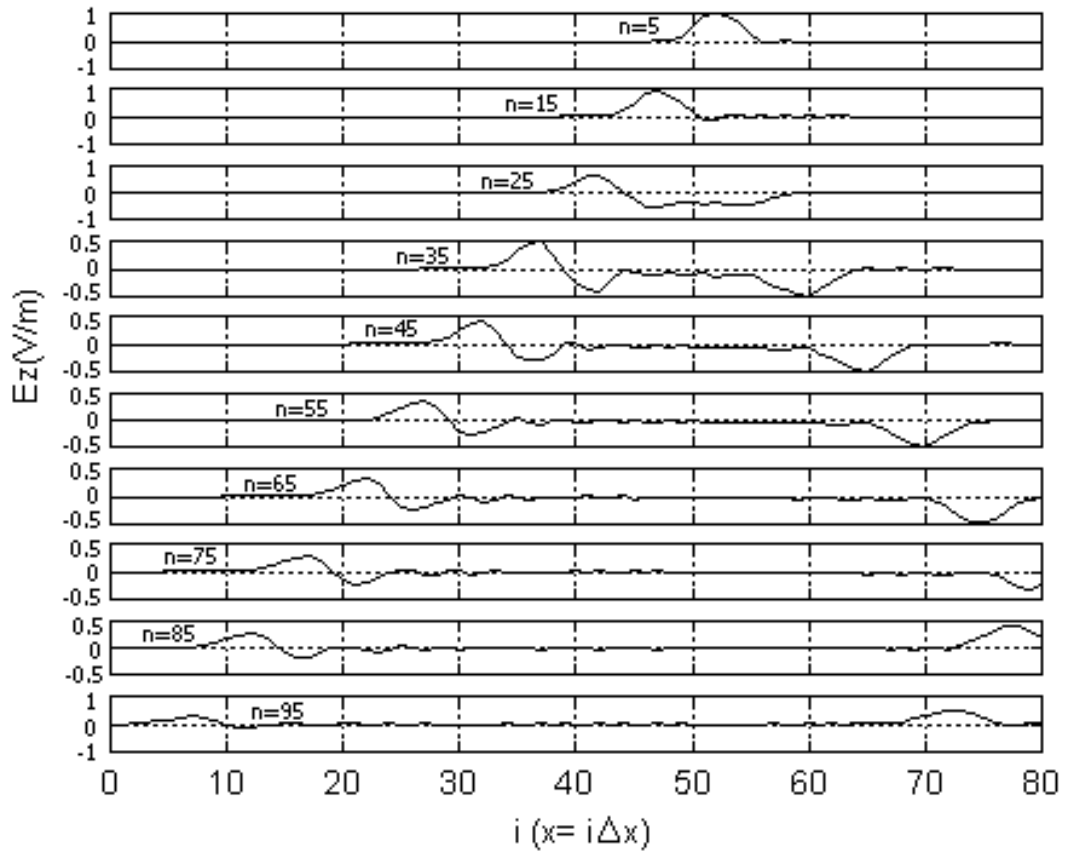


Figura 2.6: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = nDt$) na modelagem com a presença de obstáculo (conforme Figura 2.3). O campo elétrico E_z é representado em uma coordenada y fixa ($y = 30\Delta y$).

A Figura 2.7 apresenta o resultado equivalente à Figura 5 de Yee [10], onde o campo elétrico E_z é representado para diversos ciclos no tempo, sendo utilizada a configuração apresentada na Figura 2.3 (com obstáculo CEP). Os resultados refletem a onda se propagando em uma coordenada y fixa ($j = 50$), o que equiivale à trajetória que leva ao impacto com o obstáculo, ocorrendo assim o espalhamento da onda incidente. Os resultados estão novamente similares aos encontrados por Yee [10], mostrando concordância em amplitude e posição espacial.

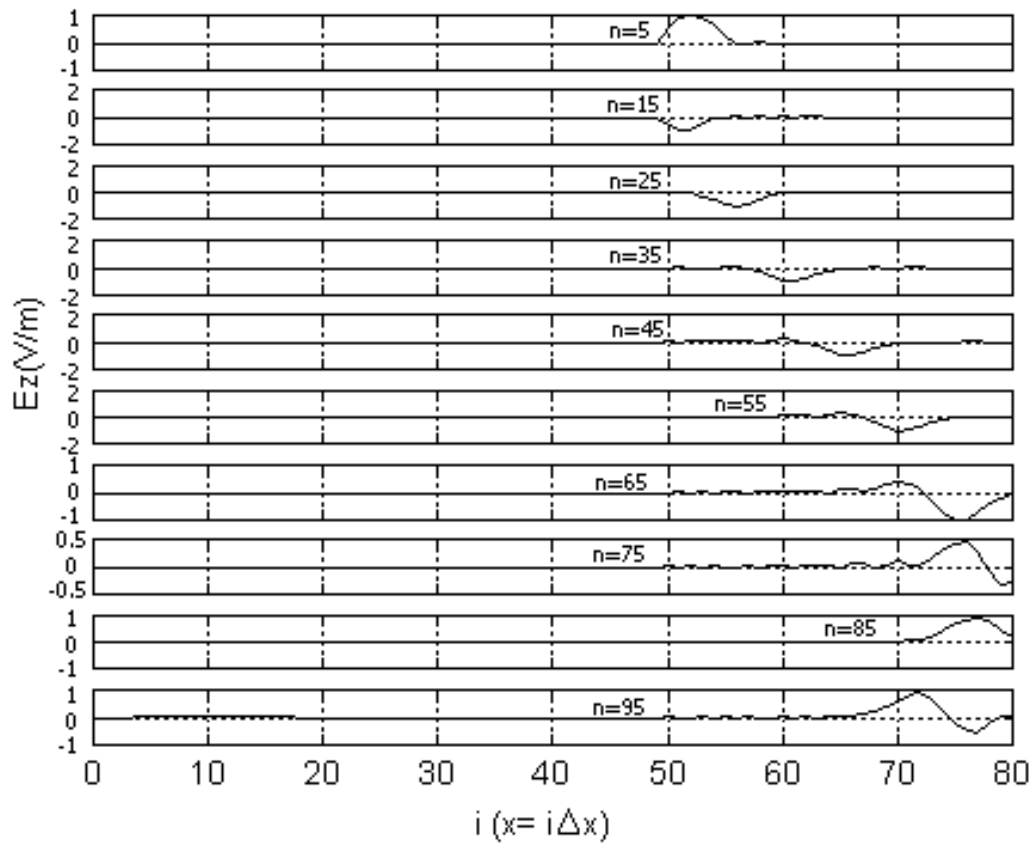


Figura 2.7: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = nDt$) na modelagem com a presença de obstáculo (conforme Figura 2.3). O campo elétrico E_z é representado em uma coordenada y fixa ($y = 50Dy$).

Completando a seqüência de figuras, Yee apresenta a Figura 6 [10], sendo essa equivalente à Figura 2.8 no presente texto. Nessa figura o campo elétrico é representado para vários ciclos no tempo em uma posição fixa em y ($j = 65$), o que equivale à trajetória tangencial à lateral do obstáculo. Pela figura notamos o espalhamento sofrido pela onda e, novamente, que os presentes resultados demonstram grande concordância com os apresentados em [10].

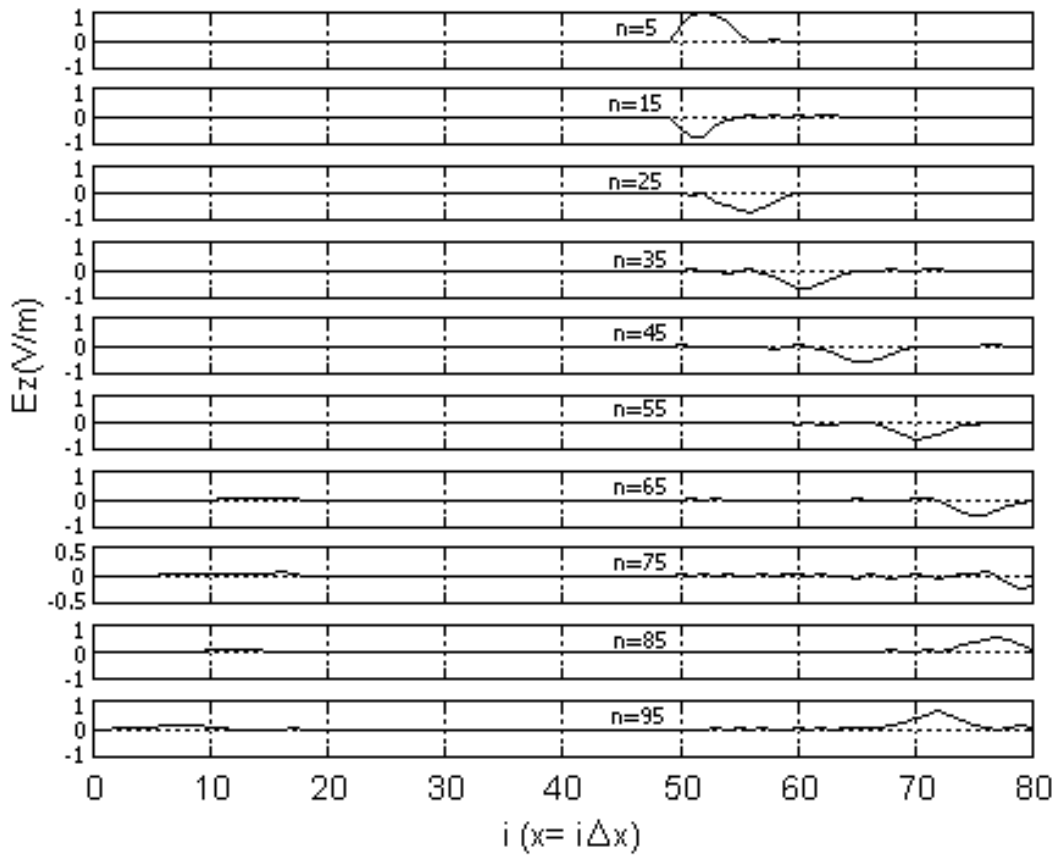


Figura 2.8: Resultados para diversos valores de n (número de ciclos no tempo, onde $t = nDt$) na modelagem com a presença de obstáculo (conforme Figura 2.3). O campo elétrico E_z é representado em uma coordenada y fixa ($y = 65Dy$).

Para uma melhor visualização dos resultados, estes serão agora expostos de forma tridimensional, com uma visão de planta e em perspectiva, tanto para o campo elétrico quanto para o campo magnético. O número de ciclos no tempo em que são apresentados os resultados visa manter a onda no domínio de interesse sem que haja reflexões com as laterais da caixa, o que distorceria o resultado procurado. As cores na barra lateral à figura representam a intensidade do campo.

Para as Figuras 2.9 e 2.10 temos a representação da vista superior e em perspectiva, respectivamente, do campo elétrico E_z propagando no domínio representado pela Figura 2.3. A onda é mostrada após incidir sobre o obstáculo (o que ocorre para $n = 5$), sofrendo espalhamento. Os resultados apresentados nas Figuras 2.9 e 2.10 são relativos ao número de ciclos no tempo igual a 55 ($n = 55$).

Para as Figuras 2.11 e 2.12 temos a representação do campo magnético H_x em vista superior e em perspectiva, respectivamente, no mesmo instante de tempo ($n=55$) das Figuras 2.9 e 2.10. O campo magnético H_x não é uma componente da onda incidente e tem sua origem devido ao espalhamento que a onda sofre após incidir sobre o obstáculo CEP.

As Figuras 2.13 e 2.14 representam o campo magnético H_y em vista superior e em perspectiva, respectivamente, novamente para $n=55$. Podemos notar que o formato da onda é similar à apresentada pelo campo elétrico E_z , tendo somente a amplitude reduzida devido à impedância do meio ($\eta = 120\pi \Omega$).

As Figuras 2.9 a 2.14 nos fornecem maior significado físico aos resultados apresentados por Yee pois representam todo domínio compreendido na Figura 2.3 e não somente partes específicas. Para as Figuras 2.9 a 2.14 também se procurou utilizar um número de ciclos no tempo que estivesse presente nas figuras já apresentadas ($n=55$) para que dessa forma, elas auxiliassem no entendimento físico dos resultados fornecidos por Yee.

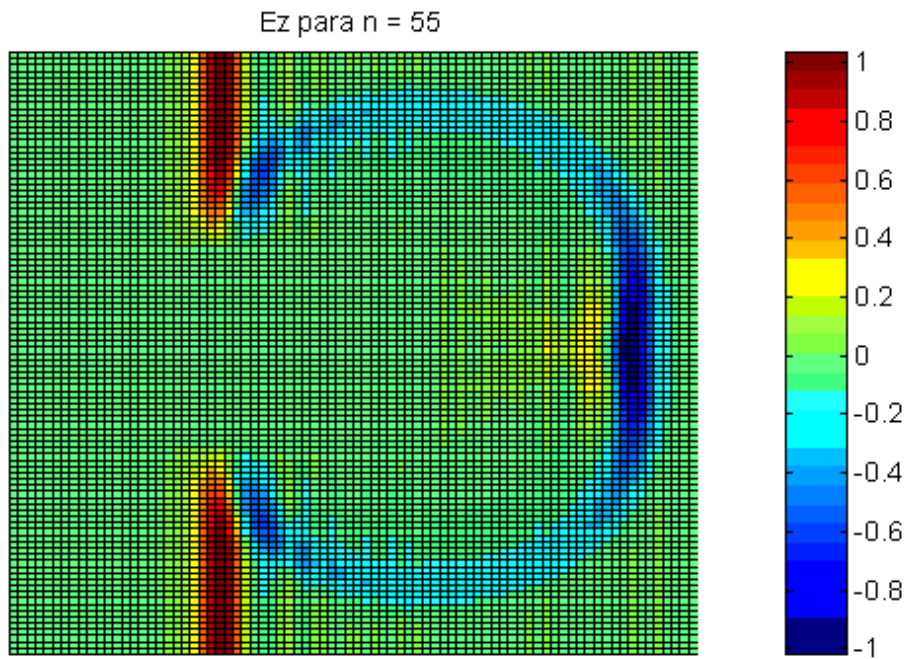


Figura 2.9: Componente do campo elétrico E_z (V/m) para $n=55$: visão de planta para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3.

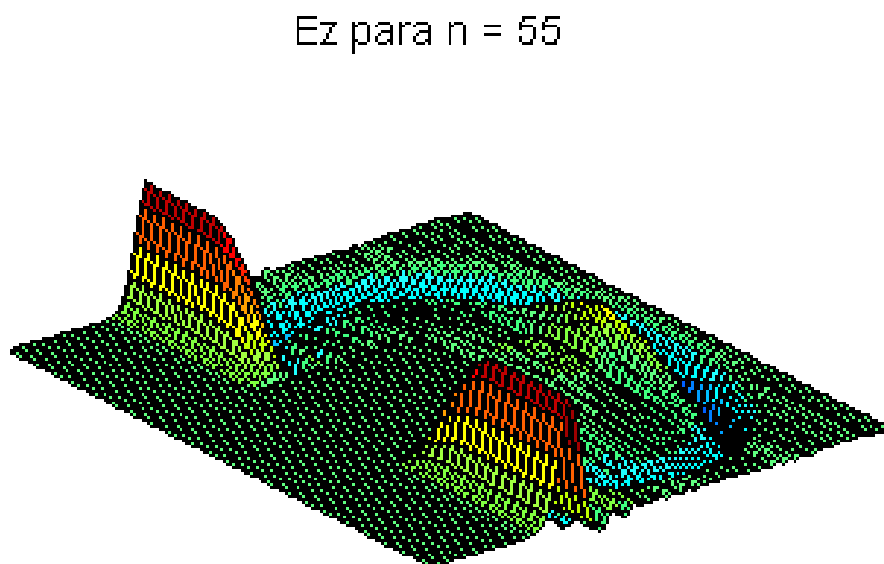


Figura 2.10: Componente do campo elétrico E_z (V/m) para $n=55$: visão em perspectiva para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3.

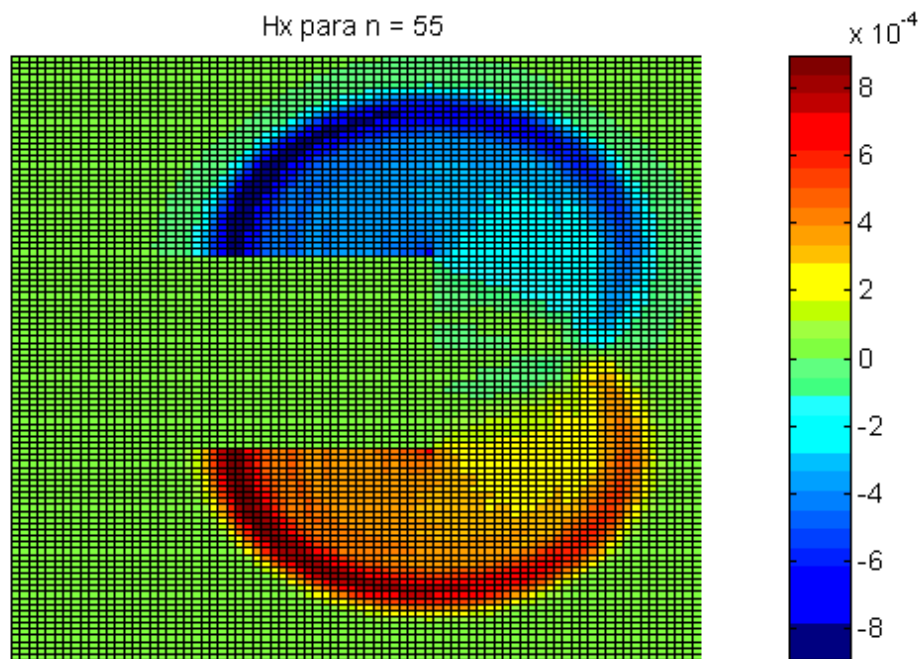


Figura 2.11: Componente do campo magnético H_x (A/m) para $n=55$: visão de planta para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3.

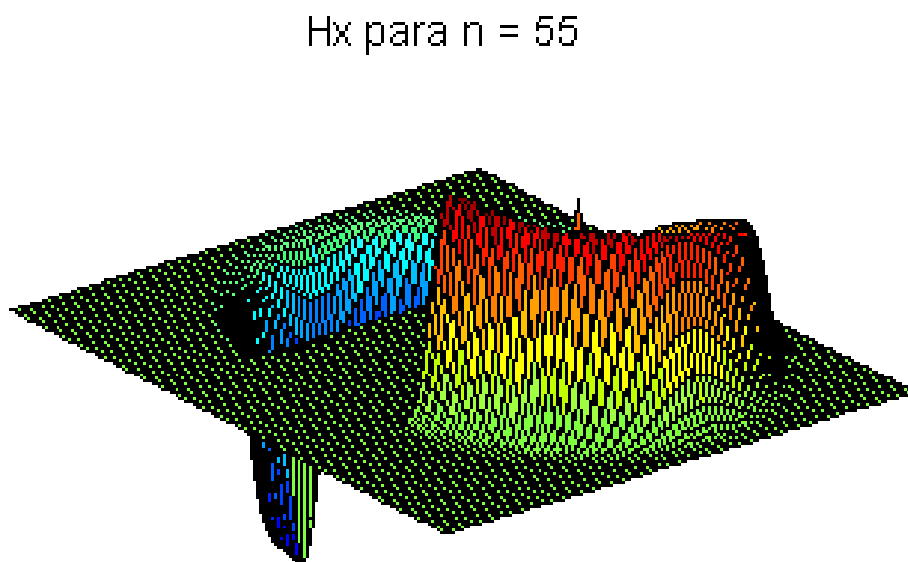


Figura 2.12: Componente do campo magnético H_x (A/m) para $n=55$: visão em perspectiva para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3.

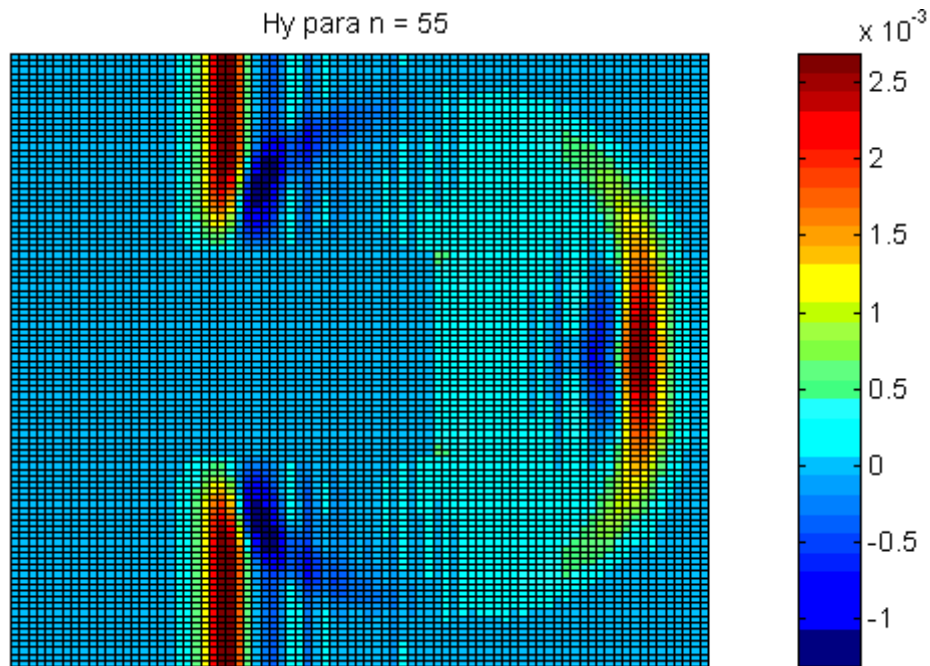


Figura 2.13: Componente do campo magnético H_y (A/m) para $n=55$: visão de planta para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3.

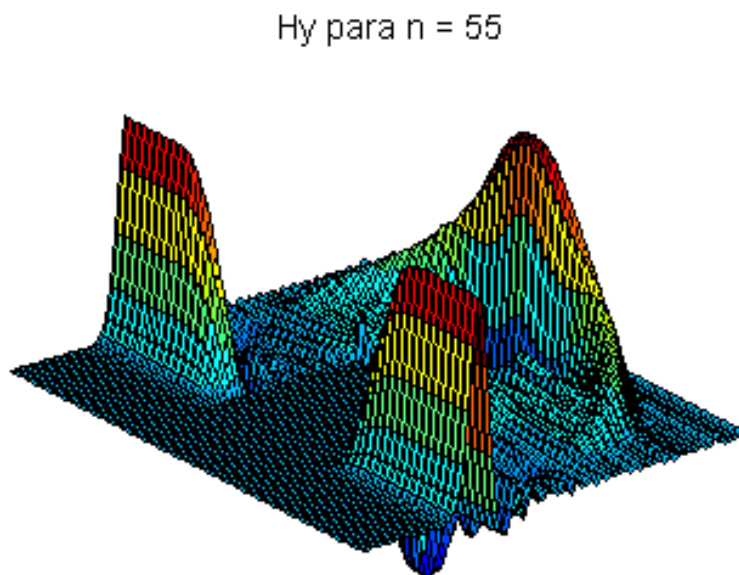


Figura 2.14: Componente do campo magnético H_y (A/m) para $n=55$: visão em perspectiva para a propagação na presença do obstáculo condutor elétrico perfeito, exemplificado na Figura 2.3.

2.5-DISPERSÃO E ESTABILIDADE NUMÉRICA

Yee em seu artigo [10] define o ruído apresentado em seus resultados como imperfeições relativas à técnica FDTD. Esses ruídos, que são facilmente percebidos nas figuras da seção anterior, receberam especial atenção em trabalhos subsequentes de pesquisadores tais como Taflove [32], Choi [33] e Kim/Hoefer [34], e foram aqui explorados em seu relacionamento com a dispersão e estabilidade numérica visando o aprimoramento dos resultados anteriores e futuros.

Define-se dispersão como a variação da velocidade de fase das componentes espectrais de uma onda durante a sua propagação ou, por conveniência, a variação da constante de propagação k (também conhecida como o número de onda) com a frequência angular ω [7]. Ondas possuindo velocidades de fase constantes (nestes casos, iguais à velocidade da luz no meio) são ditas sem dispersão e mantêm seu perfil (envelope ou formato do pulso) independentemente da distância percorrida [7]. O algoritmo FDTD para as equações de Maxwell pode provocar a dispersão numérica (não física) nas ondas simuladas em espaço livre [7] e, como consequência, a velocidade de propagação da onda simulada numericamente pode acabar por diferir da velocidade da luz no meio por uma quantidade que varia de acordo com comprimento de onda, direção de propagação na grade e discretização desta [7].

Quanto à instabilidade numérica, é um problema que pode ocorrer na solução de equações numéricas causando aumento progressivo, sem limite, do erro no decorrer das iterações. O incremento no tempo Δt deve possuir um compromisso bem definido em relação a Δx e Δy a fim de prover estabilidade numérica à onda, como já comentado nas seções anteriores [7].

2.5.1-DISPERSÃO NUMÉRICA PARA UMA ONDA

UNIDIMENSIONAL

A dispersão numérica, relacionada à aproximação em FDTD para uma onda unidimensional, pode ser equacionada considerando uma onda senoidal de frequência angular ω [$u(x,t) = e^{j(\omega t - kx)}$] discretamente amostrada no espaço e no tempo (x_i e t_n) em

uma grade de diferenças finitas. Definindo $\tilde{k} = \tilde{k}_{real} + j\tilde{k}_{imag}$ como sendo o número de onda numérico, decorrente da simulação via FDTD, temos :

$$u_i^n = e^{j(wn\Delta t - \tilde{k}\Delta x)} = e^{\tilde{k}_{imag} i\Delta x} e^{j(wn\Delta t - \tilde{k}_{real} i\Delta x)} \quad (2.15)$$

O número de onda $\tilde{k}$, para uma onda numérica, geralmente difere do número de onda k para a onda física. Essa diferença é explicada como um artefato da dispersão numérica e pode crescer para valores que divergem dos valores físicos. O número de onda numérico $\tilde{k}$ também influencia a amplitude da onda, como podemos observar na equação (2.15) na seguinte razão:

- $\tilde{k}$ real ($\tilde{k}_{imag.} = 0$) - amplitude de onda constante;
- $\tilde{k}_{imag.} < 0$ - redução exponencial da amplitude de onda;
- $\tilde{k}_{imag.} > 0$ - acréscimo exponencial da amplitude em relação à posição espacial.

Substituindo a parcela de (2.15) que se propaga, na equação da onda numérica [7], após algumas manipulações algébricas obtemos a seguinte relação:

$$\tilde{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left\{ 1 + \left(\frac{\Delta x}{c\Delta t} \right)^2 [\cos(w\Delta t) - 1] \right\} \quad (2.16)$$

A equação (2.16) pode ser utilizada para obter informações da natureza numérica da onda se propagando sobre a grade FDTD, sendo a velocidade de fase numérica ($\tilde{V}_p$), a qual será posteriormente definida, um conveniente fator quando comparada com a velocidade de fase real no meio para se definir a dispersão numérica.

Como critério de comparação, vamos estudar alguns casos particulares a fim de se definir qual a influência que Δx e Δt exercem no número de onda numérico. Inicialmente, assumindo que $\Delta x \ll 1$ e $\Delta t \ll 1$ na equação (2.16) obtemos:

$$\tilde{k} \cong \frac{1}{\Delta x} (k\Delta x) = k \quad (2.17)$$

Neste caso, pode-se observar que para valores infinitesimais de Δx e Δt temos a concordância entre o valor físico real e o valor numérico, como era de se esperar, pois quanto maior for o número de pontos amostrados, com mais fidelidade o modelo estará retratando a realidade.

Um caso particular de extrema importância ocorre quando a igualdade $c\Delta t = \Delta x$ é atendida, caso este também conhecido como o “passo mágico no tempo” [7]. Substituindo a igualdade na equação (2.16) obtemos:

$$\tilde{k} = \frac{1}{c\Delta t} \cos^{-1}[\cos(w\Delta t)] = \frac{w\Delta t}{c\Delta t} = k \quad (2.18)$$

Como para o caso onde Δx e Δt tendem à zero, o número de onda numérico tende para o físico. Porém, este caso não se mostra muito intuitivo pois essa aproximação é independente dos valores assumidos por Δx e Δt , somente sendo necessário que se mantenha o compromisso $c\Delta t = \Delta x$.

Finalmente, vamos agora estudar o caso geral onde ocorre a dispersão numérica. Para demonstrá-lo, assumiremos valores como a relação $c\Delta t = \Delta x/2$ e $\Delta x = \lambda_0/10$, onde λ_0 é o comprimento de onda para o espaço livre de uma onda com frequência angular ω . Utilizando a equação (2.16) obtemos:

$$\tilde{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left\{ 1 + 4 \left[\cos \left(\frac{k\Delta x}{2} \right) - 1 \right] \right\} \quad (2.19)$$

onde $k = w/c = 2\pi/\lambda_0$. Assumindo $\Delta x/\lambda_0 = 0,1$ podemos reescrever a equação (2.19) como:

$$\tilde{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1}(0,8042) = \frac{0,63642}{\Delta x} \quad (2.20)$$

Definindo a velocidade de fase numérica $\tilde{V}_p$ por analogia com a velocidade de fase para a onda física temos:

$$\tilde{V}_p = \frac{w}{\tilde{k}} \quad (2.21)$$

sendo esta velocidade de fase numérica o principal fator utilizado na comparação aos desvios provocados pela dispersão numérica. Continuando, substituindo (2.20) em (2.21) obtemos $\tilde{V}_p = 0,9873c$, demonstrando que existe uma variação na velocidade da onda numérica de 1,27% em relação à velocidade da onda física (c) para os valores aqui assumidos. Utilizando a relação $\lambda_0 / \Delta x = 20$ obtemos $\tilde{V}_p = 0,99689c$ apresentado uma diferença de 0,311% na velocidade da onda numérica em relação à da onda física.

Pela comparação da velocidade de fase numérica podemos observar que a dispersão numérica está diretamente relacionada à densidade de amostragem $N_l = \lambda_0 / \Delta$ ($\Delta = \Delta x = \Delta y$), sendo que, ao aumentarmos esse valor (N_l), teremos a diminuição do erro provocado pela dispersão. Podemos ainda observar que ao aumentarmos a densidade de amostragem (N_l) de 10 para 20 ao calcular o erro de fase, reduzimos em 2:1 o tamanho da célula e obtemos uma redução correspondente de 4:1 no erro de fase. Tal fato demonstra a natureza de segunda ordem de exatidão do algoritmo de diferenças finitas utilizado [7].

2.5.2-ESTABILIDADE NUMÉRICA

Na seção anterior, vimos que a escolha do incremento espacial Δx e temporal Δt influenciam na velocidade de propagação numérica da onda em uma grade de diferenças finitas e, conseqüentemente, no erro numérico. Nesta seção mostraremos outra consideração sobre a seleção do incremento de tempo a fim de se obter estabilidade numérica. Abordagens clássicas para a compreensão da estabilidade em uma onda numérica são definidas por Taflove [7], sendo aqui somente abordado como assegurar a minimização dos efeitos associados.

Para a modelagem de um problema em FDTD devemos inicialmente definir o valor de Δx , de acordo com a densidade de amostragem desejada, e logo após o valor de Δt , respeitando o fator de Courant ($S \leq 1$), tendo assim a estabilidade assegurada.

2.5.3-DISPERSÃO E ESTABILIDADE NUMÉRICAS

APLICADAS AO EXEMPLO PROPOSTO POR YEE

Nesta seção serão abordadas a dispersão e a estabilidade numéricas apresentadas pela onda plana nos exemplos discutidos na Seção 2.4, tendo em vista as definições expostas nas Seções 2.5.1 e 2.5.2. A utilização dos resultados obtidos anteriormente para o estudo da dispersão e estabilidade servirá na ilustração de meios para se mitigar a interferência prejudicial, bem como na melhoria dos resultados apresentados.

Devido à forma de propagação unidimensional apresentado pelo problema da Seção 2.4, quando na ausência de obstáculos, podemos utilizar a equação (2.15) para calcular a dispersão numérica. A onda implementada no programa apresenta sentido de propagação na direção negativa de x , largura de pulso $\lambda_L = 8\Delta x$ e fator de Courant $S=0,5$ ($\Delta t = \Delta x/2c$), sendo a densidade de amostragem $N_I=8$ ($N_I = \lambda_0/\Delta$). Substituindo esses valores na equação (2.16) obtemos:

$$\tilde{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left\{ 1 + 4 \left[\cos \left(\frac{k\Delta x}{2} \right) - 1 \right] \right\} = \frac{0,80166}{\Delta x} \quad (2.22)$$

e para a velocidade de fase numérica utilizando a equação (2.21) temos:

$$\tilde{v}_p = \frac{2pf}{(0,80166/\Delta x)} = \frac{2p(c/l_0)\Delta x}{0,80166} = 0,97971c \quad (2.23)$$

Pela relação (2.23) pode-se observar que a onda implementada apresenta uma dispersão numérica de 2,029% em relação à onda real. O desvio provocado pela dispersão numérica pode ser percebido na Figura 2.15 quando se compara a onda simulada para um número de ciclos no tempo $n=10$, sobreposta à solução analítica ideal. A Figura 2.16, uma região ampliada da Figura 2.15, mostra em detalhes o defasamento entre as ondas, sendo que, podemos notar um erro de aproximadamente $0,05\Delta x$ na fase das ondas, o que demonstra que a onda simulada está se propagando a uma velocidade igual a $0,991c$, diferentemente do que foi estimado inicialmente ($0,97971c$). A diferença

entre a velocidade calculada e a apresentada na simulação é de aproximadamente 1%, o que se torna aceitável devido principalmente aos erros envolvidos (estabilidade e erros numéricos, etc). As Figuras 2.17 e 2.18 apresentam a mesma onda após um número de ciclos no tempo $n=90$ para que se demonstre a influência da dispersão em simulações que compreendem grandes regiões. Nestas figuras (2.17 e 2.18) podemos notar uma diferença de fase de $0,4\Delta x$ e, conseqüentemente, uma velocidade de fase numérica $\tilde{V}_p = 0,991c$ idêntica à encontrada anteriormente para $n=10$.

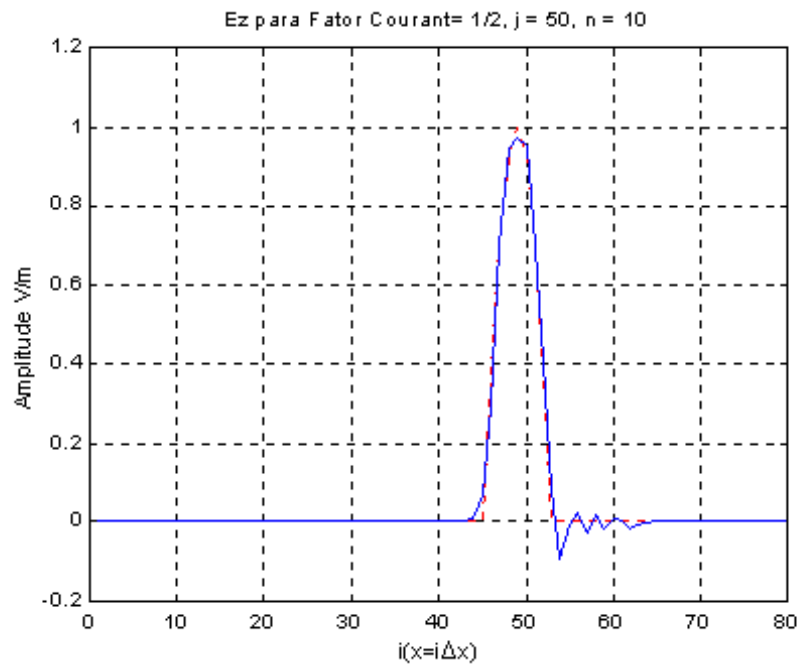


Figura 2.15: Comparação entre a solução para E_z analítica (vermelho) e simulada (azul), considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 8, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 10.

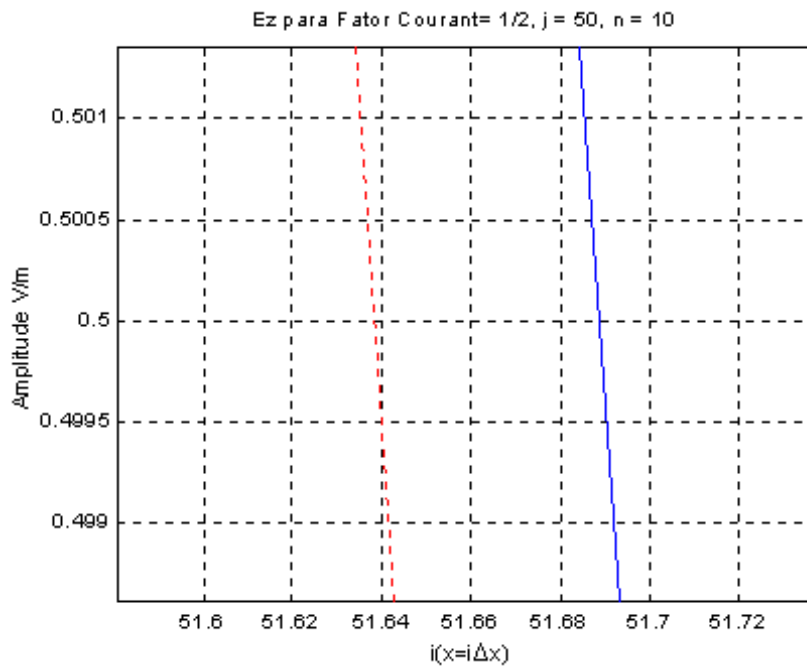


Figura 2.16: Visão ampliada da Figura 2.15 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada.

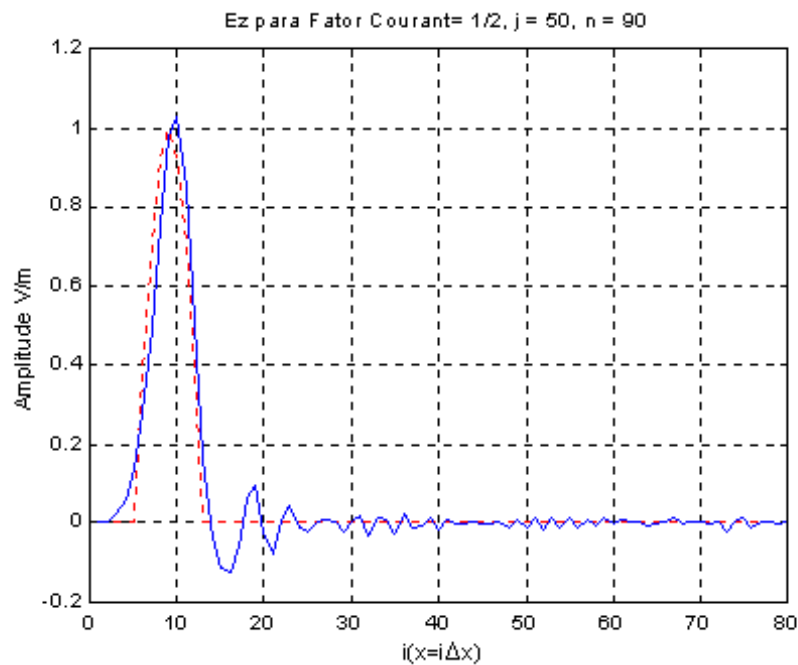


Figura 2.17: Comparação entre a solução para E_z analítica (vermelho) e simulada (azul) considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 8, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 90.

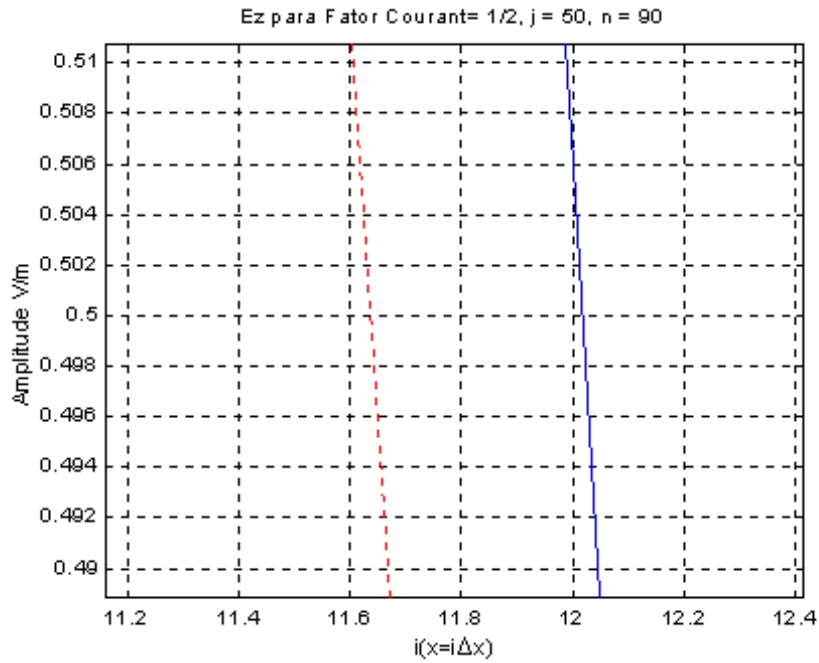


Figura 2.18: Visão ampliada da Figura 2.17 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada.

Como visto anteriormente, a dispersão numérica tende a diminuir quando densidades de amostragem (N_I) maiores são empregadas (células menores). Para verificar esse relacionamento utilizaremos o dobro da densidade de amostragem empregada nas simulações das figuras anteriores. Utilizando a densidade de amostragem $N_I=16$ e substituindo nas equações (2.16) e (2.21) observa-se uma velocidade numérica de fase igual a :

$$\tilde{V}_p = 0,99512c \quad (2.25)$$

Nessa velocidade de fase numérica, podemos observar um desvio de 0,488% em relação à velocidade de fase da onda ideal.

Pela Figura 2.19, onde a onda calculada é sobreposta à solução analítica, e também na Figura 2.20, onde uma região da Figura 2.19 é ampliada, podemos notar uma diferença de fase de aproximadamente $0,02\Delta x$, o que equivale à onda simulada ter propagado a uma velocidade de $0,996c$ diferindo do valor calculado em aproximadamente 0,1%. Para as Figuras 2.21 e 2.22 onde o número de ciclos no tempo

(n) é igual a 90, temos novamente o relacionamento da dispersão numérica com a distância propagada, sendo que a onda simulada e a onda ideal apresentam uma diferença de fase igual a $0,14\Delta x$, o que representa a onda simulada se propagando novamente a uma velocidade de aproximadamente $0,996c$, como era de se esperar.

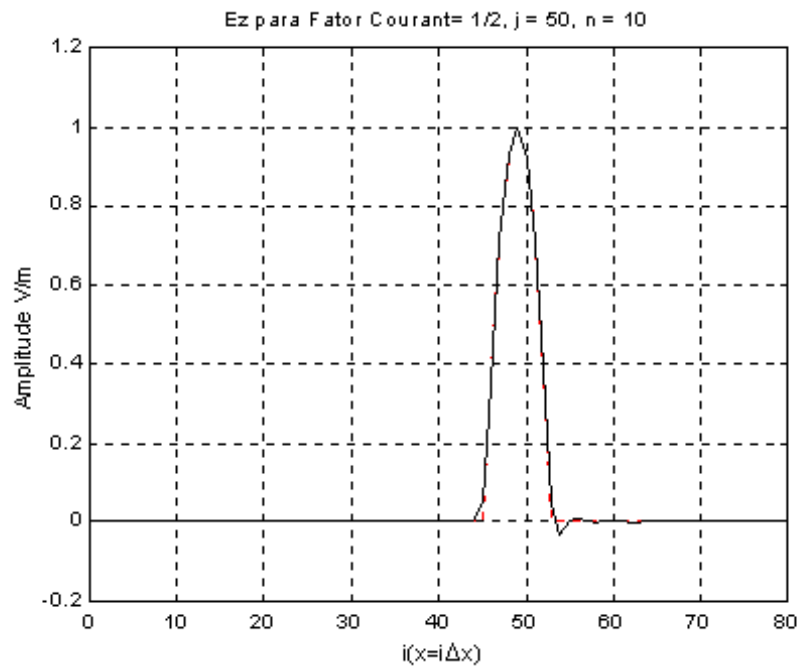


Figura 2.19: Comparação entre a solução para E_z analítica (vermelho) e simulada (preto), considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 16, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 10.

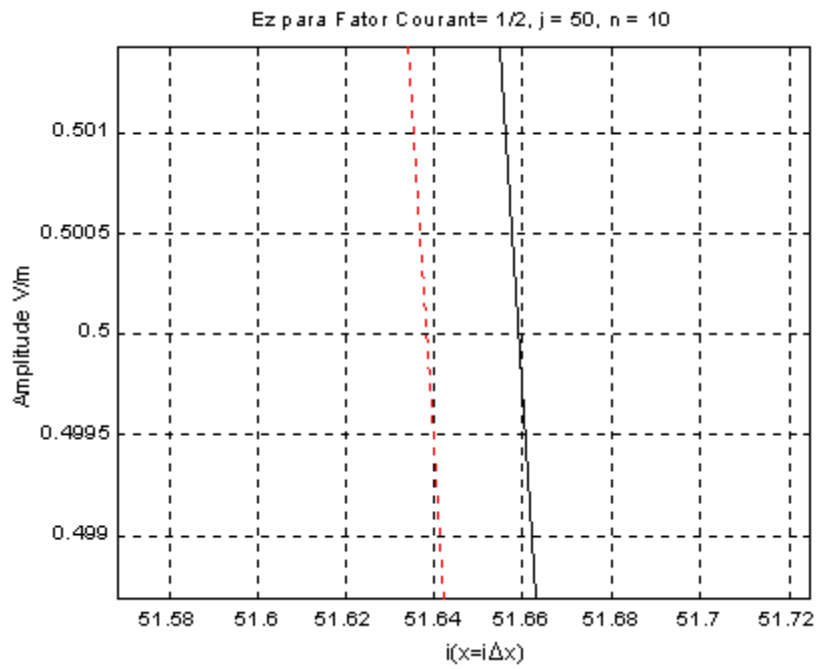


Figura 2.20: Visão ampliada da Figura 2.19 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada.

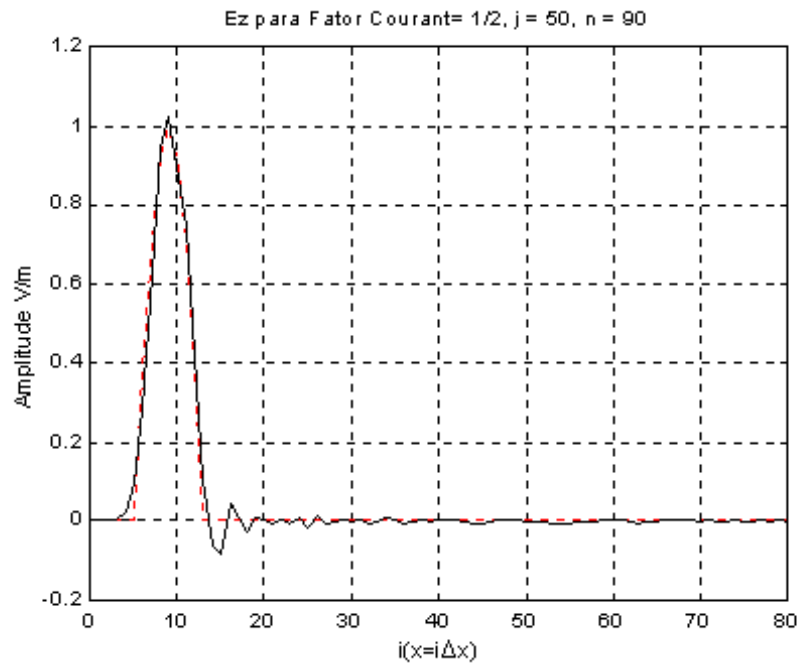


Figura 2.21: Comparação entre a solução para Ez analítica (vermelho) e simulada (preto), considerando densidade de amostragem (N_I) igual a 16, Fator de Courant (S) igual a 0,5 e número de ciclos (n) igual a 90.

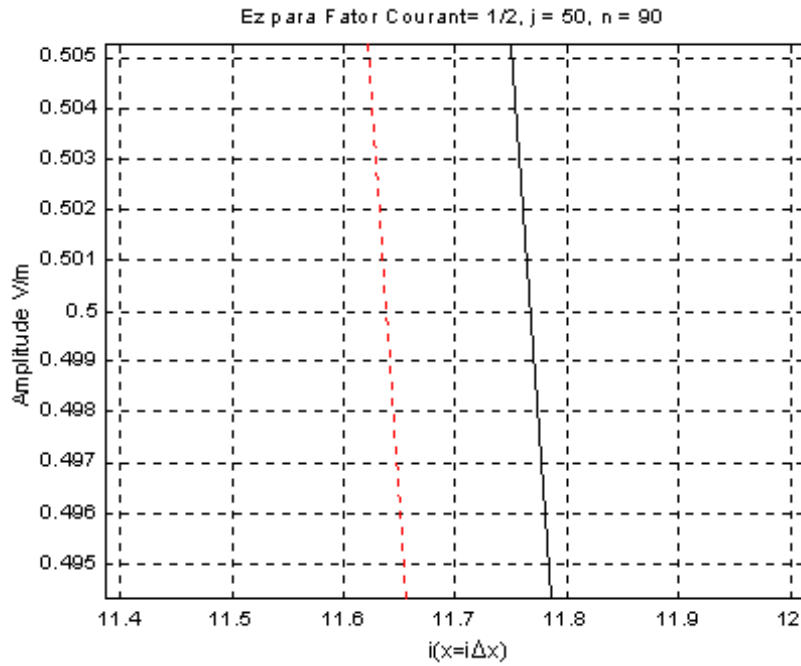


Figura 2.22: Visão ampliada da Figura 2.21 evidenciando o atraso sofrido pela onda simulada.

Comparando as velocidades de fase expostas anteriormente, observa-se que ao aumentarmos (dobrarmos) a densidade de amostragem temos a dispersão numérica sendo sensivelmente diminuída. A redução do erro medido pela simulação, apesar de ser significativa (de 0,9% para 0,4%), não chega a ser de quatro vezes, como esperado, devido à natureza de segunda ordem de exatidão do algoritmo FDTD. Um fator que colabora para o desvio apresentado é a instabilidade numérica, a qual é inerente ao método. Uma comparação entre os erros pode ser vista na Figura 2.23 onde se colocam na mesma figura a solução analítica e as simulações com densidade de amostragem $N_I=8$ e $N_I=16$. A Figura 2.24 apresenta uma região ampliada da Figura 2.23 ($n=51,62$ a $51,7$), evidenciando a diferença na velocidade de fase. As Figuras 2.25 e 2.26 apresentam as mesmas soluções após o tempo de propagação $n=90$ ciclos de tempo. Para a Figura 2.24 vale ressaltar as instabilidades apresentadas nas simulações com $N_I=8$ (mais intensa) e $N_I=16$. Estes resultados indicam que uma maior densidade de amostragem propicia uma melhor estabilidade.

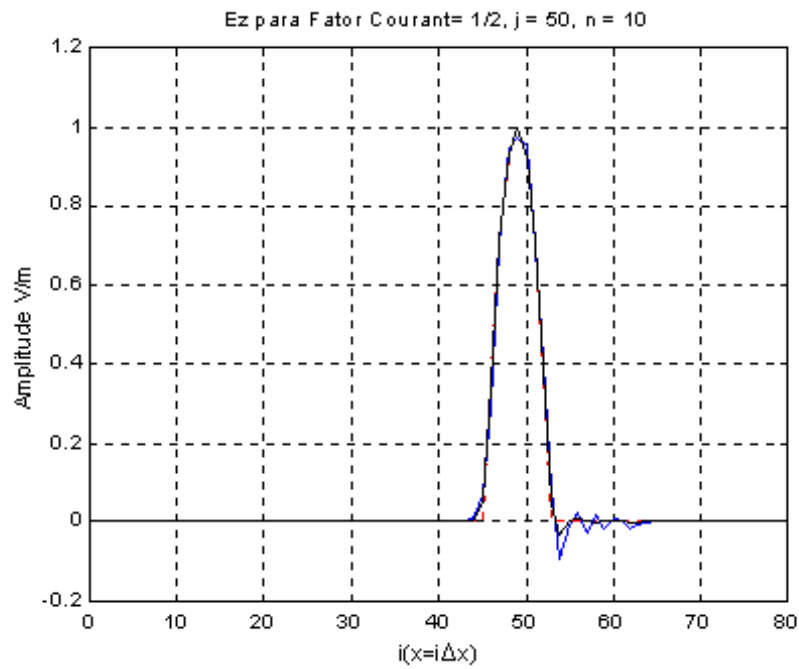


Figura 2.23: Solução para E_z analítica (vermelho), para E_z simulada considerando densidade de amostragem (N_t) igual a 8 (azul) e igual a 16 (preto) para número de ciclos (n) igual a 10 .

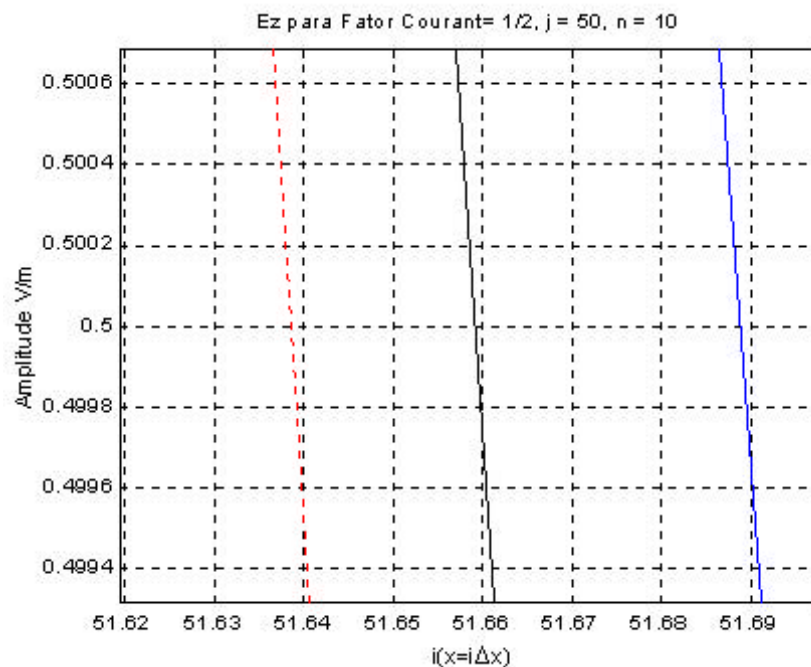


Figura 2.24: Visão ampliada da Figura 2.23 evidenciando o atraso sofrido pela solução simulada devido à dispersão numérica.

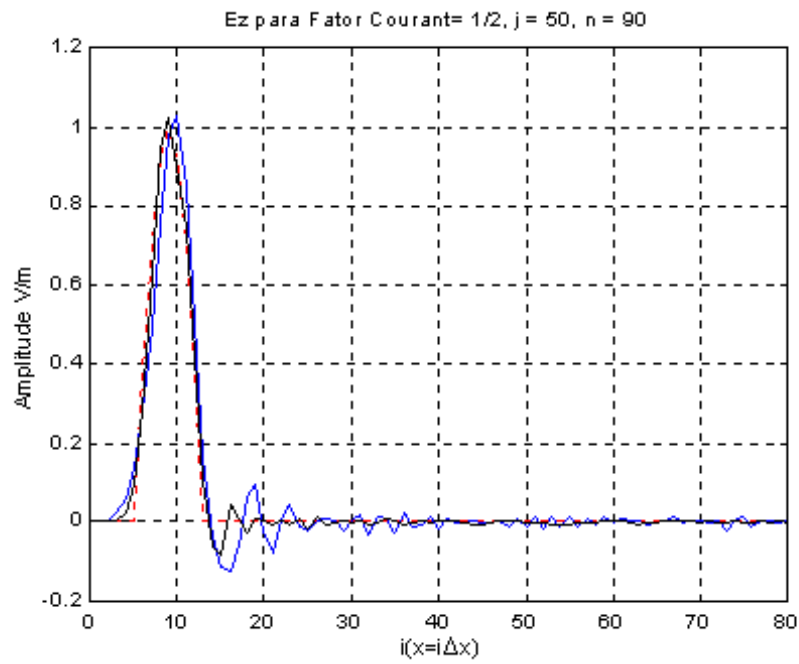


Figura 2.25: Solução para E_z analítica (vermelho), para E_z simulada com densidade 8 (azul) e 16 (preto) para número de ciclos (n) igual a 90.

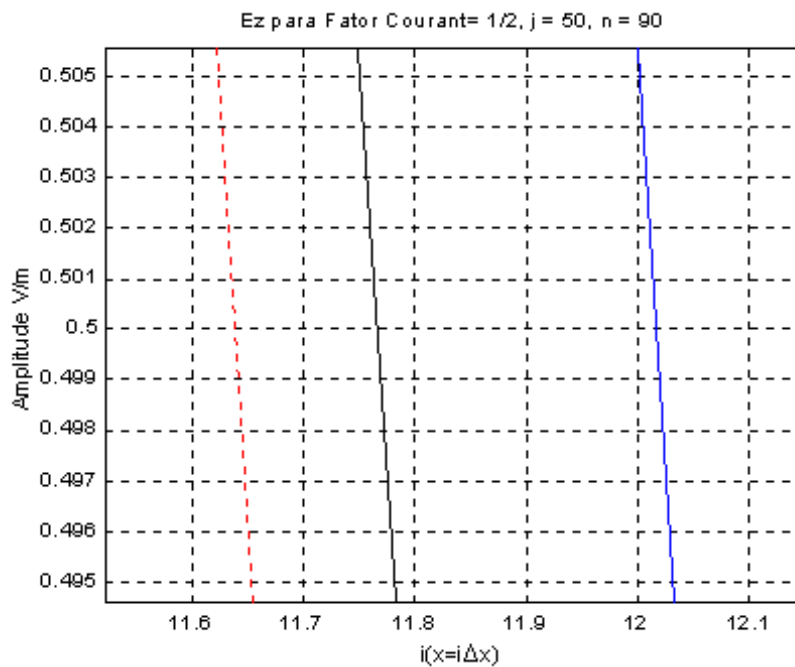


Figura 2.26: Visão ampliada da Figura 2.25 evidenciando o atraso sofrido pela solução simulada devido à dispersão numérica.

A densidade de amostragem, como visto nos cálculos e figuras anteriores, influencia diretamente na dispersão numérica de uma onda. Mas, como citada na Seção 2.5.2, outra condição de suma importância na obtenção dos resultados desejados em uma grade FDTD é a estabilidade numérica.

A estabilidade numérica se traduz na escolha do fator de Courant (S) que, relaciona o incremento no tempo e no espaço, dando condições de convergência ao sistema. A variação desse fator, em limites específicos ($0 \leq S \leq 1$), está relacionada ao tipo de problema que se está resolvendo (unidimensional, bidimensional ou tridimensional), não sendo nunca superior a 1, sobre pena de tornar instável o problema. Para se demonstrar as afirmações anteriores, foram realizadas simulações com diversos valores de S , como na Figura 2.27, onde a onda plana analítica é sobreposta as curvas com fator de Courant $S=0,5$ e $0,7$. Para $S=0,7$, a onda se apresenta mais estável que $S=0,5$ como era de se esperar por ser uma onda unidimensional. Na Figura 2.28, temos uma região da Figura 2.27 ampliada, destacando a parte relativa à instabilidade. Na Figura 2.29, temos a curva com $S = 1$ e a onda analítica apresentando concordância perfeita.

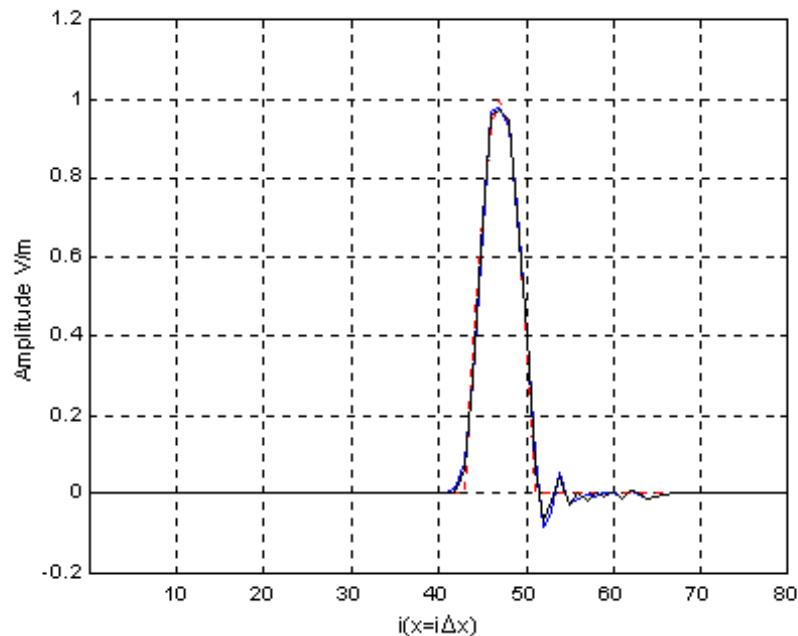


Figura 2.27: Solução para E_z analítica (vermelho), para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 0,5 (preto) e $S=0,7$ (azul) para o mesmo instante e densidade de amostragem ($N_I=8$).

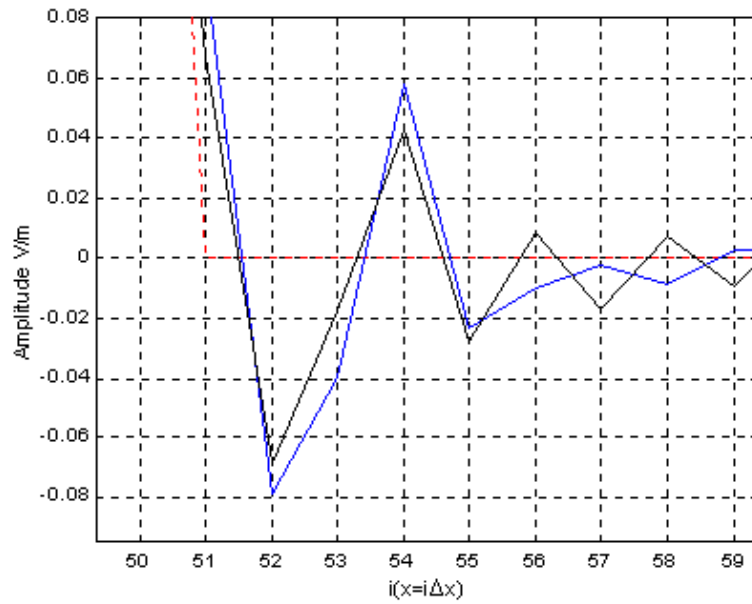


Figura 2.28: Visão ampliada da Figura 2.27 evidenciando a influência do Fator de Courant sobre a instabilidade.

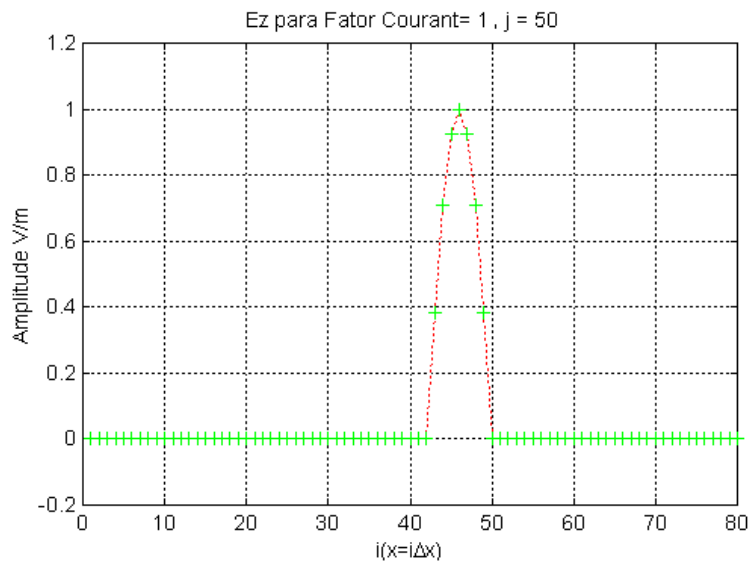


Figura 2.29: Solução para E_z analítica (vermelho) e para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 1 (+ verde) no mesmo instante e densidade de amostragem ($N_I=8$). Na figura fica evidente a concordância entre as curvas.

Para valores de fator de Courant $S>1$, temos perda de estabilidade como pode ser visto na Figura 2.30, onde a curva $S=1$ é sobreposta à curva $S=1,02$, ou na Figura 2.31 onde se mostra uma região ampliada da Figura 2.30.

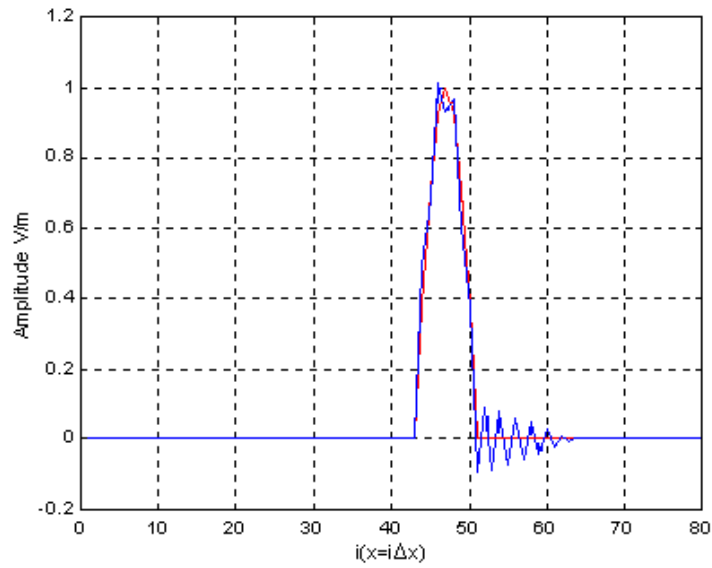


Figura 2.30: Solução para E_z analítica (vermelho) e para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 1,02 (azul) para o mesmo instante e densidade de amostragem ($N_I=8$).

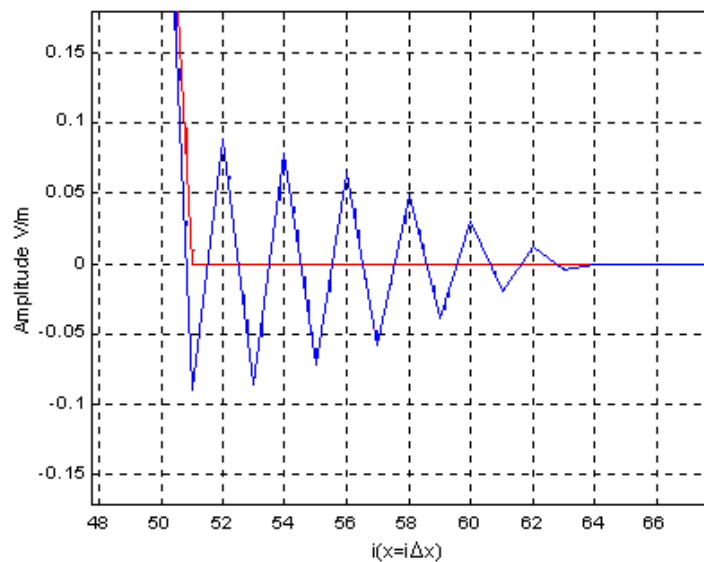


Figura 2.31: Visão ampliada da Figura 2.30 evidenciando a instabilidade para E_z simulada com Fator de Courant (S) igual a 1,02.

2.6-CONCLUSÕES PRELIMINARES SOBRE OS RESULTADOS APRESENTADOS

Os conceitos da técnica FDTD bem como os problemas inerentes a ela foram apresentados de forma a criar intimidade com o método. O domínio da técnica possibilitou a execução de simulações e o estudo dos problemas intrínsecos.

Nas Seções 2.1 à 2.4, os conceitos da técnica FDTD são estudados, servindo como base para as simulações numéricas. Os resultados obtidos nas simulações são, então, comparados com os disponíveis na literatura [10], comprovando pela similaridade no posicionamento, amplitude e formato da onda o correto entendimento da técnica.

A Seção 2.5 apresenta um estudo relativo às estabilidade e dispersão numéricas inerentes à técnica FDTD. O estudo demonstrou que, apesar da dispersão e da instabilidade serem fatores presentes nas simulações, seus efeitos podem ser amenizados com a adoção de uma densidade de amostragem e de um fator de Courant apropriados. A bibliografia [7] indica que uma densidade de aproximadamente 20 amostras por comprimento de onda ($N_l=20$) é suficiente para assegurar baixa dispersão numérica com um aceitável custo computacional. Para se assegurar a estabilidade das simulações, o compromisso entre o passo espacial ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) e o temporal (Δt) deve ser mantido através do fator de Courant ($S \leq 1$) [7].

Por ser um método numérico, a técnica FDTD apresenta problemas inerentes que podem ser facilmente reduzidos, como, por exemplo, a adoção de células pequenas (em relação ao comprimento de onda) nas grades FDTD para a redução da instabilidade numérica ou a utilização de células hexagonais na grade FDTD para a redução da dispersão numérica [7]. Apesar desses problemas, FDTD se demonstra eficaz e de fácil implementação com resultados que demonstram a natureza de propagação das ondas eletromagnéticas.

3 CONDIÇÕES DE CONTORNO ABSORVENTES

3.1-INTRODUÇÃO

A consideração básica para o enfoque de utilização de FDTD, em solução de ondas eletromagnéticas, é que muitos domínios de interesse são definidos em regiões abertas onde a região de interesse é ilimitada em uma ou mais direções [7]. Para que se torne possível à simulação nessas regiões deve-se impor limites, pois a memória do computador é finita. Do ponto de vista computacional, o domínio deve ser grande o suficiente para englobar a região de interesse e o menor possível no que se refere ao custo computacional (memória utilizada). Sendo assim, uma maneira encontrada para limitar, no espaço, a região de interesse foi utilizar superfícies que simulem a extensão ao infinito e assegurem o casamento de impedância entre os meios, evitando reflexões espúrias para qualquer ângulo de incidência da onda eletromagnética estudada.

Dependendo da teoria envolvida, as superfícies que simulam o domínio computacional ao infinito podem ser definidas por Condições de Contorno de Radiação (RBC – *Radiation Boundary Condition*) ou por Condições de Contorno Absorventes (ABC – *Absorbing Boundary Condition*) [7]. Muitos autores não fazem distinção entre os grupos, referindo-se apenas à ABC.

As RBC's são condições de contorno baseadas em equações diferenciais obtidas, geralmente, da fatoração da equação de onda. Sua solução consiste em somente permitir a existência de ondas desejadas como é apresentado em Merewether [35], Engquist e Madja [36], Lindman [37] e Mur [25]. Essas técnicas, que foram pioneiras, tiveram um grande avanço com as formulações propostas por Higdon [38-39], Liao *et al.* [40] e Keys [41] em meados de 1980 [9].

As ABC's são condições de contorno que se diferenciam da técnica RBC por empregar materiais absorventes, onde o campo atenua na medida que se propaga na região preenchida com esse material [9]. A idéia de utilizar condições de contorno baseadas em materiais absorventes não é recente. Contudo os primeiros materiais modelados não asseguravam um nível de reflexão aceitável [42] pois o casamento de impedância com o espaço livre era garantido somente para incidência normal [9]. Ao longo do tempo, vários avanços à técnica foram publicados, podendo-se destacar o apresentado em meados de 1990 por Rappaport entre outros [43-44]. Rappaport propôs uma nova versão de ABC chamada de Câmara Anecóica Dentada ABC que, em sua configuração, utilizava contornos piramidais semelhantes àqueles encontrados em câmaras anecóicas. Outra inovação à técnica ABC e que vem sendo o centro das atenções desde sua apresentação por Berenger é a ABC chamada de Camadas Perfeitamente Casadas (PML), ilustrada na Figura 3.1 [11]. Essa demonstrou ser a maior contribuição na redução de reflexões espúrias se comparada com as ABC's propostas anteriormente [9], originando assim vários outros trabalhos [45-51].

Devido à importância apresentada pela técnica PML, no que se refere às ABC's, nesse trabalho serão dedicadas algumas seções explicando os princípios que fazem com que, nos limites da região de interesse, as reflexões da onda estudada sejam minimizadas independentemente do ângulo de incidência. Também serão apresentados os métodos para implementação do PML na solução de problemas que não possuam um domínio limitado.

Quanto à elaboração do algoritmo PML, vale a pena ressaltar que não se pode utilizar diretamente o algoritmo FDTD tradicional, conforme definido no Capítulo 2, pois para o PML o campo elétrico e o magnético devem conviver ao mesmo tempo em uma determinada posição da grade FDTD, o que não é possível na técnica tradicional [7].

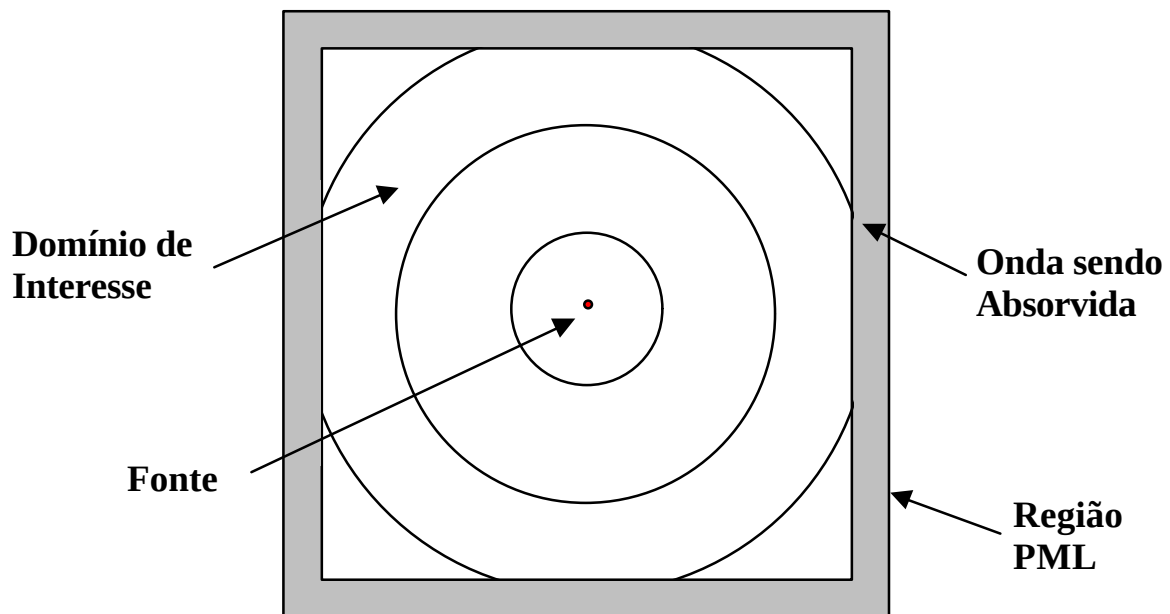


Figura 3.1: Domínio computacional para a técnica PML.

3.2-CAMADAS PERFEITAMENTE CASADAS – PML

No intuito de modelar regiões no domínio computacional que limitem as ondas eletromagnéticas à região de interesse, diferentes técnicas têm sido aplicadas. As primeiras foram as RB's (*Radiation Boundary* – Limite de Radiação) baseadas em equações diferenciais, sendo seguidas pelas MC's (*Matched Layers* – Camadas Casadas) que limitam o domínio computacional com um meio absorvente cuja impedância casa-se com a do espaço livre. Porém, nenhuma das técnicas utilizadas para simulação no espaço livre apresenta bons resultados em todas situações; ou seja, a onda é absorvida sem reflexões somente em casos particulares para os quais as técnicas são especialmente desenvolvidas. Para esses casos, podemos citar o clássico em que a onda plana propaga-se perpendicularmente à fronteira sendo absorvida com baixas reflexões [11].

Visando superar as limitações apresentadas, várias outras ABC's foram desenvolvidas tendo como base as anteriores. Entre as técnicas que merecem destaque, a técnica PML demonstra-se como uma das mais promissoras apresentando baixa reflexão espúria e simplicidade de implementação. A técnica PML é projetada para simulações no espaço livre, sendo baseada na utilização de camadas absorventes e no conceito de

absorver, teoricamente sem reflexões espúrias, a onda eletromagnética para qualquer frequência e ângulo de incidência.

3.2.1-DEFINIÇÃO DO MEIO PML

O meio PML nesse trabalho, como no proposto por Berenger [11], será definido em uma geometria bidimensional utilizando coordenadas Cartesianas e as representações TEz (Transverso Elétrico) e TMz (Transverso Magnético), como pode ser visto na Figura 3.2. O tratamento TMz será abordado preferencialmente, tendo em vista que o tratamento TEz é exposto no trabalho de Berenger [11]. As notações das variáveis adotadas no presente trabalho também representarão aquelas utilizadas por Berenger [11] com pequenas adaptações, visando a facilidade de comparação entre as equações do modo TEz e TMz.

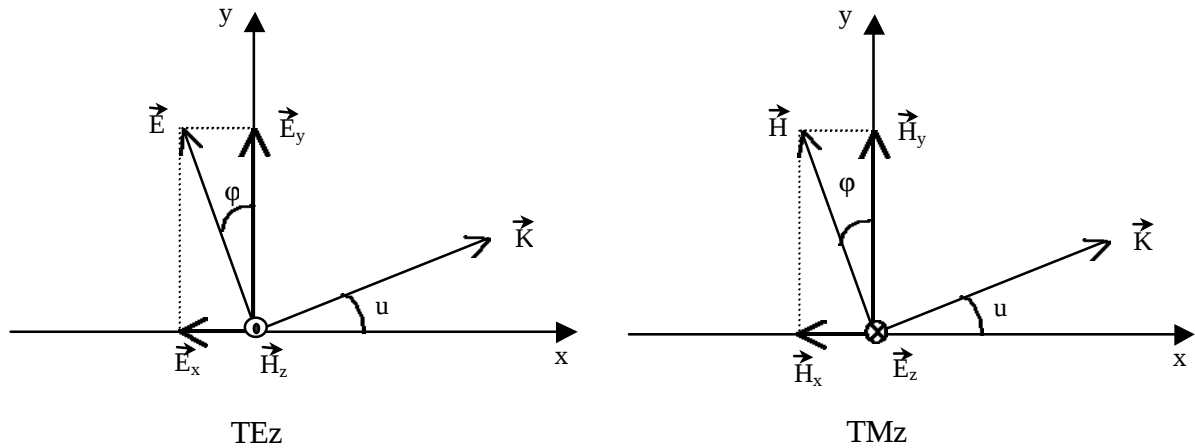


Figura 3.2: Representação da onda Transverso Elétrica e Transverso Magnética na região PML.

Para as representações TEz e TMz, as equações de Maxwell são reduzidas a um conjunto de três equações [(2.6) e (2.7), respectivamente] que devem ser somadas a uma nova relação para a definição do meio PML [11]:

$$\frac{s}{e} = \frac{s^*}{m} \quad (3.1)$$

onde se relaciona a condutividade elétrica (s) e a magnética equivalente (s^*) do meio PML com a permeabilidade magnética (m) e permissividade elétrica (e) da região de interesse. A relação (3.1), quando atendida, assegura o casamento de impedância entre o meio PML e o espaço livre, garantindo assim que não haverá reflexões quando a onda se propagar passando de um meio a outro.

Dando continuidade à definição do meio PML, o fundamento para a representação das equações de Maxwell nos modos TEz e TMz para esse meio é quebrar a componente em z em duas subcomponentes, sendo essas H_{zx} e H_{zy} para o modo TEz ou E_{zx} e E_{zy} para o modo TMz, como pode ser visto na Figura 3.2. Portanto, para a polarização TEz ou TMz, o meio PML é definido como um meio onde o campo eletromagnético possui quatro componentes, conforme demonstrado abaixo (desconsiderou-se as fontes de corrente, por não se aplicarem ao meio PML) [11]:

Modo TEz:

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} - s_y E_x \right] \quad (3.2.a)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[-\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} - s_x E_y \right] \quad (3.2.b)$$

$$\frac{\partial H_{zx}}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[-\frac{\partial E_y}{\partial x} - s_x^* H_{zx} \right] \quad (3.2.c)$$

$$\frac{\partial H_{zy}}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial E_x}{\partial x} - s_y^* H_{zy} \right] \quad (3.2.d)$$

Modo TMz:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[-\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} - s_y^* H_x \right] \quad (3.3.a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{m} \left[\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} - s_x^* H_y \right] \quad (3.3.b)$$

$$\frac{\partial E_{zx}}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - s_x E_{zx} \right] \quad (3.3.c)$$

$$\frac{\partial E_{zy}}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[-\frac{\partial H_x}{\partial x} - s_y E_{zy} \right] \quad (3.3.d)$$

onde os parâmetros s_x , s_y são as condutividades elétricas homogêneas e s_x^* , s_y^* são as condutividades magnéticas homogêneas.

Para as equações (3.2.a) à (3.3.d) podemos fazer algumas considerações relativas às condutividades elétricas e magnéticas equivalentes, como pode ser visto abaixo, sendo estas considerações válidas tanto para a polarização TEz como para a TMz:

- $s_x^* = s_y^*$: temos as equações (3.2.c/3.3.c) e (3.2.d/3.3.d) podendo ser agrupadas, e as quatro equações no meio PML retornam às três equações originais [(2.6)/(2.7) desconsiderando as fontes de corrente];
- $s_x = s_y = s_x^* = s_y^* = 0$: as equações (3.2.a/3.3.a) à (3.2.d/3.3.d) são reduzidas às três equações na região de interesse;
- $s_x = s_y$ e $s_x^* = s_y^* = 0$: as equações (3.2/3.3) são reduzidas àquelas para meios condutores;
- $s_x = s_y$ e $s_x^* = s_y^*$: as equações (3.2/3.3) são reduzidas àquelas para meios absorventes.

Para os meios absorventes, regidos pelas equações (3.2/3.3), podemos ainda fazer algumas observações quando $s_x = s_x^* = 0$. Para esse caso o meio torna-se capaz de somente absorver ondas propagando na direção y, como é o caso das ondas compostas pelas componentes E_x e H_{zy} (polarização TEz) ou H_x e E_{zy} (polarização TMz). Outro

caso de interesse é o que apresenta $s_y = s_y^* = 0$, tornando o meio capaz de somente absorver ondas que se propagam na direção x , como é o caso das ondas compostas pelas componentes E_y e H_{zx} (polarização TE_z) ou H_y e E_{zx} (polarização TM_z) [11].

3.2.2- PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA PLANA NO PML

Nessa seção serão demonstradas a propagação e absorção da onda plana no meio PML e que o casamento de impedância entre a interface PML / região de interesse é teoricamente perfeita, evitando-se assim reflexões espúrias. Nesse trabalho será apresentado somente o tratamento para a onda TM_z tendo em vista que a polarização TE_z encontra-se na literatura [11] e é facilmente inferida utilizando-se o princípio da dualidade.

No intuito de estudar a propagação de uma onda com polarização TM_z no meio PML e utilizando a configuração apresentada na Figura 3.2, podemos representar suas componentes pelas seguintes relações:

$$H_x = -H_0 \cdot \sin j \cdot e^{j\omega(t-ax-by)} \quad (3.4.a)$$

$$H_y = H_0 \cdot \cos j \cdot e^{j\omega(t-ax-by)} \quad (3.4.b)$$

$$E_{zx} = -E_{zx0} \cdot e^{j\omega(t-ax-by)} \quad (3.4.c)$$

$$E_{zy} = -E_{zy0} \cdot e^{j\omega(t-ax-by)} \quad (3.4.d)$$

onde:

H_0 : é a amplitude do campo magnético H_x e H_y ;

E_{zx0} : é a amplitude do campo elétrico E_{zx} ;

E_{zy0} : é a amplitude do campo elétrico E_{zy} ;

ϕ : é o ângulo entre o campo elétrico E_z e o eixo y (veja Figura 3.2);

α e β : são constantes complexas;

ω : é a frequência angular da onda.

Considerando a amplitude H_0 e a frequência angular conhecidas, temos um grupo de equações envolvendo quatro parâmetros desconhecidos, sendo eles Ez_{x0} , Ez_{y0} , a e b . Substituindo H_x , H_y , Ez_x e Ez_y , das equações (3.4.a) à (3.4.d) nas equações referentes ao PML (3.3.a) à (3.3.d), conseguimos relacionar esses quatro parâmetros como se segue:

$$m \cdot H_0 \sin j - j \frac{s_y^*}{w} H_0 \sin j = -b \cdot (Ez_{x0} + Ez_{y0}) \quad (3.5.a)$$

$$m \cdot H_0 \cos j - j \frac{s_x^*}{w} H_0 \cos j = -a \cdot (Ez_{x0} + Ez_{y0}) \quad (3.5.b)$$

$$a \cdot H_0 \cos j = -e \cdot Ez_{x0} + j \frac{s_x}{w} Ez_{x0} \quad (3.5.c)$$

$$b \cdot H_0 \sin j = -e \cdot Ez_{y0} + j \frac{s_y}{w} Ez_{y0} \quad (3.5.d)$$

Pelas equações (3.5.c) e (3.5.d) podemos obter Ez_{x0} e Ez_{y0} . Substituindo estes nas equações (3.5.a) e (3.5.b) obtemos, respectivamente:

$$em \left(1 - j \frac{s_y^*}{mw} \right) \sin j = b \left[\frac{a \cos j}{\left(1 - j \left(\frac{s_x}{ew} \right) \right)} + \frac{b \sin j}{\left(1 - j \left(\frac{s_y^*}{ew} \right) \right)} \right] \quad (3.6.a)$$

$$em \left(1 - j \frac{s_x^*}{mw} \right) \cos j = a \left[\frac{a \cos j}{\left(1 - j \left(\frac{s_x}{ew} \right) \right)} + \frac{b \sin j}{\left(1 - j \left(\frac{s_y^*}{ew} \right) \right)} \right] \quad (3.6.b)$$

Dividindo a equação (3.6.a) pela equação (3.6.b) podemos obter a razão entre a e b como se segue:

$$\frac{b}{a} = \frac{\sin j}{\cos j} \frac{1 - j \left(\frac{s_y^*}{mw} \right)}{1 - j \left(\frac{s_x^*}{mw} \right)} \quad (3.7)$$

Substituindo a equação (3.7) em (3.6b) podemos obter a^2 e substituindo (3.7) em (3.6.a) obtemos b^2 . Ao se retirar a raiz quadrada das variáveis a e b escolhe-se o sinal destes parâmetros de forma a impor a atenuação do campo na medida que este se propaga. Por exemplo, caso a direção de propagação seja aquela ilustrada na Figura 3.2, a e b serão dados por:

$$a = \frac{\sqrt{em}}{G} \left(1 - j \frac{s_x^*}{mw} \right) \cos j \quad (3.8.a)$$

$$b = \frac{\sqrt{em}}{G} \left(1 - j \frac{s_y^*}{mw} \right) \sin j \quad (3.8.b)$$

onde:

$$G = \sqrt{w_x \cos^2 j + w_y \sin^2 j} \quad (3.9)$$

$$w_x = \frac{1 - j \left(\frac{s_x^*}{mw} \right)}{1 - j \left(\frac{s_x^*}{ew} \right)} \quad (3.10.a)$$

$$w_y = \frac{1 - j \left(\frac{s_y^*}{mw} \right)}{1 - j \left(\frac{s_y^*}{ew} \right)}. \quad (3.10.b)$$

Generalizando o conjunto de equações (3.4), podemos representar qualquer componente do campo magnético (ou elétrico, por dualidade), utilizando y para a componente e y_0 para a amplitude dessa, como segue:

$$y = y_0 e^{j\omega \left[t - \frac{(x \cos j + y \sin j)}{cG} \right]} e^{-\left(\frac{s_x^* \cos j}{mcG} \right) x} e^{-\left(\frac{s_y^* \sin j}{mcG} \right) y} \quad (3.11).$$

Para obter os dois últimos parâmetros desconhecidos E_{zx_0} e E_{zy_0} , em função de α e β , substituímos (3.8.a) e (3.8.b) nas equações (3.5.c) e (3.5.d), obtendo:

$$E_{zx_0} = H_0 \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{G} w_x \cos^2 j \quad (3.12.a)$$

$$E_{zy_0} = H_0 \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{G} w_y \sin^2 j \quad (3.12.b).$$

Somando-se E_{zx_0} (3.12.a) com E_{zy_0} (3.12.b) temos:

$$E_0 = H_0 \sqrt{\frac{m}{e}} G \quad (3.13).$$

Podemos agora obter a impedância h , utilizando a razão entre o campo elétrico e o campo magnético como segue:

$$h = \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{G} \quad (3.14).$$

Quando a equação (3.1) é satisfeita por adequadas condutividades elétricas e magnéticas (σ_x e σ_x^*) e (σ_y e σ_y^*), temos um fato singular no meio estudado: para essa condição os parâmetros w_x , w_y e G são iguais a unidade em todo o espectro de frequência [veja as equações. (3.9) e (3.10)]. Sendo assim, as equações (3.11) e (3.14) podem ser reduzidas:

$$y = y_0 e^{j\omega \left[t - \frac{(x \cos j + y \sin j)}{c} \right]} e^{-\left(\frac{s_x^* \cos j}{mc} \right) x} e^{-\left(\frac{s_y^* \sin j}{mc} \right) y} \quad (3.15)$$

$$h = \sqrt{\frac{m}{e}} \quad (3.16)$$

As equações (3.15) e (3.16) nos fornecem informações indispensáveis à implementação do PML. Pela equação (3.15), podemos inferir, com a ajuda do primeiro termo exponencial, que a onda propaga-se em uma direção ortogonal ao campo magnético e com a velocidade da luz ($u = \phi$, Figura 3.2 caso TMz), demonstrando o mesmo comportamento da onda na região de interesse limitada pelo PML. As duas últimas exponenciais da equação (3.15) apenas comandam o comportamento da amplitude da onda, que se reduz exponencialmente ao longo da direção x (penúltima) e y (última exponencial). Pela equação (3.16), podemos notar que a impedância do meio PML, para o caso em que a equação (3.1) é satisfeita, é idêntica à impedância do meio de interesse, demonstrando que uma onda ao se propagar do meio para o PML (nas condições impostas) não sofrerá reflexão [11].

Uma outra observação que pode ser feita com a ajuda da equação (3.15) é que se $\sigma_y = \sigma_y^* = 0$, a última exponencial é igual a unidade e o meio é capaz de somente absorver ondas se propagando na direção x [11].

3.2.3-TRANSMISSÃO DA ONDA PLANA ATRAVÉS DE INTERFACE PML-PML

Nessa seção será estudada a transmissão de uma onda plana entre meios PML de características diferentes (quanto às condutividades elétrica e magnética equivalente), o que, devido à constituição (número de camadas) e posicionamento, poderá acontecer. A constituição do meio PML, quando envolvendo um domínio computacional, terá a condutividade elétrica e magnética incorporadas devido à necessidade de absorção. Como visto na última seção, para que uma onda que esteja propagando na direção x seja totalmente absorvida, somente se faz necessária à presença da condutividade elétrica e magnética equivalente na direção x (σ_x e σ_x^*). As condutividades nas direções x e y estarão presentes apenas nas quinas do envoltório devido à característica de propagação nessa região, como pode ser visto na Figura 3.3.

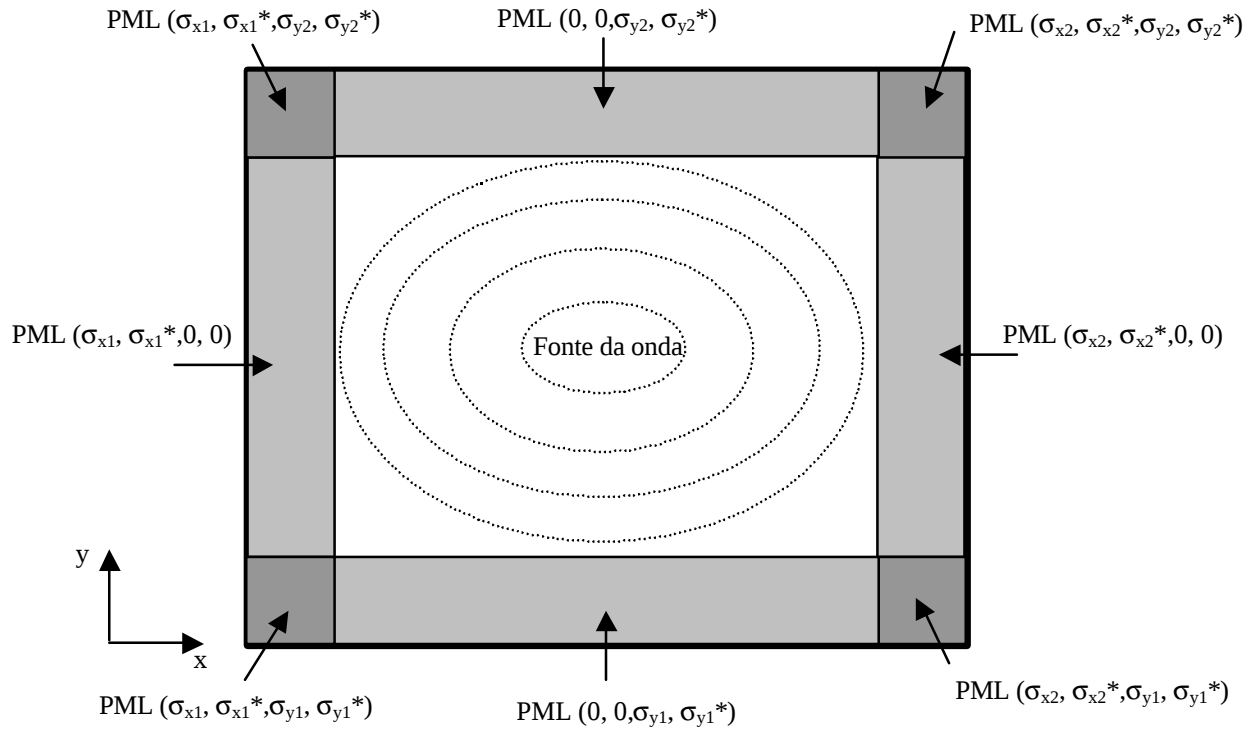


Figura 3.3: Domínio Computacional PML com a distribuição de condutividades elétricas e magnéticas.

Será demonstrado que para um conjunto específico de parâmetros, a transmissão entre meios PML é perfeita, sem reflexão em qualquer frequência e ângulo de incidência [11].

Primeiramente será considerado o caso de dois meios PML separados por uma interface ortogonal ao eixo x , como pode ser visto na Figura 3.4. Os ângulos θ_1 e θ_2 são o ângulo de incidência e transmitido, respectivamente, dos campos magnéticos H_i e H_t , em relação ao plano de interface (também se pode notar que o ângulo θ_1 é equivalente ao ângulo ϕ da Figura 3.2). O plano de interface será considerado infinito e a onda incidente, bem como as transmitida e refletida, será considerada plana. Além disso, a razão entre a onda transmitida e a incidente será considerada igual na interface entre os meios (componentes tangenciais contínuas). Sendo assumidos esses conceitos, as componentes y [equação (3.11)] da onda incidente e transmitida nos pontos A e B podem então ser relacionadas como segue:

$$\frac{y_t(B)}{y_i(B)} = \frac{y_t(A)}{y_i(A)} \quad (3.17)$$

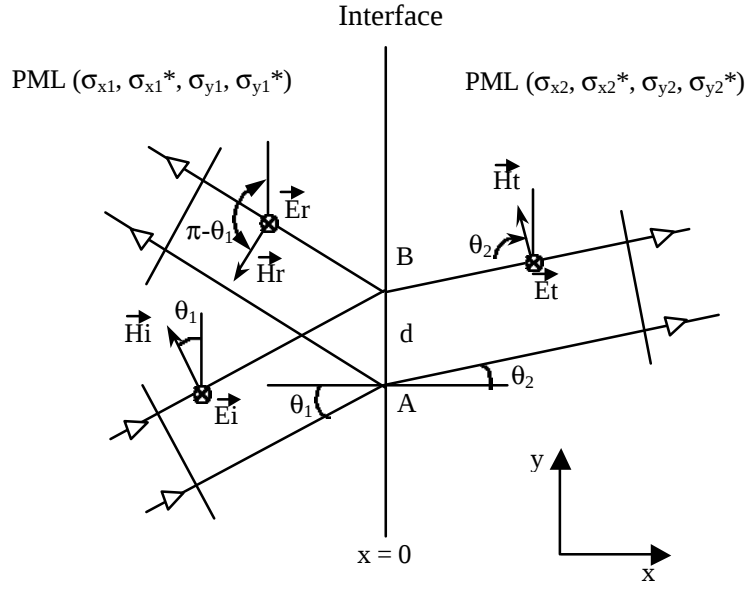


Figura 3.4: Interface entre as duas camadas PML (q_1 é o ângulo de incidência e q_2 o ângulo de transmissão).

Com o auxílio da equação (3.17), podemos reescrever a componente da onda [equação (3.11)] como componente incidente e transmitida, conforme abaixo:

$$y_i(B) = y_i(A) e^{-jw \left(\frac{d \sin q_1}{c G_1} \right)} e^{-\left(\frac{s_{y1}^* \sin q_1}{mc G_1} \right) d} \quad (3.18.a)$$

$$y_t(B) = y_t(A) e^{-jw \left(\frac{d \sin q_2}{c G_2} \right)} e^{-\left(\frac{s_{y2}^* \sin q_2}{mc G_2} \right) d} \quad (3.18.b)$$

onde d representa a distância entre os pontos A e B , conforme a Figura 3.4.

Substituindo as equações (3.18) em (3.17) podemos achar a seguinte relação:

$$\left(1 - j \frac{s_{y1}^*}{mw} \right) \frac{\sin q_1}{G_1} = \left(1 - j \frac{s_{y2}^*}{mw} \right) \frac{\sin q_2}{G_2} \quad (3.19.a)$$

onde

$$G_K = \sqrt{w_{xK} \cos^2 q_K + w_{yK} \sin^2 q_K} \quad (\text{para } K=1,2) \quad (3.19.b)$$

A relação (3.19) representa a lei Snell-Descartes para transmissão na interface normal à x entre dois meios PML ($\sigma_x, \sigma_x^*, \sigma_y, \sigma_y^*$) [11].

Consideraremos agora as componentes da onda incidente, refletida e transmitida ($\vec{E}_i, \vec{E}_r, \vec{E}_t, \vec{H}_i, \vec{H}_r, \vec{H}_t$) conforme a Figura 3.4. A continuidade dos campos $\vec{H}_y$ e $\vec{E}_z = \vec{E}_{zx} + \vec{E}_{zy}$ é garantida pelas condições de contorno na interface $x=0$ obedecendo a seguinte relação:

$$H_i \cos q_1 - H_r \cos q_1 = H_t \cos q_2 \quad (3.20.a)$$

$$E_z + E_r = E_t \quad (3.20.b)$$

Representando as amplitudes de $\vec{E}_i, \vec{E}_r, \vec{E}_t$ por E_{i0}, E_{r0} e E_{t0} na interface $x=0$ e utilizando as equações (3.11) e (3.14) temos:

$$H_i = H_{i0} e^{-jw \left[\frac{y \sin q_1}{cG_1} \right] \left[1 - j \left(\frac{s_{x1}^*}{mw} \right) \right]} e^{jw t} \quad (3.21.a)$$

$$H_r = H_{r0} e^{-jw \left[\frac{y \sin q_1}{cG_1} \right] \left[1 - j \left(\frac{s_{x1}^*}{mw} \right) \right]} e^{jw t} \quad (3.21.b)$$

$$H_t = H_{t0} e^{-jw \left[\frac{y \sin q_1}{cG_1} \right] \left[1 - j \left(\frac{s_{x1}^*}{mw} \right) \right]} e^{jw t} \quad (3.21.c)$$

$$H_i = E_i / h_1 \quad (3.21.d)$$

$$H_r = E_r / h_1 \quad (3.21.e)$$

$$H_t = E_t / h_2 \quad (3.21.f)$$

Como consequência da lei Snell-Descartes (3.19), os três termos exponenciais que aparecem na equação (3.21) são iguais. Em posse das equações (3.21.a) à (3.21.f) podemos substituí-las nas equações (3.20.a) e (3.20.b) obtendo a seguinte relação:

$$H_{i0} \cos q_1 - H_{r0} \cos q_1 = H_{t0} \cos q_2 \quad (3.22.a)$$

$$h_1 H_{i_0} + h_1 H_{r_0} = h_2 H_{t_0} \quad (3.22.b)$$

Definindo o fator de reflexão como a razão entre o campo magnético refletido e o incidente na interface $x=0$, ou seja $\Gamma = (-H_{r_0} \cos q_1) / (H_{i_0} \cos q_1)$ e utilizando as relações (3.22.a) e (3.22.b) temos a seguinte equação:

$$\Gamma = \frac{h_2 \cos q_2 - h_1 \cos q_1}{h_2 \cos q_2 + h_1 \cos q_1} \quad (3.23)$$

Como podemos perceber, o fator de reflexão e transmissão para a interface entre dois meios PML são os mesmos fatores conhecidos para interface entre meios reais. Podemos reescrever a equação (3.23) em função de G com a utilização da relação (3.14) obtendo:

$$\Gamma = \frac{G_1 \cos q_2 - G_2 \cos q_1}{G_1 \cos q_2 + G_2 \cos q_1} \quad (3.24)$$

onde G_1 e G_2 são definidos como (3.19.b).

De posse das equações necessárias, vamos estudar a interface entre dois meios PML's que possuam condutividade elétrica s_y e condutividade magnética equivalente s_y^* ; ou seja, meios PML₁ ($s_{x1}, s_{x1}^*, s_y, s_y^*$) e PML₂ ($s_{x2}, s_{x2}^*, s_y, s_y^*$). Utilizando a lei Snell-Descartes dada pela equação (3.19.a) obtemos:

$$\frac{\sin q_1}{G_1} = \frac{\sin q_2}{G_2} \quad (3.25)$$

Considerando as impedâncias desses meios casadas de tal forma que as condutividades elétricas e magnéticas equivalentes $[(\sigma_{x1}, \sigma_{x1}^*), (\sigma_{x2}, \sigma_{x2}^*)$ e $(\sigma_y, \sigma_y^*)]$ respeitem a relação (3.1), teremos então $G_1 = G_2 = 1$ e a equação (3.25) se reduz a:

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (3.26)$$

e o fator de reflexão (3.24) a:

$$\Gamma = 0 \quad (3.27)$$

Pelos resultados acima, podemos inferir que, na interface ortogonal a x entre dois meios PML's casados que possuam a mesma condutividade elétrica e magnética em y (σ_y, σ_y^*), não teremos reflexão de uma onda plana para qualquer frequência ou ângulo de incidência. Da mesma forma, podemos verificar que em uma interface PML - meio de interesse [PML₁ ($\sigma_{x1}, \sigma_{x1}^*, 0, 0$) - meio (0,0,0,0)] teremos transmissão de uma onda plana sem reflexão quando a incidência da onda é na direção x .

Para um caso geral, onde não existe o casamento de impedância entre as camadas, podemos obter uma equação a partir das equações (3.25) e (3.26) obtendo:

$$\Gamma = \frac{\sin q_1 \cos q_2 - \sin q_1 \cos q_2}{\sin q_1 \cos q_2 + \sin q_1 \cos q_2} \quad (3.28)$$

Após algumas manipulações matemáticas utilizando as equações (3.25) e (3.19.b) obtemos:

$$\sqrt{w_{x2}} \sin q_1 \cos q_2 = \sqrt{w_{x1}} \sin q_2 \cos q_1 \quad (3.29)$$

e substituindo a equação (3.28) em (3.29) obtemos:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{w_{x1}} - \sqrt{w_{x2}}}{\sqrt{w_{x1}} + \sqrt{w_{x2}}} \quad (3.30)$$

A fórmula (3.30) demonstra que, mesmo se os meios PML não são casados, a reflexão é independente do ângulo de incidência θ_i , tendo somente dependência da frequência da onda incidente (3.10). Para o caso em que os meios são casados $w_{x1}=w_{x2}=1$, a equação (3.30) se reduz à (3.27).

Para a interface normal a y , o mesmo tratamento aplicado a x pode ser utilizado, obtendo-se a seguinte relação:

$$\left(1 - j \frac{s_{x1}^*}{mw}\right) \frac{\text{sen} q_1}{G_1} = \left(1 - j \frac{s_{x2}^*}{mw}\right) \frac{\text{sen} q_2}{G_2} \quad (3.31.a)$$

onde:

$$G_K = \sqrt{w_{xK} \text{sen}^2 q_K + w_{yK} \cos^2 q_K} \quad (\text{para } K=1,2) \quad (3.31.b)$$

Utilizando os mesmos recursos aplicados à interface normal a x, podemos afirmar que para uma interface normal a y, tendo dois meios que possuam a mesma condutividade elétrica e perda magnética $[(\sigma_{x1}, \sigma_{x1}^*) = (\sigma_{x2}, \sigma_{x2}^*)]$, teremos reflexão nula.

3.3-DEFINIÇÃO DO MEIO PML EM FDTD

Nesta seção, a formulação necessária à implementação do meio PML em FDTD será discutida. O domínio de um problema geral será demonstrado, exemplificando a técnica apresentada.

O modelo geral de implementação da técnica FDTD foi demonstrado na Figura 3.3. Internamente, temos o problema a ser resolvido utilizando as equações de Maxwell na forma FDTD e, na parte externa, temos uma região de características absorventes composta por camadas PML. Em uma região mais externa, envolvendo todo domínio, uma camada de material condutor elétrico perfeito finaliza o domínio computacional [11].

Nas camadas PML laterais à esquerda e à direita da região de interesse (veja Figura 3.3) temos o casamento de impedância do tipo PML $(\sigma_x, \sigma_x^*, 0, 0)$ devido a interface com a região interna ser normal ao eixo x, recebendo assim o mesmo tratamento demonstrado na seção anterior. Para a região PML definida dessa forma, qualquer onda que estiver se propagando em sua direção irá ser absorvida completamente como é demonstrado na equação (3.27). Na parte inferior e superior, cujas interfaces são normais ao eixo y, o casamento de impedância entre o PML e o domínio de interesse é feito através de um PML $(0, 0, \sigma_y, \sigma_y^*)$, que da mesma forma como nas laterais irá absorver uma onda que estiver se propagando da região interna em

sua direção. Para as quinas do domínio, especial tratamento deve ser considerado, pois possui interfaces entre as laterais e parte superior ou inferior da camada PML, devendo ser garantida o casamento de impedância para se evitar reflexões de ondas que por ventura estejam se propagando internamente ao PML. Portanto, nas quatro quinas (veja Figura 3.3) o PML com as componentes x e y da condutividade elétrica e perda magnética $(\sigma_x, \sigma_x^*, \sigma_y, \sigma_y^*)$ será adotado, assegurando o casamento de impedância tanto com as laterais $(\sigma_x, \sigma_x^*, 0, 0)$ quanto com a parte superior e inferior $(0, 0, \sigma_y, \sigma_y^*)$ [11].

Nas camadas absorventes do PML, a amplitude da onda é governada pelas duas últimas exponenciais da equação (3.15). Porém, nos lados em que o PML é do tipo $(\sigma_x, \sigma_x^*, 0, 0)$ ou $(0, 0, \sigma_y, \sigma_y^*)$ uma dessas exponenciais se torna igual a unidade e a uma distância r de qualquer uma das interfaces a amplitude da onda [equação (3.15)] pode ser escrita como:

$$y(r) = y(0) e^{-\left(s^* \cos q / mc\right) r} \quad (3.32)$$

onde q é o ângulo de incidência definido com respeito à interface e s^* representa s_x^* ou s_y^* .

Após atravessar a camada PML, a onda (que já teve sua amplitude reduzida) irá refletir na camada de condutor elétrico perfeito que envolve o domínio e novamente sofrerá absorção pela camada PML até alcançar novamente a região interna do domínio. Tendo em mente o percurso da onda, podemos definir o fator de reflexão aparente para uma camada de espessura d , baseado na equação (3.32), como:

$$R(q) = e^{-2\left(s^* \cos q / mc\right) d} \quad (3.33)$$

Podemos observar, pela equação (3.33), que se a onda incidente propagar próxima à interface entre os meios, tal que θ se aproxime de $\pi/2$, o fator R estará se aproximando da unidade, independente da perda magnética (s^*). Para o algoritmo PML, esse não será um problema pois, se a onda estiver propagando de tal forma a ter um ângulo $\theta = \pi/2$ em relação a uma interface do domínio, ela posteriormente estará incidindo perpendicularmente a outra interface, como é o caso da lateral e a parte superior ou inferior no domínio representado pela Figura 3.4, sendo assim absorvida.

Como visto na equação (3.33) a reflexão aparente é função de σ^* e δ , e a camada para absorção da onda teoricamente poderia ser tão fina quanto desejável até mesmo apenas da espessura de uma célula da grade FDTD. Porém, na prática sabe-se que grandes variações de σ^* criam reflexões numéricas, devendo portanto ter uma espessura mínima da camada para que a perda magnética cresça de zero, junto ao meio de interesse, até seu valor máximo na parte mais externa do PML, sem mudanças bruscas [7]. Para uma perda magnética do tipo $\sigma^*(\rho)$ o fator de reflexão torna-se:

$$R(q) = e^{-2\left(\frac{\cos q}{mc}\right) \int_0^d s^*(r) dr} \quad (3.34)$$

Nesse trabalho, como no apresentado por Berenger [11], a perda magnética será considerada com o seguinte comportamento (no artigo de Berenger, utilizou-se condutividade elétrica por ser um tratamento TEz):

$$s^*(r) = s_m^* \left(\frac{r}{d}\right)^n \quad (3.35)$$

que substituída em (3.34) nos fornece a relação:

$$R(q) = e^{-\left(\frac{2}{n+1}\right) \left(s_m^* d / mc\right) \cos q} \quad (3.36)$$

O coeficiente de reflexão $R(q)$ [equação (3.36)] será utilizado para definir σ_m^* (a condutividade magnética equivalente máxima) no algoritmo.

Para a implementação numérica das equações PML, vamos inicialmente estudar uma das quinas da grade, como ilustrado na Figura 3.5. Na camada PML, as equações a serem discretizadas são as equações (3.3.a) à (3.3.d) para o modo TMz. Essas equações podem ser utilizadas tanto na região PML quanto no domínio de interesse. Porém, na região de interesse, não existe a necessidade de quebrar a componente z em duas partes, o que aumentaria o número de equações e, assim, o custo computacional. Visando a eficiência do algoritmo, na região de interesse, utilizaremos as equações próprias para essa região [equações (2.13.a) à (2.13.c)].

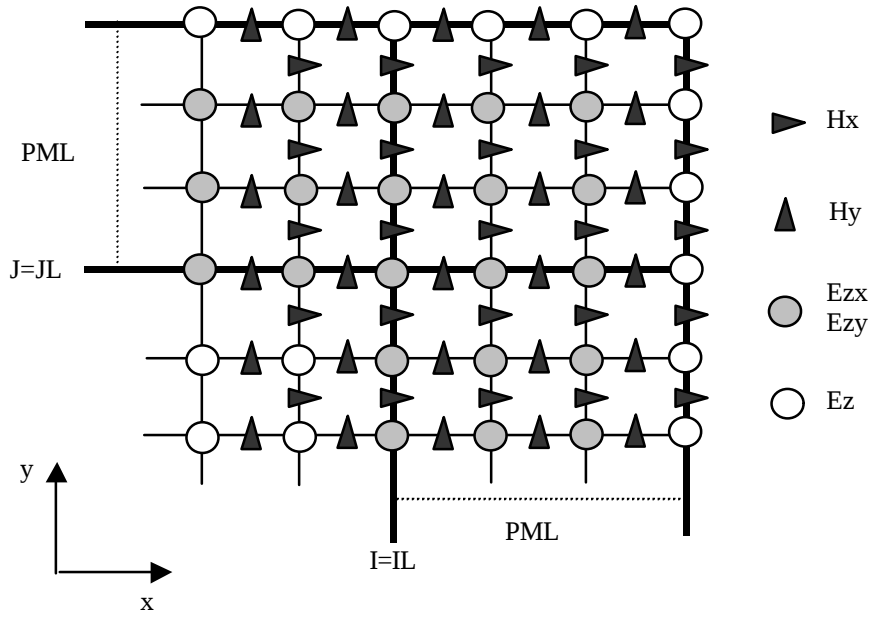


Figura 3.5: Representação de uma das quinas na grade FDTD retangular.

Para a região da grade onde $I < I_L$ e $J < J_L$ (Figura 3.5) utilizaremos as equações FDTD usuais [equações (2.13.a) à (2.13.c)] enquanto para a região PML ($I > I_L$ ou $J > J_L$), utilizaremos as duas componentes de E_z (E_{zx} e E_{zy}) no mesmo ponto onde seria inserido o campo elétrico E_z e utilizaremos as equações (3.3.a) à (3.3.d) discretizadas conforme abaixo (com exceção da região de interface):

$$H_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) = e^{-s_y^*(i)\Delta t/m} H_x^{n-1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) + \frac{1 - e^{-s_y^*(i)\Delta t/m}}{s_y^*(i)\Delta y} \times [E_{zx}^n(i, j) + E_{zy}^n(i, j) - E_{zx}^n(i, j+1) - E_{zy}^n(i, j+1)] \quad (3.37.a)$$

$$H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) = e^{-s_x^*(i+1/2)\Delta t/m} H_y^{n-1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) + \frac{1 - e^{-s_x^*(i+1/2)\Delta t/m}}{s_x^*(i+1/2)\Delta x} \times [E_{zx}^n(i+1, j) + E_{zy}^n(i+1, j) - E_{zx}^n(i, j) - E_{zy}^n(i, j)] \quad (3.37.b)$$

$$E_{zx}^{n+1}(i, j) = e^{-s_x(i)\Delta t/e} E_{zx}^n(i, j) - \frac{1 - e^{-s_x(i)\Delta t/e}}{s_x(i)\Delta x} \times [H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) + H_y^{n+1/2}\left(i - \frac{1}{2}, j\right)] \quad (3.37.c)$$

$$Ezy^{n+1}(i, j) = e^{-s_y(i)\Delta t/e} Ezy^n(i, j) - \frac{1 - e^{-s_y(i)\Delta t/e}}{s_y(i)\Delta y} \times \left[Hx^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) + Hy^{n+1/2}\left(i, j - \frac{1}{2}\right) \right] \quad (3.37.d)$$

Para a região de interface entre o PML e a região de interesse, devemos utilizar outro conjunto de equações devido ao fato de não possuímos as componentes Ezx e Ezy na região de interesse. Então, para o lado direito da grade (região de interface, Figura 3.4), a equação a ser utilizada é apresentada abaixo [11]:

$$Hy^{n+1/2}(il, j) = e^{-s_x^*(il)\Delta t/m} Hy^{n-1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) + \frac{1 - e^{-s_x^*(il)\Delta t/m}}{s_x^*(il)\Delta x} \times \left[Ezx^n(il+1, j) + Ezy^n(il+1, j) - Ez^n(il, j) \right] \quad (3.38)$$

As demais equações de interface seguem a mesma teoria envolvida, sempre se observando que no lado da região de interesse não teremos as componentes Ezx e Ezy.

Completando-se as equações necessárias à implementação da região PML utilizaremos, assim como feito por Berenger [11], o valor médio para as condutividades elétricas e magnéticas identificadas com índice (i ou j) em relação às outras ao seu redor. Esse procedimento será utilizado a fim de se obter uma variação gradual (em σ , σ^*) evitando-se assim reflexões numéricas na onda estudada. A média será calculada como se segue [11]:

$$s_x^*(i) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x(i)-\Delta x/2}^{x(i)+\Delta x/2} s_x^*(x') dx' \quad (3.39)$$

onde σ_x^* é definido pela equação (3.35). Resolvendo a integral obtemos:

$$s_x^*(i) = \frac{1}{\Delta x} \frac{s_m^*}{d^n} \left[\frac{\left(x(i) + \Delta x/2\right)^{n+1} - \left(x(i) - \Delta x/2\right)^{n+1}}{n+1} \right] \quad (3.40)$$

completando o conjunto de equações necessárias à implementação do programa.

3.4-IMPLEMENTAÇÃO DO PROGRAMA FDTD-PML

Tendo entendido a teoria envolvida e definido as equações necessárias à implementação da técnica PML, nesta seção iremos aplicá-la em um domínio específico de maneira a comprovar sua eficácia. A técnica foi implementada para as polarizações TE_z e TM_z utilizando-se as equações descritas por Berenger [11] e as apresentadas nesse trabalho [equações (3.35) à (3.40)]. Mesmo tendo o programa para polarização TE_z, aqui serão apresentados somente os resultados referentes ao programa TM_z pela similaridade nos resultados (tendo em vista o princípio da dualidade) e por utilizarmos mais adiante apenas a polarização TM_z. Os programas foram implementados em linguagem C, tendo a visualização dos resultados explorada com a ajuda do software Matlab.

Para se comprovar a eficácia da técnica, se utilizará um domínio com dimensões iguais a 100 células na direção x e y ($x = 100\Delta x$ e $y = 100\Delta y$), preenchidas com vácuo e circundado pelo PML, conforme a Figura 3.3. No interior da região, iremos, por um intervalo de tempo, introduzir uma onda cilíndrica se propagando para fora do domínio, sendo que após um determinado número de iterações essa onda será totalmente absorvida pela região PML. A onda cilíndrica foi utilizada por se propagar em duas dimensões e assim atingir simultaneamente, com diferentes ângulos de incidência, as faces da região PML.

3.4.1-RELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS

Os parâmetros que serão utilizados na região de interesse (grade FDTD, parte interna na Figura 3.3) deverão atender às condições já discutidas no Capítulo 2 [equações (2.10) e (2.11)] para se minimizar a dispersão numérica e tornar estável o programa, sendo essas condições definidas nesta seção.

Na grade FDTD utilizou-se células quadradas onde $\Delta x = \Delta y$ com dimensão linear de 3×10^{-3} m que, conjuntamente com a frequência central do pulso (6,25 GHz), apresentam uma densidade de amostragem ($N_l = \lambda_0 / \Delta x$) igual a 16. A densidade de amostragem $N_l = 16$ é aceitável em termos de dispersão numérica, pois atende ao

compromisso entre qualidade de resultados e custo computacional, conforme discutido no Capítulo 2. Para o fator de Courant, que viabiliza a estabilidade numérica, utilizou-se $S=0,5$, definindo dessa forma o valor de Δt ($\Delta t=S\Delta x/c$) igual a 5×10^{-12} s (5 ps).

Para a região PML definiu-se a reflexão máxima $[R(\theta)]$ igual a $1 \times 10^{-5}\%$ e o número de camadas igual a 8, por já se apresentar nesse caso um bom índice de reflexão. O expoente (n) a ser utilizado na equação (3.35) é igual a 2, permitindo um decaimento parabólico da condutividade elétrica e magnética equivalente na camada PML.

3.4.2-DEFINIÇÃO DA ONDA INCIDENTE

A excitação é aplicada por um pulso passa faixa em envelope gaussiano sem componente de corrente contínua (cc) (conforme Figura 3.6), modelando uma portadora com $f_0=6,25$ GHz. O pulso é centrado em n_0 , apresentando a característica de decaimento $1/e$ em n_{dec} ciclos no tempo, conforme abaixo [7]:

$$Ez^n(is, js) = E_0 e^{-\left[\frac{(n-n_0)}{n_{dec}}\right]^2} \sin[2\pi f_0(n-n_0)\Delta t] \quad (3.41)$$

onde:

$$E_0 = 377 \text{ V/m};$$

$$n_0 = 96;$$

$$\Delta t = 5 \times 10^{-12} \text{ s};$$

$$f_0 = 6,25 \text{ GHz};$$

$$n_{dec} = 32.$$

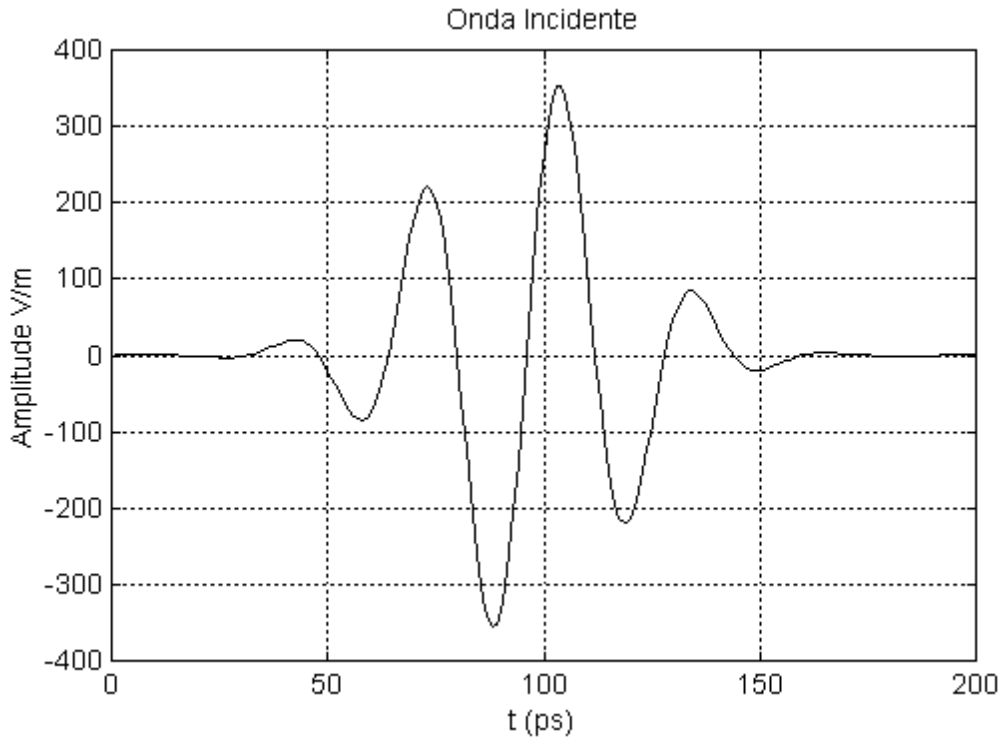


Figura 3.6: Pulso [equação (3.41)] com componente DC nula.

3.4.3-RESULTADOS

Os resultados serão apresentados progressivamente (em número de ciclos no tempo) de tal forma a demonstrar a seqüência de propagação das componentes do campo incidente (E_z , H_x e H_y) em direção à região PML. Inicialmente a onda será exposta antes de atingir a região definida como PML ($n=100$) para que se possa observar o formato da onda sem possíveis interferências (Figuras 3.7, 3.8, 3.13, 3.14, 3.19, 3.20). Posteriormente iremos mostrar o comportamento da onda quando esta atinge a região PML ($n=200$ – Figuras 3.9, 3.10, 3.15, 3.16, 3.21, 3.22) mostrando a interferência que a região exerce sobre as componentes. Finalmente, mostraremos o domínio de interesse após a onda ter sido absorvida pela região PML ($n=300$ – Figuras 3.11, 3.12, 3.17, 3.18, 3.23, 3.24) restando apenas as reflexões espúrias referentes ao PML.

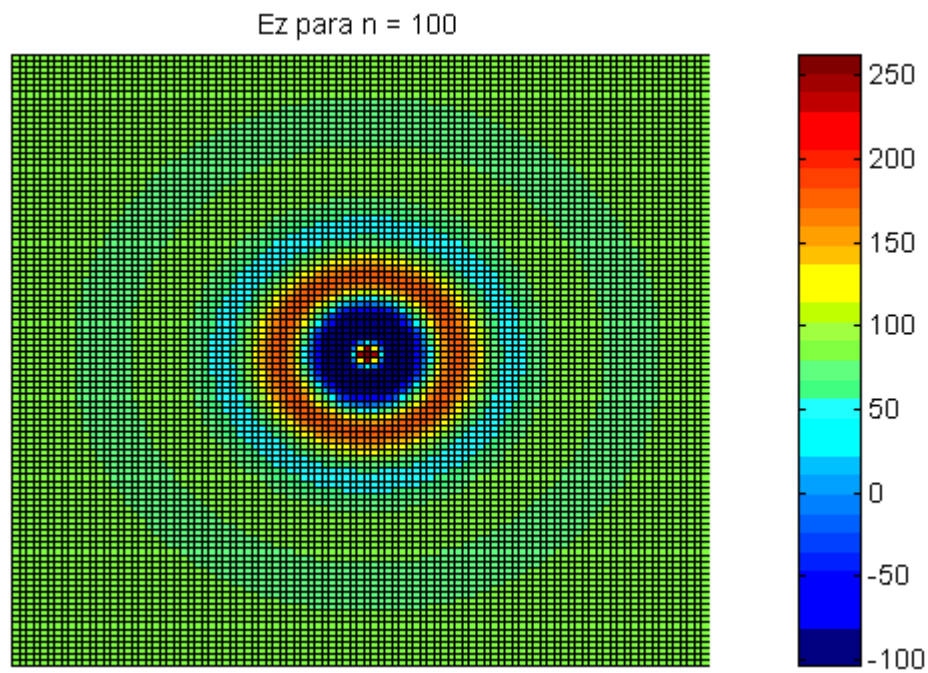


Figura 3.7: Vista superior do campo elétrico E_z na grade FDTD para o pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.

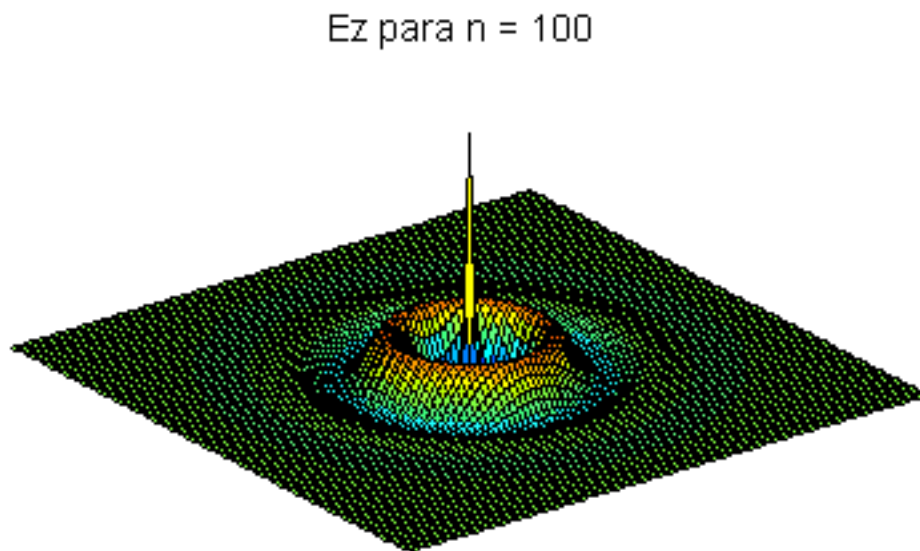


Figura 3.8: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.

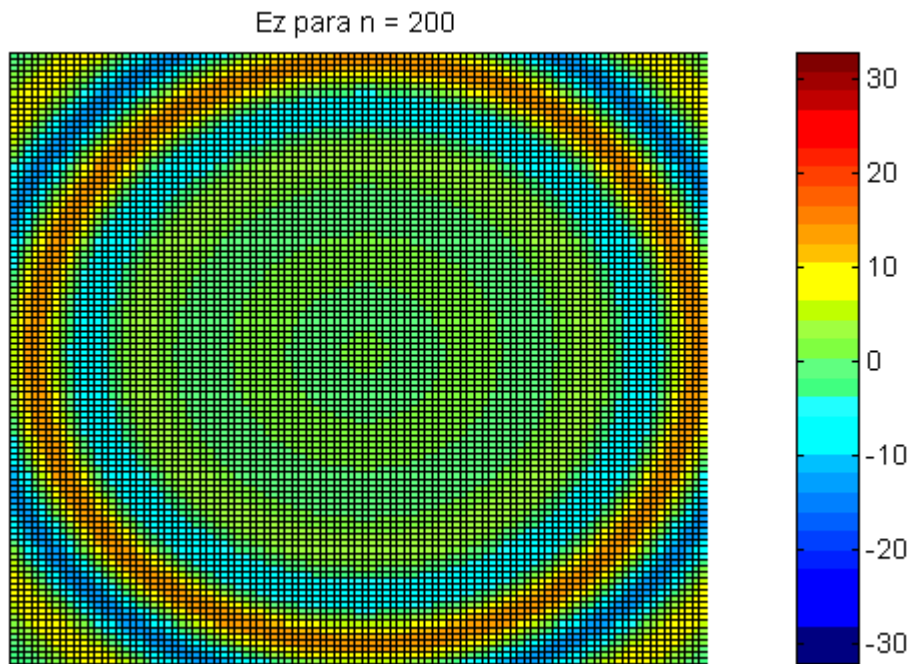


Figura 3.9: Vista superior do campo elétrico E_z na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

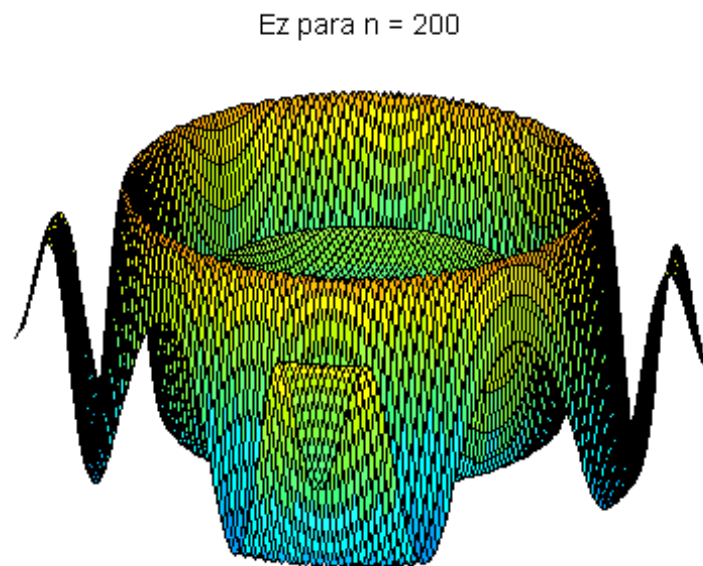


Figura 3.10: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

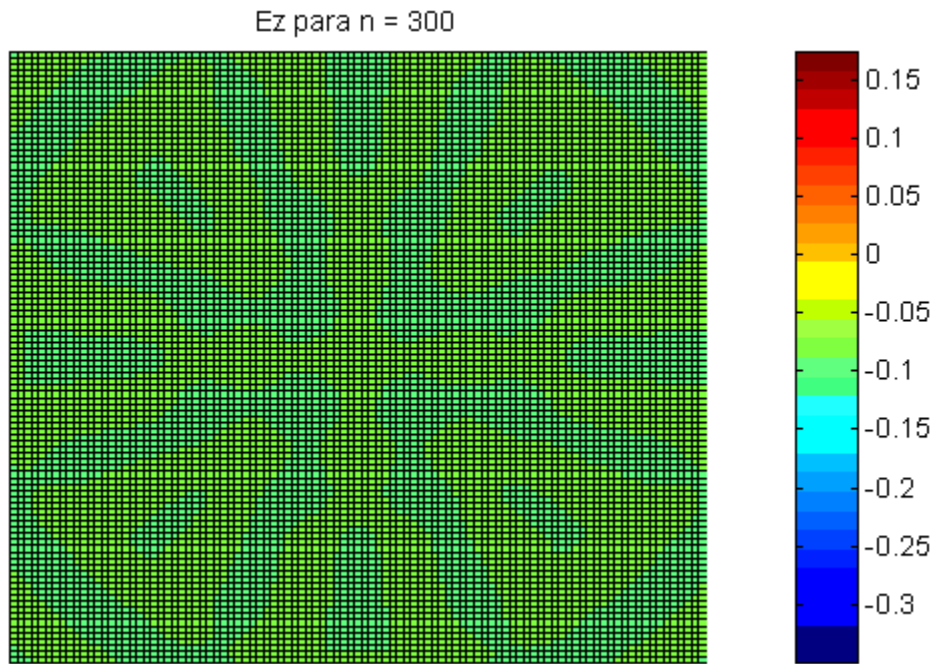


Figura 3.11: Vista superior do campo elétrico E_z na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

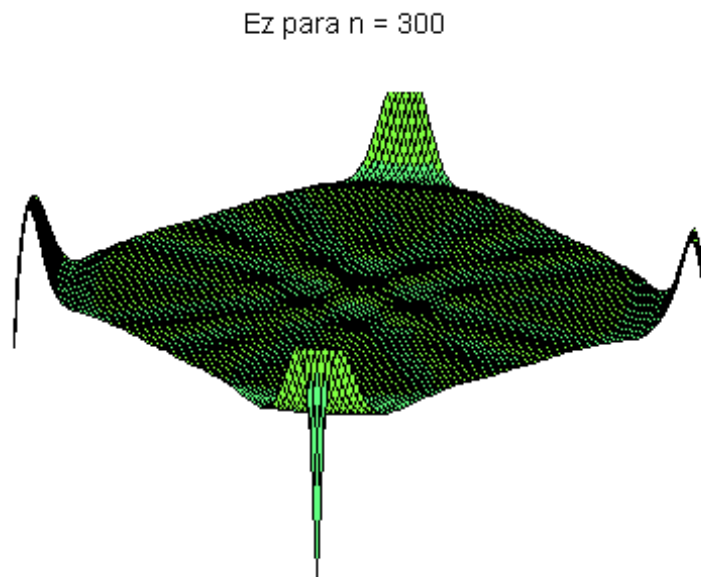


Figura 3.12: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

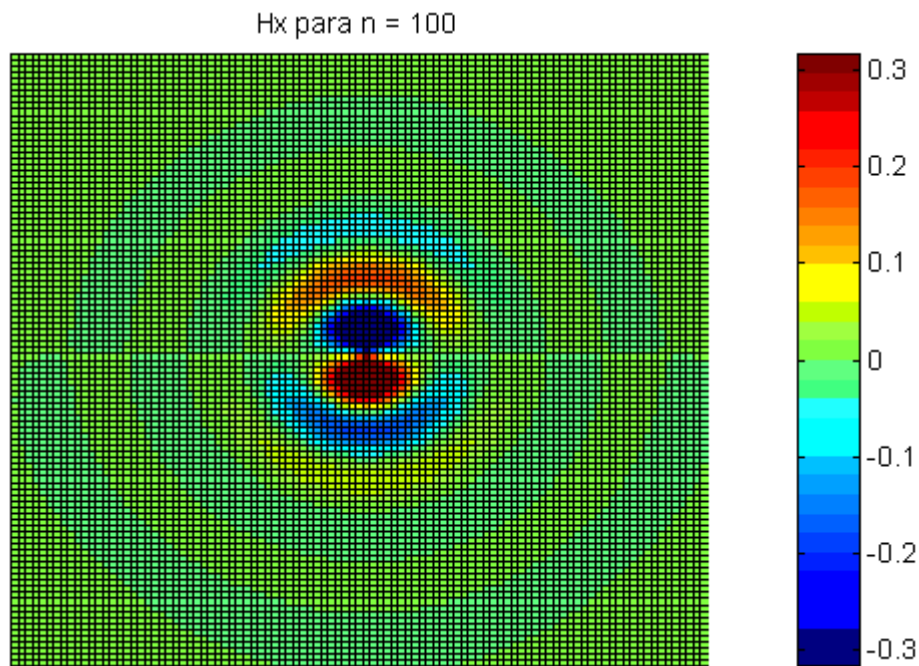


Figura 3.13: Vista superior do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.

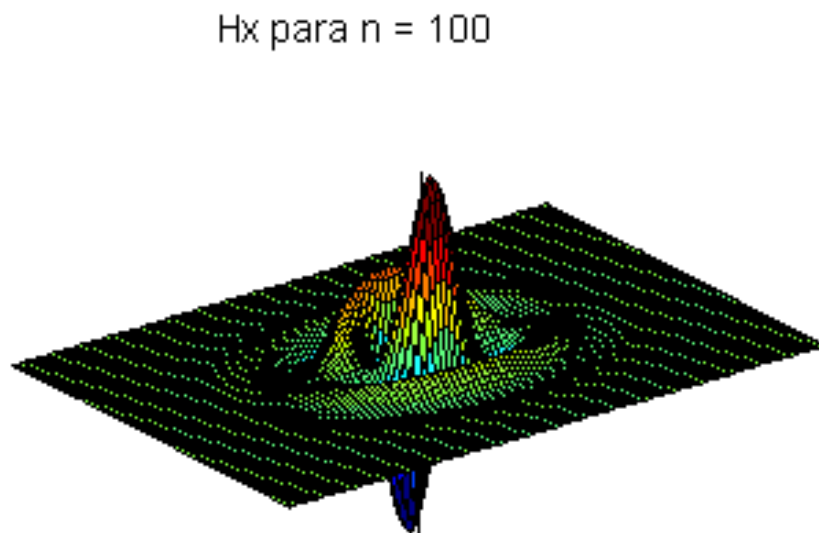


Figura 3.14: Vista em perspectiva do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.

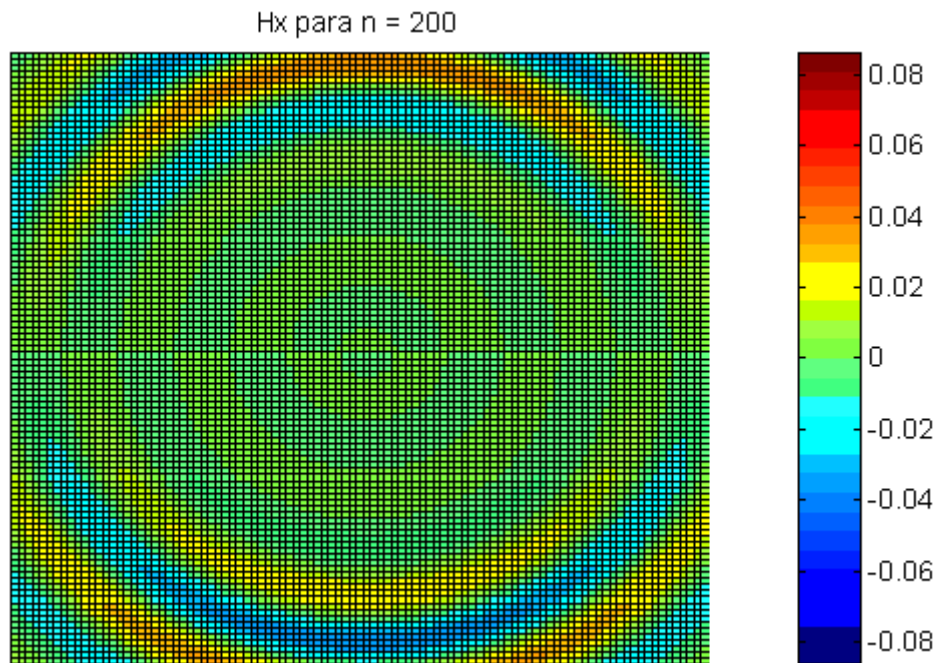


Figura 3.15: Vista superior do campo magnético H_x na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

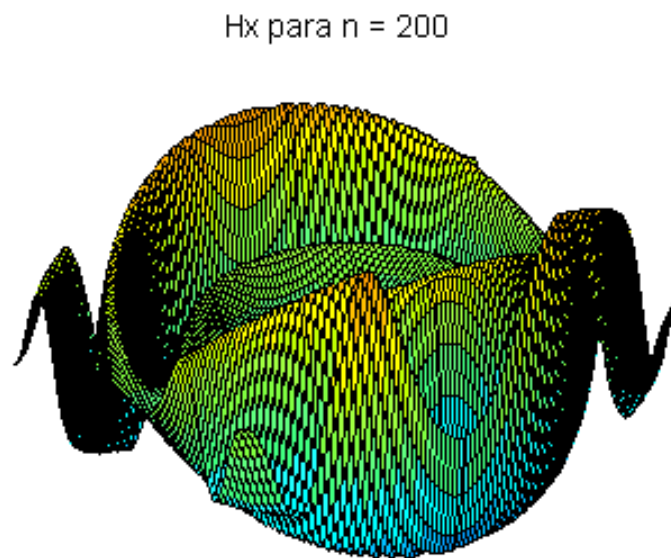


Figura 3.16: Vista em perspectiva do campo magnético H_x na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

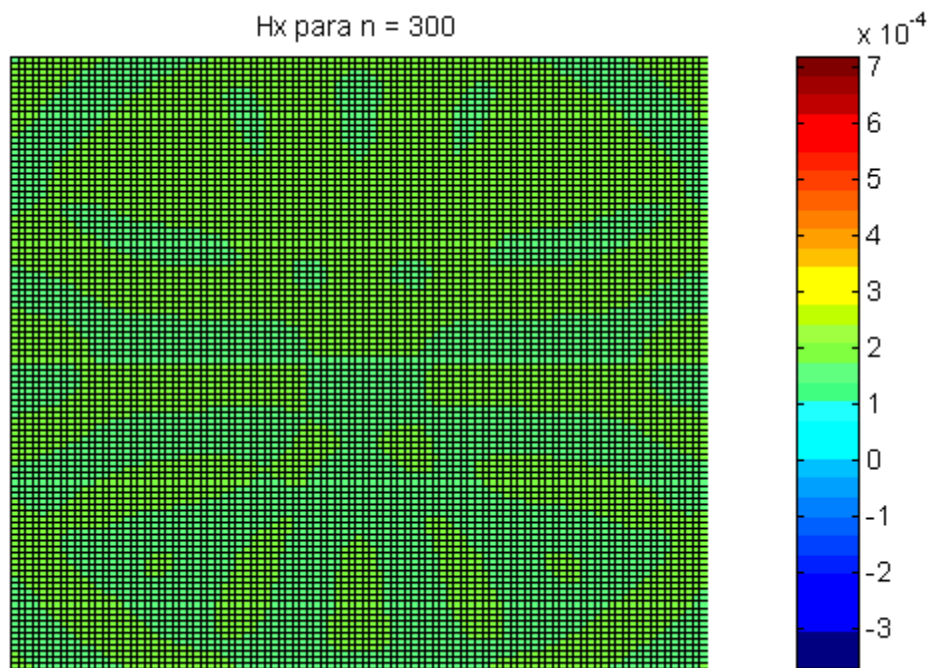


Figura 3.17: Vista superior do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

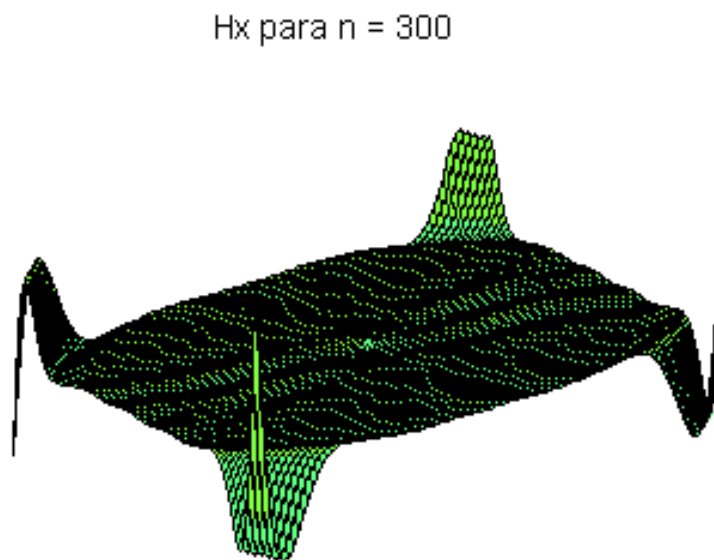


Figura 3.18: Vista em perspectiva do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

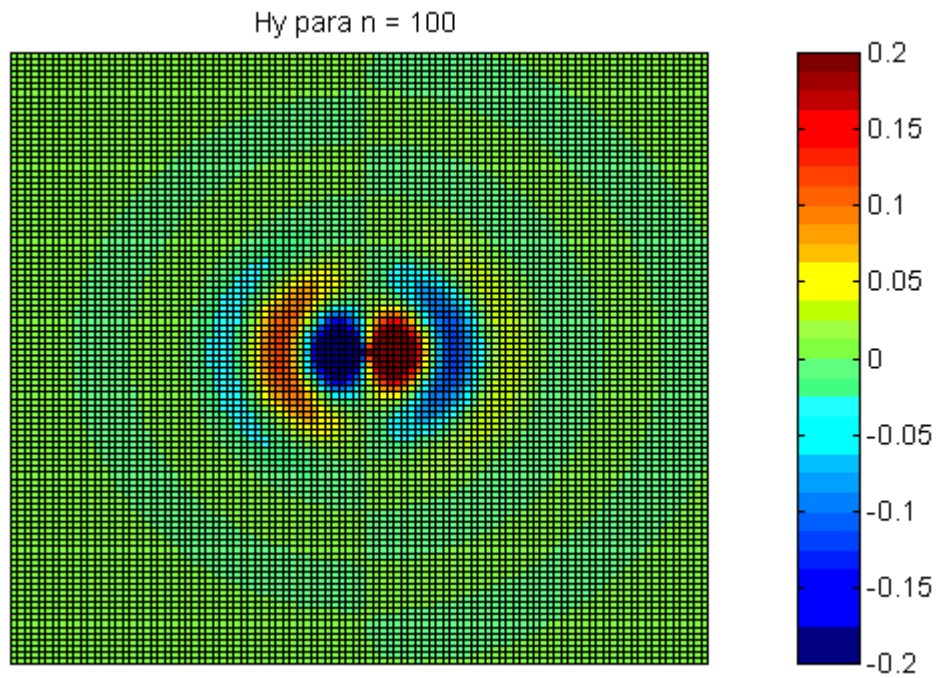


Figura 3.19: Vista superior do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 100.

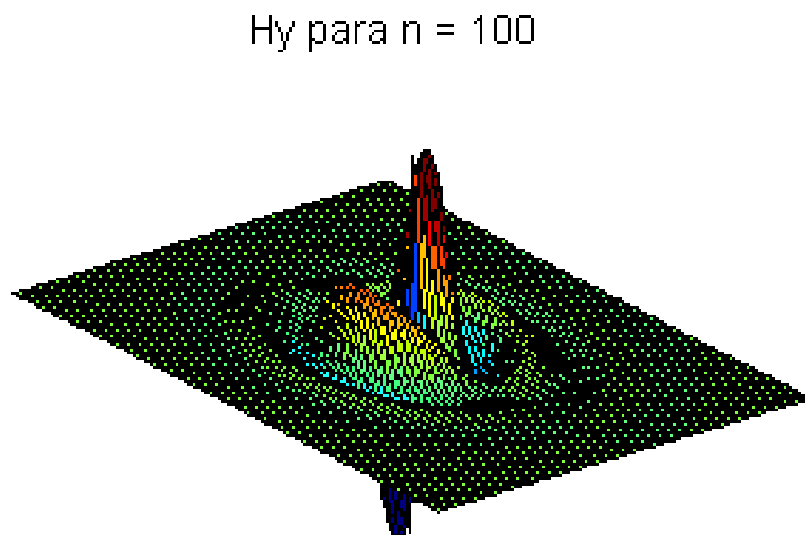


Figura 3.20: Vista em perspectiva do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) números de ciclos no tempo (n) igual a 100.

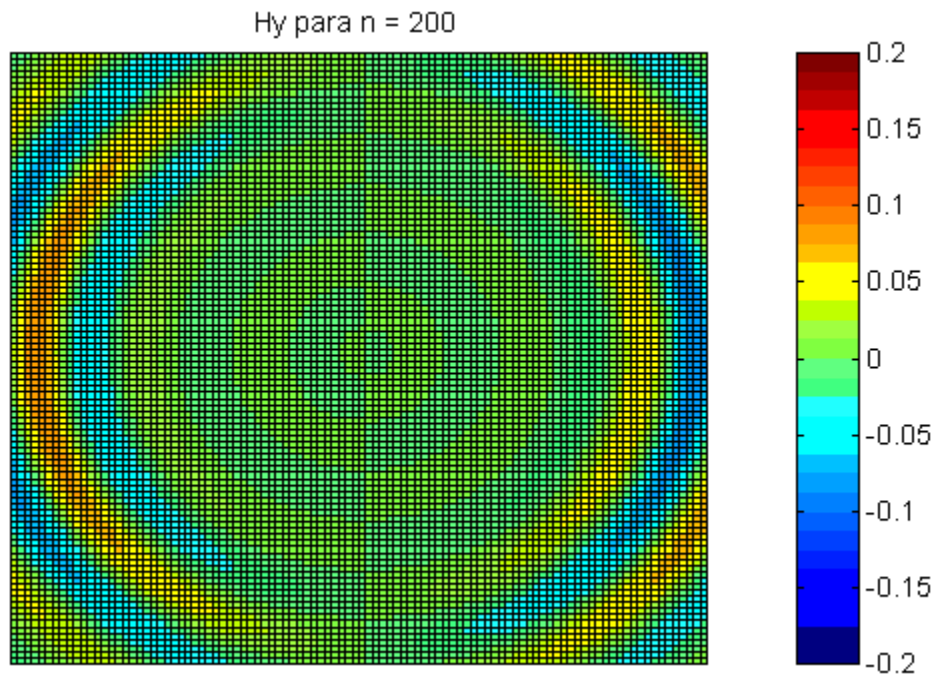


Figura 3.21: Vista superior do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

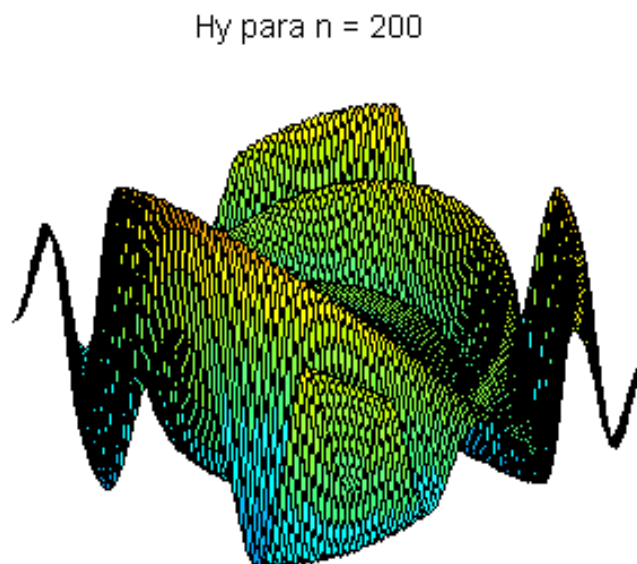


Figura 3.22: Vista em perspectiva do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

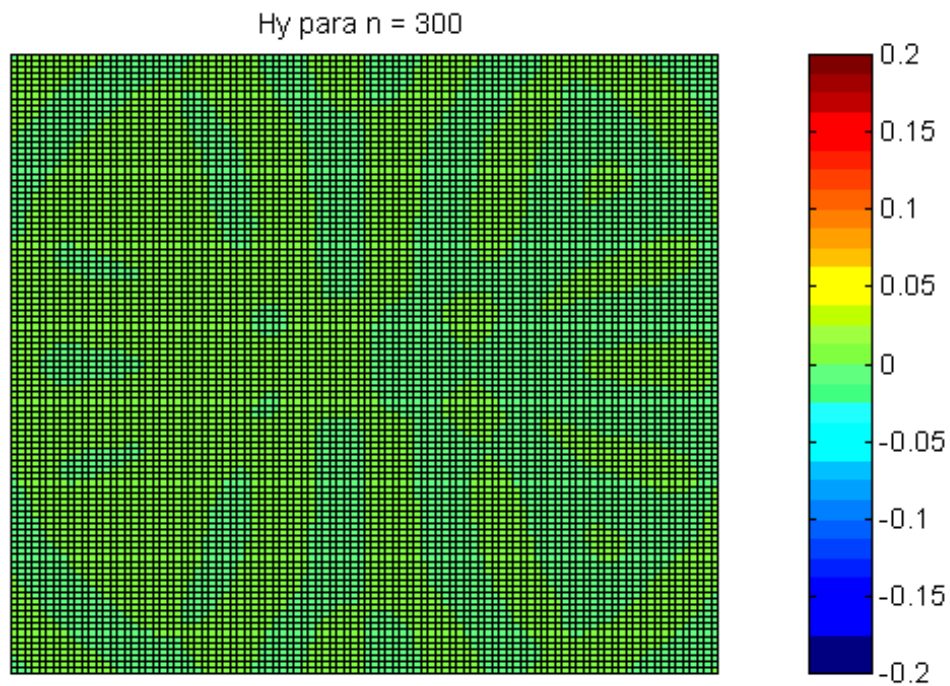


Figura 3.23: Vista superior do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado (Figura 3.6) com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

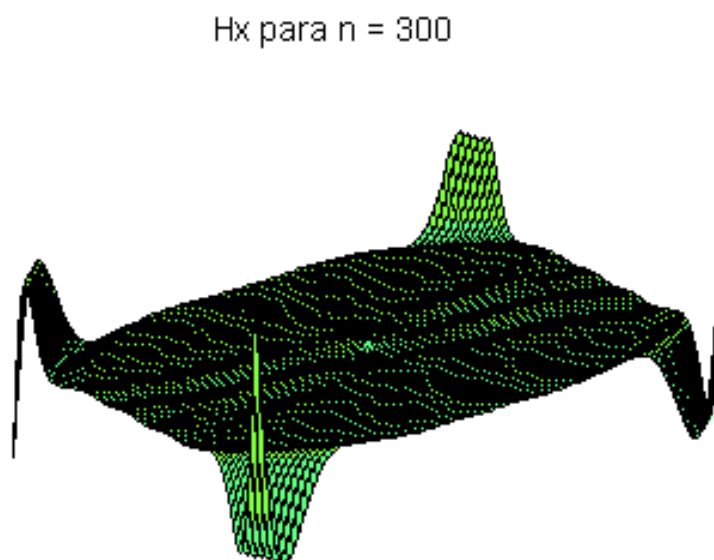


Figura 3.24: Vista em perspectiva do campo magnético H_y na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

A fim de se quantificar a reflexão sofrida pelas componentes do campo elétrico e magnético na região PML, iremos comparar a amplitude inicial da onda incidente ($n=0$) com o ruído remanescente após a propagação da onda no domínio de interesse ($n=300$). As Figuras 3.25, 3.26 e 3.27 ilustram, a componente E_z do campo elétrico e as componentes H_x e H_y do campo magnético, respectivamente, tomadas para um número de ciclos no tempo $n=300$ e no plano $y=0$ ($j=50$). Pode-se observar na Figura 3.25 (componente E_z) que a amplitude máxima é de aproximadamente 0,8 V/m, ou seja, cerca de 0,2% da amplitude inicial de E_z (377 V/m). Para as componentes H_x e H_y (Figuras 3.26 e 3.27, respectivamente) podemos observar uma amplitude máxima de aproximadamente $1,2 \times 10^{-3}$ A/m, o que corresponde a cerca de 0,13% da amplitude inicial do campo magnético (1 A/m). O ruído remanescente no domínio de interesse não é somente função de reflexões espúrias na camada PML. Ou seja, apenas uma pequena parcela deste ruído pode ser atribuída a tais reflexões, tendo em vista que a instabilidade numérica (já comentada na Seção 2.5.2) apresenta-se proeminente. A instabilidade numérica pode ser percebida através das Figuras 3.28 e 3.29 mesmo antes da onda atingir a camada PML com amplitude equivalente a apresentada na Figura 3.25.

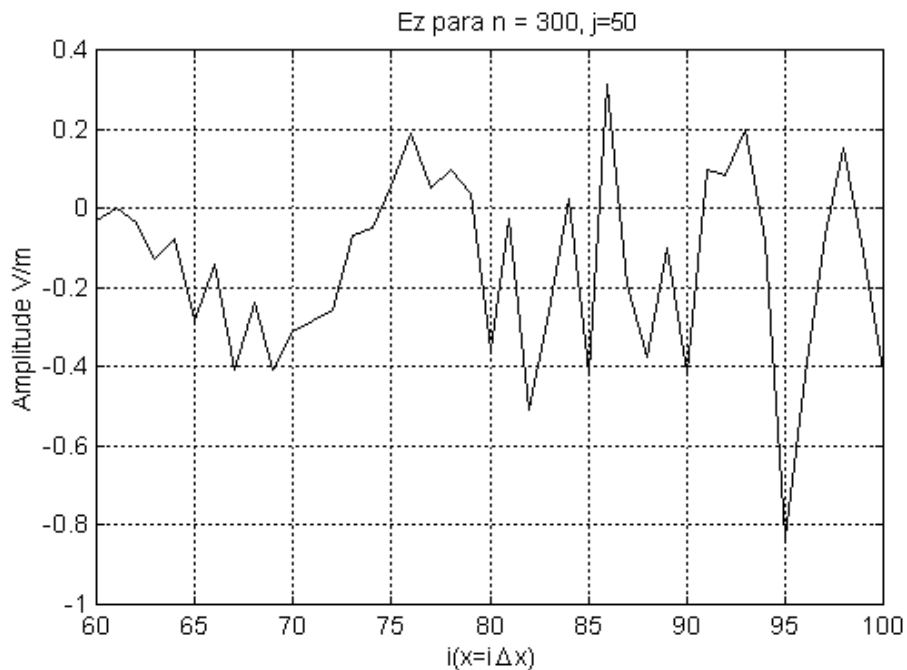


Figura 3.25: Vista em perfil das reflexões do campo magnético E_z na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

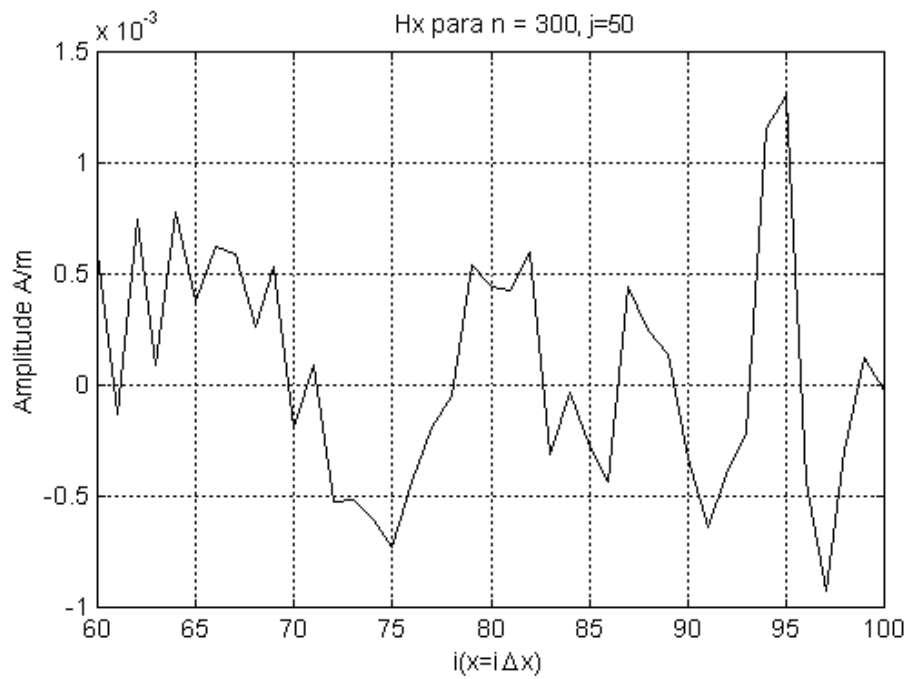


Figura 3.26: Vista em perfil das reflexões do campo magnético Hx na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

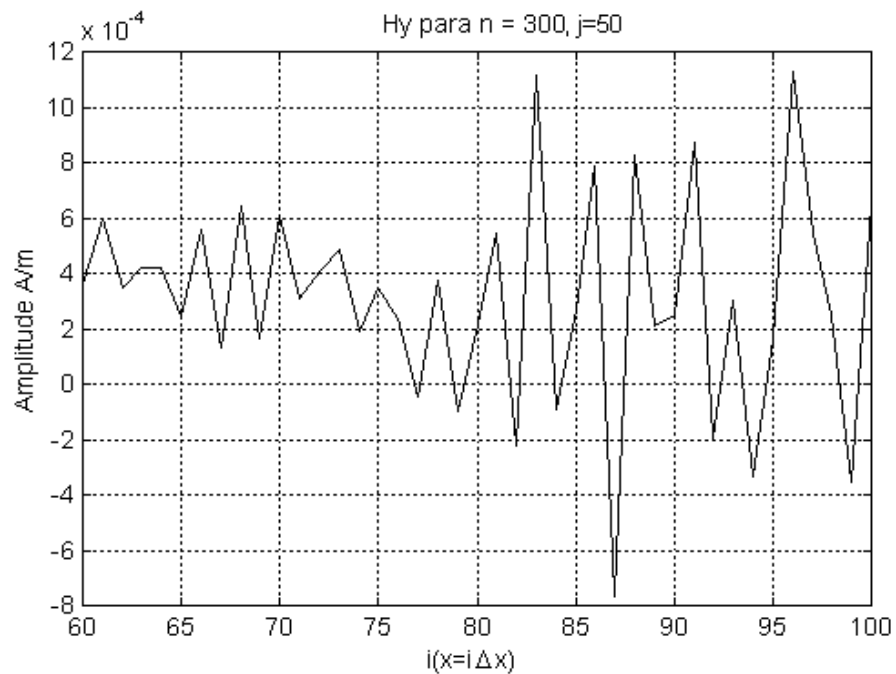


Figura 3.27: Vista em perfil das reflexões do campo magnético Hy na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 300.

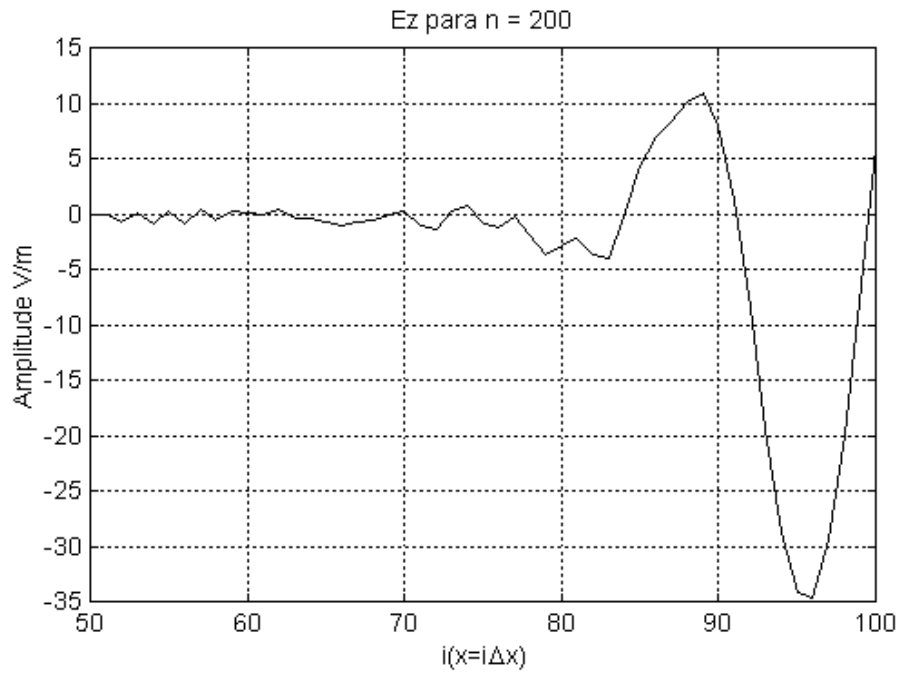


Figura 3.28: Vista em perfil do campo elétrico E_z na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

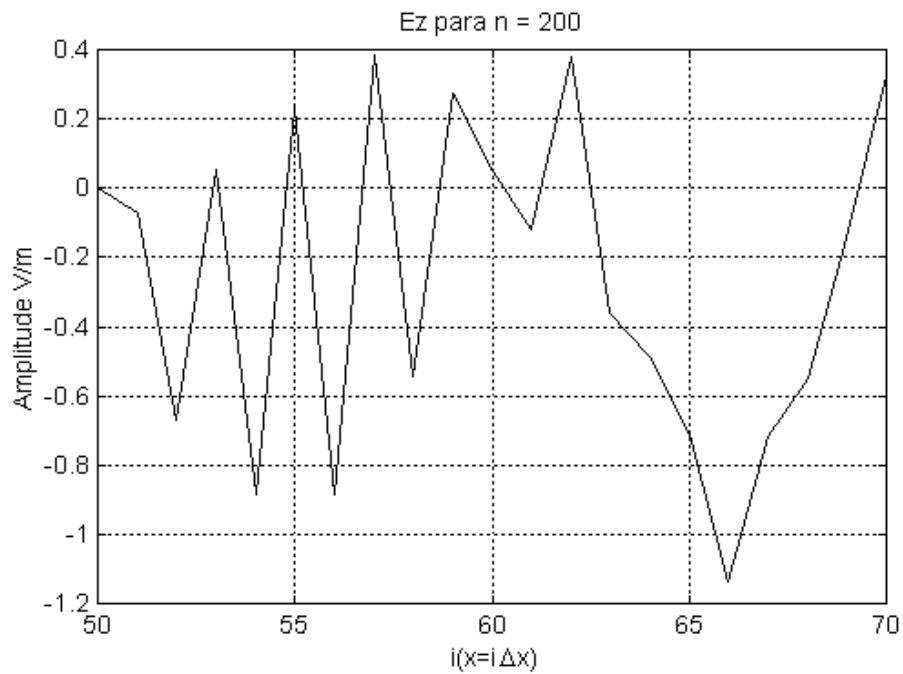


Figura 3.29: Vista ampliada do perfil do campo elétrico E_z ($i=50$ a 70) na grade FDTD para um pulso aplicado com números de ciclos no tempo (n) igual a 200.

3.5-ESTUDO DA DISPERSÃO NUMÉRICA PARA UMA ONDA BIDIMENSIONAL

Em adição à análise de dispersão numérica para a onda unidimensional realizada na Seção 2.5.1, apresentaremos agora o tratamento para uma onda bidimensional. A introdução dessa seção nesse capítulo torna-se pertinente quando se estuda a propagação do pulso em uma grade FDTD que, diferentemente da onda plana, propaga-se em duas dimensões. Nessa seção veremos que o pulso terá seu formato distorcido devido à dispersão numérica ser variável conforme a direção de propagação.

O procedimento para se fazer a análise de dispersão numérica envolve a substituição de uma onda plana monocromática no sistema de diferenças finitas [equações (2.7)]. A onda TMz, que servirá para atingir nossos propósitos, pode ser representada pelas seguintes componentes [7]:

$$Ez^n(i, j) = Ez_0 e^{j(\omega n \Delta t - \tilde{K}_x I \Delta x - \tilde{K}_y J \Delta y)} \quad (3.42.a)$$

$$Hx^n(i, j) = Hx_0 e^{j(\omega n \Delta t - \tilde{K}_x I \Delta x - \tilde{K}_y J \Delta y)} \quad (3.42.b)$$

$$Hy^n(i, j) = Hy_0 e^{j(\omega n \Delta t - \tilde{K}_x I \Delta x - \tilde{K}_y J \Delta y)} \quad (3.42.c)$$

onde $\tilde{k}_x$ e $\tilde{k}_y$ representam, respectivamente, as componentes em x e y do número de onda numérico e w a velocidade angular.

Após substituir as equações (3.42) em (2.13) e algumas manipulações matemáticas, considerando $\Delta x = \Delta y = \Delta$ (célula quadrada) e utilizando S (fator de Courant) e N_l (densidade de amostragem $N_l = \lambda_0 / \Delta$) obtemos [7]:

$$\frac{1}{S^2} \sin^2\left(\frac{pS}{N_l}\right) = \sin^2\left(\frac{p\tilde{k} \cos f}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{p\tilde{k} \sin f}{2}\right) \quad (3.42)$$

onde ϕ é a direção de propagação de onda numérica com respeito ao eixo x da grade.

Para uma onda propagando-se em uma grade de células quadradas, podemos resolver a equação (3.42) para $\tilde{k}$ nos eixos principais da grade: $\phi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ e 270° . Para esses casos a solução de $\tilde{k}$ é dada conforme abaixo [7]:

$$\tilde{k} = \frac{2}{\Delta} \text{sen}^{-1} \left[\frac{1}{S} \text{sen} \left(\frac{pS}{N_l} \right) \right] \quad (3.43)$$

sendo a velocidade de fase correspondente representada por [7]:

$$\tilde{V}_p = \frac{w}{\tilde{k}} = \frac{p}{N_l \text{sen}^{-1} \left[\frac{1}{S} \text{sen} \left(\frac{pS}{N_l} \right) \right]} \cdot c \quad (3.44)$$

Pode-se também resolver $\tilde{k}$ na equação (3.42) para propagação nas diagonais da grade, ou seja, $\phi = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$ e 315° conforme abaixo [7]:

$$\tilde{k} = \frac{2\sqrt{2}}{\Delta} \text{sen}^{-1} \left[\frac{1}{S\sqrt{2}} \text{sen} \left(\frac{pS}{N_l} \right) \right] \quad (3.45)$$

sendo a velocidade de fase correspondente representada por [7]:

$$\tilde{V}_p = \frac{p}{N_l \sqrt{2} \text{sen}^{-1} \left[\frac{1}{S\sqrt{2}} \text{sen} \left(\frac{pS}{N_l} \right) \right]} \cdot c \quad (3.46)$$

De posse das equações (3.43) à (3.46) podemos analisar a dispersão numérica sofrida pela propagação do pulso estudado na Seção 3.4. O pulso se propaga em uma grade quadrada com fator de Courant (S) igual a 0,5 e densidade de amostragem (N_l) igual a 16. Resolvendo a velocidade de fase para os eixos principais [equação (3.44)] e para os eixos diagonais [equação (3.46)] temos $\tilde{V}_p = 0,995122c$ e $\tilde{V}_p = 0,998383c$, respectivamente. Podemos dizer que na direção oblíqua a onda se propaga com uma

velocidade de 1,003277 ($= 0,998383c/0,995122c$) vezes a velocidade da onda no eixo principal, representando uma anisotropia de aproximadamente 0,3% entre as velocidades na direção oblíqua e na direção x .

A título de ilustração iremos comparar os resultados obtidos em simulações numéricas com os cálculos obtidos pelas equações (3.43) à (3.46). As Figuras 3.30 e 3.31 representam a sobreposição do perfil do pulso (estudado na Seção 3.4) no eixo principal com as diagonais (45° e 315°) após ter propagado o equivalente a $100\Delta t$ (50 ns) sendo que podemos notar para a Figura 3.30 e, principalmente, na ampliação apresentada na Figura 3.31, um desvio equivalente à $0,015\Delta x$, ou seja, uma velocidade anisotrópica de aproximadamente $\Delta\tilde{V}_p/\tilde{V}_p \cong 0,015/(63,28 - 50) = 0,113\%$, o que corresponde a um erro percentual cerca de 3 vezes menor que o calculado anteriormente (0,3%).

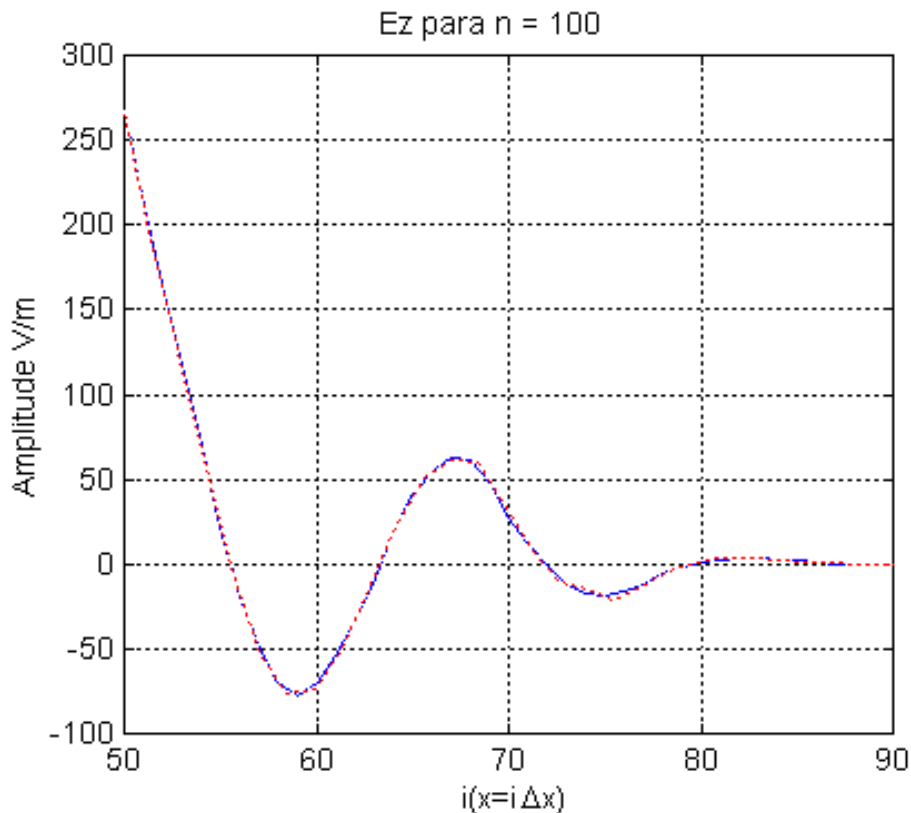


Figura 3.30: Perfil do pulso para o eixo principal (Azul) e os eixos diagonais (45° - Vermelho e 135° - Preto) para o número de ciclos no tempo $n= 100$ (50 ns) e fator de Courant $S= 0,5$.

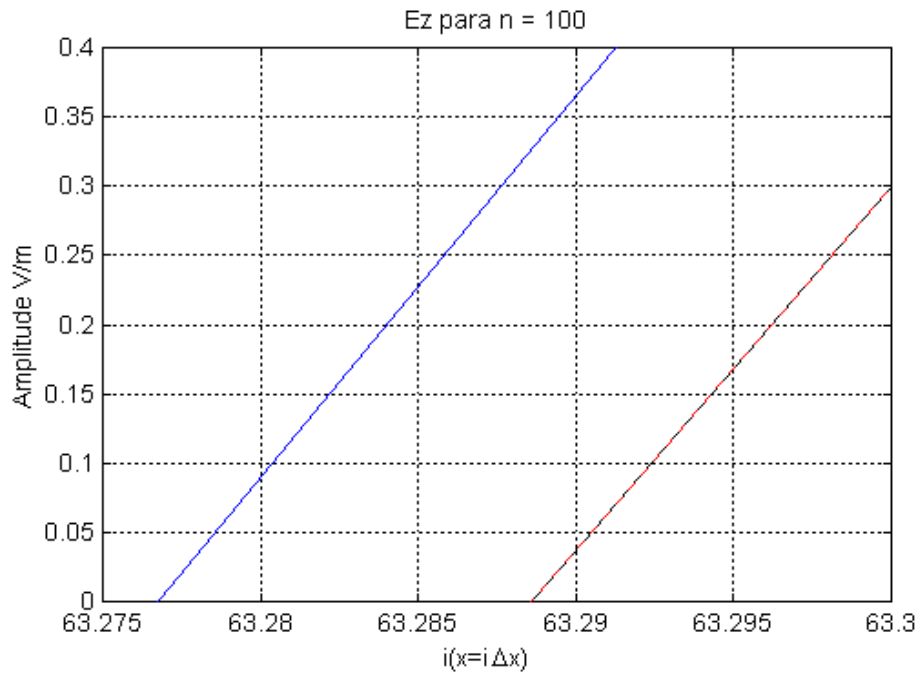


Figura 3.31: Vista ampliada do perfil do pulso para o eixo principal (Azul) e os eixos diagonais (45° - Vermelho e 135° - Preto) com o número de ciclos no tempo $n = 100$ (50 ns), fator de Courant $S = 0,5$.

A diferença encontrada entre o valor obtido em simulações e o analítico pode ser explicada pela imprecisão nos cálculos, devida principalmente à instabilidade apresentada na simulação e às dimensões envolvidas (diferença de fase entre as ondas encontra-se na segunda casa decimal). Mesmo com a imprecisão apresentada, notou-se que a onda se propaga com uma velocidade maior nas diagonais comparando-se com os eixos principais, ocorrendo dessa forma a distorção na forma do pulso. A distorção não é percebida nas Figuras (3.7) à (3.24), apresentadas durante o presente capítulo, pois a onda se propaga em uma pequena região minimizando o efeito da diferença de velocidade.

3.6-CONCLUSÕES PRELIMINARES

Na parte inicial do presente capítulo (Seções 3.1 e 3.2) foram expostos os conceitos envolvidos em condições de contorno absorventes (ABC's), destacando-se a condição de contorno denominada *camadas perfeitamente casadas* (PML) desenvolvida

por Berenger [11]. A ABC-PML mereceu tal atenção devido às características de fácil implementação e baixa reflexão, aliadas à intenção de utilizá-la no próximo capítulo.

O estudo apresentado na Seção 3.2 (focalizando a polarização TMz, já que a TEz é tratada em [11]), forneceu o subsídio necessário para a discussão da formulação necessária à implementação numérica da técnica PML em FDTD feito na Seção 3.3, enfatizando-se o posicionamento das condutividades elétricas e magnéticas a fim de se obter a máxima eficiência do algoritmo.

A Seção 3.4 apresenta um caso de estudo para a verificação da eficiência do método em relação às reflexões espúrias. Para a solução do problema, a escolha dos parâmetros característicos observou os conceitos e comentários apresentados no Capítulo 2, para a minimização da dispersão e da instabilidade numérica. Também foram expostos diversos resultados para a avaliação da eficiência do algoritmo.

Observando os resultados apresentados na Seção 3.4, notamos que a onda ao atingir a região PML (Figuras 3.9, 3.10, 3.15, 3.16, 3.21 e 3.22) não tem seu formato distorcido, caracterizando uma transmissão para fora da região de interesse sem reflexões significativas. Transcorrido um número de ciclos no tempo $n=300$, quando a onda não mais está presente no domínio de interesse (Figuras 3.11, 3.12, 3.17, 3.18, 3.23 e 3.24) temos um ruído presente que pode ser observado melhor nas Figuras 3.25, 3.26 e 3.27. Tal ruído é a combinação das reflexões espúrias e dos efeitos associados à instabilidade numérica (veja Seção 2.5.3).

Os resultados apresentados indicam que os efeitos associados à instabilidade numérica são mais prejudiciais do que as reflexões espúrias associadas ao PML. Por exemplo, comparando-se o ruído presente na Figura 3.25 com aquele apresentado na Figura 3.29 percebe-se que a ordem de grandeza da reflexão, apesar de difícil quantificação, é bem inferior ao ruído remanescente após a passagem da onda ($n > 300$). Ao comparar a ordem de grandeza do ruído conclui-se que a região PML foi devidamente implementada e conforme literatura [7] demonstra-se eficiente, apresentando baixas reflexões espúrias.

4 CARACTERIZAÇÃO DE CANAIS RÁDIO

4.1-INTRODUÇÃO

O contínuo crescimento dos sistemas de rádio móvel tem gerado uma grande necessidade de compreensão das características de propagação em microcélulas. Devido ao acentuado crescimento e ao fato de ser a caracterização de canais rádio um dos maiores requisitos para o sucesso no projeto de sistemas de comunicação móvel, diversas técnicas (tais como FDTD) têm sido desenvolvidas para a predição do comportamento desses canais, melhorando a eficiência do sistema e reduzindo a necessidade de medições *in loco*.

O método FDTD tem se demonstrado eficiente e preciso no detalhamento desses canais à medida que adaptações à técnica são introduzidas e o custo computacional é diminuído.

Neste capítulo será apresentado um modelo *outdoor* bidimensional que envolve a caracterização de canais rádio com a utilização do método FDTD, conforme apresentado no Capítulo 2 (polarização TM_z). Para limitar o domínio de interesse será utilizado o ABC-PML apresentado no Capítulo 3.

4.2-CARACTERÍSTICAS DE CANAIS RÁDIO EM MICROCÉLULAS

Um ambiente típico para um canal rádio pode ser caracterizado em duas partes; perdas na propagação e efeitos multipercurso, como ilustrado pela Figura 4.1 [21]. As perdas na propagação estão basicamente associadas ao fato da frente de onda, quando suficientemente afastada da fonte transmissora, ser praticamente esférica, causando a diminuição da densidade de potência na medida que a onda se propaga. Outras perdas, como, por exemplo, a atenuação causada por chuva, também podem ser incorporadas à definição de perdas de propagação. Já o efeito do multipercurso, provocado pelas reflexões, refrações e difrações de ondas de rádio por edificações e outras estruturas, traz como consequência sinais provenientes de diferentes caminhos atingindo o receptor e produzindo uma versão distorcida do sinal fornecido pelo transmissor. Como os efeitos multipercurso são inevitáveis em sistemas de rádio, cuidados adicionais são necessários a fim de se diminuir sua influência e contar com a qualidade desejada na recepção e transmissão de dados [21].

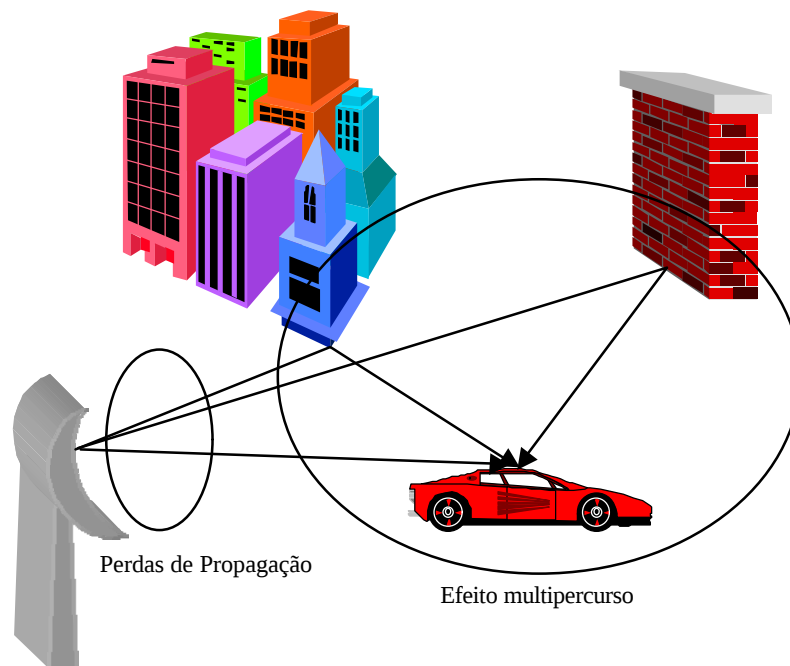


Figura 4.1: Ambiente relativo a canais rádio móveis.

Muitos projetos de canais rádio são baseados em medições, que os tornam dispendiosos e demorados. Procurando meios para se contornar os fatores negativos das medições, iniciaram-se pesquisas para o desenvolvimento de métodos que simulem o ambiente de interesse com a utilização de recursos computacionais. Esses métodos, aliados às medições, trouxeram maior flexibilidade e menores custos e tempo de projeto. Neste capítulo será empregada a técnica numérica FDTD na modelagem de canais rádio, demonstrando-se sua eficiência.

4.2.1-CONFIGURAÇÃO DO PROBLEMA

Nesta seção serão definidos os parâmetros a serem utilizados na simulação, visando obedecer aos requisitos apresentados no Capítulo 2 para a redução de dispersão numérica e a manutenção da estabilidade.

O modelo do sistema será conforme a Figura 4.2, onde podem ser observadas as posições dos edifícios, das ruas que os contornam, os pontos onde serão feitas as amostragens do sinal (L1 à L7 - antenas receptoras) e também a posição da fonte (TX - antena transmissora). A configuração é típica de uma microcélula urbana, sendo representada conforme [21] para a posterior comparação de resultados.

A excitação será composta por um pulso gaussiano, de frequência central igual a 850 MHz e que será detalhado na próxima seção. As células utilizadas serão quadradas com $\Delta x = \Delta y = 0,015\text{m}$, totalizando um total de 2.000×2.000 células nos $30 \times 30\text{m}$ de dimensão da microcélula. Utilizaram-se células com essa dimensão para que se tivesse uma densidade de amostragem dentro dos limites expostos no Capítulo 2 ($N_I = \lambda_0 / \Delta x = 20$) [21], garantindo-se assim uma baixa dispersão numérica. Como fator de Courant será utilizado $S = 0,56$, o que nos define o incremento no tempo como $\Delta t = 28,32 \times 10^{-12}\text{s}$ e garante a estabilidade numérica necessária ao sistema. A dispersão e a estabilidade numérica devem ser bem estudadas para esse tipo de configuração, pois seus efeitos tornam-se proeminentes quando grandes dimensões são envolvidas.

Os prédios serão definidos como condutores elétricos perfeitos (CEP), tendo dimensões iguais a 6×9 metros de base. Esses serão posicionados conforme a Figura 4.2, configurando uma rua central cortada por outras quatro. Na rua central temos as antenas receptoras L1, L2 e L3, e nas ruas de acesso as restantes L4 e L5.

Contornando toda a região de interesse, temos uma condição de contorno absorvente (ABC) do tipo PML, que foi anteriormente explorada no Capítulo 3. A ABC utilizada é diferente daquela em [21] (ABC-Mur) por apresentar, conforme a literatura disponível [7], melhores resultados quanto às reflexões espúrias. A região PML utilizada foi projetada para um fator de reflexão $R(q)=1 \times 10^{-5}\%$ e com uma distribuição da condutividade em 8 camadas. Finalizando, a região compreendida pelo domínio de interesse e pela região PML é envolta por um condutor elétrico perfeito, como explicado no Capítulo 3.

As equações utilizadas na implementação do programa gerado para a solução do presente problema são as do problema bidimensional, polarização TMz, conforme descritas no Capítulo 2 (equações 2.13) para a grade principal, e as do Capítulo 3 (equações 3.33 a 3.37) na região PML.

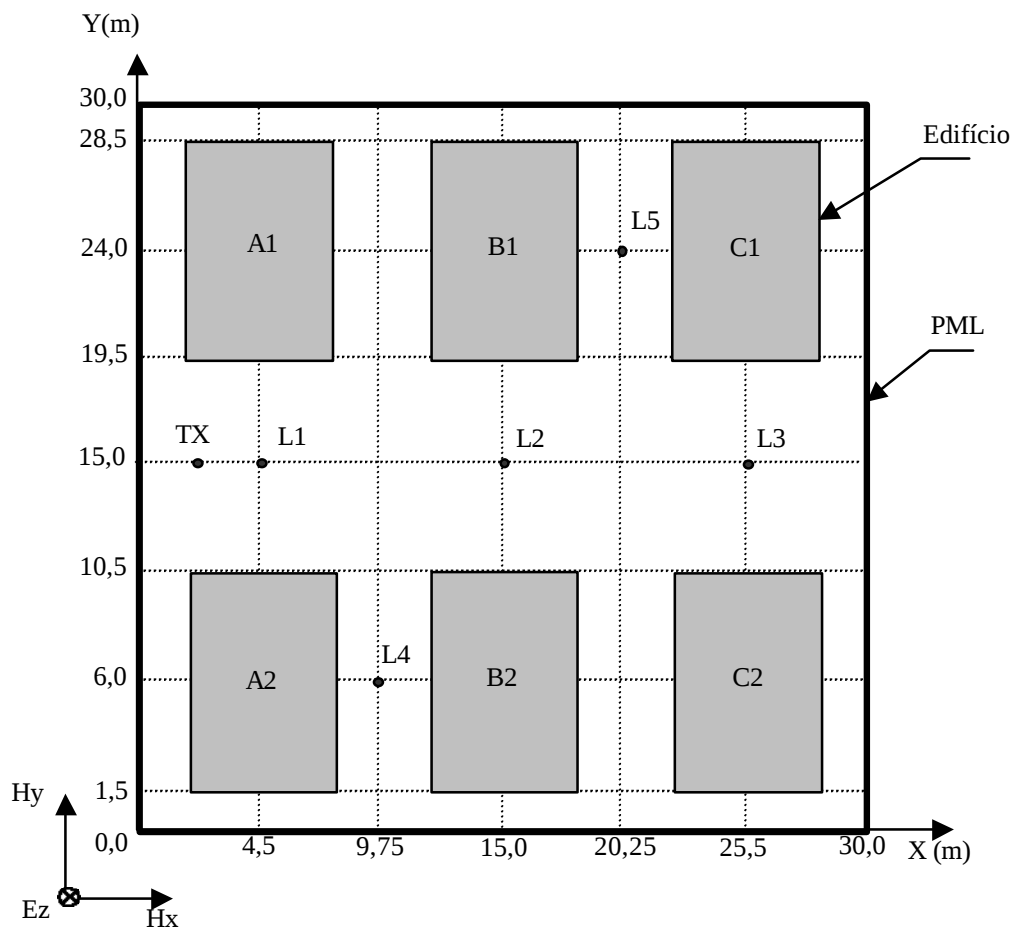


Figura 4.2: Arranjo dos edifícios, transmissor e pontos de amostragem para simulação.

4.2.2-DEFINIÇÃO DA ONDA INCIDENTE

A onda incidente será definida conforme [21], para a devida comparação dos resultados obtidos. A onda tem seu formato definido pelo pulso gaussiano com componente em corrente contínua , representado pela seguinte equação:

$$Jz^n(i) = J_{\max} e^{-a(t-V\Delta t)^2} \quad (4.1)$$

$$a = \left(\frac{4}{V\Delta t} \right)^2 \quad (4.2)$$

onde:

$J_{\max}$ – amplitude máxima (1000 A/m²);

ς – define a característica de decaimento do pulso (32);

Δt – incremento no tempo (28,32x10⁻¹²s).

A Figura 4.3 representa o pulso Gaussiano com as características anteriormente descritas

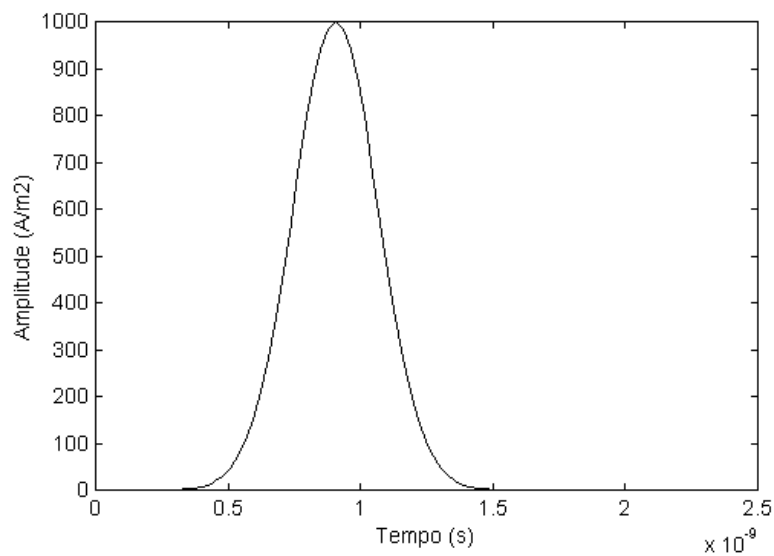


Figura 4.3: Perfil Gaussiano da onda incidente.

A inserção da excitação será de forma gradual durante as interações do programa, em um período compreendido de 0,4 ns ($n=15$) até 1,4 ns ($n=50$). O ponto onde é aplicado o pulso, definido na Figura 4.2 (ponto TX da grade), será modelado de tal forma a não interferir na simulação. O pulso será aplicado no intervalo de 1ns, sendo que nesse tempo nenhuma reflexão retornará a esse ponto. Após a aplicação da excitação, o ponto onde se localiza TX novamente retornará a ser um ponto da grade regido pelas equações FDTD.

4.2.3-ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nessa seção serão comparados os resultados do programa com os apresentados em [21]. No decorrer da simulação (aproximadamente 4.000 iterações), o campo elétrico E_z será amostrado nos pontos L1, L2, L3, L4 e L5, conforme a Figura 4.2. Os resultados obtidos em cada ponto serão posteriormente processados para a obtenção da densidade de potência incidente em cada ponto. A potência recebida em cada receptor é então calculada, assumindo-se um receptor isotrópico (ou seja, abertura efetiva unitária). Posteriormente, o campo elétrico será representado em duas dimensões, demonstrando a distribuição em toda região de interesse em visão de planta e perspectiva.

Inicialmente, vamos estudar a potência recebida no ponto de amostragem L1 (antena receptora L1), cuja distribuição no tempo é apresentada na Figura 4.4. Essa figura é comparável à Figura 11 em [21], observando-se uma grande concordância entre os resultados. O primeiro pulso apresentado na Figura 4.4 é resultado da incidência direta da excitação sobre L1, o que acontece em aproximadamente 9ns (3m), seguindo o mesmo perfil de decaimento daquele apresentado em [21]. O perfil da onda em L1 é diferente do perfil do pulso aplicado (Figura 4.3) devido à componente em corrente contínua presente neste não irradiar. No ponto próximo a 20 ns, temos uma distorção do sinal apresentado em [21] e que não é notado na Figura 4.4. Estudando esta distorção, percebemos que não se trata de reflexão proveniente dos prédios, pois, mesmo considerando o prédio mais próximo da fonte, o tempo envolvido não seria suficiente para que a onda se refletisse e propagasse até L1. Resta inferir que a distorção apresentada na Figura 11 em [21] é proveniente de reflexões espúrias na ABC-Mur. Esta afirmação se fundamenta na observação do tempo de propagação que a onda

levaria para sair do ponto TX, refletir na ABC e retornar até o ponto L1. Considerando que a onda teria que percorrer uma distância de 6m, o tempo necessário para que tal fato ocorresse seria de aproximadamente 20ns na velocidade da luz. Na Figura 4.4, pode-se também observar a contribuição das reflexões e espalhamento nos prédios vizinhos. As primeiras reflexões advindas dos prédios vizinhos (A1 e A2) são esperadas para 31 ns (9,5m entre sair da antena transmissora, refletir nos prédios e alcançar L1), o que coincide com o segundo aumento da amplitude do sinal medido. A partir das primeiras reflexões nos prédios A1 e A2, espera-se a influência do espalhamento da onda ao atingir as quinas de B1 e B2 e retornar ao ponto L1, o que deve ocorrer em aproximadamente 76 ns (22,8m). Porém, antes que isso ocorra, notamos dois outros aumentos na amplitude do sinal. O primeiro desses aumentos acontece em 45 ns e aparenta ser proveniente de difração devido às quinas de A1 e A2 nas coordenadas (x=6m, y=19,5m) e (x=6m, y=10,5m), respectivamente. O segundo aumento acontece em aproximadamente 60 ns, que seria o tempo necessário para que a onda saísse do ponto TX, refletisse em A1 (ou A2) atingisse e refletisse em A2 (ou A1) e finalmente fosse notada em L1 (aproximadamente 18m). Os demais sinais apresentados na figura são reflexões e difrações diversas que não são facilmente atribuídas a um determinado percurso. É interessante observar que as reflexões espúrias apresentadas em [21], corrompem os resultados durante toda a simulação, como pode ser visto no ponto 35ns da Figura 4.4.

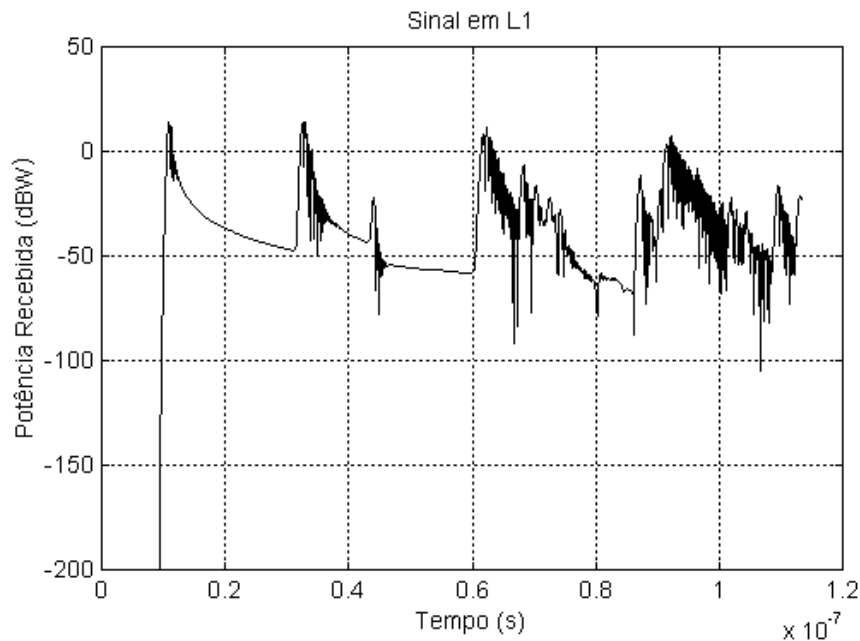


Figura 4.4: Potência recebida em L1.

A Figura 4.5 deste trabalho é comparável à Figura 12 em [21], representando o sinal recebido em L2 a 13,5 metros da fonte. Novamente, os resultados apresentam grande concordância. Os primeiros sinais são recebidos em L2 em aproximadamente 45 ns por incidência direta, sendo seguidos por um aumento da amplitude do sinal amostrado em aproximadamente 55 ns. Este segundo pulso aparenta ser a contribuição da difração sofrida pela onda nas quinas dos prédios B2 e B1 de coordenadas ($x=12\text{m}$, $y=19,5\text{m}$) e ($x=12\text{m}$, $y=10,5\text{m}$), respectivamente. Essa dedução foi assistida pelas Figuras 4.9 à 4.12, que demonstram o comportamento da onda em todo domínio para o tempo de 28 e 56 ns. Acima de 75 ns, as contribuições não são facilmente analisadas devido às múltiplas reflexões e difrações.

O ruído devido às reflexões espúrias na ABC-Mur não é notado no sinal em L2. Tal fato é devido principalmente à sobreposição do ruído relativo a instabilidade numérica com as reflexões espúrias que os torna indistintos.

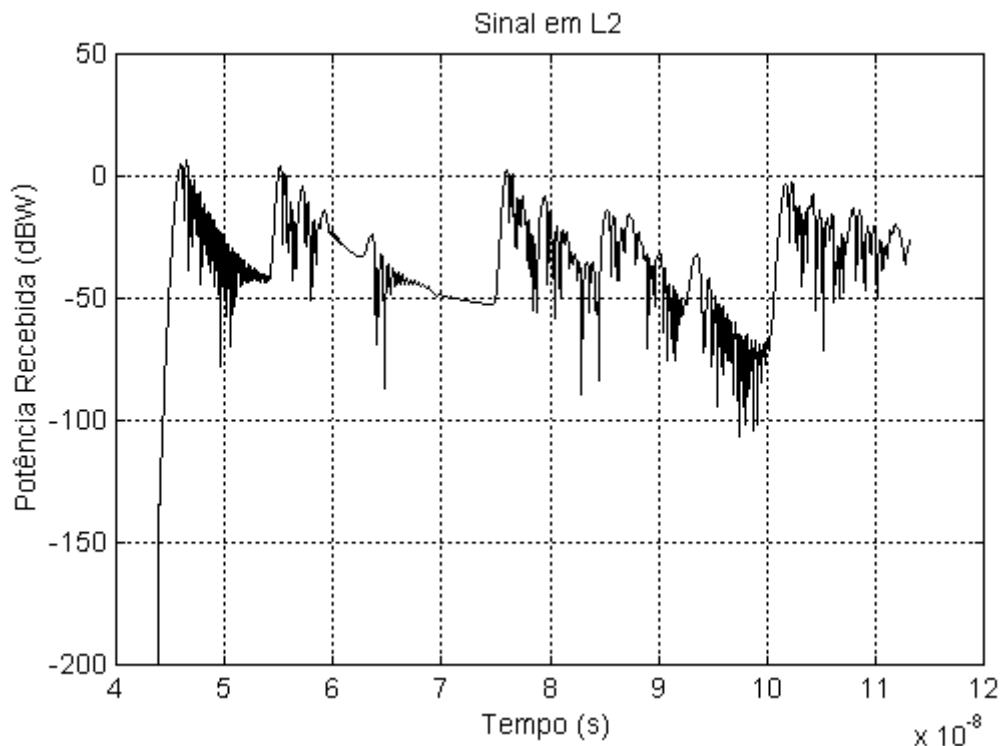


Figura 4.5: Potência recebida em L2.

A Figura 4.6 apresenta o sinal recebido em L3 e corresponde à Figura 13 em [21]. As figuras apresentam semelhança considerável, não sendo notado novamente as reflexões espúrias na camada ABC-Mur, pelo motivo já comentado anteriormente. Os primeiros sinais incidem em L3 após aproximadamente 85 ns (25,5m) por incidência direta sendo que os demais sinais a atingir o ponto L3 são de destinos desconhecidos devido às reflexões e difrações múltiplas.

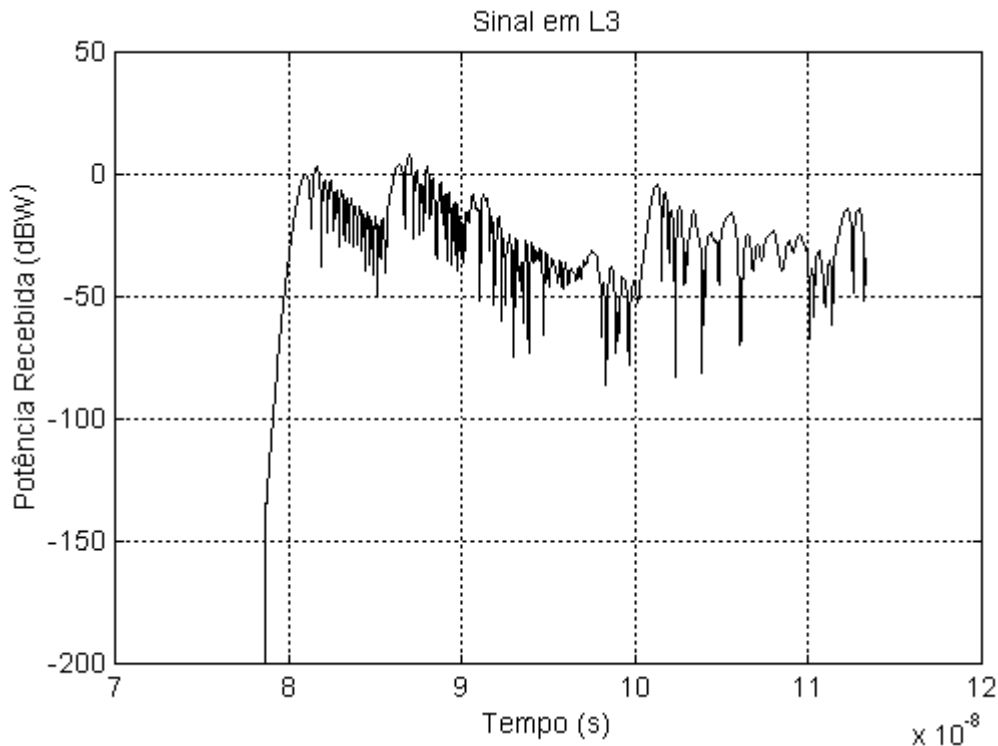


Figura 4.6: Potência recebida em L3.

A Figura 4.7 apresenta o sinal recebido em L4 e corresponde à Figura 14 em [21]. As figuras apresentam grande concordância entre si, valendo destacar que, para este caso, não há incidência direta. Os primeiros sinais atingem L4 em aproximadamente 42 ns, o que nos informa, conjuntamente com as figuras 4.9 à 4.12, que estes são provenientes de reflexão na lateral do edifício B2. Para o restante da figura, qualquer insinuação sobre os dados presentes não seria bem fundamentada devido ao excesso de efeitos associados ao multipercurso no canal.

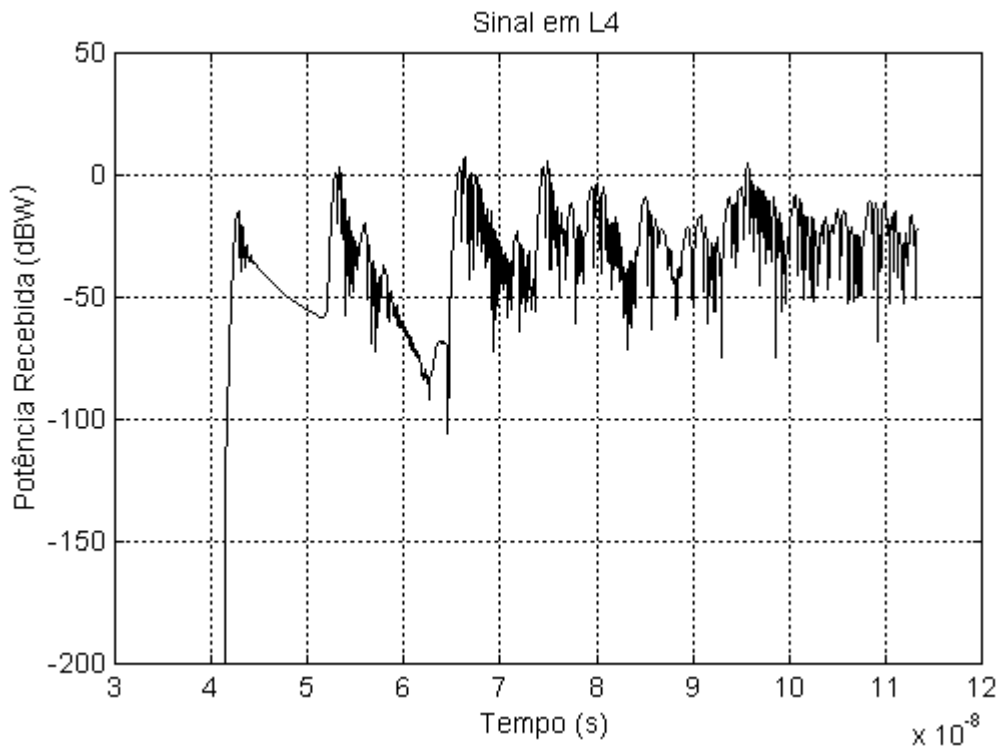


Figura 4.7: Potência recebida em L4.

A Figura 4.8 apresenta o sinal recebido em L5 que não tem correspondente em [21]. A Figura 10 em [21] (mesma configuração, mas com edificações recobertas por dielétrico) apresenta similaridades com a Figura 4.8, sendo esta tomada como referência. Os primeiros sinais recebidos em L5 são provenientes de difração na quina de B1 (coordenadas $x=18\text{m}$, $y=19,5\text{m}$), não havendo outros sinais por incidência direta. O sinal para chegar a L5 tem que percorrer uma distância equivalente à aproximadamente 22,1 metros. Propagando-se na velocidade da luz o sinal leva cerca de 74 ns, como pode ser verificado pela Figura 4.8 e na Figura 10 em [21]. Os demais sinais recebidos são provenientes de reflexões nas laterais de B1 e C1 e por difração na quina de C1 (coordenadas $x=22,5\text{m}$, $y=19,5\text{m}$), como pode ser verificado na Figura 4.13.

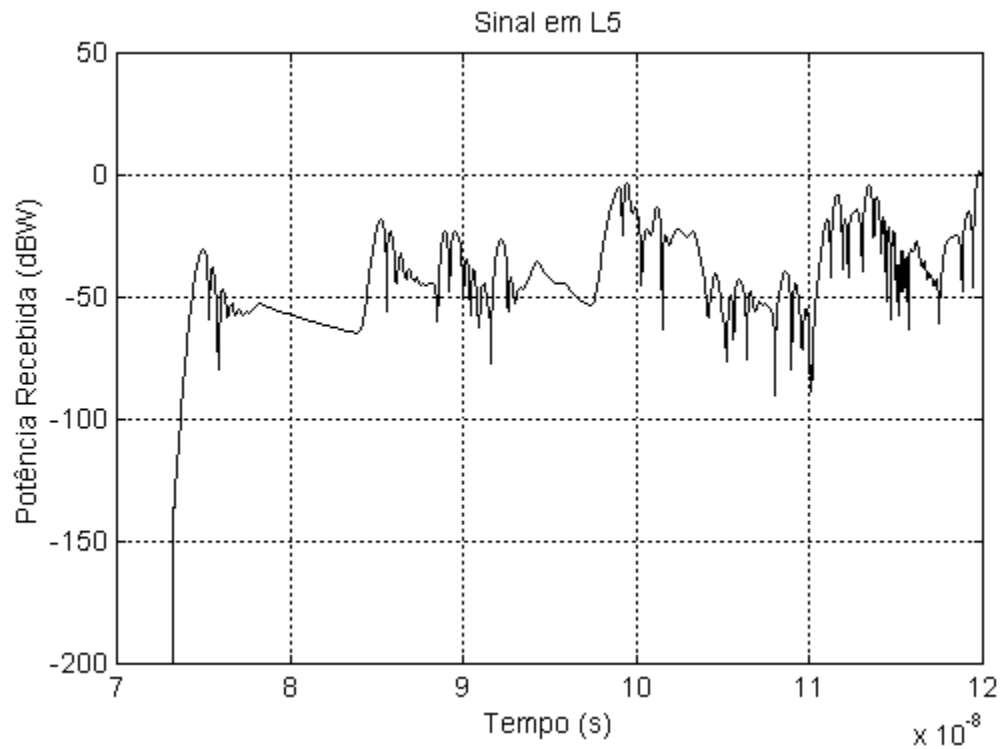


Figura 4.8: Potência recebida em L5.

Para uma melhor visualização dos resultados, a componente E_z do campo elétrico é apresentada em todo o domínio de interesse nos tempos $t = 28,3$ ns, $56,6$ ns e $84,9$ ns, através de uma visão de planta (Figuras 4.9, 4.11 e 4.13, respectivamente) e também em perspectiva (Figuras 4.10, 4.12 e 4.14, respectivamente). As figuras auxiliam no entendimento da propagação do sinal através do ambiente.

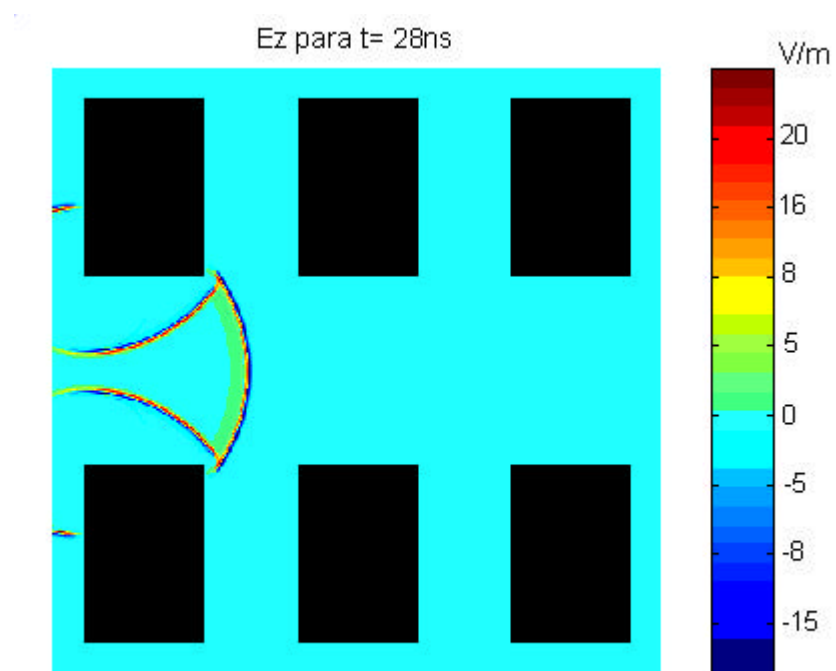


Figura 4.9: Vista de planta do campo elétrico E_z após 28,3 ns.

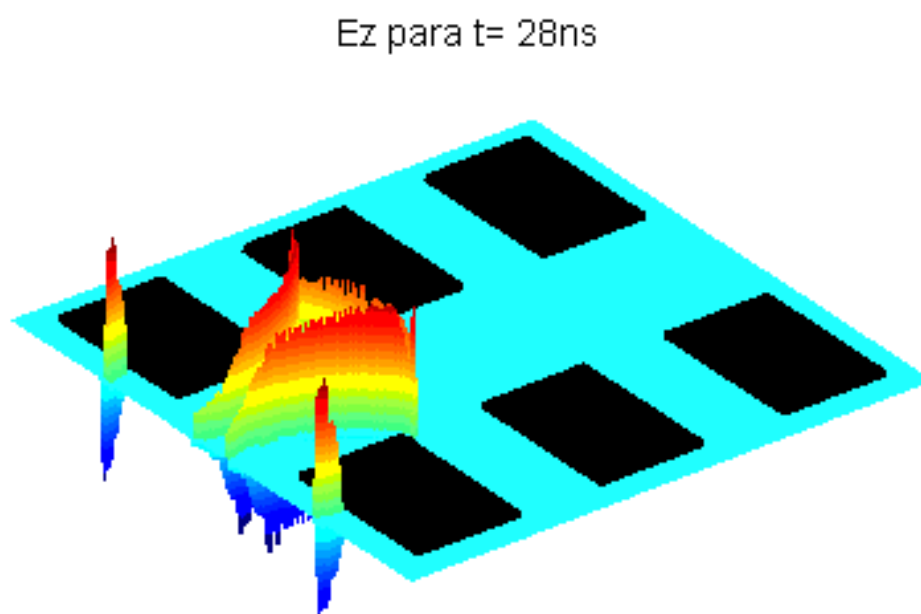


Figura 4.10: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z após 28,3 ns.

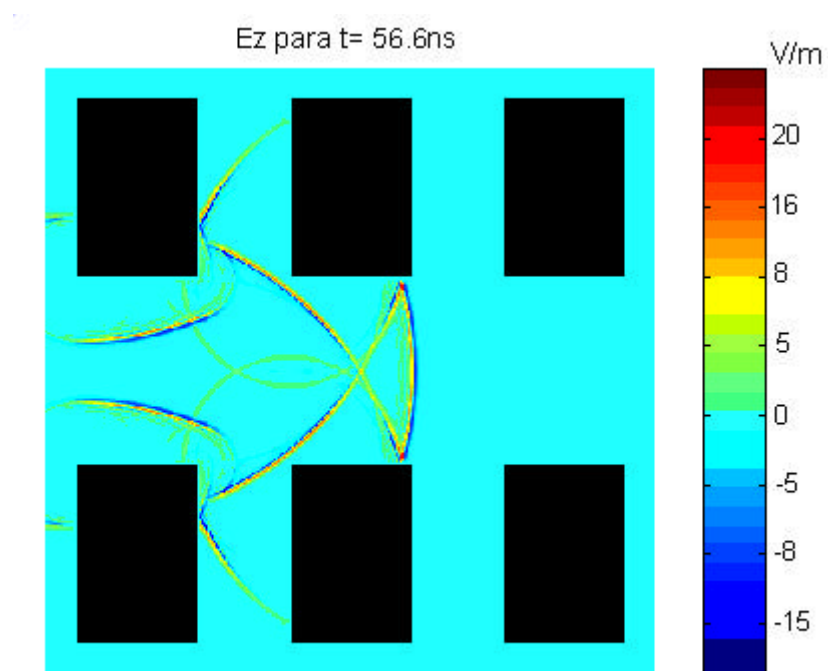


Figura 4.11: Vista de planta do campo elétrico E_z após 56,6 ns.



Figura 4.12: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z após 56,6 ns.

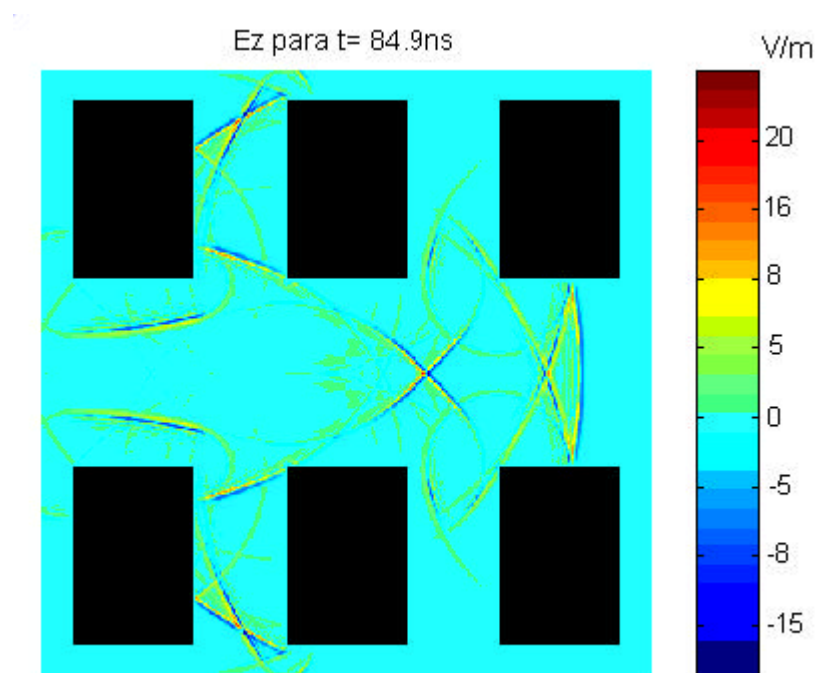


Figura 4.13: Vista de planta do Campo elétrico E_z após 84,9 ns.

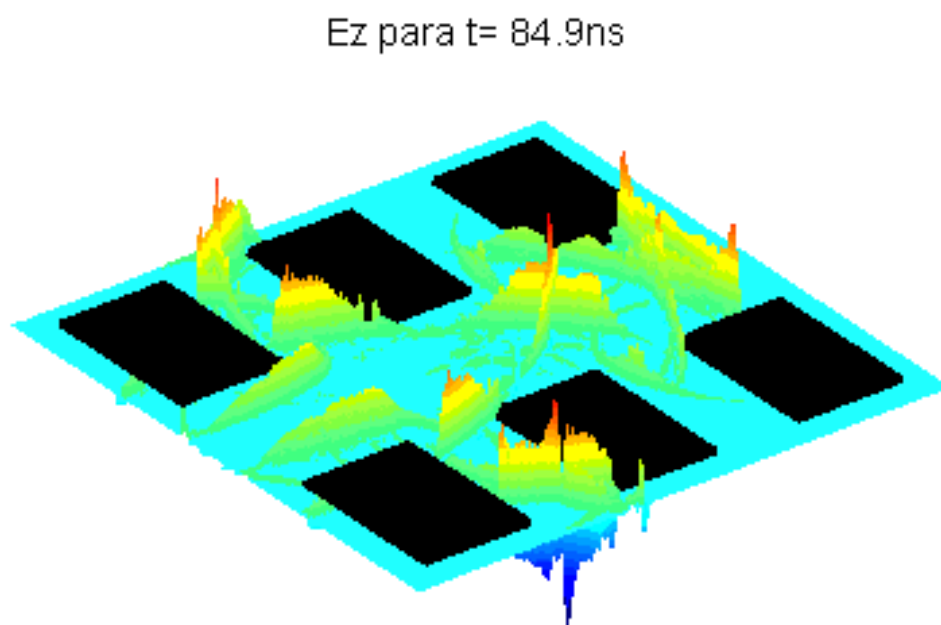


Figura 4.14: Vista em perspectiva do campo elétrico E_z após 84,9 ns.

4.2.4-PARÂMETROS PARA A CARACTERIZAÇÃO DA DISPERSÃO TEMPORAL DO CANAL RÁDIO

As Figuras 4.4 até 4.8 apresentam o comportamento da potência recebida durante um intervalo de tempo que corresponde ao espalhamento do sinal transmitido através dos mecanismos de multipercurso. Muitos dos parâmetros que caracterizam os efeitos de tal espalhamento são derivados do perfil da intensidade de potência recebida em uma certa região ao longo de um certo período de tempo. Dependendo da resolução temporal do pulso de excitação e do canal rádio estudado, geralmente escolhe-se a localização das observações com uma separação espacial de um quarto de comprimento de onda (relativo à frequência central do canal). Essa resolução de amostragem evita médias parciais em grandes escalas que resultariam em imprecisões estatísticas [1].

A fim de se comparar os diferentes canais rádio e desenvolver um guia geral para projeto de sistemas sem fio, alguns parâmetros são utilizados na caracterização destes canais. Entre os parâmetros utilizados que podem ser obtidos através do perfil da intensidade de potência, podemos destacar o excesso de retardo médio (*mean excess delay*, representado pelo símbolo $\bar{\tau}$), o espalhamento rms dos retardos (*rms delay spread*, representado pelo símbolo s_t) e o espalhamento do excesso de retardo [*excess delay spread*, representado pelo símbolo $\tau_{\max}(X)$] em relação a um certo nível (X db) abaixo da potência máxima recebida [1].

O excesso de retardo médio é o primeiro momento do perfil da intensidade de potência sendo definido como [1]:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_k a_k^2 t_k}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(t_k) t_k}{\sum_k P(t_k)} \quad (4.3)$$

onde $P(\tau)$ é a potência relativa das componentes multipercurso e τ_k é o tempo transcorrido após a incidência do primeiro sinal.

O espalhamento rms dos retardos é a raiz quadrada do segundo momento central do perfil da intensidade de potência sendo definido como [1]:

$$s_t = \sqrt{\bar{t}^2 - (\bar{t})^2} \quad (4.4)$$

onde

$$\bar{t}^2 = \frac{\sum_k a_k^2 t_k^2}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(t_k) t_k^2}{\sum_k P(t_k)}. \quad (4.5)$$

Estes espalhamentos são medidos relativos ao primeiro sinal detectável a atingir o receptor no tempo $\tau_0 = 0$. Valores típicos para o espalhamento rms dos retardos são da ordem de microsegundos em canais rádio *outdoor* [1].

Devemos destacar que o excesso de retardo médio e o espalhamento rms dos retardos são definidos segundo um perfil único de intensidade de potência, sendo este a média espacial ou temporal de um conjunto consecutivo de impulsos medidos em uma determinada região [1]. Geralmente, diversas medidas são realizadas em uma região a fim de se determinar a faixa estatística dos parâmetros de um canal rádio com multipercurso para um sistema de comunicação móvel [1].

O espalhamento do excesso de retardo do perfil de intensidade de potência é definido como o tempo durante o qual a energia do sinal recebido cai X db abaixo do máximo[1]:

$$\tau_{\max}(X) = \tau_X - \tau_0 \quad (4.6)$$

onde τ_0 é o tempo de chegada do primeiro sinal e τ_X é o tempo de chegada do último sinal com nível de potência ainda acima do limite de Xdb abaixo do sinal de maior amplitude (não necessariamente o primeiro sinal detectado).

O espalhamento do excesso de retardo define a extensão temporal do canal rádio acima de um determinado limiar de recepção. O valor de τ_X é algumas vezes chamado de tempo de espalhamento da intensidade de potência, mas em todos os casos deve ser relatado como um limiar que relaciona o ruído com as componentes máximas recebidas do multipercurso [1].

Na prática, valores para $\bar{\tau}$, $\bar{\tau}^2$ e s_t dependem da escolha do limiar de ruído usado para processar o nível de potência recebida $P(\tau)$. O limiar a ser adotado não deve ser muito baixo para que o ruído não seja processado como componente multipercurso, aumentando assim os valores dos espalhamentos [1].

4.2.5-LARGURA DE FAIXA DE COERÊNCIA

Enquanto o espalhamento temporal é um fenômeno causado pela reflexão e difração no canal rádio, a largura da faixa de coerência (*coherence bandwidth*) B_c é definida como uma relação derivada do espalhamento rms dos retardos. A faixa de coerência é uma medida estatística da faixa de frequência sobre qual o canal pode ser considerado uniforme (canal para o qual todas as componentes do espectro de frequência possuem ganho uniforme e fase linear) [1]. Em outras palavras, a largura de faixa de coerência é a faixa de frequência sobre a qual duas componentes de frequência têm um forte potencial para a correlação das amplitudes. Definindo a largura de faixa de coerência com uma largura de faixa sobre qual a função de correlação de frequência é acima de 90%, obtemos [1]:

$$B_c = \frac{1}{50s_t} \quad (4.7)$$

Se a definição é relacionada à função de correlação de frequência acima de 50%, então a largura de faixa de coerência é definida como [1]:

$$B_c = \frac{1}{5s_t} \quad (4.8)$$

Não existe um relacionamento exato entre a largura de faixa de coerência e o espalhamento rms dos retardos, sendo as equações (4.7) e (4.8) estimativas empíricas. Em geral, técnicas de análise espectral e simulações são necessárias para determinar o impacto que a variação temporal do multipercurso exerce sobre o canal rádio, em particular no projeto de modems específicos [1].

4.2.6-ESTUDO DA FAIXA DE COERÊNCIA PARA OS RESULTADOS APRESENTADOS

Os resultados apresentados na Seção 4.2.3 serão aqui analisados para a determinação das faixas de coerência correspondentes a cada localização do observador. A análise servirá para definir a faixa de frequência em que o canal poderá ser considerado uniforme, ou seja, a faixa onde as componentes de frequência possuam grande correlação de amplitude. Nas Seções 4.2.4 e 4.2.5 foram apresentados os parâmetros a serem empregados no cálculo. Consideraremos $X = 10$ dB para a definição do espalhamento do excesso de retardo. Serão analisadas as componentes de multipercurso recebidas em L1, L2, L3, L4 e L5 (veja Figura 4.2).

Para o ponto de amostragem L1 temos as componentes de multipercurso recebidas entre 0 e 120 ns ilustradas pela Figura 4.4. Nesta figura podemos separar quatro componentes multipercurso ($X = 10$ dB) a partir do primeiro sinal detectável, sendo estas representadas na Figura 4.15. O excesso de retardo médio para o perfil da Figura 4.15 é calculado como se segue [equação (4.3)]:

$$\bar{t} = \frac{(5,01)(82) + (10)(52) + (19,95)(23) + (19,95)(0)}{(5,01 + 10 + 19,95 + 19,95)} = 25,31 \text{ ns.} \quad (4.9)$$

O segundo momento central para a Figura 4.15 pode ser calculado como se segue [equação (4.5)]:

$$\bar{t}^2 = \frac{(5,01)(82)^2 + (10)(52)^2 + (19,95)(23)^2 + (19,95)(0)}{(5,01 + 10 + 19,95 + 19,95)} = 1298,14 \text{ ns}^2. \quad (4.10)$$

De posse do segundo momento central, o espalhamento rms dos retardos [equação (4.4)] é dado por:

$$s_t = \sqrt{1298,14 - (25,31)^2} = 25,64 \text{ ns.} \quad (4.11)$$

Estimando-se a largura de faixa de coerência como 50% e utilizando o resultado obtido na equação (4.11), temos:

$$B_c \approx \frac{1}{5s_t} = \frac{1}{5 \times (25,64ns)} = 7,8 \text{ MHz} \quad (4.12)$$

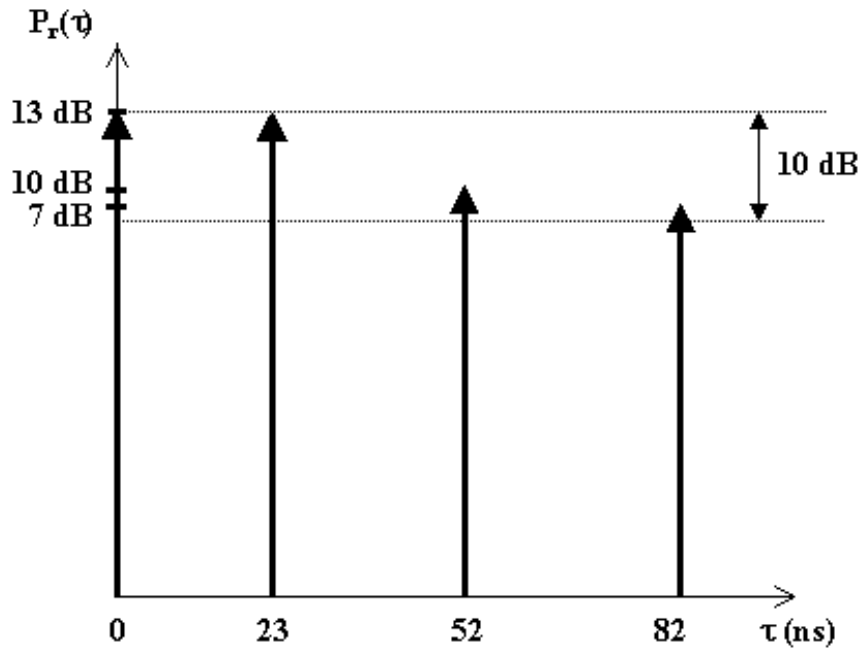


Figura 4.15: Componentes Multipercurso da Figura 4.4 para X= 10 dB.

Para os pontos de amostragem L2, L3, L4 e L5 temos, respectivamente, as Figura 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 apresentando as componentes de multipercurso recebidas entre 0 e 120 ns. Nestas figuras podemos separar as componentes multipercurso (X = 10 dB) a partir do primeiro sinal detectável, conforme segue:

- Figura 4.5 – Cinco componentes multipercurso;
- Figura 4.6 – Três componentes multipercurso;
- Figura 4.7 – Seis componentes multipercurso;
- Figura 4.8 – Cinco componentes multipercuso.

Estas componentes multipercurso são demonstradas nas Figuras 4.16 à 4.19.

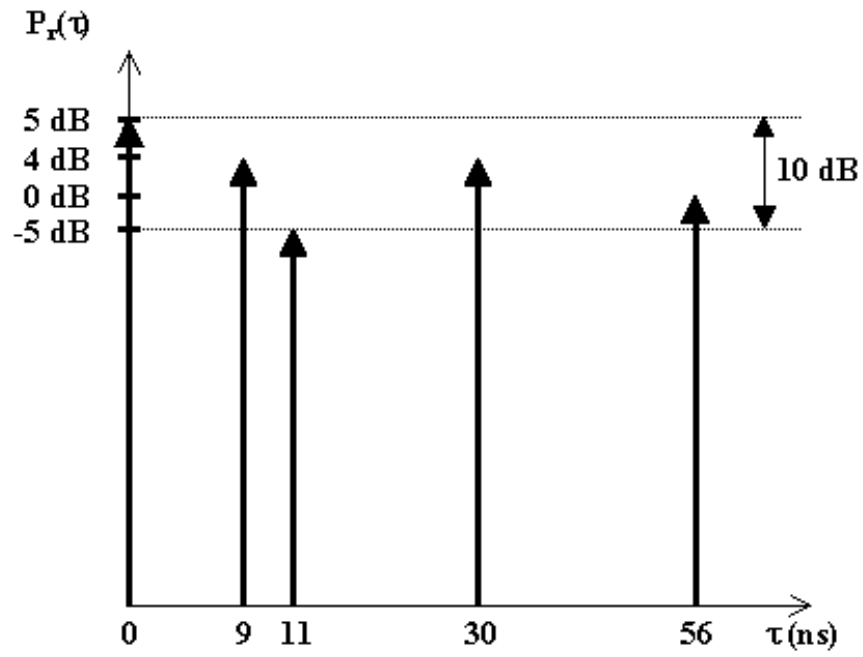


Figura 4.16: Componentes Multipercurso da Figura 4.5 para $X = 10$ dB.

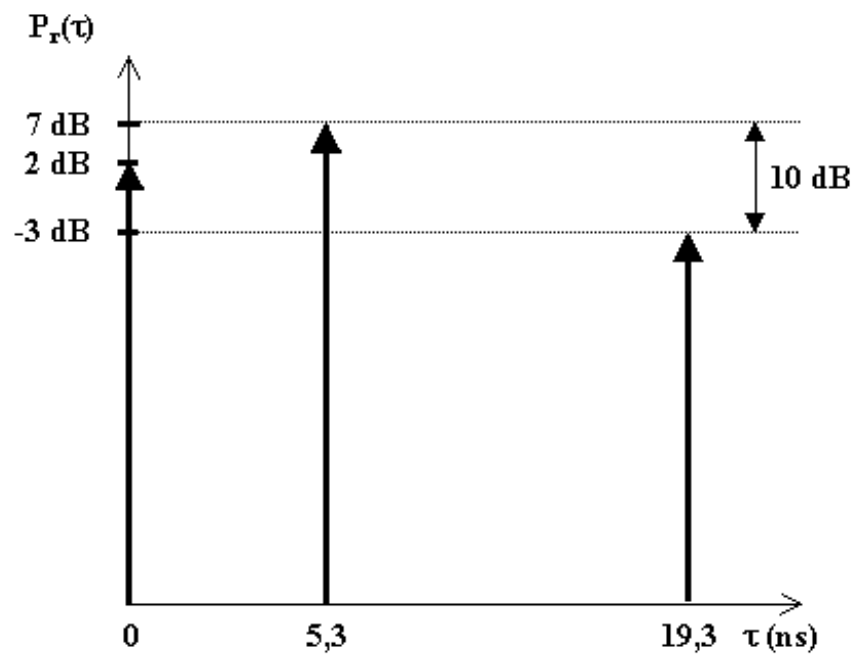


Figura 4.17: Componentes Multipercurso da Figura 4.6 para $X = 10$ dB.

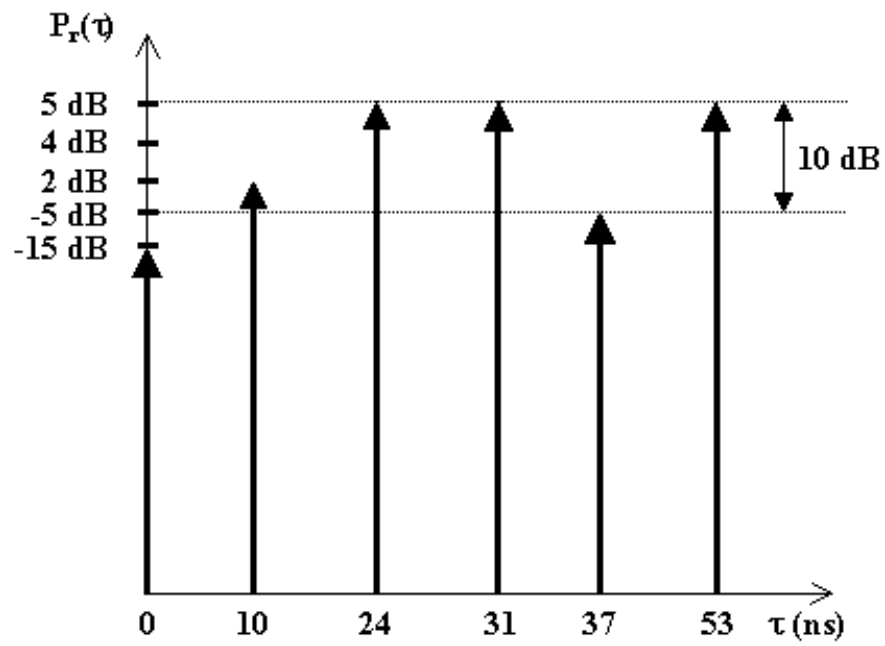


Figura 4.18: Componentes Multipercurso da Figura 4.7 para $X = 10$ dB.

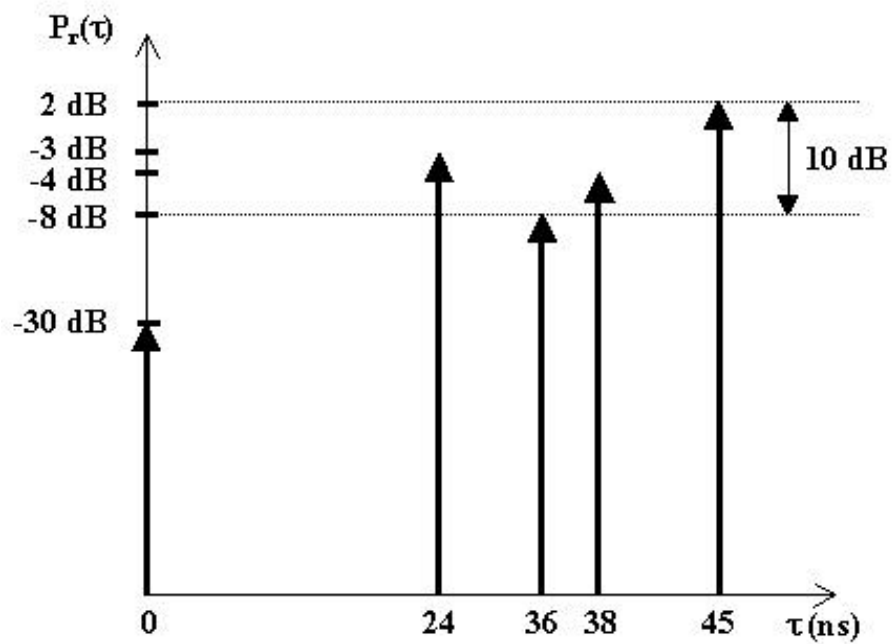


Figura 4.19: Componentes Multipercurso da Figura 4.8 para $X = 10$ dB.

Utilizando os mesmos procedimentos para calcular os parâmetros característicos, obtemos os valores apresentados na Tabela 4.1 para os pontos de amostragem L1, L2, L3, L4 e L5.

Ponto de Amostragem	Excesso de Retardo Médio ($\bar{\tau}$)	Espalhamento rms dos Retardos (s_t)	Largura de Faixa de Coerência (B_c)
L1	25,31 ns	25,64 ns	7,80 MHz
L2	16,57 ns	17,86 ns	11,20 MHz
L3	5,11 ns	4,47 ns	44,73 MHz
L4	32,33 ns	14,50 ns	13,79 MHz
L5	39,41 ns	8,06 ns	24,81 MHz

Tabela 4.1 – Parâmetros relativos à dispersão temporal do canal rádio.

Utilizando-se a largura de faixa de coerência pode-se definir se o canal é apropriado para uma determinada técnica de modulação [tal como GSM (*Global System for Mobile Communications*), AMPS (*Advanced Mobile Phone System*), etc.] ou se será necessária a utilização de equalizadores. Para os resultados encontrados tanto para técnica GSM (frequência maior que 30 KHz) e para AMPS (frequência maior que 200 KHz) pode-se utilizar os canais sem a necessidade de equalizadores [1].

Resta observar que devido à configuração exposta na Seção 2.4.1 (Figura 4.2) ser hipotética, não existem medições que possam comprovar os resultados. Apesar dos resultados não possuírem verificação prática, o método FDTD mostra-se perfeitamente viável na caracterização de canais rádio.

4.3-CONCLUSÕES PRELIMINARES

Na parte inicial do capítulo, uma microcélula composta por seis edificações é modelada em um ambiente FDTD tal como feito na literatura [21], diferindo apenas nas condições de contorno do problema. A diferença citada refere-se ao tipo de ABC utilizada, pois a região de interesse nesse trabalho é limitada por PML diferenciando-se da ABC-Mur utilizada na literatura. Alguns pontos de amostragem foram também

definidos conforme literatura para validação e comparação de resultados sendo estes pontos demonstrados na Figura 4.1.

Com base no modelo descrito, um programa utilizando os conceitos apresentados nos Capítulos 2 e 3 obteve os resultados que foram comparados com os apresentados pela literatura. Na comparação dos resultados observou-se grande concordância em relação à amplitude, formato e fase. Sendo que, a condição de contorno utilizada nesse trabalho (PML) mostrou-se mais eficiente que a utilizada na literatura (ABC-Mur), visto que reflexões espúrias, que são facilmente percebidas nos resultados apresentados pela literatura, não se encontram nos obtidos pela simulação.

Finalizando, podemos observar nos resultados apresentados a distribuição do campo eletromagnético bem como sua amplitude em cada ponto mostrando que a simulação pode ser utilizada para a localização de antenas e melhorar a disposição da fonte de alimentação. Pode-se também, através dos resultados apresentados, inferir a faixa de frequência para a qual o canal é considerado uniforme para a verificação da necessidade de equalizadores, como demonstrado nas Seções 4.2.4 à 4.2.6.

5 CONCLUSÃO

5.1-INTRODUÇÃO

O método de diferenças finitas foi uma das primeiras técnicas numéricas desenvolvidas e aplicadas a solução de problemas de contorno. Uma adaptação a esse método foi proposta por Kane Yee [10] para a solução de problemas envolvendo ondas eletromagnéticas. O método, denominado FDTD (*Finite Difference Time Domain*), utiliza-se das equações de Maxwell discretizadas em diferenças centradas, sendo os campos elétrico e magnético posicionados de tal forma a atender as equações de Gauss, formando o que se conhece como cubo de Yee [7].

A simplicidade na implementação e o potencial para a solução de problemas complexos não foram inicialmente suficientes para despertar o interesse do meio científico, devido principalmente ao elevado custo computacional. Por um longo período não houve um número expressivo de publicações relativas ao método. Porém, após a evolução dos recursos computacionais, o interesse cresceu exponencialmente, fazendo com que hoje a técnica FDTD seja um dos mais populares métodos na solução de problemas em eletromagnetismo aplicado[9].

O trabalho apresentado explicou o método FDTD na configuração proposta por Yee e avanços à técnica que foram acrescentadas por pesquisadores como Taflove et al. Sendo nesse capítulo resumido os principais pontos de estudo e apresentado propostas a trabalhos futuros.

No Capítulo 1, apresentou-se uma introdução ao FDTD com o histórico parcial da técnica direcionada a solução de problemas relativos à caracterização de canais rádio.

No Capítulo 2, demonstrou-se a técnica como proposta inicialmente por Yee. Apresentaram-se as equações de Maxwell em diferenças finitas e os pontos principais a serem observados no relacionamento dos parâmetros da grade durante a implementação. Os problemas relativos ao método como Dispersão e Estabilidade Numérica também foram abordados, sendo apresentados fatores que os amenizam.

No Capítulo 3, introduziu-se o conceito de condições de contorno absorventes ABC's (*Absorbing Boundary Conditions*) utilizadas na limitação de domínios de interesse. Foi estudada especialmente a condição de contorno PML (*Perfect Matched Layer*) por ser essa utilizada no Capítulo 4, na limitação da Microcélula. Estudou-se também nesse capítulo a dispersão numérica e seu efeito em uma propagação bidimensional.

No Capítulo 4, modelou-se uma microcélula composta por seis edificações e uma antena transmissora, coletando-se dados em vários pontos de amostragem e os comparando à literatura. No limite do domínio de interesse, utilizou-se PML, diferenciando-se da literatura que empregou ABC-Mur [21]. Mostrou-se também que o método FDTD é eficiente na caracterização de canais rádio com multipercurso para a determinação da faixa de coerência em diferentes pontos de observação.

5.2-COMENTÁRIOS FINAIS

A concordância entre os resultados apresentados na literatura e os simulados através de programas, confirma a correta implementação do método Diferenças Finitas no Domínio do Tempo.

Os problemas relativos à estabilidade e dispersão numérica, podem ser perfeitamente aceitáveis quando se utiliza grades e incrementos no espaço e tempo apropriados ao problema.

O custo computacional ainda apresenta-se como um obstáculo à utilização do método na caracterização tridimensional ou em grandes regiões. Espera-se que os avanços tecnológicos nos próximos anos reduzam este custo, o que alavancará a utilização de FDTD na caracterização de canais rádio.

A condições de contorno absorvente do tipo PML mostrou-se mais eficiente que a Mur, apresentando baixo índice de reflexões e conseqüente interferência no sinal de interesse. Confirmando os dados que se obtém na literatura [7].

O método FDTD mostrou-se de fácil implementação e visualização dos resultados, sendo uma técnica eficaz na modelagem de canais rádio. O método permite que através de simulações e pequenas modificações no programa, se estude vários posicionamentos para as antenas transmissoras e receptoras, visando um melhor aproveitamento do sinal.

5.3-TRABALHOS FUTUROS

O campo de estudo relativo ao método FDTD e sua aplicação em caracterização de canais de rádio é bastante vasto. Nessa seção, iremos destacar alguns itens que, de certa forma, promovem continuidade ao trabalho. Tais como:

- Caracterização bidimensional de canais rádio em ambientes *indoor*;
- Utilização de métodos que, com pós-processamento, considerem reflexões no solo;

- Caracterização tridimensional de canais rádio em ambientes *indoor* e *outdoor*, utilizando a técnica tradicional FDTD;
- Caracterização tridimensional de canais rádio em ambientes *indoor* e *outdoor*, utilizando a técnica modificada RFDTD;
- Utilização de técnicas híbridas tais como FDTD conjuntamente com UTD na caracterização de canais rádio.
- Estudo de implementações que permitam diminuir a dispersão e estabilidade numérica tais como utilizar equações diferenciais espaciais de quarta ordem ou mesmo células hexagonais na grade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. Theodore S. Rappaport, *Wireless Communications: Principle and Practice*, Prentice Hall PTR, New York, 1996.
- [2]. David Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*, John Wiley and Sons, Chichester, 1996.
- [3]. William C. Y. Lee, *Mobile Communications Engineering*, second edition, McGraw-Hill, 1998.
- [4]. Donald E. Kerr (editor), *Propagation of Short Radio Waves*, IEE Electromagnetic Waves Series 24, Peter Peregrinus Ltd., London, 1987.
- [5]. M. Hata, *Empirical formula for propagation loss in land mobile radio services*, IEEE Transactions on Vehicular Technologies, vol. VT-29, no. 3, pp. 317—325, 1980.
- [6]. Raymond J. Luebbers, *Finite conductivity uniform GTD versus knife edge diffraction in prediction of propagation path loss*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-32, no. 1, pp. 70—76, 1984.
- [7]. Allen Taflove e Susan C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method*, second edition, Artech House, Boston, 2000.
- [8]. Fernando Lisboa Teixeira, *Novel Concepts for Differential Equation Based Electromagnetic Field Simulations*, Ph.D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1999.

- [9]. K. L. Shlager and J. B. Scheneider, *A selective survey of the finite-difference time-domain literature*, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 37, no. 4, pp. 39—56, 1995.
- [10]. K. S. Yee, *Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-14, no. 3, pp. 302—307, 1966.
- [11]. J. P. Berenger, *A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves*, Journal of Computational Physics, vol. 114, pp. 185—200, 1994.
- [12]. A. Lauer, A. Bahr, and I. Wolff, *FDTD simulations of indoor propagation*, 1994 IEEE 44th Vehicular Technology Conference, pp. 883—886, 1994.
- [13]. A. Lauer, I. Wolff, A. Bahr, J. Pamp, and J. Kunisch, *Multi-mode FDTD simulations of indoor propagation including antenna properties*, 1995 IEEE 45th Vehicular Technology Conference, pp. 454—458, 1995.
- [14]. J. Litva, C. Wu, and A. Ghaforian, *Use of FDTD for simulating the angle of arrival and time delay of signals propagating in indoor environments*, Electronic Letters, vol. 32, no. 10, pp. 930—932, 1996.
- [15]. G. Dolmans, *Applicability of higher-order FDTD schemes with Berenger's ABC for indoor fading channels*, 1997 IEEE AP-S International Symposium, Montreal, Canada, pp. 1900—1903, 1997.
- [16]. J. W. Schuster and R. J. Luebbers, *Comparison of GTD and FDTD predictions for UHF radio wave propagation in a simple outdoor urban environment*, 1997 IEEE AP-S International Symposium, Montreal, Canada, pp. 2022—2025, 1997.
- [17]. C. L. Holloway, M. G. Cotton, and P. McKenna, *A simplified model for calculating the decay rate of the impulse response for an indoor propagation channel*, 1997 IEEE Wireless Communications Conference, pp. 210—214, 1997.

- [18]. J. W. H. Lee and A. K. Y. Lai, *FDTD analysis of indoor radio propagation*, 1998 IEEE AP-S International Symposium, Atlanta, pp. 1664—1667, 1998.
- [19]. Y. Wang, S. Safavi-Nacini, and S. K. Chaudhuri, *A combined ray tracing and FDTD method for modeling indoor radio wave propagation*, 1998 IEEE AP-S International Symposium, Atlanta, pp. 1668—1671, 1998.
- [20]. J. W. Schuster and R. J. Luebbers, *Using FDTD to evaluate ray-tracing models for propagation prediction in urban microcells*, 1998 IEEE AP-S International Symposium, Atlanta, pp. 1676—1679, 1998.
- [21]. Y. Miyazaki and P. Selormey, *The electromagnetic compatibility characteristics of buildings in mobile radio waves propagation channel*, 14th Annual Review on Propagation and Applied Computational Electromagnetic, Monterey, CA, pp. 911—918, 1998.
- [22]. K. A. Remley, A. Weisshaar, and H. R. Anderson, *A comparative study of ray tracing and FDTD for indoor propagation modeling*, 1998 IEEE 48th Vehicular Technology Conference, pp. 865—869, 1998.
- [23]. G. Lazzi, S. S. Pattnaik, C. M. Furse, and O. P. Gandhi, *Comparison of FDTD computed and measured radiation patterns of commercial mobile telephones in presence of the human head*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 46, no. 6, pp. 943—944, 1998.
- [24]. C. L. Holloway, M. G. Cotton, and P. McKenna, *A model for predicting the power delay profile characteristics inside a room*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 48, no. 4, pp. 1110—1120, 1999.
- [25]. G. Mur, *Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, EMC-23, 4, pp. 377-382, 1981.

- [26]. G. D. Kondylis, F. de Flaviis, G. J. Pottier, and Y. Rahmat-Samii, *Indoor channel characterization for wireless communications using reduced finite difference time domain (R-FDTD)*, 1999 (Fall) IEEE 50th Vehicular Technology Conference, pp. 1402—1406, 1999.
- [27]. J. F. Rouviere, N. Douchin, and P. F. Combes, *Diffraction by lossy dielectric wedges using both heuristic UTD formulations and FDTD*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 47, no. 11, pp. 1702—1708, 1999.
- [28]. F. Akleman and L. Sevgi, *A novel finite-difference time-domain wave propagator*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 48, no. 3, pp. 839—841, 2000.
- [29]. Y. Wang, S. Safavi-Naeini, and S. K. Chaudhuri, *A hybrid technique based on combining ray tracing and FDTD methods for site-specific modeling of indoor radio wave propagation*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 48, no. 5, pp. 743—754, 2000.
- [30]. S. A. Cummer, *Modeling electromagnetic propagation in the earth-ionosphere waveguide*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 48, no. 9, pp. 1429—1429, 2000.
- [31]. Y. Wang, S. K. Chaudhuri, and S. Safavi-Naeini, *A novel FDTD/ray-tracing analysis method for wave penetration through inhomogeneous walls*, 2000 IEEE AP-S International Symposium, Salt Lake City, 2000.
- [32]. A. Taflov, *Review of the formulation and applications of the finite-difference time-domain method for numerical modeling of electromagnetic wave interactions with arbitrary structures*, Wave Motion, 10, 6, pp.547-582, 1988.
- [33]. D. H. Choi, *A comparison of the dispersion characteristics associated with the TLM and FDTD methods*, International Journal of Numerical Modelling, 2, pp. 203-214, 1989.

- [34]. I. S. Kim and W. J. R. Hoefer, *Numerical dispersion characteristics and stability factor for the FDTD method*, Electronics Letters, 26, 7, pp. 485-487, 1990.
- [35]. D. E. Merewether, *Transient currents on a body of revolution by an eletromagnetic pulse*, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, EMC-13, 2, pp. 41-44, 1971.
- [36]. B. Engquist and A. Majda, *Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves*, Math. Comp., 31, pp. 620-651, 1977.
- [37]. E. L. Lindman, *Free-space boundary conditions for the time dependent wave equation*, Journal of Computational Physics, 18, pp. 67-68, 1975.
- [38]. R. L. Higdon, *Absorbing boundary conditions for difference approximations to the multi-dimensional wave*, Math. Comput., 47, 176, pp. 437-459, 1986.
- [39]. R. L. Higdon, *Equations Numerical absorbing boundary conditions for the wave equation*, Math. Comput., 49, 179, pp. 65-90, 1987.
- [40]. Z. P. Liao, H. L. Wong, B.-P. Yang, and Y.-F. Yuan, *A transmitting boundary for transient wave analysis*, Sci. Sin., Ser. A, 27, 10, pp. 1063-1076, 1984.
- [41]. R. G. Keys, *Absorbing boundary conditions for acoustic media*, Geophysics, 50, 6, pp. 892-902, 1985.
- [42]. R. Holland and J. W. Williams, *Total-field versus scattered-field finite-difference codes: A comparative assessment*, IEEE Transactions on Nucl. Science, NS-30, 6, pp. 4583-4588, 1983.
- [43]. C. Rappaport and L. Bahrmasel, *An absorbing boundary condition based on anechoic absorber of EM scattering computation*, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 6, 12, pp. 1546-1634, 1992.

- [44]. C. M. Rappaport and T. Gürel, Reducing the computational domain for FDTD scattering simulation using the sawtooth anechoic chamber ABC, *IEEE Transactions on Magnetics*, 31, 3, pp. 1546-1549, 1995.
- [45]. W. C. Chew and W. H. Weedon, *A 3D perfectly matched medium from modified Maxwell's equations with stretched coordinates*, *Microwave and Optical Technology Letters*, 7, 13, pp. 599-604, 1994.
- [46]. D. S. Katz, E. T. Thiele, and A. Taflove, *Validation and extension to three dimensions of Berenger PML absorbing boundary condition for FDTD meshes*, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 4, 8, pp. 268-270, 1994.
- [47]. C. E. Reuter, R. M. Joseph, E. T. Thiele, D. S. Katz, and A. Taflove, *Ultrawideband absorbing boundary condition for termination of waveguiding structures in FDTD simulations*, *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, 4, 10, pp. 344-346, 1994.
- [48]. R. Mittra and U. Pekel, *A new look at the perfectly matched layer (PML) concept for the reflectionless absorption of electromagnetic waves*, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 5, 3, pp. 84-86, 1995.
- [49]. E. A. Navarro, C. Wu, P. Y. Chung, and J. Litva, *Application of PML superabsorbing boundary condition to non-orthogonal FDTD method*, *Electronics Letters*, 30, 20, pp. 1654-1656, 1994.
- [50]. C. Wu, E. A. Navarro, P. Y. Chung, and J. Litva, *Modeling of waveguide structures using the nonorthogonal FDTD method with a PML absorbing boundary*, *Microwave and Optical Technology Letters*, 8, 4, pp. 226-228, 1995.
- [51]. C. M. Rappaport, *Perfectly matched absorbing boundary conditions based on anisotropic lossy mapping of space*, *IEEE Microwave Guided Wave Letters*, 5, 3, pp. 90-92, 1995.