

Análise no Domínio do Tempo de Antenas Refletoras Excitadas por Pulsos

Cássio G. Rego¹, Flávio J. V. Hasselmann² e Fernando J. S. Moreira¹

¹DELT – UFMG, Av. Pres. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, Belo Horizonte – MG, CEP 30161-970

²CETUC – PUC RJ, Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro – RJ, CEP 22453-900

Resumo — O objetivo deste trabalho é a análise de antenas refletoras iluminadas por fontes pulsadas no domínio do tempo. As técnicas de análise do campo espalhado consideradas são a Ótica Física no Domínio do Tempo (TDPO) e Teoria Uniforme da Difração no Domínio do Tempo (TD-UTD). A TDPO é complementada com correntes equivalentes de borda para incluir a não-uniformidade das correntes induzidas perto da borda do refletor. Os resultados numéricos são comparados com os obtidos por uma solução de referência baseada em uma inversão de Fourier da solução do Método dos Momentos no domínio da frequência (MoM).

Palavras-chave — Antenas refletoras, domínio do tempo, excitações pulsadas.

I. INTRODUÇÃO

A análise da resposta de uma antena refletora a uma excitação pulsada permite estudar o seu comportamento em uma faixa de frequências bastante larga. Se esta análise é feita diretamente no domínio do tempo, pode-se determinar a função de transferência da antena através de sua resposta impulsional. O interesse no uso de antenas de pulsos estreitos (*short pulse* ou *ultra-wide band radar*) para identificação de alvos e sensoriamento remoto tem motivado a análise do comportamento transitório dos fenômenos ondulatórios eletromagnéticos [1].

Algumas técnicas numéricas como o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) e métodos de equações integrais no tempo e espaço têm sido aplicados na solução da determinação da resposta transiente de espalhadores eletromagnéticos. Estas técnicas apresentam dificuldades como instabilidade, erros de interpolação, erros acumulados ao longo do tempo e a necessidade do uso de grandes quantidades de memória RAM e tempo de CPU quando aplicados à solução de problemas que envolvam corpos espalhadores de grandes dimensões elétricas [1]. Este fato torna atraente o uso de técnicas analíticas assintóticas como a ótica física e o rastreamento de raios no domínio do tempo. É possível obter uma aproximação acurada para a resposta transiente do campo eletromagnético espalhado por objetos de forma complexa excitados por pulsos, da mesma forma que se faz no domínio da frequência, uma vez que não se dispõe de soluções exatas em forma analítica fechada. A simplicidade das correntes da Ótica Física (PO) sobre uma superfície suave e a versatilidade dos raios na Teoria Uniforme da Difração (UTD) no domínio da frequência são mantidos no domínio do tempo, uma vez que uma função

temporal pode ser expressa em termos de suas componentes espectrais.

A Ótica Física no Domínio do Tempo (TDPO) e a Teoria Uniforme da Difração no Domínio do Tempo (TD-UTD) são implementadas aqui para a determinação da resposta de um hiperbolóide iluminado por um pulso duplo-gaussiano. A TDPO é complementada com correntes equivalentes de borda para incluir a não-uniformidade das correntes induzidas perto da borda do refletor. Estas correntes equivalentes são determinadas a partir da formulação desenvolvida por Michaeli no domínio da frequência [2-4] através de uma inversão de Fourier. Os resultados são também comparados com os obtidos de uma inversão de Fourier de uma solução de referência do Método dos Momentos do domínio da frequência (MoM).

II. FORMULAÇÃO

A. Ótica Física no Domínio do Tempo

A técnica da TDPO é derivada por uma inversão de Fourier da formulação correspondente do domínio da frequência [1]. O campo espalhado por uma superfície refletora iluminada por um campo magnético incidente $\vec{h}^i(\vec{r}', t)$ é expresso por

$$\vec{e}^{TDPO}(\vec{r}, t) = -\frac{h_0}{4\pi rc} \iint_{S'} \frac{\partial \vec{j}_{st}^{PO}(\vec{r}', t)}{\partial t} dS', \quad (1)$$

com

$$\vec{j}_{st}^{PO}(\vec{r}', t) = \vec{j}_s^{PO}(\vec{r}', t) - [\vec{j}_s^{PO}(\vec{r}', t) \cdot \hat{a}_r] \hat{a}_r, \quad (2)$$

$$\vec{j}_s^{PO}(\vec{r}', t) = 2\hat{n} \times \vec{h}^i(\vec{r}', t), \quad (3)$$

onde $\vec{j}_s^{PO}(\vec{r}', t)$ é a distribuição temporal de correntes induzidas sobre a superfície do refletor. Nas equações acima h_0 é a impedância intrínseca do espaço livre, c é a velocidade da luz no vácuo, o vetor $\vec{r}'$ localiza o ponto de integração sobre a superfície do espalhador e $\vec{r}$ determina o ponto de observação. A variável temporal t é escrita como

$$t = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c} - \frac{|\vec{r}'|}{c}. \quad (4)$$

$$a_E = -j \ln(m'), \quad (9)$$

Para corrigir as imperfeições da TDPO no cálculo do campo espalhado por antenas refletoras em pontos de observação afastados da região do lobo principal, pode-se fazer uso de correntes equivalentes de borda.

As expressões para as correntes equivalentes elétrica e magnética no domínio da frequência derivadas por Michaeli, aplicadas à geometria de uma antena refletora, são [3]

$$\vec{I}_f(\vec{r}', \omega) = \left\{ -[\vec{E}'(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{t}] \frac{f_1(\vec{r}, \vec{r}')}{-jk_0 \eta_0} + [\vec{H}'(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{t}] \frac{f_2(\vec{r}, \vec{r}')}{-jk_0} \right\} \hat{t}, \quad (5)$$

$$\vec{M}_f(\vec{r}', \omega) = -[\vec{H}'(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{t}] \frac{h_0 f_3(\vec{r}, \vec{r}')}{-jk_0} \hat{t}, \quad (6)$$

onde

$$f_1(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\sin(f'_0/2)}{\sin^2 b'_0} f_0(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (7a)$$

$$f_2(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\cot b'_0 [1 + 2 \sin(a_E/2) \cos f'_0] - \cot b_0 \cos f_0}{\sin b'_0 \sin(a_E/2)} \times f_0(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (7b)$$

$$f_3(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\sin f_0}{\sin b'_0 \sin b_0 \sin(a_E/2)} f_0(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (7c)$$

$$f_0(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{\cos(f'_0/2) + \sin(a_E/2)}. \quad (7d)$$

Em (5) e (6), $\vec{E}'(\vec{r}', \omega)$ e $\vec{H}'(\vec{r}', \omega)$ são os campos elétrico e magnético com frequência angular ω , incidentes sobre a borda do refletor no ponto $\vec{r}'$, respectivamente, e k_0 é a constante de propagação no espaço livre. Os ângulos f'_0 , f_0 , b'_0 e b_0 , que aparecem em (7a) - (7d) são obtidos dos vetores $\vec{r}'$, $\vec{r}$ (ponto de observação), $\hat{t}$ (tangente unitária à borda do refletor) e $\hat{N}$ (normal unitária à superfície, na borda do refletor):

$$\begin{aligned} b'_0 &= \cos^{-1} \left(\frac{\vec{r}'_E}{|\vec{r}'_E|} \cdot \hat{t} \right), \quad b_0 = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cdot \hat{t} \right), \\ \cos f'_0 &= \frac{-\vec{r}'_E \cdot (\hat{N} \times \hat{t})}{|\vec{r}'_E| \sin b'_0}, \quad \sin f'_0 = \frac{-\vec{r}'_E \cdot \hat{N}}{|\vec{r}'_E| \sin b'_0}, \\ \cos f_0 &= \frac{-\vec{r} \cdot (\hat{N} \times \hat{t})}{|\vec{r}| \sin b_0}, \quad \sin f_0 = \frac{-\vec{r} \cdot \hat{N}}{|\vec{r}| \sin b_0}. \end{aligned} \quad (8)$$

O ângulo α_E em (7b) - (7d) é determinado por

onde

$$m' = \begin{cases} m - \sqrt{m^2 - 1}, & m < -1, \\ m + j\sqrt{1 - m^2}, & -1 \leq m \leq 1, \\ m + \sqrt{m^2 - 1}, & m > 1, \end{cases} \quad (10)$$

com

$$m = \frac{\sin b_0 \cos f_0 + \cot b'_0 (\cos b_0 - \cos b'_0)}{\sin b'_0}. \quad (11)$$

O campo elétrico no domínio da frequência irradiado pelas correntes equivalentes é calculado pela integração de (5) e (6) ao longo da borda do refletor:

$$\vec{E}^{EC}(\vec{r}, \omega) = \frac{-jk_0}{4\pi r} \int_{borda} [\vec{h}_0 \vec{I}_f(\vec{r}', \omega) - \hat{a}_r \times \vec{M}_f(\vec{r}', \omega)] e^{-jk_0 |\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}', \quad (12)$$

onde

$$\vec{I}_{fr}(\vec{r}', \omega) = \vec{I}_f(\vec{r}', \omega) - [\vec{I}_f(\vec{r}', \omega) \cdot \hat{a}_r] \hat{a}_r, \quad (13)$$

e

$$\hat{a}_r = \vec{r} / |\vec{r}|.$$

A correção a ser feita no campo espalhado determinado pela TDPO é obtida operando uma inversão de Fourier em (12), o que leva ao resultado

$$\vec{e}^{EEC}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi r c} \int_{borda} \left\{ h_0 \frac{\partial i_f(\vec{r}', t)}{\partial t} [\hat{t} - (\hat{t} \cdot \hat{a}_r) \hat{a}_r] - \hat{a}_r \times \hat{t} \frac{\partial m_f(\vec{r}', t)}{\partial t} \right\} d\vec{r}', \quad (14)$$

onde

$$\frac{\partial i_f(\vec{r}', t)}{\partial t} = -[\vec{e}'(\vec{r}', t) \cdot \hat{t}] \frac{c f_1(\vec{r}, \vec{r}')}{h_0} + [\vec{h}'(\vec{r}', t) \cdot \hat{t}] c f_2(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (15)$$

$$\frac{\partial m_f(\vec{r}', t)}{\partial t} = -[\vec{h}'(\vec{r}', t) \cdot \hat{t}] c h_0 f_3(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (16)$$

$$t = t - \frac{|\vec{r}'_E|}{c} - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'_E|}{c}. \quad (17)$$

O campo determinado por (14) é adicionado ao campo da TDPO dado por (1) de forma a corrigir as correntes da ótica física próximas à borda do refletor.

C. Teoria Uniforme da Difração no Domínio do Tempo

A formulação da TD-UTD para o campo espalhado por uma antena refletora é obtida pela inversão de Fourier das expressões correspondentes no domínio da frequência para os campos incidente, refletido e difratado [5]. Quando se utiliza métodos de rastreamento de raios no estudo do transiente de fenômenos de espalhamento eletromagnético é conveniente representar os campos por funções temporais analíticas. O uso deste tipo de representação evitar a complexidade que surge na aplicação da TD-UTD quando os raios passam através de cáusticas. A representação analítica dos campos da TD-UTD é obtida a partir da UTD no domínio da frequência pela transformação [5]

$$\bar{e}^{TD-UTD}(\vec{r}, t) = \frac{1}{p} \int_0^\infty \bar{E}^{UTD}(\vec{r}, w) e^{jw t} dw, \text{ Im } t > 0. \quad (18)$$

Usando (18), obtemos

$$\bar{e}^{TD-UTD}(\vec{r}, t) = \bar{e}^i(\vec{r}, t) U_i + \bar{e}^r(\vec{r}, t) U_r + \bar{e}^d(\vec{r}, t), \quad (19)$$

onde $\bar{e}^i(\vec{r}, t)$ é a representação analítica do campo incidente, expressa na forma

$$\bar{e}^i(\vec{r}, t) = \hat{p} e_p^+ \left(t - \frac{s^i}{c} \right) \left| A_i(s^i) \right| j^{n_i}, \quad (20)$$

onde $e_p(t)$ determina o seu comportamento temporal e $\hat{p}$ indica as suas componentes vetoriais, que assumimos independentes do tempo. As parcelas para os campos refletido e difratado são, respectivamente,

$$\bar{e}^r(\vec{r}, t) = \left\{ \bar{e}^i(Q_R, t_R) - 2 \left[\bar{e}^i(Q_R, t_R) \cdot \hat{n} \right] \hat{n} \right\} \left| A_r(s^r) \right| j^{n_r}, \quad (21)$$

$$\bar{e}^d(\vec{r}, t) = \left\{ \left[\bar{d}_s(t_D) * e_{b_0}^+(Q_E, t_i) \right] \hat{b}_0 + \left[\bar{d}_h(t_D) * e_{f_0}^+(Q_E, t_i) \right] \hat{f}_0 \right\} \times \left| A_d(s^d) \right| j^{n_d}. \quad (22)$$

As funções degrau unitário espaciais U_i and U_r têm valor um no lado iluminado das fronteiras de sombra e zero caso o ponto de observação esteja na região de sombra. O símbolo $*$ em (22) denota uma convolução temporal. Os coeficientes de difração que aparecem em (22) são expressos por

$$d_{s,h}^+(t) = \frac{-1}{2\sqrt{2p} \sin b_0} \left[\frac{\bar{f}(x_A, t)}{\cos\left(\frac{f-f'}{2}\right)} \mp \frac{\bar{f}(x_B, t)}{\cos\left(\frac{f+f'}{2}\right)} \right], \quad (23)$$

com

$$x_{A,B} = 2L^{i,r} \cos^2\left(\frac{f \mp f'}{2}\right), \quad (24)$$

onde L^i e L^r são os parâmetros de distância para os coeficientes de difração. A função $\bar{f}(x, t)$ é expressa por

$$\bar{f}(x, t) = \frac{1}{p} \int_0^\infty F(x, w) e^{-jw t} dw, \quad (25)$$

onde $F(x, w)$ coleta a dependência dos coeficientes de difração da UTD e é escrita na forma

$$F(x, w) = \sqrt{px} e^{jwx/c} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{jwx}{c}}\right), \quad (26)$$

onde $\operatorname{erfc}(z)$ é a função erro complementar:

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_z^\infty e^{-y^2} dy. \quad (27)$$

As variáveis temporais em (20) e (21) são

$$t_R = t - \frac{s^i + s^r}{c}, \quad (28)$$

$$t_D = t - \frac{s^d}{c}, \quad (29)$$

$$t_i = t - \frac{s^i}{c}, \quad (30)$$

onde as distâncias s^i , s^r e s^d estão representadas na Fig. 1.

Os parâmetros geométricos como as coordenadas dos pontos especulares e de difração, fatores de divergência dos campos espalhados, as coordenadas fixas aos raios e componentes vetoriais, bem como aqueles envolvidos na determinação dos coeficientes de difração, são calculados da mesma maneira que no domínio da frequência [6].

Os expoentes n_i , n_r e n_d que aparecem em (20), (21) e (22) indicam o número de cáusticas atravessadas pelos raios incidente, refletido e difratado, respectivamente. O campo da TD-UTD é obtido da representação analítica (19) a partir da relação [5]

$$\bar{e}^{TD-UTD}(\vec{r}, t) = \operatorname{Re} \left[\bar{e}^{TD-UTD}(\vec{r}, t) \right], \text{ Im } t = 0, \quad (31)$$

onde cada uma das parcelas da representação analítica do campo espalhado pode ser escrita na forma

$$\vec{e}^i(\vec{r}, t) = \vec{e}^i(\vec{r}, t) + jH[\vec{e}^i(\vec{r}, t)], \text{Im}t = 0, \quad (31)$$

$$\vec{e}^r(\vec{r}, t) = \vec{e}^r(\vec{r}, t) + jH[\vec{e}^r(\vec{r}, t)], \text{Im}t = 0, \quad (32)$$

$$\vec{e}^d(\vec{r}, t) = \vec{e}^d(\vec{r}, t) + jH[\vec{e}^d(\vec{r}, t)], \text{Im}t = 0, \quad (33)$$

onde $H[\bullet]$ representa uma transformada de Hilbert. A versatilidade da representação analítica de sinais fica evidenciada a partir da análise de (31), (32) e (33). Por exemplo, caso o campo incidente passe por uma cáustica, a expressão temporal válida é

$$\vec{e}^i(\vec{r}, t) = -H\left[e_p\left(t - \frac{s^i}{c}\right)\right]A_i(s^i)\hat{p}, \quad (34)$$

a qual mostra que não se faz necessária uma análise em separado para cada caso.

III. RESPOSTA DE UM HIPERBOLÓIDE A UM PULSO DUPLO GAUSSIANO

A Fig. 1 mostra a geometria de um hiperbolóide iluminado por uma fonte localizada no seu foco. O campo incidente sobre o refletor é uma onda esférica cujo comportamento temporal é definido por

$$e_p(t) = 4 \exp\left\{-\left[4\left(\frac{c}{a}\right)t\right]^2\right\} - 2 \exp\left\{-\left[2\left(\frac{c}{a}\right)t\right]^2\right\}, \quad (35)$$

onde o coeficiente a determina a largura do pulso. As Figs. 2 e 3 mostram a resposta do hiperbolóide para um pulso incidente com $a = 0,6$ m em dois pontos de observação, calculados usando as formulações da TDPO com a correção das correntes equivalentes e da TD-UTD. Estes resultados são comparados com uma solução de referência baseada no MoM transformada para o domínio do tempo usando um algoritmo da transformada inversa rápida de Fourier (IFFT). Os resultados mostram uma boa concordância entre as técnicas utilizadas. Na Fig. 2 o ponto de observação está no lado iluminado da fronteira de sombra do refletor e o comportamento do campo espalhado é o mesmo observado quando se utilizam técnicas da análise no domínio da frequência, com uma boa concordância entre a TDPO e a TD-UTD, sobretudo para o primeiro pulso, que corresponde à parcela do campo refletido. A Fig. 2a mostra que para as componentes do campo difratado, tem-se um resultado mais acurado por parte da TD-UTD. Isso se deve ao fato das correntes da TDPO serem errôneas em regiões próximas à borda do refletor. Corrigindo-se o campo da TDPO com o campo irradiado pelas correntes equivalentes de borda temos grande melhoria nos resultados obtidos (Fig. 2b). Os resultados mostrados na Fig. 3 são calculados em um ponto de observação situado bem próximo à fronteira de sombra associada ao ponto de difração superior, com o primeiro

pulso observado correspondendo à superposição dos pulsos refletido e difratado.

As integrais de convolução temporal entre os coeficientes de difração e o campo incidente sobre a borda do refletor que aparecem em (22), utilizadas para o cálculo do campo difratado da TD-UTD, foram avaliadas numericamente.

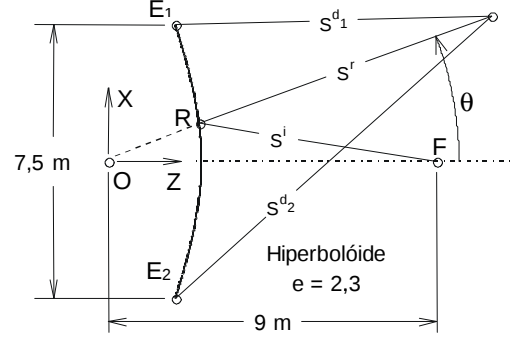
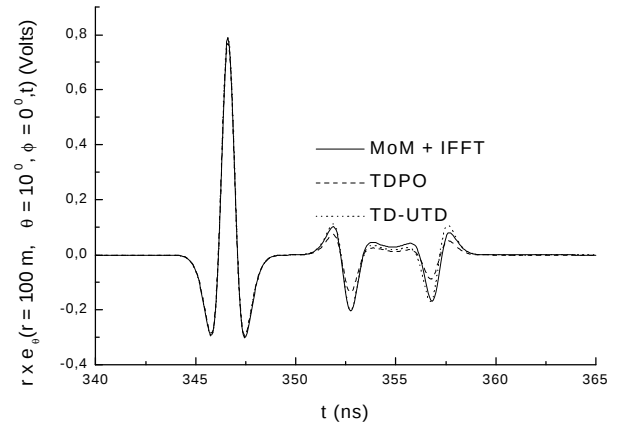
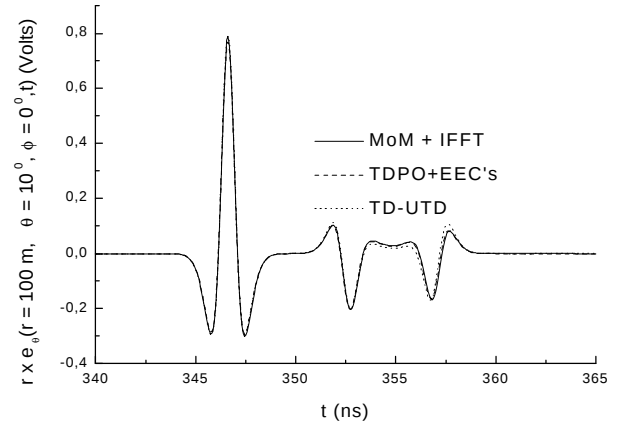


Fig. 1. Geometria do hiperbolóide



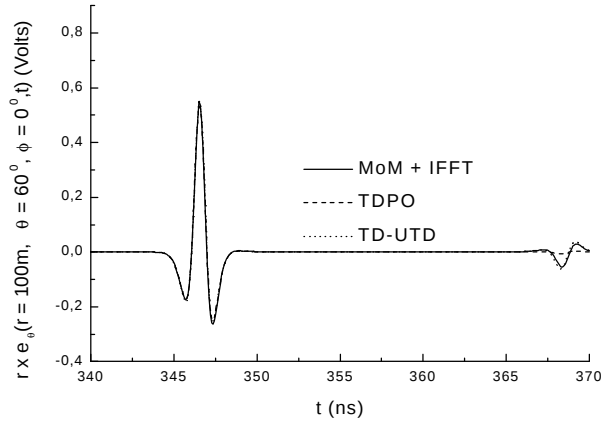
(a) TDPO sem correção



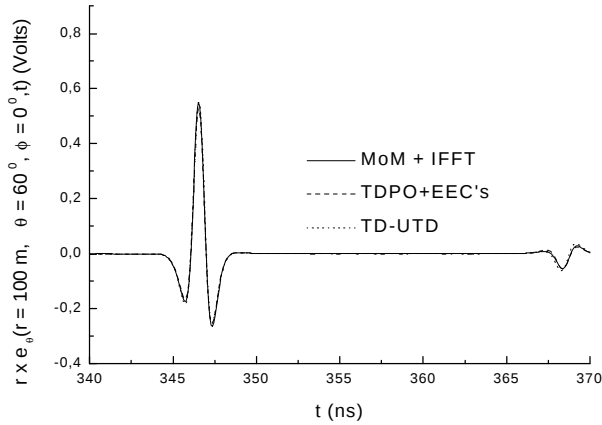
(b) TDPO corrigida

Fig. 2. Campo espalhado para o ponto $r = 100$ m, $\theta = 10^\circ$ e $\phi = 0^\circ$

- [1] E. Y. Sun and W. V. T. Rusch, "Time-domain physical-optics", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, pp. 9-15, January 1994.
- [2] A. Michaeli, "Equivalent edge currents for arbitrary aspects of observation", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, pp. 252-258, March 1984.
- [3] A. Michaeli, "Correction to "Equivalent edge currents for arbitrary aspects of observation"", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 33, pp. 227, February 1985.
- [4] A. Michaeli, "Elimination of infinities in equivalent edge currents, Part I: Fringe current components", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, pp. 912-918, July 1986.
- [5] P. R. Rosseau and P. H. Phatak, "Time-domain uniform geometrical theory of diffraction for a curved wedge", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, pp. 1375-1382, December 1995.
- [6] R. G. Kouyoumjian and P. H. Pathak, "A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface", *Proc. IEEE*, vol. 62, pp. 1448-1461, November 1974.



(a) TDPO sem correção



(b) TDPO corrigida

Fig. 3. Campo espalhado para o ponto $r = 100$ m, $\theta = 60^\circ$ e $\phi = 0^\circ$

IV. CONCLUSÕES

Foram utilizadas formulações assintóticas que permitem determinar uma solução aproximada, mas acurada, do campo espalhado por antenas refletoras excitadas por pulsos, diretamente no domínio do tempo. Foram desenvolvidas correntes equivalentes de borda para corrigir o campo obtido pela TDPO. A acurácia das técnicas pôde ser comprovada na determinação do campo espalhado por um hiperbolóide iluminado por um pulso duplo-gaussiano. Os resultados obtidos pela aplicação da TDPO corrigida e da TD-UTD apresentaram uma boa concordância com aqueles determinados por uma solução de referência (MoM + IFFT). É importante ressaltar que devido à natureza assintótica da PO e da UTD no domínio da frequência (que produzem resultados mais acurados para frequências elevadas), os resultados da TD-UTD e da TDPO são válidos apenas para os instantes de tempo próximos aos da chegada dos campos ao ponto de observação.