

Aplicação do Método FAFFA para a Predição de Propagação sobre Terrenos Suavemente Irregulares

Rodrigo B. V. Teperino e Fernando J. S. Moreira

Universidade Federal de Minas Gerais, Depto. Engenharia Eletrônica

Av Pres. Antônio Carlos 6627, Pampulha, Belo Horizonte, MG, CEP 31270-901

Resumo— O presente trabalho analisa a aplicação da técnica FAFFA (*Fast Far-Field Approximation*) no cálculo recursivo das correntes equivalentes através de equações integrais em problemas de propagação de ondas de rádio sobre terrenos suavemente irregulares em VHF e UHF. Uma nova formulação é apresentada, assumindo uma frente de onda esférica e fazendo a consideração de uma superfície invariante na direção perpendicular ao plano de incidência. O trabalho também investiga a relação entre o número de grupos de segmentos utilizados no problema e a diminuição do tempo computacional.

Palavras-chave— Propagação de ondas de rádio, equação integral.

I. INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento de computadores mais rápidos e eficientes, a aplicação de equações integrais na predição da propagação de ondas radioelétricas tem se tornado atraente. Técnicas eficientes baseadas em equações integrais do campo elétrico (EFIE) e do campo magnético (MFIE) foram recentemente propostas por Hviid *et. al* [1] e Moreira [2], respectivamente, no tratamento da polarização vertical sobre terrenos eletricamente suaves. Com base na EFIE proposta em [1], Cullen e Brennan [3] desenvolveram uma técnica de aceleração para o cálculo recursivo das correntes equivalentes através da divisão do terreno em grupos de segmentos, realizando os cálculos em relação ao centro do grupo e fazendo uma aproximação de amplitude e fase para os demais segmentos do grupo. Tal técnica foi denominada FAFFA (*Fast Far-Field Approximation*), que foi mais tarde aplicada na aceleração da MFIE [4]. Entretanto, as formulações apresentadas em [3] e [4] assumem um problema puramente bidimensional (onda cilíndrica), diferentemente do proposto em [1] e [2].

No presente trabalho o FAFFA é aplicado tanto na EFIE como na MFIE, exatamente como propostas em [1] e [2]. O terreno é assumido eletricamente suave e invariante na direção perpendicular ao plano de incidência. A polarização é vertical com incidência rasante, de forma que o solo pode ser aproximado como um condutor magnético perfeito [1]. A excitação incidente é localmente esférica e o método da fase estacionária é utilizado na avaliação da integral na direção perpendicular ao plano de incidência [1]. O trabalho visa o estabelecimento de uma relação entre o número de segmentos por grupo e o número total de segmentos no FAFFA. Para tal, é analisada uma cunha

iluminada por um dipolo de Hertz [1], buscando-se informações úteis para a análise de terrenos com perfis arbitrários.

II. EFIE E MFIE PARA UM CONDUTOR MAGNÉTICO PERFEITO

Dado que o terreno será assumido condutor magnético perfeito [1], serão necessárias apenas correntes magnéticas equivalentes ($\vec{M}$) e a MFIE e a EFIE podem ser representadas por:

$$\vec{H}(\vec{r}) = T \left[\vec{H}_{in}(\vec{r}) + \frac{1}{\eta} \vec{L}_1(\vec{M}) \right], \quad (1)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = T \left[\vec{E}_{in}(\vec{r}) + \vec{L}_2(\vec{M}) \right], \quad (2)$$

onde $\vec{E}_{in}$ e $\vec{H}_{in}$ representam os campos incidentes (neste trabalho, gerados por um dipolo de Hertz na vertical) e os operadores $\vec{L}_1$ e $\vec{L}_2$ são dados por

$$\vec{L}_1(\vec{M}) = -jk \oint_{S'} \left[\vec{M}(\vec{r}') G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}') \nabla' G \right] ds', \quad (3)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}) = \oint_{S'} \vec{M}(\vec{r}') \times \nabla' G ds', \quad (4)$$

sendo G a função de Green no espaço livre:

$$G = \exp(-jk |\vec{r} - \vec{r}'|) / (4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|). \quad (5)$$

Das condições de contorno sobre um condutor magnético perfeito, temos para o campo elétrico que

$$\hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{M}(\vec{r}), \quad (6)$$

e para o campo magnético

$$\hat{n} \times \vec{H}(\vec{r}) = 0. \quad (7)$$

Fazendo-se o produto vetorial com a normal à superfície nos dois lados das equações (1) e (2), obtém-se:

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in}(\vec{r}) = \frac{1}{\eta} \hat{n} \times \vec{L}_1(\vec{M}), \quad (8)$$

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in}(\vec{r}) = -\frac{\vec{M}(\vec{r})}{2} + \hat{n} \times \vec{L}_2(\vec{M}), \quad (9)$$

onde T foi substituído por 2 já que o observador encontra-se sobre a superfície.

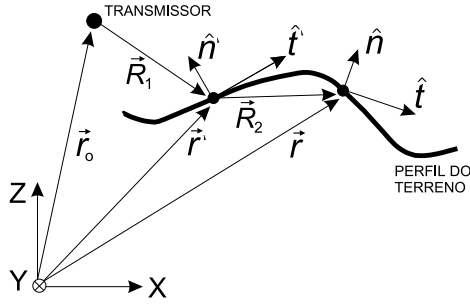


Fig. 1. Geometria básica do problema

Fazendo-se a consideração de uma fase esférica para a corrente e explicitando a mesma, $\vec{M}(\vec{r}')$ passa a ser

$$\vec{M}(\vec{r}') = \vec{M}_A(\vec{r}') e^{-jk|\vec{r}' - \vec{r}_0|}. \quad (10)$$

O termo $\nabla' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}')$ que aparece em (3) pode ser resolvido e resulta em

$$\nabla' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') = \left[-jk\vec{M}_A \cdot \frac{(\vec{r}' - \vec{r}_0)}{|\vec{r}' - \vec{r}_0|} + \nabla' \cdot \vec{M}_A \right], \quad (11)$$

onde os vetores $\vec{r}'$ e $\vec{r}_0$ são definidos de acordo com a Fig. 1.

Para a resolução das integrais em y' que ocorrem em (3) e (4) assume-se um terreno invariante ao longo do eixo y (veja a Fig. 1) e aplica-se o método da fase estacionária na avaliação da integral em y' [2]. Desta maneira, restará apenas a integral de linha em t' e as integrais (3) e (4) são reescritas como:

$$\vec{L}_1(\vec{M}) = -k \int_{t'} \vec{M}_A \mathcal{G}_1 dt', \quad (12)$$

$$\vec{L}_2(\vec{M}) = k \int_{t'} \vec{M}_A \times \hat{R}_2 \mathcal{G}_2 dt', \quad (13)$$

onde

$$\mathcal{G}_1 = \frac{e^{-jk(R_1 + R_2) + j\pi/4}}{4\pi\sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_2}{\lambda}}}, \quad (14)$$

$$\mathcal{G}_2 = \left(1 - \frac{j}{kR_2}\right) \mathcal{G}_1, \quad (15)$$

$$R_1 = |\vec{r}' - \vec{r}_0|_{y'=y_0} = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (z' - z_0)^2}, \quad (16)$$

$$R_2 = |\vec{r} - \vec{r}'|_{y=y'=y_0} = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2}. \quad (17)$$

Finalmente, substituindo-se (12) e (13) em (8) e (9):

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in} = -\frac{k}{\eta} \int_{t'} \hat{n} \times \vec{M}_A \mathcal{G}_1 dt', \quad (18)$$

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in} = -\frac{\vec{M}_A}{2} e^{-jkR_1} + k \int_{t'} (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \vec{M}_A \mathcal{G}_2 dt'. \quad (19)$$

Para a obtenção das correntes é então aplicado o Método dos Momentos através da segmentação do terreno como mostrado

na Fig. 2, utilizando-se como funções de base pulsos unitários e, como funções peso, impulsos no centro de cada segmento. Para a solução das integrais em t' considerou-se, para a fase do integrando, R_1 e R_2 variando linearmente ao longo do segmento. Para a amplitude do integrando, no entanto, considerou-se seus valores tomados no ponto médio do segmento. Obtém-se então para a MFIE

$$V_i = \eta (\vec{H}_{in} \cdot \hat{y}), \quad (20)$$

$$Z_{ij} = \mathcal{G}_1 k \Delta j \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad (21)$$

$$Z_{ii} = e^{\frac{j\pi}{4}} \left[\frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{t}_j) k \Delta j / \pi} \right)}{\sqrt{(1 - \hat{R}_1 \cdot \hat{t}_j)}} + \frac{\text{Fres} \left(\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{t}_j) k \Delta j / \pi} \right)}{\sqrt{(1 + \hat{R}_1 \cdot \hat{t}_j)}} \right]. \quad (22)$$

e para a EFIE

$$V_i = (\vec{E}_{in} \cdot \hat{t}_i), \quad (23)$$

$$Z_{ij} = (\hat{n} \cdot \hat{R}_2) \mathcal{G}_2 k \Delta j \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad (24)$$

$$Z_{ii} = -\frac{1}{2} e^{-jkR_1}, \quad (25)$$

onde $\text{Fres}(x)$ pode ser definido através das integrais de Fresnel $S(x)$ e $C(x)$ como

$$\text{Fres}(x) = C(x) - j S(x), \quad (26)$$

e α é o ângulo que o segmento faz com o eixo x . Dessa forma as correntes M_j podem ser calculadas da maneira usual:

$$[V_i] = [Z_{ij}] [M_j]. \quad (27)$$

Como o terreno foi assumido como sendo eletricamente suave, o desprezo do retro-espalhamento pode ser aplicado na solução recursiva das correntes [1]. Dessa forma:

$$M_j = \frac{1}{Z_{ii}} \left(V_i - \sum_{j=1}^{i-1} Z_{ij} M_j \right). \quad (28)$$

Obtidas as correntes superficiais, o cálculo do campo espalhado pode ser realizado através de (1) e (2), agora com $T = 1$.

III. FAFFA

Em [3], [5] e [6] Cullen apresenta uma técnica de aceleração (*Fast Far Field Approximation* - FAFFA) do cálculo recursivo das correntes superficiais descrito anteriormente. A técnica consiste em dividir o terreno em grupos de segmentos, como mostrado na Fig. 3, e com isso possibilitar o cálculo do somatório $\sum Z_{ij} M_j$, presente em (28) e ao qual está associado o maior esforço computacional, apenas uma vez para cada par de grupos observador (m) e fonte (n). Como é feita

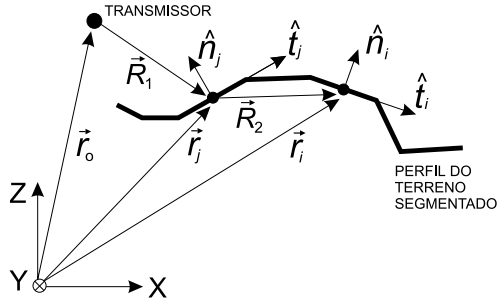


Fig. 2. Terreno segmentado

uma aproximação de R_2 para campo distante, o método não é aplicável para casos onde os segmentos i e j estão muito próximos. Para contornar esse inconveniente, define-se como NF_m os grupos que serão considerados campo próximo em relação a cada grupo observador m . Para os segmentos presentes nestes grupos o somatório é calculado do modo tradicional. Os demais grupos são tratados como campo distante e denominados FF_m . Para estes grupos os termos Z_{ij} são calculados em relação ao segmento central (I) do grupo observador (m), realizando-se posteriormente uma aproximação de amplitude e fase para os demais segmentos i pertencentes a estes grupos.

Deste modo, o cálculo da corrente passa a ser dado por

$$Z_{ii} M_j = V_i - \sum_{n \in FF_m} F_{Ii}^n \sum_{j \in n} Z_{Ij} M_j + \sum_{n \in NF_m} \sum_{j \in n} Z_{ij} M_j, \quad (29)$$

onde

$$F_{Ii}^n = A_{Ii}^n e^{-j\phi_{Ii}^n}. \quad (30)$$

O termo F_{Ii}^n é o responsável pela aproximação de amplitude e fase nos segmentos do grupo observador em relação ao segmento central.

Nas formulações FAFFA desenvolvidas em [3], [5] e [6] o problema é tratado de forma puramente bidimensional. Neste trabalho, considera-se uma excitação localmente esférica sobre uma superfície invariante na direção perpendicular ao plano de incidência. Procedendo como em [3] para encontrar os termos de correção, obtém-se para a amplitude

$$A_{Ii}^n \text{ MFIE} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{\tau(R_1 + R_2\tau)}}, \quad (31)$$

$$A_{Ii}^n \text{ EFIE} = \left(\frac{1 + jkR_2\tau}{\tau(1 + jkR_2)} \right) \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{\tau(R_1 + R_2\tau)}}, \quad (32)$$

e para a fase

$$\phi_{Ii}^n \text{ MFIE/EFIE} = kR_2(\tau - 1), \quad (33)$$

onde de acordo com a Fig. 3

$$\tau = \sqrt{1 + \frac{s^2 - 2R_P s \cos \xi}{R_P^2}}. \quad (34)$$

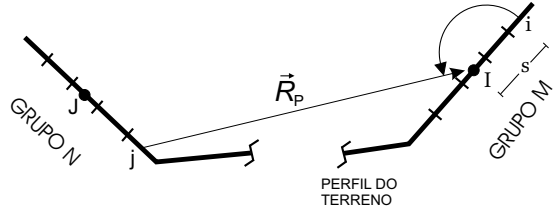


Fig. 3. Terreno segmentado em grupos de segmentos

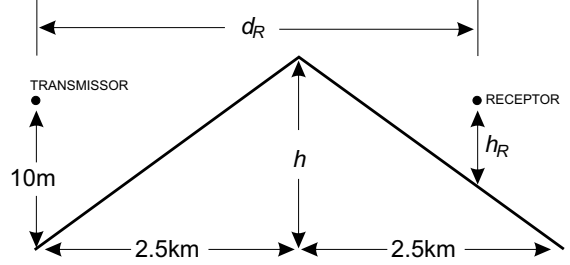


Fig. 4. Cunha utilizada nas simulações

IV. RESULTADOS

Nas simulações apresentadas neste trabalho utiliza-se uma cunha (Fig. 4) com dimensões eletricamente suaves [1]. A altura h da cunha considerada é de 50m e a altura h_R do receptor é mantida constante igual a 3m ao longo da cunha. Como um dos objetivos do trabalho é estabelecer uma relação entre o número de grupos, o número total de segmentos e o tempo de simulação, os casos estudados apresentam a divisão da cunha em 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 e 512 grupos com segmentações de 0.5, 1, 3 e 5 segmentos por comprimento de onda. As frequências analisadas são 100MHz e 1GHz. Como referência, utiliza-se a aplicação dos métodos descritos em [1] e [2] com 5 segmentos por comprimento de onda e também a *uniform theory diffraction* (UTD).

A consideração de grupos NF_m é feita apenas para segmentos do próprio grupo m . Entretanto, devido à observação da importância das correntes presentes no início do terreno, isto é, no primeiros segmentos, considerou-se a aplicação do método FAFFA somente a partir de uma certa distância do transmissor. Para os casos analisados neste trabalho a distância considerada é de 50 metros.

Conforme esperado, os tempos apresentam um mínimo. A Tabela I lista as configurações que consomem o menor tempo computacional.

TABELA I

Frequência	seg/ λ	Melhor resultado	Tempo (s)
100MHz	0,5	16 grupos	0,66
100MHz	1	16 grupos	1,44
100MHz	3	32 grupos	4,61
100MHz	5	64 grupos	8,13
1GHz	0,5	64 grupos	8,00
1GHz	1	64 grupos	19,28
1GHz	3	128 grupos	76,27
1GHz	5	128 grupos	159,88

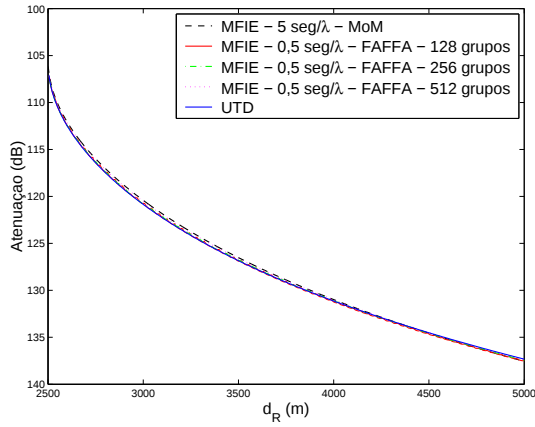


Fig. 5. Atenuação em função da distância do receptor (d_R) para uma frequência de 100MHz utilizando-se a MFIE com 0,5 seg/λ

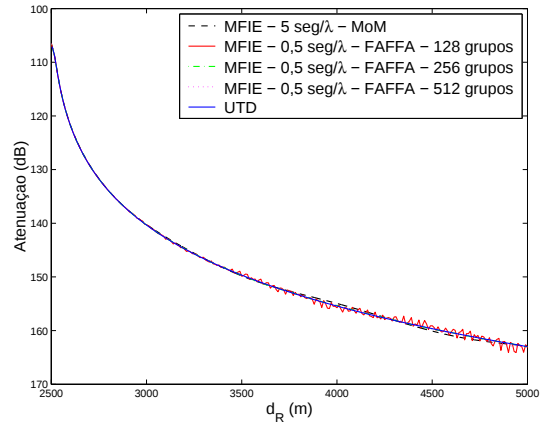


Fig. 7. Atenuação em função da distância do receptor (d_R) para uma frequência de 1GHz utilizando-se a MFIE com 0,5 seg/λ

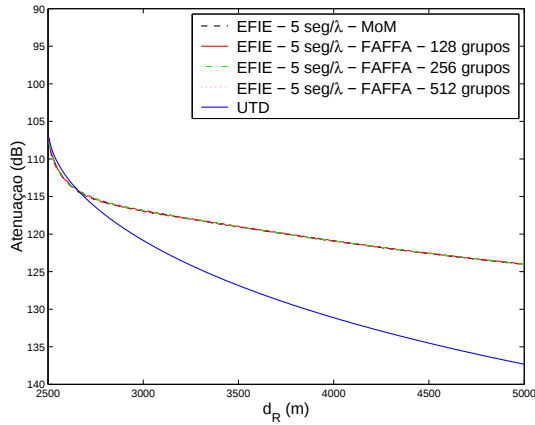


Fig. 6. Atenuação em função da distância do receptor (d_R) para uma frequência de 100MHz utilizando-se a EFIE com 5 seg/λ

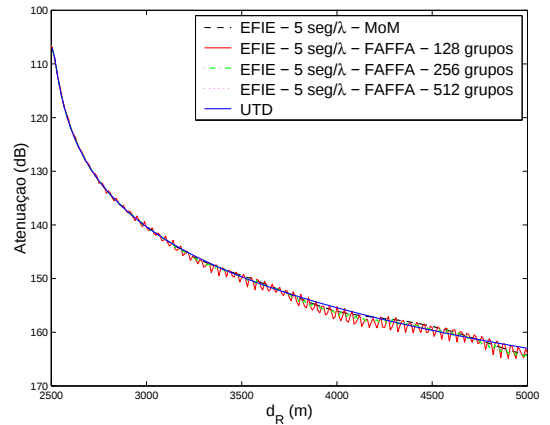


Fig. 8. Atenuação em função da distância do receptor (d_R) para uma frequência de 1GHz utilizando-se a EFIE com 5 seg/λ

Para uma comparação da eficácia da aceleração, os métodos desenvolvidos em [1] e [2] necessitam, utilizando-se 5 segmentos por comprimento de onda, de 176 segundos para 100MHz e 17680 segundos para 1GHz. Dos resultados obtidos, entretanto, são considerados apenas os casos de 128, 256 e 512 grupos já que os outros apresentam erros muito acima de 3dB. Pode-se observar então uma relação entre o tempo e a precisão do método, sendo que, especificamente para os casos estudados, o melhor "custo-benefício" ocorre com a utilização de 128 grupos idênticos ao longo da cunha. Para a MFIE, conforme discutido em [2], o método converge com um número menor de segmentos por comprimento de onda. Nos casos estudados, com 0.5 segmento/λ, já é possível obter-se resultados que, conforme as Figs. 5 e 7, apresentam erros abaixo de 2dB para 128 grupos e menores que 0.1dB para os casos de 256 e 512 grupos. Para a EFIE, no entanto, mesmo com 5 segmentos por comprimento de onda o resultado apresenta discrepâncias em relação à UTD, divergindo totalmente para 100MHz (Fig. 6) e oscilando em torno desse resultado para 1GHz (Fig. 8).

V. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma nova formulação para o *Fast Far-Fiel Approximation* (FAFFA) no cálculo das correntes equivalentes sobre um terreno suavemente irregular. Considerou-se

uma frente de onda localmente esférica e o terreno invariante na direção perpendicular ao plano de incidência. O método foi comparado à resultados que utilizam a EFIE e a MFIE presentes na literatura e à UTD, comprovando a sua eficácia. Observou-se, ainda a relação entre o número de grupos utilizados na divisão do terreno e o tempo de simulação.

REFERÊNCIAS

- [1] J. T. Hviid, J. B. Andersen, J. Toftgård, e J. Bøjer, "Terrain-based propagation model for rural area - An integral equation approach," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 41–46, Janeiro 1995.
- [2] Fernando J. S. Moreira, "MFIE-based propagation prediction," *2001 SBMO / IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC'01)*, pp. 195–198, Agosto 2001.
- [3] Conor Brennan e Peter Cullen, "A method to speed up iterative solutions of terrain scattering problems," *10th International Conference on Antennas and Propagation*, pp. 14–17, Abril 1997.
- [4] Conor Brennan, Peter Cullen, e Luca Rossi, "An MFIE-based tabulated interaction method for UHF terrain propagation problems," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 6, pp. 1003–1005, Junho 2000.
- [5] Conor Brennan e Peter Cullen, "A high speed adaptive methodology for calculating UHF propagation loss over terrain," *The 8th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 2, pp. 629–634, 1997.
- [6] Conor Brennan e Peter Cullen, "Application of the fast far field approximation to the computation of UHF pathloss over irregular terrain," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 6, pp. 881–889, Junho 1998.