

Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletoras *Offset*

S.L. Ávila W.P. Carpes Jr.

GRUCAD / EEL / CTC / UFSC, C.P. 476, Florianópolis, SC, 88040-900, Brasil

A.C. Lisboa¹ R.R. Saldanha¹ J.A. de Vasconcelos¹ F.J.S. Moreira² C. G. Rego²

GOPAC¹ – DELT² / CPDEE / EE / UFMG, Belo Horizonte, MG, 31270-010, Brasil

Resumo – Este artigo apresenta uma configuração modificada de Algoritmos Genéticos com codificação real e utilizando cruzamento polarizado e mutação pelo comportamento da população, ambos por variável. Ela será aplicada na modelagem da forma do refletor com abertura circular de uma Antena Refletora *Offset* na busca do melhor diagrama de radiação para a área de cobertura do território brasileiro. A análise da antena é feita com a aproximação de ótica física corrigida por correntes equivalentes de borda. É realizada também uma breve discussão sobre codificação binária e real em Algoritmos Genéticos.

Palavras-chaves – Algoritmos Genéticos, Codificação Real, Antenas Refletoras *Offset*, Ótica Física.

I. INTRODUÇÃO

Muito se tem estudado sobre Otimização Estocástica com Algoritmos Genéticos (AG) desde seu surgimento e posterior divulgação em maior escala com o trabalho de Goldberg [1]. Sua aplicação em problemas de eletromagnetismo tem sido bem explorada e devidamente qualificada como de grande utilidade, conforme disposto por [2]-[4] entre muitos outros.

Neste artigo, os AG serão usados na modelagem do refletor de uma antena refletora *offset* excitada por um único alimentador. O objetivo será obter uma antena que produza um diagrama de radiação que cubra uniformemente o território brasileiro. Geralmente, a síntese de diagramas de radiação é feita usando um conjunto de cornetas e um refletor parabólico. Contudo esta técnica é de difícil implementação pois apenas um elemento poderá estar no foco. Vários exemplos de otimização aplicada a projetos de antenas refletoras podem ser encontrados na literatura, como em [5]-[6].

II. ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos Genéticos são algoritmos de otimização baseados nos mecanismos de seleção natural e da genética [1]. Atualmente discute-se principalmente como aumentar a eficiência dos AG. Isto vem sendo feito através de uma correta codificação das variáveis e de uma melhor varredura do espaço de busca da solução ótima. Esta última implica em que os operadores genéticos (seleção, cruzamento e mutação) sejam adequadamente implementados.

A. Discussão sobre Codificação de Variáveis

É necessário bastante cuidado na comparação entre metodologias diferentes (códigos binário ou real, por exemplo) como feito em [7]-[8]. É importante que se observe em qual linguagem de programação os AG serão implementados, pois é evidente que se a linguagem trabalha diretamente com números binários a velocidade de processamento dos AG com código binário será maior. Ao contrário, trabalhando-se com variáveis reais num ambiente de programação tipicamente real, não será necessário efetuar a codificação e a decodificação das variáveis a cada verificação da função de mérito. Adicionalmente, para uma comparação apropriada devem-se igualar os operadores genéticos utilizados nos diversos tipos de codificação, permitindo assim que a varredura do espaço de busca seja a mesma.

Neste trabalho foi realizada uma comparação entre as duas codificações mais utilizadas: a binária e a real. Seguiram-se as mesmas especificações e características propostas em [9]. Como função teste utilizou-se a função Rastrigin, dada por:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]. \quad (1)$$

Esta função teste tem sua importância devido ao grande número de mínimos que apresenta. Por exemplo, se o espaço de busca for de dez unidades de comprimento por variável i , tem-se 10^n mínimos, sendo um global. Os resultados obtidos estão apresentados nas Fig. 1 e Fig. 2.

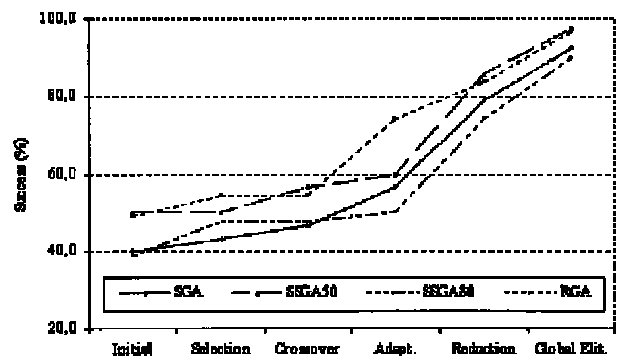


Fig. 1. Evolução dos AG com código binário (conforme [9]).

Os resultados obtidos usando codificação real (Fig. 2) foram ligeiramente melhores que os obtidos usando codificação binária (Fig. 1). As ferramentas utilizadas na

melhoria da convergência do processo foram: a adaptação dinâmica de probabilidades (*Adapt.*), a redução do espaço de busca do ótimo (*Reduction*) e o elitismo global (*Global Elit.*), ou seja, os mesmos utilizados para a codificação binária conforme [9]. Algumas adaptações foram necessárias nestas ferramentas, o que gerou a pequena diferença de valores da Fig. 1 e da Fig. 2.

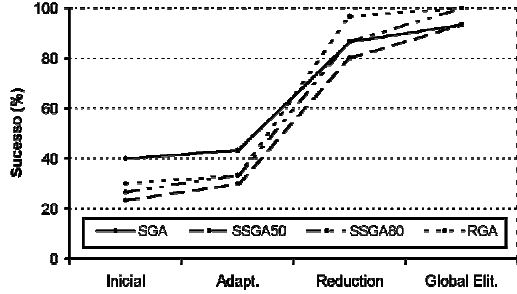


Fig. 2. Evolução dos AG com Cód. Real, seguindo as características de [9].

B. Operadores Genéticos Modificados

Assumindo-se a codificação real como aquela que melhor adapta-se à linguagem de programação utilizada e a problemas com grande número de variáveis, trabalhou-se no desenvolvimento de operadores genéticos que permitam varrer o espaço de busca com melhor desempenho. Para tal, foi desenvolvida a seguinte configuração, onde a população é formada por

$$X^n = \begin{bmatrix} X_1^{n,1} & X_2^{n,2} & \dots & X_{n \text{ var}}^{n,1} \\ X_1^{n,2} & X_2^{n,2} & \dots & X_{n \text{ var}}^{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1^{n,nbpop} & X_2^{n,nbpop} & \dots & X_{n \text{ var}}^{n,nbpop} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde $nbpop$ é o número de indivíduos da população, $nvar$ o número de variáveis de cada indivíduo e n a geração.

Tem-se o cruzamento como:

$$X_{kcross;dir}^{n+1,i} = \alpha_{pol} X_{kcross;dir}^{n,i} + (1 - \alpha_{pol}) X_{kcross;dir}^{n,j} \quad (3)$$

$$X_{kcross;dir}^{n+1,j} = (1 - \alpha) X_{kcross;dir}^{n,i} + \alpha X_{kcross;dir}^{n,j}, \quad (4)$$

onde $kcross$ define o ponto de corte para a realização do cruzamento, determinado aleatoriamente [10]; α_{pol} é o coeficiente de multiplicação polarizado; α é o coeficiente de multiplicação aleatório entre $-0,1$ e $1,1$ [11] e dir indica em qual direção será realizado o cruzamento: se do ponto de corte até $nvar$ ou da primeira variável até o ponto de corte, determinado aleatoriamente. É imperativo que

$$f(X^{n,i}) > f(X^{n,j}). \quad (5)$$

Como mutação tem-se

$$X_{kmut;dir}^{n,i} = X_{kmut;dir}^{n,i} + \gamma_{kmut;dir}^{n,i}, \quad (6)$$

onde $kmut$ define o ponto de corte para a realização da mutação, também determinado aleatoriamente [10]; γ é o

vetor de perturbação somado ao indivíduo; e dir indica em qual direção será realizado a mutação, do mesmo modo que no cruzamento. No início do processo de gerações esta perturbação é definida por

$$\gamma_{kmut;dir}^{n,i} = 0,05 \beta \text{ range}_{kmut;dir}^{n,i}. \quad (7)$$

Com isto tem-se uma variação máxima de cinco por cento dentro da faixa (*range*) dos limites aceitáveis de cada variável, sendo β um número aleatório entre 0 e 1 [11]. No fim do processo de gerações, esta perturbação passa a ser

$$\gamma_{kmut;dir}^{n,i} = 0,05 \beta \frac{\sum_{i=1}^{nbpop} X_{kmut;dir}^{n,i}}{nbpop}. \quad (8)$$

Neste segundo cálculo, γ é definido como uma variação do comportamento da população naquele instante.

Para teste desta configuração utilizou-se a mesma função Rastrigin, agora rotacionada em relação ao eixo de $f(x)$. Com isto aumenta-se a dificuldade de convergência dos AG, pois não se pode utilizar a informação de mínimos adjacentes paralelos aos eixos das variáveis.

A Tabela I mostra em qual geração obteve-se a convergência para a função Rastrigin rotacionada. O programa foi executado 100 vezes, com um número máximo de 50 gerações, uma população de 30 indivíduos e com 30 variáveis por indivíduo, totalizando 10^{30} mínimos.

TABELA I
RESULTADOS: RASTRIGIN ROTACIONADO

Nº de Execuções	Sucesso (%)	Nº de Gerações n_g	Máx. desvio da solução $\delta f = f(X_i^{n_g}) - f(x^*) $
100	100	35 ± 2	0,1

Verifica-se que a convergência é obtida com aproximadamente mil avaliações da função de mérito sendo que o universo de busca contém 10^{30} possíveis soluções. Isto demonstra a grande eficiência dos AG com codificação real, quando condicionados corretamente.

III. ANTENAS REFLETORAS OFFSET

A. Parametrização

A antena refletora *offset* a ser otimizada possui apenas um refletor com forma alterável e um alimentador fixo. O refletor da antena possui abertura circular como mostrado na Fig. 3. Sua superfície é parametrizada conforme

$$x' = at \cos \phi, \quad y' = at \sin \phi, \quad (9)$$

$$z'(t, \phi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M (C_{nm} \cos n\phi + D_{nm} \sin n\phi) F_m^n(t), \quad (10)$$

onde a é o raio da abertura circular, t e ϕ são coordenadas esféricas do parabolóide, C_{nm} e D_{nm} são coeficientes de expansão e $F_m^n(t)$ é o polinômio de Jacobi modificado [5]. Os vetores unitários normais $\hat{n}$ podem ser determinados analiticamente por

$$\hat{n} = \frac{\vec{r}_t' \times \vec{r}_\phi'}{|\vec{r}_t' \times \vec{r}_\phi'|}, \quad (11)$$

$$\vec{r}_t' = \left\{ \frac{\partial x'}{\partial t}; \frac{\partial y'}{\partial t}; \frac{\partial z'}{\partial t} \right\} \quad \text{e} \quad \vec{r}_\phi' = \left\{ \frac{\partial x'}{\partial \phi}; \frac{\partial y'}{\partial \phi}; \frac{\partial z'}{\partial \phi} \right\} \quad (12)$$

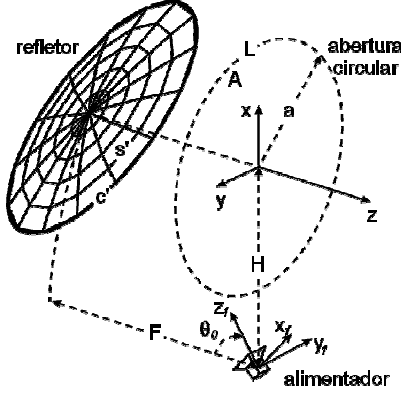


Fig. 3. Geometria da antena refletora offset.

B. Análise da antena

Assumindo a superfície do refletor como um condutor elétrico perfeito, a aproximação da ótica física (PO) e o Teorema da Equivalência [12] estabelecem que o refletor pode ser substituído pela fonte de corrente equivalente

$$\vec{J}_{PO} \approx 2\hat{n} \times \vec{H}_{inc}, \quad (13)$$

onde $\vec{H}_{inc}$ é o campo magnético incidente na superfície do refletor. Assim o campo elétrico distante [12] é determinado pela integral

$$\vec{E}_{PO} \approx -j \frac{k\eta}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{s'} [\vec{J}_{PO} - (\vec{J}_{PO} \cdot \hat{r})\hat{r}] e^{jk\vec{r}' \cdot \hat{r}} ds'. \quad (14)$$

onde k é o número de onda do meio, η é a impedância intrínseca, s' é a superfície do refletor, $\hat{r}$ é o vetor unitário que localiza o observador e $\vec{r}'$ é o vetor que localiza as fontes.

Para corrigir o campo dado pela PO em regiões distantes do lóbulo principal, onde o resultado obtido em (13) para a corrente induzida não tem boa precisão, utiliza-se

$$\vec{E}_{fr} \approx -j \frac{k\eta}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{c'} \left\{ [\vec{J}_{FR} - (\vec{J}_{FR} \cdot \hat{r})\hat{r}] - \frac{1}{\eta} \hat{r} \times \vec{M}_{FR} \right\} e^{jk\vec{r}' \cdot \hat{r}} dc' \quad (15)$$

onde c' é a borda do refletor e $\vec{J}_{FR}$ e $\vec{M}_{FR}$ são as correntes equivalentes de borda elétrica e magnética calculadas de acordo com [13].

Ambas integrais de campo distante são feitas na superfície do refletor. Elas podem ser rearranjadas para que o domínio de integração seja a abertura (parametrizada em coordenadas cilíndricas ρ_A e ϕ_A), utilizando o Jacobiano de transformação

$$J_A = \left| \frac{\rho_A}{\hat{n} \cdot \hat{z}} \right|. \quad (16)$$

O campo distante total é dado pelas parcelas direta (alimentador $\vec{E}_f$) e indireta ($\vec{E}_{PO}$ mais a correção feita por correntes equivalentes de borda $\vec{E}_{fr}$)

$$\vec{E} = \vec{E}_f + \vec{E}_{PO} + \vec{E}_{fr}. \quad (17)$$

Os ganhos principal e cruzado são calculados de acordo com a terceira definição de Ludwig [14].

IV. OTIMIZAÇÃO

A otimização é aplicada com o intuito de obter uma forma de refletor que maximize o campo médio recebido em um mapa de amostragem (ver Fig. 4). Para tanto foi construída a equação de mérito

$$f = G_{av} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_i, \quad (18)$$

onde N é o número de pontos onde deseja-se o maior ganho diretivo G_i possível.

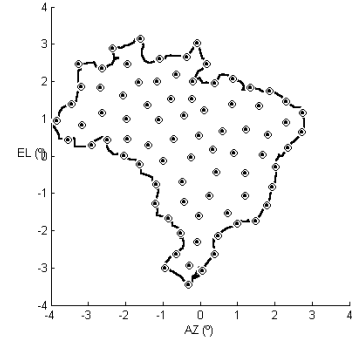


Fig. 4. Exemplo de mapa dos pontos amostragem (limites territoriais [14]).

O refletor de referência escolhido é um parabolóide Offset com frequência de operação de 11,95 GHz, $D=2a=1,524$ m; $F=1,506$ m; $H=1,245$ m; e $\theta_0=42,77^\circ$. Os coeficientes de expansão correspondentes são obtidos usando a Tabela II [4]. O alimentador radia um campo da forma $\cos^n\theta$ [12] polarizado na direção $\hat{x}$ quando $\theta=0^\circ$ com atenuação de borda de -12dB ($n=14,28$).

Os AG foram implementados com 27 variáveis. São 28 coeficientes de expansão ($n=7, m=4$) onde o primeiro (C_{00}) é fixo. Assim, sobram para ser otimizados o segundo (C_{01}) e o oitavo (C_{10}), que variam em torno dos valores da Tabela II, e os demais em torno de zero. A população tem 100 indivíduos, utilizando codificação real, cruzamento e mutação conforme seção II ($pcross = 0,9$ e $pmut = 0,025$ iniciais), seleção por roleta [1] e as ferramentas de melhoria na convergência propostos em [9]. Usa-se reflexão das variáveis que extrapolam os limites iniciais de busca, para que se garanta a forma aproximada de um refletor parabólico.

TABELA II

COEFICIENTES DE EXPANSÃO PARA PARABOLÓIDE OFFSET			
Coeficiente	C_{00}	C_{01}	C_{10}
Valor	$-\frac{1}{\sqrt{2}}F + \frac{1}{8\sqrt{2}}\frac{2H^2 + a^2}{F}$	$-\frac{a^2}{8\sqrt{6}F}$	$\frac{aH}{4F}$

V. CONCLUSÃO

As ferramentas de otimização vêm demonstrando que, quando implementadas e aplicadas corretamente produzem resultados muito bons nos mais diversos problemas.

Os AG mostraram-se muito eficientes na otimização do refletor devido principalmente à sua facilidade para trabalhar com um grande número de variáveis (neste caso, os coeficientes de expansão). Os resultados apresentados pela metodologia modificada de cruzamento e mutação provaram sua eficácia, que pode ser verificada pelo baixo número de gerações utilizadas.

A otimização deu-se apenas na forma do refletor, não existindo assim graus de liberdade suficientes para se obter antenas de alto desempenho. Apesar disso conseguiu-se uma uniformidade de cobertura muito superior à obtida com um parabolóide *offset* clássico. E isto foi feito utilizando-se apenas uma informação, a saber, o ganho nos pontos de controle. É bem provável que trabalhando com otimizadores multiobjetivos os resultados possam ser ainda melhores.

Observação: A realização deste estudo só foi possível devido ao Programa Nacional de Cooperação Acadêmica (PROCAD / CAPES) e Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP / CNPq).

REFERÊNCIAS

- [1] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison Wesley, New York, 1989.
- [2] R. L. Haupt, "An Introduction to Genetic Algorithms for Electromagnetics," *IEEE AP-Mag.*, vol. 37, No. 2, pp. 7–15, Apr 1995.
- [3] J. M. Johnson and Y. Rahmat-Samii, "Genetic Algorithm in Engineering Electromagnetics," *IEEE AP-Magazine*, vol. 39, No. 4, pp. 7–22, Aug 1997.
- [4] D. S. Weile and E. Michielssen, "Genetic Algorithm Optimization Applied to Electromagnetics: A Review," *IEEE Trans. on Ant. and Propag.*, vol. 45, No. 3, pp. 343–353, Mar 1997.
- [5] Dah-Weigh Duan and Y. Rahmat-Samii, "A Generalized Diffraction Synthesis Technique for High Performance Reflector Antennas," *IEEE Trans. on Ant. and Propag.*, Vol. 43, No. 1, pp. 27–40, Jan 1995.
- [6] F. J. S. Moreira, *Conjunto de Alimentadores para Antenas Refletoras com Feixes Modelados*, D. M., DEE, PUC, Rio de Janeiro, 1992.
- [7] Y. H. Lee, et. al., "Genetic Algorithm using Real Parameters for Array Antenna Design Optimization," *High Frequency Postgraduate Student Colloquium*, pp. 8–13, Leeds UK, Sep 1999.
- [8] D. S. Linden, "Using a Real Chromosome in a Genetic Algorithm for Wire Antenna Optimization," *IEEE AP-S Int. Symp.*, Vol. 3, pp. 1704–1707, Montreal, 1997.
- [9] J. A. Vasconcelos, et. al., "Improvements in Genetic Algorithms," *IEEE Trans. on Ant. and Propag.*, Vol. 37, No. 1, pp. 3414–3417, Sep 2001.
- [10] A. Qing, C. K. Lee and L. Jen, "Electromagnetic Inverse Scattering of Two-Dimensional Perfectly Conducting Objects by Real-Coded Genetic Algorithm," *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 39, No. 3, pp. 665–676, Mar 2001.
- [11] R. A. Meneguim, *Análise de Sensibilidade de Soluções em Otimização através de Elipsóides Mínimos*, D. M., PPGEE, UFMG, 1997.
- [12] C. A. Balanis, *Antenna Theory – Analysis and Design*, John Wiley & Sons, 2º ed., New York, 1997.
- [13] C. G. Rego, F. J. V. Hasselmann and F. J. S. Moreira, *Análise no Domínio do Tempo de Antenas Refletoras Excitadas por Pulsos*, *Anais do IX SBMO*, pp. 329–333, Aug 2000.
- [14] A. C. Ludwig, "The Definition of Cross Polarization," *IEEE Trans. on Ant. and Propag.*, pp.116–119, Jan 1973.
- [15] GeoMINAS and DPI – INPE, 2001.

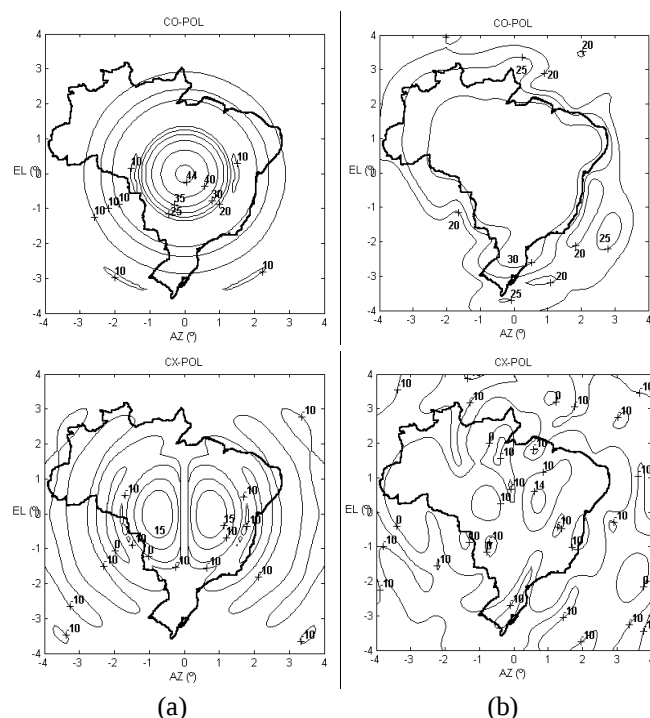


Fig. 5. Diagramas de radiação para polarização principal (CO-POL) e cruzada (CX-POL) do (a) parabolóide clássico e (b) refletor otimizado.

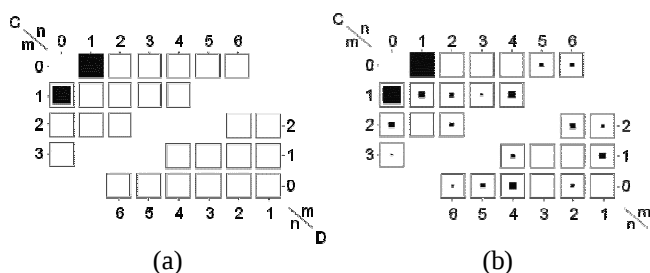


Fig. 6. Representação gráfica dos 27 coeficientes de expansão, (a) parabolóide clássico e (b) refletor otimizado. O tamanho da aresta de cada quadrado é proporcional a $\log_{10}|C_{nm}|$ (ou $\log_{10}|D_{nm}|$), normalizado no intervalo 10^{-3} a 10^0 .

Pela Fig. 5 e Tabela III vê-se claramente uma melhor distribuição de campo na área de cobertura. Com a antena otimizada conseguiu-se um ganho direto de 25dBi em praticamente todo o território brasileiro, sendo que em mais de 80% atingiu-se pelo menos 30 dBi. A forma geométrica do refletor otimizado pode ser obtida através dos coeficientes de expansão mostrados na Fig. 6.

TABELA III
COMPARAÇÃO DAS ANTENAS

Refletor	Ganho Máx. (dBi)	Ganho Méd. G_{av} (dBi)	Máx. CX-POL (dBi)
Clássico	44,19	17,21	18,37
Otimizado	36,44	30,74	14,78

A informação referente à polarização cruzada mostrada tanto na Fig. 5 como na Tabela III serve apenas como informação adicional na comparação com a antena clássica, pois não foi objeto de estudo.