

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**MODELAGEM DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS AXIALMENTE
SIMÉTRICAS ATRAVÉS DA CONCATENAÇÃO DE SEÇÕES CÔNICAS PARA
CONTROLE DE AMPLITUDE E FASE NA ABERTURA**

Adriano Zatti Faria Marques

19 de fevereiro de 2020



GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética

**Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola de Engenharia
Universidade Federal de Minas Gerais**

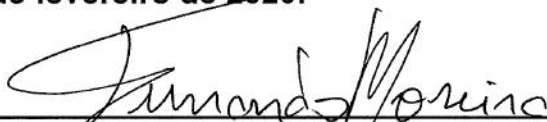
**"Modelagem de Antenas Duplo-refletoras Axialmente
Simétricas Através da Concatenação de Seções Cônicas Para
Controle de Amplitude e Fase Na Abertura"**

Adriano Zatti Faria Marques

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 19 de fevereiro de 2020.

Por:



Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira
DELT (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Cássio Gonçalves do Rego
DELT (UFMG)



Prof. Dr. Ricardo Luiz da Silva Adriano
DEE (UFMG)

ADRIANO ZATTI FARIA MARQUES

**MODELAGEM DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS AXIALMENTE
SIMÉTRICAS ATRAVÉS DA CONCATENAÇÃO DE SEÇÕES CÔNICAS PARA
CONTROLE DE AMPLITUDE E FASE NA ABERTURA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Área de concentração Sistemas de Computação e Telecomunicações, Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Fernando José da Silva
Moreira

BELO HORIZONTE

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Marques, Adriano

Modelagem de antenas duplo-refletores axialmente simétricas através da concatenação de seções cônicas para controle de amplitude e fase na abertura – Belo Horizonte, 2020.

Nº de páginas 74

Área de concentração: Sistemas de Computação e Telecomunicações.

Orientador: Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira.

Tese de Mestrado - Universidade Federal de Minas Gerais.

Antena Refletora, Antena ADC, Modelagem de Antenas, Abertura Uniforme, Abertura Não Uniforme.

Dedico este trabalho aos meus pais, Silvana e Aelton;
aos meus irmãos, Leon e Laura;
e ao meu amor, Lilian.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos às pessoas e organizações sem as quais este trabalho não seria possível:

Ao professor Fernando Moreira, que com sua disciplina e minucioso acompanhamento me motivou na produção deste trabalho.

À UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais) e aos seus professores, que me propiciaram um ensino gratuito de excelência, sendo responsáveis por toda minha formação superior.

À FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), pelo financiamento desta pesquisa e de tantas outras que impulsionam o desenvolvimento do país.

Ao Tcharles Faria, por ter simulado os diagramas de radiação através do Método dos Momentos das antenas modeladas.

Aos meus pais, Silvana e Aelton, pelo amor, apoio e incentivo a me tornar cada vez uma pessoa melhor.

Aos meus irmãos, Leon e Laura, pelo carinho e amizade ao longo dos anos.

À Lídia, que ajudou na minha criação, pelo afeto que sempre teve comigo.

Ao meu psicólogo, Ricardo, por me ajudar a ter o equilíbrio necessário para percorrer esta jornada.

Aos meus amigos, pelos momentos de descontração que me deram fôlego para concluir este trabalho.

E ao meu amor, Lilian, pela ternura e companheirismo. Minhas conquistas têm como objetivo principal a construção de uma história ao seu lado.

“Antes mundo era pequeno, porque Terra era grande. Hoje mundo é muito grande, porque Terra é pequena. Do tamanho da antena parabólicamará.”

Parabólicamará, Gilberto Gil.

“...ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.”

Pedagogia da Autonomia, Paulo Freire.

RESUMO

Uma técnica de modelagem de antenas duplo-refletoras axialmente simétricas é apresentada. Esta técnica possui o diferencial de controlar simultaneamente a fase e a amplitude na abertura do refletor principal, controlando assim a radiação da antena.

As geratrizes dos refletores modelados são compostas de seções cônicas concatenadas. A cada passo do método iterativo, é descoberto um par de cônicas que formam pequenos pedaços do sub-refletor e do refletor principal da antena.

A formulação do método iterativo de modelagem não apresenta equações diferenciais e integrais, tornando assim a formulação de simples resolução. Na modelagem dos refletores, são utilizadas apenas equações trigonométricas e cônicas.

A cada passo do método iterativo, um conjunto de equações deve ser solucionado. Contudo, as equações deste conjunto podem ser resolvidas sequencialmente, fazendo com que este sistema de equações possa ser interpretado como uma única função, com apenas uma variável de entrada e que retorna um erro. Este erro então deve ser minimizado através de uma solução numérica.

A técnica desenvolvida é aplicada em dois exemplos de abertura para antena Cassegrain Axialmente Deslocada (ADC): uma com fase e amplitude uniforme; e outra com fase e amplitude não uniforme para gerar um diagrama de radiação de topo plano.

Palavras chaves: Antena Refletora, Antena ADC, Modelagem de Antenas, Abertura Uniforme, Abertura Não Uniforme.

ABSTRACT

An axially symmetrical double-reflector antenna shaping technique is presented. This technique has the differential of simultaneously controlling the phase and amplitude at the aperture of the main reflector, thus controlling the antenna radiation.

The generators of the shaped reflectors are composed of concatenated conic sections. At each step of the iterative method, a pair of conics is discovered that form small pieces of the sub-reflector and main reflector of the antenna.

The formulation of the iterative shaping method does not present differential and integral equations, thus making the formulation of simple resolution. In the reflector shaping, only trigonometric and conic equations are used.

At each step of the iterative method, a system of equations must be solved. However, the equations in this system can be solved sequentially, so that this system of equations can be interpreted as a single function, with only one input variable and returns an error. This error must then be minimized through a numerical solution.

The developed technique is applied in two examples of Axially Displaced Cassegrain (ADC) antenna aperture: one with uniform phase and amplitude; and another with non-uniform amplitude and phase for generating a flat topped radiation pattern.

Key words: Reflector Antenna, ADC Antenna, Antenna Shaping, Uniform Aperture, Non-Uniform Aperture

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 1	TELESCÓPIO DE CASSEGRAIN [1].	16
FIG. 2	ANTENA CASSEGRAIN [1].	17
FIG. 3	SOLUÇÃO COM AMPLITUDE E FASE UNIFORME COMPARADA COM A PARÁBOLA DA CONFIGURAÇÃO CLÁSSICA [2].	19
FIG. 4(A)	GEOMETRIA BÁSICA DA CONFIGURAÇÃO CASSEGRAIN DESLOCADA AXIALMENTE (ADC) [3].	20
FIG. 4(B)	GEOMETRIA BÁSICA DA CONFIGURAÇÃO GREGORIAN DESLOCADA AXIALMENTE (ADG) [3].	21
FIG. 4(C)	GEOMETRIA BÁSICA DA CONFIGURAÇÃO ELIPSE DESLOCADA AXIALMENTE (ADE) [3].	21
FIG. 4(D)	GEOMETRIA BÁSICA DA CONFIGURAÇÃO HIPÉRBOLE DESLOCADA AXIALMENTE (ADH) [3].	22
FIG. 5	MÉTODO DE CONCATENAÇÃO DE SEÇÕES CÔNICAS EM COORDENADAS POLARES [5].	23
FIG. 6	MÉTODO DE MODELAGEM UTILIZANDO CÔNICAS ARBITRÁRIAS.	25
FIG. 7	PERCURSO DA ONDA ELETROMAGNÉTICA DA FONTE ATÉ A ABERTURA.	28
FIG. 8	TUBO DE RAIOS DESDE A FONTE ATÉ A ABERTURA.	30
FIG. 9	VARIÁVEIS DA MODELAGEM DA ANTENA DUPLO REFLETORA.	32
FIG. 10	TRIÂNGULO ONDE É APLICADA A LEI DO SENOS.	34
FIG. 11	PERCURSO TOTAL DA ONDA ATÉ A ABERTURA.	35
FIG. 12	DISTÂNCIA INTERFOCAL E INCLINAÇÃO DAS CÔNICAS DO REFLETOR PRINCIPAL.	37
FIG. 13	DIVERGÊNCIA DE PERCURSO DA ONDA ATÉ A ABERTURA.	39
FIG. 14(A)	ANTENA ADC (CASSEGRAIN) [3].	42
FIG. 14(B)	ANTENA ADG (GREGORIAN) [3].	42
FIG. 14(C)	ANTENA ADE (ELIPSE) [3].	42
FIG. 14(D)	ANTENA ADH (HIPÉRBOLE) [3].	42
FIG. 15	POSIÇÃO DOS REFLETORES E SENTIDO DE MODELAGEM DA ANTENA CASSEGRAIN DESLOCADA AXIALMENTE (ADC).	44

FIG. 16	DISTRIBUIÇÃO DOS FOCOS SOBRE A ABERTURA.....	45
FIG. 17	CONE ANGULAR E O ÂNGULO DE BORDA DO SUB-REFLETOR....	46
FIG. 18	PONTOS INICIAIS DOS REFLETORES E OS PARÂMETROS QUE ELES DETERMINAM.....	47
FIG. 19	AJUSTE DO PONTO INICIAL DO REFLETOR PRINCIPAL.	53
FIG. 20	ANTENA MODELADA COM ABERTURA UNIFORME, COMPARADA À DE [5].....	56
FIG. 21	DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA COM ABERTURA UNIFORME, COMPARADA COM [5].....	59
FIG. 22	PERFIL DE AMPLITUDE E FASE DA ABERTURA NÃO UNIFORME.	62
FIG. 23	ANTENAS MODELADAS COM ABERTURA UNIFORME E COM ABERTURA NÃO UNIFORME.....	63
FIG. 24	DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DA ANTENA COM ABERTURA NÃO UNIFORME COMPARADA A [6].....	64

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	PERFIL NÃO UNIFORME DE AMPLITUDE E FASE DE [6].....	61
----------	---	----

SUMÁRIO

RESUMO.....	VIII
ABSTRACT.....	IX
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	X
LISTA DE TABELAS	XII
SUMÁRIO	XIII
1 INTRODUÇÃO	16
1.1 MODELAGEM CLÁSSICA DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS	16
1.2 APRIMORAMENTOS DA CONFIGURAÇÃO ORIGINAL.....	18
1.3 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	24
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO.....	24
2 FORMULAÇÃO.....	27
2.1 CONTROLE DA FASE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL.....	27
2.2 CONTROLE DE AMPLITUDE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL	29
2.2.1 Caso com distribuição de amplitude contínua.....	29
2.2.2 Caso com distribuição de amplitude discreta	31
2.3 MODELAGEM DA ANTENA.....	32
3 SOLUÇÃO NUMÉRICA	41
3.1 PARÂMETROS INICIAIS DO PROBLEMA	41
3.1.1 Tipo de antena duplo refletora.....	41
3.1.2 Focos sobre a abertura	44
3.1.3 Cone angular.....	45
3.1.4 Pontos iniciais dos refletores.....	47
3.1.5 Frequência de operação e modelo do alimentador	48
3.2 CONTROLE DA FASE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL.....	48
3.3 CONTROLE DE AMPLITUDE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL	49
3.4 MODELAGEM DA ANTENA.....	49
3.5 PONTOS DOS REFLETORES E REALIMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO	51
3.6 AJUSTE DO PONTO INICIAL DO REFLETOR PRINCIPAL.....	52
4 RESULTADOS.....	55
4.1 ABERTURA UNIFORME.....	55
4.2 ABERTURA COM PERFIL NÃO UNIFORME DE AMPLITUDE E FASE	59

5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	66
5.1	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	67
	REFERÊNCIAS.....	70
APÊNDICE A	Arquivo do MATHEMATICA	73

1 INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

1.1 MODELAGEM CLÁSSICA DE ANTENAS DUPLO-REFLETORAS

O projeto de antenas duplo-refletoras axialmente simétricas utilizando cônicas foi descrito inicialmente em [1], se baseando no telescópio de Cassegrain. O telescópio de Cassegrain com dois espelhos possuía vantagens se comparado aos modelos com um só espelho, pois possibilitava uma maior ampliação com uma menor distância focal do refletor principal, além de posicionar o observador convenientemente atrás do telescópio [1]. Este tipo de telescópio é formado por dois espelhos: O primeiro, grande e côncavo, que reflete a luz recebida para o segundo espelho, concêntrico e frontal a ele; e o segundo, pequeno e convexo, que reflete a luz por um buraco no centro do primeiro espelho, onde o observador se posiciona. Este telescópio é ilustrado na Fig. 1, retirada de [2].

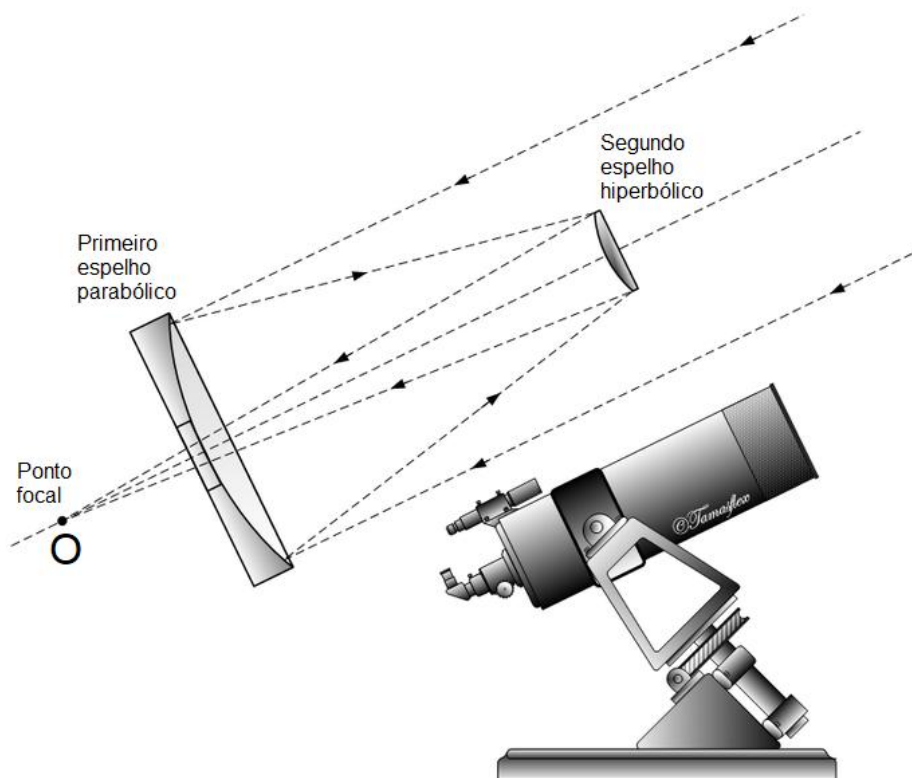


Fig. 1 Telescópio de Cassegrain [2].

A antena clássica inspirada no telescópio de Cassegrain é composta por dois refletores: O principal, que utiliza uma parábola como geratriz; e o sub-refletor, gerado por uma hipérbole confocal ao refletor principal, e com o segundo foco no centro de fase do alimentador. Este conjunto é girado sobre o eixo de simetria no centro para gerar as duas superfícies refletoras. O alimentador desse conjunto é posicionado por trás do refletor principal, e acessa as ondas eletromagnéticas colimadas pelo conjunto de refletores. Essa configuração é apresentada na Fig. 2, retirada de [3].



Fig. 2 Antena Cassegrain [3].

Contudo, a antena Cassegrain clássica possui algumas limitações. O sub-refletor bloqueia parte da abertura da antena, diminuindo assim a sua eficiência de iluminação. Esse sub-refletor deve ser grande o suficiente para interceptar uma parte significativa da potência irradiada pelo alimentador, e não pode ser pequeno demais ao ponto que os efeitos de difração no sub-refletor diminuam o ganho da antena [1]. A limitação de tamanho mínimo do refletor se deve ao uso da ótica geométrica para o projeto dessa antena, que não leva em consideração os efeitos difrativos no sub-refletor quando este não é grande o suficiente em termos de comprimentos de onda. Para aumentar a diretividade e eficiência da antena, foram propostas alternativas ao longo do tempo, que modelavam a superfície dos refletores ou modificava a configuração para evitar que potência fosse desperdiçada no bloqueio do sub-refletor.

1.2 APRIMORAMENTOS DA CONFIGURAÇÃO ORIGINAL

A partir da configuração original de antena duplo-refletora Cassegrain, buscou-se alternativas para aumentar sua eficiência. Uma delas foi proposta em [4], que utilizou equações não lineares diferenciais de primeira ordem, baseadas na ótica geométrica, para modelar os refletores da antena. Com ela, é possível aplicar uma fase e amplitude arbitrária na abertura da antena, mas exige grande esforço computacional. Um dos exemplos em que a técnica foi aplicada em [4], permitiu gerar uma abertura uniforme, que a configuração clássica não permitia, aumentando assim a eficiência de iluminação. Na Fig. 3, uma solução com amplitude e fase uniforme é comparada com a parábola da configuração clássica.

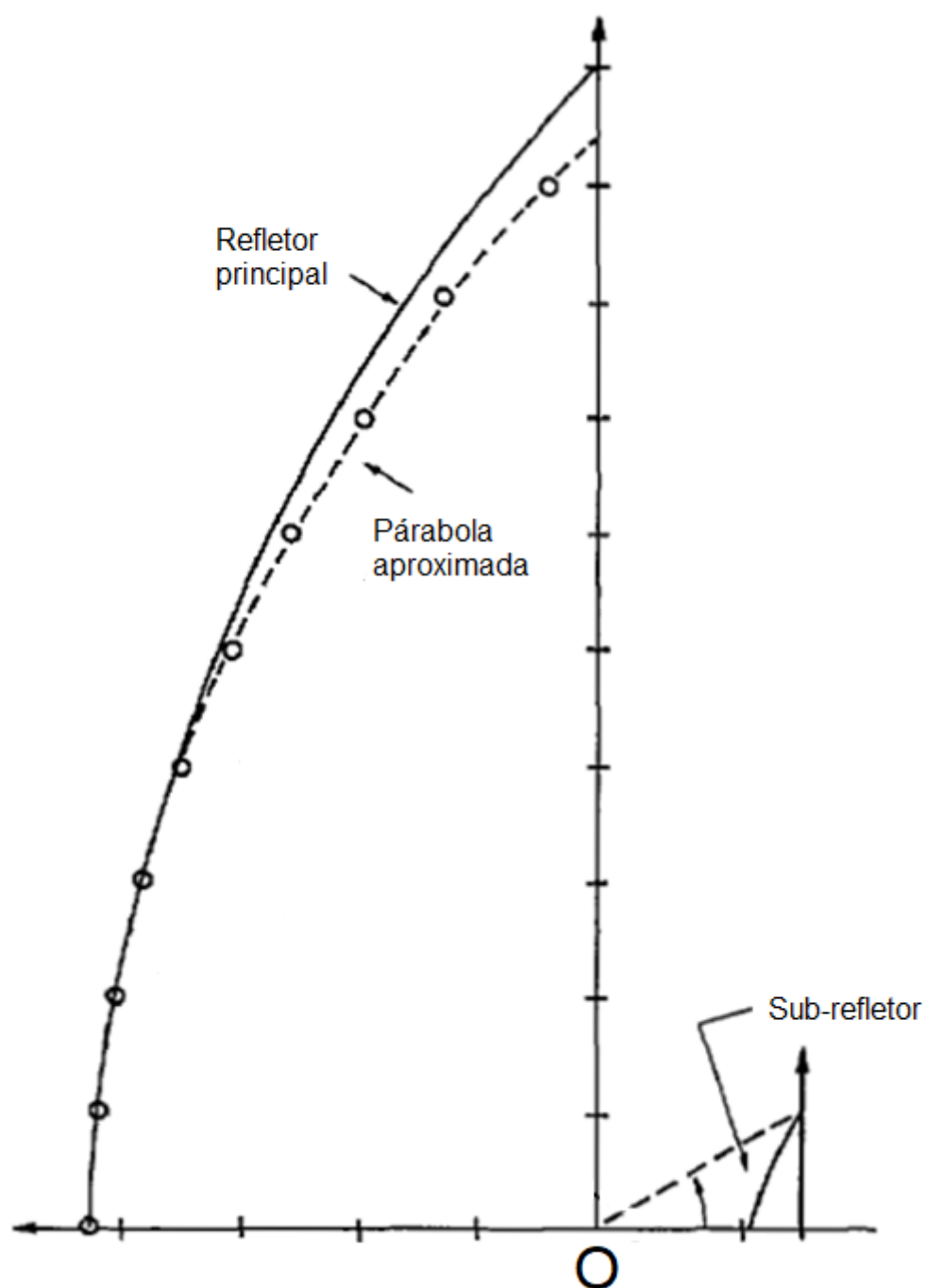


Fig. 3 Solução com amplitude e fase uniforme comparada com a parábola da configuração clássica [4].

Outra abordagem demonstrada em [5] reduz a radiação do refletor principal em direção ao sub-refletor deslocando o foco comum aos dois refletores do eixo de

simetria, criando assim um anel cáustico em torno do eixo de simetria. Essa abordagem possui uma fórmula fechada, resolvida através de um sistema linear, não exigindo assim o esforço computacional de [4]. Na abertura, ela impõe fase constante, mas não é capaz de controlar a amplitude. Em [5] ainda são descritas outras três configurações clássicas de antenas refletoras axialmente deslocadas, que se diferenciam entre si pelas posições das duas cáusticas do sub-refletor, sendo a primeira o anel cáustico previamente citado e a segunda uma linha cáustica, que é a porção do eixo de simetria interceptado pelos raios refletidos pelo sub-refletor. Essa posição da cáustica pode ser descrita como real, quando a cáustica se posiciona entre os dois refletores, e virtual quando se posiciona atrás do sub-refletor. As configurações clássicas axialmente deslocadas estão ilustradas nas Fig. 4(a) a Fig. 4(d). Nestas figuras, o anel cáustico é simbolizado por P , a linha cáustica pela linha vermelha e o alimentador da antena é posicionado no ponto O .

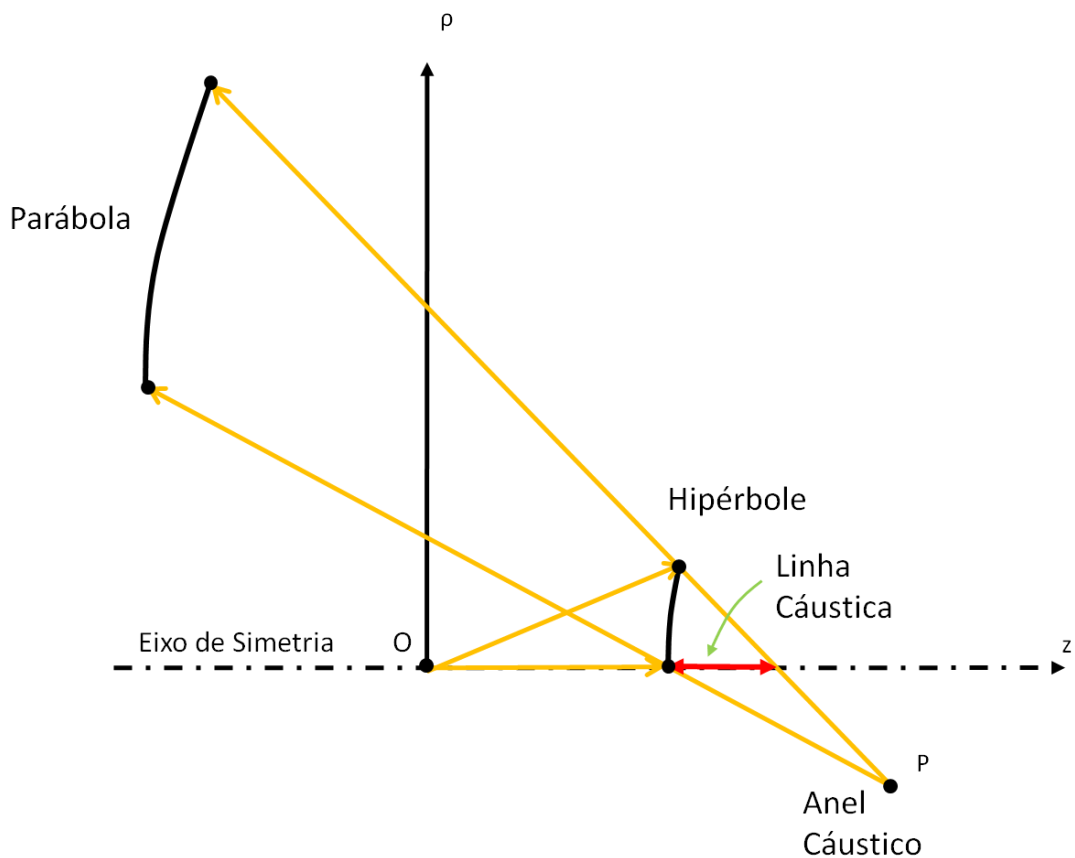


Fig. 4(a) Geometria básica da configuração Cassegrain deslocada axialmente (ADC).

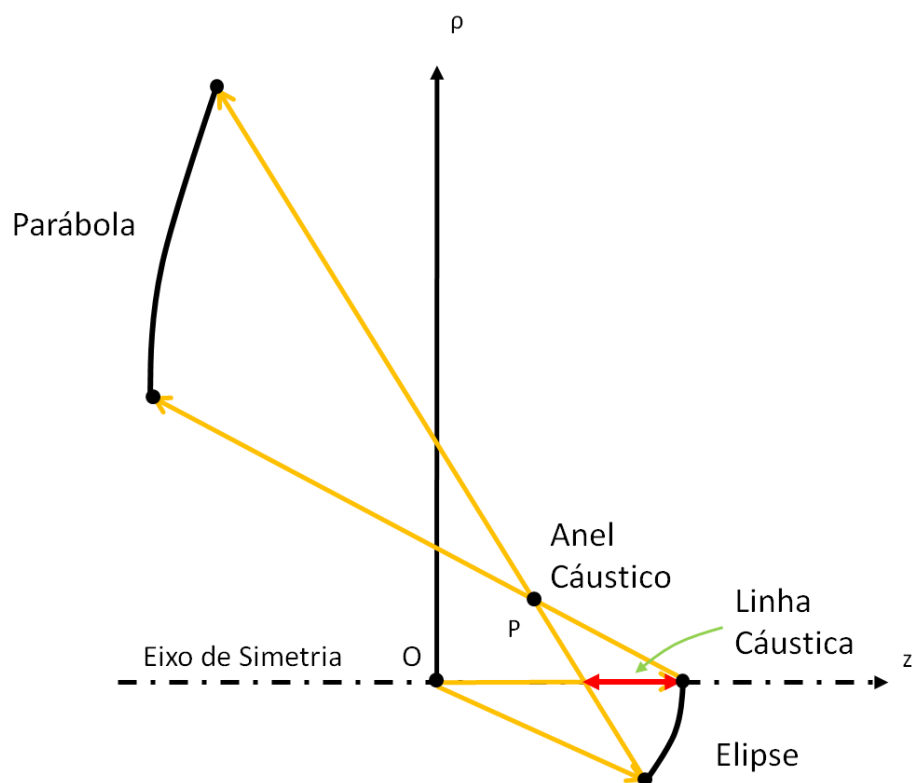


Fig. 4(b) Geometria básica da configuração Gregorian deslocada axialmente (ADG).

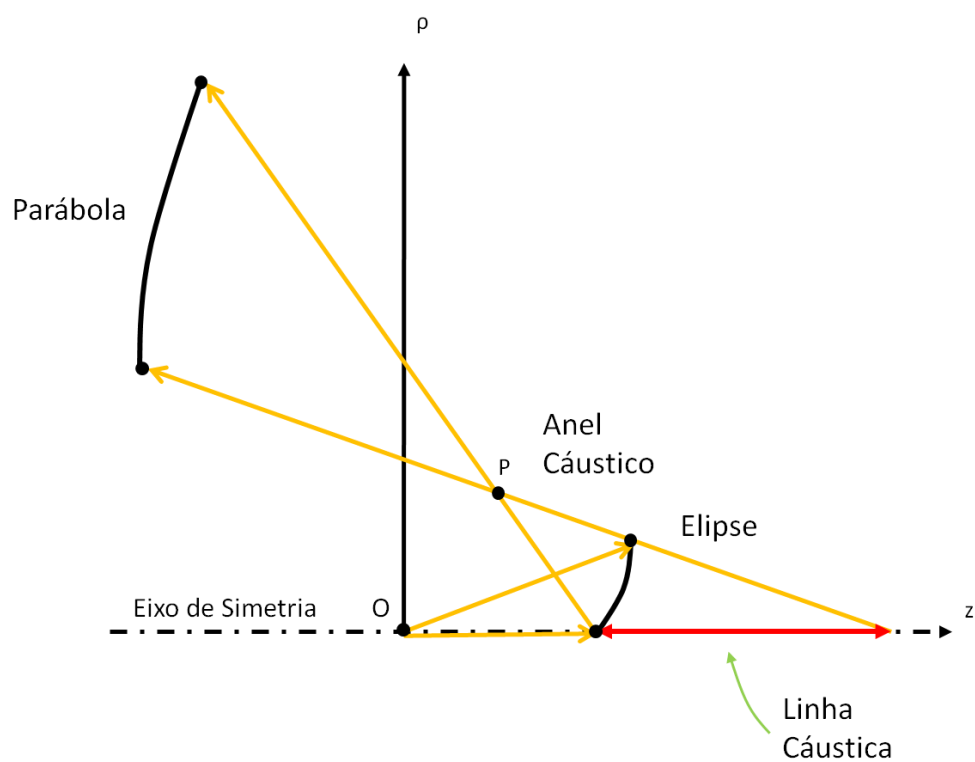


Fig. 4(c) Geometria básica da configuração Elipse deslocada axialmente (ADE).

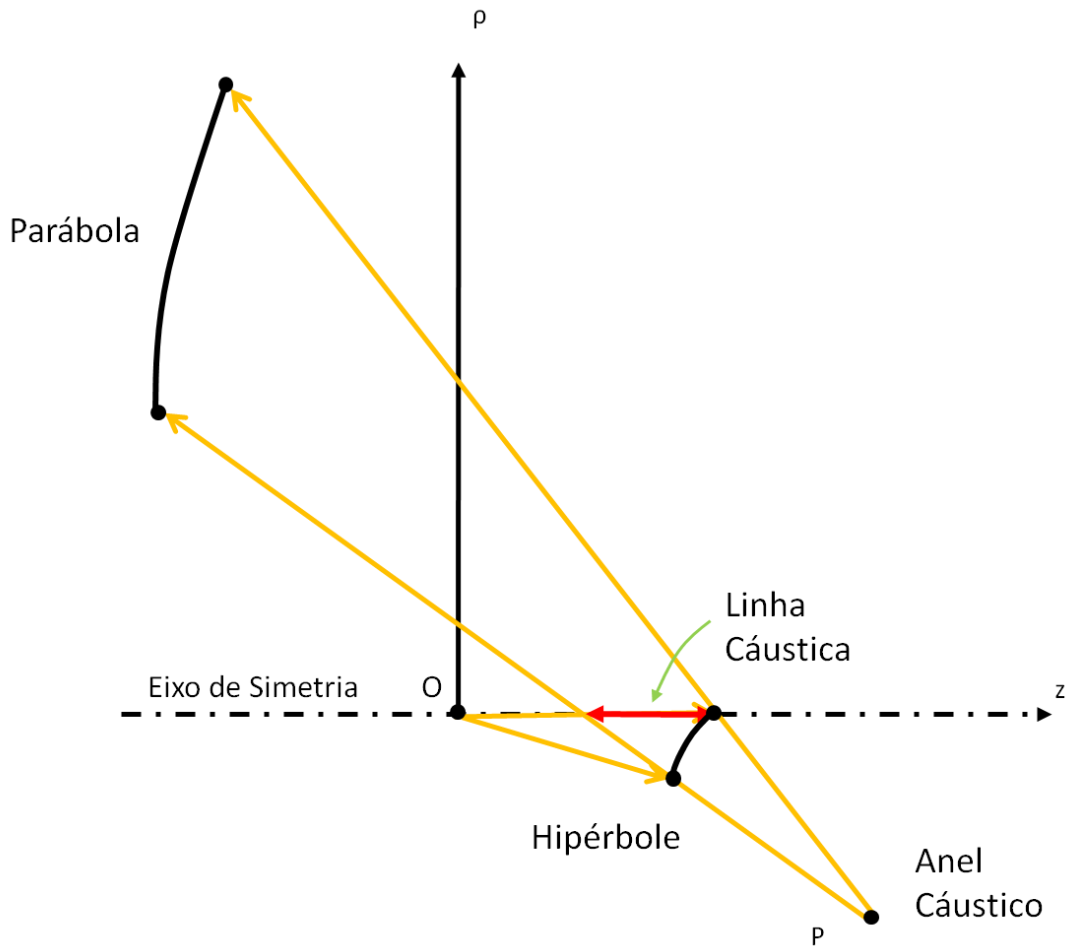


Fig. 4(d) Geometria básica da configuração Hipérbole deslocada axialmente (ADH) [5].

A geometria da Fig. 4(a) possui anel e linha cáusticos virtuais, e é classificada como Cassegrain Deslocada Axialmente (ADC - Axially Displaced Cassegrain). A geometria da Fig. 4(b) possui anel e linha cáusticos reais, e é definida como Gregorian Deslocada Axialmente (ADG - Axially Displaced Gregorian). A geometria da Fig. 4(c) possui um anel cáustico real e uma linha cáustica virtual, e é denominada Elipse Deslocada Axialmente (ADE - Axially Displaced Ellipse). Finalmente, a configuração da Fig. 4(d) tem um anel cáustico virtual e uma linha cáustica real, e é denominada Hipérbole Deslocada Axialmente (ADH - Axially Displaced Hyperbola). Estas quatro geometrias formam o conjunto de configurações clássicas com eixo deslocado [5].

Seguindo a linha de pesquisa de utilizar cônicas para descrever as superfícies dos refletores, foi proposto em [6] representar as geratrizes modeladas

do sub-refletor e do refletor principal por cônicas locais, sequencialmente concatenadas, para controlar a amplitude na abertura enquanto preserva a fase constante. O método proposto em [6] utiliza coordenadas retangulares, levando à solução com equações algébricas não lineares. Em [7] é proposto uma técnica semelhante, porém utilizando coordenadas polares, o que simplificou as equações e possibilitou solução através de um sistema de equações lineares. A ideia básica de [7] é representar as geratrizes dos refletores por seções cônicas concatenadas. Em cada par de seções cônicas, pode-se controlar a densidade de potência que ele reflete, podendo assim controlar a densidade de potência ao longo da abertura, mantendo a fase constante. A Fig. 5 apresenta a técnica de [7], com o alimentador posicionado na origem do sistema de coordenadas, que é um dos focos do sub-refletor, e o ponto P_n sendo o foco comum entre as seções cônicas do sub-refletor e do refletor principal de uma iteração.

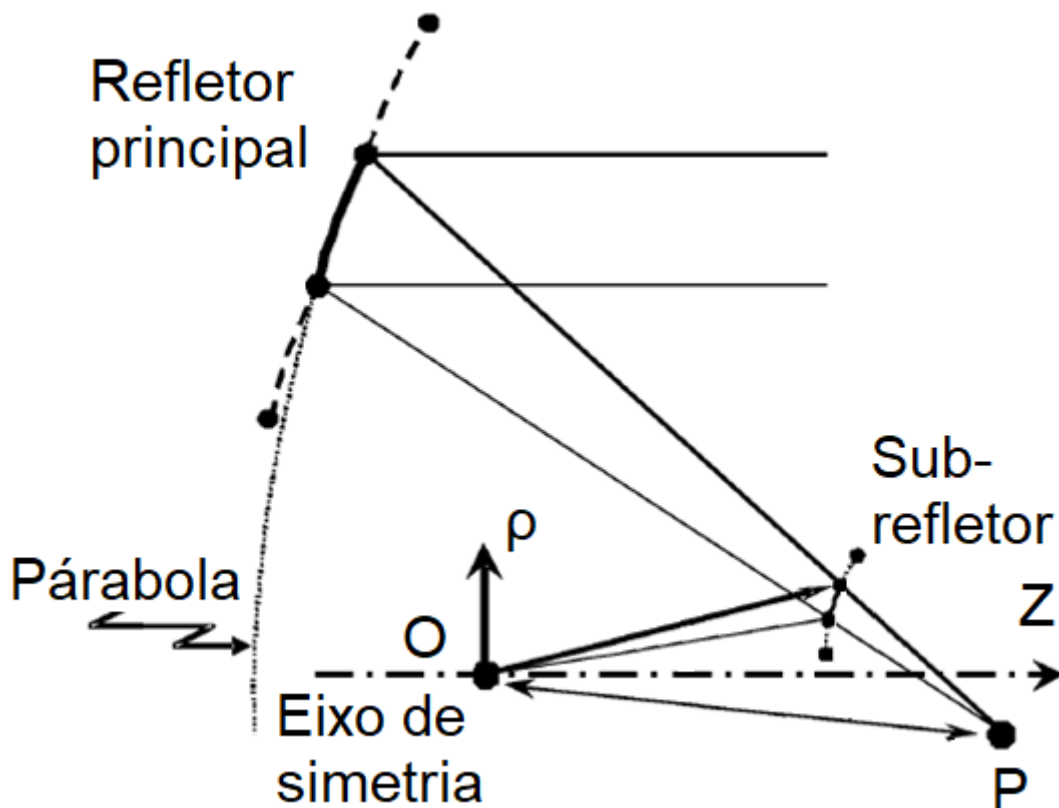


Fig. 5 Método de concatenação de seções cônicas em coordenadas polares [7].

1.3 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

A modelagem do diagrama de radiação das antenas refletoras pode ser feito através do controle da amplitude e fase do campo em sua abertura. Pode-se, por exemplo, gerar um diagrama de topo plano para uma radiação de potência uniforme em uma abertura angular, como em [8]. Pode-se também controlar os níveis dos lóbulos secundários como descrito em [9] e [10]. Porém, as técnicas discutidas em [4] - [7] não permitem o controle simultâneo da amplitude e da fase na abertura do refletor principal.

A técnica proposta em [7] possui a limitação de manter a fase uniforme ao longo da abertura, pois as cônicas que geram o refletor principal são parábolas. Assim, neste trabalho é apresentada uma nova técnica baseada em [7], mas que permite controlar a amplitude e fase na abertura simultaneamente. Isso é possível, pois o refletor principal será gerado por cônicas arbitrárias, ao invés de ser gerado exclusivamente por parábolas.

O método descrito no presente trabalho não utiliza equações diferenciais, apenas equações trigonométricas e de cônicas. Além disso, o conjunto de equações apresentado possui apenas uma variável a ser determinada, com todas as outras variáveis das equações sendo dependentes dela. Estes dois fatores possibilitam uma solução numérica simples, computacionalmente eficiente, de rápida convergência e erro numérico pequeno.

A cada passo do método iterativo, um par de cônicas é descoberto, formando um pequeno pedaço das geratrizes de cada refletor. A Fig. 6 ilustra a técnica descrita neste trabalho.

A técnica descrita no presente trabalho foi publicada no formato de artigos nos anais de dois congressos em [11] e em [12].

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Nesta dissertação de mestrado, primeiramente será discutida a formulação da técnica, apresentada no Capítulo 2. Para isto, nas Seções 2.1 e 2.2 descreve-se o modo como o perfil de fase e amplitude desejado é aplicado no sistema de

equações desenvolvido. Na Seção 2.3, é detalhado o desenvolvimento do sistema de equações. No Capítulo 3, apresenta-se como o sistema de equações é solucionado.

Para exemplificar a técnica, os resultados de dois exemplos para controle da amplitude e da fase no campo da abertura do refletor principal são apresentados no Capítulo 4, sendo um deles uma abertura com fase e amplitude uniforme na Seção 4.1, e um segundo exemplo seguindo o perfil obtido em [8], para gerar um diagrama de radiação de topo plano na Seção 4.2.

Para finalizar o texto, no Capítulo 5 são expostas as considerações finais sobre este trabalho, analisando o desenvolvimento das equações e aplicações da técnica, bem como propondo alternativas para trabalhos futuros, baseado na técnica desenvolvida.

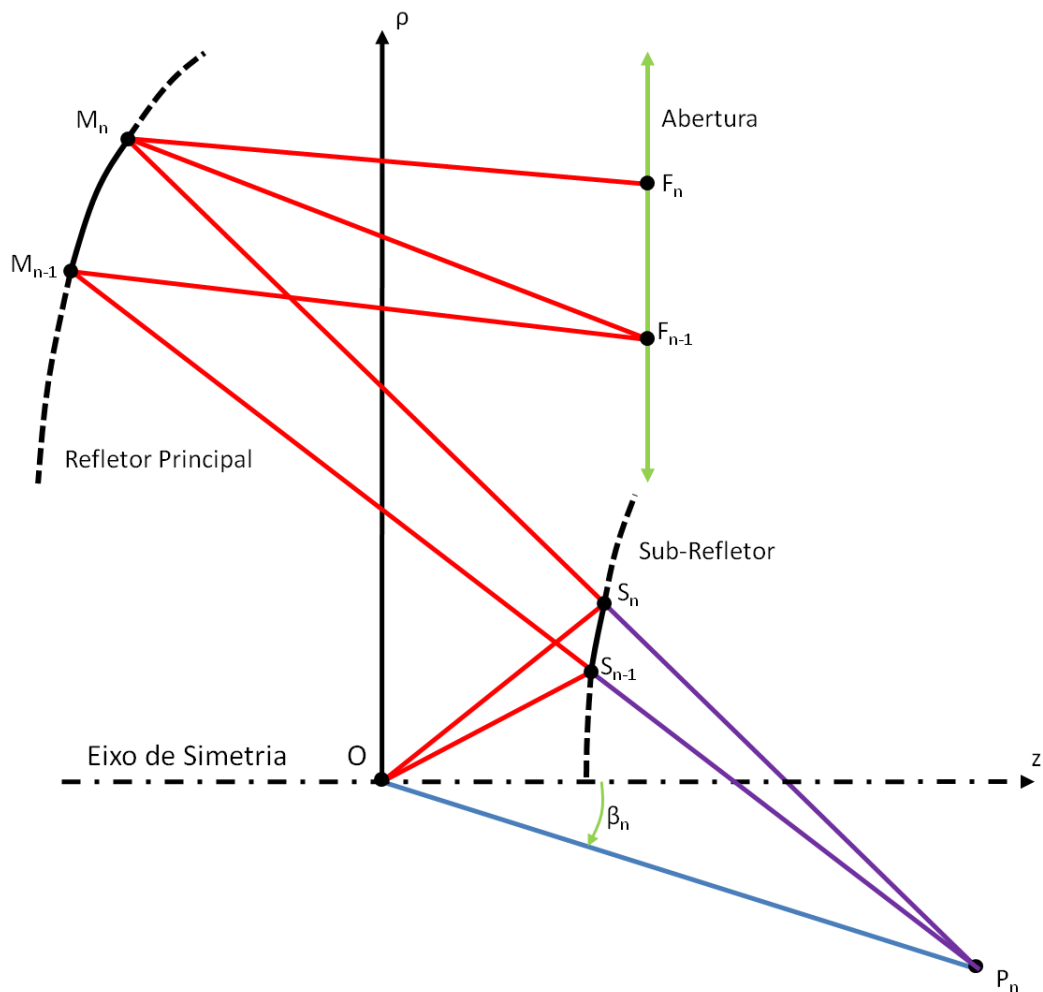


Fig. 6 Método de modelagem utilizando cônicas arbitrárias.

2 FORMULAÇÃO

2 FORMULAÇÃO

A formulação da técnica de síntese é composta de duas etapas: a primeira onde as distribuições de amplitude e fase da abertura são transformadas para os parâmetros de entrada das equações; e a segunda onde os parâmetros de entrada são utilizados nas equações, para a determinação de cada par de cônicas que representam as porções das geratrizes modeladas do sub-refletor e do refletor principal.

Na primeira etapa, a distribuição de fase da abertura é descrita como um desvio de fase relativo ao primeiro ponto considerado sobre a abertura na Seção 2.1. Esse desvio de fase é então transformado em uma diferença de percurso que a onda eletromagnética percorre desde a origem até a abertura. Já a distribuição de amplitude é descrita através da distribuição de densidade de potência sobre a abertura na Seção 2.2. Esta distribuição de amplitude é traduzida para cones partindo do alimentador no foco do sistema refletor, em que a potência é focada nos pontos distribuídos sobre a abertura do refletor principal, gerando assim a distribuição de amplitude desejada na abertura da antena.

Na segunda etapa, aplicam-se os dados obtidos na primeira etapa para modelar os dois refletores da antena na Seção 2.3. A cada iteração, um par de cônicas é descoberto, fornecendo assim os pontos das geratrizes do refletor principal e do sub-refletor na porção correspondente.

As equações da técnica apresentada neste trabalho foram desenvolvidas com o auxílio do programa de computador MATHEMATICA. Este programa auxiliou na simplificação e gestão das equações. Ele foi especialmente importante devido ao grande número de equações utilizadas para solucionar o problema.

2.1 CONTROLE DA FASE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL

A fase na abertura é definida pelo percurso que a onda percorre desde a fonte até a abertura da antena. A onda eletromagnética parte da fonte, localizada na

origem, reflete no sub-refletor e no refletor principal, até chegar à abertura da antena. Este percurso é ilustrado na Fig. 7.

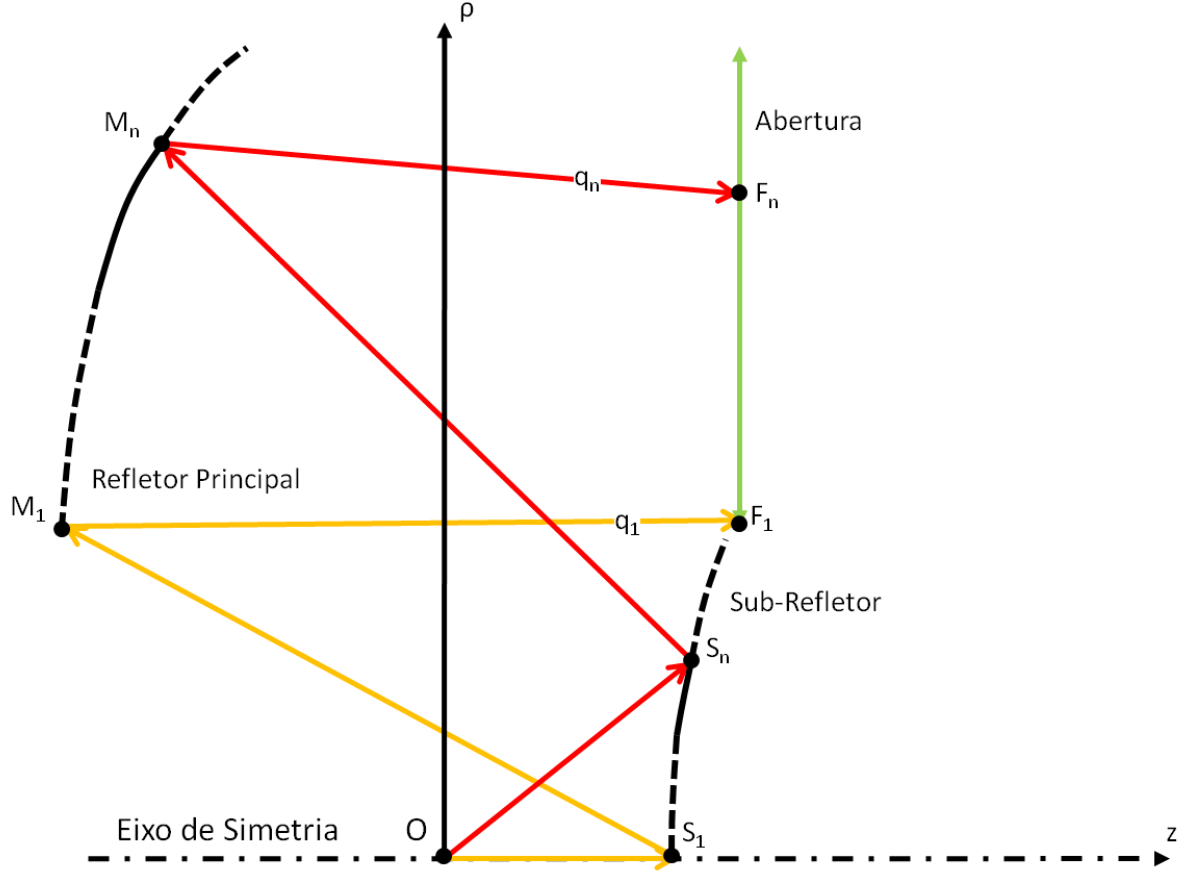


Fig. 7 Percurso da onda eletromagnética da fonte até a abertura.

A diferença de percurso de uma iteração para outra define a diferença de fase entre dois pontos da abertura. De acordo com [13], a radiação de campo distante da fonte possui um decaimento de amplitude em função da distância e fase proporcional ao percurso, como apresentado em:

$$\mathbf{A} = [\hat{\mathbf{a}}_{\theta} A'_{\theta}(\theta, \varphi) + \hat{\mathbf{a}}_{\varphi} A'_{\varphi}(\theta, \varphi)] \frac{e^{-jkr}}{r}, \quad r \rightarrow \infty \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_A \cong -j\omega \mathbf{A}, \quad (2)$$

onde $\mathbf{A}$ é o potencial vetor magnético com suas componentes em θ e φ , e $\mathbf{E}_A$ é o campo elétrico com componentes nas direções θ e φ , já que a componente em r se aproxima de zero. O termo exponencial e^{-jkr} define a fase da onda no ponto de

chegada. Assim, a diferença de fase entre pontos da abertura é dada pela diferença do percurso q até a abertura e definida como:

$$\Delta F_{\text{fase}} = -k (q_n - q_1). \quad (3)$$

Toma-se como referência a fase no primeiro ponto ($n=1$) sobre a abertura, e as fases nos outros pontos (n) são dadas pela diferença em relação ao primeiro ponto. Assim, ΔF_{fase} é a diferença entre a fase em F_n e F_1 (veja Fig. 7) em radianos. Em (3), a constante de propagação do meio k é utilizada, sendo definida como:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2 \pi f}{c} = \frac{2 \pi}{\lambda}, \quad (4)$$

onde c é a velocidade da luz no meio, ω é a frequência angular de operação, f é a frequência de operação e λ é o comprimento de onda.

2.2 CONTROLE DE AMPLITUDE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL

A amplitude da onda na abertura da antena é obtida através da conservação de energia no tubo de raios que parte do foco (origem O), reflete nas duas superfícies e chega até a abertura do refletor principal, como ilustrado na Fig. 8. Em [7], a formulação é apresentada para um perfil contínuo de amplitude na abertura. Aqui, essa formulação foi adaptada para o caso onde se tem uma distribuição discreta de amplitude na abertura, localizada nos pontos F_n (Fig. 8).

2.2.1 Caso com distribuição de amplitude contínua

No problema discutido em [7], precisa-se da distribuição de densidade de potência na abertura. Assim, quando se tiver um perfil de amplitude a ser aplicado na abertura, antes se deve transformá-lo em um perfil de densidade de potência. De [7], obtém-se:

$$\int_0^{\theta_n} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) d\theta_F = N_F \int_{D_B/2}^{\rho_{Fn}} G_A(\rho) \rho d\rho \quad (5)$$

$$N_F = \frac{\int_0^{\theta_e} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) d\theta_F}{\int_{D_B/2}^{D_M/2} G_A(\rho) \rho d\rho}. \quad (6)$$

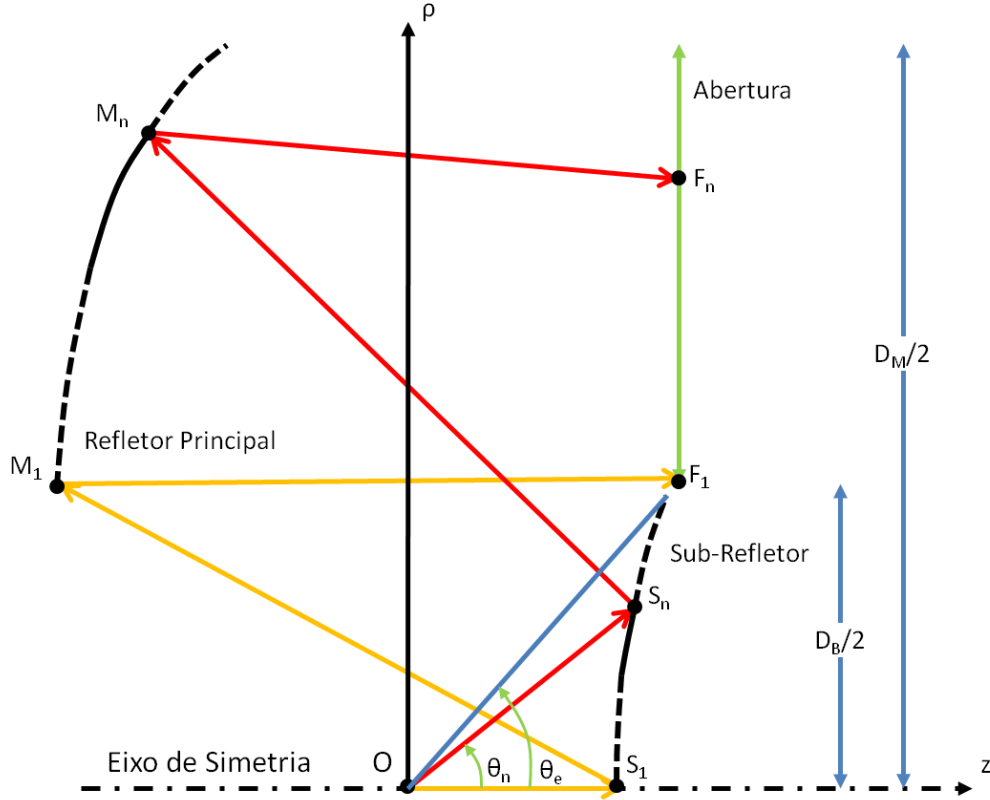


Fig. 8 Tubo de raios desde a fonte até a abertura.

Pela densidade de potência desejada na abertura, descobre-se o ângulo θ_n correspondente para cada ponto F_n da abertura através da solução numérica de (5). Em (5) é apresentada a integral da conservação de energia na abertura, com $G_F(\theta_F)$ sendo a densidade de potência radiada pela fonte posicionada na origem O , $G_A(\rho)$ é a densidade de potência desejada na abertura da antena, D_B é o diâmetro do sub-refletor, D_M é o diâmetro do refletor principal, ρ_{Fn} é a componente em ρ do ponto F_n e θ_e é o ângulo de borda do sub-refletor. Em (6) é definido N_F como um termo normalizador para assegurar que toda a potência irradiada pela fonte e interceptada pelo sub-refletor seja conservada na abertura da antena.

2.2.2 Caso com distribuição de amplitude discreta

O perfil de amplitude sobre a abertura também pode ser descrito por um conjunto de pontos com seus respectivos valores de amplitude. Para aplicar este perfil na abertura, a integral de $G_A(\rho)$ em (5) e (6) é substituída por um somatório de integrais nas regiões entre os focos posicionados sobre a abertura. A função integrada é $G_{An}(\rho)$, que é uma reta que relaciona o valor do perfil de densidade de potência com os raios ρ_{Fn-1} e ρ_{Fn} , descrita a seguir:

$$\det \begin{vmatrix} \rho & G_{An}(\rho) & 1 \\ \rho_{Fn} & G_A(\rho_{Fn}) & 1 \\ \rho_{Fn-1} & G_A(\rho_{Fn-1}) & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$G_{An}(\rho) = \frac{(G_A(\rho_{Fn}) - G_A(\rho_{Fn-1})) \rho - G_A(\rho_{Fn}) \rho_{Fn-1} + G_A(\rho_{Fn-1}) \rho_{Fn}}{\rho_{Fn-1} - \rho_{Fn}} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \int_{\rho_{Fn-1}}^{\rho_{Fn}} G_{An}(\rho) \rho \, d\rho \\ = \frac{\rho_{Fn} - \rho_{Fn-1}}{6} (G_A(\rho_{Fn}) (2\rho_{Fn} + \rho_{Fn-1}) + G_A(\rho_{Fn-1}) (\rho_{Fn} + 2\rho_{Fn-1})). \end{aligned} \quad (9)$$

A reta $G_{An}(\rho)$ pode ser calculada através do determinante da matriz de condição de alinhamento, apresentado em (7). Em (8), é apresentada a equação geral da reta $G_{An}(\rho)$ e a integral de $G_{An}(\rho)$ é apresentada em (9).

Com isso, substitui-se a integral de $G_A(\rho)$ nas equações (5) e (6) por um somatório de integrais nas regiões entre os focos da abertura, obtendo assim (10) e (11). Da mesma maneira que o caso contínuo, a solução numérica de (10) revela o ângulo θ_n relacionado a cada ponto F_n da abertura:

$$\int_0^{\theta_n} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) \, d\theta_F = N_F \sum_{m=2}^n \int_{\rho_{m-1}}^{\rho_m} G_{Am}(\rho) \rho \, d\rho \quad (10)$$

$$N_F = \frac{\int_0^{\theta_e} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) \, d\theta_F}{\sum_{m=2}^{n_{max}} \int_{\rho_{m-1}}^{\rho_m} G_{Am}(\rho) \rho \, d\rho}, \quad (11)$$

com n_{max} sendo a quantidade total de pontos sobre a abertura.

2.3 MODELAGEM DA ANTENA

Após definir o tamanho do percurso q_n até a abertura, que representa a fase da onda, com o auxílio de (3) e os ângulos θ_n de cada foco F_n na abertura de acordo com a distribuição de amplitude, com o auxílio de (5) e (6) ou (10) e (11), podemos modelar as geratrizes dos refletores da antena. Na Fig. 9 são apresentadas as incógnitas e parâmetros do problema.

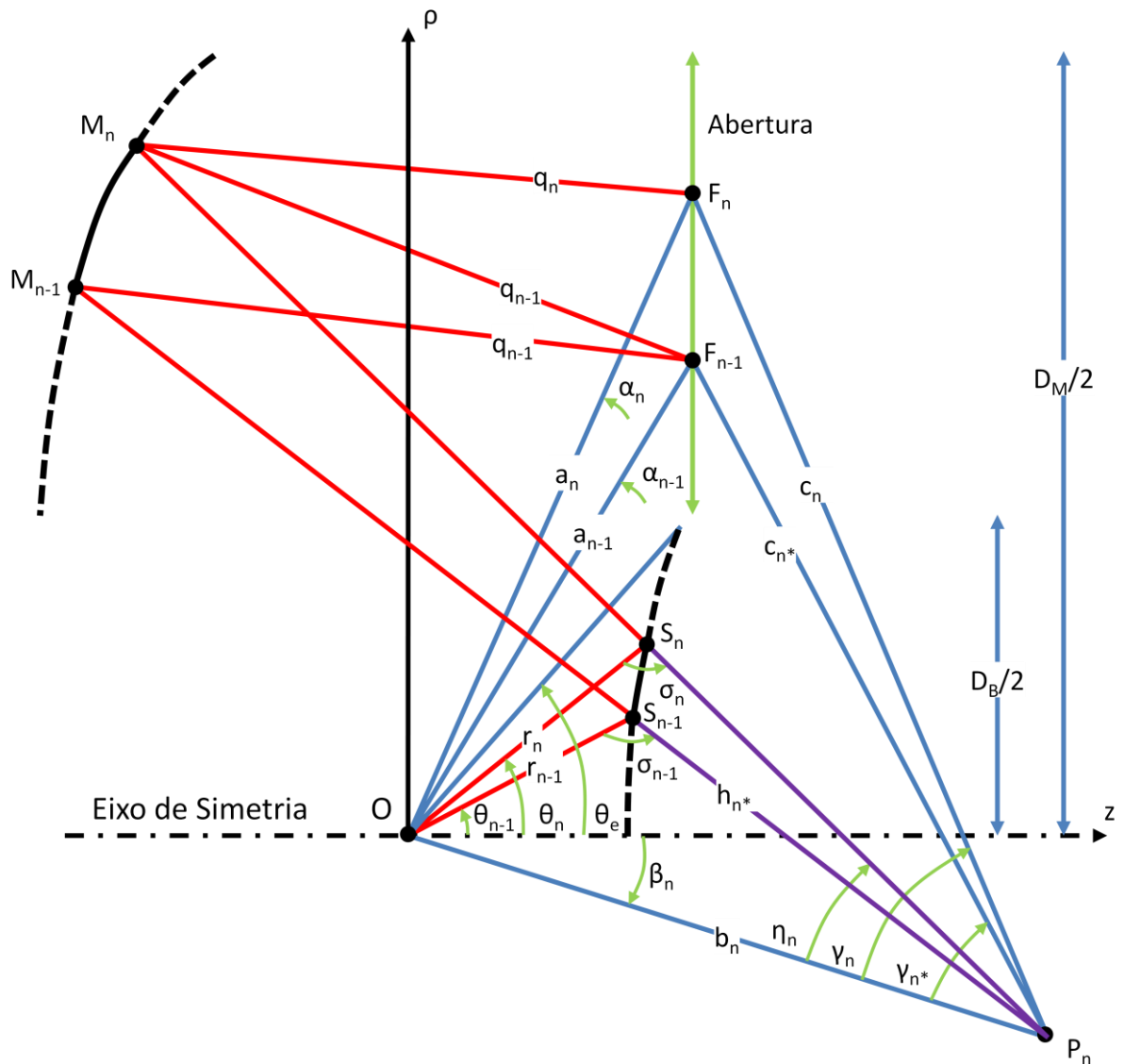


Fig. 9 Variáveis da modelagem da antena duplo refletora.

Na Fig. 9 são apresentados os parâmetros geométricos para a modelagem. O alimentador da antena é posicionado no ponto O , que é o centro do sistema de coordenadas e a interseção entre os eixos z e ρ . O segmento de reta r_n e o ângulo θ_n localizam o ponto S_n do sub-refletor. O segmento b_n e o ângulo β_n localizam o ponto P_n , que é o foco comum da cônica do sub-refletor e da cônica do refletor principal. O segmento h_{n^*} localiza-se entre os pontos S_{n-1} e P_n . O ângulo η_n está entre os segmentos $\overline{P_n M_n}$ e b_n . O ângulo σ_n localiza-se entre os segmentos r_n e $\overline{P_n M_n}$. O segmento a_n e o ângulo α_n localizam o foco F_n sobre a abertura da antena, enquanto o ângulo α_n é relativo ao eixo z . O segmento c_n está localizado entre os pontos P_n e F_n e o segmento c_{n^*} está localizado entre os pontos P_n e F_{n-1} . Já o ângulo γ_n localiza-se entre os segmentos c_n e b_n e o ângulo γ_{n^*} localiza-se entre os segmentos c_{n^*} e b_n . O ponto M_n é um dos pontos que definem a geratriz do refletor principal.

Além destes parâmetros, é necessário também definir as excentricidades das cônicas que geram os refletores e o tamanho dos eixos principais das cônicas. A cônica do sub-refletor no passo (n) possui excentricidade e_{On} e focos em O e P_n . Sua distância inter-focal é b_n . A cônica do refletor principal no passo (n) tem excentricidade e_{Fn^*} e focos em P_n e F_{n-1} . Sua distância inter-focal é c_{n^*} . No ponto M_n também deve passar a cônica com excentricidade e_{Fn} e focos em P_n e F_n . Sua distância inter-focal é c_n . O eixo principal da cônica com focos em O e P_n é t_{On} , o eixo principal da cônica com focos P_n e F_n é t_{Fn} e o eixo principal da cônica com focos P_n e F_{n-1} é t_{Fn^*} . Eixo principal é a corda de uma cônica que passa por seus dois focos.

A grande maioria das equações apresentadas a seguir é de leis trigonométricas dos triângulos que compõem a Fig. 9. As outras equações são de cônicas e suas propriedades óticas de reflexão. Quase todos os ângulos da Fig. 9 são positivos no sentido anti-horário, com exceção dos ângulos η_n , γ_{n^*} e γ_n .

A cada passo do método iterativo de modelagem, é encontrado o par de seções cônicas que focaliza os raios que saem de O entre os ângulos θ_{n-1} e θ_n , no foco F_{n-1} com o percurso q_{n-1} . Esse par de seções cônicas deve respeitar o percurso q_n para o foco F_n nas suas extremidades superiores, nos pontos S_n e M_n . Assim, no

ponto M_n devem passar duas cônicas, uma primeira com focos em P_n e F_{n-1} e a segunda com focos em P_n e F_n .

As variáveis que possuem asteriscos (n^*) são as que dependem do ponto P_n e são relativas a pontos com índice $n-1$. Por dependerem do foco P_n , elas não se mantêm de uma iteração para outra, não sendo aqui representadas pelo índice $n-1$.

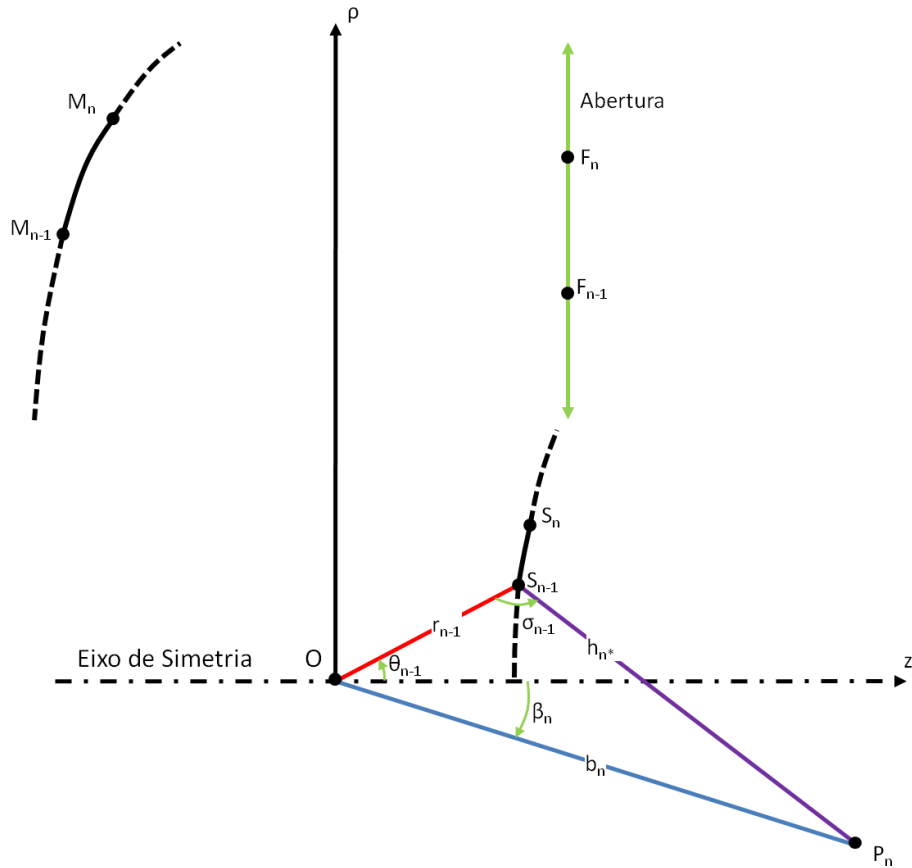


Fig. 10 Triângulo onde é aplicada a lei do seno.

Através da lei do seno no triângulo $OS_{n-1}P_n$, são obtidas:

$$b_n = \text{sen } \sigma_{n-1} \frac{r_{n-1}}{\text{sen}(-\beta_n + \sigma_{n-1} + \theta_{n-1})} \quad (12)$$

$$h_{n*} = \text{sen}(-\beta_n + \theta_{n-1}) \frac{b_n}{\text{sen } \sigma_{n-1}}, \quad (13)$$

com seus parâmetros destacados na Fig. 10.

$$t_{On} = r_{n-1} - h_{n*} \quad (14)$$

Em qualquer ponto de uma elipse, a soma das distâncias aos seus dois focos equivale a uma constante, que é igual ao seu eixo principal (corda que passa

por seus dois focos), e pode ser chamada de percurso da cônica de um foco ao outro. Já nos pontos da hipérbole, a diferença entre as distâncias para os seus focos equivale a uma constante, que também é igual ao seu eixo principal. Como um dos focos da hipérbole é virtual, o percurso da hipérbole é a diferença entre a distância para seu foco real e a distância para seu foco virtual. Utilizando estas características das cônicas, pode-se obter o percurso total que a onda viaja desde a origem até a abertura, somando os percursos (eixos principais) das cônicas do sub-refletor e do refletor principal. Por isso, a soma dos eixos principais das cônicas do sub-refletor t_{On} e do refletor principal t_{Fn} equivale ao percurso total q_n partindo da origem até a abertura do refletor principal. Já o eixo principal t_{Fn^*} equivale à diferença entre q_{n-1} e t_{On} . Os percursos q e os eixos principais t estão evidenciados na Fig. 11.

Com o eixo principal t_{On} da cônica com focos O e P_n , obtém-se os eixos principais das cônicas confocais em P_n , e com segundo foco em F_n e F_{n-1} , pela diferença do percurso q_n e q_{n-1} com o eixo maior t_{On} :

$$t_{Fn} = q_n - t_{On} \quad (16)$$

$$t_{Fn^*} = q_{n-1} - t_{On}. \quad (17)$$

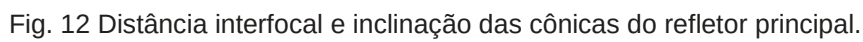
Depois, utiliza-se a lei dos cossenos nos triângulos $OF_{n-1}P_n$ e OF_nP_n para se obter as distâncias interfocais das cônicas do refletor principal c_n e c_{n^*} e os ângulos γ_n e γ_{n^*} . Os triângulos $OF_{n-1}P_n$ e OF_nP_n estão evidenciados na Fig. 12.

$$c_n^2 = a_n^2 + b_n^2 - 2 a_n b_n \cos (\alpha_n - \beta_n) \quad (18)$$

$$c_{n^*}^2 = a_{n-1}^2 + b_n^2 - 2 a_{n-1} b_n \cos (\alpha_{n-1} - \beta_n) \quad (19)$$

$$\cos(\gamma_n) = \frac{c_n^2 + b_n^2 - a_n^2}{2 c_n b_n} \quad (20)$$

$$\cos(\gamma_{n^*}) = \frac{c_{n^*}^2 + b_n^2 - a_{n-1}^2}{2 c_{n^*} b_n}. \quad (21)$$


$$e_{Fn} = \frac{c_n}{t_{Fn}} \quad (22)$$

$$e_{\text{Fn}^*} = \frac{c_{\text{n}^*}}{t_{\text{Fn}^*}}. \quad (23)$$

Utilizando a equação obtida em [14], que relaciona o ângulo de incidência de um raio numa hipérbole com seu ângulo de reflexão, obtêm-se o ângulo η_n , relacionado ao ângulo de incidência θ_n . Esses ângulos estão destacados na Fig. 13.

$$\tan \frac{\eta_n}{2} = \frac{e_{On} - 1}{e_{On} + 1} \tan \frac{\theta_n - \beta_n}{2}. \quad (24)$$

Finalmente, compara-se o segmento $\overline{P_n M_n}$ obtido através da cônica com focos em P_n e F_{n-1} com o segmento $\overline{P_n M_n}$ obtido através da cônica com focos em P_n e F_n para se obter o *erro*. Em (25) é apresentado o cálculo do *erro* e na Fig. 13 os percursos q_n e q_{n-1} são ilustrados:

$$\text{erro} = \frac{\frac{c_n}{e_{Fn}} (e_{Fn}^2 - 1)}{e_{Fn} \cos(\eta_n - \gamma_n) - 1} - \frac{\frac{c_{n*}}{e_{Fn*}} (e_{Fn*}^2 - 1)}{e_{Fn*} \cos(\eta_n - \gamma_{n*}) - 1}. \quad (25)$$

Este *erro* de (25) deve ser minimizado na solução das equações. Ele representa uma divergência entre os percursos estabelecidos para cada foco da abertura, e os percursos que o par de pontos dos refletores S_n e M_n , proporcionam para os focos F_n e F_{n-1} e, conseqüentemente, da fase na abertura. Esta divergência se torna relevante quando o valor do *erro* encontrado após solução do sistema de equações se aproxima do valor de comprimento de onda, de acordo com a frequência de operação da antena.

A ideia inicial deste trabalho era obter uma solução fechada para o problema. Contudo, devido ao grande número de equações, o modo como elas se relacionam e a presença de funções trigonométricas, isto não foi possível. Como mostrado no apêndice A, tentou-se utilizar o programa MATHEMATICA para solucionar o problema transformando os senos e cossenos das equações (12) - (25) em tangentes de meio ângulo, $\tan(\beta/2)$, através de identidades trigonométricas. Além disso, tentou-se utilizar as leis das tangentes e das cotangentes no lugar das leis do seno e cosseno, fazendo com que a incógnita do problema fosse a tangente do ângulo, e não o ângulo.

Com isso, a abordagem computacional numérica foi escolhida para a solução deste problema. A solução numérica se mostrou eficiente para a resolução

deste problema, apresentando pequenos erros, e pequeno tempo de execução. Ela é descrita no Capítulo 3 a seguir.

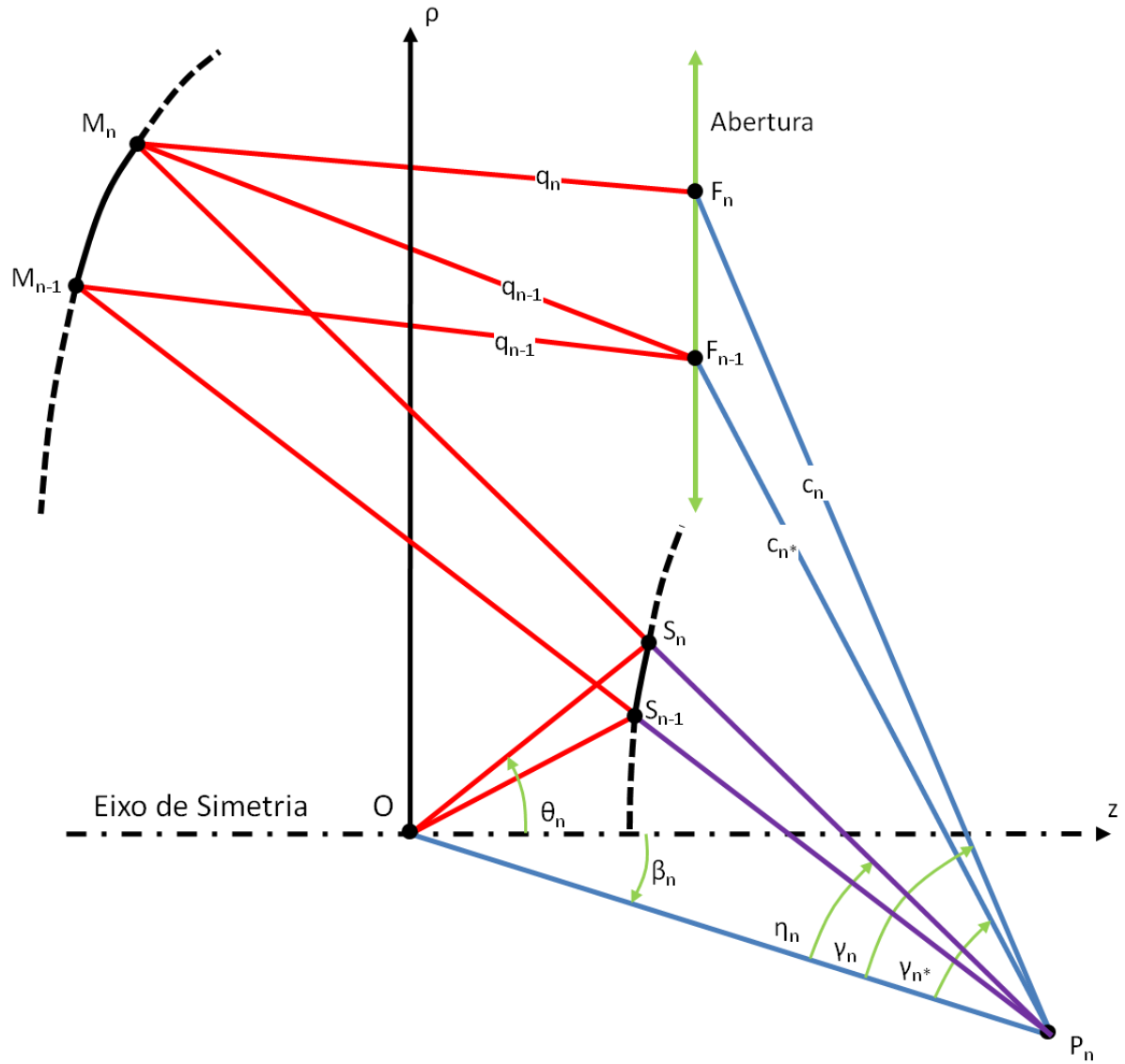


Fig. 13 Divergência de percurso da onda até a abertura.

3 SOLUÇÃO NUMÉRICA

3 SOLUÇÃO NUMÉRICA

Definidas as equações da modelagem da antena no Capítulo 2, as etapas para solucionar numericamente o problema são apresentadas. Primeiramente são definidos os parâmetros iniciais do problema na Seção 3.1. Na Seção 3.2, é descrita a aplicação do controle de fase sobre os focos sobre a abertura da antena. Já na Seção 3.3, solução numérica das equações de amplitude é descrita. Finalmente na Seção 3.4, é apresentada a solução iterativa para a modelagem dos refletores da antena.

3.1 PARÂMETROS INICIAIS DO PROBLEMA

A solução da formulação apresentada passa primeiramente pela definição dos parâmetros iniciais do problema. Assim, são definidos:

- O tipo de antena duplo refletora com eixo deslocado (Seção 3.1.1).
- Os focos sobre a abertura, com suas respectivas fases e amplitudes (Seção 3.1.2).
- O cone angular de radiação da fonte a ser interceptado pelo sub-refletor do conjunto (Seção 3.1.3).
- Os pontos iniciais do sub-refletor e do refletor principal (Seção 3.1.4).
- Modelo do alimentador e frequência de operação (Seção 3.1.5).

3.1.1 Tipo de antena duplo refletora

A definição do tipo de antena refletora influencia primeiramente na posição da linha cáustica dos pares de cônicas, sendo virtuais ou reais dependendo do tipo de antena escolhida. Em segundo lugar, o tipo de antena define a localização dos focos P_n das cônicas do sub-refletor e refletor principal. Estes focos P_n formam os anéis cáusticos dos pares de cônicas dos refletores.

Definidas as posições dos anéis e linhas cáusticos, também se pode definir as posições dos refletores em relação ao eixo z de simetria, e o sentido da

modelagem de cada um dos refletores. Os tipos de antena são ilustrados na Fig. 14 obtida de [5]:

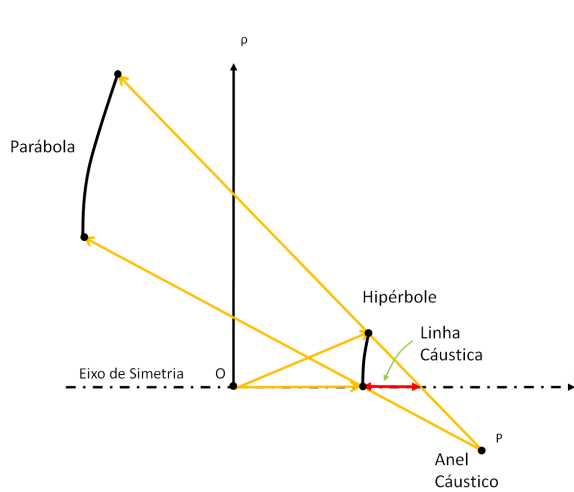


Fig. 14(a) Antena ADC (Cassegrain) [5].

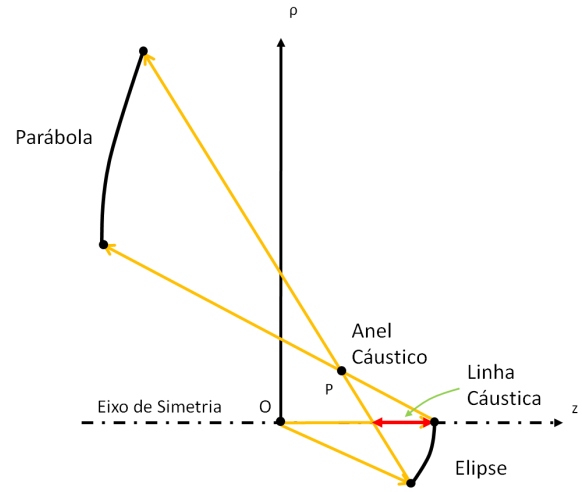


Fig. 14(b) Antena ADG (Gregorian) [5].

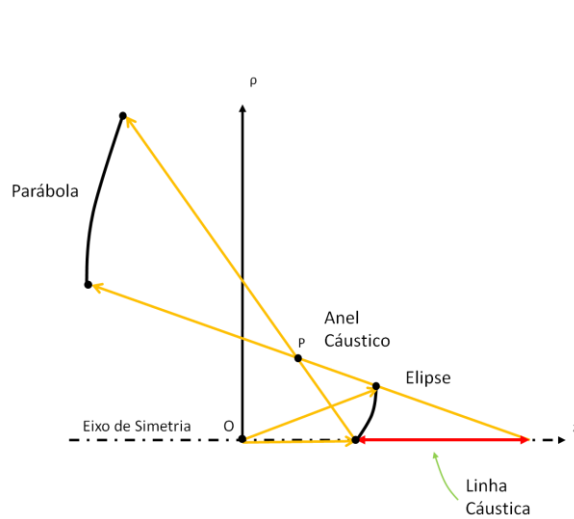


Fig. 14(c) Antena ADE (Elipse) [5].

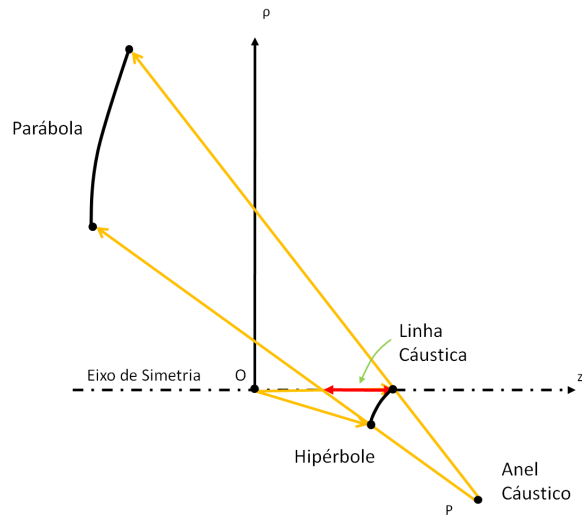


Fig. 14(d) Antena ADH (Hipérbole) [5].

Quando a linha cáustica é real, como ilustrado pelo ponto T em Fig. 14(b) e Fig. 14(d), as geratrizes dos refletores são posicionadas em lados opostos do eixo de simetria. Quando a linha cáustica é virtual, as geratrizes estão do mesmo lado do eixo z , como em Fig. 14(a) e Fig. 14(c).

O anel cáustico das cônicas das geratrizes dos refletores é real quando o ponto P está entre os refletores. Neste caso, o sub-refletor e o refletor principal são modelados em sentidos opostos, sendo um de cima para baixo e o outro de baixo

para cima como em Fig. 14(b) e Fig. 14(c). O anel cáustico das cônicas torna-se virtual quando o ponto P encontra-se atrás do sub-refletor. Neste caso, os dois refletores são modelados no mesmo sentido, como em Fig. 14(a) e Fig. 14(d).

Desta maneira, estabelecendo-se a geratriz do refletor principal acima do eixo de simetria, e a modelagem do sub-refletor do centro para a borda, temos a posição do sub-refletor e o sentido de modelagem do refletor principal definidos para cada tipo de antena duplo refletora com eixo deslocado, como descrito a seguir:

- Cassegrain Deslocada Axialmente (ADC) em Fig. 14(a), com a geratriz do sub-refletor acima do eixo de simetria e o refletor principal modelado do centro para a borda.
- Gregorian Deslocada Axialmente (ADG) em Fig. 14(b), com a geratriz do sub-refletor abaixo do eixo de simetria e o refletor principal modelado do centro para a borda.
- Elipse Deslocada Axialmente (ADE) em Fig. 14(c), com a geratriz do sub-refletor acima do eixo de simetria e o refletor principal modelado da borda para o centro.
- Hipérbole Deslocada Axialmente (ADH) em Fig. 14(d), com a geratriz do sub-refletor abaixo do eixo de simetria e o refletor principal modelado da borda para o centro.

As equações apresentadas neste trabalho são para a antena ADC, sendo necessário adaptá-las para utilizá-las nos outros tipos de antenas. Na Fig. 15, a posição dos refletores e o sentido da modelagem são ilustrados.

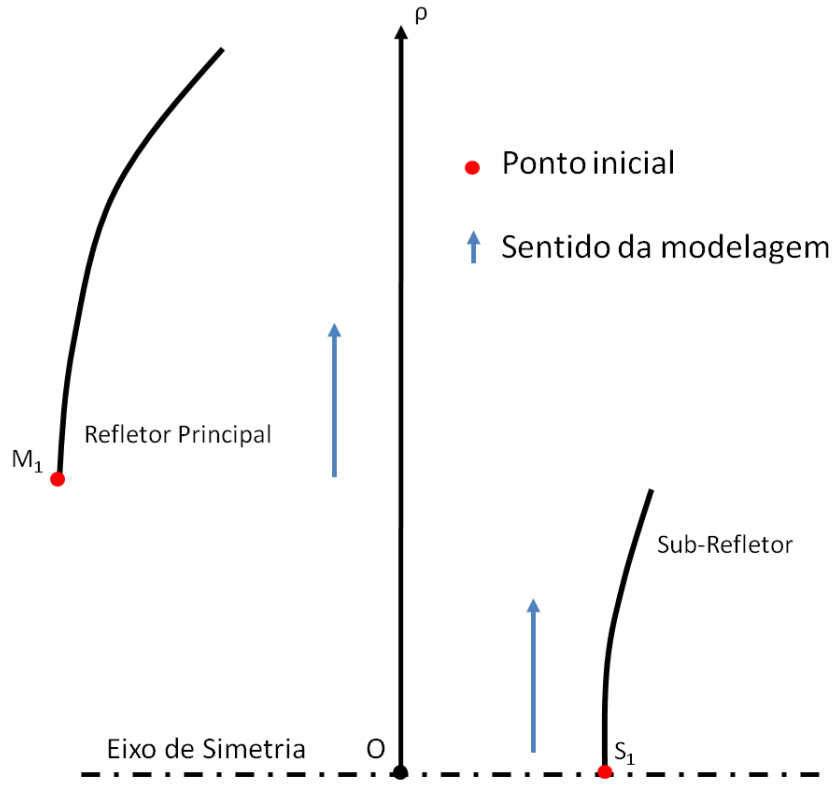


Fig. 15 Posição dos refletores e sentido de modelagem da antena Cassegrain Deslocada Axialmente (ADC).

3.1.2 Focos sobre a abertura

É necessário também definir os focos sobre a abertura da antena, com suas respectivas fases e amplitudes. Os focos podem ser distribuídos arbitrariamente sobre a abertura, sendo usualmente distribuídos de maneira uniforme. A abertura é definida entre $\rho = D_B/2$ e $\rho = D_M/2$, que são as alturas do primeiro foco F_1 e do último foco F_{max} respectivamente.

Com as posições dos focos definidas, é possível calcular os parâmetros a_n e α_n para cada foco F_n como demonstrado a seguir:

$$a_n = \sqrt{z_{F_n}^2 + \rho_{F_n}^2} \quad (26)$$

$$\cot(\alpha_n) = \frac{z_{F_n}}{\rho_{F_n}}, \quad (27)$$

sendo z_{F_n} e ρ_{F_n} as coordenadas z e ρ do foco F_n .

A distribuição de amplitude e de fase na abertura pode ser definida através de funções que relacionam a posição do foco a um determinado valor de amplitude ou de fase, ou através de uma tabela com os valores de amplitude e fase para cada foco F_n na abertura.

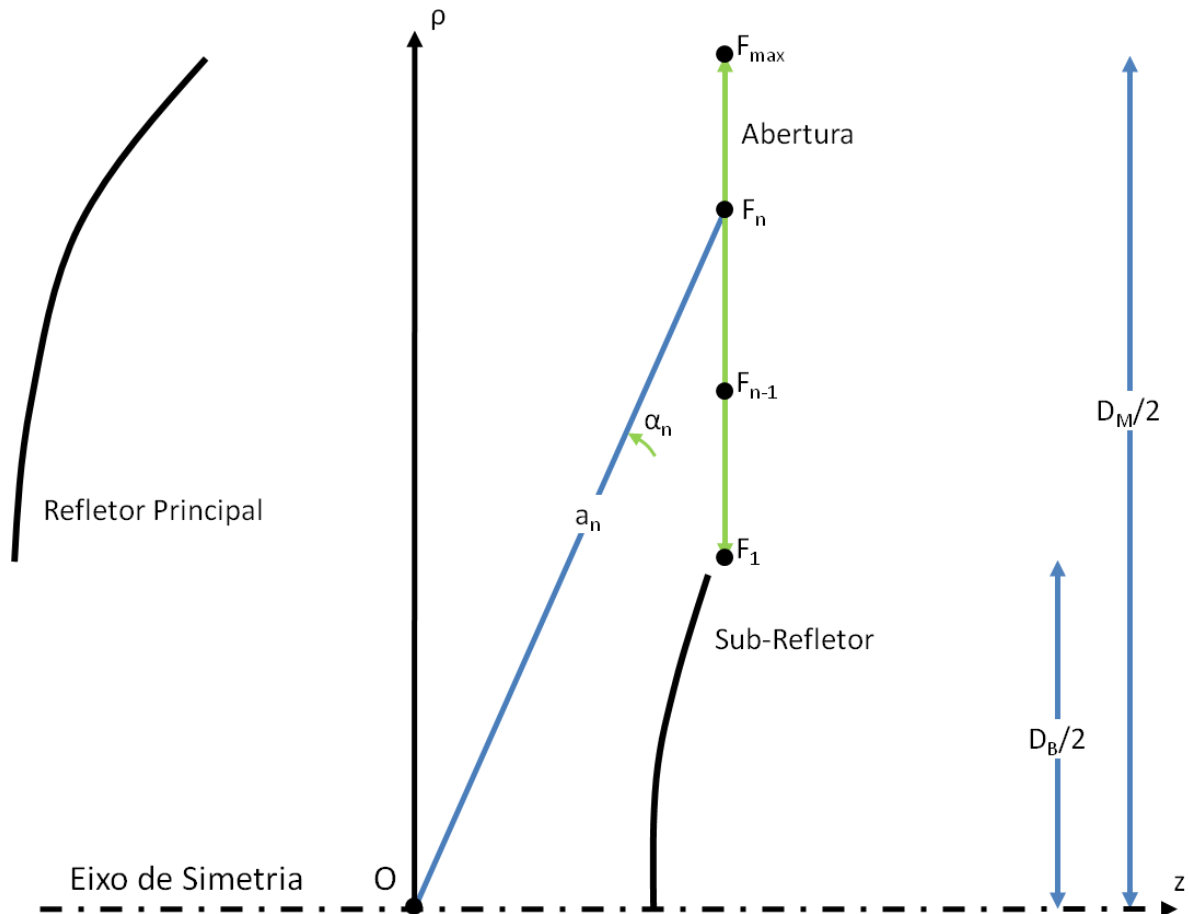


Fig. 16 Distribuição dos focos sobre a abertura.

3.1.3 Cone angular

O cone angular de radiação da fonte a ser interceptado pelo sub-refletor é definido pelo parâmetro θ_e , como ilustrado na Fig. 17. Logo, o processo de modelagem dos refletores é interrompido quando $\theta_n = \theta_e$.

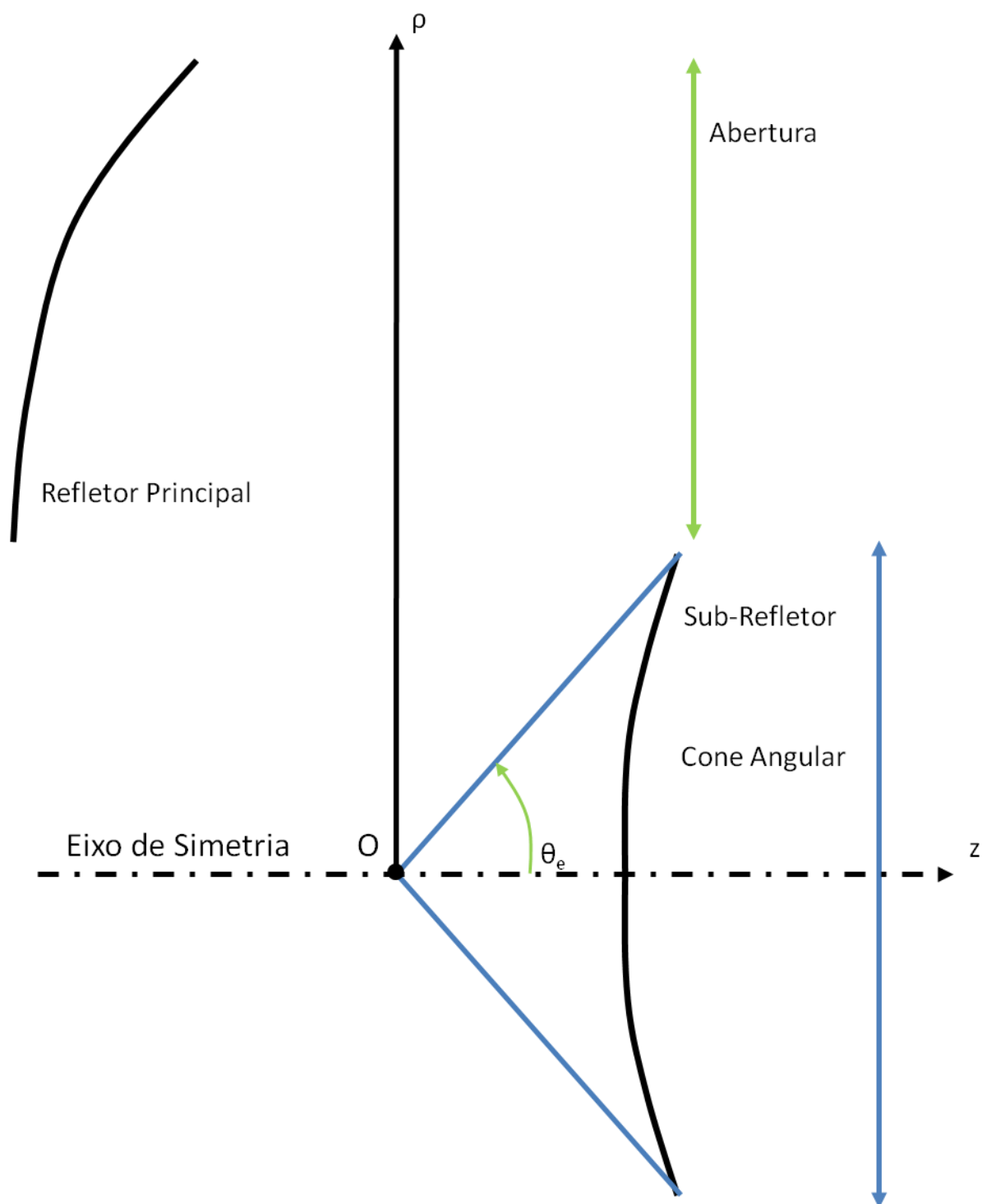


Fig. 17 Cone angular e o ângulo de borda do sub-refletor.

3.1.4 Pontos iniciais dos refletores

Os pontos iniciais escolhidos para a modelagem dos refletores devem respeitar o tipo de antena escolhido e a posição dos focos sobre a abertura. O primeiro ponto do refletor principal deve estar na mesma altura ρ do primeiro foco da abertura, como ilustrado na Fig. 18. Além disso, os pontos iniciais determinam o primeiro raio r_1 , o percurso q_1 e o ângulo σ_1 .

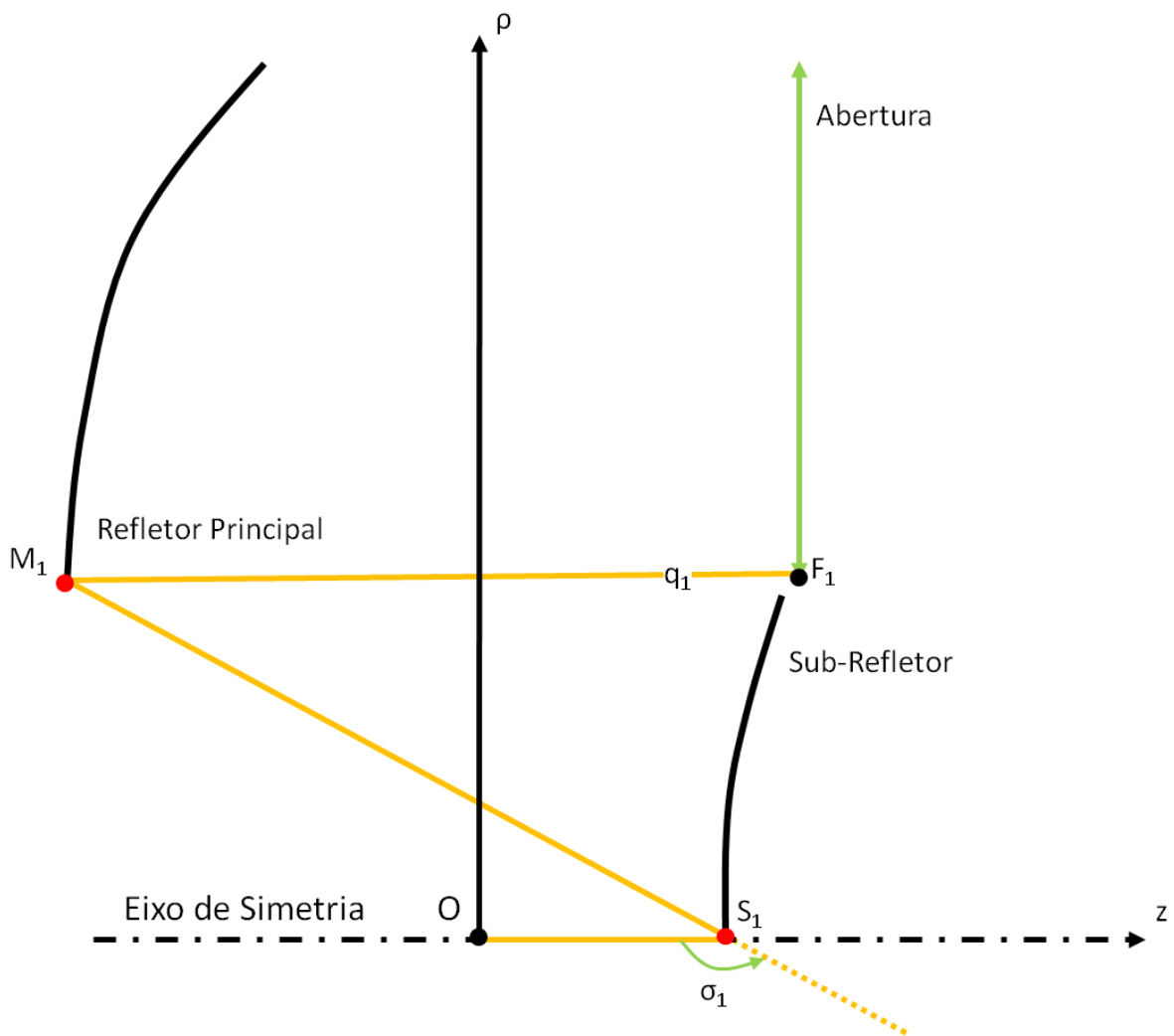


Fig. 18 Pontos iniciais dos refletores e os parâmetros que eles determinam.

De acordo com as coordenadas de S_1 e M_1 , pode-se calcular os parâmetros r_1 , q_1 e σ_1 :

$$r_1 = z_{S_1} \quad (28)$$

$$q_1 = z_{S_1} + \sqrt{(z_{S_1} - z_{M_1})^2 + (\rho_{S_1} - \rho_{M_1})^2} + z_{F_1} - z_{M_1} \quad (29)$$

$$\cot(\sigma_1) = \frac{z_{M_1} - z_{S_1}}{\rho_{M_1}}. \quad (30)$$

3.1.5 Frequência de operação e modelo do alimentador

A frequência de operação e o modelo do alimentador devem ser definidos previamente à modelagem da antena. Com a frequência de operação, é possível calcular os percursos q_n a partir dos desvios de fase através de (3). Já o modelo do alimentador é utilizado nas equações de controle de amplitude na abertura da antena, para descobrir o ângulo θ_n relativo a cada foco F_n da abertura através de (10).

Neste trabalho, o modelo de alimentador escolhido foi o cosseno-elevado:

$$G_F(\theta_F) = \frac{\cos^{2p}\left(\frac{\theta_F}{2}\right)}{r_F^2}, \quad (31)$$

com o expoente p controlando a diretividade da fonte utilizada como alimentador da antena duplo-refletora.

3.2 CONTROLE DA FASE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL

As fases nos focos F_n da abertura são definidas baseadas no primeiro foco F_1 da abertura. O percurso q_1 é descoberto para o primeiro foco como descrito em (29). Para os demais focos, é considerada a diferença de fase para o primeiro foco da abertura.

Assim, através de (3) e (4) são descobertos os tamanhos dos percursos q_n relativos a cada foco da abertura, utilizando o desvio de fase de cada foco em relação a F_1 .

3.3 CONTROLE DE AMPLITUDE NA ABERTURA DO REFLETOR PRINCIPAL

O controle de amplitude na abertura do refletor principal é obtido através das equações da Seção 2.2. Com elas, é possível descobrir o ângulo θ_n relacionado a cada foco da abertura.

Para tanto, um algoritmo numérico é aplicado em (5), caso a amplitude seja apresentada como uma função contínua sobre a abertura, ou em (10), caso a abertura seja descrita por uma função discreta. Este algoritmo numérico descobre o ângulo θ_n que soluciona a equação para cada um dos focos da abertura. Neste trabalho, o algoritmo numérico utilizado foi o *fzero* do programa MATLAB, que utiliza uma combinação dos métodos da bisseção, das secantes e da interpolação quadrática inversa para encontrar a raiz de uma equação ou função não linear [15].

3.4 MODELAGEM DA ANTENA

A solução da modelagem da antena é obtida através da solução numérica das equações da Seção 2.3, que foram agrupadas para formar o sistema (32) – (45) de quatorze equações, através da função. Todas as equações do sistema (32) – (45) dependem da variável β_n , e podem ser resolvidas sequencialmente. Isso é possível, pois cada equação do sistema (32) – (45) depende apenas dos parâmetros de entrada do problema, das variáveis descobertas na iteração anterior ($n-1$), e das variáveis obtidas nas equações que a antecedem do próprio sistema (32) – (45). Ou seja: a primeira equação (32) do sistema não depende das equações posteriores (33) – (45); a segunda equação (33) do sistema depende da primeira equação (32), mas não depende das equações posteriores (34) – (45); a terceira equação (34) do sistema depende das duas primeiras equações (32) e (33), mas não depende das equações posteriores (35) – (45); e assim por diante.

Desta maneira, o sistema (32) – (45) pode ser visto como uma única função, onde o erro a ser zerado é função da variável β_n , a ser determinada para cada par de cônicas. Este sistema é apresentado a seguir:

$$b_n = \text{sen } \sigma_{n-1} \frac{r_{n-1}}{\text{sen}(-\beta_n + \sigma_{n-1} + \theta_{n-1})} \quad (32)$$

$$h_{n*} = \text{sen}(-\beta_n + \theta_{n-1}) \frac{b_n}{\text{sen } \sigma_{n-1}} \quad (33)$$

$$t_{On} = r_{n-1} - h_{n*} \quad (34)$$

$$e_{On} = \frac{b_n}{t_{On}} \quad (35)$$

$$t_{Fn} = q_n - t_{On} \quad (36)$$

$$t_{Fn*} = q_{n-1} - t_{On} \quad (37)$$

$$c_n^2 = a_n^2 + b_n^2 - 2 a_n b_n \cos(\alpha_n - \beta_n) \quad (38)$$

$$c_{n*}^2 = a_{n-1}^2 + b_n^2 - 2 a_{n-1} b_n \cos(\alpha_{n-1} - \beta_n) \quad (39)$$

$$\cos(\gamma_n) = \frac{c_n^2 + b_n^2 - a_n^2}{2 c_n b_n} \quad (40)$$

$$\cos(\gamma_{n*}) = \frac{c_{n*}^2 + b_n^2 - a_{n-1}^2}{2 c_{n*} b_n} \quad (41)$$

$$e_{Fn} = \frac{2 c_n}{t_{Fn}} \quad (42)$$

$$e_{Fn*} = \frac{2 c_{n*}}{t_{Fn*}} \quad (43)$$

$$\tan \frac{\eta_n}{2} = \left(\frac{e_{On} + 1}{e_{On} - 1} \right) \tan \frac{\theta_n - \beta_n}{2} \quad (44)$$

$$\text{erro} = \frac{\left(\frac{c_n}{2 e_{Fn}} \right) (e_{Fn}^2 - 1)}{(e_{Fn} \cos(\eta_n - \gamma_n) - 1)} - \frac{\left(\frac{c_{n*}}{2 e_{Fn*}} \right) (e_{Fn*}^2 - 1)}{(e_{Fn*} \cos(\eta_n - \gamma_{n*}) - 1)}. \quad (45)$$

Assim, utilizando o programa MATLAB de cálculo numérico, foi possível criar uma função em que a variável β_n e os parâmetros iniciais do problema descritos na Seção 3.1 ou os parâmetros obtidos na iteração anterior são as variáveis de entrada desta função, e que retorna o *erro* da última equação (45) do sistema. Essa função pôde ser otimizada para cada iteração através da função *fzero*, que encontra a raiz de uma função, encontrando assim o ângulo β_n que minimiza o valor absoluto do

erro. Com esse valor descoberto de β_n é possível calcular os pontos S_n e M_n dos refletores, além de realimentar o sistema para a próxima iteração.

3.5 PONTOS DOS REFLETORES E REALIMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO

Quando o *erro* de (45) é minimizado, descobre-se o ângulo β_n . Através deste ângulo, podem-se calcular os pontos S_n e M_n dos refletores, e as variáveis necessárias para a próxima iteração, como descrito a seguir:

$$r_n = \frac{\left(\frac{b_n}{2e_{0n}}\right)(e_{0n}^2 - 1)}{(e_{0n} \cos(\theta_n - \beta_n) - 1)} \quad (46)$$

$$z_{S_n} = \cos \theta_n * r_n, \quad \rho_{S_n} = \sin \theta_n * r_n \quad (47)$$

$$z_{P_n} = \cos \beta_n * b_n, \quad \rho_{P_n} = \sin \beta_n * b_n \quad (48)$$

$$\sigma_n = \pi - \theta_n + \beta_n - \eta_n \quad (49)$$

$$\overline{P_n M_n} = \frac{\left(\frac{c_n}{2e_{Fn}}\right)(e_{Fn}^2 - 1)}{(e_{Fn} \cos(\eta_n - \gamma_n) - 1)} \quad (50)$$

$$z_{M_n} = z_{P_n} + \cos(\pi - \eta_n + \beta_n) * \overline{P_n M_n}, \quad \rho_{M_n} = \rho_{P_n} + \sin(\pi - \eta_n + \beta_n) * \overline{P_n M_n}. \quad (51)$$

As equações (46) e (47) são utilizadas para obter a posição do ponto S_n , sendo que z_{S_n} e ρ_{S_n} são as coordenadas z e ρ do ponto S_n . Já o ponto M_n é definido através das equações de (48) até (51), com z_{M_n} e ρ_{M_n} sendo as coordenadas z e ρ do ponto M_n .

As equações (46) e (50) são obtidas da equação de uma cônica em coordenadas polares. Já (47) e (48) vêm da transformação dos vetores de coordenadas polares para Cartesianas. A equação (51) se dá da soma em coordenadas Cartesianas do vetor da distância interfocal do sub-refletor $b_n \angle \beta_n$ com o vetor do raio da cônica do refletor principal $\overline{P_n M_n} \angle (\pi - \eta_n + \beta_n)$. A equação (48) é obtida da soma dos ângulos do triângulo $OS_n P_n$.

3.6 AJUSTE DO PONTO INICIAL DO REFLETOR PRINCIPAL

O ponto inicial do refletor principal precisa ser ajustado, pois não se tem informação da localização do ponto P_1 antes da primeira iteração. Assim, utilizam-se as variáveis descobertas na primeira iteração para calcular a posição de M_1 que pertença à cônica com focos em P_2 e F_1 .

As equações (52) a (55) são utilizadas para determinar a posição correta de M_1 :

$$z_{P_2} = \cos \beta_2 * b_2, \quad \rho_{P_2} = \sin \beta_n * b_2 \quad (52)$$

$$\eta_{2*} = \pi + \beta_2 - \sigma_1 \quad (53)$$

$$\overline{P_2 M_1} = \frac{\left(\frac{c_{2*}}{2 e_{F2*}}\right) (e_{F2*}^2 - 1)}{(e_{F2*} \cos(\eta_{2*} - \gamma_{2*}) - 1)} \quad (54)$$

$$z_{M_1} = z_{P_2} + \cos(\pi - \eta_{2*} + \beta_2) * \overline{P_2 M_1}, \quad \rho_{M_1} = \rho_{P_2} + \sin(\pi - \eta_{2*} + \beta_2) * \overline{P_2 M_1}. \quad (55)$$

Através de (55), é descoberto o primeiro ponto correto do refletor principal M_1 , com z_{M_1} e ρ_{M_1} como as coordenadas z e ρ do ponto M_1 .

As equações (52) até (55) são obtidas das cônicas com focos em O , P_2 e F_1 . O termo η_{2*} calculado em (53) é obtido do triângulo OP_2S_1 . Estas equações realizam a soma do vetor $b_2 \angle \beta_2$ com o vetor $\overline{P_2 M_1} \angle (\pi - \eta_{2*} + \beta_2)$. As variáveis presentes nas equações de (52) a (55) estão ilustradas na Fig. 19.

A solução numérica descrita é aplicada em dois exemplos de aberturas para validar a técnica apresentada no Capítulo 4. Nestes exemplos, são apresentados os resultados das modelagens, e seus diagramas de radiação. Além disso, foram destacadas as características do método de modelagem proposto, incluindo suas vantagens e limitações.

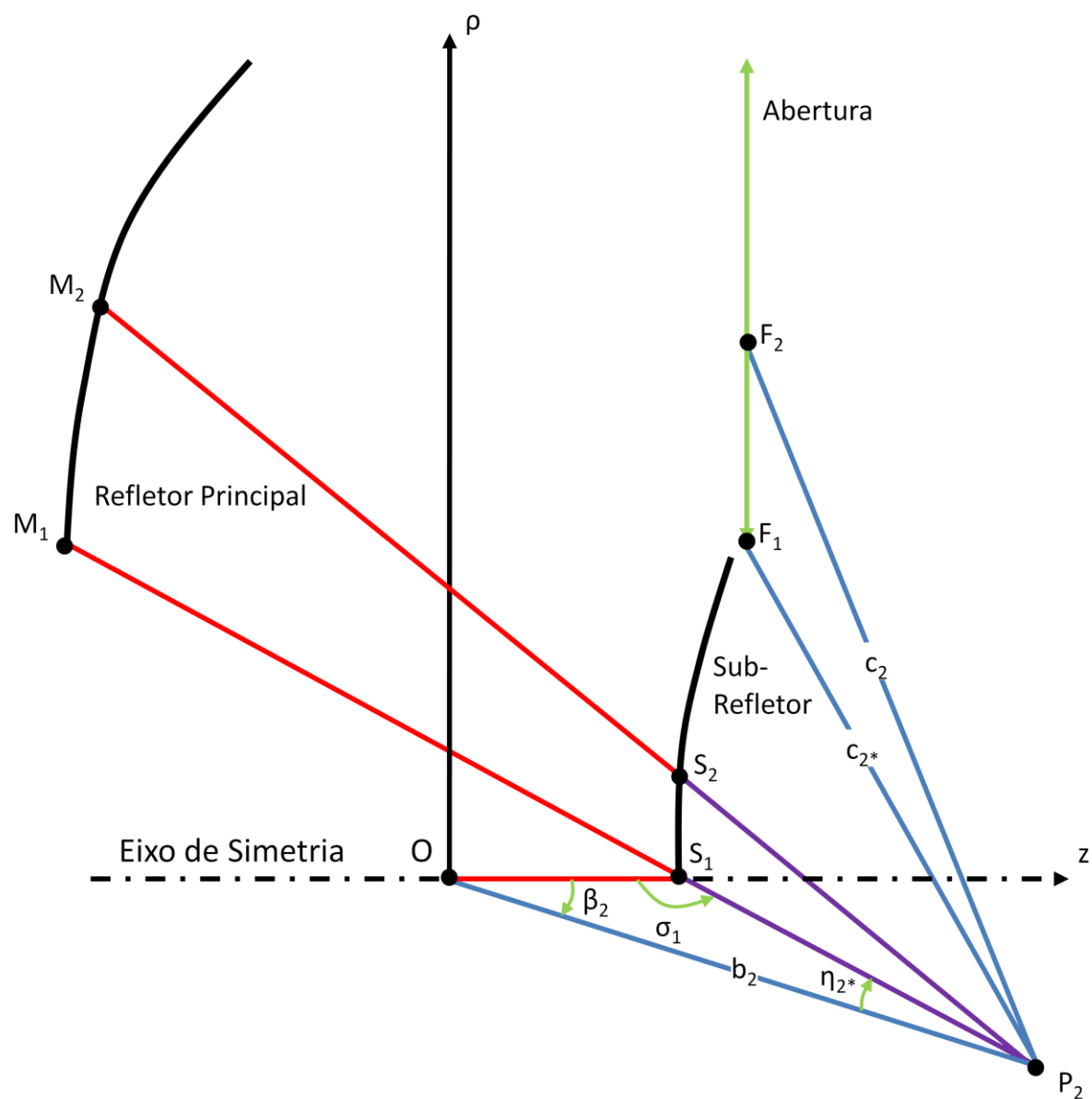


Fig. 19 Ajuste do ponto inicial do refletor principal.

4 RESULTADOS

4 RESULTADOS

A técnica apresentada nos Capítulos 2 e 3 foi aplicada em dois casos distintos. O primeiro sendo o caso com a abertura uniforme obtido de [7], na Seção 4.1. O segundo caso é apresentado na Seção 4.2, em que o perfil de abertura apresentado em [8], que gera um diagrama de radiação de topo aplainado, é adaptado para ser aplicado na técnica descrita neste trabalho.

Os resultados das modelagens das antenas foram obtidos aplicando as equações da técnica e os parâmetros de entrada no programa MATLAB. Cada simulação levou poucos segundos, e o maior erro encontrado foi de um bilionésimo do comprimento de onda em uma dada iteração. Erros maiores, da ordem de um milésimo do comprimento de onda, foram encontrados quando a superfície do refletor principal cruzava a abertura. Para evitar tal problema, procurou-se posicionar o plano da abertura afastado do refletor principal.

As simulações do diagrama de radiação das antenas modeladas foram obtidas através do programa de simulação de radiação por métodos dos momentos desenvolvido em FORTRAN pelo professor Fernando José da Silva Moreira [15] com a ajuda de Tcharles Vinicius de Faria. Os diagramas de radiação foram impressos com o auxílio do programa MATLAB.

4.1 ABERTURA UNIFORME

O exemplo de uma abertura uniforme foi retirado de [7], onde é apresentada uma antena duplo-refletores ADC que proporciona fase e amplitude uniformes na abertura. As dimensões desta antena são descritas a seguir: $D_M=6\text{m}$ ($\approx 100\lambda$), $D_B=0.6\text{m}$ ($\approx 10\lambda$), $q=3\text{m}$ ($\approx 50\lambda$) para todos os pontos F_n sobre a abertura, $\theta_e=30^\circ$, $r_1=0.409\text{m}$ ($\approx 7\lambda$) e $f=5\text{GHz}$, assim como os exemplos estudados em [6] e [7]. A abertura do exemplo [7] está posicionada sobre o eixo ρ ($z=0$). O modelo de alimentador é o descrito em:

$$G_F(\theta_F) = \frac{\cos^{2p}\left(\frac{\theta_F}{2}\right)}{r_F^2}, \quad (56)$$

com $p=83$ para proporcionar uma atenuação de borda de -25dB [6], o que diminui os lóbulos laterais do diagrama de radiação da antena.

Para modelar a antena, deslocou-se o plano da abertura para trás do refletor principal, com $z=-25\lambda$. Experimentalmente, esta foi a posição que possibilitou maior número de pontos sobre a abertura. Os percursos q_n até os focos F_n foram ajustados de acordo com o deslocamento, sendo subtraídos 25λ de todos os percursos q_n para compensar o deslocamento da abertura e manter os refletores nas mesmas posições. Foram distribuídos uniformemente mil pontos sobre a abertura. A antena modelada é apresentada na Fig. 20 e comparada à obtida em [7]:

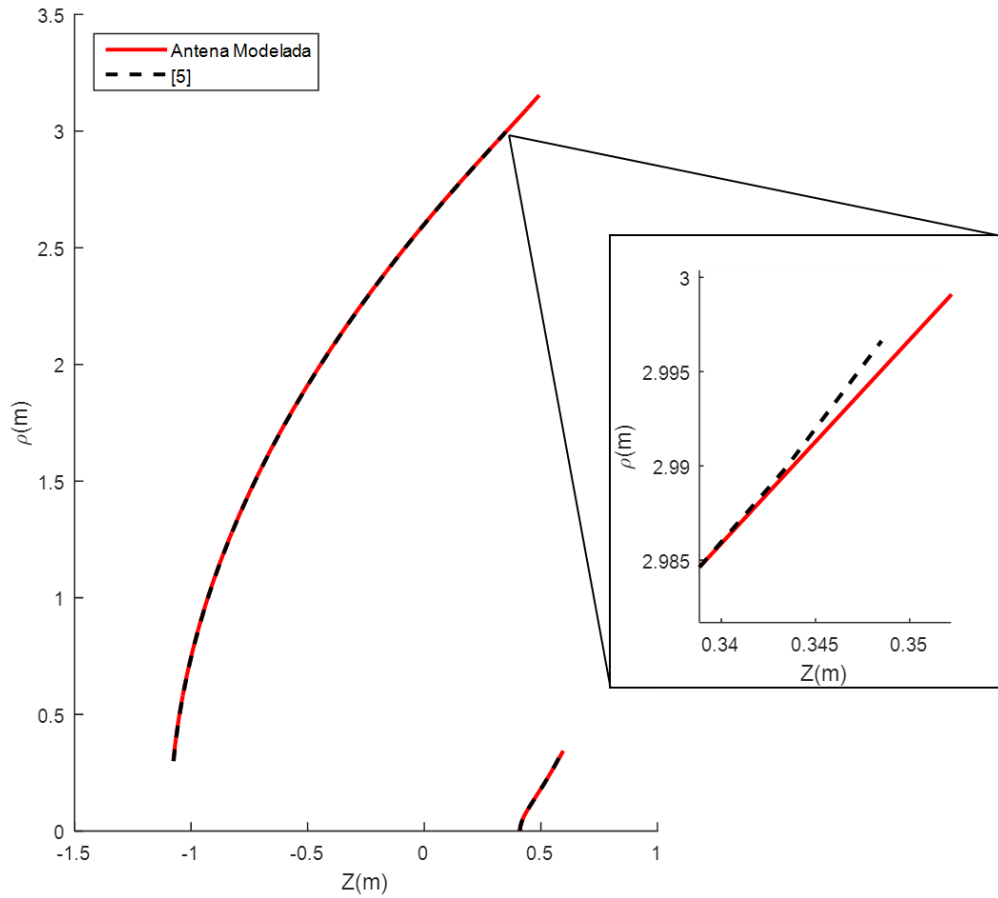


Fig. 20 Antena modelada com abertura uniforme, comparada à de [5].

Da Fig. 20, observa-se que a antena modelada pela presente técnica coincidiu com a de [7], diferenciando-se apenas na sua porção final. O diâmetro do refletor principal da antena modelada pela técnica ficou cerca de 30cm (aproximadamente 5λ) maior do que a antena da referência [7]. Além disso, a porção final da antena da referência está afastada em menos de 2mm (aproximadamente $0,03\lambda$) da antena modelada. Esta diferença se deve ao uso de cônicas genéricas na modelagem da geratriz do refletor principal na presente técnica, em comparação com [7], que usa apenas parábolas na geratriz do refletor principal de sua antena.

A escolha por posicionar a abertura afastada do refletor principal foi feita a partir de testes executados. Nos testes realizados com a abertura sobre o eixo ρ ($z=0$), o ponto do refletor principal que cruza a abertura apresentou erros da ordem de um milésimo do comprimento de onda. Isto porque a técnica atual não é capaz de encontrar um ponto do refletor principal exatamente entre dois focos da abertura, empurrando-o para frente ou para trás da abertura. Quando o refletor principal cruza a abertura, mas os pontos da síntese ficam fora do plano da abertura, a técnica funciona normalmente.

Através dos testes realizados também foi possível descobrir a posição da abertura em relação ao refletor principal que possibilitou o maior número de pontos definidos sobre a abertura. Descobriu-se que quando a abertura é posicionada atrás do refletor principal é possível aplicar a técnica com pelo menos mil pontos sobre a abertura, o que não foi possível com a abertura posicionada à frente do refletor principal. Isto porque com o aumento de pontos sobre a abertura, os focos sobre a abertura começam a ficar muito próximos, fazendo com que as cônicas comparadas na última equação (45) do sistema fiquem muito próximas uma da outra, sendo pequena a diferença entre elas. Isto faz com que o método numérico de solução do sistema (32) – (45) convirja para resultados espúrios, principalmente quando as cônicas do refletor principal são elipses. A vantagem da escolha de hipérboles a elipses para o refletor principal pode ser observada na equação do *erro* do sistema (32) – (45), repetida aqui em (57):

$$\text{erro} = \frac{\left(\frac{c_n}{2 e_{Fn}}\right) (e_{Fn}^2 - 1)}{(e_{Fn} \cos(\eta_n - \gamma_n) - 1)} - \frac{\left(\frac{c_{n*}}{2 e_{Fn*}}\right) (e_{Fn*}^2 - 1)}{(e_{Fn*} \cos(\eta_n - \gamma_{n*}) - 1)}. \quad (57)$$

Para cônicas muito semelhantes, podemos considerar que o *erro* de (57) se deve principalmente aos termos dominantes de segunda ordem, como explicitado em (58) e (59):

$$\text{erro} = \frac{\left(\frac{c_n}{2}\right) (e_{Fn}^2 - 1) e_{Fn*}^2}{e_{Fn*}^2 e_{Fn}^2 \left(\cos(\eta_n - \gamma_n) - \frac{1}{e_{Fn}}\right)} - \frac{\left(\frac{c_{n*}}{2}\right) (e_{Fn*}^2 - 1) e_{Fn}^2}{e_{Fn*}^2 e_{Fn}^2 \left(\cos(\eta_n - \gamma_{n*}) - \frac{1}{e_{Fn*}}\right)} \quad (58)$$

$$\lim_{\substack{e_{Fn*} \rightarrow e_{Fn}, \quad e_{Fn*}^2 \neq e_{Fn}^2 \\ c_{Fn*} \rightarrow c_{Fn} \\ \gamma_{Fn*} \rightarrow \gamma_{Fn}}} \text{erro} = \frac{\left(\frac{c_n}{2}\right) (e_{Fn}^2 - e_{Fn*}^2)}{e_{Fn*}^2 e_{Fn}^2 \left(\cos(\eta_n - \gamma_n) - \frac{1}{e_{Fn}}\right)} \propto (e_{Fn}^2 - e_{Fn*}^2). \quad (59)$$

Na Equação (59) é possível observar que o *erro* é proporcional à diferença entre os quadrados das excentricidades para cônicas muito semelhantes. Assim, essa diferença se torna maior quando se utiliza hipérboles nas geratrizes do refletor principal em comparação com o uso de elipses, pois a excentricidade da elipse se encontra entre 0 e 1, e a excentricidade da hipérbole é maior do que 1. Com isso, o método numérico utilizado para solucionar o sistema (32) converge melhor quando se utiliza hipérboles para modelar as geratrizes do refletor principal quando se tem um grande número de focos na abertura da antena. E para tal, os focos F_n têm que ser virtuais. Ou seja, o plano da abertura deve ser posicionado atrás do refletor principal.

Além de analisar a antena modelada por esta técnica, também é conveniente analisar o diagrama de radiação. Na Fig. 21, é exibido o diagrama de radiação da antena modelada, em comparação com o diagrama de radiação obtido em [7].

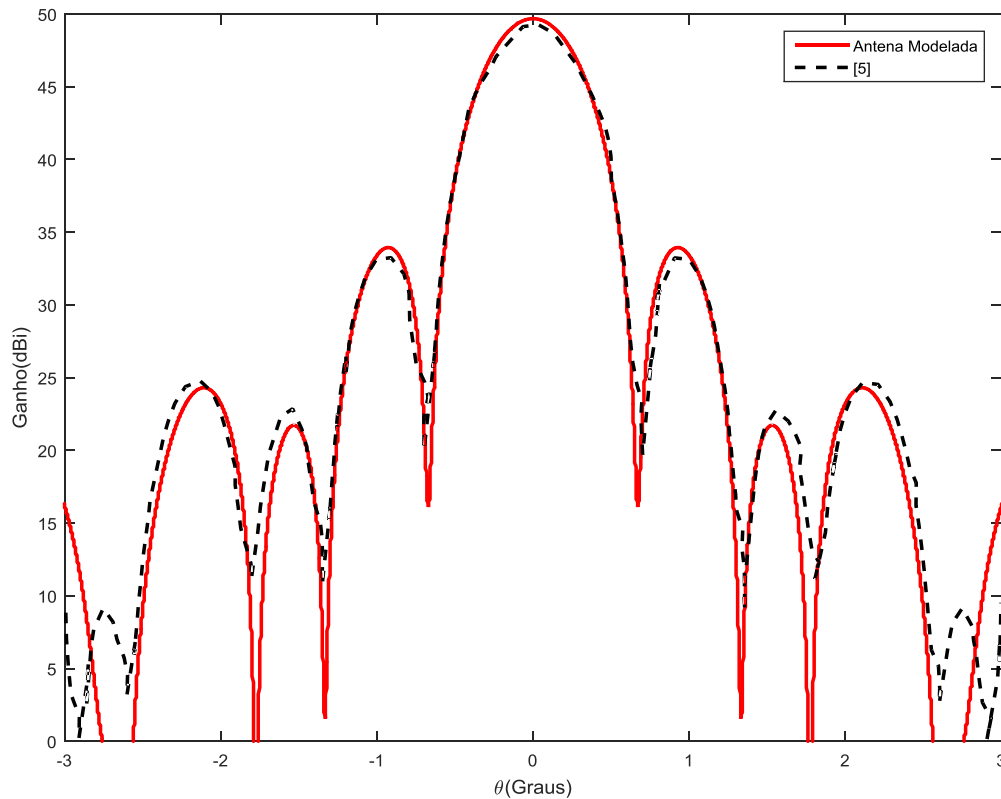


Fig. 21 Diagrama de radiação da antena com abertura uniforme, comparada com [7].

Como se pode observar na Fig. 20, a antena modelada pela técnica apresentada neste trabalho possui basicamente o mesmo diagrama de radiação de [7]. A antena modelada pela presente técnica possui diretividade máxima 0.4dB ($\approx 10\%$) maior do que a de [7], sendo a diretividade da antena modelada 49.7dBi e a de [7] 49.3dBi. Os dois diagramas possuem as mesmas posições dos lóbulos laterais, tendo uma diferença apenas em um lóbulo 40dB (10 mil vezes) menor que o lóbulo principal.

4.2 ABERTURA COM PERFIL NÃO UNIFORME DE AMPLITUDE E FASE

O objetivo nesta seção é modelar uma antena duplo-refletora que tenha um diagrama de radiação de topo plano com (pequenos *ripples*) através do controle da amplitude e da fase na abertura. Para isto, o perfil de abertura obtido de [8] foi adaptado para aplicação da técnica descrita neste trabalho.

O perfil de abertura descrito em [8] possui abertura de apenas 10λ de diâmetro, e não possui bloqueio no centro. Com isso, ela foi adaptada para uma abertura 10 vezes maior (100λ), e com um bloqueio de 10λ . O aumento do tamanho da abertura é necessário, pois a técnica desenvolvida neste trabalho utiliza ótica geométrica nas suas equações. Isto exige que os refletores sejam muito maiores que o comprimento de onda relativo à frequência de operação para que a síntese forneça resultados satisfatórios. Estabeleceu-se neste trabalho que para ser considerado muito maior, o sub-refletor precisaria ter pelo menos 10λ de diâmetro. Escolheu-se do refletor principal com 100λ de diâmetro para que se pudessem comparar as antenas geradas para uma abertura uniforme (Seção 4.1) e para abertura com perfil não uniforme de amplitude e fase.

Como a abertura de [8] não possuía bloqueio, o perfil apresentado foi deslocado para o fim do bloqueio da antena e estendido até a borda do refletor principal. Os tamanhos dos percursos q_n de cada foco da abertura foram obtidos através de (3) e (4), utilizando como referência o percurso do primeiro foco da abertura (q_1).

A antena gerada com distribuição não uniforme de amplitude e fase foi modelada com as mesmas dimensões e pontos iniciais do exemplo da Seção 4.1, para que pudessem ser comparadas entre si. Assim, as dimensões da antena com abertura não uniforme foram: $D_M=6\text{m}$ ($\approx 100\lambda$), $D_B=0.6\text{m}$ ($\approx 10\lambda$), $q_1=3\text{m}$ ($\approx 50\lambda$), $\theta_e=30^\circ$, $r_1=0.409\text{m}$ ($\approx 7\lambda$) e $f=5\text{GHz}$. Assim como no exemplo anterior, a abertura da antena foi deslocada para $z=-25\lambda$. O modelo de alimentador é o mesmo de (56):

$$G_F(\theta_F) = \frac{\cos^{2p}\left(\frac{\theta_F}{2}\right)}{r_F^2}, \quad (60)$$

com $p=83$.

Na Tabela 1 é apresentado o perfil de fase e amplitude utilizado na modelagem para um diagrama de radiação com topo plano.

Resultados

[8] $\rho/(D_M/2)$	Amplitude Normalizada	Fase (Graus)	Aplicação $\rho(m)$	$\Delta q(m)=q_n-q_1$
0	1	180°	0,3	0
0,05	0,961	179°	0,435	-1,667E-04
0,1	0,851	176°	0,57	-6,667E-04
0,15	0,689	169°	0,705	-1,833E-03
0,2	0,51	155°	0,84	-4,167E-03
0,25	0,377	128°	0,975	-8,667E-03
0,3	0,36	92°	1,11	-1,467E-02
0,35	0,429	66°	1,245	-1,900E-02
0,4	0,497	51°	1,38	-2,150E-02
0,45	0,521	41°	1,515	-2,317E-02
0,5	0,494	32°	1,65	-2,467E-02
0,55	0,427	22°	1,785	-2,633E-02
0,6	0,34	10°	1,92	-2,833E-02
0,65	0,257	-7°	2,055	-3,117E-02
0,7	0,199	-31°	2,19	-3,517E-02
0,75	0,178	-59°	2,325	-3,983E-02
0,8	0,181	-82°	2,46	-4,367E-02
0,85	0,191	-98°	2,595	-4,633E-02
0,9	0,2	-108°	2,73	-4,800E-02
0,95	0,204	-114°	2,865	-4,900E-02
1	0,205	-115°	3	-4,917E-02

Tabela 1 Perfil não uniforme de amplitude e fase de [8]

As três primeiras colunas da Tabela 1 foram obtidas de [8]. Na primeira coluna está representado o raio de um ponto da abertura em relação ao raio total da abertura. Cada ponto da abertura está relacionado a uma amplitude na segunda coluna e a uma fase na terceira coluna. A amplitude da segunda coluna é normalizada para ter seu valor máximo igual a 1. A terceira coluna representa a fase com que a onda deve chegar à abertura. Como as dimensões da abertura foram adaptadas para ser aplicada na presente técnica, o raio relativo da primeira coluna foi adaptado para a coordenada ρ na abertura do refletor principal na quarta coluna multiplicando 2,7m com o valor da primeira coluna e somando 0,3m. A quinta coluna representa a diferença de percurso q entre o ponto da abertura e o primeiro ponto da

abertura, obtida utilizando as equações da Seção 2.2.2 e a fase na abertura. Na Fig. 22 é representado o perfil de amplitude e fase aplicado na abertura do refletor principal da antena modelada.

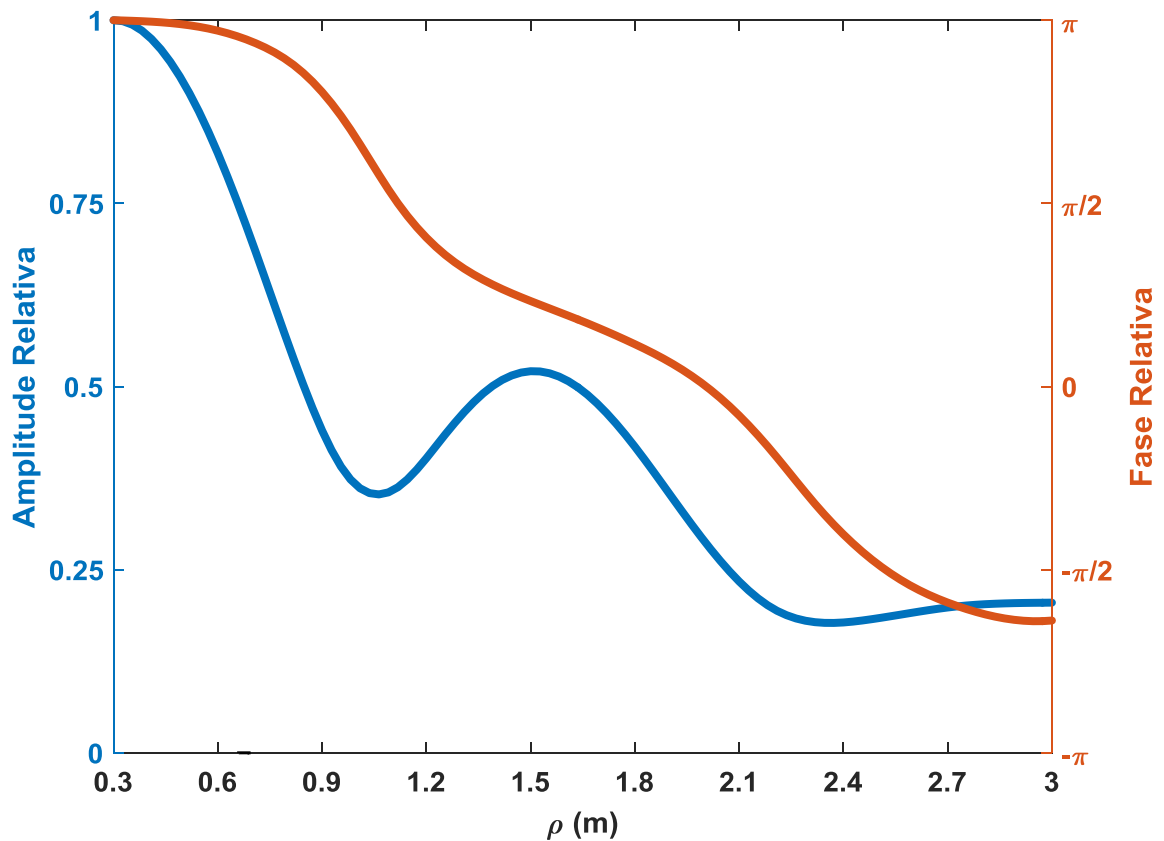


Fig. 22 Perfil de amplitude e fase da abertura não uniforme.

Assim, a técnica descrita neste trabalho foi aplicada para o perfil de abertura apresentado na Tabela 1 e na Fig. 22 com 1000 pontos sobre a abertura. Como a Tabela 1 apresenta apenas valores para 21 pontos, os outros pontos foram interpolados através de uma função spline cúbica pelo programa MATLAB. A antena com perfil não uniforme de amplitude e fase é apresentada na Fig. 23 e comparada à antena modelada de perfil uniforme apresentada na Seção 4.1.

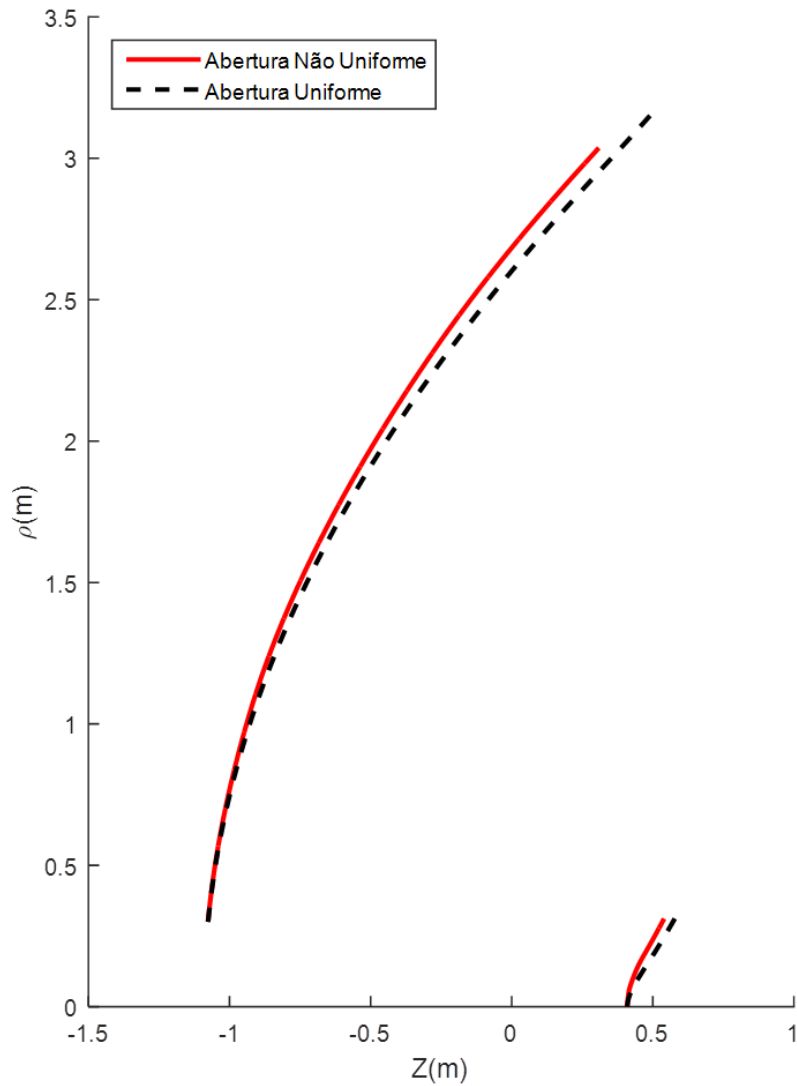


Fig. 23 Antenas modeladas com abertura uniforme e com abertura não uniforme.

A antena com abertura não uniforme ficou próxima da antena com abertura uniforme. Isto mostra que as variações de amplitude e fase na abertura do refletor principal têm efeitos sutis na modelagem da antena.

Contudo, a sutil variação dos refletores muda o diagrama de radiação da antena. Na Fig. 24 é apresentado o diagrama de radiação da antena modelada nesta seção em comparação o diagrama obtido em [8]. Como as aberturas das antenas são diferentes, ambos os diagramas foram normalizadas para terem seu valor máximo em 0dB.

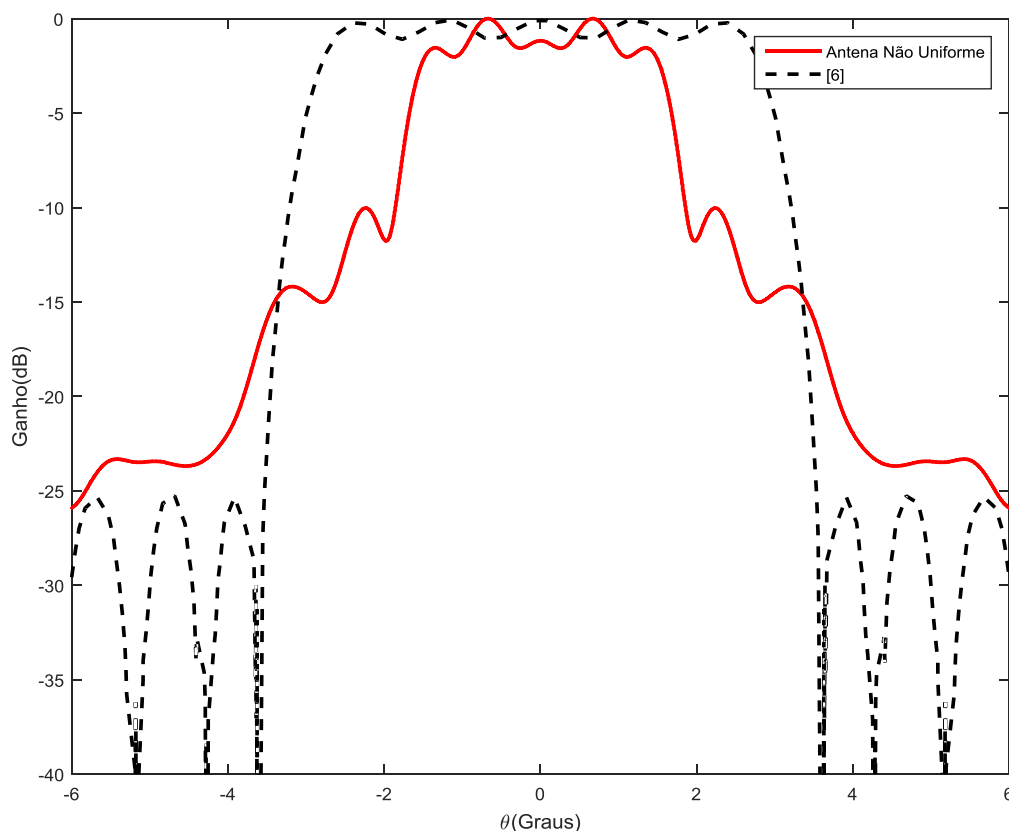


Fig. 24 Diagrama de radiação da antena com abertura não uniforme comparada a [8].

Devido às diferenças entre a abertura utilizada nesta seção e a apresentada em [8], os dois diagramas de radiação apresentaram divergências entre si. Como a antena modelada nesta seção é 10 vezes maior, ela se tornou mais diretiva. Porém, devido ao bloqueio e ao deslocamento do perfil de amplitude e fase na abertura da antena, a antena modelada nesta seção apresentou maiores *ripples* e lóbulos secundários.

Assim, a antena modelada nesta seção foi capaz de fornecer um diagrama de radiação de topo aplainado, com *ripples* de 2dB e lóbulos laterais 10dB abaixo do lóbulo principal. Com isso, demonstrou-se a aplicabilidade da técnica de síntese deste trabalho, e sua capacidade de controlar a fase e amplitude da abertura do refletor principal da antena.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A técnica de síntese de antenas duplo-refletores circularmente simétricas apresentada neste trabalho apresentou um sistema de quatorze equações a serem resolvidas numericamente, contando apenas as equações da Seção 3.4 da modelagem das geratrizes dos refletores. O que tornou esta solução simples foi a característica das equações do sistema (32) – (45) de poderem ser resolvidas sequencialmente. Devido a esta característica, o sistema (32) – (45) pode ser visto como uma função onde os parâmetros de entrada são os dados iniciais do problema, os dados obtidos da iteração anterior e a variável β_n , retornando o *erro* da comparação entre as cônicas do refletor principal em (45). Por ser uma função com apenas uma variável de entrada a ser descoberta e apenas uma variável de saída a ser minimizada, pode-se utilizar a função *fzero* que encontra a raiz de uma função não linear de forma altamente eficiente, de rápida convergência e com pequenos erros para minimizar o *erro* de (45) através da variação de β_n . O que também auxiliou na rápida convergência função *fzero* é que a variável β_n varia pouco de uma iteração para outra, tornando a variável β_{n-1} descoberta na iteração anterior um excelente ponto de partida para a solução do passo seguinte.

Além disso, as equações desenvolvidas para a modelagem da antena na Seção 2.3 são baseadas em leis trigonométricas e cônicas, não apresentando equações diferenciais e integrais, o que as torna de simples solução. Apenas as formulações utilizadas para impor a conservação de energia na antena, apresentadas na Seção 2.2, utilizam equações integrais.

Desta maneira, a técnica apresentada mostrou-se ser altamente eficiente para a modelagem de antenas duplo-refletores Cassegrain (ADC) com controle de fase e amplitude na abertura do refletor principal, apresentando rápida convergência, pequenos erros e grande definição de pontos nos refletores.

A técnica de modelagem de refletores desenvolvida foi aplicada em dois casos distintos. Um com abertura uniforme na Seção 4.1, e outro com abertura não uniforme na Seção 4.2. No exemplo de abertura uniforme a técnica foi capaz de modelar a antena conforme [7] e gerar basicamente o mesmo diagrama de radiação.

Já para o exemplo de abertura não uniforme, não foi encontrado na literatura um perfil de abertura que se encaixasse perfeitamente à técnica, tendo que ser adaptado o perfil de [8]. Mesmo assim, a técnica mostrou-se capaz de modelar o perfil de fase e amplitude da abertura, e controlar a radiação da antena gerando um diagrama de topo plano com pequenos *ripples*, como o perfil apresentado em [8] intencionava.

O exemplo de abertura não uniforme discutido na Seção 4.2 também explicitou as principais limitações do método desenvolvido. Por utilizar princípios da ótica geométrica nas equações desenvolvidas, os refletores da antena necessitam ser muito maiores do que o comprimento de onda (λ) da frequência de operação. Desta maneira, foi estabelecido que o sub-refletor deveria ser pelo menos 10λ , o que limita a dimensão mínima do conjunto de refletores, além de estabelecer a dimensão mínima do bloqueio da antena.

Outra limitação encontrada no método foi a do número de pontos das geratrizes dos refletores modelados, e como a posição da abertura da antena influencia nesta quantidade. Simulações com mais de mil pontos sobre a abertura puderam ser executadas, mas apenas quando a abertura da antena era posicionada atrás do refletor principal.

A técnica desenvolvida também possibilita liberdade na definição da abertura da antena, fazendo com que ela possa ser inclinada e tenha diferentes formas, não se limitando a aberturas planas.

5.1 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Quanto à continuação deste trabalho, seria importante validar a técnica desenvolvida com um exemplo de abertura com fase e amplitude não uniforme que se encaixasse perfeitamente nesta técnica. O exemplo de [8] utilizado neste trabalho não possuía bloqueio e possuía diâmetro menor. Sendo assim, os diagramas de radiação de [8] e o gerado neste trabalho na Seção 4.2 não coincidiram.

Nesta linha, poderia ser desenvolvida uma técnica que controlasse o diagrama de radiação da antena de ponta a ponta: estabelecendo o perfil de

Considerações finais

radiação desejado, encontrando o perfil de fase e amplitude na abertura que o proporciona, e modelando a antena para gerá-lo.

Outra linha de pesquisa possível seria tentar encontrar uma solução “fechada” para o problema. O sistema (32) apresentado na Seção 3.4 possui um grande número de equações, o que dificultou encontrar uma solução mais simples para a modelagem dos refletores, levando à solução numérica do sistema de equações. A solução mais simples do problema possibilitaria maior precisão nos pontos encontrados para as geratrizes dos refletores, além de diminuir os erros da modelagem e aumentar a quantidade de pontos sobre a abertura.

Além destas duas propostas de trabalho, também seria interessante aplicar esta técnica em outros perfis de abertura, diferentes das aberturas planares investigadas aqui.

REFERÊNCIAS

REFERÊNCIAS

- P. W. Hannan, "Microwave Antennas Derived from the Cassegrain Telescope," Vols. AP-9, pp. 140-153, March 1961.
- [1] S. Tamás, "Wikipedia," 15 setembro 2009. [Online]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Cassegrain.en.png>. [Acesso em 10 março 2020].
- [2] JMT~commonswiki, "Wikipedia," 30 julho 2006. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Antenna_03.JPG. [Acesso em 10 março 2020].
- [3] V. Galindo, "Design of dual-reflector antennas with arbitrary phase and," Vols. AP-12, p. 403–408, July 1964.
- [4] F. J. S. Moreira and A. Prata, "Generalized Classical Axially Symmetric," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 4, pp. 547-554, April 2001.
- [5] Y. Kim and T.-H. Lee, "Shaped Circularly Symmetric Dual Reflector," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 57, no. 1, pp. 47-56, January 2009.
- [6] F. J. S. Moreira and J. R. Bergmann, "Shaping Axis-Symmetric Dual-Reflector Antennas by Combining Conic Sections," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 3, pp. 1042-1046, March 2011.
- [7] R. S. Elliott and G. Stern, "Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution," *IEE Proceedings H - Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 135, no. 6, pp. 366-370, December 1988.
- [8] P. Lopez, J. Rodriguez, F. Ares and E. Moreno, "Optimization of aperture distributions for double-difference patterns," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 3, pp. 668-669, March 2003.
- [9]

Y. Kim and R. Elliot, "Phase-only control of side-lobes in a sum pattern
[10] produced by a circular grid array," in *1987 Antennas and Propagation Society International Symposium*, Blacksburg, VA, USA, 1987.

A. Z. F. Marques, T. V. B. Faria e F. J. S. Moreira, "Modelagem de
[11] antenas duplo-refletoras axialmente," *XXXVII Simpósio Brasileiro De Telecomunicações E Processamento De Sinais (SBrT 2019)*, 02 Outubro 2019.

A. Z. F. Marques and F. J. S. Moreira, "Shaping Circularly Symmetric
[12] ADC Antennas by," *SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC)*, November 2019.

C. A. Balanis, *Antenna Theory Analysis and Design*, 2nd Ed ed., New
[13] York: John Wiley & Sons, 1997, pp. 121-126.

B. S. Westcott, *Shaped Reflector Antenna Design*, New York: Research
[14] Studies Press, 1983, p. 18.

"Help Center," MathWorks, [Online]. Available:
[15] <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fzero.html#btoc6lj-18>. [Acesso em 16 Março 2020].

F. J. S. Moreira, "Design and Rigorous Analysis of Generalized Axially-
[16] Symmetric Dual-Reflector Antennas," *Ph. D. Thesis, University of Southern California*, August 1997.

APÊNDICE A

APÊNDICE A – Arquivo do MATHEMATICA

ClearAll

ClearAll

(*Funções de soma de tangentes de ângulos*)

$\tan[m_n] := (\tan[m] + \tan[n]) / (1 - \tan[m] \tan[n])$

$\tan3[m_n_o] := (\tan[m] + \tan[n, o]) / (1 - \tan[m] \tan[n, o])$

$\tan4[m_n_o_p] := (\tan[m] + \tan3[n, o, p]) / (1 - \tan[m] \tan3[n, o, p])$

$\tan5[m_n_o_p_q] := (\tan[m] + \tan4[n, o, p, q]) / (1 - \tan[m] \tan4[n, o, p, q])$

$\tan6[m_n_o_p_q_r] := (\tan[m] + \tan5[n, o, p, q, r]) / (1 - \tan[m] \tan5[n, o, p, q, r])$

$\cot[m_n] := (\cot[m] \cot[n] - 1) / (\cot[m] + \cot[n])$

$\cot3[m_n_o] := (\cot[m] \cot3[n, o] - 1) / (\cot[m] + \cot3[n, o])$

$\cot4[m_n_o_p] := (\cot[m] \cot4[n, o, p] - 1) / (\cot[m] + \cot4[n, o, p])$

$\cot5[m_n_o_p_q] := (\cot[m] \cot5[n, o, p, q] - 1) / (\cot[m] + \cot5[n, o, p, q])$

$\cot6[m_n_o_p_q_r] := (\cot[m] \cot6[n, o, p, q, r] - 1) / (\cot[m] + \cot6[n, o, p, q, r])$

(*Todas as equações com final tan possuem tangentes ao invés de seno e cosseno. A numeração das equações é a mesma da dissertação. Apenas os comandos estão expressos neste Apêndice.*)

$eq12 = b_n == (\sin[\sigma_{n1}] r_{n1}) / \sin[-\beta_n + \sigma_{n1} + \theta_{n1}]$

(*Lei das tangentes*)

$eq12tan = (b_n - r_{n1}) / (b_n + r_{n1}) == \tan4[\sigma_{n1}/2, \beta_n/2, -\sigma_{n1}/2, -\theta_{n1}/2] / \tan4[\sigma_{n1}/2, -\beta_n/2, \sigma_{n1}/2, \theta_{n1}/2]$

$eq12tan = \text{FullSimplify}[\text{ReplaceAll}[eq12tan, \{\cot[\beta_n/2] \rightarrow 1/\tan\beta_{n2}, \tan[\beta_n/2] \rightarrow \tan\beta_{n2}\}]]$

$eq12tan = \text{Reduce}[eq12tan, b_n]$

$eq12tan = b_n == -((\sin[\sigma_{n1}] r_{n1} (1 + \tan^2\beta_{n2}))/(-\sin[\theta_{n1} + \sigma_{n1}] + 2 \cos[\theta_{n1} + \sigma_{n1}] \tan\beta_{n2} + \sin[\theta_{n1} + \sigma_{n1}] \tan^2\beta_{n2}))$

$eq13 = h_{nx} == (\sin[-\beta_n + \theta_{n1}] b_n) / \sin[\sigma_{n1}]$

(*Lei das tangentes*)

$eq13tan = (h_{nx} - b_n) / (h_{nx} + b_n) == \tan3[-\beta_n/2, \theta_{n1}/2, -\sigma_{n1}/2] / \tan3[-\beta_n/2, \theta_{n1}/2, \sigma_{n1}/2]$

$eq13tan = \text{FullSimplify}[\text{ReplaceAll}[eq13tan, \{\cot[\beta_n/2] \rightarrow 1/\tan\beta_{n2}, \tan[\beta_n/2] \rightarrow \tan\beta_{n2}\}]]$

$eq13tan = \text{Reduce}[eq13tan, h_{nx}]$

(*Selecionada a parte da resposta de Reduce que interessa ao problema.*)

$eq13tan = h_{nx} == (\csc[\sigma_{n1}] (\sin[\theta_{n1}] b_n - 2 \cos[\theta_{n1}] b_n \tan\beta_{n2} - \sin[\theta_{n1}] b_n \tan^2\beta_{n2})) / (1 + \tan^2\beta_{n2})$

$eq14 = t_{on} == r_{n1} - h_{nx}$

$eq15 = e_{on} == b_n / t_{on}$

$eq16 = t_{fn} == q_n - t_{on}$

$eq17 = t_{fnx} == q_{n1} - t_{on}$

$eq18 = c_n^2 == a_n^2 + b_n^2 - 2a_n b_n \cos[\alpha_n - \beta_n]$

(*Lei dos cossenos com identidade trigonométrica de cosseno para tangente.*)

$eq18tan = c_n^2 == a_n^2 + b_n^2 - 2a_n b_n ((1 - \tan[\alpha_n/2, -\beta_n/2]^2) / (1 + \tan[\alpha_n/2, -\beta_n/2]^2))$

$eq18tan = \text{FullSimplify}[\text{ReplaceAll}[eq18tan, \{\cot[\beta_n/2] \rightarrow 1/\tan\beta_{n2}, \tan[\beta_n/2] \rightarrow \tan\beta_{n2}\}]]$

$eq20 = \cos[\gamma_n] == (c_n^2 + b_n^2 - a_n^2) / (2c_n b_n)$

(*Lei das cotangentes*)

$saux = (a_n + b_n + c_n) / 2$

Considerações finais

```

raux= $\sqrt{\frac{(saux - a_n)(saux - b_n)(saux - c_n)}{saux}}$ 
eq20tan=Cot[ $\gamma_n/2$ ]==(cot[ $\alpha_n/2, -\beta_n/2$ ](saux-a_n))/(saux-c_n)
eq20tan=ReplaceAll[eq20tan,{Cot[ $\beta_n/2$ ]->1/tg $\beta_{n2}$ ,Tan[ $\beta_n/2$ ]->tg $\beta_{n2}$ ,Cot[ $\gamma_n/2$ ]->1/tg $\gamma_{n2}$ ,Tan[ $\gamma_n/2$ ]->tg $\gamma_{n2}$ }]
eq20tan=FullSimplify[eq20tan]
(*Equações 19 e 21 são parecidas com 18 e 20. Assim, só foram substituídos os termos diferentes.*)
eq19=ReplaceAll[eq18,{c_n->cnx,a_n->an1, $\alpha_n$ -> $\alpha_{n1}$ }]
eq19tan=ReplaceAll[eq18tan,{c_n->cnx,a_n->an1, $\alpha_n$ -> $\alpha_{n1}$ }]
eq21=ReplaceAll[eq20,{c_n->cnx,a_n->an1, $\alpha_n$ -> $\alpha_{n1}$ , $\gamma_n$ -> $\gamma_{nx}$ }]
eq21tan=ReplaceAll[eq20tan,{c_n->cnx,a_n->an1, $\alpha_n$ -> $\alpha_{n1}$ , $\gamma_n$ -> $\gamma_{nx}$ ,tg $\gamma_{n2}$ ->tg $\gamma_{nx2}$ }]
eq22=efn==cn/tfn
eq23=efnx==cnx/tfnx
eq24=Tan[ $\eta_n/2$ ]==((eon+1)Tan[ $\theta_n/2, -\beta_n/2$ ])/(eon-1)
(*eq24tan apenas modificando para a função de tangente da soma de ângulos.*)
eq24tan=Tan[ $\eta_n/2$ ]==((eon+1)tan[ $\theta_n/2, -(\beta_n/2)$ ])/(eon-1)
eq24tan=ReplaceAll[eq24tan,{Cot[ $\beta_n/2$ ]->1/tg $\beta_{n2}$ ,Tan[ $\beta_n/2$ ]->tg $\beta_{n2}$ ,Cot[ $\eta_n/2$ ]->1/tg $\eta_{n2}$ ,Tan[ $\eta_n/2$ ]->tg $\eta_{n2}$ }]
eq25=erro==(cn/efn (efn2-1))/(efn Cos[ $\eta_n - \gamma_n$ ]-1)-(cnx/efnx (efnx2-1))/(efnx Cos[ $\eta_n - \gamma_{nx}$ ]-1)
(*erro com a identidade trigonométrica de cosseno para tangente*)
eq25tan=(cn/efn (efn2-1))/(efn (1-tan[ $\eta_n/2, -\gamma_n/2$ ]2)/(1+tan[ $\eta_n/2, -\gamma_n/2$ ]2)-1)==(cnx/efnx (efnx2-1))/(efnx (1-tan[ $\eta_n/2, -\gamma_{nx}/2$ ]2)/(1+tan[ $\eta_n/2, -\gamma_{nx}/2$ ]2)-1)
eq25tan=ReplaceAll[eq25tan,{Cot[ $\gamma_n/2$ ]->1/tg $\gamma_{n2}$ ,Tan[ $\gamma_n/2$ ]->tg $\gamma_{n2}$ ,Cot[ $\gamma_{nx}/2$ ]->1/tg $\gamma_{nx2}$ ,Tan[ $\gamma_{nx}/2$ ]->tg $\gamma_{nx2}$ ,Cot[ $\eta_n/2$ ]->1/tg $\eta_{n2}$ ,Tan[ $\eta_n/2$ ]->tg $\eta_{n2}$ }]
eq25tan=FullSimplify[eq25tan]
(*Sistema de equações*)
sistema={eq12,eq13,eq14,eq15,eq16,eq17,eq18,eq19,eq20,eq21,eq22,eq23,eq24,eq25}
(*Sistema de equações com tangentes ao invés de seno e cosseno*)
sistematan={eq12tan,eq13tan,eq14,eq15,eq16,eq17,eq18tan,eq19tan,eq20tan,eq21tan,eq22,eq23,eq24tan,eq25tan}
(*Tentativa de resolução.*)
Reduce[sistematan,tg $\beta_{n2}$ ,{bn,hnx,ton,eon,tfn,tfnx,cn,cnx,tg $\gamma_{n2}$ ,tg $\gamma_{nx2}$ ,efn,efnx,tg $\eta_{n2}$ }]

```