

Equações Integrais na Previsão de Propagação Radioelétrica no Domínio do Tempo

Ruã Luz Barbosa

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Universidade Federal de Minas Gerais

Fernando José da Silva Moreira

Departamento de Engenharia Eletrônica

Universidade Federal de Minas Gerais

Resumo—Neste trabalho a TD-EFIE será utilizada na previsão de propagação de um pulso eletromagnético sobre um terreno irregularmente suave. É assumida uma incidência rasante no terreno para uma onda polarizada verticalmente. Bons resultados são alcançados quando comparados aos obtidos pela TD-MFIE e TD-UTD.

Palavras chave—Previsão de propagação, Equação integral, domínio do tempo, Método dos Momentos

I. INTRODUÇÃO

O aumento no uso do espectro eletromagnético em telecomunicações mostrou a necessidade de usar esse espectro de maneira mais eficiente, de forma que um sistema de comunicação não interfira em outro e que ainda tenha altas taxas de transmissão de dados. Levando isso em consideração, deve-se melhor prever a propagação de uma onda de rádio quando se projeta tal sistema. Métodos empíricos têm sido muito utilizados para prever a propagação de ondas eletromagnéticas e eles podem ser mais rápidos que os modelos determinísticos. Porém, mesmo sendo mais complexos e lentos, os modelos determinísticos retornam resultados mais precisos, já que são obtidos diretamente das Equações de Maxwell.

Com o avanço do processamento computacional, o tempo necessário para prever a propagação de uma onda utilizando métodos determinísticos tem diminuído. Isso tem aumentado o interesse em pesquisas em propagação utilizando tais métodos. Predições utilizando equações integrais têm ganhado atenção devido à sua análise de onda completa, retornando resultados com alta precisão [1]. Uma predição, no domínio da frequência, baseada na Equação Integral do Campo Elétrico (*Electric Field Integral Equation* - EFIE) foi proposta em [2], aplicada em um terreno irregularmente suave. Uma formulação complementar, também no domínio da frequência, foi proposta em [1] utilizando a Equação Integral do Campo Magnético (*Magnetic Field Integral Equation* - MFIE). Ambos os trabalhos foram comparados em [1], onde a MFIE apresentou melhor convergência que a EFIE, o que significa que a MFIE pode ser utilizada com um menor esforço computacional. Em ambos os trabalhos uma incidência rasante foi assumida, o que possibilitou tratar o terreno como um condutor magnético perfeito para uma onda polarizada verticalmente. O princípio da equivalência foi então aplicado para encontrar a corrente magnética equivalente na superfície do terreno. A corrente

equivalente foi obtida utilizando o Método dos Momentos. Assumindo o terreno invariável na direção transversal, o Método da Fase Estacionária foi utilizado para simplificar o cálculo da integral de superfície [1], [2].

Com a utilização de sistemas de telecomunicação de faixa muito larga (*Ultra Wideband* - UWB) tem-se aumentado o interesse no estudo da propagação no domínio do tempo, já que, no domínio da frequência, seria necessário o estudo da propagação para diversas frequências do espectro do sinal transmitido. Além disso, o estudo nesse domínio permite a visualização da dispersão temporal do sinal transmitido [3], [4]. As equações integrais do campo magnético e elétrico foram utilizadas em [4] e [5], respectivamente, na previsão de propagação de uma onda eletromagnética em um terreno suavemente irregular no domínio do tempo (TD-MFIE e TD-EFIE, respectivamente). A transformada inversa de Fourier foi aplicada sobre a formulação no domínio da frequência após a aplicação do método da fase estacionária, encontrando as respectivas formulações no domínio do tempo. Para encontrar as correntes magnéticas equivalentes foram utilizados o Método dos Momentos e a técnica *marching-on-in-time*, onde a corrente em determinado instante de tempo é calculada a partir das correntes em instantes de tempo anteriores [6].

Neste trabalho a TD-EFIE é utilizada na previsão de propagação de um pulso eletromagnético sobre um perfil de terreno caracterizado por duas cunhas consecutivas. O resultado obtido dessa formulação é comparado com os resultados obtidos utilizando a TD-MFIE e a Teoria Uniforme da Difração no domínio do tempo (*Time Domain Uniform Theory of Diffraction* - TD-UTD) [3].

Na próxima seção o desenvolvimento das formulações da EFIE e MFIE no domínio da frequência é apresentado; na Seção III é mostrado o desenvolvimento da formulação no domínio do tempo, TD-EFIE e TD-MFIE; na Seção IV são mostrados os resultados comparados com a TD-UTD e na Seção V são apresentadas as conclusões deste trabalho.

II. FORMULAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

O problema a ser resolvido é calcular o campo eletromagnético espalhado por um terreno irregularmente suave. Esse tipo de ambiente pode ser encontrado em áreas rurais, onde não há muitos prédios, o que resulta em um ambiente com

pequenas irregularidades. Como esse tipo de ambiente é menos complexo que áreas urbanas, um método determinístico pode ser útil na caracterização de canais de rádio.

O espalhamento de ondas eletromagnéticas pode ser resolvido com a ajuda do princípio da equivalência. Esse princípio garante que o campo espalhado pelo terreno é o mesmo quando o terreno é substituído por correntes equivalentes em sua superfície, desde que as condições de fronteiras sejam as mesmas em ambos os problemas [7]. Conhecendo-se o campo incidente, as correntes equivalentes superficiais podem ser determinadas e então o campo espalhado pode ser encontrado utilizando as equações integrais, onde um campo é obtido a partir da distribuição de corrente superficial.

Neste trabalho são assumidas uma incidência rasante e uma onda com polarização vertical. Para uma onda polarizada verticalmente com um ângulo de incidência rasante, o coeficiente de reflexão de Fresnel é aproximadamente -1. Assim, a soma dos campos incidente e refletido na superfície do terreno resulta em um campo magnético nulo paralelo à superfície e em um campo elétrico apenas com componentes paralelas a essa superfície. Essas são as características de um condutor magnético perfeito. Portanto, o terreno pode ser tratado como um condutor magnético perfeito e existirão apenas correntes magnéticas equivalentes. Assim, as equações integrais do campo elétrico e magnético, no domínio da frequência, para uma distribuição superficial de corrente magnética, serão dadas no domínio da frequência por [8]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = T[\vec{E}_{in}(\vec{r}) + \vec{L}_2(\vec{M}_s)], \quad (1)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = T\left[\vec{H}_{in}(\vec{r}) + \frac{1}{\eta} \vec{L}_1(\vec{M}_s)\right], \quad (2)$$

$$\vec{L}_1 = -jk \iint_{S'} [\vec{M}_s(\vec{r}') G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G] ds', \quad (3)$$

$$\vec{L}_2 = -\iint_{S'} [\vec{M}_s(\vec{r}') \times \nabla' G] ds', \quad (4)$$

onde T é 2 se o campo é calculado na superfície S' do terreno e 1 se calculado fora dela, $\vec{M}_s$ é a densidade superficial de corrente magnética, $\vec{r}'$ localiza as fontes, $\vec{r}$ é a posição onde os campos elétrico e magnético são calculados, $\vec{E}$ e $\vec{H}$, respectivamente, G é a função de Green do espaço livre, $\vec{E}_{in}$ e $\vec{H}_{in}$ são os campos elétrico e magnético incidentes, respectivamente, $k = 2\pi / \lambda$ é o número de onda, onde λ é o comprimento de onda e η é a impedância intrínseca do meio, neste caso o espaço livre. Aplicando as condições de fronteira de um condutor magnético perfeito,

$$\hat{n} \times \vec{E} = -\vec{M}_s, \quad (5)$$

$$\hat{n} \times \vec{H} = 0, \quad (6)$$

em (1) e (2), com $T=2$, já que a integral está sendo avaliada na superfície do terreno, tem-se:

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in}(\vec{r}) = -\frac{\vec{M}_s(\vec{r}')}{2} - \hat{n} \times \vec{L}_2(\vec{M}_s), \quad (7)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in}(\vec{r}) = -\frac{1}{\eta} \hat{n} \times \vec{L}_1(\vec{M}_s). \quad (8)$$

Assumindo que o transmissor esteja suficientemente afastado do terreno, as correntes equivalentes podem ser consideradas como tendo uma distribuição de fase esférica [1], [2]:

$$\vec{M}_s(\vec{r}) = \vec{M}_a(\vec{r}) e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_o|}, \quad (9)$$

onde $\vec{M}_a(\vec{r})$ é a corrente superficial equivalente sem a distribuição de fase esférica e $\vec{r}_o$ localiza a antenna transmissora, como mostrado na Fig. 1, onde é mostrado também o sistema de coordenadas adotado aqui para o perfil do terreno. $\hat{n}$ e $\hat{n}'$ são os vetores unitários normais à superfície nos pontos do observador e fonte, respectivamente, e $\hat{l}$ e $\hat{l}'$ são seus respectivos vetores unitários tangentes à superfície. $\vec{R}_1$ localiza o ponto fonte em relação à antenna transmissora e $\vec{R}_2$ localiza o observador em relação ao ponto fonte. Considerando isso, (3) e (4) podem ser escritas como:

$$\vec{L}_1 = -jk \int_{l'=-\infty}^{\infty} \left[\vec{M}_a(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_o|} G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}_a(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_o|} \nabla' G \right] dy' dl', \quad (10)$$

$$\vec{L}_2 = -\int_{l'=-\infty}^{\infty} [\vec{M}_a(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_o|} \times \nabla' G] dy' dl'. \quad (11)$$

Assumindo que o terreno seja invariável ao longo do eixo y e que k seja suficientemente elevado, o método da fase estacionária pode ser utilizado para reduzir as integrais de superfície em (10) e (11) em integrais de linha, e então (7) e (8) podem ser escritas como [1], [2]:

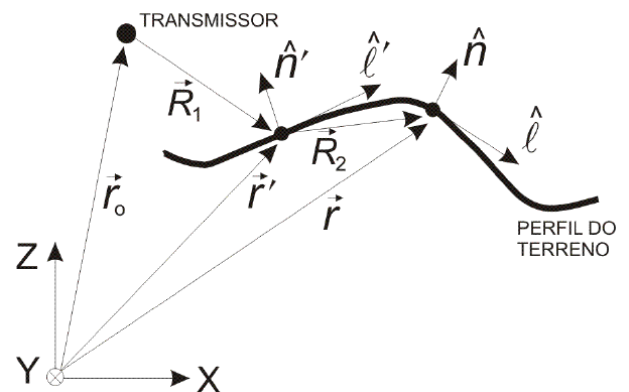


Fig. 1 - Sistema de coordenadas adotado para o perfil do terreno.

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in} = -\frac{\vec{M}_a}{2} e^{-jkR_1} + k \int_{l'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \vec{M}_a G_2 dl', \quad (12)$$

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in}(\vec{r}) = \frac{k}{\eta} \int_{l'} \hat{n} \times \vec{M}_a G_1 dl', \quad (13)$$

$$G_1 = \frac{e^{-jk(R_1+R_2)+j\pi/4}}{4\pi\sqrt{(1+R_2/R_1)R_2/\lambda}}, \quad (14)$$

$$G_2 = \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) G_1, \quad (15)$$

onde R_1 é a distância da antena transmissora ao ponto fonte e R_2 é a distância do ponto fonte ao ponto observador, ambas são distâncias ao longo do plano de incidência $y = y_o = 0$, onde y_o é a coordenada y do transmissor.

III. FORMULAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

As formulações no domínio do tempo podem ser encontradas aplicando a transformada inversa de Fourier em (12) e (13). Com a transformada inversa, além das integrais de linha, surgem integrais de convolução que deverão ser resolvidas. Para encontrar a corrente magnética superficial equivalente no domínio do tempo são utilizados o Método dos Momentos e a técnica *marching-on-in-time* e, para isso, divide-se o terreno em diversos segmentos e discretiza-se o tempo e, assim, monta-se um sistema de equações. Tem-se, então, para a TD-EFIE um sistema do tipo [9]:

$$[V_{i,p}] = [Z_{ij,p}][M_{i,p} - M_{i,p-1}] + [Z_{ij,p}][M_{i,p}], \quad (16)$$

onde, resolvendo-se as integrais de linha para cada segmento do terreno e as integrais de convolução para cada intervalo discreto do tempo, tem-se [9]:

$$V_{i,p} = \vec{E}_{in}(\vec{r}', t_p) \cdot \hat{l}_i, \quad (17)$$

$$Z_{ij,p}^1 = \frac{(\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) \Delta_j}{6\pi R_2 \Delta t_i} \sqrt{\frac{2c}{R_2(1+R_2/R_1)}} \times \left[\sqrt{\tau - t_{p-1}} \left(2\tau + t_{p-1} - 3t_p + \frac{3R_2}{c} \right) - \sqrt{\tau - t_p} \left(2\tau - 2t_p + \frac{3R_2}{c} \right) \right], \quad i \neq j, \quad (18)$$

$$Z_{ii,p}^1 = 0, \quad i = j, \quad (19)$$

$$Z_{ij,p}^2 = \frac{(\hat{n}_i \cdot \hat{R}_2) \Delta_j}{2\pi R_2} \sqrt{\frac{2c}{R_2(1+R_2/R_1)}} \times \left[\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p} \right], \quad i \neq j, \quad (20)$$

$$Z_{ii,p}^2 = -\frac{1}{2}, \quad i = j, \quad (21)$$

em que $M_{i,p}$ é a corrente no segmento i no instante de tempo representado pelo índice p , $\vec{E}_{in}(\vec{r}', t_p)$ é o campo elétrico incidente em $\vec{r}'$ no instante de tempo t_p e Δt_i é o incremento temporal. O retardo de tempo $\tau = t_p - R_2/c$ calcula o instante de tempo no segmento fonte, onde c é a velocidade da luz. Como o terreno é considerado suave, o retroespalhamento pode ser desprezado e a corrente pode ser calculada recursivamente por:

$$M_{i,p} = \frac{1}{Z_{ii,p}^2} \left[V_{i,p} - \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p Z_{ij,p_i}^1 (M_{j,p_i} - M_{j,p_i-1}) - \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=1}^p Z_{ij,p_i}^2 M_{j,p_i} \right], \quad (22)$$

Para a TD-MFIE pode-se montar um sistema de equações dado por [9]:

$$[V_{i,p}] = [Z_{ij,p}][M_{i,p} - M_{i,p-1}], \quad (23)$$

onde:

$$V_{i,p} = -\eta \vec{H}_{in}(\vec{r}', t_p) \cdot \hat{y}, \quad (24)$$

$$Z_{ij,p} = -\frac{\Delta_j}{2\pi c \Delta t_i} \sqrt{\frac{2c}{R_2(1+R_2/R_1)}} \times \left[\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p} \right], \quad i \neq j, \quad (25)$$

$$Z_{ii,p} = -\frac{2\sqrt{c}\Delta_i}{\pi c \Delta t_i} \left[\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p} \right], \quad i = j. \quad (26)$$

Desprezando o retroespalhamento, as correntes podem ser calculadas recursivamente por:

$$M_{i,p} = \frac{1}{Z_{ii,p}} \left[V_{i,p} + Z_{ii,p_i} M_{i,p_i-1} - \sum_{p_i=2}^{p-1} Z_{ii,p_i} (M_{i,p_i} - M_{i,p_i-1}) - \sum_{j=1}^{i-1} \sum_{p_i=2}^p Z_{ij,p_i} (M_{j,p_i} - M_{j,p_i-1}) \right]. \quad (27)$$

Depois de calculada a corrente magnética equivalente na superfície do terreno no domínio do tempo, o campo espalhado pode ser obtido aplicando a transformada inversa de Fourier em (1) com $T=1$ e procedendo da mesma maneira que foi feita para a TD-EFIE. Assim [9]:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{in}(\vec{r}, t) - \sum_{i=1}^N \sum_{p_i=2}^p \left[(\hat{y} \times \hat{R}_2) \frac{\Delta_i}{4\pi} \times \sqrt{\frac{2c}{R_2(1+R_2/R_1)}} (I_1 + I_2) \right], \quad (28)$$

onde:

$$I_1 = \frac{2}{c} \frac{M_{i,p} - M_{i,p-1}}{\Delta t_i} \left(\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p} \right), \quad (29)$$

$$I_2 = \frac{2(M_{i,p} - M_{i,p-1})}{3R_2\Delta t_i} \left[(2\tau + t_{p-1} - 3t_p) \sqrt{\tau - t_{p-1}} - 2(\tau - t_p) \sqrt{\tau - t_p} \right] + \frac{2M_{i,p} (\sqrt{\tau - t_{p-1}} - \sqrt{\tau - t_p})}{R_2}. \quad (30)$$

Assim, através de (22) ou (27) encontra-se as correntes magnéticas na superfície do terreno e, substituindo essas correntes em (28) calcula-se o campo elétrico espalhado.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

As formulações apresentadas na seção anterior foram utilizadas na previsão de propagação de um pulso eletromagnético no domínio do tempo, definido em [9] e [10], mostrado na Fig. 2, sobre uma cunha dupla, caracterizada por duas cunhas consecutivas, cada uma de 100m de extensão e 2m de altura, como mostra a Fig. 3. O transmissor foi posicionado no início do terreno a uma altura de 5m e o receptor posicionado no final do terreno localizado a 5m e 30m de altura.

Os resultados obtidos a partir da TD-EFIE e TD-MFIE foram comparados com os obtidos da TD-UTD [3]. Na Fig. 4 é mostrado o pulso eletromagnético recebido pela antenna transmissora posicionada a 5m acima do terreno. Nela percebe-se que a TD-EFIE e a TD-MFIE retornaram o mesmo resultado. Porém, ambas diferem daquele obtido pela TD-UTD. Na Fig. 5 é mostrado o pulso recebido para o receptor a 30m acima do terreno e nela pode se distinguir dois pulsos: o pulso vindo direto do transmissor e o refletido pelo terreno. Na Fig. 4 esses pulsos estão sobrepostos. Para o receptor a 30m de altura também pode-se perceber que a TD-EFIE e a TD-MFIE retornam valores semelhantes e ambas agora também concordam com a TD-UTD.

A diferença entre o pulso previsto pela TD-UTD e os previstos pelas equações integrais no domínio do tempo no primeiro caso pode ser explicada pelo fato de a TD-UTD implementada não levar em consideração a difração dupla e a difração que ocorre em arestas com ângulos internos maiores que 180°, que ocorre entre as cunhas. Como os raios difratados são mais intensos próximo à superfície, é notada a diferença entre os métodos para o receptor a 5m de altura. Já para o receptor a 30m os raios difratados são menos intensos e, portanto, não influenciam tanto no sinal recebido.

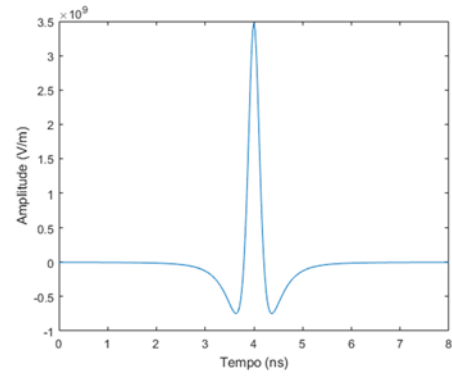


Fig. 2 - Pulso eletromagnético transmitido.

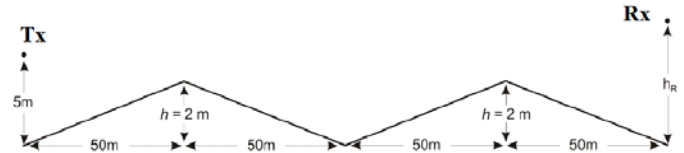


Fig. 3 - Cunha dupla.

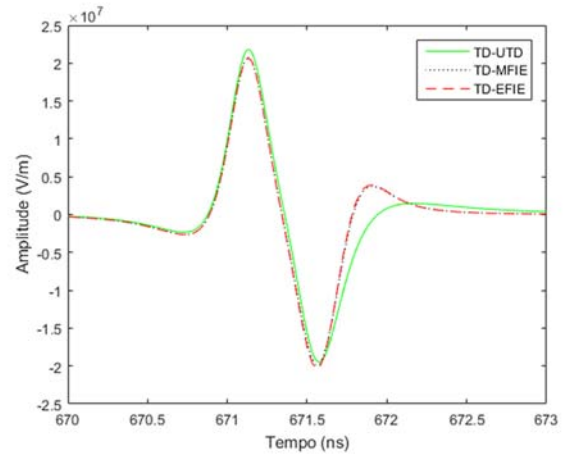


Fig. 4 - Sinal recebido com o receptor a 5m de altura.

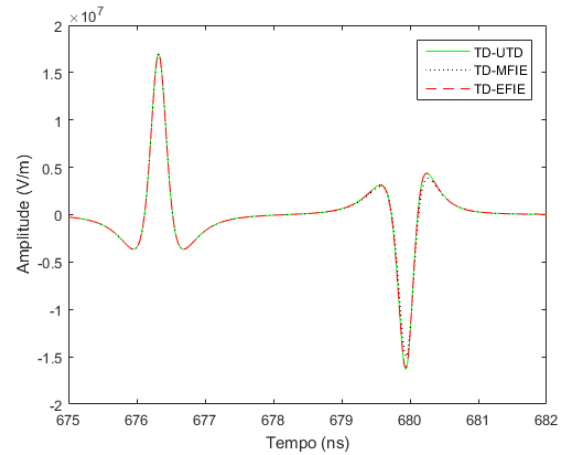


Fig. 5 - Sinal recebido com o receptor a 30m de altura.

V. CONCLUSÕES

Com os resultados apresentados neste trabalho, pode-se concluir que a previsão de propagação de um pulso eletromagnético utilizando a TD-EFIE apresenta uma boa concordância com a previsão feita utilizando a TD-MFIE para o caso de uma cunha dupla. Diferenças foram observadas quando a TD-EFIE e TD-MFIE foram comparadas com a TD-UTD. Essas diferenças se dão devido ao fato de a TD-UTD implementada não contabilizar as difrações duplas e aquelas que ocorrem em arestas com ângulo interno maior que 180° . Caso essas difrações não ocorram ou possam ser desprezadas, a TD-UTD apresentará resultados semelhantes aos da TD-EFIE e TD-MFIE.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado por FAPEMIG, CNPq e CAPES-PROCAD.

REFERÊNCIAS

- [1] F. J. S. Moreira, "MFIE-based propagation prediction," em *SBMO / IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC'01)*, Belém, 2001.
- [2] J. T. Hviid, J. B. Andersen, J. Toftgard and J. Bojer, "Terrain-Based Propagation Model for Rural Area - An Integral Equation Approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, pp. 41-46, January 1995.
- [3] K. L. Borges and F. J. S. Moreira, "Wideband channel propagation prediction in urban scenarios using TD-UTD," em *2003 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC 2003*, 2003.
- [4] R. B. V. Teperino and F. J. S. Moreira, "A TD-MFIE for a Vertically Polarized Pulse Propagation over Irregular Terrains," em *SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 03)*, Foz do Iguaçu, 2003.
- [5] R. L. Barbosa and F. J. S. Moreira, "Propagation Prediction Based on Time Domain Electric Field Integral Equation for Smoothly Irregular Terrains," em *European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018)*, London, 2018.
- [6] G. Manara, A. Monorchio and R. Reggiannini, "A Space-Time Discretization Criterion for a Stable Time-Marching Solution of the Electric Field Integral Equation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, pp. 527-532, 1997.
- [7] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [8] A. J. Poggio and E. K. Miller, *Computer Techniques for Electromagnetics*, Oxford: Pergamon Press Ltd., 1973, pp. 159-264.
- [9] R. L. Barbosa, "Caracterização da Propagação Radioelétrica Sobre Terrenos Irregulares Utilizando Equações Integrais no Domínio do Tempo," PPGEE - UFMG, Belo Horizonte, 2018.
- [10] P. M. Johansen, "Time-domain analysis of electromagnetics scattering problems," Ph. D. Thesis, Technical University of Denmark, 1996.