

Modelagem do Refletor Principal de Antenas Duplo-Refletoras Omnidirecionais Usando Seções de Parábolas

Rafael A. Penchel¹, José R. Bergmann²

CETUC - PUC-Rio

Rio de Janeiro, RJ 22453-130

rapenchel@cetuc.puc-rio.com¹, bergmann@cetuc.puc-rio.br²

Fernando J. S. Moreira

Depto. Engenharia Eletrônica - UFMG

Belo Horizonte, MG 31270-901

fernandomoreira@ufmg.br

Resumo — Este trabalho trata da síntese de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional. O procedimento de síntese baseia-se na modelagem do refletor principal através da concatenação de seções de parábolas de forma a se obter, segundo os princípios da GO, um diagrama co-secante ao quadrado no plano de elevação na região de campo distante. Para ilustrar o método, foi escolhida uma configuração OADE onde o refletor principal possui cáustica virtual. Os resultados foram validados através do Método de Momentos.

Palavras-chaves — Antenas refletoras, antenas omnidirecionais, seções cônicas, óptica geométrica.

I. INTRODUÇÃO

O crescente aumento na demanda por acesso à internet banda larga, assim como na qualidade e velocidade das conexões requeridas tem configurado um importante nicho de mercado conhecido como acesso de última milha. Para provimento deste tipo de serviço, tem-se utilizado largamente o WiMax, que baseia-se no conceito celular para realização da cobertura. Além disso, por operar na faixa de microondas e ondas milimétricas, pode-se empregar antenas refletoras no planejamento de células com cobertura omnidirecional [1]-[3].

Vários trabalhos já foram apresentados tratando da síntese de antenas duplo-refletoras com cobertura omnidirecional uniforme através da solução de uma equação diferencial ordinária [1]-[3]. Tal método foi originalmente proposto em [4] para síntese óptica de refletores *offset* e apropriadamente adaptado em [1] para a modelagem do refletor principal das referidas antenas. Recentemente, um método para a síntese geométrica de antenas circularmente simétricas baseado na concatenação de seções cônicas foi apresentado em [5]-[7].

O presente trabalho propõe um procedimento de síntese do refletor principal de antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional baseado na concatenação de pequenas parábolas de forma a se obter, segundo os princípios da óptica geométrica (GO), um diagrama co-secante ao quadrado no plano de elevação na região de campo distante. Espera-se, com este procedimento, uma considerável melhora na convergência da solução uma vez que nenhuma equação diferencial precisa ser resolvida. Nesta abordagem utiliza-se um procedimento iterativo associado a conceitos de conservação da energia.

Como configuração de refletores foi escolhida a OADE (*Omnidirectional Axially Displaced Ellipse*), por apresentar design mais compacto, com refletor principal com uma cáustica virtual [1]-[3].

II. MODELAGEM DO REFLETOR PRINCIPAL

A formulação utilizada para a obtenção do sub-refletor é discutida em [8] e não será desnecessariamente repetida aqui. Entretanto, é importante citar os principais parâmetros geométricos da antena necessários para a síntese do refletor principal. Tais parâmetros são ilustrados na Fig. 1.

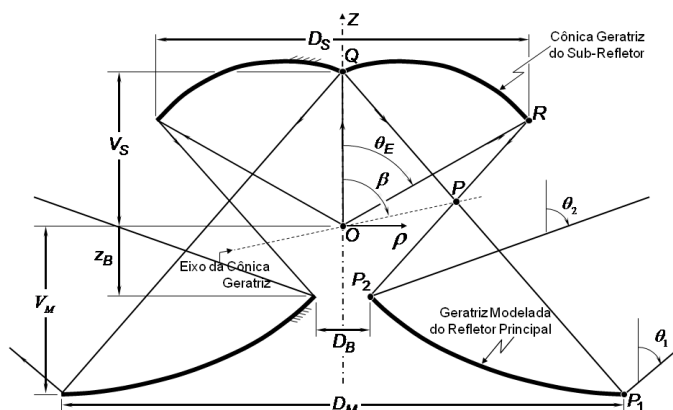


Figura 1 - Parâmetros geométricos básicos de uma antena OADE com refletor principal modelado

Do ponto de vista da GO, no presente sistema duplo-refletor o subrefletor é iluminado por uma fonte pontual na origem O com diagrama de radiação $G_F(\theta_F)$ circularmente simétrico, onde θ_F é a direção relativa ao eixo z (o eixo de simetria do sistema duplo refletor) do raio que parte de O . Após a reflexão no subrefletor, o raio corta a cáustica anular representada pelo ponto P (observe a Fig. 1) e incide sobre o refletor principal. Após a segunda reflexão, a frente de onda torna-se esférica na região de campo distante do refletor principal, cujo diagrama de radiação circularmente simétrico é representado por $G_A(\theta)$, onde θ é a direção de observação relativa ao eixo de simetria z .

A cônica que gera a superfície de revolução do subrefletor tem dois focos, sendo um deles situado na origem (O) e o outro no ponto P . O refletor principal, por sua vez, será gerado pela concatenação de diversas seções de parábolas M_n ($n=1, 2, \dots, N$), todas com foco em P . O eixo de cada parábola local M_n tem ângulo de elevação γ_n em relação ao eixo de simetria (eixo z) dos refletores. Os raios refletidos pelo subrefletor cruzam a cáustica no ponto P e tem um ângulo θ_{Sn} em relação ao eixo z . Após a reflexão pela n -ésima parábola M_n , o raio proveniente do subrefletor passa a ter direção dada pelo ângulo θ_n , em relação ao eixo z .

III. EQUAÇÕES DE MODELAGEM

No intuito de definir de maneira única cada uma das seções de parábolas M_n que representam a geratriz do refletor principal modelado, dois parâmetros devem ser determinados para cada M_n : o *semilatus rectum* a_n (que para uma parábola é igual a duas vezes a distância focal da parábola) e o ângulo de elevação γ_n do eixo da parábola. Como o subrefletor é gerado por uma única cônica, o foco P e a direção do raio refletido pelo subrefletor θ_{Sn} são conhecidos e dados por [1]:

$$\eta_{Sn} = \frac{e \sin \beta + 1 - \eta_{Fn} e \sin \beta}{e \sin \beta + \eta_{Fn} (e \cos \beta - 1)} \quad (1)$$

$$\tilde{P} = 2c(\sin \beta \hat{\rho} + \cos \beta \hat{z}) \quad (2)$$

onde e é a excentricidade da cônica que gera o subrefletor, $2c$ é a distância inter-focal da cônica e β é o ângulo entre o eixo z e o eixo da cônica (observe a Fig. 2). As direções η_{Fn} e η_{Sn} são definidas como:

$$\eta_{Fn} = \cot\left(\frac{\theta_{Fn}}{2}\right) \quad (3)$$

$$\eta_{Sn} = \cot\left(\frac{\theta_{Sn}}{2}\right) \quad (4)$$

Em (3) o ângulo θ_{Fn} é o ângulo entre o raio que parte do foco O e o eixo z . O índice n que também aparece em (1) e (4) faz referência às diferentes direções de cada raio da fonte à região de campo distante.

A variável θ_{Fn} controla os passos do processo iterativo de modelagem e varia uniformemente de $\theta_{Fn} = \theta_E$ (com $n=0$ e θ_E o ângulo de borda do subrefletor) a $\theta_{Fn} = 0$ (com $n=N$), tal que:

$$\Delta\theta_F = \theta_{Fn-1} - \theta_{Fn} = \frac{\theta_E}{N} \quad (5)$$

Note que apesar de $\Delta\theta_{Fn}$ ser constante, $\Delta\theta_{Sn}$ não é. Para cada θ_{Fn} haverá um θ_{Sn} conhecido e determinado através (1).

A acurácia da síntese aumenta na medida em que $\Delta\theta_{Fn}$ diminui. Porém, isso não ocorre de forma linear.

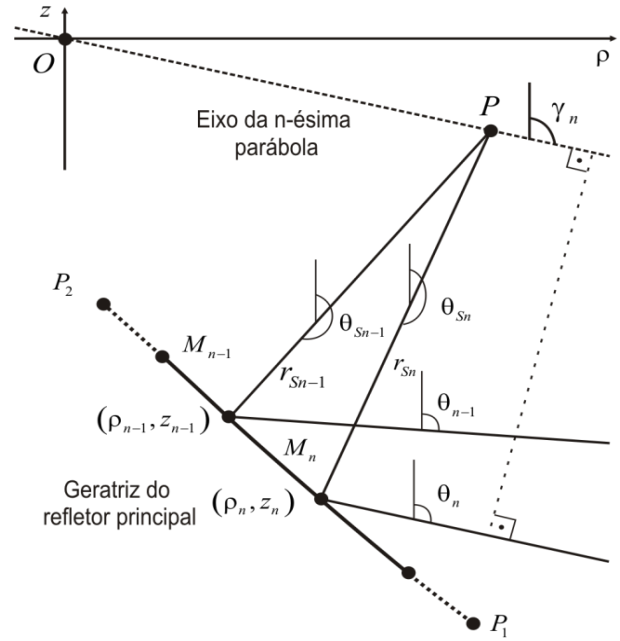


Figura 2 - Parâmetros das seções parabólicas locais

O processo iterativo começa com $n=0$. Neste passo inicial, o raio proveniente do foco O com direção $\eta_{Fn} = \eta_E$ é refletido pelo subrefletor na direção $\eta_{Sn} = \eta_{SE}$, onde as direções η_E e η_{SE} são obtidas através de (3) e (4) considerando $\theta_{Fn} = \theta_E$ e $\theta_{Sn} = \theta_{SE}$, respectivamente (observe a Fig. 3). A distância r_{SE} entre a cáustica P e o ponto inicial da síntese do refletor principal é:

$$r_{SE} = \left| \overline{PP_2} \right| \quad (6)$$

onde P_2 é o primeiro ponto da geratriz do refletor principal definido *a priori*, ilustrado nas Fig. 2 e 3.

Para a modelagem do refletor principal é necessário determinar o ângulo de elevação γ_n do eixo de simetria de cada uma das parábolas M_n que irão compor a geratriz modelada do refletor principal. Tais ângulos serão determinados através da aplicação do conceito de conservação da energia, representado através da seguinte equação:

$$\int_0^{\theta_{Fn}} G_F(\theta_F) \sin \theta_F d\theta_F = N \int_{\theta_1}^{\gamma_n} G_A(\theta) \sin \theta d\theta \quad (7)$$

Onde

$$N = \int_0^{\theta_E} G_F(\theta_F) \sin \theta_F d\theta_F / \int_{\theta_1}^{\theta_2} G_A(\theta) \sin \theta d\theta \quad (8)$$

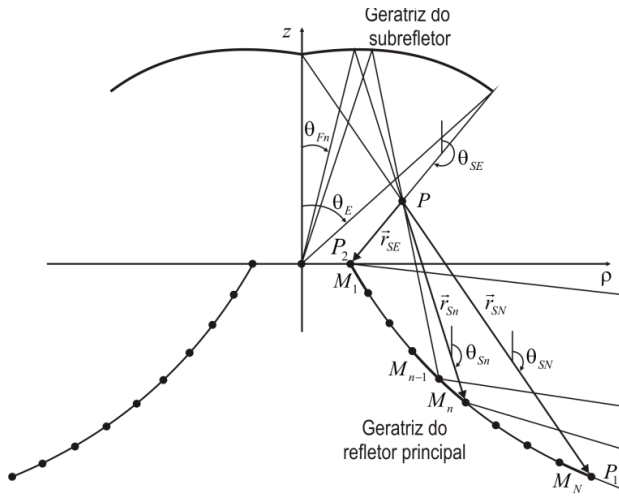


Figura 3 - Seções de parábola consecutivas representando a geratriz modelada do refletor principal

Em (8), θ_1 e θ_2 correspondem, segundo os princípios da GO, aos limites do feixe de raios na região de campo distante. Para $\theta_1 > \theta_2$, a estrutura de raios corresponde a um refletor principal com cáustica virtual. Caso contrário ($\theta_2 > \theta_1$), o refletor terá cáustica real [1]-[3].

O último parâmetro a ser obtido é a_n , dado por [4]:

$$a_n = \frac{r_{Sn-1}(1 + \eta_{Sn-1}^2)}{\eta_{Sn-1}^2 d_n + 2\eta_{Sn-1} c_n - (d_n + 2)} \quad (9)$$

Onde

$$c_n = \sin \gamma_n \quad (10)$$

$$d_n = \cos \gamma_n - 1 \quad (11)$$

Em (9), r_{Sn-1} corresponde à distância entre a cáustica P e o ponto da geratriz do refletor principal determinado na iteração anterior ($n - 1$). Para a primeira iteração ($n = 0$), $r_{Sn-1} = r_{SE}$. Finalmente, a partir de (9) determina-se a distância entre o foco P e o ponto consecutivo da geratriz fazendo $\eta_s = \eta_{Sn}$:

$$r_{Sn} = \frac{a_n [\eta_{Sn}^2 d_n + 2\eta_{Sn} c_n - (d_n + 2)]}{(1 + \eta_{Sn}^2)} \quad (12)$$

O vetor que localiza os pontos do refletor principal para um dado θ_{Sn} é:

$$\vec{r}_s = r_{Sn} (\sin \theta_{Sn} \hat{\rho} + \cos \theta_{Sn} \hat{z}) \quad (13)$$

IV. ESTUDO DE CASO

No presente estudo de caso, o refletor principal foi modelado para apresentar um diagrama co-secante ao quadrado

no plano de elevação entre $\theta_2 = 93^\circ$ e $\theta_1 = 135^\circ$ com cáustica virtual, como mostra o diagrama de raios apresentado na Fig. 4.

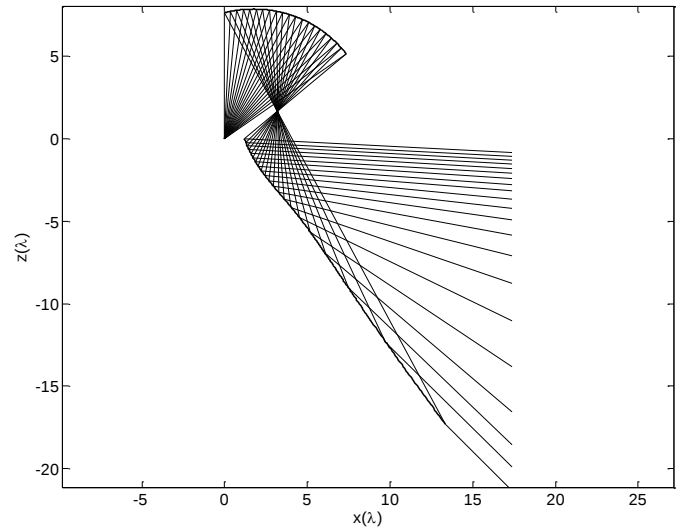
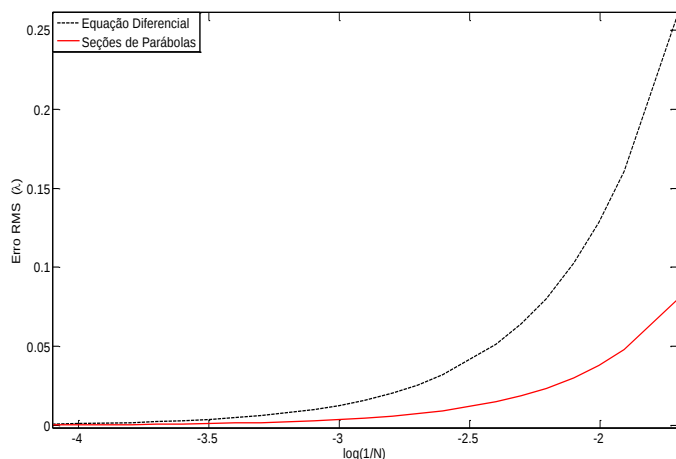


Figura 4 - Geratrizes do subrefletor e do refletor principal

Para a determinação do subrefletor foram utilizados os seguintes parâmetros: a distância entre a origem e o vértice $V_s = 7,64\lambda$, o diâmetro do refletor principal $D_M = 17,56\lambda$, a coordenada z da borda interna do refletor principal $z_B = 0$, o diâmetro da abertura central $D_B = 2,4\lambda$, a largura da abertura cônica $W_A = 7\lambda$ e o ângulo entre o eixo de simetria (eixo z) e o eixo da parábola geratriz $\gamma = 102^\circ$ [8]. Note que estas dimensões de projeto são para uma antena OADE clássica, cuja direção do feixe é γ [8]. Este ângulo tem influência apenas na definição da cônica que gera o subrefletor, não estando relacionado com os ângulos γ_n dos eixos das parábolas M_n que compõem a geratriz modelada do refletor principal.

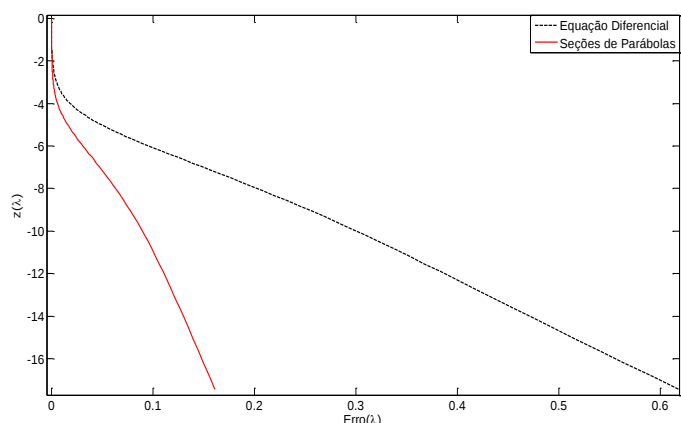
As funções $G_F(\theta_F)$ e $G_A(\theta)$ e que descrevem o diagrama do alimentador e o campo na região de campo distante, respectivamente, são discutidas em [1]. Cabe ressaltar que o alimentador escolhido é uma abertura coaxial, cujas dimensões são: raio interno $r_i = 0,45\lambda$ e raio externo $r_e = 0,9\lambda$.

O procedimento de modelagem apresentado na Seção III é consideravelmente mais simples e, consequentemente, mais rápido do que o proposto em [1]-[3]. Outra importante característica é a convergência numérica apresentada pela presente técnica de modelagem, que proporciona a mesma precisão do procedimento baseado na solução de uma equação diferencial com aproximadamente quatro vezes menos passos. Para ilustrar isso, a Fig. 5 apresenta o erro RMS da geratriz modelada em função do número de pontos utilizados no processo. A superfície de referência foi obtida através do tradicional método de síntese [1] com um número de pontos muito grande ($N = 2 \times 10^5$). O erro RMS foi obtido


Figura 5 - Erro RMS da modelagem em função do número de pontos N

comparando a distância r_s entre a cáustica P e a superfície do refletor modelado.

Os dois procedimentos de síntese do refletor principal (baseados na solução de uma equação diferencial ou através da concatenação de seções de parábolas) são realizados através de processos iterativos, onde o próximo ponto é determinado em função do anterior. Consequentemente, o erro na síntese é acumulado, tornando o último ponto o de maior erro. A Fig. 6 apresenta o erro absoluto ao longo da geratriz modelada do refletor principal em função da coordenada Cartesiana z do refletor, de onde se verifica o aumento do erro próximo à borda do refletor.


Figura 6 - Error ao longo da síntese para $N = 201$ pontos em função da coordenada z do refletor modelado

Na Fig. 7 são apresentados os diagramas de radiação obtidos através do método dos momentos (MoM). Para a modelagem através da solução de uma equação diferencial foram utilizados 501 pontos. Para a modelagem através da concatenação de seções de parábolas foram usados 126 pontos. Nota-se que os diagramas de radiação são praticamente iguais, indicando que o método proposto apresenta o mesmo nível de precisão utilizando menos pontos.

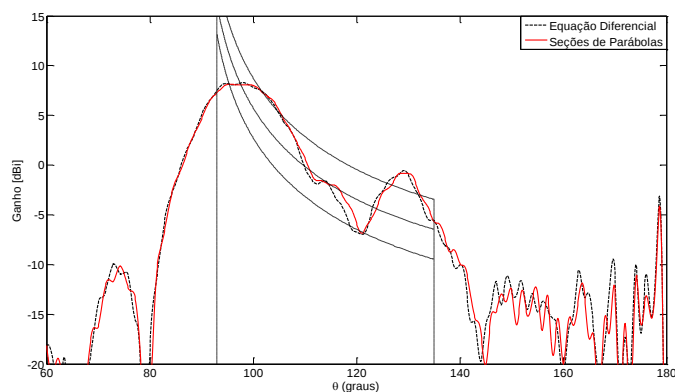


Figura 7 - Diagramas de radiação (MoM) da antena OADE

V. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um método de síntese do refletor principal de antenas duplo-refletores para cobertura omnidirecional baseado na concatenação de seções de parábola, sendo a geratriz do subrefletor uma cônica clássica. Como o presente método não soluciona nenhuma equação diferencial, ele é numericamente mais eficiente e converge mais rápido do que o método proposto em [1]-[3]. A formulação apresentada foi aplicada a uma configuração OADE, mas pode ser adaptada a outras configurações.

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho foi possível devido ao apoio do CAPES (projeto PROCAD 0377058), CNPq (INCT Comunicação Sem Fio), FAPEMIG, e FAPERJ.

REFERÊNCIAS

- [1] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, "Omnidirectional ADE antenna with GO shaped main reflector for arbitrary far-field pattern in the elevation plane," IET Microwaves, Antennas & Propagation, vol. 3, no. 5, pp. 1028–1035, Oct. 2009.
- [2] José R. Bergmann and Fernando J. S. Moreira, "Bandwidth behavior of omnidirectional dual-reflector antennas synthesized for uniform coverage," Journal of Microwaves, Optoelectronics, and Electromagnetic Applications, vol. 8, no. 1, pp. S1–S8, June 2009.
- [3] Rafael A. Penchel, "Modelagem Geométrica de Antenas Duplo-Refletores para Cobertura Omnidirecional", Dissertação de Mestrado, DELT/UFMG, dezembro 2009.
- [4] Westcott, B. S., Stevens, F. A., and Brickell, F., "GO synthesis of offset dual reflectors", IEE Proc., 128, Pt. H, (1), pp. 11-18, 1981.
- [5] Y. Kim and T.-H. Lee, "Shaped Circularly Symmetric Dual Reflector Antennas by Combining Local Conventional Dual Reflector Systems", IEEE Trans. Antennas Propagat. vol. 57, no. 1, pp. 47-56, Jan. 2009.
- [6] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, "Shaping Axis-Symmetric Dual-Reflector Antennas by Consecutively Concatenating Conic Sections," 2009 International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 09), Belém, PA, Brazil, pp. 359–362, Nov. 2009.
- [7] Fernando J. S. Moreira and José R. Bergmann, "Omnidirectional Dual-Reflector Shaping by Concatenating Conic Sections," 4th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2010), Barcelona, Spain, April 2010.
- [8] Fernando J. S. Moreira and J. R. Bergmann, "Axis-Displaced Dual-Reflector Antennas for Omnidirectional Coverage with Arbitrary Main-Beam Direction in the Elevation Plane," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 54, no. 10, pp. 2854–2861, Oct. 2006.