

**EEE945 - INTRODUÇÃO AOS PROCESSOS ESTOCÁSTICOS**

**LISTA 1**

Instrutores: Alexandre R. Mesquita e Eduardo M. A. M. Mendes

**Questão 1.** Uma família recebe o jornal toda manhã e este é colocado numa pilha após a leitura. Toda tarde, com probabilidade  $1/3$ , alguém leva os jornais para o lixo/reciclagem. Contudo, os jornais são levados ao lixo sempre que há cinco jornais acumulados na pilha. É possível modelar o número de jornais na pilha como uma cadeia de Markov? Caso positivo, apresente o grafo e a matriz de transição correspondentes.

**Questão 2.** Desenhe o grafo para a cadeia markoviana  $X_n$  com espaço de estados  $\{0, 1, 2\}$  e matriz de transição

$$P = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}$$

**Questão 3.** Calcule  $\Pr\{X_3 = 1 \mid X_0 = 1\}$  e  $\Pr\{X_7 = 2 \mid X_4 = 0\}$  para a cadeia da questão anterior.

**Questão 4.** Apresente uma cadeia de Markov em  $\{1, \dots, 6\}$  tal que

$$\Pr\{X_2 = 6 \mid X_1 \in \{3, 4\}, X_0 = 2\} \neq \Pr\{X_2 = 6 \mid X_1 \in \{3, 4\}\}$$

e comente como o resultado se relaciona com a propriedade de Markov.

**Questão 5.** Calcule as distribuições de probabilidade invariantes para as cadeias de Markov com matrizes de transição dadas abaixo e apresente os respectivos grafos.

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & p & 1-p \\ 0 & q & 1-q \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0.2 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.9 & 0.1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$