

Universidade Federal de Minas Gerais - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica

EEE945 - INTRODUÇÃO AOS PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

LISTA 3

Instrutores: Alexandre R. Mesquita e Eduardo M. A. M. Mendes

Nota: Entregar código em Matlab para as simulações.

Questão 1. Considere o processo de Markov com matriz geradora

$$A = \begin{bmatrix} -11 & 10 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

Apresente sua representação em forma de grafo, calcule P_t e a distribuição de probabilidade invariante. Dica para calcular exponencial de matrizes: use diagonalização, ou o teorema de Cayley-Hamilton, ou o toolbox para matemática simbólica do Matlab.

Questão 2. Para o processo acima, obtenha ainda o tempo esperado de permanência em $\{0, 1\}$.

Questão 3. Simule o modelo de Michaelis-Menten apresentado em aula. Derive EDOs para as concentrações das espécies, simule-as e compare com a simulação estocástica.

Questão 4. Considere uma fila com taxa de chegada λ , taxa de serviço μ e com tamanho máximo de 10. Quando o tamanho da fila atinge o máximo, os novos objetos que chegam são descartados. Simule essa fila e obtenha a distribuição estacionária (a partir da simulação) para

- a) $\lambda = 2$ e $\mu = 1$;
- b) $\lambda = 1$ e $\mu = 2$;
- c) $\lambda = 1$ e $\mu = 1$.

Questão 5. Simule a equação diferencial estocástica:

$$dx_t = -2x_t dt + x_t dB_t$$

onde $x_0 = 1$ e B_t é o processo de Wiener.