

EEE945 - INTRODUÇÃO AOS PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

Lista 3

Instrutores: Alexandre R. Mesquita e Eduardo M. A. M. Mendes

Questão 1. Considere o canal de comunicação descrito na Questão 1 da Lista 2. Para esse canal, encontre a taxa média de transmissão a partir da distribuição invariante da cadeia markoviana que o modela.

Questão 2. Considere a cadeia markoviana em $\{1, 2, \dots, 8\}$ com matriz de transição dada por

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.4 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 0.4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

- (1) Desenhe o seu grafo e identifique as suas classes comunicantes.
- (2) Identifique suas classes recorrentes e transientes.
- (3) Essa cadeia é irredutível?
- (4) Encontre suas distribuições de probabilidade ergódicas e identifique os respectivos suportes.
- (5) Encontre os autovetores à direita com autovalor menor que 1 em valor absoluto e explique como estão relacionados com as classes comunicantes.
- (6) Encontre os autovetores à direita com autovalor igual a 1 em valor absoluto e explique como estão relacionados com as classes comunicantes.
- (7) Através da análise dos autovalores e autovetores de P , identifique o período de cada classe ergódica.
- (8) Encontre a média temporal de $f(X_n) = X_n^2$ para $X_0 = 1$.
- (9) O que podemos dizer acerca da média temporal de $f(X_n)$ se $X_0 = 4$?
- (10) Suponha que $C(X_n, u) = (uX_n)^2 + uX_n$ representa um custo incorrido no tempo n para o estado X_n , onde u é um parâmetro escolhido pelo projetista no tempo 0. Encontre u de forma a minimizar a média temporal do custo para $X_0 = 8$.

Questão 3. Considere o jogo regido pelas regras abaixo: uma moeda é lançada por várias vezes seguidas até que 1) o resultado “coroa” apareça 4 vezes consecutivas, caso em que o Jogador 1 vence; ou 2) o resultado “cara” apareça 2 vezes consecutivas, caso em que o Jogador 2 sai vencedor. Calcule a duração esperada desse jogo em termos do número de vezes que a moeda é lançada.