

EEE945 - INTRODUÇÃO AOS PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

Lista 4

Instrutores: Alexandre R. Mesquita e Eduardo M. A. M. Mendes

Questão 1. Encontre a probabilidade de vitória para os jogadores 1 e 2 na Questão 3 da lista anterior. Baseado nessas probabilidades, formule qual seria o valor “justo” que cada jogador deveria pagar para jogar o jogo.

Questão 2. Considere o processo markoviano com matriz geradora

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -10 & 9 \\ 1 & 0 & 0 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

Desenhe seu grafo e encontre a matrix de transição P_t e suas distribuições invariantes. *Dica:* Usar diagonalização ou teorema de Cayley-Hamilton para calcular as exponenciais de matriz. Alternativamente, pode-se usar o *toolbox* de matemática simbólica do Matlab.

Questão 3. Para o processo acima, encontre o tempo esperado até que ele deixe o conjunto $\{4, 5\}$.

Questão 4. Considere o processo markoviano em $\{1, 2, \dots, 6\}$ com matriz geradora

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- (1) Desenhe seu grafo e identifique suas classes comunicastes.
- (2) Identifique as classes recorrentes e transientes.
- (3) O processo é irredutível?
- (4) Encontre as distribuições ergódicas e identifique seu suporte.
- (5) Encontre o período de cada classe ergódica.
- (6) Encontre a média temporal de $f(X_t) = X_t$ para $X_0 = 6$.

Questão 5. Implemente a simulação do modelo de Michaelis-Menten dado em aula e exiba uma realização do processo.