

Correntes equivalentes de borda para a análise de antenas refletoras no domínio do tempo

Cássio G. Rego¹, Flávio J. V. Hasselmann² e Fernando J. S. Moreira¹

¹ DELT – UFMG, Av. Pres. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, CEP 30161- 970, Belo Horizonte – MG

² CETUC – PUC Rio, Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, CEP 22453-900, Rio de Janeiro – RJ

Resumo— Neste trabalho são introduzidas as correntes equivalentes de borda no domínio do tempo (TD-EECs), as quais permitem a determinação do campo difratado em pontos de observação localizados sobre cáusticas, sendo, assim, úteis para a análise da resposta transiente de antenas refletoras focalizadoras. A expressão do campo difratado por superfícies refletoras, obtida a partir das correntes equivalentes é determinada a partir do uso de transformadas inversas de Fourier e da representação analítica de sinais temporais aplicadas à formulação das correntes equivalentes do domínio da frequência desenvolvidas por Michaeli [1]–[4], como acontece com outros métodos assintóticos no domínio do tempo [5]–[7]. A formulação tem sua aplicabilidade atestada através da sua implementação na solução do problema da determinação da resposta transiente de antenas refletoras convencionais de simetria axial.

Palavras-chave— Antenas refletoras, análise no domínio do tempo, métodos assintóticos, resposta transiente.

I. INTRODUÇÃO

É um fato bem conhecido que os métodos de rastreamento de raios falham na determinação dos campos difratados em regiões de cáusticas. Esta dificuldade tem lugar comum na análise transiente de antenas refletoras colimadoras com simetria axial, onde pontos de observação podem estar localizados sobre o eixo da antena. Este inconveniente pode ser contornado utilizando-se correntes equivalentes de borda (TD-EECs) obtidas a partir de uma inversão de Fourier da formulação desenvolvida por Michaeli no domínio da frequência [1]–[4]. Estas correntes podem ser integradas sobre a borda de um refletor para fornecerem os campos difratados em um ponto de observação arbitrário, resguardada a eliminação de todas as possíveis singularidades de sua formulação [3],[4].

Recentemente, um trabalho publicado por Altintas e Russer introduziu correntes equivalentes de borda no domínio do tempo [9]. No entanto, a formulação desenvolvida aplica-se à análise do espalhamento do campo eletromagnético por discos condutores, não sendo adequada para levar em conta os efeitos de fase das correntes equivalentes associados à curvatura do corpo espalhador. Além disso, a formulação de correntes equivalentes no domínio da frequência introduzida por Michaeli [3] leva em consideração as curvaturas dos espalhadores próximas às suas bordas e, consequentemente, é mais adequada para a análise de antenas refletoras.

No presente trabalho, a formulação das correntes equivalentes de borda no domínio da frequência é estendida para o domínio do tempo por meio de uma inversão de Fourier que

consiste em uma transformada inversa e do uso de uma representação analítica de sinais temporais. As TD-EECs assim obtidas são implementadas para a determinação dos campos difratados por antenas refletoras convencionais de simetria axial, excitadas por pulsos duplo-gaussianos. Para verificar a aplicabilidade e a precisão da formulação das TD-EECs, são determinados os campos difratados para pontos de observação localizados tanto em regiões próximas aos eixos de simetria dos refletores, quanto na região dos lobos secundários. Todos os resultados obtidos da formulação apresentada aqui são comparados com aqueles resultantes da aplicação de uma solução de referência que se constitui da aplicação do Método dos Momentos no domínio da frequência, o transformado para o domínio do tempo por uma inversão discreta de Fourier (MoM+IFFT).

II. FORMULAÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO IRRADIADO POR CORRENTES EQUIVALENTES DE BORDA

A. Contribuições das componentes de onda de franja (FWC) e da ótica física (POC)

O campo elétrico irradiado pelas correntes equivalentes de borda, que corresponde ao campo difratado pela borda de uma superfície perfeitamente condutora iluminada por um campo eletromagnético representado pelos vetores intensidade de campo elétrico $\vec{e}^i(\vec{r}'_E, t)$ e de campo magnético $\vec{h}^i(\vec{r}'_E, t)$, é expresso por

$$\vec{e}^{EEC}(\vec{r}, t) = \vec{e}^{FWC}(\vec{r}, t) + \vec{e}^{POC}(\vec{r}, t), \quad (1)$$

onde o primeiro termo do lado direito da equação acima representa o campo irradiado pela componente de onda de franja (FWC) das correntes equivalentes [3], [4], expresso por [8]

$$\begin{aligned} \vec{e}^{FWC}(\vec{r}, t) = & -\frac{1}{4\pi r} \int_{c'} \left\{ \left[\vec{e}^i\left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c}\right) \cdot \hat{t} \right] D_e^{I,f} + \right. \\ & \left. \left[\vec{h}^i\left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c}\right) \cdot \hat{t} \right] \eta_0 D_h^{I,f} \right\} [\hat{t} - (\hat{t} \cdot \hat{a}_r) \hat{a}_r] d\ell' + \\ & \frac{1}{4\pi r} \int_{c'} (\hat{a}_r \times \hat{t}) \left[\vec{h}^i\left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c}\right) \cdot \hat{t} \right] \eta_0 D_h^{M,f} d\ell'. \end{aligned} \quad (2)$$

O segundo termo em (1) representa o campo irradiado pela componente da ótica física (POC) das correntes equivalentes [3], [4] e é obtido da parte real da representação analítica de

sinais [5], [6], [8]:

$$\begin{aligned} \vec{e}^{POC}(\vec{r}, t) &= \frac{-1}{4\pi rc} \int_{c'} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ f(t) * \left[\vec{e}^i \left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c} \right) \cdot \hat{t} \right] \right\} \\ D_e^{I,PO} d\ell' &- \frac{\eta_0}{4\pi rc} \int_{c'} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ f(t) * \left[\vec{h}^i \left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c} \right) \cdot \hat{t} \right] \right\} \\ D_h^{I,PO} [\hat{t} - (\hat{t} \cdot \hat{a}_r) \hat{a}_r] d\ell' &- \frac{\eta_0}{4\pi rc} \\ \int_{c'} (\hat{a}_r \times \hat{t}) \frac{\partial}{\partial t} \left\{ f(t) * \left[\vec{h}^i \left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c} \right) \cdot \hat{t} \right] \right\} & D_h^{M,PO} d\ell'. \end{aligned} \quad (3)$$

Nas equações (2) e (3), η_0 é a impedância intrínseca do espaço livre, c é a velocidade da luz, $\hat{t}$ é o vetor tangente unitário à borda, $\vec{r}$ e $\vec{r}'_E$ localizam o ponto de observação e o ponto de integração ao longo da borda do refletor (c'), respectivamente, e

$$\tau = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'_E|}{c}, \quad (4)$$

é a variável temporal com o retardo de tempo devido à distância entre o ponto de observação e os pontos de integração. O símbolo $*$ em (3) denota uma convolução temporal e $f(t)$ é uma função de transição temporal que mantém a regularidade da componente da ótica física na vizinhança das fronteiras de sombra. Esta função corresponde à inversão de Fourier da função de transição expressa pela Eq. (19) da Ref. [4]. Os coeficientes $D_e^{f,I}$, $D_h^{f,I}$, $D_h^{f,M}$, $D_e^{PO,I}$, $D_h^{PO,I}$ and $D_h^{PO,M}$ podem ser obtidos pela comparação dos integrandos em (2) e (3) com os seus correspondentes no domínio da frequência ao longo das Refs. [1]–[4].

B. Interpretação das integrais de convolução temporal

A parte real do primeiro termo envolvendo uma integral de convolução em (3), necessária para o cálculo do campo irradiado pelas correntes, pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} \text{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left\{ f(t) * \left[\vec{e}^i \left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c} \right) \cdot \hat{t} \right] \right\} \right\} &= \\ = \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{t_0}^t f_R(t-t') \vec{e}^i(\vec{r}'_E, t'-t_0) dt' \right] U(t-t_0), \end{aligned} \quad (5)$$

onde $U(\cdot)$ é a função degrau unitário, $f_R(t)$ é a parte real da função de transição $f(t)$ e t_0 é o instante de tempo a partir do qual o campo irradiado pelas correntes chega ao ponto de observação:

$$t_0 = \frac{|\vec{r} - \vec{r}'_E|}{c} + \frac{|\vec{r}'_E|}{c}. \quad (6)$$

Fazendo a derivação temporal em (5) obtém-se

$$\begin{aligned} \text{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left\{ f(t) * \left[\vec{e}^i \left(\vec{r}'_E, \tau - \frac{|\vec{r}'_E|}{c} \right) \cdot \hat{t} \right] \right\} \right\} &= \\ = \left[\int_{t_0}^t \frac{df_R(t-t')}{dt} \vec{e}^i(\vec{r}'_E, t'-t_0) dt' \right] U(t-t_0) \\ + \vec{e}^i(\vec{r}'_E, t-t_0) f_{ec}(0) U(t-t_0). \end{aligned} \quad (7)$$

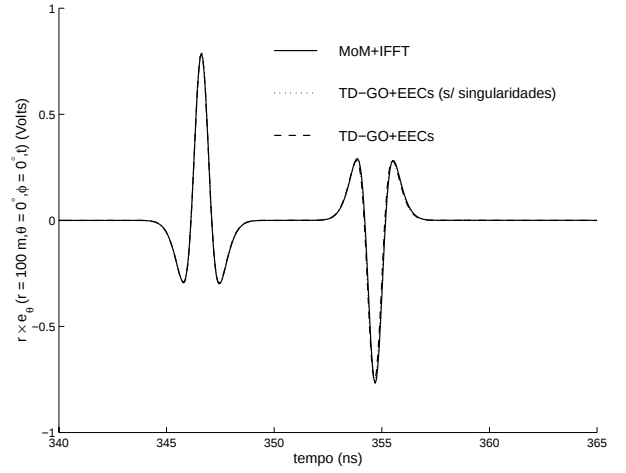


Fig. 1. Resposta de um hiperbolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 0^\circ$.

O segundo termo da equação (7) não é corrigido pela função de transição, o que significa que a parcela das correntes devidas a ele têm uma descontinuidade nas regiões de sombra e reflexão. Isto significa que o primeiro termo também é descontínuo nas fronteiras óticas, de maneira que esta descontinuidade compensa a do primeiro termo de forma a fazer as correntes uniformes em todos os aspectos de observação. Este comportamento é similar ao que acontece na formulação dos métodos de rastreamento de raios. A contribuição do segundo termo de (7) nos campos irradiados é análoga à da ótica geométrica, enquanto que a contribuição do primeiro termo é análoga à dos raios difratados. A análise feita aqui vale também para a segunda convolução temporal da equação (3).

III. APLICAÇÃO: ANÁLISE DE ANTENAS REFLETORAS CONVENCIONAIS COM SIMETRIA AXIAL

Nesta seção, a formulação do campo irradiado pelas correntes equivalentes de borda é utilizada para a determinação do campo espalhado por antenas refletoras convencionais. A validação desta técnica de análise é feita comparando-se os resultados numéricos obtidos com a solução de referência MoM+IFFT.

A. Hiperbolóide iluminado pelo foco

O primeiro caso de estudo a ser examinado envolve a determinação dos campos espalhados por um hiperbolóide de revolução com diâmetro de 7,5 m e excentricidade $e = 2,3$, iluminado a partir do foco por um pulso duplo-gaussiano com duração de 5 ns [8]. A Fig. 1 mostra a resposta do refletor para um ponto de observação situado sobre seu eixo de simetria, com coordenadas ($r = 100$ m, $\theta = 0^\circ$, $\phi = 0^\circ$). Os campos difratados foram determinados a partir da formulação das TD-EECs apresentada neste trabalho, e foram somados aos campos da parcela da ótica geométrica da TD-UTD [8], compondo a resposta total referenciada como TD-GO+EECs. O resultado assim obtido é comparado com a solução de referência (MoM+IFFT) e também com uma versão da TD-GO+EECs que

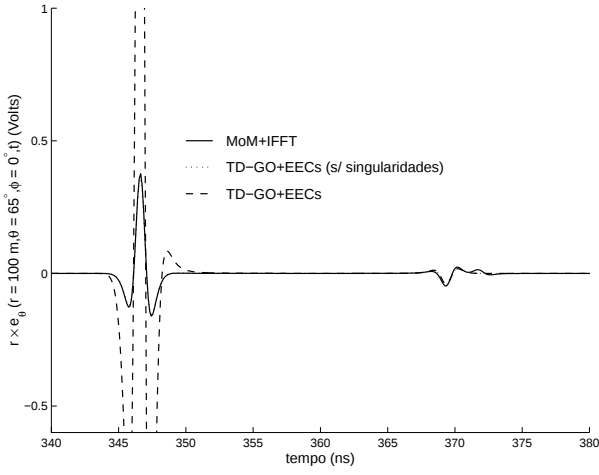


Fig. 2. Resposta de um hiperbolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 65^\circ$.

usa uma versão das correntes equivalentes sem extração de singularidades. Observa-se a concordância entre os resultados das três técnicas. A importância da extração das singularidades das correntes equivalentes se torna evidente ao se analisar o campo espalhado para um ponto de observação localizado nas proximidades de uma das fronteiras de sombra do refletor, onde é conhecido que há uma singularidade nas correntes equivalentes de borda, a qual pode ser extraída [3]. A Fig. 2 mostra os campos espalhados da solução de referência e das duas versões para a TD-GO+EECs no ponto ($r = 100$ m, $\theta = 65^\circ$, $\phi = 0^\circ$), o qual está muito próximo da fronteira de sombra, localizada em $\theta = 64^\circ$. Neste caso, observa-se que a versão das correntes equivalentes com singularidades extraídas mantém a regularidade, enquanto que a versão que contém as singularidades diverge.

B. Parabolóide iluminado pelo foco

Neste caso de estudo, analisa-se a resposta de um parabolóide de revolução com diâmetro de 7,5 m e razão $F/D = 0,4$, também excitado por um pulso gaussiano.

O potencial das correntes equivalentes de borda para o cálculo do campo difratado por antenas refletoras é demonstrado para este caso em estudo analisando-se a resposta do parabolóide para pontos de observação com coordenadas radial e azimutal iguais a $r = 100$ m e $\phi = 0^\circ$, respectivamente, com ângulos de elevação pertencentes ao intervalo $[20^\circ, 180^\circ]$. As figuras 3–8 mostram o campo espalhado pelo parabolóide, determinado pelas correntes equivalentes de borda, comparando-se os resultados obtidos com a solução de referência. Nos pontos de observação escolhidos para esta análise obtém-se um campo espalhado na forma de dois pulsos separados por um intervalo de tempo que aumenta até atingir seu valor máximo em $\theta = 90^\circ$, onde a diferença de caminho percorrido pelos pulsos difratados é igual ao diâmetro do refletor. Para ângulos de elevação no intervalo $[90^\circ, 180^\circ]$ a diferença de tempo entre os pulsos difratados diminui até a sua superposição nas costas do refletor (fig. 8).

Os resultados apresentados nas figs. 3–8 mostram mais uma vez a precisão das correntes equivalentes de borda, que se con-

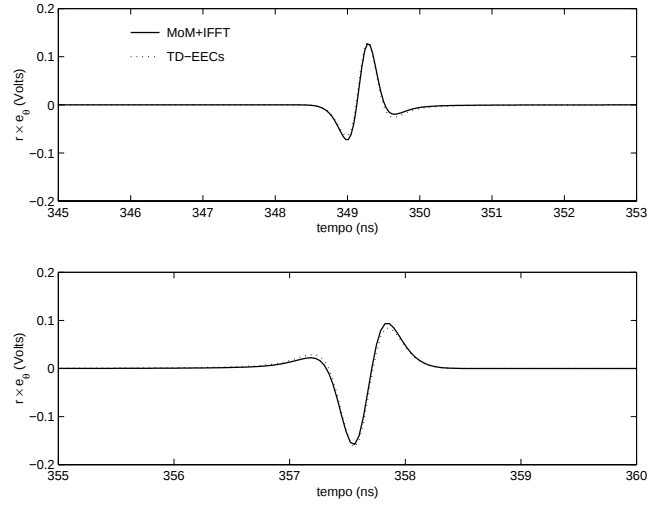


Fig. 3. Resposta de um parabolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 20^\circ$.

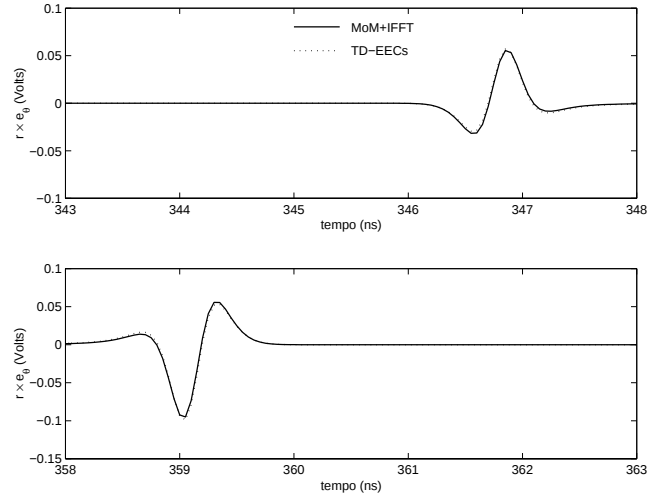


Fig. 4. Resposta de um parabolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 30^\circ$.

stituem em uma técnica robusta para a determinação do campo difratado para qualquer ponto de observação, uma vez que a aplicação da formulação da equação (1) não envolve uma integração sobre toda a superfície do refletor como acontece com a ótica física [7], [8], o que acarreta em um menor tempo de computação neste caso. Além disso, não se faz necessário analisar as posições relativas entre pontos de difração e de observação para verificar se há bloqueio de raios difratados pelo refletor, como aconteceria na aplicação de métodos de rastreamento de raios para o cálculo dos campos para ângulos de elevação pertencentes ao intervalo $[90^\circ, 180^\circ]$.

IV. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentada uma formulação que permite a determinação dos campos difratados por antenas refletoras a partir do uso de correntes equivalentes de borda no domínio do tempo. Tal formulação se constitui em uma técnica alternativa

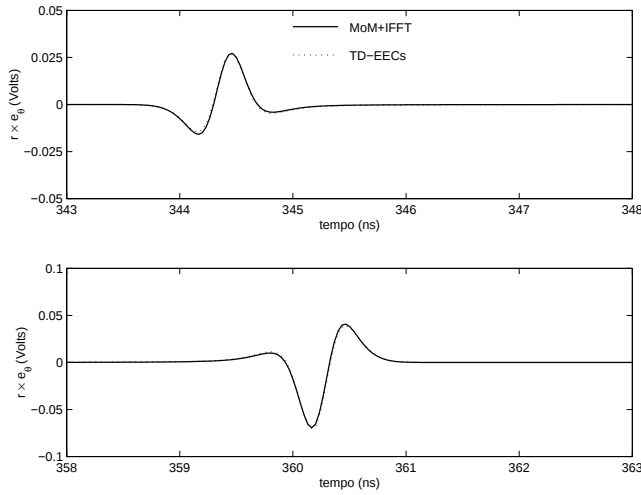


Fig. 5. Resposta de um parabolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 40^\circ$.

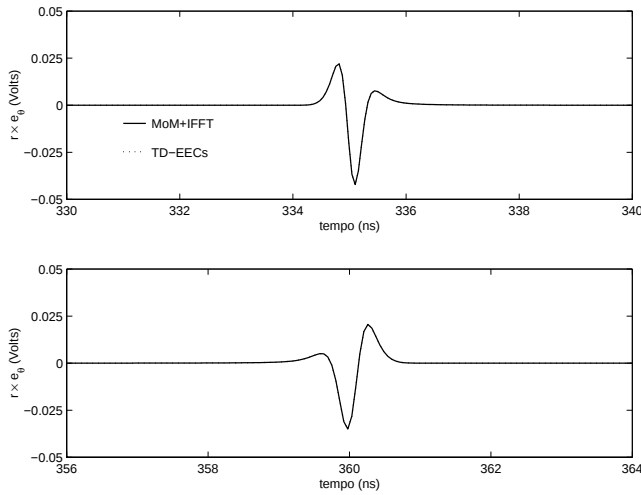


Fig. 6. Resposta de um parabolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 90^\circ$.

aos métodos de rastreamento de raios, pois não apresenta o inconveniente de não ser regular em pontos de observação localizados sobre pontos de focalização, comuns a antenas refletoras de simetria axial.

A técnica é obtida por meios da inversão de Fourier da formulação de correntes equivalentes no domínio da frequência, e se mostrou adequada à análise da resposta transiente de antenas refletoras convencionais, não só em regiões de observação próximas às cáusticas dos métodos de rastreamento de raios, mas para aspectos arbitrários de observação.

REFERÊNCIAS

- [1] A. Michaeli, "Equivalent edge currents for arbitrary aspects of observation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 3, pp. 252–258, March 1984.
- [2] A. Michaeli, "Correction to "Equivalent edge currents for arbitrary aspects of observation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 33, no. 2, pp. 227, February 1985.
- [3] A. Michaeli, "Elimination of infinities in equivalent edge currents, part I: fringe current components", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 7, pp. 912–918, July 1986.

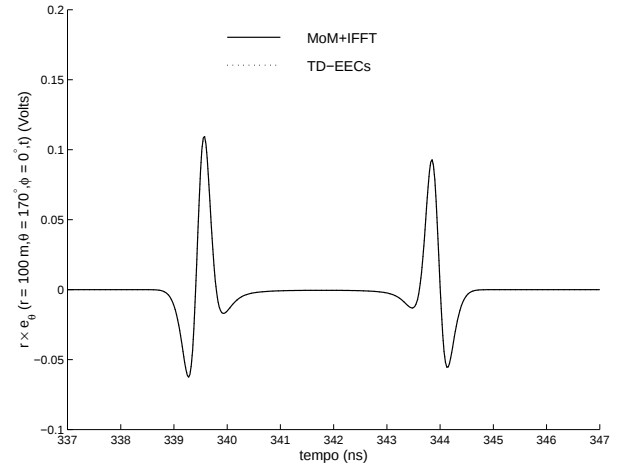


Fig. 7. Resposta de um parabolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 170^\circ$.

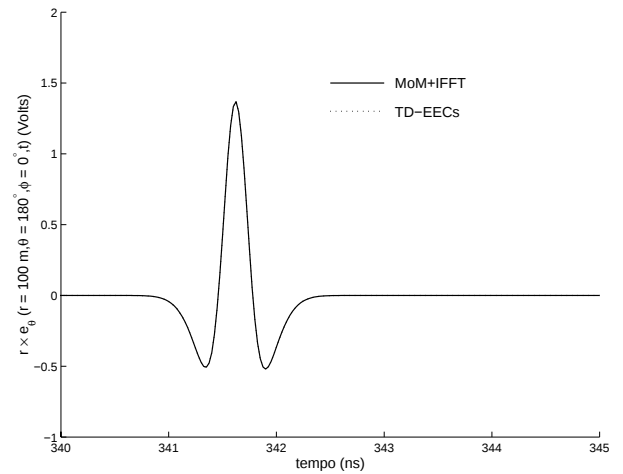


Fig. 8. Resposta de um parabolóide iluminado pelo foco por um pulso duplo-gaussiano, para $\theta = 180^\circ$.

- [4] A. Michaeli, "Elimination of infinities in equivalent edge currents, part II: physical optics components", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 8, pp. 1034–1037, August 1986.
- [5] P. R. Rosseau and P. H. Pathak, "Time-domain uniform geometrical theory of diffraction for a curved wedge", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 12, pp. 1375–1382, December 1995.
- [6] P. R. Rosseau and P. H. Pathak, "TD-UTD slope diffraction for a perfectly conducting curved wedge", *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Newport Beach, California, USA, June 1995, pp. 856–859.
- [7] E.-Y. Sun and W. V. T. Rusch, "Time-domain physical-optics", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, no. 1, pp. 9–15, January 1994.
- [8] C. G. Rego, F. J. V. Hasselmann e F. J. S. Moreira, "Análise no domínio do tempo de antenas refletoras excitadas por pulsos", in *Anais do IX Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, João Pessoa, PB, Agosto de 2000, pp.329–333.
- [9] S. Altintas and P. Russer, "Time-domain equivalent edge currents for transient scattering", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 4, pp. 602–606, April 2001.