

Modelagem de antenas duplo-refletores axialmente simétricas através da concatenação de seções cônicas para controle de amplitude e fase na abertura.

Adriano Z. F. Marques, Tcharles V. B. Faria e Fernando J. S. Moreira.

Resumo—Este artigo apresenta uma técnica de modelagem de antenas duplo-refletores axialmente simétricas através da concatenação de seções cônicas para controle de amplitude e fase na abertura da antena. A modelagem é simples, utilizando leis básicas de cosseno e seno, além da equação de cônicas em coordenadas polares e a equação de reflexão em cônicas. A solução é obtida de forma numérica, otimizando apenas uma variável. A técnica é aplicada em dois exemplos, ambos na configuração ADC, uma com amplitude e fase uniforme na abertura, e a outra não uniforme.

Palavras-Chave—Antenas Refletores, Seções Cônicas, Antena ADC, Controle de Fase, Controle de Amplitude, Modelagem de Antenas, Abertura Modelada, Abertura Uniforme.

Abstract—This article presents a shaping technique for Axis-Symmetric Dual-Reflector Antennas by combining Conic Sections for amplitude and phase control at the antenna aperture. The modeling is simple, using basic laws of cosine and sine, in addition to the equation of conics in polar coordinates and the equation of reflection in conics. The solution is obtained numerically, optimizing only one variable. The technique is applied in two examples, both in ADC configuration, one with uniform amplitude and phase at the aperture, and the other not uniform.

Keywords—Reflector Antennas, Conic Sections, ADC Antenna, Phase Control, Amplitude Control, Antenna Shaping, Shaped Aperture, Uniform Aperture.

I. INTRODUÇÃO

A modelagem ótica de antenas duplo refletoras axialmente simétricas pela concatenação de seções cônicas já foi apresentada no artigo [1]. Contudo, a técnica apresentada anteriormente permite apenas controle da amplitude na abertura da antena. A técnica proposta neste artigo se assemelha à anterior, utilizando ótica geométrica, mas permite também o controle de fase na abertura da antena. Para tanto, utiliza-se a solução numérica, que é obtida de modo fácil, já que as equações apresentam apenas uma variável a ser descoberta, e todas as outras variáveis do sistema são obtidas através dela.

O controle de amplitude e fase na abertura permite modelar a antena para controlar o seu diagrama de radiação, como exemplificado em uma das modelagens apresentadas neste artigo. Além desta, a modelagem é comprovada utilizando o exemplo do artigo [1], ambas na configuração Axially-Displaced Cassegrain (ADC). Além destes dois exemplos, a formulação entrega liberdade na modelagem, permitindo

antenas dos tipos Axially-Displaced Gregorian (ADG), Axially-Displaced Ellipse (ADE) e Axially-Displaced Hyperbola (ADH) [1] apenas modificando os focos sobre a abertura, e o ponto inicial da modelagem da antena. Esta liberdade se estende ainda mais, podendo ser criadas aberturas de diversos formatos, não somente aberturas planas. A modelagem na configuração ADC é ilustrada pela Fig. 1.

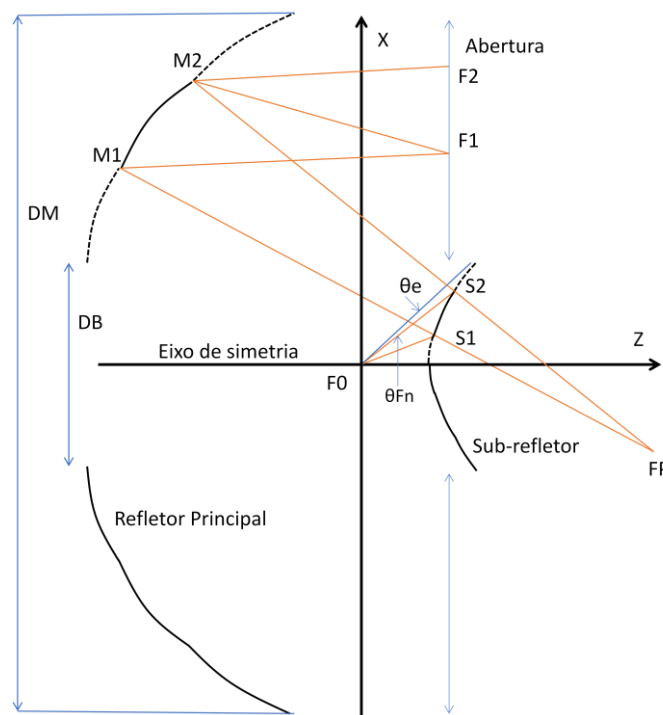


Fig. 1. Ilustração do método de modelagem da antena na configuração ADC.

Assim, esta técnica apresenta grande utilidade no projeto de antenas duplo-refletores, principalmente quando se estabelece um padrão de iluminação da abertura desejado para se obter determinado diagrama de radiação.

II. FORMULAÇÃO

A formulação desta modelagem se baseia no uso de seções cônicas que formam o sub-refletor e o refletor principal da antena. Nestes refletores, é imposta a lei de reflexão de Snell.

A cada passo do método iterativo, duas destas cônicas são descobertas, formando um pequeno pedaço dos refletores. Para cada etapa do processo, são necessários: o ponto sobre a abertura, que será um dos focos das cônicas, a fase neste ponto, e a potência que incidirá sobre este foco.

Os pontos sobre a abertura podem ser distribuídos arbitrariamente, sendo usualmente distribuídos de maneira uniforme. A fase é determinada diretamente nas equações através do percurso q até a abertura. Já a potência sobre cada

Adriano Z. F. Marques, e-mail: adrianozatti@ufmg.br; Tcharles V. B. Faria, e-mail: tcharlesfaria@ufmg.br; Fernando J. S. Moreira, e-mail: fernando@eee.ufmg.br. Os dois primeiros autores estão lotados no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil. O último autor está lotado no Departamento de Engenharia Eletrônica da mesma instituição (UFMG). Este trabalho foi parcialmente financiado por CAPES/PROCAD 068419/14-01, CNPq e FAPEMIG.

um dos focos pode ser determinada através da conservação da energia que parte da origem, reflete no sub-refletor e no refletor principal, e chega até a abertura. A equação da distribuição de potência foi apresentada no artigo [1], e é estendida para o caso onde a distribuição de potência da abertura é discreta.

A. Fase e Amplitude na abertura

A fase na abertura é estabelecida pela seguinte fórmula, adaptando a equação de onda do livro [2]:

$$e^{-jkq} \quad (1)$$

onde k é a constante de propagação e q é o percurso que a onda percorre desde a fonte, refletido nos dois refletores, até a abertura. Na definição da constante de propagação abaixo, c é a velocidade da luz no meio, ω é a frequência angular e λ é o comprimento de onda:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2)$$

O controle de amplitude na abertura é obtida aplicando a conservação da energia que parte da origem F_0 e chega à abertura, como descrito nas equações (3) e (4). A Fig. 1. ilustra os feixes de raios que partem da origem e chegam até os focos na abertura.

$$\int_0^{\theta_{Fn}} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) d\theta_F = N_F \int_{D_B/2}^{x_n} G_A(x) x dx \quad (3)$$

$$N_F = \frac{\int_0^{\theta_e} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) d\theta_F}{\int_{D_B/2}^{D_M/2} G_A(x) x dx} \quad (4)$$

com $G_F(\theta_F)$ sendo a densidade de potência radiada pela fonte, $G_A(x)$ a densidade de potência desejada na abertura, N_F sendo um termo normalizador para assegurar que toda a potência irradiada pela fonte e interceptada pelo sub-refletor seja conservada na abertura da antena, D_B é o diâmetro do sub-refletor, D_M é o diâmetro do refletor principal e θ_e é o ângulo de borda do sub-refletor. Para o caso discreto, com variação suave da densidade de potência na abertura, temos as seguintes equações:

$$\int_0^{\theta_{Fn}} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) d\theta_F = N_F \sum_{m=2}^n G_A(x_m) (x_m^2 - x_{m-1}^2) \quad (5)$$

$$N_F = \frac{\int_0^{\theta_e} G_F(\theta_F) r_F^2 \sin(\theta_F) d\theta_F}{\sum_{m=2}^{n_{max}} G_A(x_m) (x_m^2 - x_{m-1}^2)} \quad (6)$$

com m sendo o foco sobre a abertura da iteração e n_{max} o número de focos sobre a abertura.

Utilizando estas equações, são descobertos os ângulos θ de cada iteração da modelagem.

B. Modelagem da Antena

Para a modelagem da antena foram utilizadas as equações a seguir, que foram obtidas através de leis trigonométricas simples, como a lei dos cossenos e lei dos senos. Além destas, foi utilizada a equação de reflexão em cônicas na equação (17), obtida em [3], e a equação da cônica em coordenadas polares na equação (20). A Fig. 2. ilustra a modelagem.

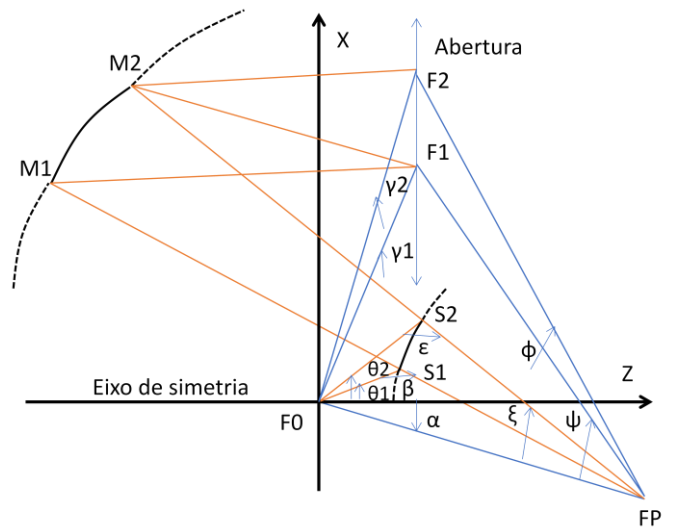


Fig. 2. Ilustração do método de modelagem da antena.

A Fig. 2. é obtida da Fig. 1., destacando as seções cônicas de uma iteração, e acrescentando as outras variáveis do problema. As seções cônicas estão de preto na figura, definidas entre os pontos S_1 e S_2 para o sub-refletor, e M_1 e M_2 para o refletor principal. As linhas vermelhas representam os raios das cônicas, e as linhas azuis as distâncias entre os focos. Os focos são simbolizados pela letra F , sendo F_0 o foco na origem do sistema, onde é posicionado o alimentador, FP o foco comum entre as cônicas do sub-refletor e refletor principal, e F_1 e F_2 os focos sobre a abertura.

Para a modelagem, também são necessários os ângulos entre os diversos segmentos, sendo que os ângulos são quase todos definidos como positivos no sentido anti-horário, e negativos no sentido horário, se diferenciando apenas dos ângulos que circundam o foco FP , que são definidos como positivos no sentido horário.

Assim, a incógnita do sistema de equações α é definida como o ângulo entre o eixo z e o segmento $\overline{F_0 FP}$. O ângulo β é o ângulo entre o segmento $\overline{F_0 S_1}$ e o segmento $\overline{S_1 FP}$. O ângulo ϵ é o ângulo entre o segmento $\overline{F_0 S_2}$ e o segmento $\overline{S_2 FP}$. Os ângulos θ_1 e θ_2 são definidos como os ângulos entre o eixo z , e os segmentos $\overline{F_0 S_1}$ e $\overline{F_0 S_2}$ respectivamente. Já os ângulos γ_1 e γ_2 são os ângulos entre o eixo z , e os segmentos $\overline{F_0 F_1}$ e $\overline{F_0 F_2}$ respectivamente. Os últimos ângulos ξ , ψ e ϕ que circundam o ponto FP são definidos como os ângulos entre o segmento $\overline{FP F_0}$, e os segmentos $\overline{FP M_2}$, $\overline{FP F_1}$ e $\overline{FP F_2}$ respectivamente.

Para completar, definimos q_1 como o percurso ótico desde a fonte, refletido nos refletores, até o foco F_1 , q_2 como o percurso ótico desde a fonte, refletido nos refletores, até o foco F_2 , q_0P como o eixo maior da cônica com focos F_0 e FP , qP_1 como o eixo maior da cônica com focos FP e F_1 , e qP_2 como o eixo maior da cônica com focos FP e F_2 . Também definimos as excentricidades das cônicas como e_0P sendo a excentricidade da cônica com focos em F_0 e FP , eP_1 como a excentricidade da cônica com focos em FP e F_1 , e eP_2 como a excentricidade da cônica com focos em FP e F_2 . Assim, definidos os termos das equações, o sistema de equações é apresentado a seguir.

$$\overline{F0\overline{FP}} = \overline{F0\overline{S1}} \frac{\sin\beta}{\sin(-\alpha + \beta + \theta_1)} \quad (7)$$

$$\overline{FP\overline{S1}} = \overline{F0\overline{FP}} \frac{\sin(-\alpha + \theta_1)}{\sin\beta} \quad (8)$$

$$q0P = \overline{F0\overline{S1}} - \overline{FP\overline{S1}} \quad (9)$$

$$e0P = \frac{\overline{F0\overline{FP}}}{q0P} \quad (10)$$

$$qP1 = q1 - q0P \quad (11)$$

$$qP2 = q2 - q0P \quad (12)$$

$$\overline{FP\overline{F1}} = \sqrt{\overline{F0\overline{F1}}^2 + \overline{F0\overline{FP}}^2 - 2\overline{F0\overline{F1}}\overline{F0\overline{FP}}\cos(\alpha - \gamma_1)} \quad (13)$$

$$\overline{FP\overline{F2}} = \sqrt{\overline{F0\overline{F2}}^2 + \overline{F0\overline{FP}}^2 - 2\overline{F0\overline{F2}}\overline{F0\overline{FP}}\cos(\alpha - \gamma_2)} \quad (14)$$

$$eP1 = \frac{\overline{FP\overline{F1}}}{qP1} \quad (15)$$

$$eP2 = \frac{\overline{FP\overline{F2}}}{qP2} \quad (16)$$

$$\tan\frac{\xi}{2} = \frac{(e0P + 1)\tan\left(\frac{-\alpha + \theta_2}{2}\right)}{e0P - 1} \quad (17)$$

$$\cos\psi = \frac{\overline{F0\overline{FP}}^2 + \overline{FP\overline{F1}}^2 - \overline{F0\overline{F1}}^2}{2\overline{F0\overline{FP}}\overline{FP\overline{F1}}} \quad (18)$$

$$\cos\phi = \frac{\overline{F0\overline{FP}}^2 + \overline{FP\overline{F2}}^2 - \overline{F0\overline{F2}}^2}{2\overline{F0\overline{FP}}\overline{FP\overline{F2}}} \quad (19)$$

$$\text{erro} = \frac{(-1 + eP1^2)\overline{FP\overline{F1}}}{2eP1(-1 + eP1\cos(\xi - \psi))} - \frac{(-1 + eP2^2)\overline{FP\overline{F2}}}{2eP2(-1 + eP2\cos(\xi - \phi))} \quad (20)$$

Com estas equações, utiliza-se um método numérico para minimizar o erro da equação (20), através do ângulo α . Este erro representa na figura uma comparação do segmento $\overline{FP\overline{M2}}$ calculado com a cônica de focos FP e F1, e a cônica de focos FP e F2. Quando esse erro é zerado, indica que no ponto M2 estão sendo respeitadas as condições de continuidade da antena, e do percurso q para a próxima iteração.

Para realizar este passo do problema, alguns termos do sistema são obtidos da iteração anterior. F1, F2, q1, q2 são parâmetros dados inicialmente, θ_1 e θ_2 são obtidos pelas equações de amplitude, e $\overline{F0\overline{S1}}$ e β são obtidas pela iteração anterior.

Após obter o valor de α que minimiza o erro, são calculados o ângulo β e o segmento $\overline{F0\overline{S1}}$ para a próxima iteração, sendo que o segmento $\overline{F0\overline{S1}}$ da próxima iteração é o segmento $\overline{F0\overline{S2}}$ da iteração atual, e o ângulo β da próxima iteração é o ângulo ε da iteração atual. Além deles, são calculados os pontos S2 e M2 que compõe as superfícies refletoras da antena. Estes dois pontos são definidos por um

módulo e por um ângulo, usando a notação em coordenadas polares entre parênteses:

$$\overline{F0\overline{S2}} = \frac{\overline{F0\overline{FP}}^2 - q0P^2}{-2q0P + 2\overline{F0\overline{FP}}\cos(\alpha - \theta_2)} \quad (21)$$

$$S2 = (\overline{F0\overline{S2}}, \angle\theta_2) \quad (22)$$

$$\varepsilon = \pi + \alpha - \theta_2 - \xi \quad (23)$$

$$\overline{FP\overline{M2}} = \frac{\left(\frac{1}{eP1} - eP1\right)\overline{FP\overline{F1}}}{2(1 - eP1\cos(\xi - \psi))} \quad (24)$$

$$\overline{S2\overline{M2}} = q0P - \overline{F0\overline{S2}} + \overline{FP\overline{M2}} \quad (25)$$

$$M2 = S2 + (\overline{S2\overline{M2}}, \angle\varepsilon + \theta_2) \quad (26)$$

III. RESULTADOS

Para ilustrar o método de modelagem, este foi aplicado em dois casos distintos. O primeiro sendo uma antena ADC com abertura uniforme apresentado no artigo[1], e o segundo sendo uma abertura modelada de acordo com o artigo [4]. Nos dois casos foi gerado o diagrama de radiação utilizando método dos momentos.

A. Antena ADC Modelada

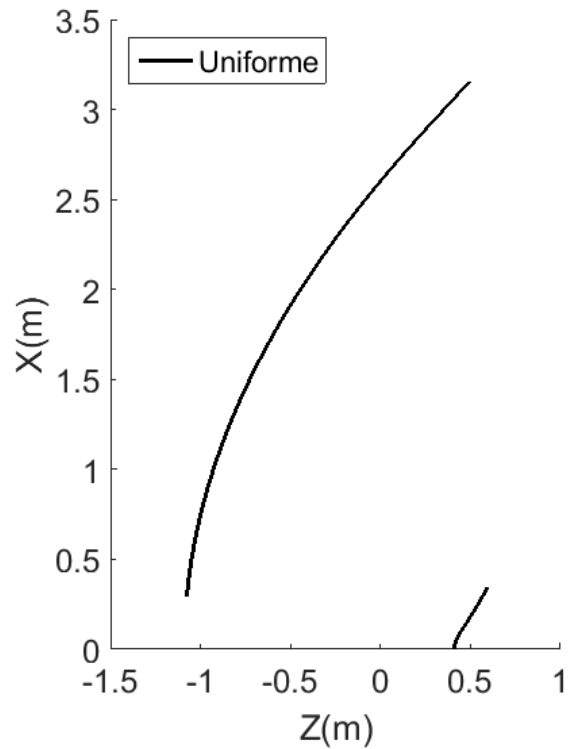


Fig. 3. Antena Modelada com abertura uniforme.

As dimensões da antena seguem como descritas em [1]. Assim $D_M=6m$, $D_B=0.6m$, $q=3m$ e $\theta_E=30^\circ$. A frequência de operação é de 5GHz, o que faz com que o diâmetro da abertura seja $D_M \approx 100\lambda$. Os refletores são modelados para criar uma abertura de fase e amplitude uniformes. O modelo do alimentador segue na equação (27), com $p=83$:

$$G_F(\theta_F) = \frac{1}{r_F^2} \cos^{2p} \frac{\theta_F}{2} \quad (27)$$

Assim, pode-se comparar o método desenvolvido neste trabalho com a referência [1]. A antenna modelada é apresentada na Fig. 3. e na Fig. 4. é apresentado o diagrama de radiação que ela gera, comparado com o gerado em [1].

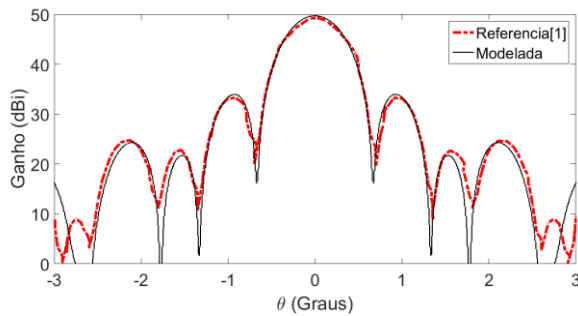


Fig. 4. Diagrama de radiação comparativo das antenas com distribuição uniforme entre o artigo de referência [1] e a antenna modelada.

Como se pode observar, a antenna obteve o mesmo diagrama de radiação, com as mesmas posições e ganhos dos lóbulos secundários, mostrando que a técnica funciona bem para este tipo de abertura.

B. Abertura Não Uniforme

TABELA I. Tabela de distribuição de amplitude e fase na abertura.

Padrão ρ/D_M	Aplicação $\rho(m)$	Amplitude Normalizada	Fase Graus
0	0.6	1	180
0.05	0.87	0.961	179
0.1	1.14	0.851	176
0.15	1.41	0.689	169
0.2	1.68	0.51	155
0.25	1.95	0.377	128
0.3	2.22	0.36	92
0.35	2.49	0.429	66
0.4	2.76	0.497	51
0.45	3.03	0.521	41
0.5	3.3	0.494	32
0.55	3.57	0.427	22
0.6	3.84	0.34	10
0.65	4.11	0.257	-7
0.7	4.38	0.199	-31
0.75	4.65	0.178	-59
0.8	4.92	0.181	-82
0.85	5.19	0.191	-98
0.9	5.46	0.2	-108
0.95	5.73	0.204	-114
1	6	0.205	-115

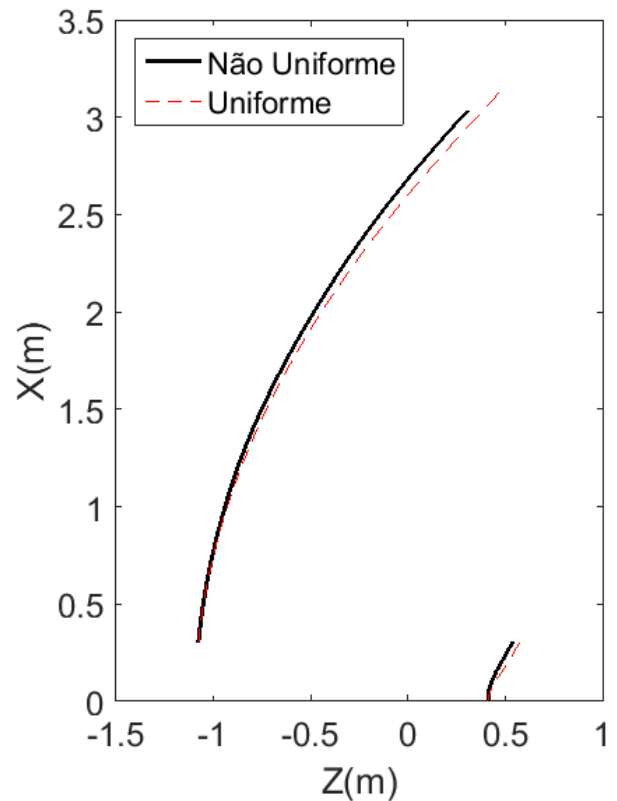


Fig. 5. Comparação entre a antenna com abertura uniforme e a antenna com abertura não uniforme.

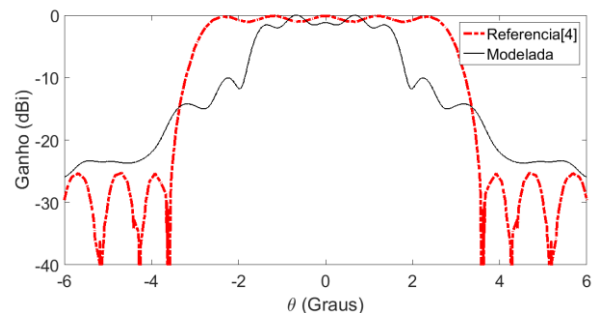


Fig. 6. Diagrama de radiação comparativo normalizado das antenas com distribuição não uniforme entre o artigo de referência [4] e a antenna modelada.

Foi utilizada como base para a aplicação da técnica de modelagem de antenna a distribuição de fase e amplitude na abertura apresentada no artigo [4]. Contudo, a abertura apresentada nesse artigo é pequena se comparada ao comprimento de onda, sendo da ordem de 10λ , além de não apresentar bloqueio. Com isso, utilizou-se uma abertura como a do exemplo anterior (ADC uniforme), com o mesmo diâmetro de aproximadamente 100λ , frequência de 5GHz, pontos iniciais e alimentador iguais para ser possível compará-las.

Como a abertura original não apresenta bloqueio, o controle de fase e amplitude se fez a partir do fim bloqueio até a borda da abertura. O percurso ótico q foi estabelecido como 3m para o primeiro foco da abertura. A partir deste ponto, as diferenças de fase entre o foco da abertura e o utilizado para a modelagem eram acrescentados através da alteração da variável q conforme a equação (1).

A TABELA I. apresenta a distribuição da abertura não uniforme, com a sua amplitude e fase para cada ponto, em

função do raio do ponto na abertura. Esta tabela também apresenta como a amplitude e a fase foram aplicadas sobre a abertura da antena modelada.

Aplicando o perfil indicado na tabela sobre a abertura, obteve-se a antena modelada (Não Uniforme) comparada com a antena modelada no exemplo anterior (Uniforme) na Fig. 5. , e na Fig. 6. o diagrama de radiação da antena modelada comparada com o diagrama obtido em [4].

Para possibilitar a comparação entre o artigo [4] e a antena modelada pela técnica apresentada, os diagramas de radiação foram normalizados. Assim, eles não representam o mesmo valor de potência radiada para um mesmo ganho.

Devido às diferenças entre as aberturas do artigo [4] e este presente artigo, os diagramas de radiação apresentaram discrepâncias. Mesmo assim, os resultados obtidos se mostram relevantes, já que a técnica pode ser aplicada, e observaram-se semelhanças entre os dois diagramas. A antena modelada pela técnica apresentou o topo plano com pequeno ripple no centro e foi mais diretiva por ser maior comparativamente em comprimentos de onda. Além disso, apresentou maior ripple e lóbulos laterais devido ao bloqueio no centro da abertura.

IV. CONCLUSÕES

A técnica de modelagem apresentada mostrou-se eficaz para o projeto de antenas duplo-refletoras axialmente simétricas, possibilitando o controle de fase e amplitude na abertura com o objetivo de se obter diferentes diagramas de radiação. Esta técnica ainda possibilita liberdade de modelagem para se criar antenas ADG, ADH e ADE, além das configurações de antena ADC apresentadas neste artigo.

A utilização de seções cônicas na modelagem possibilitou diversas facilidades, como no traçado de raios da reflexão nos refletores até a abertura, além da simplicidade das equações apresentadas.

Esta técnica pode ser adaptada para antenas refletoras com diferentes inclinações de abertura plana, ou outros formatos de abertura, permitindo assim a criação de antenas omnidirecionais como a do artigo [5] e outras configurações.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado por CAPES/PROCAD 068419/14-01, CNPq e FAPEMIG.

REFERÊNCIAS

- [1] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, “Shaping Axis-Symmetric Dual-Reflector Antennas by Combining Conic Sections”, IEEE Transactions On Antennas And Propagation, Vol. 59, No. 3, March 2011
- [2] C. A. Balanis, “Antenna Theory Analysis and Design” 2nd Ed, New York, John Wiley & Sons, 1997, pp. 121-125.
- [3] B. S. Westcott, “Shaped Reflector Antenna Design”, New York, Research Studies Press, 1983, pp. 15-21.
- [4] R. S. Elliott and G. J. Stern, “Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution”, IEE Proceedings, Vol. 135, Pt. H, No. 6, March 1988
- [5] Rafael A. Penchel, Sandro R. Zang, José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, “Design of Wideband Omnidirectional Dual-Reflector Antennas in Millimeter Waves”, IEEE Antennas And Wireless Propagation Letters, Vol. 18, No. 5, May 2019.