

UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO NA SÍNTESE DE REFLETORES

F.J.MOREIRA e J.R.BERGMANN
CETUC, PUC/Rio
R. Marquês de São Vicente 225
CEP 22453 - Rio de Janeiro

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um algoritmo baseado em técnicas de otimização para a solução da síntese ótica de sistemas de refletores. O algoritmo é de simples implementação e, como exemplo, foi aplicado à síntese de refletor para produzir um feixe elíptico.

INTRODUÇÃO

Baseados nas aproximações da Ótica Geométrica, vários autores apresentaram formulações exatas para os problemas de síntese de sistemas envolvendo lentes e refletores [1-3]. Estes problemas envolvem uma equação diferencial parcial de segunda ordem não linear, a qual é resolvida sob condição de contorno. Essencialmente dois métodos têm sido empregados na solução deste problema, os quais partem de uma aproximação linear para esta equação diferencial. No método apresentado em [1], a solução do problema é representada de forma discreta, estando associada a uma grade de pontos, aos quais são aplicadas técnicas de diferenças finitas. Alternativamente, Viskum e Westcoot [4] aplicaram o método de colocação de pontos à forma linearizada desta equação. Em ambos os casos, as aproximações lineares para os sistemas de equações são resolvidas iterativamente utilizando método de quasi-Newton. Uma comparação entre os dois métodos mostra que o primeiro possui duas desvantagens: apresenta a imprecisão da utilização de diferenças finitas e requer, numa etapa adicional, a utilização de técnicas de modelamento para obter uma representação contínua para as superfícies. Em ambos, a complexidade de implementação é um fator desestimulante à utilização destes métodos, especialmente nos casos em que os sistemas envolvem dielétricos.

Neste trabalho, introduz-se um método baseado em técnicas de otimização para a solução destas formulações. Ele apresenta as mesmas vantagens que o método de colocação de pontos e, fundamentalmente, é de simples implementação. Para ilustrar a técnica, ela será aplicada na síntese de um refletor capaz de gerar um feixe elíptico similar ao mostrado na Referência [5].

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE SÍNTESE DE REFLETOR

Na Referência [1] pode-se encontrar uma detalhada descrição da formulação da síntese de refletor utilizando variáveis complexas. Neste texto serão apresentadas apenas as principais equações. A geometria do problema é mostrada na Fig. 1 onde o usual sistema de coordenadas esféricas é utilizado para representar as direções dos raios incidente (θ, ϕ) e refletido (α, β) . Na formulação, as variáveis complexas η e ξ são utilizadas para parametrizar estas direções sendo definidas como $\eta = \cot(\theta/2)\exp(i\phi)$ e $\xi = \cot(\alpha/2)\exp(i\beta)$. O problema de síntese requer que o refletor transforme a densidade

de potência emitida pelo alimentador $I(\eta)$ em uma distribuição de potência $G(\xi)$ em campo distante. Esta transformação é governada por uma equação diferencial com a seguinte forma:

$$|L_{\eta\bar{\eta}} - L_{\eta}^2|^2 - (L_{\eta\bar{\eta}})^2 = |L_{\eta}|^4 \left[\frac{1+|\xi|^2}{1+|\eta|^2} \right] \frac{I(\eta)}{G(\xi)} \quad \text{Eq. 1}$$

onde a função real $L(\eta)$ está associada à superfície do refletor. O vetor $\vec{r}$ que descreve os pontos deste refletor é dado por:

$$\vec{r} = e^{L(\eta)} [\eta + \bar{\eta}, i(\bar{\eta} - \eta), |\eta|^2 - 1] \quad \text{Eq. 2}$$

A lei de Snell para a reflexão relaciona a direção do raio refletido com o do incidente através de $\xi = \eta + 1/L_{\eta}$. Para obter uma condição de contorno para a equação diferencial, é imposto que os raios que incidem sobre a borda do refletor mapeiem o contorno da região de campo distante. Esta condição pode ser expressa por:

$$|1 + \xi\xi_0|^2 / |\xi_0 - \xi|^2 = \cot^2[\alpha'_F(\beta')/2] \quad \text{Eq. 3}$$

onde $\xi_0 = \cot(\alpha_0/2)$ e (α'_F, β') são referidos ao eixo Z' (Fig.1).

MÉTODO DE SOLUÇÃO

O método de solução supõe que a função real $L(\eta)$ seja representada pela seguinte expansão:

$$L(u, v) = L_B(u, v) + a_1 u + a_2 v + a_3 uv + a_4 u^2 + a_5 v^2 + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N b_{mn} f_m(u) f_n(v)$$

onde $\eta = u + iv$. A função $L_B(u, v)$ corresponde a uma superfície cônica previamente escolhida. Para os exemplos que serão mostrados neste trabalho, escolheu-se a série de Fourier para representar as funções $f_m(u)$ e $f_n(v)$ na expansão acima. A solução do problema é obtida pela determinação dos $M \times N + 5$ coeficientes envolvidos na expansão. A parte fundamental da técnica é a construção de uma função objetivo a ser minimizada pelos algoritmos de otimização. Esta função é estabelecida definindo uma grade regular de pontos no domínio uv com K pontos no interior e K' sobre o contorno definido pelo cone θ_C do alimentador.

Para um determinado refletor representado pelo conjunto de coeficientes $[a_i, b_{mn}]_j$ é possível determinar para cada ponto da grade a densidade de potência G_j gerada por este refletor quando iluminado pela fonte $I(\eta)$. A distribuição G_j é obtida substituindo as derivadas de L na Eq.1, o que permite avaliar a discrepância ΔG_j entre G_j e o valor especificado $G(\xi)$. Para os pontos da grade sobre o cone de raios que incide sobre a borda do refletor, é também possível avaliar as discrepâncias no mapeamento do contorno através da Eq.2. A função objetivo a ser otimizada no exemplo exposto neste trabalho é dada por:

$$F[a_i, b_{mn}] = \sum_{k=1}^K W_k (\Delta G/G)^2 + \sum_{k'=1}^{K'} W_{k'} \left[|1 + \xi\xi_0|^2 / |\xi_0 - \xi|^2 - \cot^2(\alpha'_F/2) \right] \quad \text{Eq. 4}$$

onde W_k e $W_{k'}$ são pesos atribuídos aos K pontos da grade no interior e aos K' na borda.

ANTENAS COM FEIXE ELÍPTICO

A aplicação desta técnica será ilustrada através da síntese de um refletor para produzir um feixe elíptico com larguras de eixos de 5° (plano de simetria) e 10° (assimetria). O perímetro deste feixe em campo distante é descrito por:

$$\alpha'_F(\beta') = 2 \tan^{-1} \{ a [1 + (e-1) \cos^2 \beta'] \}^{-1/2} \quad \text{Eq.5}$$

onde $a=0.0436$, $e=4.526$ e (α'_F, β') são referidos ao eixo Z' (Fig. 1). Sobre esta região elíptica o refletor deverá produzir uma iluminação uniforme $G=G_0$. O diagrama do alimentador foi modelado por $I(\theta)=\cos^n \theta$ sendo n escolhido para uma atenuação de -20dB para $\theta_C=30^\circ$. Para evitar bloqueio, foi escolhida uma estrutura de raios com uma região cáustica em frente ao refletor e o eixo do feixe elíptico faz um ângulo $\alpha_0=30^\circ$ ($\xi_0=\cot(\alpha_0/2)$) com o eixo Z (Fig.1).

A fim de assegurar a determinação de um mínimo global, o processo de síntese é executado em uma série de etapas. Inicia-se pela determinação de uma superfície cônica (hiperbolóide/elipsóide) $L_B(\eta)$ que dará o formato básico à superfície e mapeará os raios incidentes sobre a borda do refletor em um cone circular com semi-ângulo $\alpha'_F=2.5^\circ$ ($e=1$). Considerando um diagrama uniforme para o alimentador, os coeficientes da série são utilizados para alongar o perímetro, definindo-se para ele a função $\alpha'_F(\beta')$ dada acima onde a excentricidade (parâmetro e) cresce gradativamente de 1 até o valor final 4.526. Após tornar o feixe elíptico, o diagrama do alimentador foi também gradativamente modificado até atingir a atenuação desejada.

Devido à simetria do problema, a grade foi dimensionada com 152 pontos no interior de metade da área circular e 30 sobre o semicírculo que descreve o perímetro do cone de alimentação. O mapeamento desta grade no plano ξ está mostrado na Fig. 2. Para manter a coesão dos raios durante o processo de síntese, foi necessário fazer com que $W_{k'}/W_k \gg 1$, aumentando o peso das contribuições dos pontos na borda na Eq. 4. Devido à simetria, foram eliminadas da expansão as funções ímpares em v , sendo utilizados 30 termos. Ao mínimo do funcional correspondeu um erro máximo na distribuição de potência inferior a 0.4% e um erro máximo no mapeamento da borda inferior a 0.1° .

Para aferir a síntese ótica, o refletor foi submetido a uma análise difrativa utilizando as aproximações da Ótica Física. A Fig. 3 mostra cortes no diagrama para os planos $\phi=0^\circ$ e $\phi=90^\circ$. A Fig. 4 mostra o diagrama de radiação para a polarização principal e cruzada, onde as curvas de níveis estão referidas ao pico de polarização principal (31.5 dBi).

COMENTÁRIOS

O problema de síntese ótica foi resolvido utilizando um algoritmo associado a técnicas de otimização. Os resultados obtidos

e a simplicidade de implementação estimulam sua aplicação à solu-
ção de problemas de formulação mais complexa.

REFERÊNCIAS

- [1] Westcott, B.S.: "Shaped Reflector Antenna Design", Research Studies Press, Letchworth, 1983.
- [2] Westcott, B.S.; Brickell, F.: "General Dielectric-lens Shaping Using Complex Coordinates", IEE Proc. Vol. 133, Pt.H, Nº 2, April, 1986.
- [3] Bergmann, J.R.: "Shaped Dual-Offset Antenna with Dielectric Feed Cone", 17th European Microwave Conf., Stockholm, 1988, pp. 477-481.
- [4] Viskum, H-H; Westcott, B.S.: "Collocation Methods in Reflector Antenna Synthesis", ICAP-1985, pp. 261-265.
- [5] Mehler, M.; Tun, S.; Adatia, N.: "Direct Far-field GO Synthesis of Shaped Beam Reflector Antennas", IEE Proc., Vol. 133, Pt.H, June, 1986.

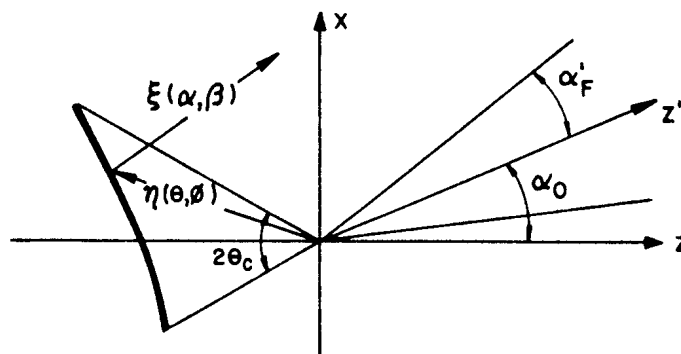


Fig.1 - Sistemas de coordenadas

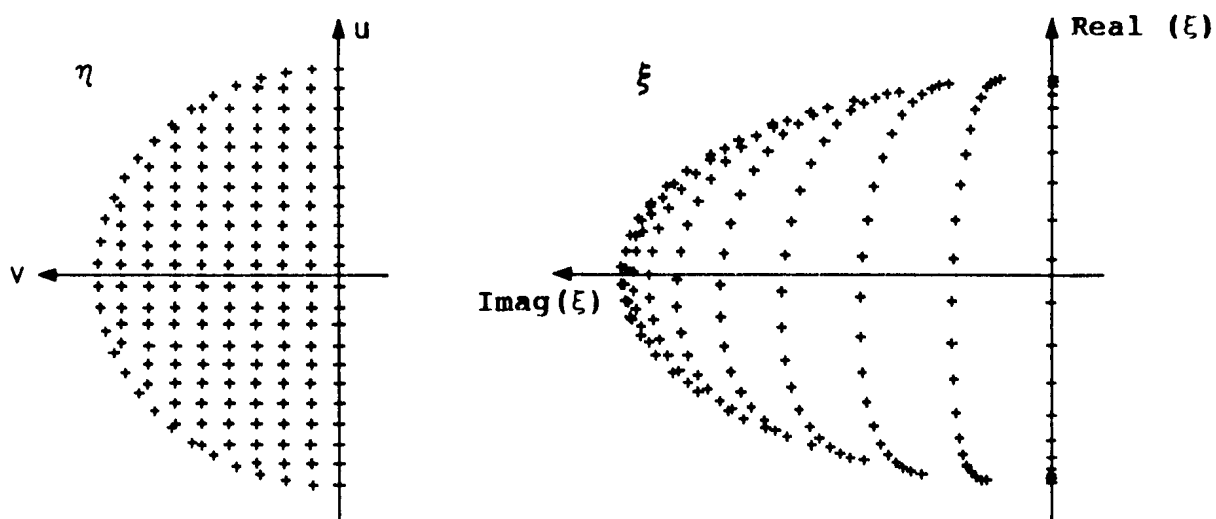


Fig.2 - Mapeamento $\eta \longrightarrow \xi$

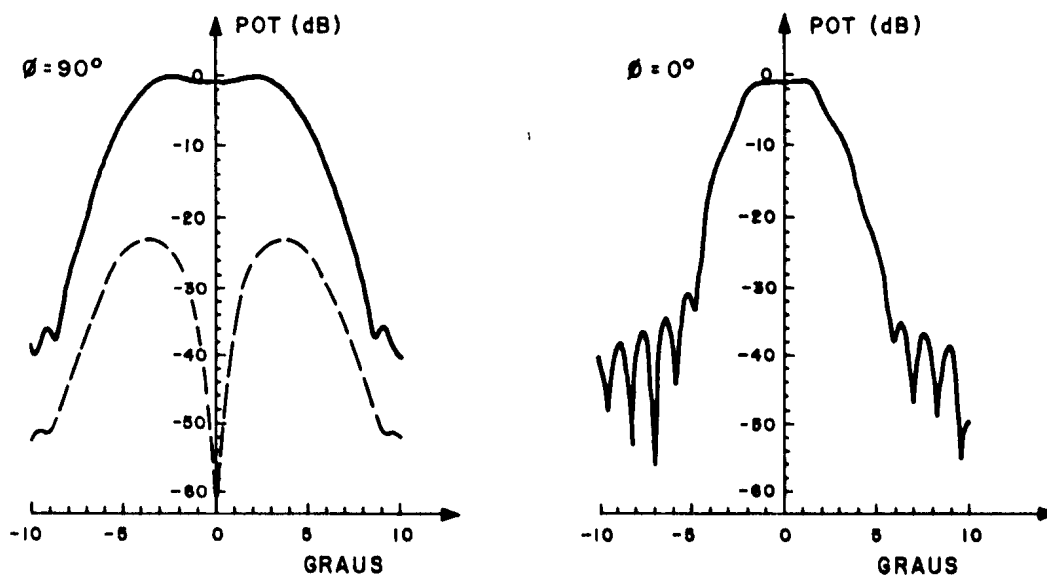
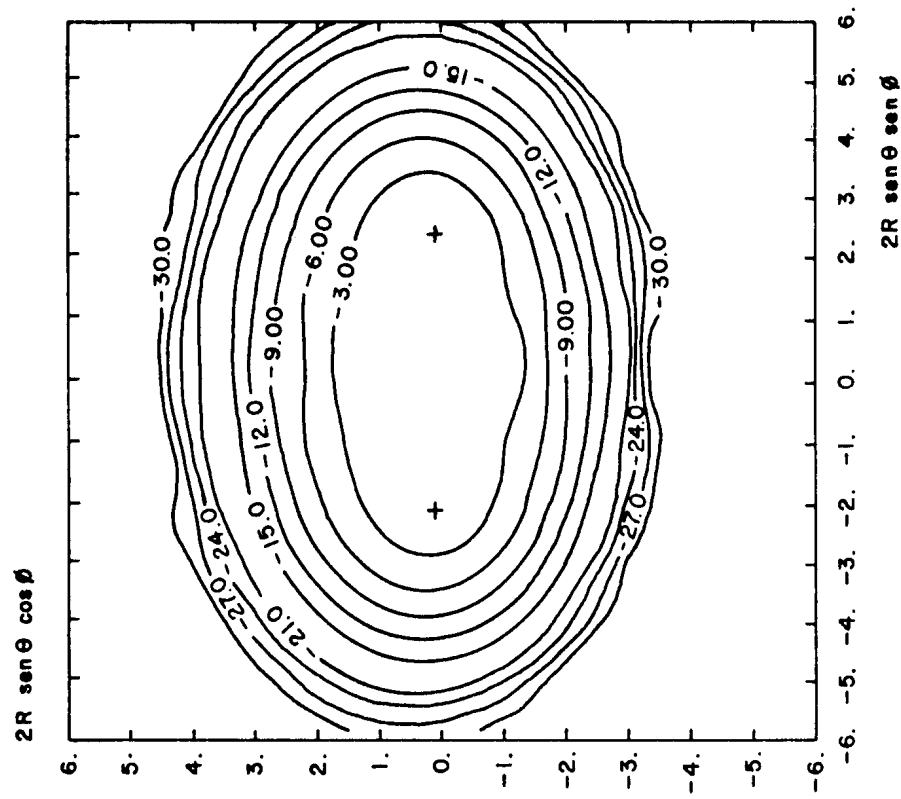


Fig.3 - Diagrama de radiação — Pol. principal - - Cruzada

COPOLAR



POLARIZAÇÃO CRUZADA

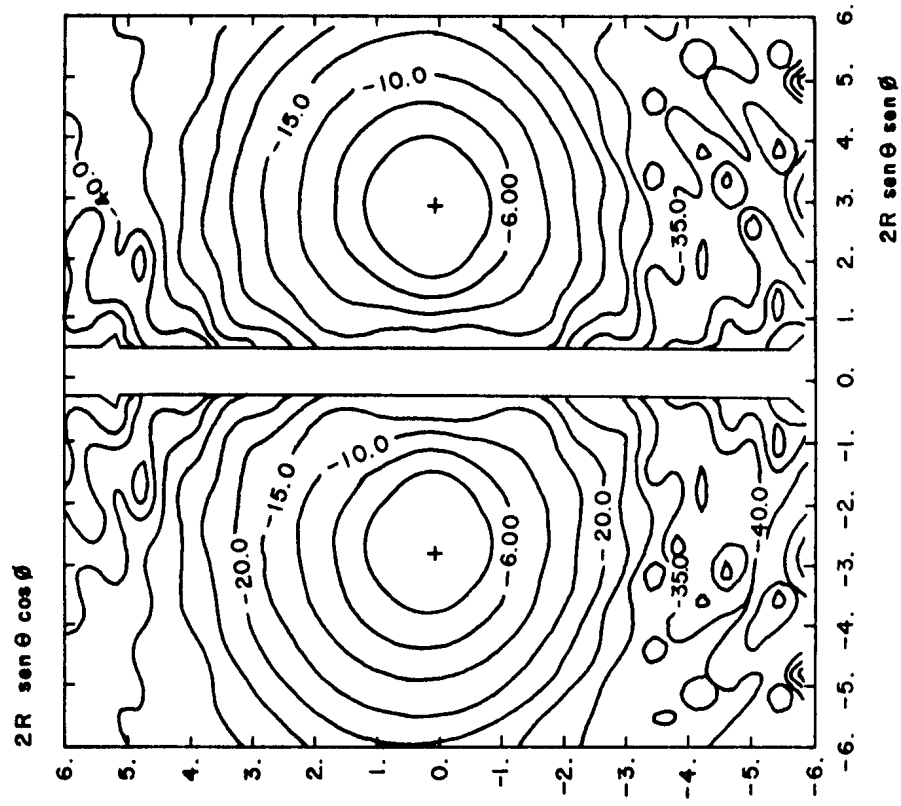


Fig. 4 - Diagrama de radiação - curvas de níveis em dB referidas ao pico de polarização principal