

Tratamento da Junção entre Corpos de Revolução na Análise do Espalhamento Eletromagnético através do Método dos Momentos

Úrsula C. Resende¹, Fernando J. S. Moreira e Odilon M. C. Pereira-Filho

¹Dept. Electric Engineering, CEFET-MG, Belo Horizonte, MG, CEP 35510-000, Brazil

Dept. Electronics Engineering, UFMG, Belo Horizonte, MG, CEP 31270-901, Brazil

Resumo — Neste trabalho é apresentado um tratamento para representar correntes superficiais no ponto de junção entre corpos de revolução (BOR). O método é aplicado às equações integrais de superfície obtidas na solução do espalhamento eletromagnético através do método dos momentos (MoM). A análise é realizada por três formulações: EFIE e CFIE para superfícies condutoras abertas e fechadas, respectivamente, e PMCWHT para superfícies dielétricas. A técnica é avaliada através da análise de esferas dielétricas com hemisférios e parcialmente recobertas por uma fina casca condutora. Também são apresentados os resultados obtidos na análise de uma antena dublo-refletora para cobertura omnidirecional.

Palavras-chaves — Método dos Momentos, equações integrais dos campos elétrico e magnético, junção de corpos de revolução.

I. INTRODUÇÃO

Existe uma vasta literatura a respeito dos métodos que utilizam equações integrais de superfície para a solução numérica do espalhamento eletromagnético por corpos homogêneos tridimensionais [1]-[9]. A eficiência do método dos momentos (MoM) juntamente com as equações integrais dos campos elétrico (EFIE) e magnético (MFIE) na análise numérica do espalhamento eletromagnético por corpos de revolução (BOR – *Bodies of Revolution*) homogêneos já foi demonstrada [2]-[6]. Diferentes combinações lineares entre as EFIE e MFIE têm sido investigadas e as mais utilizadas são as que conduzem às formulações CFIE, PMCHWT e Müller para superfícies CEP (condutoras elétricas perfeitas) fechadas e superfícies dielétricas, respectivamente [2]-[6]. Porém, o espalhamento eletromagnético por BOR constituídos de regiões de diferentes materiais, como a esfera ilustrada na Fig. 1, e a representação das correntes superficiais no ponto de junção das superfícies que limitam estas regiões merecem atenção especial [6],[10].

A precisão e a convergência da análise numérica utilizando a EFIE e MFIE, numericamente avaliadas através do MoM, requer a escolha de funções de base adequadas para a representação das correntes superficiais. Porém, representações sofisticadas para a corrente podem conduzir a equações integrais muito complicadas e de difícil tratamento das singularidades. Neste trabalho, esta representação é realizada através de funções de base triangulares (FBT) [6]. Estas funções são definidas sobre dois segmentos consecutivos,

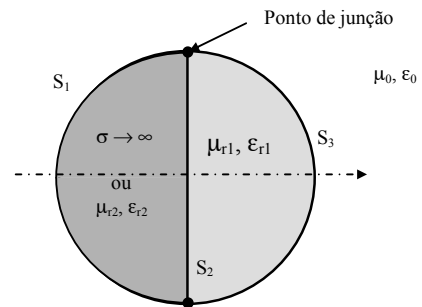


Fig. 1. Esfera constituída de hemisférios de materiais diferentes.

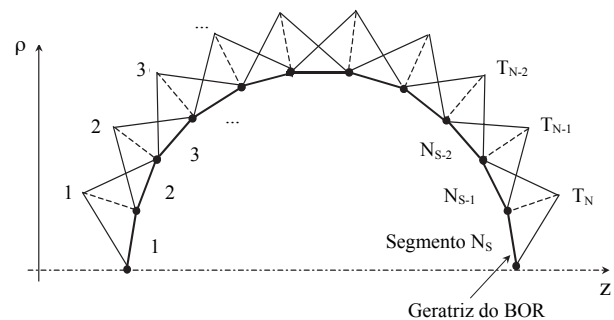


Fig. 2. Triangular basis functions (FBT).

dentre aqueles utilizados para descrever a curva geratriz do BOR, conforme ilustrado na Fig. 2, onde N_s é o número de segmentos e T_N o número total de FBT. Este tipo de função garante uma boa representação do comportamento da corrente ao longo de toda a superfície do BOR e produz equações integrais relativamente simples [6].

No presente trabalho é apresentado um método para representar a corrente equivalente superficial através de FBT no ponto de junção entre três ou mais superfícies. Este tipo de investigação torna-se importante uma vez que estas junções podem ser encontradas, por exemplo, em antenas carregadas com cone dielétrico e na região de fixação do radome às superfícies metálicas de antenas.

Úrsula C. Resende, resendeursula@des.cefetmg.br, Tel +55-31-3319-6840;
Fernando J. S. Moreira, fernandomoreira@ufmg.br, Odilon M. C. Pereira-Filho, odilon@cpdee.ufmg.br, Tel +55-31-4309-3445

II. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Para um BOR homogêneo com características μ_1 e ε_1 , imerso em um meio infinito e homogêneo com características μ_0 e ε_0 , o princípio da equivalência pode ser aplicado para estabelecer um conjunto de quatro equações integrais (EFIE e MFIE para os campos dentro e fora do BOR) para obter os campos elétrico ($\mathbf{E}$) e magnético ($\mathbf{H}$) em função das correntes superficiais equivalentes elétrica ($\mathbf{J}$) e magnética ($\mathbf{M}$) [6], [11]. Considerando que as fontes de campo incidente ($\mathbf{E}_{inc}$, $\mathbf{H}_{inc}$) estão fora do BOR, as equações integrais para as componentes tangenciais de campo são [11], [12]:

$$[\eta_0 \mathbf{L}_0(\mathbf{J}) + \mathbf{K}_0(\mathbf{M})]_{tan} = \mathbf{E}_{tan}^{inc}, \quad (1)$$

$$[\mathbf{L}_0(\mathbf{M}) - \eta_0 \mathbf{K}_0(\mathbf{J})]_{tan} = \mathbf{H}_{tan}^{inc}, \quad (2)$$

$$[\eta_1 \mathbf{L}_1(\mathbf{J}) + \mathbf{K}_1(\mathbf{M})]_{tan} = 0, \quad (3)$$

$$[\mathbf{L}_1(\mathbf{M}) - \eta_1 \mathbf{K}_1(\mathbf{J})]_{tan} = 0, \quad (4)$$

onde os operadores $\mathbf{L}_i$ e $\mathbf{K}_i$ são operadores definidos em [11].

Uma vez que existem quatro equações, (1)-(4), e somente duas variáveis desconhecidas, é possível desenvolver um número de diferentes combinações lineares para obter $\mathbf{J}$ e $\mathbf{M}$. Para superfícies CEP abertas costuma-se utilizar a EFIE (1) e para as fechadas, uma combinação linear de (1) e (2) para evitar problemas de ressonância, denominada CFIE [4], [6]. Para superfícies dielétricas a maneira usual de reduzir o número de equações é combiná-las da seguinte forma [5], [6]:

$$EFIE_0 + \alpha EFIE_1, \quad (5)$$

$$HFIE_0 + \beta HFIE_1, \quad (6)$$

onde $\alpha = \varepsilon_1/\varepsilon_0$ e $\beta = \mu_1/\mu_0$ fornece a combinação comumente definida como formulação de Müller, enquanto $\alpha = \beta = -1$ fornece a formulação PMCWHT.

Adotando funções triangulares para representar a variação espacial da corrente ao longo da geratriz do BOR, como ilustrado na Fig. 2, as correntes desconhecidas $\mathbf{J}$ e $\mathbf{M}$ são definidas como [6]:

$$\mathbf{X}(\mathbf{r}') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{j=1}^{Nt} I_{jn}^{Xt} \frac{T_j^t(t')}{\rho'} \hat{t}' + \sum_{j=1}^{N\phi} I_{jn}^{X\phi} \frac{T_j^\phi(t')}{\rho'} \hat{\phi}' \right] e^{jn\phi'}, \quad (7)$$

onde $\hat{t}'$ e $\hat{\phi}'$ são as direções unitárias tangentes à superfície S no ponto fonte $\mathbf{r}'$, $T_j^t(t')$ e $T_j^\phi(t')$ são FBT, $I_{jn}^{X\phi}$ e I_{jn}^{Xt} são os coeficientes desconhecidos de $\mathbf{X}$ e Nt e $N\phi$ são o número de FBT nas direções $\hat{t}'$ e $\hat{\phi}'$, respectivamente. Em (9), o termo $e^{jn\phi}$ corresponde a uma série de Fourier em ϕ' e a divisão por ρ' evita problemas de singularidade quando ρ' tende a zero.

As equações integrais são numericamente avaliadas através do MoM com funções de peso escolhidas através do método de Galerkin. As integrais são avaliadas utilizando quadraturas

Gaussianas. Porém estas integrais possuem singularidades sempre que a observação é realizada sobre a fonte de corrente. Assim, nas regiões de singularidade cuidados adequados são adotados para a avaliação numérica destas integrais. Neste trabalho estas singularidades são tratadas utilizando a técnica de extração descrita em [6], [12].

III. REPRESENTAÇÃO DA CORRENTE NA REGIÃO DE JUNÇÃO

Para BOR constituídos por diferentes regiões, a representação da corrente superficial equivalente no ponto de junção na interface entre diferentes meios deve receber um tratamento especial. Este tratamento deve assegurar a continuidade e descontinuidade da corrente nas direções $\hat{t}$ e $\hat{\phi}$, respectivamente. Assim, para a corrente na direção $\hat{t}$, a representação através de funções triangulares no ponto de junção é realizada utilizando um único triângulo, denominado neste trabalho “Super Triângulo”, ilustrado na Fig. 3(a). Através deste único triângulo a continuidade da corrente é assegurada para cada problema equivalente individualmente (para a esfera constituída de dois hemisférios homogêneos devem ser considerados três problemas equivalentes: um problema equivalente externo e dois problemas equivalentes internos). Ou seja, por exemplo, para o problema equivalente externo, a continuidade da corrente na direção $\hat{t}$ entre as interfaces S_1 e S_2 é assegurada através do “Super Triângulo” que possui vértices nestas duas interfaces [6]. Para a corrente na direção $\hat{\phi}$, a representação através de funções triangulares no ponto da junção é realizada utilizando meios triângulos, como ilustrado na Figura 3(b). Através destes meios triângulos a descontinuidade da corrente na direção $\hat{\phi}$ é assegurada [6].

IV. ESTUDO DE CASOS

Nesta seção são realizadas análises para avaliação da formulação apresentada nas seções 2 e 3. Para a avaliação dos resultados numéricos obtidos nos testes realizados foi utilizado o erro absoluto médio, E_{AM} , para o campo na região de campo distante, definido como:

$$E_{AM} = \frac{1}{2NP} \sum_{l=1}^{NP} \left\{ \left| E_{FF\theta}^{MoM}(l) \right| - \left| E_{FF\theta}^{Ref}(l) \right| + \left| E_{FF\phi}^{MoM}(l) \right| - \left| E_{FF\phi}^{Ref}(l) \right| \right\} (dB) \quad (8)$$

onde $E_{FF}^{MoM}(l)$ e $E_{FF}^{Ref}(l)$ são os campos elétrico em cada ponto de observação na região de campo distante calculados através do MoM e da solução de referência, respectivamente, e NP é o número de pontos onde o campo é observado.

Inicialmente a técnica foi utilizada para a solução do espalhamento eletromagnético por uma esfera constituída de dois hemisférios, como aquela ilustrada na Fig. 1. A esfera é iluminada por uma onda plana polarizada na direção $\hat{x}$ e propagando na direção $\hat{z}$. Para verificar a validade do tratamento empregado na representação da corrente

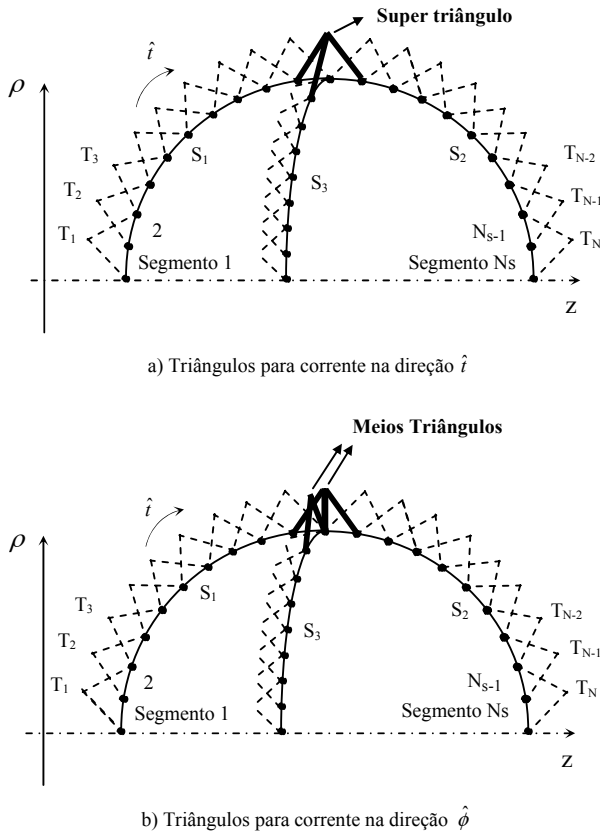


Fig. 3. Distribuição dos triângulos no ponto de junção.

superficial equivalente no ponto de junção das interfaces, os resultados obtidos na análise do espalhamento eletromagnético por uma esfera com $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$ foram comparados com aqueles obtidos através da solução analítica (série de Mie [13]) para uma esfera homogênea com $\epsilon_r = \epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$. Uma vez que ambos os obstáculos são fisicamente iguais, esta comparação provê uma excelente forma de validar a formulação e verificar a precisão dos resultados numéricos. A Fig. 4 apresenta a seção reta de radiação bi-estática (σ / λ^2) nas direções θ e ϕ obtidas na análise. O raio da esfera é igual a $5\lambda_0$ e $\epsilon_r = \epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 20$. A análise foi conduzida utilizando a formulação PMCHWT que, de acordo com [14] é a formulação que produz os resultados mais precisos na análise de BOR constituído de regiões homogêneas. O valor de E_{AM} obtido é 0,0285 dB. A Tabela I apresenta os valores de E_{AM} obtidos na análise de uma esfera com dois hemisférios de raio igual a $2\lambda_0$. Foram utilizadas as formulações de Müller e PMCHWT e como poder ser observado foram obtidos excelentes resultados, o que confirma a validade da técnica desenvolvida. Pode ser verificado também que o menor valor de E_{AM} é sempre obtido através da formulação PMCHWT, como esperado.

A formulação desenvolvida também foi aplicada na solução do espalhamento eletromagnético por um BOR que possui regiões dielétricas parcialmente recobertas por uma

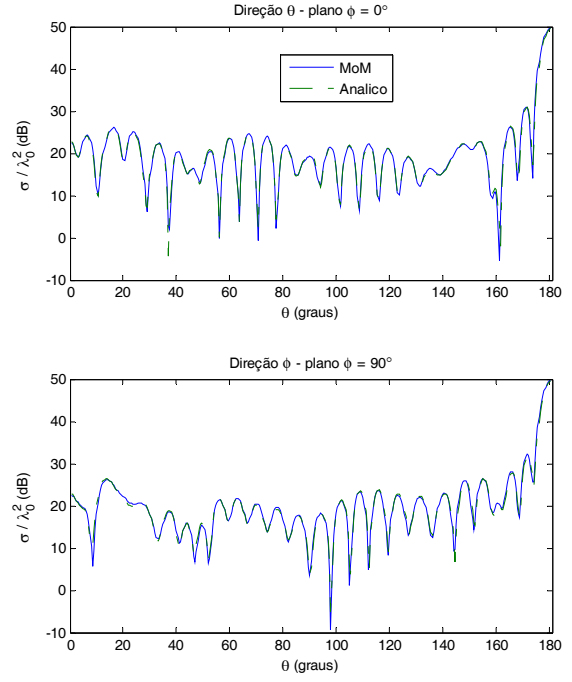


Fig. 4. Seção reta de radiação bi-estática de uma esfera dielétrica constituída por dois hemisférios homogêneos com raio $a = 5\lambda_0$, $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 20$: planos (a) $\phi = 0^\circ$ e (b) $\phi = 90^\circ$.

TABELA I. E_{AM} PARA ESFERA COM DE DOIS HEMISFÉRIOS HOMOGÊNEOS

ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	Müller	PMCHWT
4	4	0,29	0,19
10	10	0,57	0,20
20	20	3,43	0,32

fina casca condutora. Este tipo de estrutura pode ser encontrado, por exemplo, em antenas carregadas com cone dielétrico e na região de fixação do radome às superfícies metálicas de antenas. A Fig. 5 ilustra a estrutura sob análise, ou seja, uma esfera dielétrica de raio a parcialmente recoberta por uma fina camada condutora e iluminada por uma onda plana de polarizada na direção $\hat{x}$ e propagando na direção $\hat{z}$.

A análise deste tipo de BOR deve ser conduzida através de duas equivalências: uma externa e outra interna [6], como ilustrado na Fig. 6. A região de junção entre as três interfaces (duas dielétricas e uma condutora) deve ser tratada pelo mesmo processo utilizado para a esfera com dois hemisférios. Neste caso, para simular uma superfície condutora extremamente fina, esta superfície foi descrita através da mesma curva geratriz da superfície S_{D2} .

Para verificar a validade do tratamento empregado na análise do espalhamento eletromagnético pelo BOR ilustrado na Fig. 5 foi considerada uma esfera dielétrica com raio $a = 10\lambda_0$, permissividade elétrica relativa $\epsilon_r = 1$ e com um hemisfério recoberto por uma casca condutora. A escolha de $\epsilon_r = 1$ permite a comparação dos resultados com aqueles

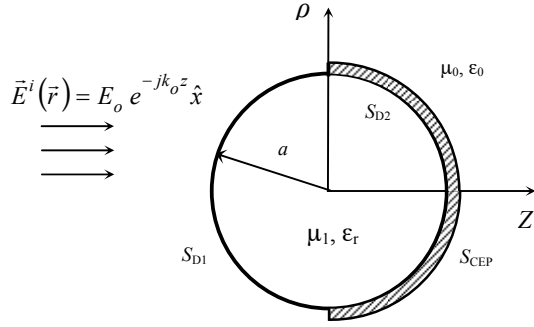
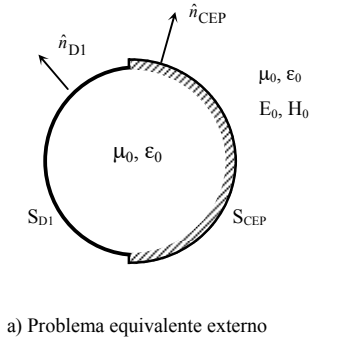
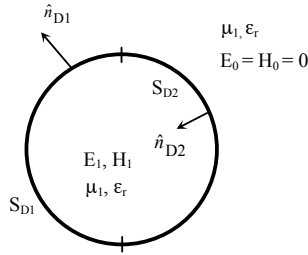


Fig. 5. Esfera dielétrica parcialmente recoberta por uma fina casca condutora.



a) Problema equivalente externo



b) Problema equivalente interno

Fig. 6. Problemas equivalentes para esfera dielétrica parcialmente recoberta por uma fina casca condutora.

obtidos quando somente a casca condutora é considerada na análise. Uma vez que ambos os obstáculos são fisicamente iguais, esta comparação provê uma excelente forma de validar a formulação e verificar a precisão dos resultados numéricos. A Fig. 7 apresenta as seções retas de radiação bi-estática (σ/λ^2) nas direções $\hat{\theta}$ e $\hat{\phi}$ obtidas. A análise foi conduzida utilizando a formulação PMCHWT para as superfícies dielétricas. A superfície condutora aberta foi avaliada através das formulações EFIE (quando somente a casca condutora é considerada, já que se trata de uma superfície aberta) e CFIE (para esfera dielétrica parcialmente recoberta, já que neste caso existe um caminho fechada para a corrente no problema equivalente externo). Como pode ser

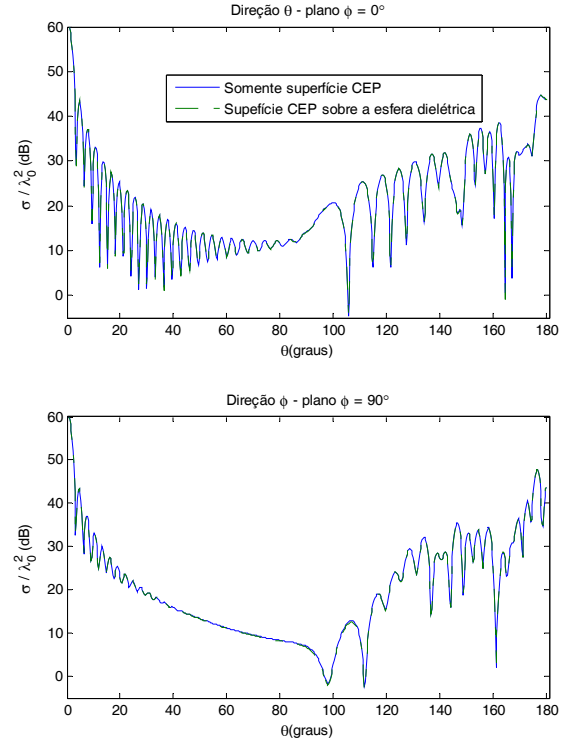


Fig. 7. Seção reta de radiação bi-estática da esfera dielétrica com $a = 10 \lambda_0$, $\epsilon_{r1} = 1$, parcialmente recoberta por uma fina casca condutora: planos (a) $\phi = 0^\circ$ e (b) $\phi = 90^\circ$.

observado foi obtido um excelente resultado e o valor de erro obtido entre as duas soluções é $E_{AM} = 0,0966$ dB.

A técnica apresentada foi estendida para a análise do sistema duplo-refletor OADC ilustrado na Fig. 8, onde a análise leva em consideração o acoplamento eletromagnético entre refletores e alimentador. Para efeitos de comparação, os parâmetros W_A , D_M , D_S , D_B , V_S , θ_E , R_e e R_i são os mesmos utilizados na Fig. 3 de [15]. A frequência de operação é tal que o comprimento de onda do espaço livre $\lambda_0 = 1$ m. O guia coaxial é excitado através do modo TEM. A análise é conduzida utilizando a formulação CFIE para observação realizada sobre a superfície fechada da corneta e a formulação EFIE para observação realizada sobre as superfícies abertas do subrefletor e do refletor principal. No ponto da junção entre as superfícies condutoras da corneta coaxial e do refletor principal, a representação espacial da corrente recebe um tratamento especial de forma a assegurar a continuidade da corrente elétrica na direção $\hat{i}$ (para excitação TEM não existe corrente elétrica na direção $\hat{\phi}$). Neste caso, conforme ilustrado na Fig. 9, assegurar a continuidade da corrente elétrica na direção $\hat{i}$ através do problema equivalente externo significa atender à lei de Kirchhoff das correntes no ponto da junção. Este tratamento é executado estendendo em um segmento extra a superfície do refletor principal sobre a superfície da corneta de forma que o segmento extra é considerado duas vezes (uma associada à superfície do refletor principal e outra associada à superfície da corneta) assegurando, assim, o atendimento à lei de

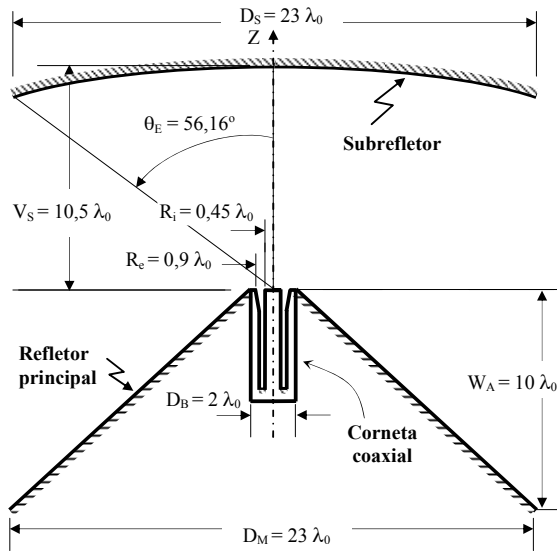


Fig. 8. Geometria da antena omnidirecional OADC.

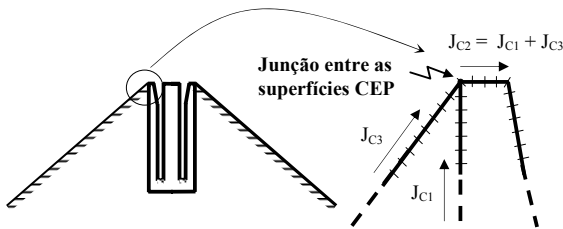


Fig. 9. Representação da corrente elétrica no ponto de junção entre as superfícies condutoras do refletor principal e da corneta coaxial.

Kirchhoff das correntes. O diagrama de radiação na região de campo distante obtido na análise é apresentado na Fig. 10. Comparações entre este resultado e aquele apresentado na Figura 3 de [15] demonstram uma excelente concordância entre as soluções (o ganho da antena obtido nesta análise é 11,6 dBi e o apresentado em [15] é 11,8 dBi).

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma técnica para representar as correntes equivalentes superficiais no ponto de junção entre corpos de revolução (BOR). Na formulação as correntes foram representadas através de funções triangulares. A análise foi realizada utilizando três formulações, EFIE, CFIE e PMCWHT. A técnica foi implementada em um algoritmo computacional e foi validada através da análise do espalhamento eletromagnético por esferas dielétricas com hemisférios e parcialmente recobertas por uma fina casca condutora. Também foram apresentados os resultados obtidos na análise de uma antena dublo-refletora para cobertura omnidirecional. Em todas as análises realizadas foram obtidos excelentes resultados, o que confirma a validade da técnica apresentada.

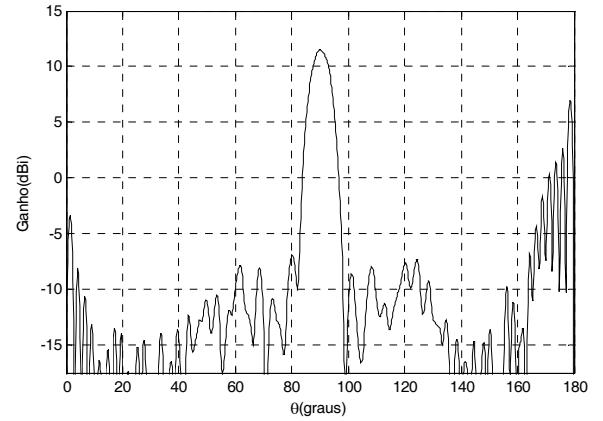


Fig. 10 Diagrama de radiação na região de campo distante para antena omnidirecional OADC.

REFERÊNCIAS

- [1] J. R. Mautz, "A stable integral equation for electromagnetic scattering from homogeneous dielectric bodies," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 37, pp. 1070-1071, August 1987.
- [2] A. W. Glisson, "On the development of numerical techniques for treating arbitrarily-shaped surfaces," Ph.D. Dissertation, University of Mississippi, June 1975.
- [3] J. R. Mautz and R. F. Harrington, "An improved E-Field solution for a conducting body of revolution," Tech. Report TR-80-1, Dept. Electrical and Computer Engineering, Syracuse University, 1980.
- [4] J. R. Mautz and R. F. Harrington, "H-Field, E-Field and combined field solutions for bodies of revolution," Tech. Report TR-77-2, Dept. Electrical Computer Engineering, Syracuse University, 1977.
- [5] J. R. Mautz and R. F. Harrington, "Electromagnetic scattering from a homogeneous body of revolution," Tech. Report TR-77-10, Dept. Electrical and Computer Engineering, Syracuse University, 1977.
- [6] U. C. Resende, Análise de antenas refletoras circularmente simétricas com a presença de corpos dielétricos, Doctorate Thesis, Dept. of Electronics Engineering, UFMG, Minas Gerais, Brazil, May 2007.
- [7] P. Ylä-Oijala and M. Taskinen, "Calculation of CFIE impedance matrix elements with RWG and $n \times n$ RWG functions," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 51, no. 8, pp. 1837-1846, August 2003.
- [8] P. Ylä-Oijala and M. Taskinen, "Well-conditioned Müller formulation for electromagnetic scattering by dielectric objects," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 53, no. 10, pp. 3316-3323, Oct. 2005.
- [9] L. N. M. Mitschang and J. M. Putman, "Electromagnetic scattering from axially inhomogeneous bodies of revolution," IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 32, no. 8, pp. 797-806, August 1984.
- [10] L. N. Medgyesi-Mitschang and J. M. Putnam, "Electromagnetic Scattering from axially Inhomogeneous Bodies of Revolution," IEEE Antennas and Propagation, vol. 32, no. 8, pp. 797-806, August 1984.
- [11] U. C. Resende, F. J. S. Moreira, O. M. C. Pereira Filho, and João A. Vasconcelos, "Optimal Number of Basis Functions in the MoM Solutions for Bodies of Revolution," Journal of Microwaves and Optoelectronics, vol. 6, no. 1, pp. 220-235, June 2007.
- [12] U. C. Resende, F. J. S. Moreira, and O. M. C. Pereira Filho, "Efficient Evaluation of Singular Integral Equations in Moment Method Analysis of Bodies of Revolution," Journal of Microwaves and Optoelectronics, vol. 6, no. 2, pp. 373-391, Dec. 2007.
- [13] G. Mie, "Beitrag zur Optik Trüber Medien, Speziell Kolloider Metallosungen," Ann. Phys., vol. 25, p. 377, 1908.
- [14] Y. Chu, W. C. Chew, J. Zhao and S. Chen, "A Surface Integral Equation Formulation for Low-Frequency Scattering from a Composite Object," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-51, No. 10, pp. 2837-2844, October 2003.
- [15] F. J. S. Moreira, A. Prata, Jr. and J. R. Bergmann, "GO Shaping of Omnidirectional Dual-reflector Antennas for a Prescribed Equi-Phase aperture Field Distribution," IEEE Antennas and Propagation, vol. 55, no. 1, pp. 99-106, January 2007.