OFICINA DE SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS
EXERCÍCIO COMPUTACIONAL 6

A) Consideramos em aula o sistema de levitação magnética descrito pela EDO:

$$m\ddot{x} = mg - K\left(\frac{I}{x}\right)^2 \tag{1}$$

em que K é uma constante positiva, x é a distância entre a esfera e o eletroímã, I é a corrente no bobina, g é a aceleração da gravidade e m é a massa da esfera. Vimos que para obter uma posição constante X_{ss}, devemos usar uma corrente constante I_{ss}:

$$I_{ss} = X_{ss}\sqrt{\frac{mg}{K}} \quad .$$

Na prática, manter uma corrente constante não garante que a posição da esfera se mantenha constante pois o sistema é instável, ou seja, a esfera não voltará à posição desejada se ela sofrer qualquer perturbação. Por isso, devemos adicionar um controlador ao sistema para responder às perturbações.

O controlador utilizado será um sistema linear que tem como entrada o erro $e(t)$ entre a posição $x(t)$ e a posição desejada e como saída a variação $\Delta I(t)$ na corrente. Esse controlador possui função de transferência

$$C(s) = \frac{\Delta I(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D\frac{Ns}{s+N} \quad .$$

Esse tipo de controlador é conhecido como PID (Proporcional, Integral, Derivativo), porque consiste de três termos: o primeiro é um termo proporcional ao erro (K_p), o segundo termo corresponde a uma integral do erro (K_I/s), e o terceiro termo aproxima uma derivada do erro ($K_D s$) para $N >> 1$.

Um diagrama de simulação para esse sistema de levitação magnética está presente no arquivo mod6b.mdl. Simularemos o sistema para os seguintes valores dos parâmetros: $K = 3.2654\cdot 10^{-5}$ [Nm²/A], $g = 9.81$ [m/s²], $m = 0.068$ [kg], $X_{ss} = 7.3\cdot 10^{-3}$ [m], $I_{ss} = 1$ [A], $K_p = -500$ [A/m], $K_I = -9\cdot 10^3$ [A/(ms)], $K_D = -20$ [A·s/m], $N = 1000$ [s⁻¹].

Substitua esses valores no diagrama. Note que você deve entender como a equação (1) é implementada para calcular as constantes b1 e g1. Configure as condições iniciais dos integradores para o regime estacionário. Defina a amplitude da entrada degrau no workspace como st=1e-4. Teste sua simulação e observe se o sistema é estável.

B) Linearizando a equação (1), obtivemos a função de transferência

$$G(s) = \frac{\Delta X(s)}{\Delta I(s)} = -\frac{a}{s^2 - b}$$

onde

$$a = \frac{2g}{I_{ss}} \text{ e } b = \frac{2g}{X_{ss}} \quad .$$

Salve mod6b.mdl como mod6c.mdl e substitua o sistema não-linear (parte entre $I(t)$ e $X(t)$) pela aproximação linear dada pela função de transferência (mais ponto de operação) acima fazendo as adaptações necessárias e mantendo as variáveis de saída $I(t)$ e $X(t)$.

Nosso próximo objetivo é comparar o sistema não-linear e sua aproximação linear. Crie um script ec6a.m para auxiliá-lo na comparação. Inicie o script com as linhas

```
st=5e-6;   %amplitue do degrau de entrada

[t1,x,y1]=sim('mod6b');   %simula sistema nao-linear
[t2,x,y2]=sim('mod6c');    %simula sistema linear

subplot(2,1,1)
plot(t1,y1(:,1))         %grafico da posicao da esfera
hold on
plot(t2,y2(:,1),'r')

subplot(2,1,2)
plot(t1,y1(:,2))       %grafico da corrente de entrada
hold on
plot(t2,y2(:,2),'r')
```

Em seguida, queremos calcular o erro de nossa aproximação. Como os vetores de tempo t1 e t2 não são idênticos, precisamos reescrever y2 para o vetor de tempos t1:

```
y1=y1(:,1);     %vamos comparar apenas a posicao das esferas
y2=y2(:,1);
y2=interp1(t2,y2,t1);     %interpolacao
```

Agora podemos calcular o erro quadrático médio entre a posição da esfera nos dois casos.

```
y1=y1(end/6:end);
y2=y2(end/6:end);

EQM=sqrt(norm(y1-y2,2)/length(y1)) %erro quadratico medio

EQM/mean(abs(y1))              %percentual do erro quadratico
```

Execute o arquivo. Varie a amplitude st do degrau e encontre o valor para o qual o erro está entre 15 e 20%.

O que você aprendeu nesta aula:

- Como simular sistemas híbridos no Simulink, isto é, sistemas com dinâmica contínua e discreta.
- Como simular sistemas lineares descritos por funções de transferência no Simulink.
- Como utilizar o bloco Scope no Simulink e configurá-lo conforme o volume de dados disponível.
- Como simular sistemas linearizados representados por ponto de operação + função de transferência.
- Como comparar sinais com vetores de tempo diferentes.