

OFICINA DE SIMULAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS – PC2

Entrega em papel dia 02/04/2012

Exercício 1 – Oscilador de Van der Pol. O oscilador de Van der Pol foi um dos primeiros circuitos osciladores já construídos. Ele consiste da ligação em paralelo de um capacitor, um indutor e um resistor não-linear com característica

$$I = -\mu V + V^3 ,$$

onde I é a corrente e V é a tensão nos terminais do resistor. Note que o circuito descrito não necessita de uma fonte para fornecer energia, pois esta já é fornecida pela resistência negativa do resistor para baixos valores de tensão. Componentes com essa característica eram inicialmente obtidos usando-se válvulas. Atualmente eles podem ser criados a partir de diodos. Para isso, basta deslocar o ponto de operação do diodo para uma região com resistência negativa, o que pode ser feito usando-se uma fonte de tensão em série e uma fonte de corrente em paralelo com o diodo.

Seja I_L a corrente no indutor, V_C a tensão no capacitor, L a indutância do indutor e C a capacitância do capacitor. Obtenha as equações diferenciais que descrevem esse circuito (ligação em paralelo dos três elementos citados) e apresente-as conforme sua representação no espaço de estados de maneira que tenhamos uma equação diferencial de primeira ordem.

Exercício 2 – Oscilador de Van der Pol (continuação). A constante de tempo de um circuito R-C pode ser definida como o tempo necessário para que o capacitor se carregue de 63% de sua carga total a partir do momento em que o circuito é ligado. Da mesma forma, a constante de tempo de um circuito R-L será o tempo necessário para que a corrente no indutor atinja 63% do máximo a partir do momento em que o circuito é ligado. A constante de tempo de um circuito R-C é dada por RC , enquanto que a constante de tempo de um circuito R-L é dada por L/R .

No oscilador de Van der Pol, a resistência R é dada por $-1/\mu$ na região de operação linear do elemento resistivo. Portanto, podemos pensar que constantes de tempo de magnitude C/μ e $L\mu$ estão presentes no circuito. Assim, que problema de simulação é possível prever quando $\mu \gg \sqrt{C/L}$? qual método de integração você usaria diante deste problema?

Exercício 3. Obtenha a representação em espaço de estados para a EDO abaixo, que descreve um braço robótico de duas juntas:

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta}_1 + mgl \operatorname{sen}\theta_1 + k(\theta_1 - \theta_2) &= 0 \\ J\ddot{\theta}_2 - k(\theta_1 - \theta_2) &= f \end{aligned}$$