Circuitos Elétricos III

Prof. Danilo Melges

Depto. de Eng. Elétrica

Universidade Federal de Minas Gerais

Introdução aos circuitos de seleção de freqüência

Introdução

- Circuitos seletores de freqüências (filtros): atenuam sinais de entrada com freqüências fora de uma dada faixa.

- Função de transferência: análise de resposta em freqüência. =>

  resposta em regime permanente senoidal

$$y_{rp}(t) = A|H(j\omega)| \cos\left[\omega t + \phi + \theta(\omega)\right]$$

Introdução

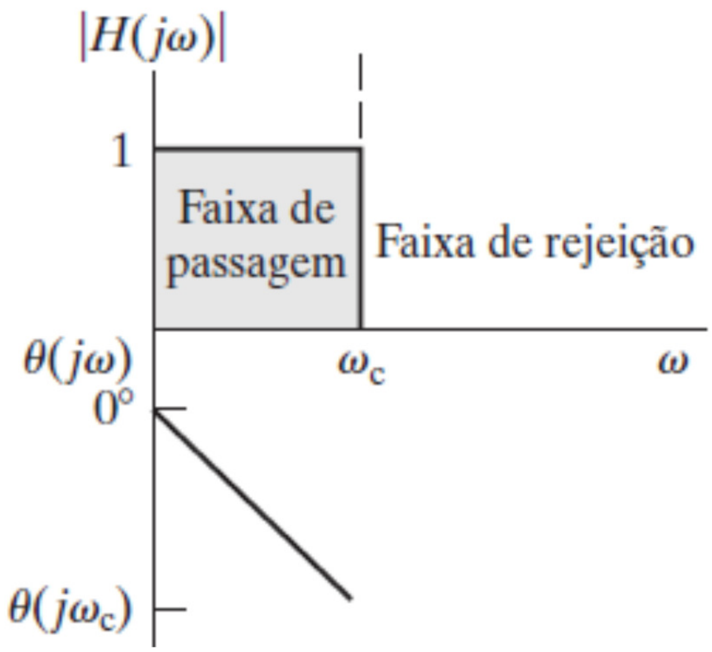
- faixa de passagem: freqüências não atenuadas pelo filtro.
- faixa de rejeição: freqüências atenuadas pelo filtro.
- Tipo de circuito de seleção: determinado por sua resposta em freqüência.

Resposta em freqüência

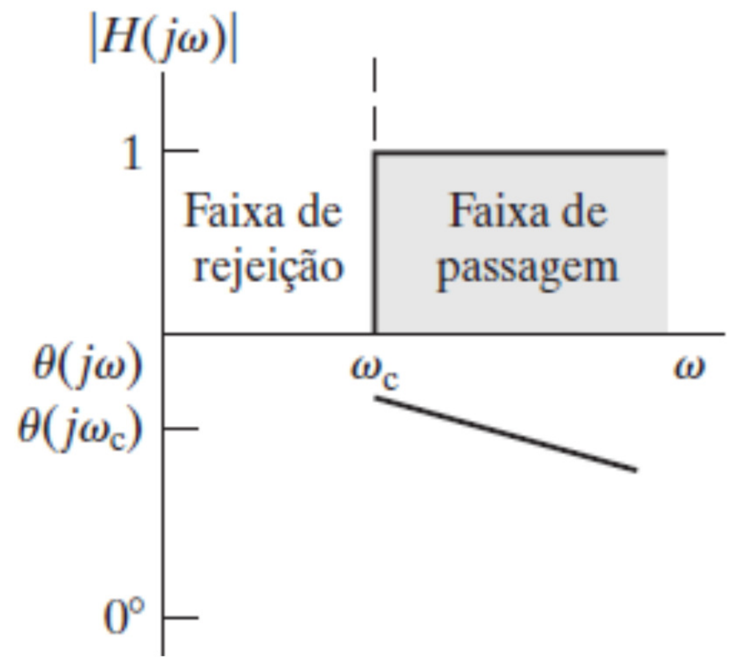
- Resposta em freqüência: caracterização de um sistema quanto
  - ao Módulo em função da freqüência (Espectro de Amplitude): $|H(j\omega)|$
  - ao Ângulo de fase em função da freqüência (Espectro de Fase): $\theta(j\omega)$

Categorias de Filtros

Filtro passa-baixas



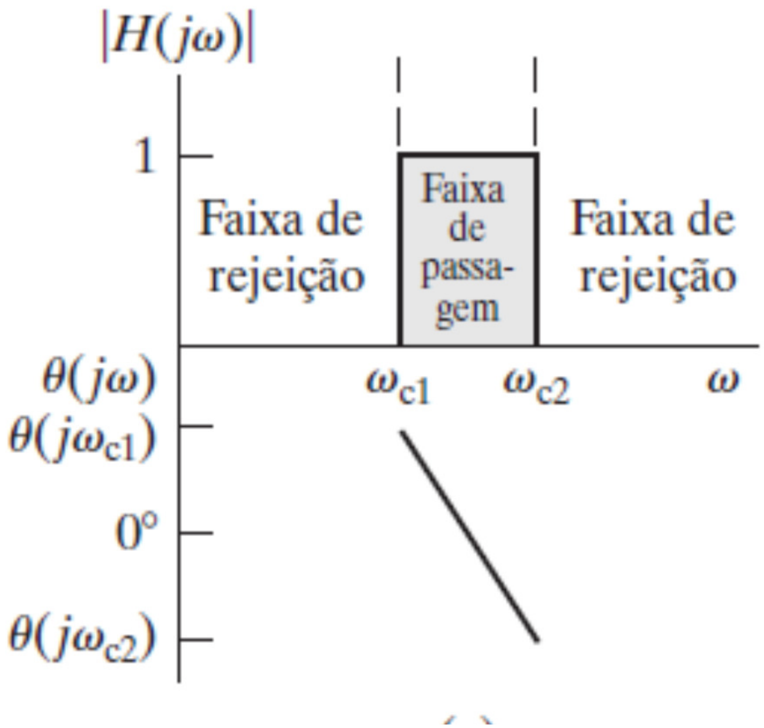
Filtro passa-altas



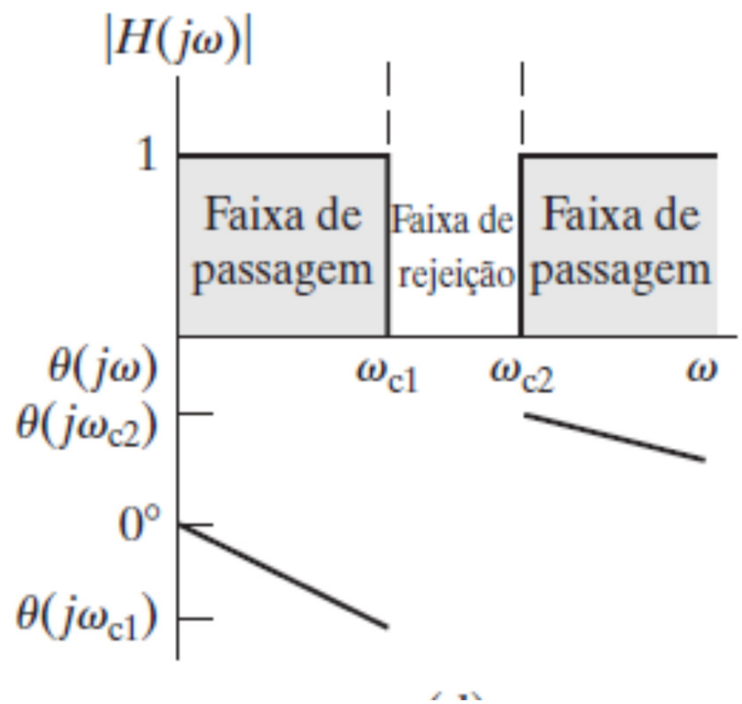
- Freqüência de corte (ω_c) separa a banda passante da banda de rejeição.

Categorias de Filtros

Filtro passa-bandas



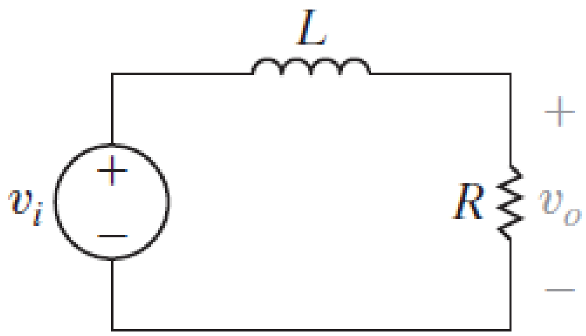
Filtro rejeita-bandas



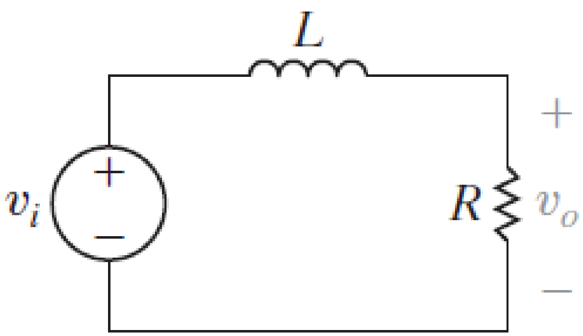
Filtros: observações

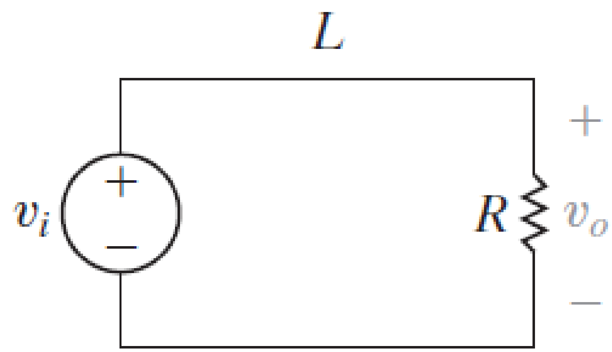
- Filtro ideal: fase linear na banda de passagem => evita distorção de fase.
- Filtros passivos: utilizam elementos passivos (resistores, capacitores e indutores).
- Normalmente, para filtros passivos o máximo ganho na banda de passagem é 1.

Filtro passa-baixas

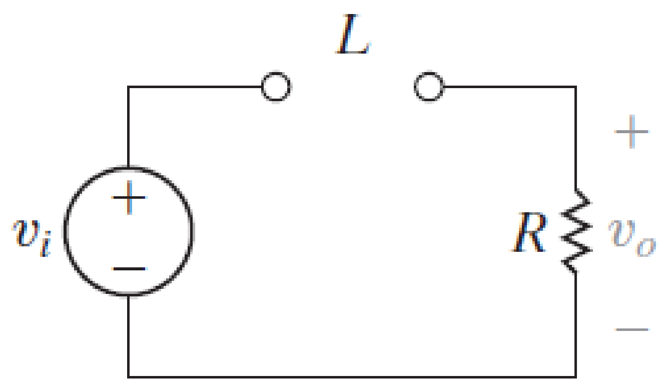


Filtro passa-baixas





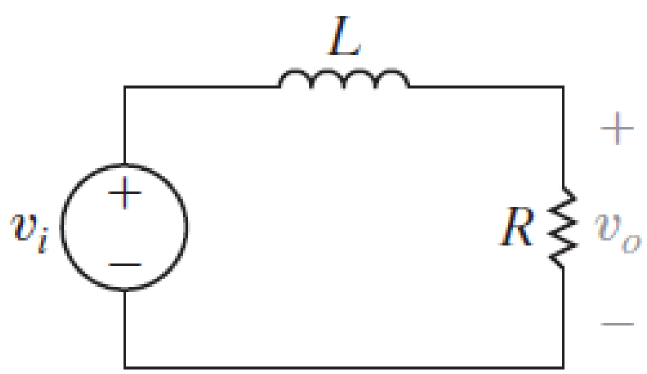
ω=0

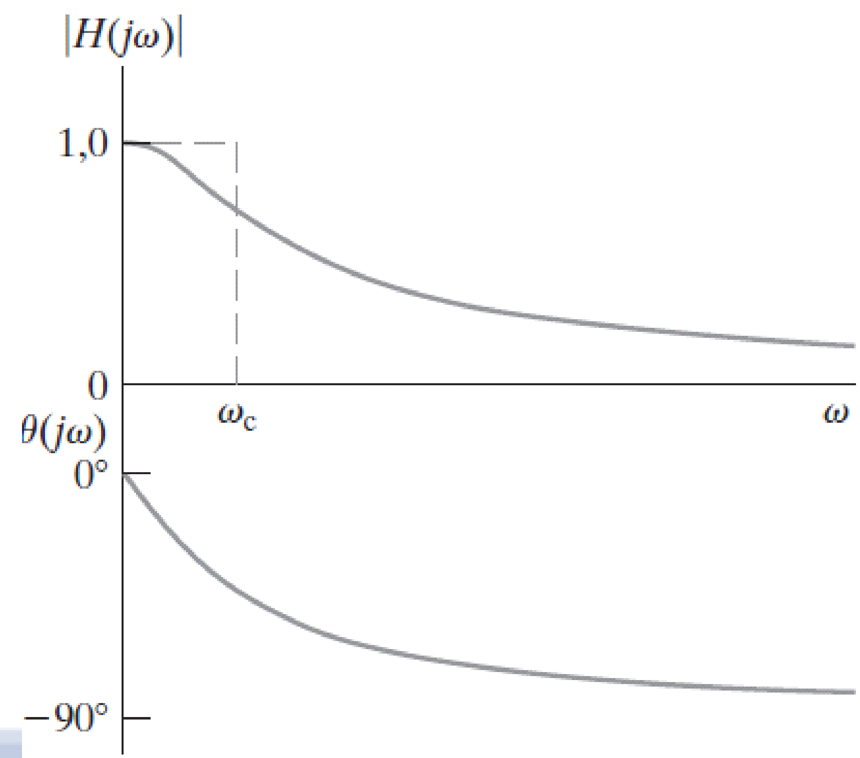


ω=∞

Filtro passa-baixas

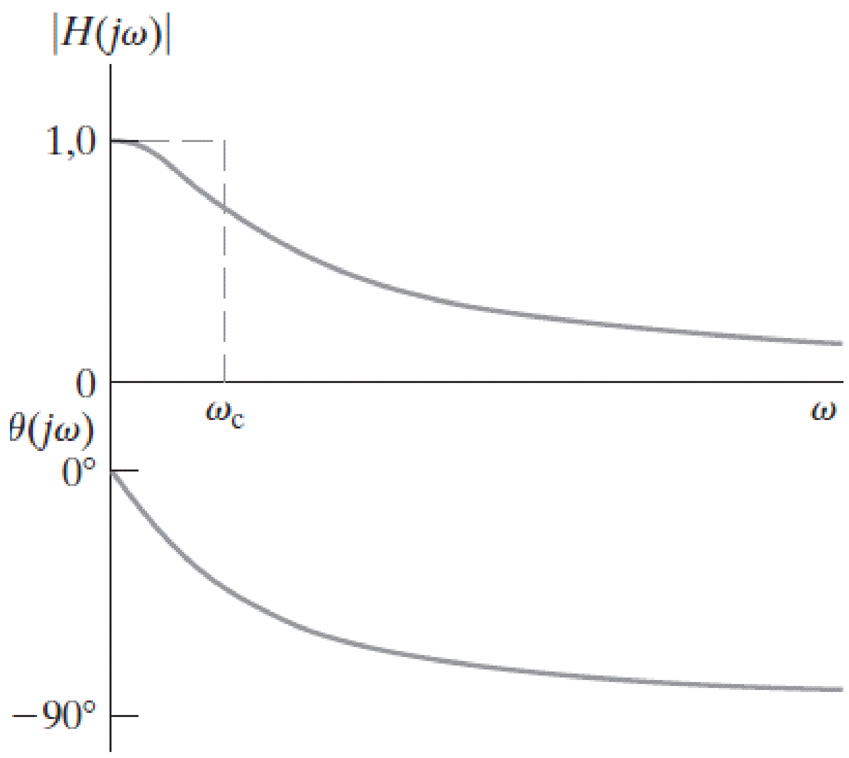
- Para ω=0: v_o=v_i, logo $|H(j\omega)|=1$
- Conforme ω aumenta, a impedância do indutor ($j\omega L$) aumenta → atenuação da amplitude e alteração da fase.
- Para $\omega=\infty$: $|H(j\omega)|$ decresce e $\theta(j\omega)$->90º .





Freqüência de corte

- Como definir a freqüência de corte quando não houver uma freqüência única que separe as bandas de passagem e rejeição?



Freqüência de corte

- Definição: A freqüência para a qual a potência cai à metade de seu valor máximo, ou, de forma equivalente:

$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} H_{\max},$$

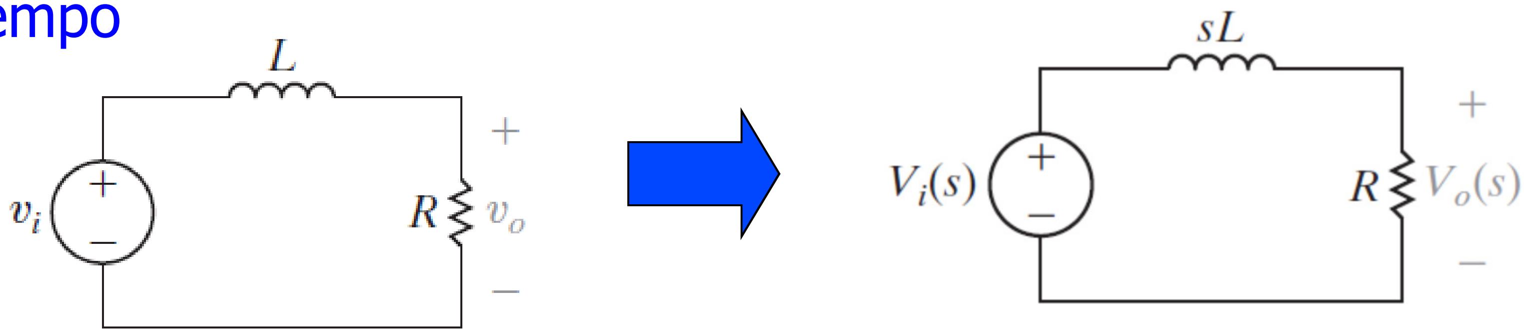
onde H_{max} é a máxima amplitude da função de transferência.

- Também chamado de freqüência de meia potência.

Circuito RL série

tempo

freqüência



Função de transferência: $$H(s) = \frac{R/L}{s + R/L}.$$

Resposta em Freqüência: $$H(j\omega) = \frac{R/L}{j\omega + R/L}.$$

Módulo: $$|H(j\omega)| = \frac{R/L}{\sqrt{\omega^2 + (R/L)^2}},$$

Ângulo de fase: $$\theta(j\omega) = -\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right).$$

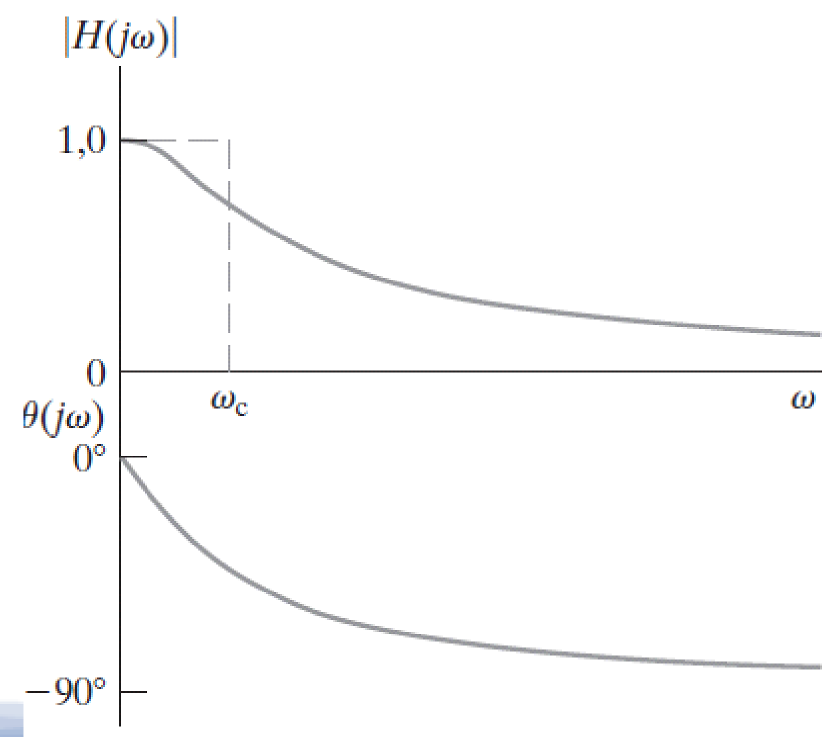
Circuito RL série

- Para ω=0: |H(jω)|=1, logo $v_o=v_i$
- Conforme ω aumenta, a impedância do indutor (jωL). Aumenta ->atenuação da amplitude e alteração da fase.
- Para ω=∞: |H(jω)|=0 e θ(jω)->90º .

Módulo: $$|H(j\omega)| = \frac{R/L}{\sqrt{\omega^2 + (R/L)^2}},$$

Ângulo de fase:

$$\theta(j\omega) = -\,\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right).$$



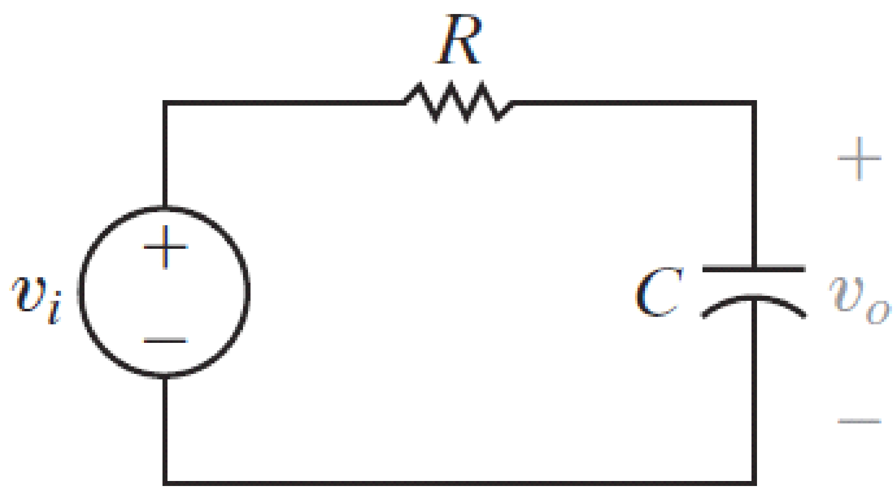
Circuito RL série

- Qual a freqüência de corte? $|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}}|1| = \frac{R/L}{\sqrt{\omega_c^2 + (R/L)^2}}.$

$$\omega_c = \frac{R}{L}.$$

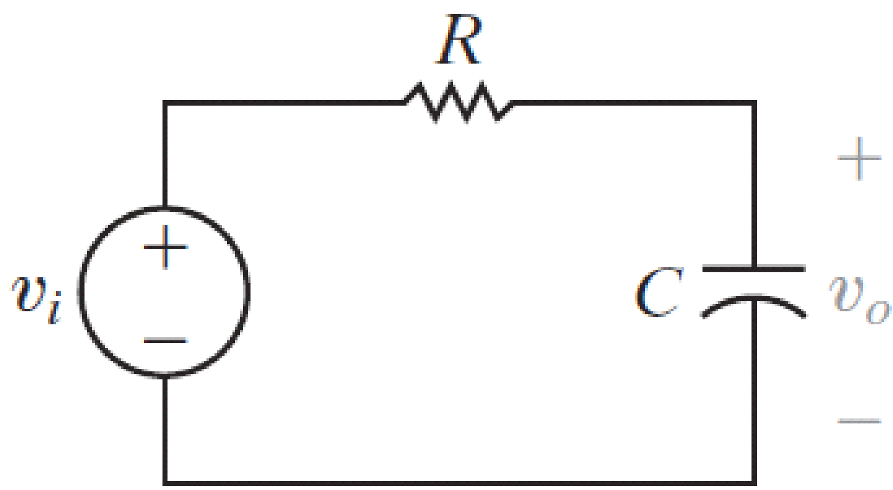
- Ou seja, a freq. de corte pode ser controlada por meio de R e L.

Circuito RC série

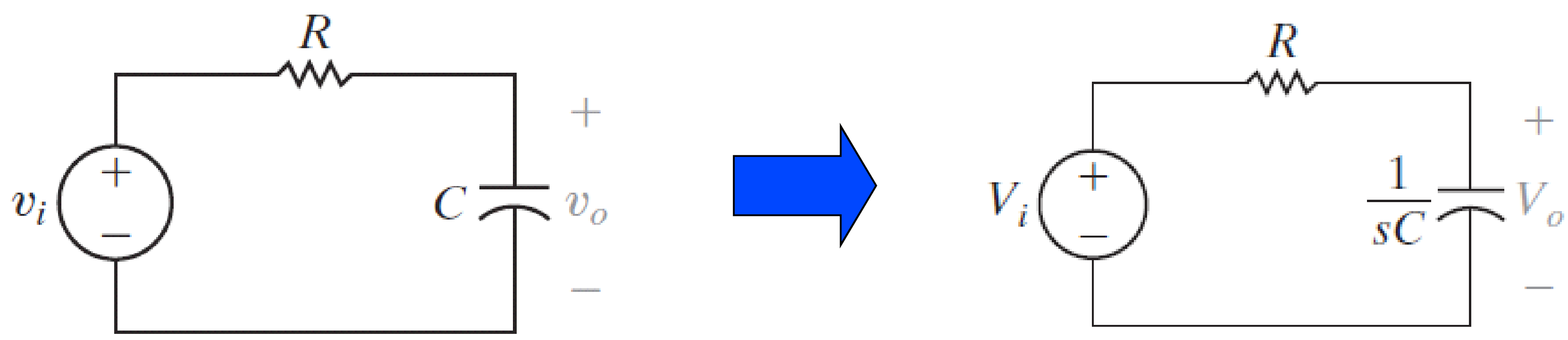


Circuito RC série

- Para $\omega=0$: $1/j\omega C=\infty$, logo $v_o=v_i$ e $|H(j\omega)|=1$
- Quando ω aumenta, $1/j\omega C$ reduz ->atenuação da amplitude e alteração da fase.
- Para $\omega=\infty$: $1/j\omega C=0$, logo $v_o=0$ e $|H(j\omega)|=0$.



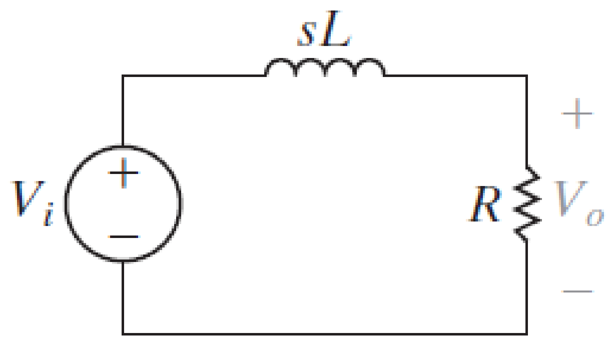
Circuito RC série



$$H(s) = \frac{1/RC}{s + 1/RC}$$

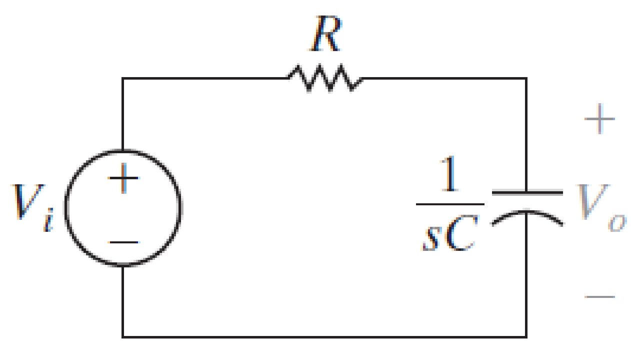
$$\omega_c = 1/RC$$

Filtros passa-baixas



$$H(s) = \frac{R/L}{s + R/L}$$

$$\omega_c = R/L$$



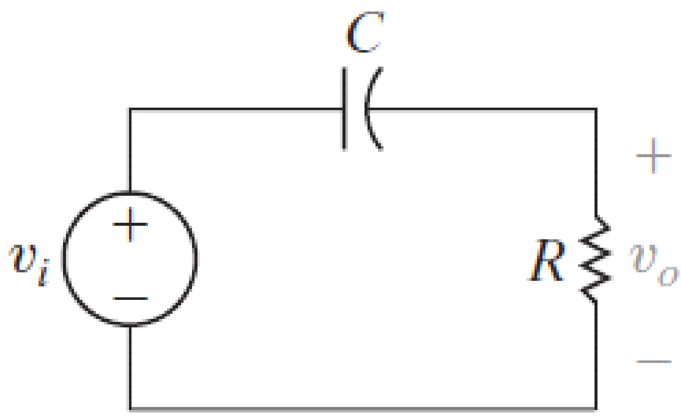
$$H(s) = \frac{1/RC}{s + 1/RC}$$

$$\omega_c = 1/RC$$

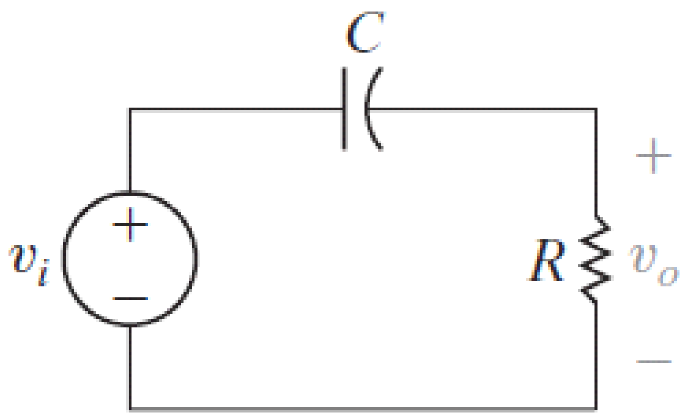
- Forma geral para função de transferência destes filtros: $$H(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}.$$

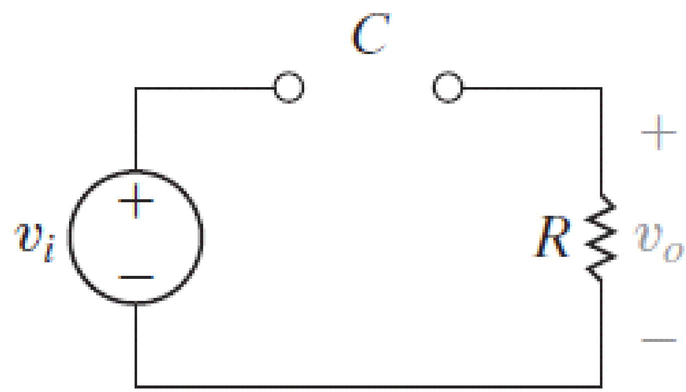
- Relação entre domínio da freqüência e do tempo: $\tau = 1/\omega_c$.

Filtros passa-altas: RC série

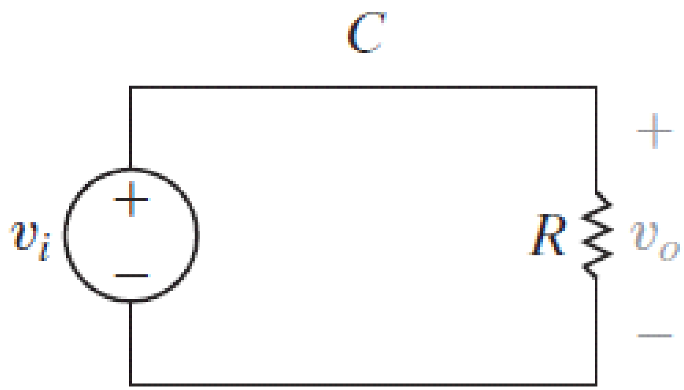


Filtros passa-altas: RC série





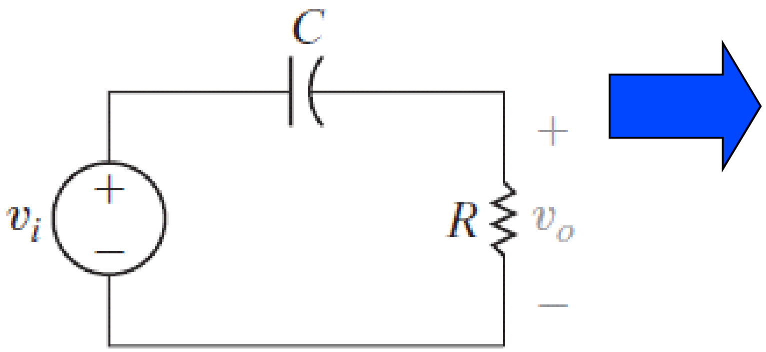
$\omega=0$



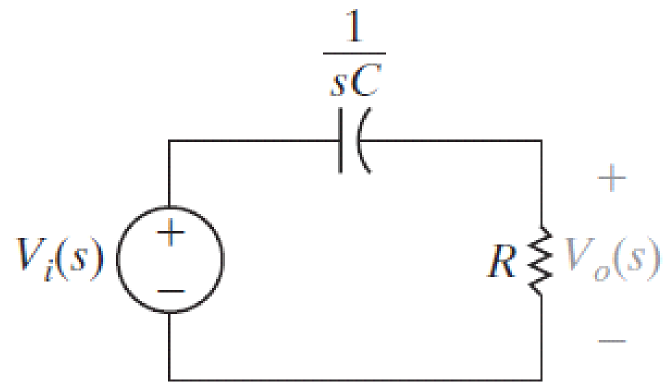
$\omega=\infty$

Filtros passa-altas: RC série

tempo



freqüência



Função de transferência:

Resposta em Freqüência: $$H(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega + 1/RC}.$$

Módulo: $$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (1/RC)^2}},$$

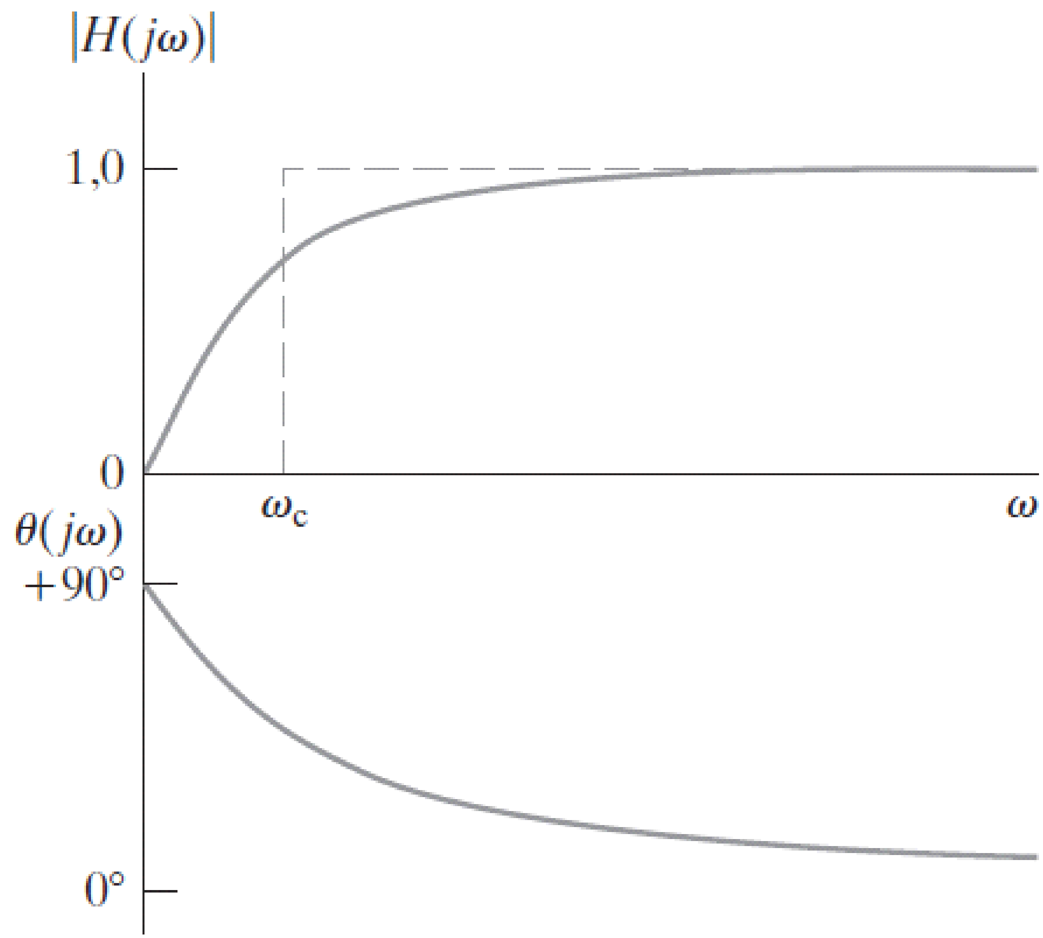
Ângulo de fase: $\theta(j\omega) = 90^\circ - \mathrm{tg}^{-1}\omega RC$

Filtros passa-altas: RC série

Módulo: $$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (1/RC)^2}},$$

Ângulo de fase:

$$\theta(j\omega) = 90° - \mathrm{tg}^{-1}\omega RC$$



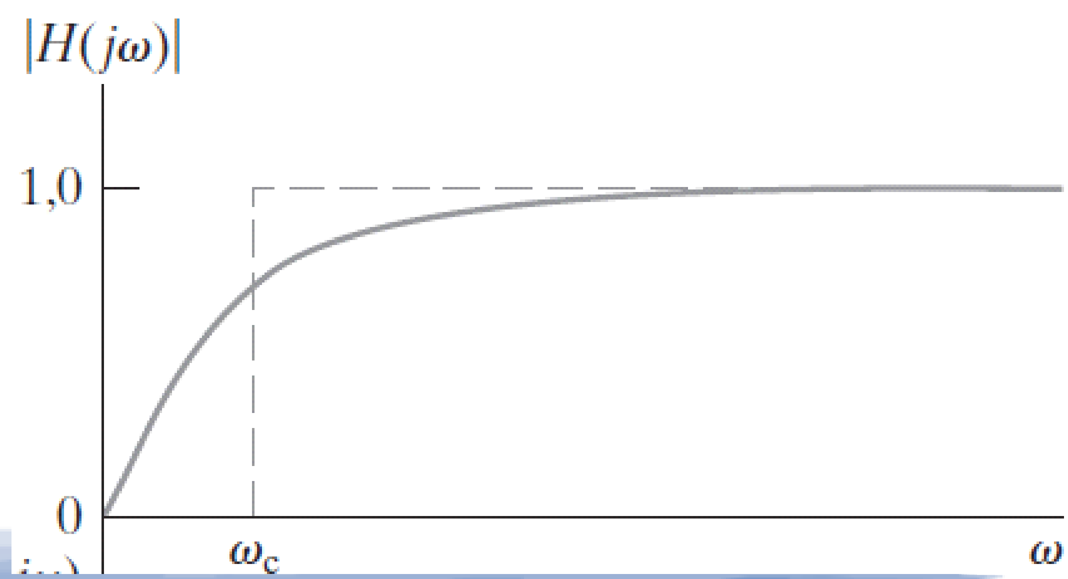
Filtros passa-altas: RC série

Módulo: $$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (1/RC)^2}},$$

Freqüência de corte: sabemos que $H_{max}=|H(j\infty)| =1$, logo

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + (1/RC)^2}}.$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}.$$



Filtros passa-altas: RC série

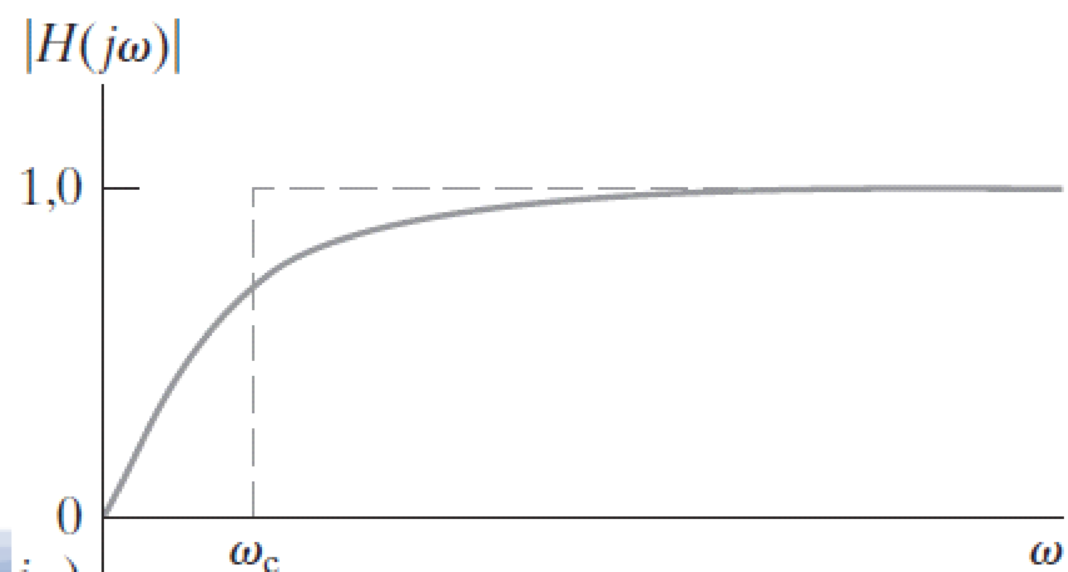
Módulo: $$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (1/RC)^2}},$$

Freqüência de corte: sabemos que $H_{max}=|H(j\infty)| =1$, logo

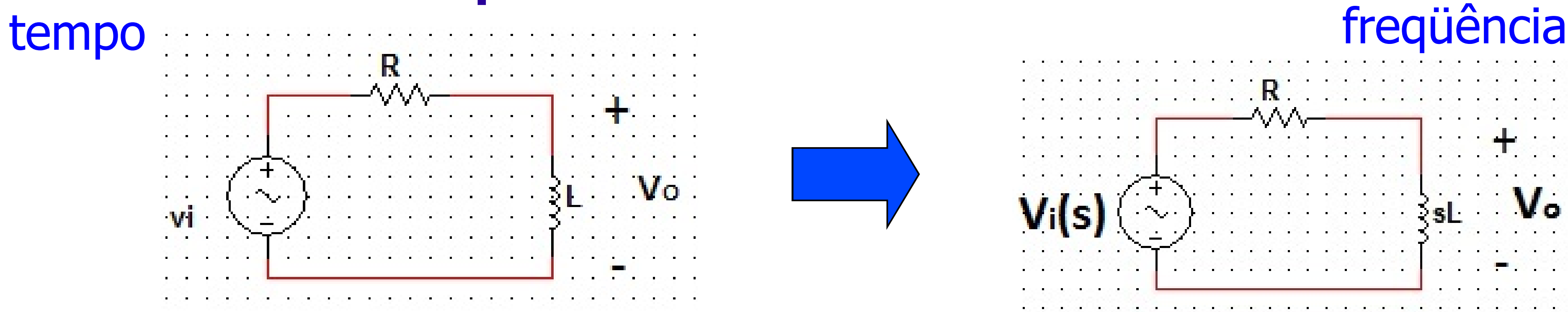
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + (1/RC)^2}}.$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}.$$

Ou seja, a freqüência de corte do circuito RC série é a mesma, não importando o tipo de operação.



Filtros passa-altas: RL série



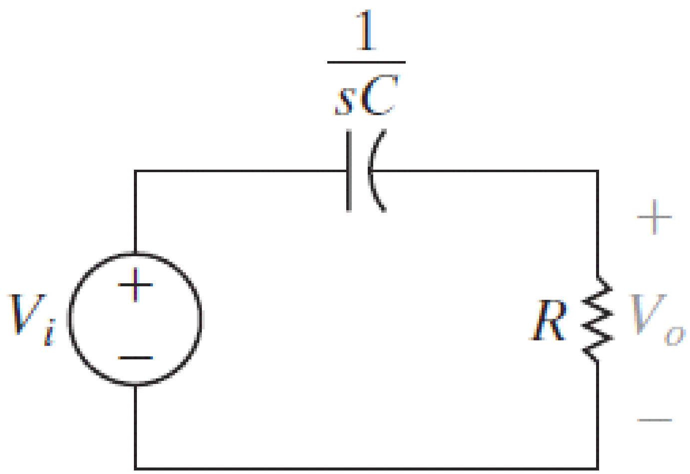
Módulo:

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + (R/L)^2}}$$

Freqüência de corte:

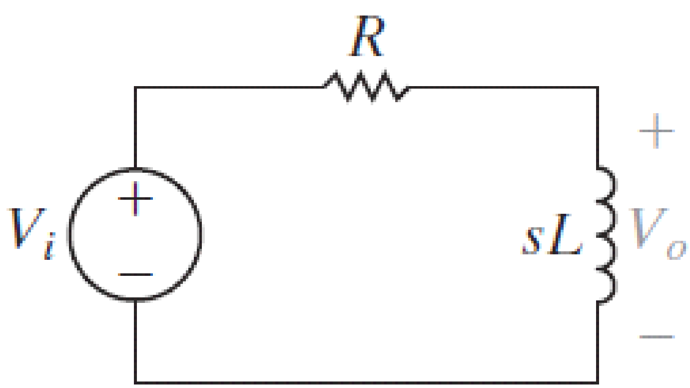
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + (R/L)^2}} \longrightarrow \omega_c = \frac{R}{L}$$

Filtros passa-altas



$$H(s) = \frac{s}{s + 1/RC}$$

$$\omega_c = 1/RC$$



$$H(s) = \frac{s}{s + R/L}$$

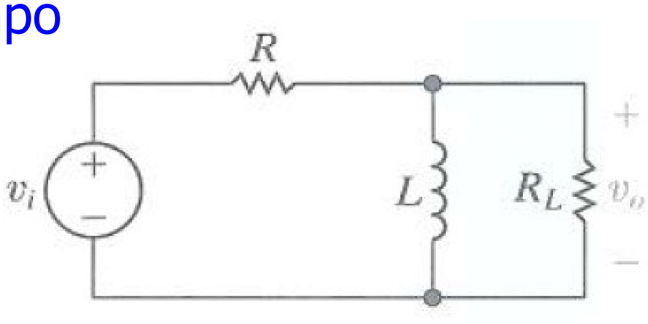
$$\omega_c = R/L$$

Função de transferência de filtros passa-altas:

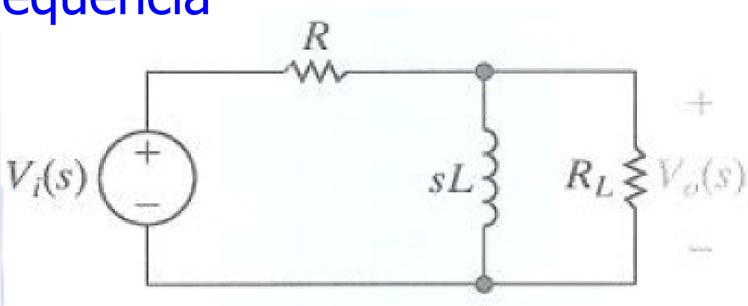
$$H(s) = \frac{s}{s + \omega_c}.$$

Filtros passa-altas: efeito da carga

tempo



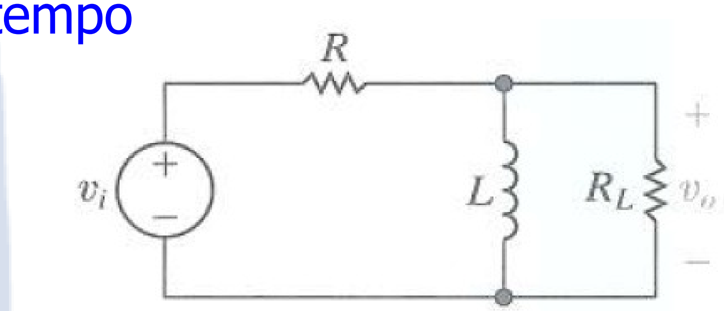
freqüência



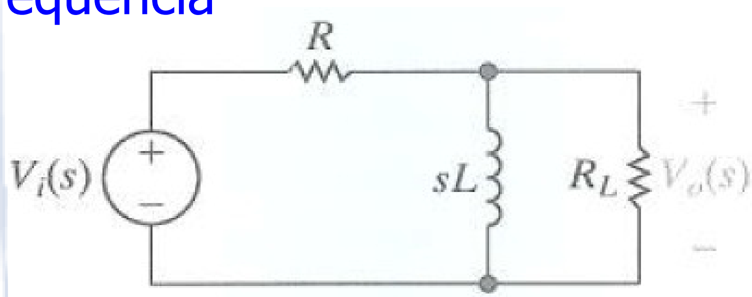
Filtros passa-altas: efeito da carga

Determinar o efeito da adição de uma carga R_L ao filtro passa-altas R_L série.

tempo



freqüência



$$H(s) = \frac{\dfrac{R_L sL}{R_L + sL}}{R + \dfrac{R_L sL}{R_L + sL}} = \frac{\left(\dfrac{R_L}{R + R_L}\right)s}{s + \left(\dfrac{R_L}{R + R_L}\right)\dfrac{R}{L}} = \frac{Ks}{s + \omega_c},$$

onde

$$K = \frac{R_L}{R + R_L}, \quad \omega_c = KR/L.$$