

Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SIBTEL
Belo Horizonte, MG, 10 a 12 de Setembro de 1992

**REFLETOR ILUMINADO POR UM CONJUNTO DE ALIMENTADORES
PARA A PRODUÇÃO DE UM FEIXE MODELADO**

José R. Bergmann e Fernando J. S. Moreira

Centro de Estudos em Telecomunicações - PUC/RJ
R. Marquês S. Vicente 225, CEP 22453, Rio de Janeiro-RJ, Brasil

RESUMO

Um dos fatores determinantes na síntese de antenas embarcadas em satélites é o isolamento existente entre as polarizações (principal e cruzada) para toda a faixa de frequência a ser utilizada, principalmente quando estas polarizações são usadas simultaneamente sobre a mesma região. Quando o sistema de alimentação usado consiste num conjunto de alimentadores, geralmente situados muito próximos um do outro, devem ser levados em conta os efeitos de acoplamento mútuo entre os campos nas aberturas dos diversos alimentadores, pois são gerados modos superiores que modificam o comportamento do sistema, principalmente o da polarização cruzada. O objetivo deste trabalho é o de apresentar uma formulação eficiente para o cálculo destes acoplamentos [3], extendendo os resultados para os casos onde estes ocorrem na mesma abertura ou entre aberturas suficientemente afastadas uma da outra.

1 - ACOPLAMENTO MÚTUO

A formulação a ser apresentada supõe que as diversas aberturas dos alimentadores estejam situadas num plano condutor elétrico infinito, de forma que a distribuição dos campos sobre este plano possa ser substituída por uma distribuição superficial de correntes, através da aplicação do Princípio da Equivalência e do Método das Imagens [1]. Na figura 1 é apresentada a geometria básica destas aberturas sobre o plano condutor ($z=0$), juntamente com os sistemas de coordenadas a serem utilizados (que são os usuais). Estas aberturas são retangulares e seus lados são sempre paralelos ou ao eixo cartesiano x ou ao y . A formulação leva em conta uma variação temporal da forma $\exp(+j\omega t)$.

Para a geometria apresentada, podemos aplicar o Princípio da Equivalência [1] substituindo o plano das aberturas por uma distribuição de correntes sobre a mesma região, de forma a manter inalterados os campos existentes na região onde $z>0$ e a supor nulos os campos situados em $z<0$. Para que isto ocorra, aplicando as condições de contorno sobre o novo plano das correntes:

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{z} \times \mathbf{H}|_{z=0} ; \quad \mathbf{M}_s = -\mathbf{z} \times \mathbf{E}|_{z=0} \quad (1)$$

onde $\mathbf{J}_s$ é a densidade superficial de corrente elétrica e $\mathbf{M}_s$ a de corrente magnética, $\mathbf{H}$ representa o campo magnético e $\mathbf{E}$ o elétrico (em $z=0$ estes campos são os campos existentes em cada abertura), e $\mathbf{z}$ é o vetor unitário normal ao plano $z=0$. Como os campos são nulos para $z<0$ não haverá diferença caso coloquemos um plano condutor elétrico infinito em $z=0^-$ (imediatamente atrás do plano das correntes). Nesta nova configuração, as correntes elétricas são curto-circuitadas, não contribuindo na formação dos campos radiados. Devido à presença deste plano condutor podemos aplicar o Método das Imagens, resultando na substituição deste plano condutor infinito por uma nova distribuição de corrente magnética

da seguinte forma [1]:

$$\mathbf{M}_s = -2\mathbf{z} \times \mathbf{E}|_{z=0} \quad (2)$$

É importante observar que esta corrente é nula fora das regiões correspondentes às aberturas dos alimentadores em $z=0$.

Uma vez conhecida a distribuição de correntes sobre o plano, podemos calcular os campos radiados através do vetor potencial magnético $\mathbf{F}$ [1]:

$$\mathbf{H} = -j\omega\mathbf{F} - \frac{j}{\omega\mu\epsilon_0} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) \quad (3)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \iint_S \mathbf{M}_s(\mathbf{s}') G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) d\mathbf{s}' \quad (4)$$

$$G(\alpha) = (e^{-jk_0\alpha})/\alpha \quad (5)$$

onde $j=\sqrt{-1}$, ϵ_0 é a permissividade do espaço livre, k_0 é a constante de onda do espaço livre, $\mathbf{r}$ representa a posição onde o campo é calculado, $\mathbf{r}'$ representa a posição da fonte e o domínio de integração S representa as regiões das diversas aberturas retangulares sobre o plano $z=0$. Desta forma mostra-se que:

$$\mathbf{H}_t = \frac{j}{2\pi\omega\mu} (k_0^2 + \nabla_t^2) \cdot \mathbf{z} \times \iint_S \mathbf{E}_t(\mathbf{s}') G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) d\mathbf{s}' \quad (6)$$

onde $\nabla_t \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \mathbf{x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \mathbf{y}$, $\omega=2\pi \times$ (frequência), μ é a permeabilidade do meio, e $\mathbf{H}_t, \mathbf{E}_t$ são as componentes ortogonais a z dos campos magnético e elétrico, respectivamente. Calculando $\mathbf{H}_t$ sobre o próprio plano $z=0$, podemos aplicar o Método dos Momentos para o cálculo desta equação expandindo os campos $\mathbf{E}_t$ e $\mathbf{H}_t$ através de um somatório dos modos TE e TM dos guias nas respectivas aberturas, a serem representados por $\mathbf{h}_m$ (componente tangencial do modo):

$$\mathbf{H}_t = \sum_m [c_m e^{-j\nu_m z} - d_m e^{+j\nu_m z}] \mathbf{h}_m \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_t = \sum_m Z_m [c_m e^{-j\nu_m z} + d_m e^{+j\nu_m z}] \mathbf{h}_m \times \mathbf{z} \quad (8)$$

$$\mathbf{h}_m = \frac{j\pi}{\lambda_m^2} \begin{cases} \nu_m \left[\frac{p}{a} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \mathbf{x} + \frac{q}{b} \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \mathbf{y} \right], \text{ TE} \\ \omega\epsilon \left[\frac{q}{b} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \mathbf{x} - \frac{p}{a} \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \mathbf{y} \right], \text{ TM} \end{cases} \quad (9)$$

Substituindo as equações (7) e (8) na (6) temos que:

$$\mathbf{H}_t^i = \sum_m B_m^i \mathbf{h}_m^i = \frac{j}{2\pi\omega\mu} \sum_n \sum_j A_n^j Z_n (k_0^2 + \nabla_t^2) \cdot \iint_{S_j} \mathbf{h}_n^j G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) d\mathbf{s}' \quad (10)$$

onde ν_m é a constante de propagação do modo, Z_m é a impedância deste modo, a, b são as dimensões do guia, o índice m indica o modo na abertura i , o índice n indica o modo na abertura j , $A_n^j = c_n^j + d_n^j$, $B_m^i = c_m^i - d_m^i$ e S_j é a área da abertura j . Esta é uma equação integral cujas soluções devem satisfazer as condições de contorno impostas pelas aberturas dos guias retangulares, o que é atendido através da utilização dos próprios modos TE e TM destes guias. Aplicando o método de Galerkin (multiplicando ambos os lados por $\mathbf{h}_m^i$ e integrando sobre a abertura S_i), chega-se à seguinte relação:

$$[B_m^i] = [C_{mn}^j] [A_n^j] \quad (11)$$

$$C_{mn}^{ij} = \frac{j}{2\pi\omega\mu} \frac{Z_n}{N_m} \iint_{S_1} \mathbf{h}_m^i \cdot (\mathbf{k}_0^2 + \nabla_t^2) \cdot \iint_{S_j} \mathbf{h}_n^j G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) ds'_j ds_i \quad (12)$$

$$N_m = \iint_{S_1} \mathbf{h}_m^i \cdot \mathbf{h}_m^i ds_i = \begin{cases} \frac{-a_i b_i}{\xi_p \xi_q} \left(\frac{\nu_m}{\lambda_m}\right)^2, & \text{para modos TE} \\ \frac{-a_i b_i}{4} \left(\frac{\omega \epsilon_i}{\lambda_m}\right)^2, & \text{para modos TM} \end{cases} \quad (13)$$

onde $\xi_i = \begin{cases} 1, i=0 \\ 2, i>0 \end{cases}$, ϵ_i é a permissividade no interior do guia e

a_i, b_i são as dimensões da abertura i . É mostrado no apêndice 9.2 da Referência [2] que aplicando o teorema de Green à equação (12), esta pode ser expressa de uma forma mais conveniente como:

$$C_{mn}^{ij} = \frac{j\omega\epsilon_0}{2\pi} \frac{Z_n}{N_m} \iint_{S_1} \mathbf{W}_m^i \cdot \iint_{S_j} \mathbf{W}_n^j G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) ds'_j ds_i \quad (14)$$

$$\mathbf{W}_{m,n}^{i,j} = \mathbf{h}_{m,n}^{i,j} + \left(\frac{\nu_{m,n}}{k_0}\right) H_{z_{m,n}}^{i,j} \mathbf{z} \quad (15)$$

onde H_z é a componente do modo na direção z (nula para modos TM):

$$H_z = \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right), \text{ para modos TE} \quad (16)$$

Da equação (11) podemos achar a matriz de espalhamento $[S]$ que relaciona diretamente os coeficientes c_m dos modos incidentes na abertura com os d_m dos refletidos ($[I]$ é a matriz identidade):

$$[d_m] = [S] [c_m]; \quad [S] = 2\{ [I] + [C_{mn}^{ij}] \}^{-1} - [I] \quad (17)$$

Uma vez conhecidos os modos que representarão os campos nas diversas aberturas, podemos resolver analiticamente duas das quatro integrais da equação (14) através do método de Lewin [3]. O resultado final é o seguinte:

$$C_{mn}^{ij} = \frac{-j\pi\omega\epsilon_0}{2(\lambda_m\lambda_n)^2} \frac{Z_n}{N_m} R_{mn} [C_x I_x + C_y I_y + C_z I_z] \quad (18)$$

$$I_{\frac{x}{z}}^x = \frac{1}{16} \left\{ \int_0^{a_j} d\sigma \left[\int_0^{b_j} d\lambda \left(T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) \right) \right] + \right. \\ \left. + \int_0^{b_1 - b_j} d\lambda \left(T(-\sigma, \sigma_1, \sigma_2 | \lambda, \lambda_1, 2\lambda + \lambda_2) + T(\sigma_3, \sigma_4, -\sigma_4 | \lambda, \lambda_1, 2\lambda + \lambda_2) \right) \right] + \\ \left. + \int_0^{a_1 - a_j} d\sigma \left[\int_0^{b_j} d\lambda \left(T(\sigma, \sigma_1, 2\sigma + \sigma_2 | -\lambda, \lambda_1, \lambda_2) + T(\sigma, \sigma_1, 2\sigma + \sigma_2 | \lambda_3, \lambda_4, -\lambda_4) \right) \right] + \right. \\ \left. + \int_0^{b_1 - b_j} d\lambda \left(T(\sigma, \sigma_1, 2\sigma + \sigma_2 | \lambda, \lambda_1, 2\lambda + \lambda_2) \right) \right] \right\} \quad (19)$$

$$T(A, B, C | D, E, F) = T_{\frac{x}{z}}^x = G(\beta) M_{\frac{x}{z}}^-(A, B, C, d_m, s_m, a_i) M_{\frac{x}{z}}^+(D, E, F, d_n, s_n, b_i) \\ \beta = [(A + X_{1j})^2 + (D + Y_{1j})^2]^{1/2} \quad (20)$$

$$M_{-}^{+}(A, B, C, D, E, F) = \frac{2F}{\pi} \left\{ \frac{1}{D} \operatorname{sen} \left[\frac{D\pi(C-B)}{2F} \right] \cos \left[\pi \left(D + \frac{AE}{F} + \frac{D(B+C)}{2F} \right) \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{E} \operatorname{sen} \left[\frac{E\pi(C-B)}{2F} \right] \cos \left[\pi \left(E + \frac{AD}{F} + \frac{E(B+C)}{2F} \right) \right] \right\} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} s_m &= (p+p'a_1/a_j)/2 & \sigma &= x-x' & \lambda &= y-y' \\ d_m &= (p-p'a_1/a_j)/2 & \sigma_1 &= \sigma-a_1 & \lambda_1 &= \lambda-b_1 \\ s_n &= (q+q'b_1/b_j)/2 & \sigma_2 &= 2a_j-a_1-\sigma & \lambda_2 &= 2b_j-b_1-\lambda \\ d_n &= (q-q'b_1/b_j)/2 & \sigma_3 &= \sigma+a_1-a_j & \lambda_3 &= \lambda+b_1-b_j \\ & & \sigma_4 &= \sigma-a_j & \lambda_4 &= \lambda-b_j \end{aligned} \quad (22)$$

onde p, q referem-se aos modos m da abertura i e p', q' aos n da j , x, y são as coordenadas do modo no guia i e x', y' no j . A função G é dada na equação (5). Os parâmetros X_{ij}, Y_{ij} são mostrados na figura 1 e R_{mn}, C_x, C_y, C_z são apresentados na tabela 1. As integrais restantes devem ser resolvidas numericamente.

2 - ACOPLAMENTO ENTRE MODOS NA MESMA ABERTURA

Quando os modos m, n encontram-se na mesma abertura ($X_{ij}=Y_{ij}=0$, $a_i=a_j$, $b_i=b_j$), algumas simplificações podem ser feitas na equação (19), onde apenas restarão as integrais cujos limites vão de 0 até a_j ou b_j . Aplicando a seguinte transformação sobre as variáveis de integração σ e λ :

$$\begin{cases} \sigma = \rho \cos \psi \\ \lambda = \rho \sin \psi \end{cases} \Rightarrow d\lambda d\sigma = \rho d\rho d\psi \quad (23)$$

podemos não só resolver uma das integrais analiticamente como há o cancelamento da singularidade que existe, neste caso, em $\sigma=\lambda=0$. Após algumas manipulações matemáticas:

$$I_{yz}^x = \frac{a_1 b_1}{4} [1 + \cos(p\pi) \cos(p'\pi)] [1 + \cos(q\pi) \cos(q'\pi)] \times \\ \times \left\{ \int_0^{\ominus} GG(s_m, d_m, s_n, d_n, \frac{\cos \psi}{a_1}, \frac{\sin \psi}{b_1}, \frac{a_1}{\cos \psi}) d\psi + \right. \\ \left. + \int_{\ominus}^{\pi/2} GG(s_m, d_m, s_n, d_n, \frac{\cos \psi}{a_1}, \frac{\sin \psi}{b_1}, \frac{b_1}{\sin \psi}) d\psi \right\} \quad (24)$$

$$GG(a, b, c, d, e, f, g) = FF(\pi b, e, \pi d, f, \pi a, \pi c, g) \overset{+}{\mp} FF(\pi b, e, \pi c, f, \pi a, \pi d, g) \overset{+}{\mp} \\ \overset{+}{\mp} FF(\pi a, e, \pi d, f, \pi b, \pi c, g) \overset{+}{\mp} FF(\pi a, e, \pi c, f, \pi b, \pi d, g) \quad (25)$$

onde $\ominus = \operatorname{tg}^{-1}(b_1/a_1)$. A função FF é dada por:

- Para $A \neq 0$ e $C \neq 0$ (argumentos de FF):

$$FF(A, B, C, D, E, F, G) = \frac{1}{8AC} [I1(2(A-C), B(E-A)-D(F-C), G) - \\ - I1(2(A+C), B(E-A)+D(F-C), G) - I1(2A, B(E-A)-D(F+C), G) + \\ + I1(2A, B(E-A)+D(F+C), G) - I1(2C, D(F-C)-B(E+A), G) + \\ + I1(2C, D(F-C)+B(E+A), G) + I1(0, B(E+A)-D(F+C), G) - \\ - I1(0, B(E+A)+D(F+C), G)] \quad (26)$$

$$I1(a,b,c) = \begin{cases} \frac{1}{2b} \left[bc e^{\pm ja} - \frac{j}{2} e^{\mp ja} (e^{\mp j2bc} - 1) \right] ; \text{ para } b = \pm k_0 \\ \frac{b}{b^2 - k_0^2} \left\{ e^{-jk_0 c} \left[\sin(a+bc) - j \frac{k_0}{b} \cos(a+bc) \right] + j \frac{k_0}{b} \cos(a) - \sin(a) \right\} \end{cases} \quad (27)$$

- Para $A = 0$ e $C \neq 0$ (argumentos de FF):

$$FF(A,B,C,D,E,F,G) = \frac{1}{4C} [I2(2C,D(F-C)+BE,B,G) + I2(2C,D(F-C)-BE,B,G) - I2(0,D(F+C)+BE,B,G) - I2(0,D(F+C)-BE,B,G)] \quad (28)$$

$$I2(a,b,c,d) = \begin{cases} \frac{+jd}{-2} e^{\pm ja} \left(\frac{cd}{2} - 1 \right) + \frac{e^{\mp ja}}{4b} \left\{ 1 \pm \frac{jc}{2b} - e^{\mp j2bd} \left[1 + \frac{c}{2b} (\pm j - 2bd) \right] \right\} ; \\ \text{para } b = \pm k_0 \\ \frac{1}{b^2 - k_0^2} \left\{ e^{-jk_0 d} \left[\left(jk_0 (cd-1) - c \frac{b^2 + k_0^2}{b^2 - k_0^2} \right) \sin(a+bd) + \right. \right. \\ \left. \left. + b \left(cd-1 + j \frac{2ck_0}{b^2 - k_0^2} \right) \cos(a+bd) \right] + \sin(a) \left(jk_0 + c \frac{b^2 + k_0^2}{b^2 - k_0^2} \right) + \right. \\ \left. \left. + \cos(a) b \left(1 - j \frac{2ck_0}{b^2 - k_0^2} \right) \right\} \end{cases} \quad (29)$$

- Para $A \neq 0$ e $C = 0$ (argumentos de FF): é igual ao caso anterior, bastando trocar entre si os membros dos pares C,A; D,B; F,E.

- Para $A = C = 0$ (argumentos de FF):

$$FF(A,B,C,D,E,F,G) = \frac{1}{2} [I3(BE+DF,B,D,G) + I3(BE-DF,B,D,G)] \quad (30)$$

$$I3(a,b,c,d) = \begin{cases} \frac{1}{a^2 - k_0^2} \left\{ e^{-jk_0 d} \left[\left(-jk_0 \left((1-bd)(1-cd) - 2bc \frac{k_0^2 + 3a^2}{(a^2 - k_0^2)^2} \right) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{a^2 + k_0^2}{a^2 - k_0^2} \left(b(1-cd) + c(1-bd) \right) \right) \cos(ad) + a \left((1-bd)(1-cd) - \right. \right. \\ \left. \left. - 2bc \frac{3k_0^2 + a^2}{(a^2 - k_0^2)^2} - j \frac{2k_0}{a^2 - k_0^2} \left(b(1-cd) + c(1-bd) \right) \right) \sin(ad) \right] + \\ \left. \left. + jk_0 \left(1 - 2bc \frac{k_0^2 + 3a^2}{(a^2 - k_0^2)^2} \right) + \frac{a^2 + k_0^2}{a^2 - k_0^2} (b+c) \right\} \\ e^{\mp j2ad} \left[\pm \frac{j}{4a} \left((bd-1)(cd-1) - \frac{bc}{2a^2} \right) + \frac{1}{4a^2} \left(bcd - \frac{(b+c)}{2} \right) \right] + \\ \left. \left. + \frac{d}{2} \mp \frac{j}{4a} - \frac{(b+c)}{8a^2} \left(2(ad)^2 - 1 \right) + \frac{bc}{a^3} \left(\frac{(ad)^3}{6} \pm \frac{j}{8} \right) \right] ; \text{ para } a = \pm k_0 \end{cases} \quad (31)$$

3 - ABERTURAS AFASTADAS ENTRE SÍ

Quando a distância entre as duas aberturas onde os coeficientes de acoplamento estão sendo calculados for suficientemente grande, a função de Green do espaço livre representada pela equação (5) pode ser expandida da seguinte forma [2]:

$$G(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \cong G(R_{1j}) \left\{ 1 - \frac{1}{R_{1j}} \left[(x-x') \cos \psi_{1j} + (y-y') \sin \psi_{1j} \right] - \frac{j k_0}{2 R_{1j}} \left[(x-x') \sin \psi_{1j} - (y-y') \cos \psi_{1j} \right]^2 \right\} e^{-j k_0 [(x-x') \cos \psi_{1j} + (y-y') \sin \psi_{1j}]} \quad (31)$$

Substituindo a equação acima na (14) as integrais $I_{x,y,z}$ podem ser resolvidas analiticamente e o resultado é o seguinte:

$$I_{\frac{x}{z}} = G(R_{1j}) \left\{ A1 \times A2 - \frac{1}{R_{1j}} \left[A2 \times A3 \times \cos \psi_{1j} + A1 \times A4 \times \sin \psi_{1j} \right] - \frac{j k_0}{2 R_{1j}} \times \left[A2 \times A5 \times \sin^2 \psi_{1j} - 2 A3 \times A4 \times \sin \psi_{1j} \cos \psi_{1j} + A1 \times A6 \times \cos^2 \psi_{1j} \right] \right\} \quad (32)$$

$$A1 = F1_c^s(a_j, p_n, k_0 \cos \phi_{1j}) F1_c^s(a_i, p_m, -k_0 \cos \phi_{1j}) \quad (33)$$

$$A2 = F1_c^s(b_j, q_n, k_0 \sin \phi_{1j}) F1_c^s(b_i, q_m, -k_0 \sin \phi_{1j}) \quad (34)$$

$$A3 = F1_c^s(a_j, p_n, k_0 \cos \phi_{1j}) F2_c^s(a_i, p_m, -k_0 \cos \phi_{1j}) - F2_c^s(a_j, p_n, k_0 \cos \phi_{1j}) F1_c^s(a_i, p_m, -k_0 \cos \phi_{1j}) \quad (35)$$

$$A4 = F1_c^s(b_j, q_n, k_0 \sin \phi_{1j}) F2_c^s(b_i, q_m, -k_0 \sin \phi_{1j}) - F2_c^s(b_j, q_n, k_0 \sin \phi_{1j}) F1_c^s(b_i, q_m, -k_0 \sin \phi_{1j}) \quad (36)$$

$$A5 = F1_c^s(a_j, p_n, k_0 \cos \phi_{1j}) F3_c^s(a_i, p_m, -k_0 \cos \phi_{1j}) - 2 F2_c^s(a_j, p_n, k_0 \cos \phi_{1j}) F2_c^s(a_i, p_m, -k_0 \cos \phi_{1j}) + F3_c^s(a_j, p_n, k_0 \cos \phi_{1j}) F1_c^s(a_i, p_m, -k_0 \cos \phi_{1j}) \quad (37)$$

$$A6 = F1_c^s(b_j, q_n, k_0 \sin \phi_{1j}) F3_c^s(b_i, q_m, -k_0 \sin \phi_{1j}) - 2 F2_c^s(b_j, q_n, k_0 \sin \phi_{1j}) F2_c^s(b_i, q_m, -k_0 \sin \phi_{1j}) + F3_c^s(b_j, q_n, k_0 \sin \phi_{1j}) F1_c^s(b_i, q_m, -k_0 \sin \phi_{1j}) \quad (38)$$

$$F1_s(a, p, K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \pm j a / 2 & , K = \pm p \pi / a, p \neq 0 \\ -\delta \frac{[1 - (-1)^p e^{j K a}]}{\Delta} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (39)$$

$$F1c(a,p,K) = \begin{cases} a & , p = K = 0 \\ a/2 & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ jK \frac{[1 - (-1)^p e^{jKa}]}{\Delta} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (40)$$

$$F2s(a,p,K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \frac{a^2}{4} \left(\frac{-1}{p\pi} \pm j \right) & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ \frac{p\pi}{\beta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[1 + \frac{2jK}{a\Delta} \right] - \frac{2jK}{a\Delta} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (41)$$

$$F2c(a,p,K) = \begin{cases} \frac{a^2}{4} & , p = K = 0 \\ \frac{a^2}{4} \left(1 \mp \frac{j}{p\pi} \right) & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ \frac{1}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[-jKa + \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} \right] - \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (42)$$

$$F3s(a,p,K) = \begin{cases} 0 & , p = 0 \\ \frac{a^3}{2} \left[\frac{-1}{2p\pi} \pm j \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2(p\pi)^2} \right) \right] & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ \frac{p\pi}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[a + \frac{j4K}{\Delta} - \frac{2\delta^2 + 6K^2}{a\Delta^2} \right] + \frac{2\delta^2 + 6K^2}{a\Delta^2} \right\} & , \text{no resto} \end{cases} \quad (43)$$

$$F3c(a,p,K) = \begin{cases} \frac{a^3}{3} & , p = K = 0 \\ \frac{a^3}{2} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2p\pi} \left(\frac{1}{p\pi} \mp j \right) \right] & , K = \pm p\pi/a, p \neq 0 \\ \frac{jK}{\Delta} \left\{ (-1)^p e^{jKa} \left[-a^2 + \frac{2a}{jK} \frac{\delta^2 + K^2}{\Delta} + \frac{6\delta^2 + 2K^2}{\Delta^2} \right] - \frac{6\delta^2 + 2K^2}{\Delta^2} \right\} & \end{cases} \quad (44)$$

onde nas equações acima $\delta = p\pi/a$ e $\Delta = K^2 - \delta^2$.

4 - APLICAÇÃO NUM SISTEMA PARA A ILUMINAÇÃO DO BRASIL

Para mostrar a necessidade de se levar em conta o acoplamento mútuo entre os campos nas aberturas de um conjunto de alimentadores e a utilidade da formulação assintótica para aberturas afastadas entre si, são apresentados os diagramas de radiação produzidos por um sistema com a finalidade de iluminar o território brasileiro através das especificações do BRASILSAT II. A geometria das aberturas dos 17 alimentadores utilizados é apresentada na figura 2, onde a origem dos eixos representa a localização do foco do refletor parabólico utilizado. As coordenadas dos centros dessas aberturas são apresentadas na tabela 2. Os alimentadores são guias retangulares idênticos cujas dimensões são de 48cm no Plano-H e de 42cm no Plano-E. O refletor

é um parabolóide com uma distância focal de 1,524m, diâmetro de abertura de 1,803m e ângulo de "offset" de 40° (figura 3). Os campos radiados foram calculados através das aproximações da Ótica Física. Todo o estudo foi feito para a frequência de 6,15 GHz.

Foram utilizados 12 modos em cada abertura (TE_{pq}, TM_{pq} com $p, q \leq 2$), porém apenas o fundamental é excitado em cada guia. A matriz [S] foi calculada através das formulações apresentadas nas seções 1 e 2. Para a síntese das excitações foi utilizado o método de MINIMAX [4] e seus valores são mostrados na tabela 2. Os diagramas de polarização principal e cruzada resultantes desta síntese são mostrados na figura 4 juntamente com os contornos das especificações do BRASILSAT II.

A fim de mostrar a importância da utilização de um número adequado de modos na representação dos campos nas aberturas dos alimentadores, é repetida a análise do sistema para as mesmas excitações anteriores (tabela 2), só que agora apenas o modo fundamental é usado na representação modal em cada abertura. Os diagramas são apresentados pela figura 5, de onde observamos uma nítida diferença ao compararmos com os resultados anteriores, principalmente para a polarização cruzada. O fato desta expansão não levar em conta modos superiores faz com que os níveis de polarização cruzada sejam inferiores aos do diagrama da figura 4. Este fato também serve para demonstrar a necessidade de se levar em conta os efeitos de acoplamento mútuo, já que estes geram modos superiores nas aberturas dos alimentadores.

O último exemplo utiliza as expressões assintóticas da seção 3 para o cálculo do acoplamento entre as aberturas que não forem adjacentes entre si. São usados os mesmos 12 modos e as mesmas excitações do primeiro caso (tabela 2). Os diagramas são apresentados na figura 6, de onde podemos observar, comparando com a figura 4, que os resultados são muito próximos dos obtidos quando a matriz de acoplamento [S] foi toda calculada através das integrações numéricas. A vantagem desta formulação assintótica é clara quando comparamos os tempos de computador necessários para o cálculo da matriz [S]: 4450 segundos para o primeiro caso e 1450 segundos para este último, num IBM 4381.

5 - REFERÊNCIAS

- [1] - R. F. Harrington; "Time-Harmonic Electromagnetic Fields"; McGraw-Hill, New York, 1961.
- [2] - T. S. Bird; "Mode coupling in a planar circular waveguide array"; IEE J. Microw. Opt. Acoust., V. 3, pp. 172-180, Sept. 1979.
- [3] - T. S. Bird; "Analysis of mutual coupling in finite arrays of different-sized rectangular waveguides"; IEEE Trans. Antenn. Propagat., V. AP-38, pp. 166-172, Feb. 1990.
- [4] - P. D. Patel and K. K. Chan; "Optimisation of contoured beams for satellite antennas"; IEE Proc., V. 132, Pt. H, n° 6, pp. 400-406, Oct. 1985.

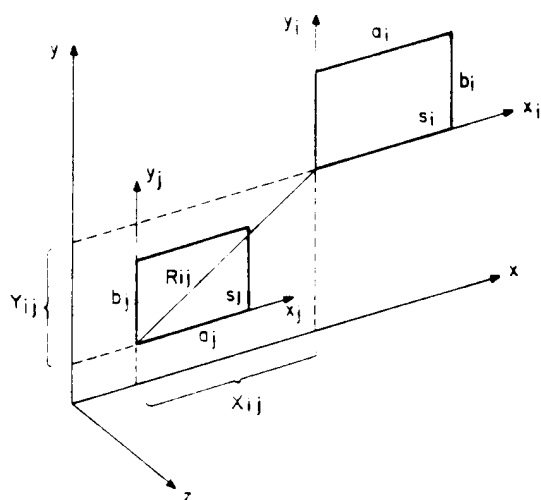


Fig.1- Geometria das aberturas

	$W_m^i \cdot W_n^j$			
	TE-TE	TM-TM	TE-TM	TM-TE
R_{mn}	$\nu_m \nu_n$	$\omega^2 \epsilon_i \epsilon_j$	$\nu_m \omega \epsilon_j$	$\nu_n \omega \epsilon_i$
C_x	$\frac{p_m p_n}{a_i a_j}$	$\frac{q_m q_n}{b_i b_j}$	$\frac{p_m q_n}{a_i b_j}$	$\frac{q_m p_n}{b_i a_j}$
C_y	$\frac{q_m q_n}{b_i b_j}$	$\frac{p_m p_n}{a_i a_j}$	$-\frac{q_m p_n}{b_i a_j}$	$-\frac{p_m q_n}{a_i b_j}$
C_z	$-\left(\frac{\lambda_m \lambda_n}{\pi k_0}\right)^2$	0	0	0

Tabela 1 - Parâmetros R_{mn}, C_x, C_y, C_z

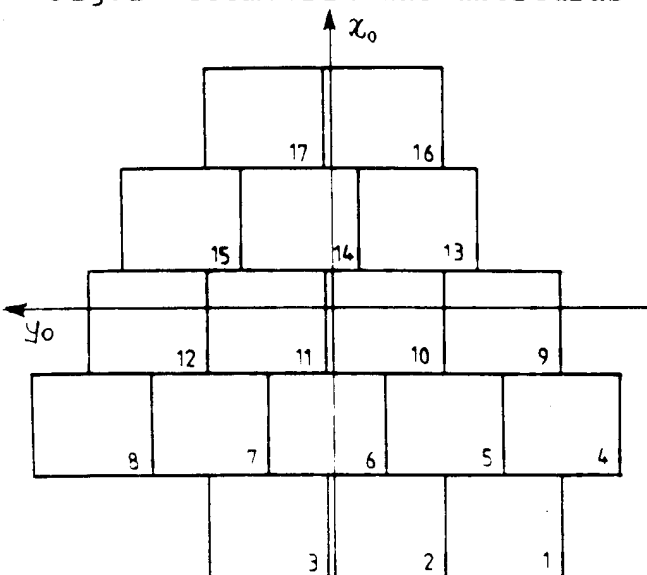


Fig.2- Geometria dos 17 guias para a iluminação do Brasil

Guia	x(mm)	y(mm)	c_m da excitação
1	-90	-69	1.0000+j0.0000
2	-90	-21	1.3211+j0.1258
3	-90	27	0.8451+j0.2641
4	-48	-93	0.2068+j1.2416
5	-48	-45	0.4667+j1.0116
6	-48	3	-0.0130+j1.6855
7	-48	51	1.1313+j0.8487
8	-48	99	0.4330+j1.3520
9	-6	-69	-1.0417+j1.3095
10	-6	-21	0.2846+j0.9933
11	-6	27	-0.5670+j1.2298
12	-6	75	-0.7323+j1.3422
13	36	-35	0.0040+j1.0123
14	36	13	0.1238+j1.6595
15	36	61	-1.3214+j1.1636
16	78	-21	-1.5740+j0.3570
17	78	27	-1.5259+j0.4945

Tabela 2 - Coordenadas e excitações de cada guia

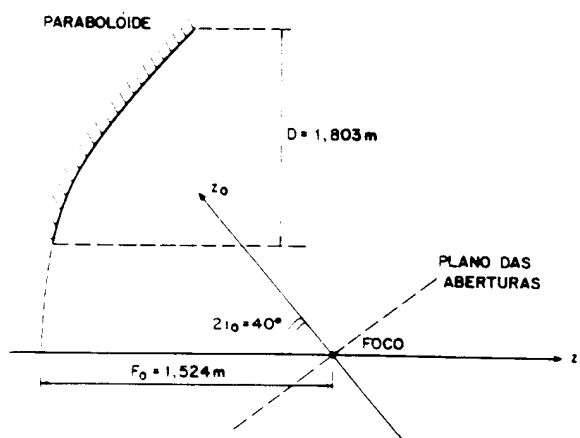


Fig.3- Geometria do refletor parabólico

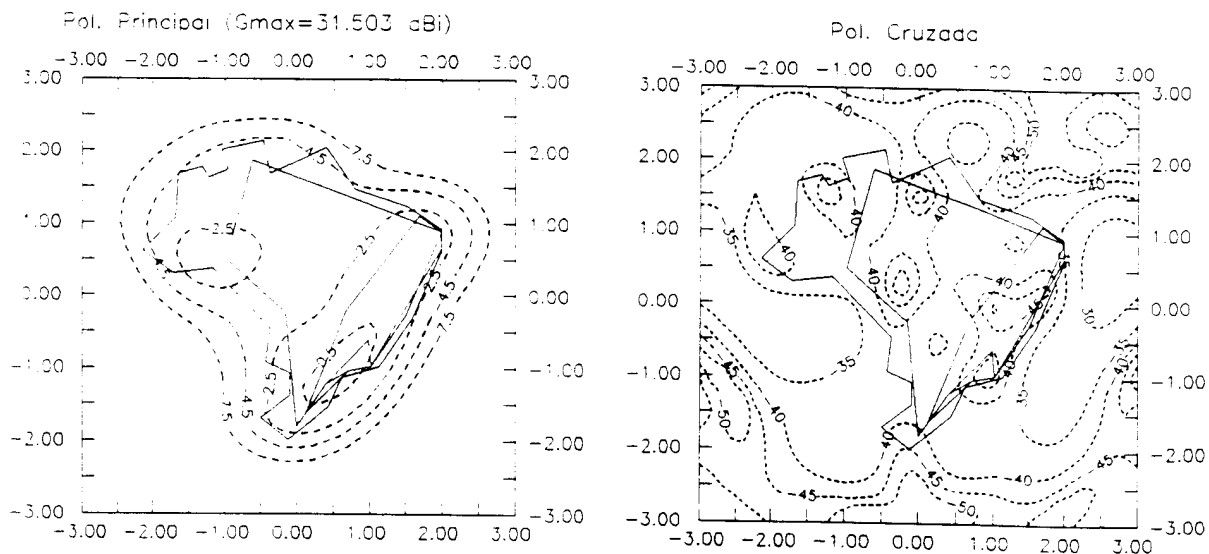


Fig. 4 - Diagramas de polarização principal e cruzada (12 modos)

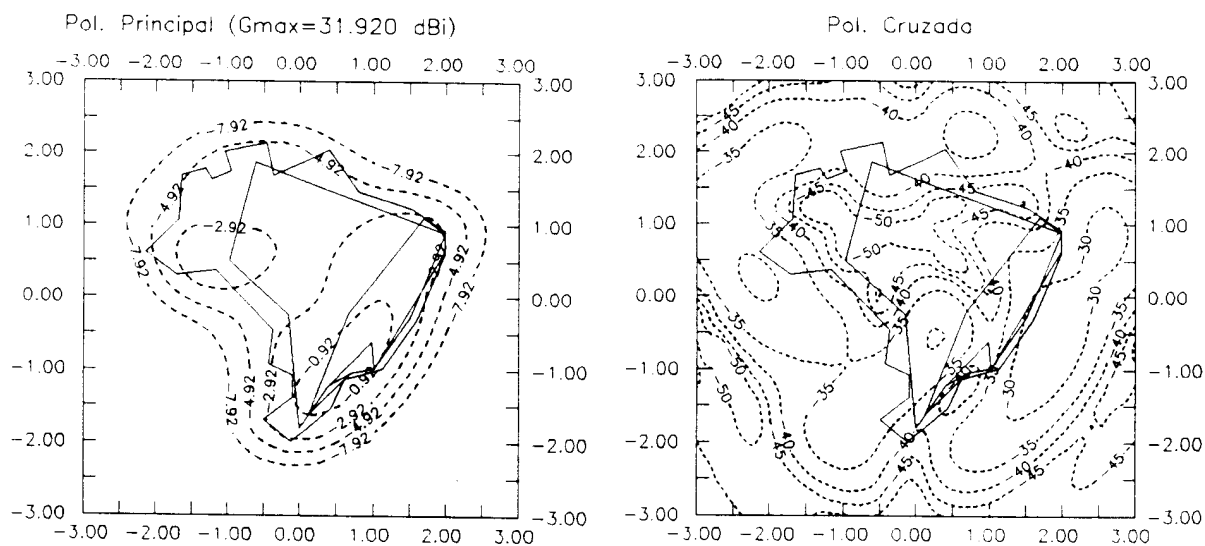


Fig. 5 - Diagramas de polarização principal e cruzada (1 modo)

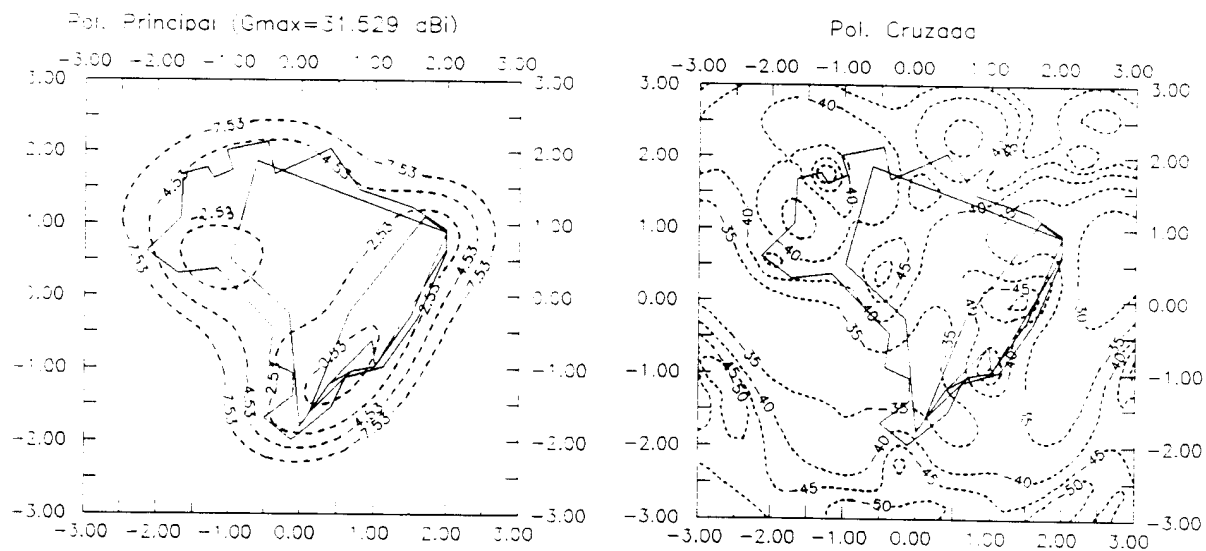


Fig. 6 - Diagramas com o uso da formulação assintótica (12 modos)